

Επαληθευτικές Αδυνάμεις Α' εξαμήνου.

Λυμένες

1) Να γίνουν οι πράξεις:

$$α) A = (x+1)^2 - 2(x+3) + 5.$$

Λύση

$$A = x^2 + \cancel{2x} + \cancel{1} - \cancel{2x} - \cancel{6} + \cancel{5}$$

$$A = x^2$$

$$β) B = (3-x)(3+x) + (x-2)^2 - 13$$

$$= \cancel{9} - \cancel{x^2} + \cancel{x^2} - \cancel{4x} + \cancel{4} - \cancel{13}$$

$$= -4x$$

2) Να γίνουν οι παραγοντοποιήσεις:

$$α) 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$$

$$β) 4x^2 - 1 = (2x-1)(2x+1)$$

$$γ) x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$$

3) Να λύσουν οι παρακάτω εξισώσεις.

$$α) x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$a=1$$

$$b=-4$$

$$c=3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$$

$$= 16 - 12 = 4 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$\frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$3\beta) \quad x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 \\ &= 64 - 64 \\ &= 0. \end{aligned}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{8}{2} = 4. \text{ (δύναμη)}$$

$$\gamma) \quad x^2 - x + 4 = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \end{aligned}$$

$$= 1 - 16 = -15 < 0 \quad \text{Αδύνατη}$$

4) Να λύει το παρακάτω σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{x-2y}{2} - \frac{3y-1}{4} = -x+5 \\ 1-2x(y-1) = 3x-y(2x-1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-2y) - (3y-1) = 4(-x+5) \\ 1-2xy+2x = 3x-2xy+y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y-3y+1 = -4x+20 \\ -2\cancel{xy}+2x-3x+2\cancel{xy}-y = -1. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4y-3y+4x = 20-1 \\ -x-y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-7y=19 \\ (-6) \cdot \begin{cases} x+y=1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x-7y=19 \\ -6x-6y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -13y=13 \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x-1=1 \\ \underline{x=2} \end{cases}$$

- 5) Αν η απόσταση στο χάρτη μεταξύ δύο πόλεων είναι 3cm και η κλίμακα $\frac{1}{1.000.000}$ να βρεθεί η πραγματική απόσταση σε ναυτικά μίλια.

Λύση

$$\frac{1}{1.000.000} = \frac{3}{x} \Leftrightarrow x = 1.000.000 \cdot 3$$

$$x = 3.000.000 \text{ cm}$$

$$x = 30.000 \text{ m}$$

Άρα. $30.000 : 1852 = 16,19 \text{ ν.μ.}$

- 6) Αν η πραγματική απόσταση μεταξύ δύο λιμανιών είναι 20νμ, να βρεθεί η απόσταση στο χάρτη όταν η κλίμακα είναι $\frac{1}{1.000.000}$

Λύση

$$20 \text{ νμ} = 20 \cdot 1852 = 37.040 \text{ m.} = 3704.000 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{1.000.000} = \frac{x}{3.704.000}$$

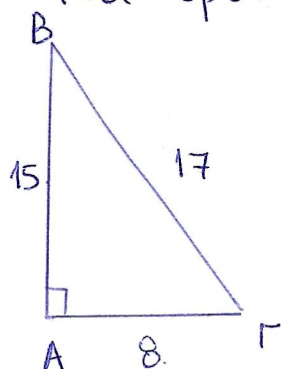
$$\Leftrightarrow 1.000.000 x = 3.704.000$$

$$x = \frac{3.704.000}{1.000.000}$$

$$x = 3,704 \text{ cm.}$$

- 7) Δίνεται ένα ορθόγωνο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΒΓ=17, ΑΒ=15.

Να βρεθούν: ΑΓ, ημΒ, συΒ, εφΒ, Ετρίγωνου



$$ΑΓ^2 = ΒΓ^2 - ΑΒ^2 \quad \eta\mu Β = \frac{ΑΓ}{ΒΓ} = \frac{8}{17}$$

$$ΑΓ^2 = 17^2 - 15^2$$

$$ΑΓ^2 = 289 - 225$$

$$ΑΓ^2 = 64$$

$$ΑΓ = \sqrt{64} = 8$$

$$\sigma\upsilon Β = \frac{ΑΒ}{ΒΓ} = \frac{15}{17}$$

$$\epsilon\phi Β = \frac{ΑΓ}{ΑΒ} = \frac{8}{15}$$

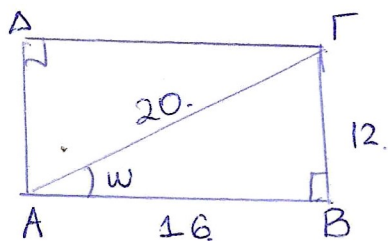
$$Ετρίγ = \frac{b\gamma}{2}$$

$$= \frac{15 \cdot 8}{2}$$

$$= \frac{120}{2}$$

$$= 60. \text{cm.}$$

- 8) Δίνεται το παρακάτω ορθόγωνο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB=16$ και $ΑΓ=20$. Να βρεθούν $ΑΔ$, Περίμετρος ΑΒΓΔ, Έμβαδόν ΑΒΓΔ. Αν $\hat{\Gamma A B} = \omega$. να βρεθούν $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\omega$, $\epsilon\phi\omega$.



$$\begin{aligned} AD &= BC \\ BC^2 &= AC^2 - AB^2 \\ BC^2 &= 20^2 - 16^2 \\ BC^2 &= 400 - 256 \\ BC^2 &= 144 \\ BC &= \sqrt{144} = 12. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Περ} &= AB + BC + CD + DA \\ &= 16 + 12 + 16 + 12 \\ &= 56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= \theta\upsilon = 16 \cdot 12 \\ &= 192 \text{ τμ.} \end{aligned}$$

$$\eta\mu\omega = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\sigma\upsilon\omega = \frac{AB}{AC} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

$$\epsilon\phi\omega = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$