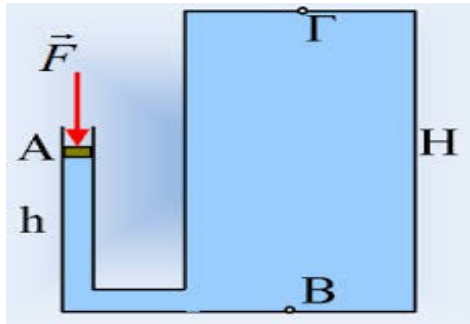


Στο **μάθημα** αυτό θα αναλύσουμε:

- **ΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL**
- **ΤΗΝ ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΒΑΣΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΗΣ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ**
- **ΤΗΝ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΒΑΣΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΗΣ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ**
- **ΤΗΝ ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΗΣ ΑΡΧΗΣ ΤΟΥ PASCAL**

και τέλος θα αναφέρουμε **τις εφαρμογές της**.

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL



Σε ένα δοχείο που περιέχει ένα ιδανικό υγρό, ασκούμε στο έμβολο που υπάρχει στην θέση Α μια κάθετη δύναμη F . Η δύναμη αυτή θα ασκήσει μια πίεση στο υγρό, η οποία θα μεταδοθεί σε όλα τα σημεία του υγρού. Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε στο **εργαστήριο**, μετρώντας με

μανόμετρα τις πιέσεις σε διαφορετικά σημεία Β, Η, Γ του δοχείου. Θα παρατηρήσουμε ότι η μεταβολή της πίεσης σε αυτά τα σημεία του υγρού, μετά την άσκηση της δύναμης F είναι η ίδια. Έτσι καταλήγουμε στην διατύπωση της αρχής του Pascal.

Αρχή του Pascual: Αν στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί ασκηθεί πίεση, τότε αυτή μεταδίδεται χωρίς να αλλάξει σε κάθε σημείο του υγρού.

ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΒΑΣΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΗΣ ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΗΣ

Περίπτωση 1^η: Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί σε ανοιχτό δοχείο, ασκείται η ατμοσφαιρική πίεση $P_{ατμ.}$. Σύμφωνα με την αρχή του Pascal, η πίεση αυτή μεταδίδεται αμετάβλητη σε όλα τα σημεία του υγρού και επομένως θα μεταδοθεί στο σημείο που είναι σε βάθος h κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού. Στο σημείο αυτό του υγρού υπάρχει όμως και η υδροστατική πίεση $P_{υδρ.}$, οπότε η **συνολική πίεση** θα είναι ίση με:

✓ το άθροισμα της ατμοσφαιρικής πίεσης και της υδροστατικής πίεσης $P_{ολ.} = P_{ατμ.} + P_{υδρ.}$.

Περίπτωση 2^η: Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί εκτός από την ατμοσφαιρική πίεση, ενεργούν κάθετα οι δυνάμεις F_1, F_2, \dots, F_v . Τότε στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, θα ασκούνται και οι αντίστοιχες πιέσεις των δυνάμεων P_1, P_2, \dots, P_v . Έτσι στο σημείο που είναι σε βάθος h κάτω από την ελεύθερη επιφάνειά του υγρού, εκτός από την υδροστατική πίεση θα ασκούνται σύμφωνα με την αρχή του Pascal και όλες αυτές οι πιέσεις (της ατμόσφαιρας και των δυνάμεων), με αποτέλεσμα η **συνολική πίεση** να είναι ίση με:

✓ το άθροισμα της ατμοσφαιρικής πίεσης, των πιέσεων των δυνάμεων και της υδροστατικής πίεσης $P_{ολ.} = P_{ατμ.} + P_1 + P_2 + \dots + P_v + P_{υδ.}$,

όπου $P_{ατμ.} + P_1 + P_2 + \dots + P_v$ είναι η εξωτερική πίεση $P_{εξ.}$. Άρα,

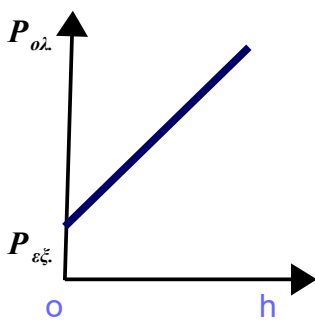
εξωτερική πίεση ονομάζουμε το άθροισμα της ατμοσφαιρικής πίεσης και των πιέσεων των δυνάμεων που ασκούνται στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

Καταλήξαμε επομένως **στην γενική διατύπωση του βασικού νόμου της υδροστατικής πίεσης:**

:Η πίεση σε ένα σημείο του υδροστατικού πεδίου είναι ίση με το άθροισμα της εξωτερικής πίεσεως και της υδροστατικής.

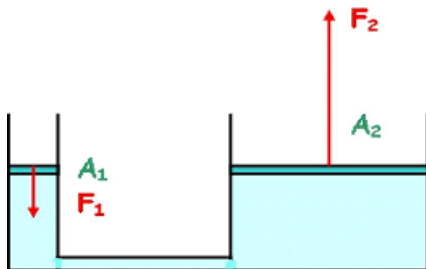
Μαθηματική έκφραση: $P_{ολ.} = P_{εξ.} + P_{υδρ.} \Rightarrow P_{ολ.} = P_{εξ.} + \rho \cdot g \cdot h$

ΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ $P_{ολ.}(h)$



Η γραφική παράσταση της ολικής πίεσης συναρτήσει του βάθους h , είναι μια ημιευθεία με αρχή το σημείο της **εξωτερικής πίεσης**.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΗΣ ΑΡΧΗΣ ΤΟΥ PASCAL



Δύο συγκοινωνούντα δοχεία περιέχουν ένα ιδανικό υγρό. Στο έμβολο A_1 εμβαδού S_1 ασκείται η κάθετη δύναμη F_1 , οπότε το μετακινεί κατά l_1 προς τα κάτω παράγοντας έργο $W_1 = F_1 \cdot l_1$ και μετατοπίζοντας ποσότητα νερού $V_1 = S_1 \cdot l_1$. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την άσκηση

κατακόρυφης δύναμης F_2 στο έμβολο A_2 εμβαδού S_2 και την μετακίνηση του κατά l_2 προς τα άνω, παράγοντας ίσο έργο $W_2 = F_2 \cdot l_2$. Εφαρμόζοντας στην συνέχεια την αρχή διατήρησης της ενέργειας έχουμε $W_1 = W_2 \Rightarrow F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$ **(1)**. Επίσης λόγω της ανύψωσης ίσης ποσότητας νερού έχουμε $V_1 = V_2 \Rightarrow S_1 \cdot l_1 = S_2 \cdot l_2$ **(2)**, οπότε διαιρώντας τις

σχέσεις **(1)** και **(2)** κατά μέλη έχουμε $\frac{F_1 \cdot l_1}{S_1 \cdot l_1} = \frac{F_2 \cdot l_2}{S_2 \cdot l_2} \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow P_1 = P_2$. Άρα η πίεση

$P_1 = \frac{F_1}{S_1}$ που άσκησε η δύναμη F_1 στο μικρό έμβολο A_1 είναι ίση με την πίεση

$$P_2 = \frac{F_2}{S_2} \quad \text{που ασκήθηκε στο μεγάλο έμβολο, που σημαίνει ότι η πίεση } P_1 \text{ μεταφέρθηκε}$$

αναλλοίωτη στο έμβολο εμβαδού S_2 .

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΑΡΧΗΣ ΤΟΥ PASCAL

Η αρχή του Pascal βρίσκει εφαρμογές στη λειτουργία:

- του υδραυλικού φρένου,
- του υδραυλικού ανυψωτήρα του αυτοκινήτου,
- του υδραυλικού πιεστηρίου και σε άλλες περιπτώσεις.

Παράδειγμα

Ένα δοχείο περιέχει οινόπνευμα μέχρι ύψους $h=0,4\text{ m}$ και είναι ανοικτό. Η ατμοσφαιρική πίεση που ασκείται στην ελεύθερη επιφάνεια του οινόπνεύματος είναι $P_{\text{ατμ.}} = 10,10 \cdot \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^2}$ και η ολική πίεση στον πυθμένα του δοχείου $P_{\text{ολ.}} = 10,42 \cdot \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^2}$. Να βρείτε το ειδικό βάρος του οινόπνεύματος.

Λύση

Γνωστά Μεγέθη	Άγνωστα Μεγέθη
$P_{\text{ατμ.}} = 10,10 \cdot \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^2}$, $P_{\text{ολ.}} = 10,42 \cdot \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^2}$, $h = 0,4\text{ m} = 0,4 \cdot 100 \cdot \text{cm} = 40 \cdot \text{cm}$	$\varepsilon_{\text{οιν.}} = ?$

Από την γενική διατύπωση του βασικού νόμου της υδροστατικής πίεσης έχουμε:

$$P_{\text{ολ.}} = P_{\text{ατμ.}} + P_{\text{υδρ.}} \Rightarrow P_{\text{υδρ.}} = P_{\text{ολ.}} - P_{\text{ατμ.}} = 10,42 \cdot \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^2} - 10,10 \cdot \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^2} \Rightarrow P_{\text{υδρ.}} = 0,32 \cdot \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^2}$$

Άρα το ειδικό βάρος από τον τύπο της υδροστατικής πίεσης είναι ίσο με:

$$P_{\text{υδρ.}} = \varepsilon_{\text{οιν.}} \cdot h \Rightarrow \varepsilon_{\text{οιν.}} = \frac{P_{\text{υδρ.}}}{h} \Rightarrow \varepsilon_{\text{οιν.}} = \frac{0,32 \cdot \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^2}}{40 \cdot \text{cm}} \Rightarrow \varepsilon_{\text{οιν.}} = 0,008 \frac{\text{Nt}}{\text{cm}^3}$$

Ερωτήσεις σωστού-λάθους.

Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

- A.** Η αρχή του Pascal δεν ισχύει για συμπιεστό υγρό.
- B.** Η αρχή του Pascal δεν ισχύει μόνο για τα υγρά αλλά και για τα αέρια.
- Γ.** Η αρχή του Pascal οφείλεται στο βάρος του υγρού.
- Δ.** Η αρχή του Pascal δεν είναι αποτέλεσμα της αρχής διατήρησης της ενέργειας.
- E.** Η αρχή του Pascal ισχύει για ιδανικό υγρό.
- Z.** Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί σε ανοικτό δοχείο μπορεί να ασκηθεί μόνο μια πίεση και αυτή είναι η ατμοσφαιρική.

H. Η εξωτερική πίεση είναι ίση με την διαφορά του αθροίσματος όλων των πιέσεων των δυνάμεων που ενεργούν στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού από την ατμοσφαιρική πίεση.

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής.

1. Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού ασκείται πίεση $2atm$. Η ολική πίεση που επικρατεί σε βάθος h είναι $5atm$. Η υδροστατική πίεση στο βάθος h είναι:

- A.** $5atm$. **B.** $3atm$. **Γ.** $2atm$.

2. Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί σε ανοιχτό δοχείο, η πίεση που ασκείται σε αυτή είναι της πίεσεως του υγρού στον πυθμένα του δοχείου.

- A.** μεγαλύτερη **B.** μικρότερη **Γ.** ισοδύναμη

3. Η γραφική παράσταση της ολικής υδροστατικής πίεσης $P_{ολ.}$ συναρτήσει του βάθους του υγρού h που ηρεμεί σε ανοιχτό δοχείο είναι :

- A.** είναι μια ημιευθεία παράλληλη με τον άξονα του βάθους h .
B. είναι μια παραβολή με αρχή την αρχή των αξόνων.
Γ. είναι μια ημιευθεία με αρχή το σημείο της εξωτερικής πίεσης.

4. Η εξωτερική πίεση που ασκείται στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ενός ανοιχτού δοχείου είναι :

- A.** πάντα ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.
B. μηδενική.
Γ. μεγαλύτερη ή ίση της ατμοσφαιρικής πίεσης.
Δ. μικρότερη ή ίση της ατμοσφαιρικής πίεσης.

Ερώτηση αντιστοιχίσεως.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται διάφορες τιμές της ολικής υδροστατικής πίεσης (στοιχεία της 2^{ης} στήλης). Αντιστοιχίστε στα βάθη ενός υγρού που περιέχεται σε ανοιχτό δοχείο βάθους h (στοιχεία της 1^{ης} στήλης) τα αντίστοιχα στοιχεία της 2^{ης} στήλης.

Βάθος υγρού	Ολική υδροστατική πίεση
1. $\frac{h}{2}$	A. $P_{ατμ.}$
2. 0	B. $\epsilon_{υγρ} \cdot \frac{h}{2}$
3. h	Γ. $P_{εξ.} + \epsilon_{υγρ} \cdot h$
	Δ. $P_{ατμ.} + \epsilon_{υγρ} \cdot \frac{h}{2}$