11.5.7 Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{u}=(-2,6)$ σαν γραμμικός συνδυασμός των $\vec{v}=(2,-1)$ και $\vec{w}=(3,1)$.

11.5.8 Αν $\vec{\alpha}=-\vec{i}+2\vec{k}$, $\vec{\beta}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ και $\vec{\gamma}=\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$, να υπολογίσετε τα παρακάτω:
α) $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}$, β) $(\vec{\alpha}\times\vec{\beta})\cdot\vec{\gamma}$, γ) $(\vec{\alpha}\times\vec{\beta})\times\vec{\gamma}$, δ) $\vec{\alpha}\times(\vec{\beta}\times\vec{\gamma})$.

11.5.9 Αν Α(4,–4,3), Β(2,4,3) και Γ(8,6,6) είναι τρία σημεία, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

11.5.10 Αν Α(4,–4,3), Β(2,4,3), Γ(8,6,6) και Δ(1,–2,3) τέσσερα σημεία, να βρείτε τον όγκο του *ΑΒΓΔ*.

11.5.11 Να υπολογισετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$, αν είναι γνωστό ότι:
α) $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=4$ και $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=5$ και β) $|2\vec{\alpha}+5\vec{\beta}|=10$ και $|2\vec{\alpha}-5\vec{\beta}|=2\sqrt{5}$.

11.5.12 Έστω ότι $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=5$ και ότι $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=\frac{\pi}{3}$. Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}+3\vec{\beta}$.

11.5.13 Αν ισχύουν οι σχέσεις $\vec{\alpha}+4\vec{\beta}+3\vec{\gamma}=\vec{0}$ και $|\vec{\alpha}|=\frac{|\vec{\beta}|}{2}=\frac{|\vec{\gamma}|}{3}$, να αποδείξετε ότι:
$\vec{\beta}=2\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}=-3\vec{\alpha}$.

11.5.14 Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ με $|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=|\vec{\gamma}|=2$ και $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}=\vec{0}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $(\vec{\alpha},\vec{\beta})$, $(\vec{\beta},\vec{\gamma})$ και $(\vec{\gamma},\vec{\alpha})$.

11.5.15 Αν $\vec{\alpha}=(2,x)$ και $\vec{\beta}=(3,2)$, να βρείτε την τιμή του x για την οποία ισχύει:
α) $\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$. β) $\vec{\alpha}//\vec{\beta}$. γ) $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=\frac{\pi}{4}$.

11.5.16 Η ανάλυση ενός διανύσματος $\vec{u}$ σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δίνει $\vec{\alpha}=(-3,5,1)$ και $\vec{\beta}=(10,6,2)$. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{u}$.

11.5.17 Έστω $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=\sqrt{3}$ και $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=\frac{\pi}{6}$. Αν $\vec{u}=5\vec{\alpha}-4\vec{\beta}$, να βρείτε συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ τα διανύσματα:
α) $\pi\rho o\beta_{\vec{\alpha}}\vec{u}$ και β) $\pi\rho o\beta_{\vec{u}}\vec{\alpha}$.

11.5.18 Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}+\vec{\beta}+\vec{\gamma}$, αν για τις γωνίες των διανυσμάτων $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ ισχύει ότι $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=(\vec{\beta},\vec{\gamma})=\frac{\pi}{4}$ και $|\vec{\alpha}|=\sqrt{2}$, $\vec{\beta}=\sqrt{3}$ και $|\vec{\gamma}|=1$.

11.5.19 Να βρείτε τη γωνία των διανυσμάτων: $\vec{\alpha}=(-2,2,1)$ και $\vec{\beta}=(-1,2,-1)$.

11.5.20 Αν $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=\sqrt{2}$, $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=\frac{\pi}{4}$, να βρείτε τη γωνία $(\vec{\beta}-\vec{\alpha},\vec{\alpha})$.

11.5.21 Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ έχουν ίσα μέτρα και είναι κάθετα, να αποδείξετε ότι τότε και τα διανύσματα $2\vec{\alpha}+\vec{\beta}$, $\vec{\alpha}-2\vec{\beta}$ είναι κάθετα.

11.5.22 Δίνονται τα σημεία Β(1,2) και Γ(–1,–6). Να βρείτε το σημείο Α του άξονα $x'x$, ώστε το τρίγωνο ΑΒΓ να είναι ισοσκελές με (ΑΒ)=(ΑΓ).

11.5.23 Αν $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=2\sqrt{2}$ και $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=\frac{\pi}{4}$, να βρείτε τη γωνία $(\vec{\alpha},\vec{\alpha}-\vec{\beta})$.

11.5.24 Αν $|\vec{\alpha}|=3$, $|\vec{\beta}|=2$ και $(\vec{\alpha},\vec{\beta})=\frac{\pi}{6}$, τότε:
α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ δεν είναι συγγραμμικά.
β) Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{u}=\sqrt{3}\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ και $\vec{v}=2\sqrt{3}\vec{\alpha}+\frac{3}{2}\vec{\beta}$.

11.5.25 Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς 2, για το οποίο ισχύει $\overrightarrow{AB}=\vec{\alpha}$, $\overrightarrow{B\Gamma}=\vec{\beta}$ και $\overrightarrow{\Gamma A}=\vec{\gamma}$. Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+\vec{\beta}\cdot\vec{\gamma}+\vec{\gamma}\cdot\vec{\alpha}=-6$.