Άσκηση 1, Κεφάλαιο 1

$$F = G\frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R^2} = \mathrm{B} = 200\ N$$

$$F' = G\frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{(2R)^2} = G\frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{4R^2} = \frac{F}{4} = \frac{200}{4} = 50\ N$$

Άσκηση 2, Κεφάλαιο 1

$$B = m \cdot g \Leftrightarrow g = \frac{B}{m} = \frac{2170,436}{220,7484} = 9,83\ \frac{m}{s^2}$$

Δηλαδή $g = g_{\Pi O \Lambda O Y}$, άρα η αρκούδα είναι λευκή

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 1

$$d = \frac{m}{V} \Leftrightarrow V = \frac{m}{d} = \frac{1.000 \cdot 1.000\ \cancel{g}}{7,8\frac{\cancel{g}}{\mathrm{cm}^3}} = \frac{10^6}{7,8}\mathrm{cm}^3 = 10^6 \cdot 7,8^{-1}\mathrm{cm}^3$$

Άσκηση 4, Κεφάλαιο 1

$$d_{Fe} = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = d_{Fe} \cdot V = 7,8\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 1\ m^3 = 7,8\ \frac{\mathrm{g}}{\cancel{cm^3}} \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100\ \cancel{cm^3}$$

$$= 7,8 \cdot 10^6\ \mathrm{g} = 78 \cdot 10^5\ \mathrm{g} = 78 \cdot 10^2\ \mathrm{kg} = 7.800\ \mathrm{kg} = 7,8\ \mathrm{t}$$

Άσκηση 5, Κεφάλαιο 1

$$d = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = d \cdot V$$

$$m_{H_2O} = d_{H_2O} \cdot V = 1\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 1L = 1.000\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\ \mathrm{cm}^3 = 1.000\ g$$

$$m_{Petrol} = d_{Petrol} \cdot V = \frac{9}{10}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 1L = \frac{9}{1\cancel{0}}\ 1.00\cancel{0}\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\ \mathrm{cm}^3 = 900\ g$$

Όχι, δε θα ισορροπεί

Άσκηση 6, Κεφάλαιο 1

$$d = \frac{m}{V} = \frac{16}{20}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{L}} = \frac{8}{10}\ \frac{\mathrm{kg}}{\frac{1}{1.000}\ m^3} = \frac{8}{1\cancel{0}} \cdot 1.00\cancel{0}\ \frac{\mathrm{kg}}{m^3} = 800\ \frac{\mathrm{kg}}{m^3} =$$

$$8\cancel{0}\cancel{0}\ \frac{\mathrm{kg}}{100 \cdot 100 \cdot 1\cancel{0}\cancel{0}\ cm^3} = \frac{8}{10.000}\frac{\mathrm{kg}}{cm^3} =$$

$$\frac{8}{10.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}\ \frac{1.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}\ \mathrm{g}}{cm^3} = \frac{8}{10}\ \frac{\mathrm{g}}{cm^3} = 0,8\frac{\mathrm{g}}{cm^3}$$

Άσκηση 7, Κεφάλαιο 1

$$\varepsilon = d \cdot g = 9\ \frac{g}{cm^3} \cdot 9,81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 9 \cdot 9,81\ \frac{g \cdot m}{cm^2 \cdot cm \cdot s \cdot s} = 9 \cdot 9,81\ \frac{g \cdot m}{s^2} \cdot \frac{1}{cm^3} = 9 \cdot \frac{gf}{cm^3}$$

Επεξήγηση

$$1\ \frac{gf}{cm^3}=1\,p=\frac{1}{1.000}\ kp=\frac{1}{1.000}\ 9{,}81N=\frac{9{,}81}{1.000}\ kg\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=\frac{9{,}81}{1.\cancel{000}}\ 1.\cancel{000}\ g\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}=9{,}81\,g\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Άσκηση 8, Κεφάλαιο 1

$$\varepsilon=d\cdot g\Leftrightarrow d=\frac{\varepsilon}{g}=\frac{3\,\frac{p}{cm^3}}{981\ \frac{cm}{\text{s}^2}}=\frac{3\,p\ \text{s}^2}{981\ cm^3\ cm}=\frac{3\ \text{s}^2}{981\ cm^3\ cm}\,p=$$

$$\frac{3\ \text{s}^2}{981\ cm^3\ cm}\,981\,g\ \frac{cm}{s^2}=3\ \frac{g}{cm^3}$$

Άσκηση 9, Κεφάλαιο 1

$R=6.370\ km=6.370\ 1.000\ m=637\cdot 10^4\ m$

$=637\cdot 10^4\ 100\ cm=637\cdot 10^6\ cm$

$=637\cdot 10^6\ 10\ mm=637\cdot 10^7\ mm$

Άσκηση 10, Κεφάλαιο 1

α) $V=4\cdot 5\cdot 6\ m^3=120\ m^3=120\cdot 10\cdot 10\cdot 10\ dm^3=12\cdot 10^4 dm^3=12\cdot 10^4 L$

β) $S=2(4\cdot 5+4\cdot 6+5\cdot 6)m^2=2(20+24+30)m^2=2(74)m^2=148\ m^2$

$148\cdot\frac{5}{100}=1{,}48\cdot 5=7{,}4\ m^2$

Είναι $S_{\text{ΟΛΙΚΟ}}=148\ m^2+7{,}4\ m^2=155{,}4\ m^2$

γ) $S'=2(4\cdot 5+4\cdot 6)m^2=2(20+24)m^2=2\cdot 44\ m^2=88\ m^2$

δ) $88\ m^2+30\ m^2=118\ m^2$

Το 1 kg μπογιά αντιστοιχεί σε $4\ m^2$

Τα x; kg μπογιά αντιστοιχούν σε $118\ m^2$

$x=1\cdot\frac{118}{4}=\frac{59}{2}=29{,}5\ kg$

Άσκηση 11, Κεφάλαιο 1

$$V=\text{S}\cdot h=\frac{8}{10}\cdot\frac{15}{10}\ m^2\ m=\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}\ m^3=\frac{12}{10}\ m^3=1{,}2\ m^3$$

$$=1{,}2\cdot 10\cdot 10\cdot 10\ L=1.200\ L$$

Άσκηση 12, Κεφάλαιο 1

$V = 1{,}5\ L = 1{,}5 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}\ m^3 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^3$

$V = 1{,}5\ L = 1{,}5\ dm^3 = 1{,}5 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100\ mm^3 = 15 \cdot 10^5\ mm^3$

Άσκηση 13, Κεφάλαιο 1

Το εμβαδόν που έχει το κάθε ένα κεραμικό πλακάκι είναι $E' = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100}\ m^2$

Το εμβαδόν που έχει το μπαλκόνι είναι $E = 20 \cdot 10 = 200\ m^2$

$E = n \cdot E' \Leftrightarrow 200 = n \cdot \frac{4}{100} \Leftrightarrow 200 = n \cdot \frac{1}{25} \Leftrightarrow n = 5.000$

Άρα, χρειάζονται 5.000 πλακάκια

Άσκηση14, Κεφάλαιο 1

$V = 20\ L = 20\ \mathrm{d}m^3 = 2\cancel{0} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{\cancel{10}}\ m^3 = \frac{2}{100}\ m^3 = 0{,}02\ m^3$

Άσκηση 15, Κεφάλαιο 1

$1\ \min = 60\ s$

$1\ \mathrm{h} = 60' = 60 \cdot 60\ \mathrm{s} = 3.600\ \mathrm{s}$

$1\ \text{ημερα} = 24\ \mathrm{h} = 24 \cdot 3.600\ \mathrm{s}$

Υπάρχουν δυο περιπτώσεις. Η πρώτη όταν το έτος είναι δίσεκτο (366 ημέρες) και η δεύτερη όταν δεν είναι (365 ημέρες και 06 ώρες).

$$1\ \text{έτος} = \begin{cases} 366\ \text{ημέρες} = 366 \cdot 24 \cdot 3.600\ \mathrm{s} = 8.784 \cdot 3.600\ \mathrm{s} = 31.622.400\ \ \mathrm{s} \\ \\ 365\ \text{ημέρες} + 6\ \text{ώρες} = 365 \cdot 24 \cdot 3.600 + 6 \cdot 3.600\ \mathrm{s} = 3.600 \cdot 6(365 \cdot 4 + 1)\ \mathrm{s} \\ \qquad = 21.600 \cdot (1.460+1)\ \mathrm{s} = 31.557.600\ \mathrm{s} \end{cases}$$

Άσκηση 16, Κεφάλαιο 1

α) $4\ \mathrm{h} = 4 \cdot 60\ \min = 240\ \min = 240 \cdot 60\ s = 14.400\ s$

β)

$90\ m^2 = 90 \cdot 10 \cdot 10\ dm^2 = 9 \cdot 10^3\ dm^2$

$= 9 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10\ cm^2 = 9 \cdot 10^5\ cm^2$

γ)

$90\ m = 90 \cdot 10\ dm = 900\ dm$

$= 900 \cdot 10\ cm = 9.000\ cm$

δ)

$90\ m^3 = 90 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10\ dm^3 = 9 \cdot 10^4\ dm^3$

$= 9 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10\ cm^3 = 9 \cdot 10^7\ cm^3$

ε) $36\ \frac{km}{h} = 36\ \frac{10\cancel{00}\ m}{36\cancel{00}\ s} = 10\ \frac{m}{s}$

στ) $72\ \frac{km}{h} = 20\ \frac{m}{s}$, **ζ)** $108\ \frac{km}{h} = 30\ \frac{m}{s}$

Άσκηση 1, Κεφάλαιο 2

$$u = 320\ \frac{km}{h} = 320\ \frac{1.0\cancel{00}\ m}{3.6\cancel{00}\ s} = 320\ \frac{10\ m}{36\ s} = 80\ \frac{10\ m}{9\ s} = \frac{800}{9}\ \frac{m}{s}$$

$$u = 320\ \frac{km}{h} = 32\cancel{0}\ \frac{1.000}{6\cancel{0}}\ \frac{m}{\min} = \frac{32}{6}10^3\ \frac{m}{\min} = \frac{16}{3}10^3\ \frac{m}{\min}$$

Άσκηση 2, Κεφάλαιο 2

Έστω ότι ο συνολικός χρόνος της κίνησης του αυτοκινήτου είναι $2t$

Τότε αρχικά για το πρώτο μισό, δηλαδή επί χρόνο t κινούμενο με ταχύτητα $u = 70\ \dfrac{km}{h}$ το αυτοκίνητο διανύει απόσταση $70t$

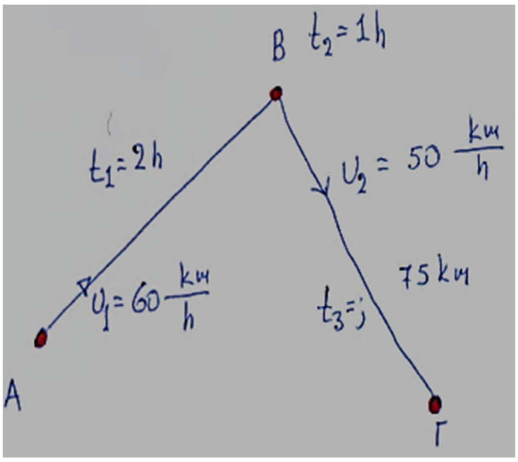
Ομοίως για το άλλο μισό, δηλαδή επί χρόνο t, κινούμενο με ταχύτητα $u' = 50\ \dfrac{km}{h}$ το αυτοκίνητο διανύει απόσταση $50t$

Άρα, $S_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 70t + 50t = 120t$ Άρα $\overline{u} = \dfrac{S_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}{t_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \dfrac{120\cancel{t}}{2\cancel{t}} = 60\dfrac{km}{h}$

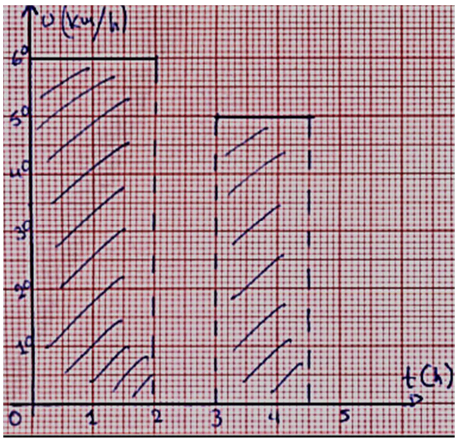
Άσκηση 3, Κεφάλαιο 2

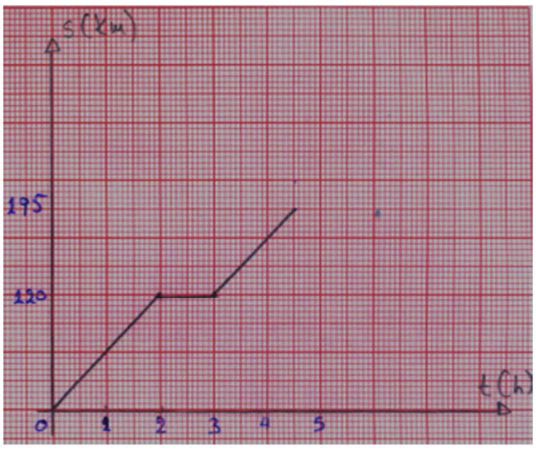
Είναι $(AB) = u_1 \cdot t_1 = 60\ \dfrac{km}{\cancel{h}}\ 2\ \cancel{h} = 120\ km$

Είναι $t_{\text{ΒΓ}} = \dfrac{x}{u_2} = \dfrac{75\ \cancel{km}}{50\ \dfrac{\cancel{km}}{h}} = \dfrac{75}{50} h = 1{,}5\ h$



Είναι $\overline{u} = \dfrac{S_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}{t_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \dfrac{(AB)+(\text{ΒΓ})}{2+1+1{,}5} = \dfrac{120+75}{4{,}5} = \dfrac{195}{4{,}5} = \dfrac{39}{0{,}9} = 43{,}\overline{3}\ \dfrac{km}{h}$





Άσκηση 4, Κεφάλαιο 2

Είναι $a = 180\ \dfrac{km}{h^2} = 180\ \dfrac{\frac{km}{h}}{h}$

Άρα, κάθε ώρα η ταχύτητα αυξάνεται κατά $180\ \dfrac{km}{h}$

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta u = a\ \Delta t = 180\ \frac{km}{h^2}\ 5\ s = 18\cancel{0}\ \frac{km}{h\ \cancel{h}}\ 5\frac{1}{3.60\cancel{0}}\ \cancel{h} = \frac{18 \cdot 5}{360}\ \frac{km}{h} =$$

$$\frac{5}{20}\ \frac{km}{h} = \frac{1}{4}\ \frac{km}{h} = 0,25\ \frac{km}{h}$$

Άσκηση 5, Κεφάλαιο 2

Τα δυο ασθενοφόρα ξεκινούν συγχρόνως και κινούμενα ταυτόχρονα, συναντιούνται σε κάποιο σημείο της διαδρομής τους, έχοντας κινηθεί και τα δυο επί χρονικό διάστημα t

Μέχρι να συναντηθούν, το 1^{o} ασθενοφόρο έχει διανύσει απόσταση $s_1 = u_1\ t = 72t$ και το 2^{o} έχει διανύσει απόσταση $s_2 = u_2\ t = 108t$

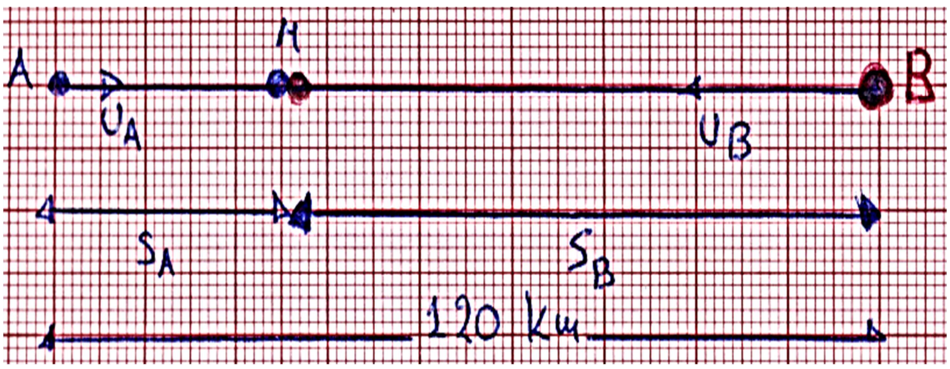
Άρα, η συνολική διανυθείσα απόσταση και από τα δυο ασθενοφόρα είναι $s_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = s_1 + s_2 = 72t + 108t = 180t$

Είναι $180t = 120 \Leftrightarrow t = \dfrac{120}{180} = \dfrac{12}{18} = \dfrac{2}{3}\ h$

Άρα, μέχρι να συναντηθούν τα δυο ασθενοφόρα, το 2^{o} έχει διανύσει απόσταση $s_1 = u_1\ t = 72\dfrac{2}{3} = \dfrac{144}{3} = 48\ km$

Ομοίως, το 2^{o} ασθενοφόρο μέχρι να συναντηθούν έχει διανύσει απόσταση $s_2 = u_2\ t = 108\ \dfrac{2}{3} = 36 \cdot 2 = 72\ km$

Η εν λόγω απόσταση μπορεί να υπολογισθεί και ως εξής $s_2 = s - s_1 = 120 - 48 = 72\ km$



Άσκηση 6, Κεφάλαιο 2

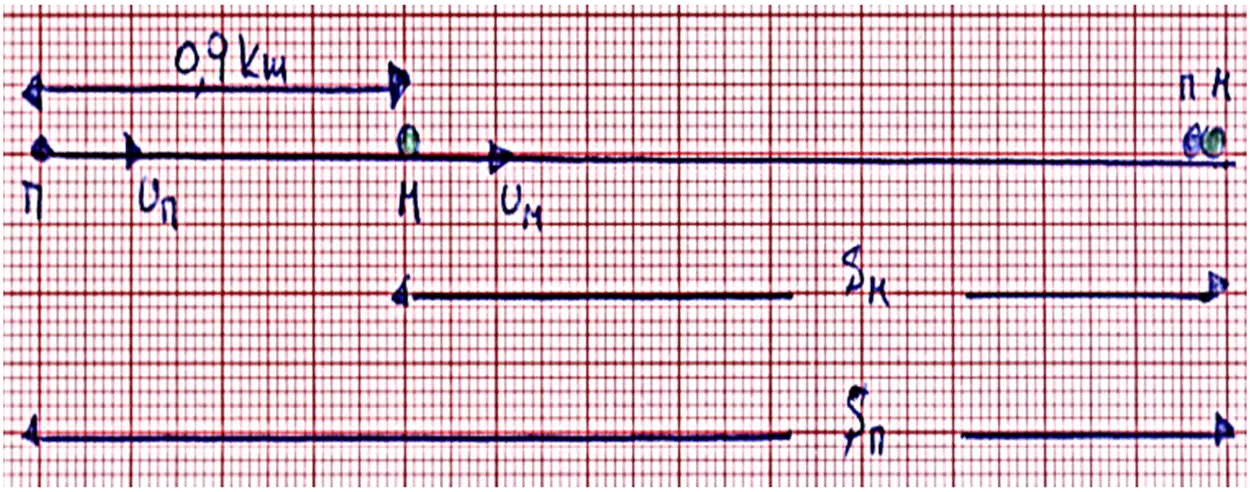
Και τα δυο κινητά εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Προκειμένου να συναντηθούν, πρέπει το περιπολικό να διανύσει όση απόσταση διανύσει η μηχανή, αυξημένη κατά την απόσταση $0,9\ km$ που τα χώριζε από την αρχή.

Δηλαδή $s_{\Pi} = s_{M} + 0,9$

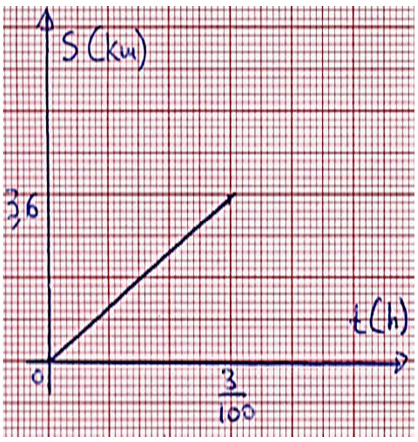
Επειδή τα δυο κινητά ξεκινούν την ίδια χρονική στιγμή και κινούνται συγχρόνως, μέχρι να συναντηθούν θα έχουν κινηθεί για το ίδιο χρονικό διάστημα.

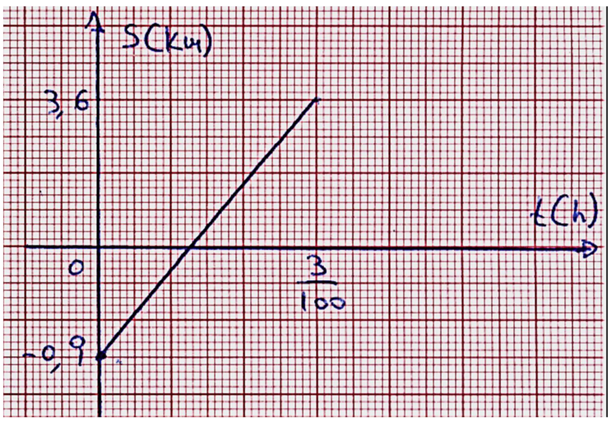
Άρα, $s_{\Pi} = s_{M} + 0,9 \Leftrightarrow 150\,t = 120\,t + 0,9 \Leftrightarrow 30\,t = \frac{9}{10} \Leftrightarrow t = \frac{3}{100}\,h$

Η απόσταση που θα διανύσει το περιπολικό είναι $s_{\Pi} = u_{\Pi}\,t = 15\cancel{0}\,\frac{km}{\cancel{h}}\,\frac{3}{10\cancel{0}}\,\cancel{h} = 4,5\,km$



Η απόσταση που θα διανύσει η μηχανή είναι $s_{M} = u_{M}\,t = 12\cancel{0}\,\frac{km}{\cancel{h}}\,\frac{3}{10\cancel{0}}\,\cancel{h} = 3,6\,km$





Άσκηση 7, Κεφάλαιο 2

Το βυτιοφόρο μήκους ℓ_1 θα έχει προσπεράσει τη νταλίκα μήκους ℓ_2, όταν έχει διανύσει απόσταση $\ell_1 + \ell_2$

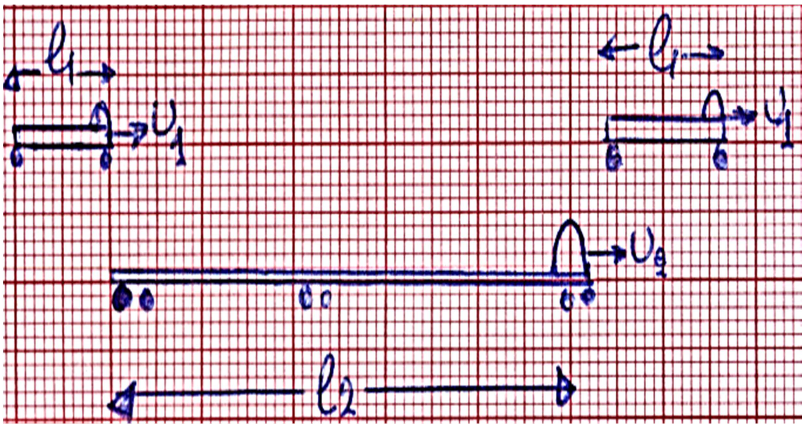
Όλα τα οχήματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

(α) $u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{u} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{20} = \frac{8\cancel{0}}{2\cancel{0}} = 4\,s$

(β) Επειδή $\vec{u}_1 \nearrow\nearrow \vec{u}_2$, είναι

$$\Delta u = u_1 - u_2 = (72 - 60)\,\frac{km}{h} = 12\,\frac{km}{h} = 12\,\frac{1.0\cancel{00}\,m}{3.6\cancel{00}\,s} = \frac{10}{3}\,\frac{m}{s}$$

Άρα, $\Delta u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{\Delta u} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{\frac{10}{3}} = \frac{8\cancel{0}}{\frac{1\cancel{0}}{3}} = 24\ s$



Άσκηση 8, Κεφάλαιο 2

Για το φως και τον ήχο που εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ισχύει ότι $u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow s = u\ t$

Άρα, αν η απόσταση μεταξύ κεραυνού– παρατηρητή είναι s, ισχύει ότι $\left.\begin{cases} s = u_{\text{ΗΧΟΥ}} \cdot (t+10) \\ s = c \cdot t \end{cases}\right\} c \cdot t = u_{\text{ΗΧΟΥ}} \cdot (t+10) \Leftrightarrow c \cdot t = u_{\text{ΗΧΟΥ}} \cdot t + 10 \cdot u_{\text{ΗΧΟΥ}} \Leftrightarrow$

$(c - u_{\text{ΗΧΟΥ}}) \cdot t = 10 \cdot u_{\text{ΗΧΟΥ}} \Leftrightarrow t = \frac{3.400}{c - u_{\text{ΗΧΟΥ}}} = \frac{3.400}{300.000.000 - 340} = \frac{340}{30.000.000 - 34} =$

$\frac{170}{15.000.000 - 17}$ sec

Άρα, η ζητούμενη απόσταση s δίνεται αντικαθιστώντας στον τύπο $s = c \cdot t$

$= 300.000.000 \frac{170}{15.000.000 - 17} = \frac{51 \cdot 10^9}{14.999.893} = 3.400\ m$

Άσκηση 9, Κεφάλαιο 2

Τις 2 πρώτες ώρες, το φορτηγό κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $u = 90\ \frac{km}{h}$ διανύει απόσταση $180\ km$

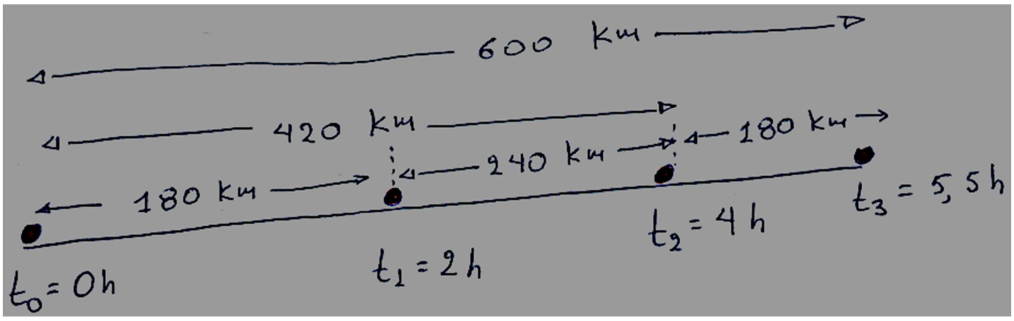
Τις επόμενες 2 ώρες, το φορτηγό κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $u = 120\ \frac{km}{h}$ διανύει απόσταση $240\ km$

Άρα, τις 4 πρώτες ώρες της κίνησης του, το φορτηγό έχει διανύσει $240\ km + 180\ km = 420\ km$

Απομένουν να διανυθούν άλλα $600\ km - 420\ km = 180\ km$ σε χρόνο $5,5\ h - 4\ h = 1,5\ h$

Άρα, η ταχύτητα που πρέπει να έχει δίνεται από τον τύπο

$u = \frac{s}{t} = \frac{180}{1,5}\frac{km}{h} = \frac{180}{\frac{3}{2}}\frac{km}{h} = 120\ \frac{km}{h}$



Άσκηση 10, Κεφάλαιο 2

$$S_{ΟΛΙΚΟ} = 4\cdot 5 + (10-5)\cdot 8 + (15-10)\cdot 2 = 20+40+10 = 70\ m$$

$$u_{\max} = 8\ \frac{m}{s}$$

$$\bar{u} = \frac{s_{ΟΛΙΚΟ}}{t_{ΟΛΙΚΟ}} = \frac{70}{15} = \frac{14}{3}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 11, Κεφάλαιο 2

$$u = \frac{s}{t} = \frac{6.0\cancel{00}}{2\cancel{00}}\ \frac{m}{s} = 30\frac{m}{s}$$

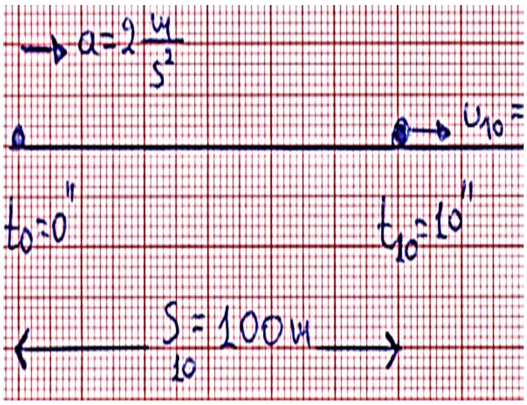
$$S = 1\ km = 1.000\ m$$

$$u = \frac{S}{t'} \Leftrightarrow t' = \frac{S}{u} = \frac{1.00\cancel{0}}{3\cancel{0}} = \frac{100}{3} = 33,\overline{3}\ s$$

Άσκηση 12, Κεφάλαιο 2

$$u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow s = u\ t = 200\ \frac{m}{\cancel{s}} 45\ \cancel{s} = 9.000\ m = 9\ km$$

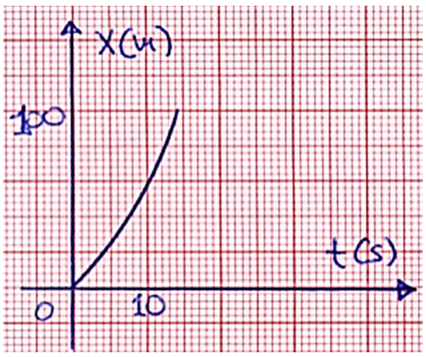
Άσκηση 13, Κεφάλαιο 2

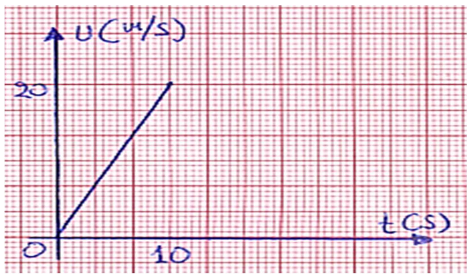


(α) $u_{10} = a\ t = 2\cdot 10 = 20\ \frac{m}{s}$

(β) $S_{10} = \frac{1}{2} a\cdot t^2 = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot \cancel{2}\cdot 100 = 100\ m$

(δ) $u = a\cdot t \Leftrightarrow t = \frac{u}{a} = \frac{40}{2} = 20\ s$





Άσκηση 14, Κεφάλαιο 2

(α) Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση το Α και ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα το Β

(β) – **(γ)** $u_A = \dfrac{dx_A}{dt} = 4 \ \dfrac{m}{s}$

$a_A = \dfrac{du_A}{dt} = 0 \ \dfrac{m}{s^2}$

$u_B = \dfrac{dx_B}{dt} = 3 + 2t$

$a_B = \dfrac{du_B}{dt} = 2 \ \dfrac{m}{s^2}$

(δ) $x_A = x_B \Leftrightarrow 4t = 3t + t^2 \Leftrightarrow 0 = t^2 - t \Leftrightarrow 0 = t(t-1) \Leftrightarrow t = \begin{cases} 0 \ s \\ 1 \ s \end{cases}$

$u_A = u_B \Leftrightarrow 4 = 3 + 2t \Leftrightarrow 1 = 2t \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{2} \ s$

Άσκηση 15, Κεφάλαιο 2

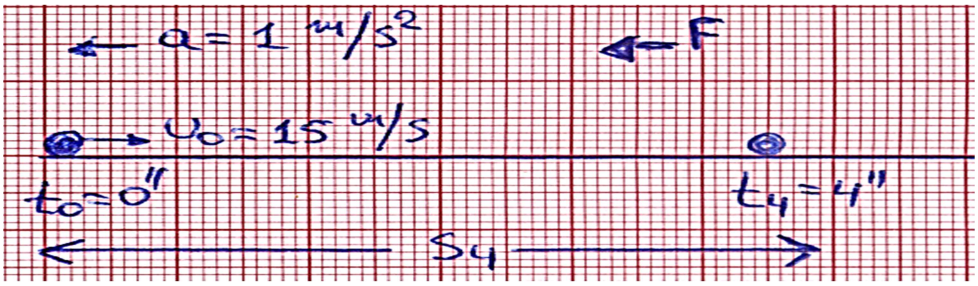
(α) $u = u_0 - at \Leftrightarrow 0 = u_0 - at \Leftrightarrow at = u_0 \Leftrightarrow t = \dfrac{u_0}{a} = \dfrac{10}{1} = 10 \ s$

$S_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = \dfrac{u_0^{\,2}}{2a} = \dfrac{10 \cdot 10}{2 \cdot 1} = \dfrac{100}{2} = 50 \ m$

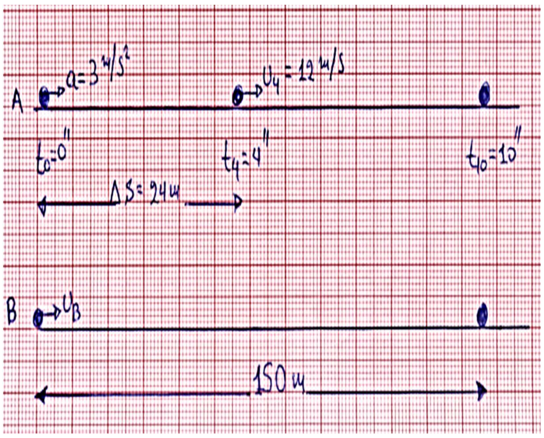
(β) $S_4 = u_0 \cdot t - \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 10 \cdot 4 - \dfrac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 = 32 \ m$

(γ) $u = u_0 - a't \Leftrightarrow 0 = u_0 - a't \Leftrightarrow a't = u_0 \Leftrightarrow a' = \dfrac{u_0}{t} = \dfrac{10}{5} = 2 \ \dfrac{m}{s^2}$

$S'_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = \dfrac{u_0^{\,2}}{2a'} = \dfrac{10 \cdot 10}{2 \cdot 2} = \dfrac{100}{4} = 25 \ m$



Άσκηση 16, Κεφάλαιο 2



Το 1^{o} κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_4 = 4 \ s$, που ξεκινά το 2^{o} κινητό, το 1^{o} έχει διανύσει απόσταση $\Delta s = \dfrac{1}{2} a_A t_4^{\,2} = \dfrac{1}{2} 3 \cdot 4^2 = 24 \ m$ και κινείται με ταχύτητα $u_4 = a_A \cdot t_4 = 3 \cdot 4 = 12 \ \dfrac{m}{s}$

Το 2^o κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

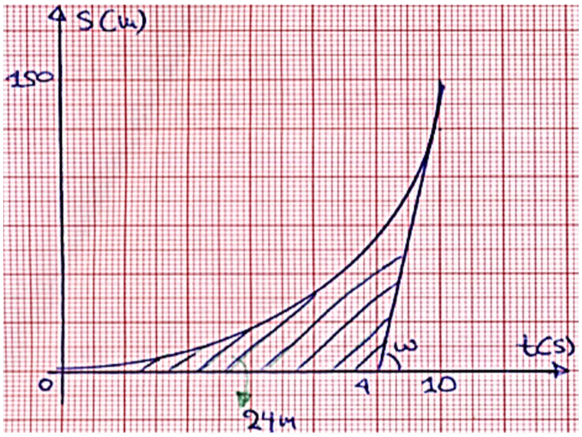
Προκειμένου να συναντηθούν τα δυο κινητά, τη χρονική στιγμή $t_{10} = 10\ s$, έξι δευτερόλεπτα μετά την έναρξη της κίνησης του δευτέρου κινητού, πρέπει

$$s_B = \Delta s + s_A \Leftrightarrow u_B \cancel{6} = 24 + 12\cdot\cancel{6} + \frac{1}{2}3\cdot 6\cdot\cancel{6} \Leftrightarrow u_B = 4 + 12 + \frac{1}{2}3\cdot 6 \Leftrightarrow u_B = 25\ m$$

Το συνολικό διάστημα που διανύει το 2^o κινητό κατά τη διάρκεια των 6 δευτερολέπτων που διαρκεί η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση του είναι $s_B = u_B 6 = 25\cdot 6 = 150\ m$

Αντιστοίχως, το συνολικό διάστημα που διανύει το 1^o κινητό, κατά τη διάρκεια των 10 δευτερολέπτων της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης χωρίς αρχική ταχύτητα, κίνησης του, είναι $s_A = \frac{1}{2}a_A 10^2 = \frac{1}{2}3\cdot 100 = 150\ m$

Στο σχήμα είναι $tan\hat{\omega} = \frac{150}{6} = \frac{50}{2} = 25$



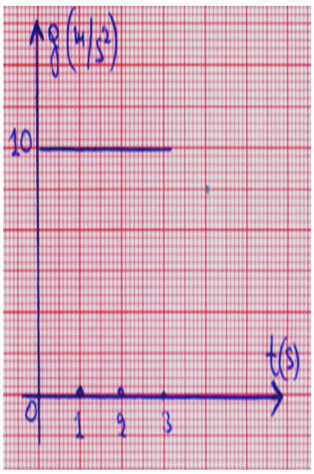
Άσκηση 17, Κεφάλαιο 2

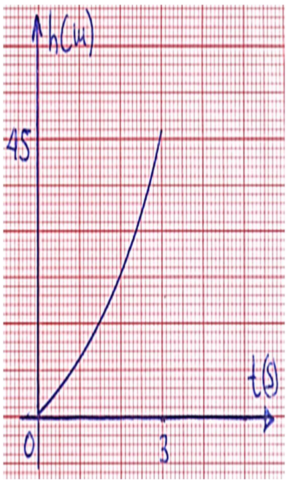
(α) $h = \frac{1}{2}g\cdot t^2 = \frac{1}{2}10\cdot 9 = 45\ m$, $u = g\cdot t = 10\cdot 3 = 30\ \frac{m}{s}$

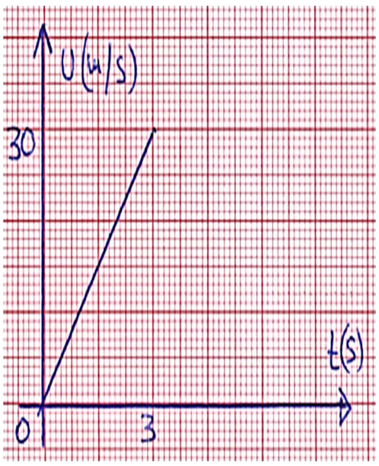
(β) $a = \frac{\Delta u}{\Delta t}$

$$x = \frac{1}{2}10\cdot t^2 = 5t^2,\ \ u(x) = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = \left(5t^2\right)' = 10t,\ \ u(2) = 20\ \frac{m}{s}$$

$$a\left(x\right) = \dot{u} = \frac{du}{dt} = 10,\ \ a\left(2\right) = 10$$







Άσκηση 18, Κεφάλαιο 2

(α) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Όταν φτάσει στο μέγιστο σημείο ανόδου, θα είναι $u = 0$

Άρα, $u = u_0 - gt \Leftrightarrow 0 = u_0 - gt \Leftrightarrow u_0 = gt \Leftrightarrow t = \frac{u_0}{g} = \frac{50}{10} = 5\ \frac{m}{s}$

Το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το σώμα υπολογίζεται από τον τύπο

$$h_{\max} = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 50 \cdot 5 - \frac{1}{2} 10 \cdot 5 \cdot 5 = 250 - 125 = 125\ m$$

(β) Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, προκύπτει ότι η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει το σώμα στο σημείο βολής, ισούται με την ταχύτητα που είχε όταν ρίχθηκε κατακόρυφα προς τα πάνω δηλαδή, $u_0 = 50\ \frac{m}{s}$

(γ) Από τη θεωρία γνωρίζουμε ότι ο χρόνος ανόδου ισούται με το χρόνο καθόδου, άρα $t = 5\ s$

2ος τρόπος $2h = g \cdot t^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2h}{g} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 125}{10}} = \sqrt{25} = 5\ s$

Άσκηση 19, Κεφάλαιο 2

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας προκύπτει ότι

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot u^2 \Leftrightarrow u^2 = 2g \cdot h \Leftrightarrow g = \frac{u^2}{2h} = \frac{44,3 \cdot 44,3}{200} = \frac{4,43 \cdot 4,43}{2} = \frac{19,6249}{2} = 9,81\ \frac{m}{s^2}$$

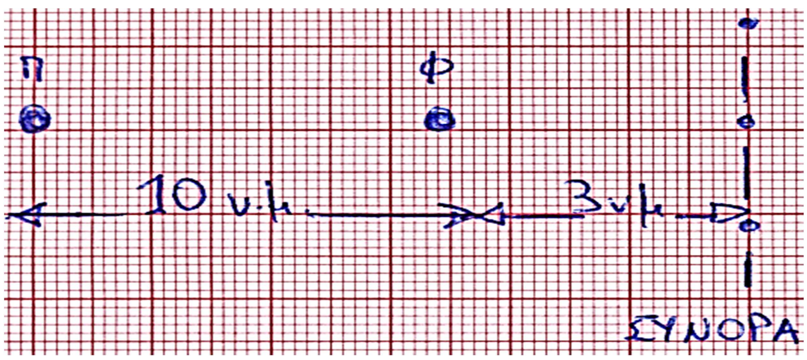
Άρα, το πείραμα έλαβε χώρα στην Ελλάδα.

Άσκηση 20, Κεφάλαιο 2

$u_\Pi = 40\ \frac{miles}{h}$

$u_\Phi = 20\ \frac{miles}{h}$

$u_\Pi{}' = 50\ \frac{miles}{h}$



(α) Προκειμένου το περιπολικό να προλάβει το φορτηγό, πρέπει να διανύσει την απόσταση που τα χωρίζει, δηλαδή τα 10 μίλια και επιπλέον όση απόσταση έχει στο μεταξύ διανύσει το φορτηγό.

Άρα, $s_\Pi = s_\Phi + 10 \Leftrightarrow 4\cancel{0}t = 2\cancel{0}t + 1\cancel{0} \Leftrightarrow 4t = 2t + 1 \Leftrightarrow 2t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}\ h$

Άρα, κινούμενο με τη μέγιστη ταχύτητα, το περιπολικό θα συναντήσει το φορτηγό σε μισή ώρα.

Στο χρονικό διάστημα όμως αυτής της μισής ώρας το φορτηγό έχει διανύσει απόσταση $s_\Phi = u_\Phi \cdot t = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10\ miles$

Άρα, το φορτηγό θα έχει βγει από τα σύνορα και θα μπει κατά επτά μίλια στα σύνορα γειτονικής χώρας.

(**β**) Αν το περιπολικό κινούνταν ταχύτερα με ταχύτητα 50 κόμβων, θα συναντούσε το φορτηγό σε χρόνο $5\cancel{0}t' = 2\cancel{0}t' + 1\cancel{0} \Leftrightarrow 5t' = 2t' + 1 \Leftrightarrow 3t' = 1 \Leftrightarrow t' = \frac{1}{3}\ h$

Όμως και πάλι το φορτηγό θα είχε περάσει τα σύνορα από τα οποία απείχε τρία μίλια, καθόσον στο χρόνο t' θα είχε διανύσει απόσταση: $s'_{\Phi} = u_{\Phi} \cdot t' = 20 \cdot \frac{1}{3} = 6,\bar{6}\ miles$

Άσκηση 21, Κεφάλαιο 2

Κάθε ώρα που περνά, το πλοία πλησιάζουν το ένα το άλλο μειώνοντας τη μεταξύ τους απόσταση κατά 55 $\nu.\mu.$

Θα συναντηθούν τη χρονική στιγμή $u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow 55 = \frac{150}{t} \Leftrightarrow 11 = \frac{30}{t} \Leftrightarrow t = \frac{30}{11}\ h$

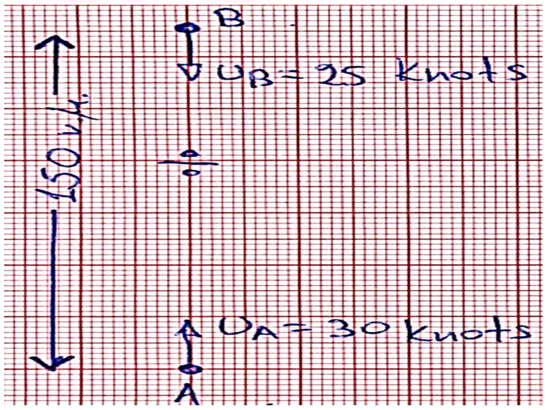
Οι αντίστοιχες μετατοπίσεις τους, από την αρχική τους θέση, τη στιγμή της συναντήσεως τους είναι

$$\left.\begin{cases} s_A = u_A \cdot t = 30\frac{30}{11} = \frac{900}{11}\ \ \nu.\mu. \\ s_B = u_B \cdot t = 25\frac{30}{11} = \frac{750}{11}\ \ \nu.\mu. \end{cases}\right\} s_{\text{ολικό}} = s_A + s_B = \frac{900}{11} + \frac{750}{11} = \frac{1.650}{11} = 150\ \ \nu.\mu.$$

Μετά από $t = 20\ h$ τα πλοία A, B έχουν διανύσει, αντίστοιχα, αποστάσεις

$$\left.\begin{cases} s'_A = u_A \cdot 20 = 30 \cdot 20 = 600\ \ \nu.\mu. \\ s'_B = u_B \cdot 20 = 25 \cdot 20 = 500\ \ \nu.\mu. \end{cases}\right\}$$

Άρα, η μεταξύ τους απόσταση είναι: $600 + 500 - 150 = 1.100 - 150 = 950\ \ \nu.\mu.$



Άσκηση 22, Κεφάλαιο 2

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{9,81}} = 2\sqrt{\frac{2}{9,81}}\ s$$

$$u = g \cdot t = 9,81 \cdot 2\sqrt{\frac{2}{9,81}} = 2\sqrt{2}\sqrt{9,81}\ \ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 23, Κεφάλαιο 2

Είναι $u_0 = 2\ knots = 2\ \frac{\nu.\mu.}{h} = 2\ \frac{1.856}{3.600}\ \frac{m}{\text{s}} = \frac{1.856}{1.800}\ \frac{m}{\text{s}} = 1,03\bar{1}\ \frac{m}{\text{s}}$

α) $s = \frac{u_0^{\ 2}}{2a} = \frac{\left(1,03\bar{1}\right)^2}{2\frac{1}{2}} = \left(1,03\bar{1}\right)^2 = 1,063\ m$

β) $0 = u_0 - at \Leftrightarrow u_0 = at \Leftrightarrow t = \dfrac{u_0}{a} = \dfrac{\dfrac{1.856}{1.800}}{\dfrac{1}{2}} = \dfrac{2 \cdot 1.856}{1.800} = \dfrac{1.856}{900} = 2{,}06\overline{2}\ s$

Άσκηση 24, Κεφάλαιο 2

Τα σήματα υπερήχων εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, άρα $t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} = t_{\text{ΚΑΘΟΔΟΥ}} = \dfrac{t_{\text{ΟΛ}}}{2} = \dfrac{3}{20}\ s$

Άρα, $u = \dfrac{s}{t} \Leftrightarrow s = u \cdot t = 1.53\cancel{0} \cdot \dfrac{3}{2\cancel{0}} = 153 \cdot \dfrac{3}{2} = \dfrac{459}{2} = 229{,}5\ m$

Άσκηση 25, Κεφάλαιο 2

$$\left.\begin{aligned} F_K &= m\frac{u^2}{r} \\ F_K &= B \\ B &= m \cdot g \end{aligned}\right\} \Rightarrow \cancel{m}\frac{u^2}{r} = \cancel{m} \cdot g \Rightarrow \frac{u^2}{r} = g \Rightarrow u = \sqrt{r \cdot g} = \sqrt{6.400.001 \cdot 10}\ \frac{m}{s}$$

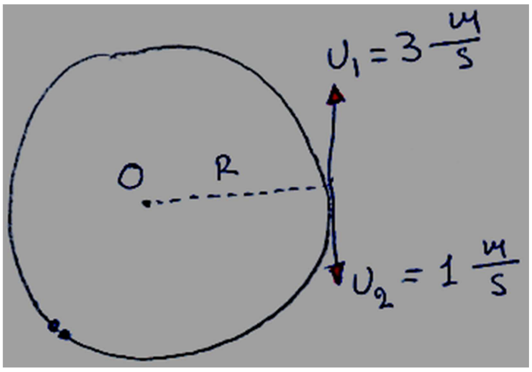
Άσκηση 26, Κεφάλαιο 2

Είναι $t_2 = t_1 + 5 \Leftrightarrow t_1 = t_2 - 5$.

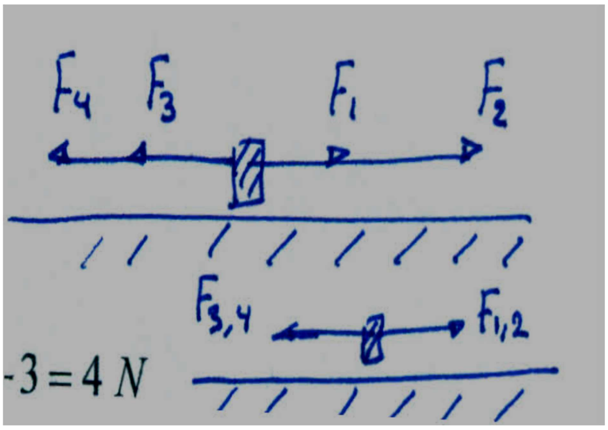
Προκειμένου να συναντηθούν τα δυο κινητά πρέπει

$s_1 + s_2 = 2\pi R \Leftrightarrow u_1 \cdot t_1 + u_2 \cdot t_2 = 2\pi \cdot 10 \Leftrightarrow 3 \cdot t_1 + 1 \cdot t_2 = 20\pi \Leftrightarrow$

$3(t-5) + t = 20\pi \Leftrightarrow 3t - 15 + t = 20\pi \Leftrightarrow 4t = 20\pi + 15 \Leftrightarrow t = 5\pi + \dfrac{15}{4}\ s$



Άσκηση 1, Κεφάλαιο 3



(α) $\vec{F}_1 \nearrow\nearrow \vec{F}_2$

$\vec{F}_3 \nearrow\nearrow \vec{F}_4$

$F_{1,2} = 1 + 2 = 3\ N$

$F_{3,4} = 3 + 4 = 7\ N$

$F_{1,2,3,4} = 7 - 3 = 4\ N$

(β) $\vec{F}_1 \nearrow\nearrow \vec{F}_2 \nearrow\nearrow \vec{F}_3$

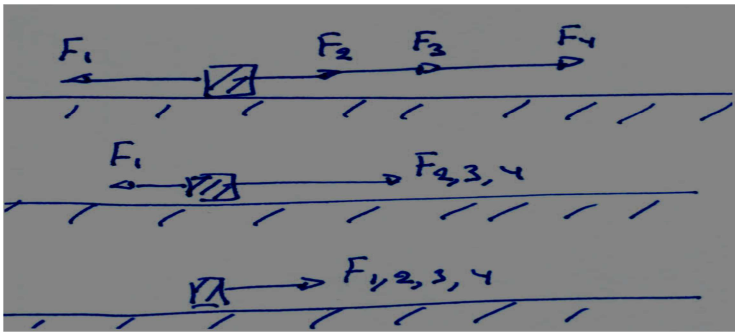
$F_{1,2,3} = 1 + 2 + 3 = 6\ N$

$F_{1,2,3,4} = 6 - 4 = 2\ N$

(γ) $\vec{F}_2 \nearrow\nearrow \vec{F}_3 \nearrow\nearrow \vec{F}_4$

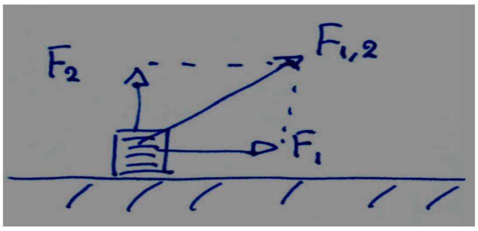
$F_{2,3,4} = 2 + 3 + 4 = 9\ N$

$F_{1,2,3,4} = 9 - 1 = 8\ N$



Άσκηση 2, Κεφάλαιο 3

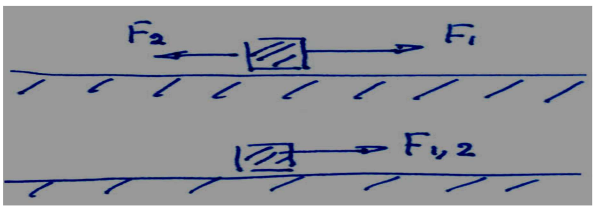
$$\left.\begin{array}{l} \vec{F}_1 \nearrow\nearrow \vec{F}_2 \\ F_1 = 3\ N \\ F_1 + F_2 = 5\ N \end{array}\right\} F_2 = 2\ N \qquad \vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$$



$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}\ N$$

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 3

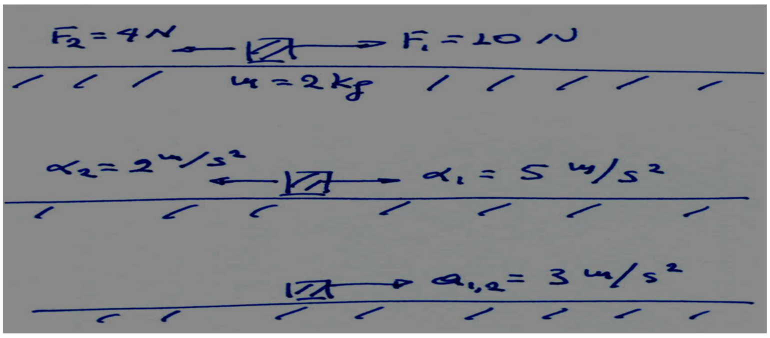
$$\left.\begin{array}{l} \vec{F}_1 \nearrow\swarrow \vec{F}_2 \\ F_1 = 10\ N \\ F_2 = 4\ N \end{array}\right\} F_{1,2} = 10 - 4 = 6\ N$$



Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα.

$$a = \frac{F_{1,2}}{m} = \frac{6}{2} = 3\ \frac{m}{s^2} = 3\ \frac{\frac{m}{s}}{s}$$

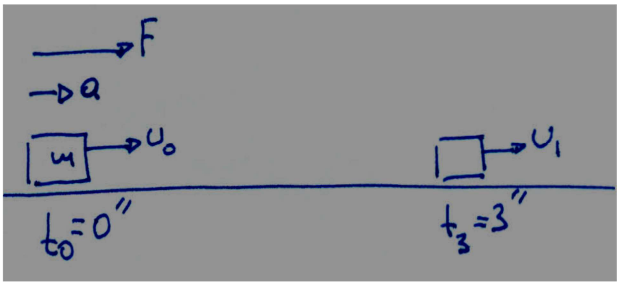
$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 5 \cdot 5 = \frac{75}{2} = 37{,}5\ m$$



Άσκηση 4, Κεφάλαιο 3

$$\left.\begin{aligned} u_0 &= 10\ \frac{m}{s} \\ u_1 &= 25\ \frac{m}{s} \end{aligned}\right\} \Delta u = 15\ \frac{m}{s}$$

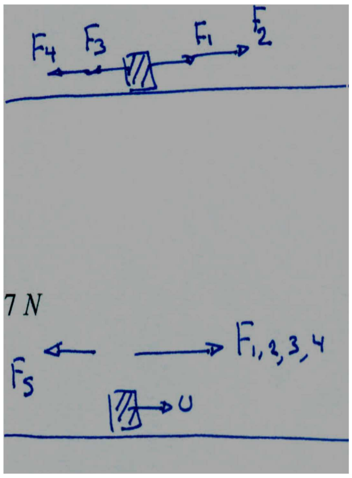
$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{15}{3} = 5\ \frac{m}{s^2}$$



$$F = ma = 4 \cdot 5 = 20\ N$$

Άσκηση 5, Κεφάλαιο 3

$$\left.\begin{aligned} &\left.\begin{aligned} &\vec{F_1} \nearrow\nearrow \vec{F_2} \\ &F_1 = F_2 = 8\ N \end{aligned}\right\} F_{1,2} = 8 + 8 = 16\ N \\ &\left.\begin{aligned} &\vec{F_3} \nearrow\nearrow \vec{F_4} \\ &F_3 = 4\ N \\ &F_4 = 5\ N \end{aligned}\right\} F_{3,4} = 4 + 5 = 9\ N \end{aligned}\right\} F_{1,2,3,4} = 16 - 9 = 7\ N$$



(**α**) Αφού το σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, άρα η επιτάχυνση του είναι μηδέν, οπότε η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν.

Άρα, πρέπει να ασκείται στο σώμα και μία επιπλέον δύναμη η $F_5 = 7\ N$ για την οποία ισχύει ότι $\vec{F_5} \nearrow\nearrow \vec{F_3} \nearrow\nearrow \vec{F_4}$ και $\vec{F_5} \nearrow\swarrow \vec{F_1} \nearrow\nearrow \vec{F_2}$

(**β**) $u = \dfrac{s}{t} \Leftrightarrow s = ut = 5 \cdot 60 = 300\ m$

(**γ**) $u = \dfrac{s'}{t'} \Leftrightarrow t' = \dfrac{s'}{u} = \dfrac{1.000}{5} = 200\ s$

Άσκηση 6, Κεφάλαιο 3

$B = mg = 8 \cdot 10 = 80\ N$

$\vec{F} \nearrow \swarrow \vec{B}$

$\Sigma\vec{F} = \vec{F} + \vec{B}$

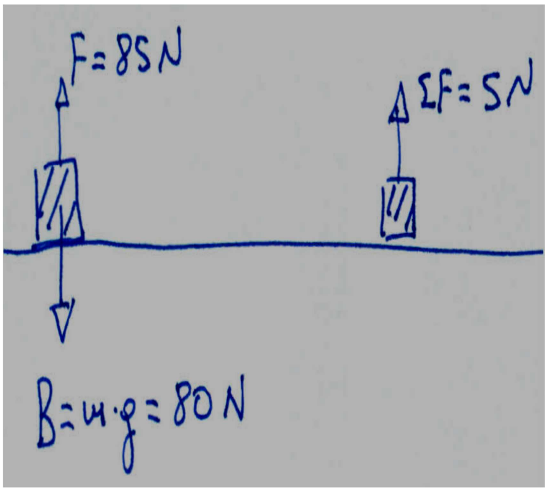
$\Sigma F = F - B = 85 - 80 = 5\ N$

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{5}{8}\ \frac{m}{s^2}$

$u = at = \frac{5}{8}4 = \frac{5}{2}\frac{m}{s}$

$h = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{8}4\cdot 4 = 5\ m$



Άσκηση 7, Κεφάλαιο 3

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα u_0 και επιβράδυνση $a = \frac{F}{m} = \frac{5}{8}\ \frac{m}{s^2}$

(**α**) Αφού το σώμα σταματά μετά από χρόνο $t = 8\ s$ ισχύει ότι

$$u = u_0 - at \Leftrightarrow 0 = u_0 - at \Leftrightarrow u_0 = at = \frac{5}{\cancel{8}}\cancel{8} = 5\ \frac{m}{s}$$

(**β**) Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα μέχρι να σταματήσει είναι

$$s_{\text{ΟΛ}} = \frac{u_0^2}{2a} = \frac{5\cdot\cancel{5}}{2\frac{\cancel{5}}{8}} = \frac{5\cdot 8}{2} = 20\ m$$

(**γ**) Αφού το σώμα ακινητοποιείται μετά από χρόνο $t = 8\ s$, εφόσον εξακολουθεί να του ασκείται η σταθερή δύναμη F, θα αρχίσει να κινείται προς τα αριστερά εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Άσκηση 8, Κεφάλαιο 3

Το βάρος του σώματος είναι $B = mg = 100\cdot 10 = 1.000\ N$

Κατά τον κατακόρυφο άξονα, στο σώμα ασκούνται το βάρος του B και η κατακόρυφη αντίδραση του εδάφους N

Αφού το σώμα ακινητεί, είναι $N = B = 1.000\ N$

Κατά τον οριζόντιο άξονα, στο σώμα ασκούνται η οριζόντια δύναμη F και δύναμη της τριβής.

Εφόσον το σώμα ακινητεί, πρόκειται για στατική τριβή μέτρου ιδίου με αυτό της δύναμης F

Δηλαδή $T_{\text{ΣΤΑΤ}} = 50\ N$

Για το μέτρο της δύναμης της τριβής ισχύει ότι $T = \mu N = \frac{1}{2}1.000 = 500\ N$

Αν στο σώμα ασκηθεί οριζόντια δύναμη $F > 500\ N$ αυτό θα κινηθεί.

Αν όμως του ασκηθεί δύναμη $F \le 500\ N$ αυτό θα εξακολουθήσει να ακινητεί.

Άρα, η μέγιστη τιμή που λαμβάνει η δύναμη F, προκειμένου το σώμα να μην αρχίσει να κινείται, είναι $F_{MAX} = 500\ N$

Άσκηση 9, Κεφάλαιο 3

Το βάρος του σώματος είναι $B = mg = 2 \cdot 10 = 20\ N$

Στον κατακόρυφο άξονα, στο σώμα ασκούνται το βάρος του B και η αντίδραση N του εδάφους.

Αφού το σώμα ακινητεί στον κατακόρυφο άξονα, είναι $B = N = 20\ N$

Στον οριζόντιο άξονα, στο σώμα ασκούνται η δύναμη F και η δύναμη T της τριβής (διότι το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο).

Αφού το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = 8\ \frac{m}{s}$, ισχύει ότι $T = F = 10\ N$

Επιπλέον, για το μέτρο της δύναμης της τριβής ισχύει ότι $T = \mu \cdot N = \mu \cdot B = \mu \cdot 20$. Άρα, είναι $\mu \cdot 20 = 10 \Leftrightarrow \mu = \frac{1}{2}$

Το σώμα, αφού κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = 8\ \frac{m}{s}$, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Άρα, σε χρόνο $t = 6\ s$ διανύει απόσταση $s = ut = 8\ \frac{m}{\cancel{s}} \cdot 6\ \cancel{s} = 48\ m$

Άσκηση 10, Κεφάλαιο 3

Στον κατακόρυφο άξονα, στο σώμα ασκούνται το βάρος του B και η αντίδραση N του εδάφους.

Για τα μέτρα των δυνάμεων αυτών ισχύει ότι $B = mg = m \cdot 10$, $N = B = m \cdot 10$

Στον οριζόντιο άξονα, η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι η δύναμη T της τριβής.

Για το μέτρο της δύναμης T ισχύει ότι $T = \mu N = \frac{8}{10\cancel{0}} m \cdot 1\cancel{0} = \frac{8}{10} m$

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής ($2^{ος}$ νόμος του Νεύτωνα) ισχύει ότι

$$\Sigma F = T \Leftrightarrow \cancel{m} \cdot a = \frac{8}{10} \cancel{m} \Leftrightarrow a = \frac{8}{10}\ \frac{m}{s^2}$$

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Για το συνολικό διανυθέν διάστημα μέχρι να σταματήσει ισχύει ότι

$$s = \frac{u_0^{\ 2}}{2a} \Leftrightarrow u_0^{\ 2} = 2as \Leftrightarrow u_0 = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot \frac{8}{10} \cdot 250} = \sqrt{2 \cdot 8 \cdot 25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 11, Κεφάλαιο 3

Το βάρος του σώματος είναι $B = mg = 200 \cdot 10 = 2.000\ N$

Από το σχήμα της άσκησης, προκύπτει ότι

$$\sin\hat{\theta} = \frac{F_y}{F} \Leftrightarrow F_y = F \sin\hat{\theta} = 200 \frac{1}{2} = 100\ N$$

$$\cos\hat{\theta} = \frac{F_x}{F} \Leftrightarrow F_x = F \cos\hat{\theta} = 200 \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}\ N$$

Αφού το σώμα ακινητεί, για τις δυνάμεις που βρίσκονται στην διεύθυνση του κατακόρυφου άξονα, ισχύει σύμφωνα με τους νόμους του Νεύτωνα ότι

$$B = F_K + F_y \Leftrightarrow 2.000 = F_K + 100 \Leftrightarrow F_K = 1.900\ N$$

Για το μέτρο της δύναμης της τριβής ισχύει ότι $T = \mu \cdot F_K = \mu \cdot 1.900$

Αφού το σώμα ακινητεί, σύμφωνα με τους νόμους του Νεύτωνα, για τις δυνάμεις F_x, T που βρίσκονται στον οριζόντιο άξονα, ισχύει ότι

$$F_x = T \Leftrightarrow 100\sqrt{3} = T \Leftrightarrow 1\cancel{00}\sqrt{3} = \mu \cdot 1.9\cancel{00} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \mu \cdot 19 \Leftrightarrow \mu = \frac{\sqrt{3}}{19}$$

Άσκηση 12, Κεφάλαιο 3

Το βάρος του σώματος είναι $B = mg = 5 \cdot 10 = 50\ N$

Η ανάλυση της δύναμης του βάρους B σε δυο συνιστώσες, μία οριζόντια κατά τη διεύθυνση της κίνησης B_x και μία με κατεύθυνση κάθετη στην ευθεία της κίνησης, B_y δίνει

$$B_x = B \sin\hat{\varphi} = 50\frac{1}{2} = 25\ N \text{ και}$$

$$B_y = B \cos\hat{\varphi} = 50\frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}\ N$$

(**α**) Αφού το σώμα κατεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα, από τους νόμους του Νεύτωνα προκύπτει ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν.

Δηλαδή $\Sigma F = 0$

Άρα, $\Sigma F_x = 0$ και $\Sigma F_y = 0$

(**β**) Από τη σχέση $\Sigma F_x = 0$ προκύπτει ότι $T = B_x = 25\ N$

(**γ**) Από τη σχέση $\Sigma F_y = 0$ προκύπτει ότι $F_k = B_y = 25\sqrt{3}\ N$, όπου F_k είναι η αντίδραση του εδάφους.

Για το μέτρο της δύναμης της τριβής προκύπτει ότι

$$T = \mu \cdot F_k = \mu \cdot B_y = \mu \cdot 25 \cdot \sqrt{3}$$

Άρα, $\left.\begin{cases} T = 25 \\ T = \mu \cdot 25 \cdot \sqrt{3} \end{cases}\right\} \mu \cdot 25 \cdot \sqrt{3} = 25 \Leftrightarrow \mu = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Άσκηση 13, Κεφάλαιο 3

$$p = mu \Leftrightarrow m = \frac{p}{u} = \frac{450.000}{30} = 15.000\ kg$$

$$F_k = m\frac{u^2}{R} = 15.000\frac{30 \cdot 30}{250} = 60 \cdot 900 = 54.000\ N$$

Άσκηση 14, Κεφάλαιο 3

(**α**) Όταν το όχημα ακινητεί ισχύει ότι $P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = P_{\text{ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ}} + P_{\text{ΒΛΗΜΑΤΟΣ}} = 0 + 0 = 0$

Μετά την εκτόξευση του βλήματος, ισχύει ότι

$$P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} = P_{\text{ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ}} + P_{\text{ΒΛΗΜΑΤΟΣ}} = M_{\text{Π}} \cdot u_{\text{Π}} + m_{\text{Β}} \cdot u_{\text{Β}} = 30.000 \cdot u_{\text{Π}} + 100 \cdot 300$$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής προκύπτει ότι

$$P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} \Leftrightarrow 0 = 3\cancel{0}.\cancel{000} \cdot u_{\Pi} + 1\cancel{00} \cdot 3\cancel{00} \Leftrightarrow 0 = 3 \cdot u_{\Pi} + 3 \Leftrightarrow u_{\Pi} = -1\ \frac{m}{s}$$

(**β**) Όταν το όχημα έχει ταχύτητα $u = -10\ \frac{m}{s}$ ισχύει ότι

$$P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = P_{\text{ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ}} + P_{\text{ΒΛΗΜΑΤΟΣ}} = \left(M_{\Pi} + m_{\text{B}}\right)u = 30.100 \cdot (-10)$$

Μετά την εκτόξευση του βλήματος, ισχύει ότι

$$P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} = P_{\text{ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ}} + P_{\text{ΒΛΗΜΑΤΟΣ}} = M_{\Pi} \cdot u'_{\Pi} + m_{\text{B}} \cdot u_{\text{B}} = 30.000 \cdot u'_{\Pi} + 100 \cdot 300$$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής προκύπτει ότι

$$P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} \Leftrightarrow 30.1\cancel{00} \cdot \left(-1\cancel{0}\right) = 30.\cancel{000} \cdot u'_{\Pi} + 1\cancel{00} \cdot 30\cancel{0}$$

$$\Leftrightarrow -301 = 30 \cdot u'_{\Pi} + 30 \Leftrightarrow -331 = 30 \cdot u'_{\Pi} \Leftrightarrow u'_{\Pi} = -\frac{331}{30} = -11{,}0\overline{3}$$

Άσκηση 15, Κεφάλαιο 3

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \cdot \Delta u}{\Delta t} = \frac{1.50\cancel{0} \cdot \frac{1}{\cancel{2}\cancel{0}}}{\frac{1}{\cancel{2}}} = 150\ N$$

Άσκηση 16, Κεφάλαιο 3

Το βάρος του πυραύλου είναι $B = m_{\text{ΠΥΡ}} \cdot g = 10.000 \cdot 10 = 100.000\ N$

Η ανυψωτική δύναμη είναι $F = \frac{p}{t} = \frac{m_{\text{ΑΕΡ}} \cdot u}{t} = \frac{m_{\text{ΑΕΡ}} \cdot 250}{1} = 250 \cdot m_{\text{ΑΕΡ}}$

Για να καταφέρει να ανυψωθεί ο πύραυλος, πρέπει

$F > B \Leftrightarrow 250 \cdot m_{\text{ΑΕΡ}} > 100.000 \Leftrightarrow m_{\text{ΑΕΡ}} > 400$

Άρα, πρέπει να φεύγουν τουλάχιστον $400\ kg$ αερίων ανά sec, ώστε να αρχίσει ο πύραυλος να ανυψώνεται.

Άσκηση 17, Κεφάλαιο 3

$$P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = m \cdot u_1 = \frac{1}{20}(-20) = -1\ kg\frac{m}{s}$$

$$P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} = m \cdot u_2 = \frac{1}{20}25 = \frac{5}{4}\ kg\frac{m}{s}$$

$$\Delta P = P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} - P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = \frac{5}{4} - (-1) = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4}\ kg\frac{m}{s}$$

$$\overline{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{\frac{9}{4}\ kg\frac{m}{s}}{1\ s} = \frac{9}{4}\ N$$

Άρα, η μέση δύναμη που ασκεί ο τενίστας, στο μπαλάκι, ανά δευτερόλεπτο, είναι $\overline{F} = \frac{9}{4}\ N$

Άσκηση 18, Κεφάλαιο 3

Είναι $x_2 = 0{,}05\ cm = \frac{5}{100}\ cm = \frac{5}{100}\frac{1}{100}\ m$

$$F = kx \Leftrightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{20}{\frac{2}{10}} = \frac{200}{2} = 100\ \frac{N}{m}$$

$$F' = kx' \Leftrightarrow x' = \frac{F'}{k} = \frac{15}{100} = 0{,}15\ m$$

$$B = k \cdot x_2 = 100 \frac{5}{100}\frac{1}{100} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}\ N$$

Άσκηση 19, Κεφάλαιο 3

$$\Delta\ell = \frac{F}{s}\frac{1}{Y}\ell = \frac{10.000}{\frac{1}{1.000}}\frac{1}{5\cdot 10^{10}}\ell = \frac{10^7}{5\cdot 10^{10}}\ell = \frac{\ell}{5.000}$$

Άσκηση 20, Κεφάλαιο 3

1η περίπτωση

Έστω ότι η ράβδος είναι στερεωμένη στο σταθερό και ακλόνητο σημείο O, γύρω από το οποίο μπορεί να περιστρέφεται.

Οι δυνάμεις F_1, F_2 έχουν σκοπό να περιστρέψουν τη ράβδο αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού (αρνητική φορά κίνησης).
Για τις ροπές τους ισχύει ότι

$$\tau_{1,2} = \tau_1 + \tau_2 = F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 7 = 1 \cdot 3 + 6 \cdot 7 = 3 + 42 = 45\ N \cdot m$$

Οι δυνάμεις F_3, F_4 έχουν σκοπό να περιστρέψουν τη ράβδο σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού (θετική φορά κίνησης).
Για τις ροπές τους ισχύει ότι

$$\tau_{3,4} = \tau_3 + \tau_4 = F_3 \cdot 2 + F_4 \cdot 10 = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 10 = 6 + 40 = 46\ N \cdot m$$

Η δύναμη B του βάρους της ράβδου ασκείται στο μέσον της και έχει σκοπό να την περιστρέψει σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού (θετική φορά κίνησης).
Για τη ροπή της ισχύει ότι $\tau_B = B \cdot 5 = 5 \cdot 5 = 25\ N \cdot m$

Για τη συνισταμένη των ροπών των F_3, F_4, B ισχύει ότι $\tau_{3,4,B} = \tau_{3,4} + \tau_B = 46 + 25 = 71\ N \cdot m$.

Για την ολική ροπή της ράβδου ισχύει ότι $\tau_{ΟΛ} = \tau_{3,4,\mathrm{B}} - \tau_{1,2} = 71 - 45 = 26\ N \cdot m$
Άρα, δεν ισορροπεί η ράβδος.

Προκειμένου να ισορροπεί η ράβδος, πρέπει να τοποθετήσουμε δύναμη $26\ N$ ομόρροπη των F_1, F_2 σε απόσταση $1\ m$ από το σημείο O **ή**

δύναμη $2{,}6\ N$ αντίρροπη των F_3, F_4, B στο σημείο εφαρμογής της F_4, **ή**

να αφαιρεθεί εξολοκλήρου η F_3 και ταυτόχρονα να μεταφερθεί το σημείο εφαρμογής της F_4 αριστερότερα κατά $5\ m$ προκειμένου να συμπίπτει με το σημείο εφαρμογής του βάρους, κ.ο.κ.

2η περίπτωση

Έστω ότι η ράβδος είναι στερεωμένη στο σταθερό και ακλόνητο σημείο από το οποίο διέρχεται το βάρος της B, γύρω από το οποίο μπορεί να περιστρέφεται, δηλαδή από το μέσον της.

Οι δυνάμεις F_2, F_3 έχουν σκοπό να περιστρέψουν τη ράβδο αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού (αρνητική φορά κίνησης).
Για τις ροπές τους ισχύει ότι

$$\tau_{2,3} = \tau_2 + \tau_3 = F_2 \cdot 2 + F_3 \cdot 3 = 6 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 12 + 9 = 21\ N \cdot m$$

Η ροπή του βάρους B της ράβδου είναι μηδέν διότι ο μοχλοβραχίονας που της αντιστοιχεί ισούται με το μηδέν.

Οι δυνάμεις F_1, F_4 έχουν σκοπό να περιστρέψουν τη ράβδο σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού (θετική φορά κίνησης).
Για τις ροπές τους ισχύει ότι

$$\tau_{1,4} = \tau_1 + \tau_4 = F_1 \cdot 2 + F_4 \cdot 5 = 1 \cdot 2 + 4 \cdot 5 = 2 + 20 = 22\ N \cdot m$$

Για την ολική ροπή της ράβδου ισχύει ότι $\tau_{ΟΛ} = \tau_{1,4} - \tau_{2,3} = 22 - 21 = 1\ N \cdot m$
Άρα, δεν ισορροπεί η ράβδος.

Προκειμένου να ισορροπεί η ράβδος, πρέπει να μετακινήσουμε το σημείο εφαρμογής της F_1 κατά $1\ m$ προς το μέσον της ράβδου, οπότε ο μοχλοβραχίονας που της αντιστοιχεί από $2\ m$ γίνεται $1\ m$

Άσκηση 21, Κεφάλαιο 3

Αφού η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών $\Sigma\tau$ είναι μηδέν, η στροφορμή L θα παραμένει σταθερή.

Άρα, από εφαρμογή του θεωρήματος των παραλλήλων αξόνων (ή θεώρημα Steiner) προκύπτει ότι

$$\mathrm{I} \cdot \omega = \mathrm{I}' \cdot \omega' \Leftrightarrow \mathrm{I} \cdot \omega = \left(\mathrm{I} + m \cdot r^2\right) \cdot \omega' \Leftrightarrow \mathrm{I} \cdot \omega = \mathrm{I} \cdot \omega' + m \cdot r^2 \cdot \omega' \Leftrightarrow$$

$$\mathrm{I}\left(\omega - \omega'\right) = m \cdot r^2 \cdot \omega' \Leftrightarrow \mathrm{I} = \frac{m \cdot r^2 \cdot \omega'}{\omega - \omega'} = \frac{\frac{\cancel{2}}{10\cancel{0}} \frac{\cancel{5}}{100} \frac{5}{100} \cancel{2 \cdot}\pi \cdot f'}{\cancel{2 \cdot}\pi \cdot f - \cancel{2 \cdot}\pi \cdot f'} = \frac{\frac{5}{100.000} f'}{f - f'} =$$

$$\frac{\frac{1}{20.00\cancel{0}} 8\cancel{0}}{90 - 80} = \frac{\frac{8}{2.000}}{10} = \frac{8}{20.000} = \frac{1}{2.500}\ kg \cdot m^2$$

Άσκηση 22, Κεφάλαιο 3

Αν F_X η οριζόντια και F_Y η κατακόρυφη συνιστώσα στις οποίες αναλύεται η δύναμη F με $\widehat{\left(F,\ F_X\right)} = \hat{\varphi} = 30^0$, είναι $\widehat{\left(F,\ F_X\right)} = 60^0$. Άρα

$$sin\ 30^0 = \frac{F_Y}{F} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{F_Y}{40} \Leftrightarrow F_Y = 20\ N$$

$$cos\ 30^0 = \frac{F_X}{F} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{F_X}{40} \Leftrightarrow F_X = \frac{\sqrt{3}}{2} 40 = 20\sqrt{3}\ N$$

Άσκηση 1, Κεφάλαιο 4

Είναι $u = 36\ \dfrac{km}{h} = 10\ \dfrac{m}{s}$

$K = \dfrac{1}{2}mu^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 10^8 \cdot 10 \cdot 10 = 5 \cdot 10^9\ J$

Άσκηση 2, Κεφάλαιο 4

Όταν $t = 0''$ τότε $u = 0\ \dfrac{m}{s}$ άρα $K = 0\,J$ και $U = m \cdot g \cdot h = 2 \cdot 10 \cdot 80 = 1.600\ J$

Όταν $t = 1''$ τότε $u_1 = g \cdot t = 10 \cdot 1 = 10\ \dfrac{m}{s}$ άρα $K_1 = \dfrac{1}{2}m \cdot u^2 = \dfrac{1}{2}2 \cdot 100 = 100\ J$

Επίσης $h_1 = \dfrac{1}{2}g \cdot t^2 = \dfrac{1}{2}10 \cdot 1 = 5\ m$ άρα $U_1 = m \cdot g\left(h - h_1\right) = 2 \cdot 10 \cdot 75 = 1.500\ J$

Όταν $t = 3''$ τότε $u_3 = g \cdot t = 10 \cdot 3 = 30\ \dfrac{m}{s}$ άρα $K_3 = \dfrac{1}{2}m \cdot u^2 = \dfrac{1}{2}2 \cdot 900 = 900\ J$

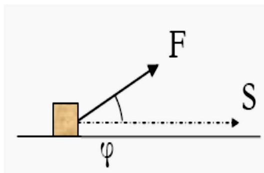
Επίσης $h_3 = \dfrac{1}{2}g \cdot t_3^2 = \dfrac{1}{2}10 \cdot 9 = 45\ m$ άρα $U_3 = m \cdot g\left(h - h_3\right) = 2 \cdot 10 \cdot 35 = 700\ J$

Όταν το σώμα φτάσει στο έδαφος είναι $h = 0$ άρα $U = m \cdot g \cdot 0 = 0\ J$

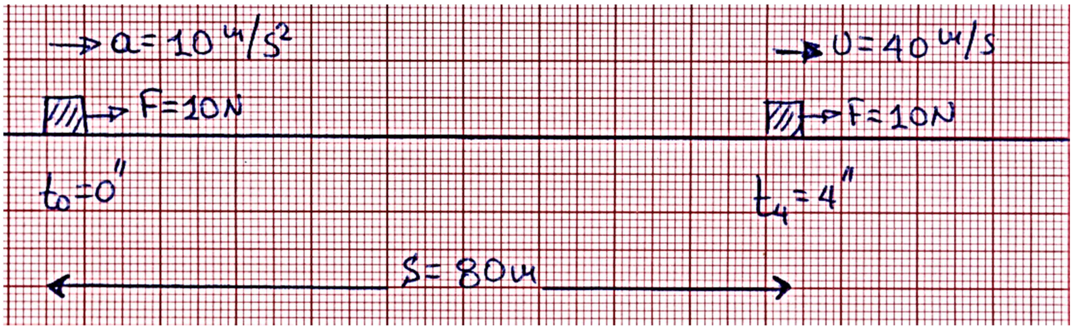
Επίσης όλη του η δυναμική ενέργεια έχει μετατραπεί σε κινητική ενέργεια, άρα $K = 1.600\ J$

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 4

$W = F \cdot s \cdot \cos\hat{\varphi} = 80 \cdot 30 \cdot \cos 30^0 = 2.400 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 1.200 \cdot \sqrt{3}\ J$



Άσκηση 4, Κεφάλαιο 4



Αφού το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, δεν υπάρχουν τριβές.

Άρα, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά τον οριζόντιο άξονα xx' είναι $F = 10\ N$

Το σώμα εκτελεί στον οριζόντιο άξονα ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{10}{1} = 10\ \dfrac{m}{s^2}$

$s = \dfrac{1}{2}a \cdot t^2 = \dfrac{1}{2}10 \cdot 4 \cdot 4 = 80\ m$

$u = a \cdot t = 10 \cdot 4 = 40\ \dfrac{m}{s}$

$$K = \frac{1}{2} m \cdot u^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 40 \cdot 40 = 800\ J$$

Άσκηση 5, Κεφάλαιο 4

Στο σώμα ασκούνται το βάρος του B, η αντίδραση του εδάφους N, η οριζόντια δύναμη F και η δύναμη T της τριβής διότι το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο.

Αφού το σώμα ακινητεί στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει ότι $\vec{B} + \vec{N} = \vec{0}$, άρα $B = N = 200\ N$

Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = 2\ \frac{m}{s}$, άρα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε σε χρόνο $t = 5\ s$ διανύει απόσταση $s = u \cdot t = 2 \cdot 5 = 10 \cdot m$

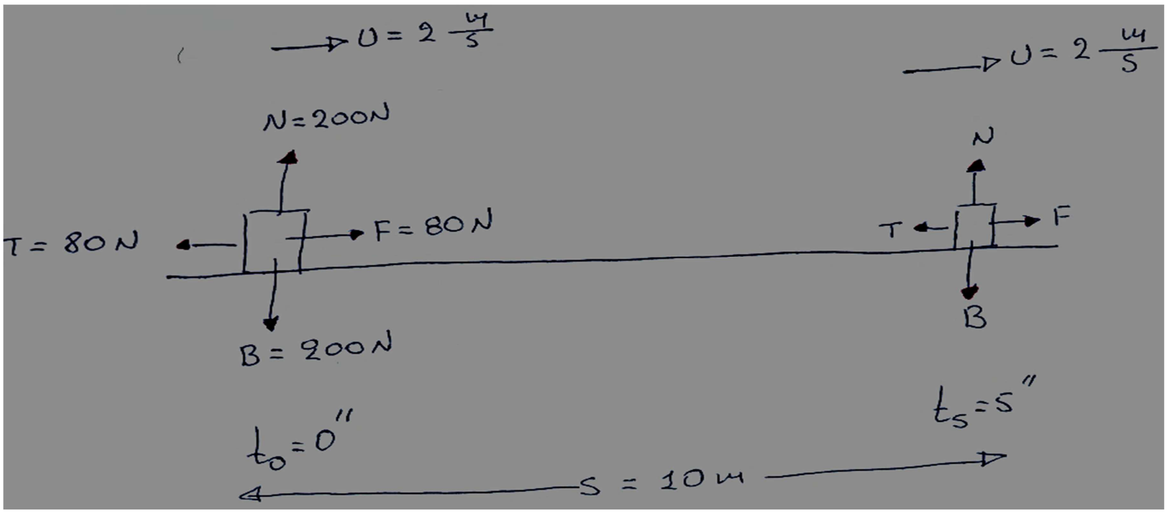
Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα, κατά τον οριζόντιο άξονα είναι μηδέν, άρα $\vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$, δηλαδή $F = T = 80\ N$

Οι δυνάμεις B, N ως κάθετες στη μετατόπιση έχουν έργο μηδέν, δηλαδή $W_B = W_N = 0$

Για τα έργα των δυνάμεων F, T ισχύει ότι

$$W_F = F \cdot s \cdot \cos 0^0 = F \cdot s \cdot 1 = F \cdot s = 80 \cdot 10 = 800\ J$$

$$W_T = T \cdot s \cdot \cos 180^0 = T \cdot s \cdot (-1) = -T \cdot s = -80 \cdot 10 = -800\ J$$



Άσκηση 6, Κεφάλαιο 4

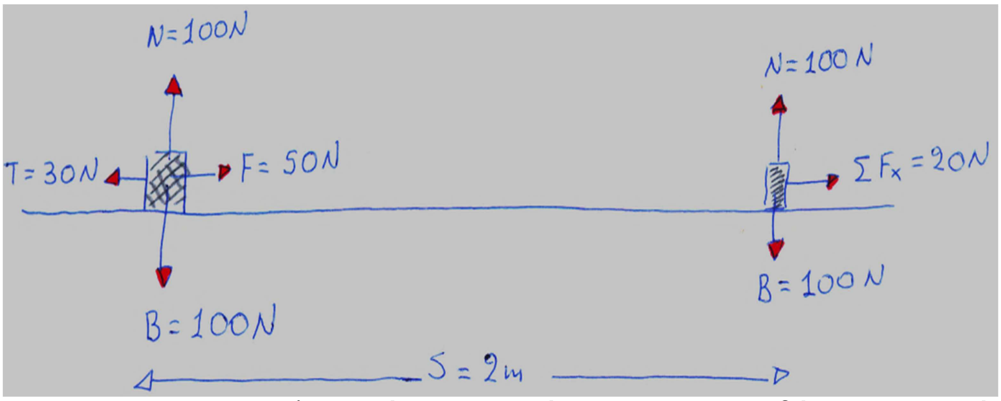
Αφού η $\vec{u}$ είναι σταθερή, έπεται ότι $\Sigma F = 0$ άρα $T = F$

Άρα, $W = T \cdot s \Leftrightarrow 200 = T \cdot 10 \Leftrightarrow T = 20\ N$

Άσκηση 7, Κεφάλαιο 4

Στο σώμα ασκούνται το βάρος του B, η αντίδραση του εδάφους N, η οριζόντια δύναμη F και η δύναμη T της τριβής διότι το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο.

Αφού το σώμα ακινητεί στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει ότι $\vec{B} + \vec{N} = \vec{0}$, άρα $B = N = 100\ N$



Για τον υπολογισμό του μέτρου της τριβής T ισχύει ότι $T = n \cdot N = \frac{3}{1\cancel{0}} 10\cancel{0} = 30\ N$

Στον οριζόντιο άξονα, στο σώμα ασκούνται η δύναμη $F = 50\ N$ και η δύναμη της τριβής $T = 30\ N$

Η συνισταμένη ΣF_X των δυνάμεων είναι $\Sigma \overrightarrow{F_X} = \vec{F} + \vec{T}$

Επειδή οι δυνάμεις F, T είναι αντίρροπες ισχύει ότι $\Sigma F_X = F - T = 50 - 30 = 20\ N$

Άρα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Οι δυνάμεις B, N ως κάθετες στη μετατόπιση έχουν έργο μηδέν, δηλαδή $W_B = W_N = 0$

Για τα έργα των δυνάμεων F, T ισχύει ότι

$$W_F = F \cdot s \cdot \cos 0^0 = F \cdot s \cdot 1 = F \cdot s = 50 \cdot 2 = 100\ J$$

$$W_T = T \cdot s \cdot \cos 180^0 = T \cdot s \cdot (-1) = -T \cdot s = -30 \cdot 2 = -60\ J$$

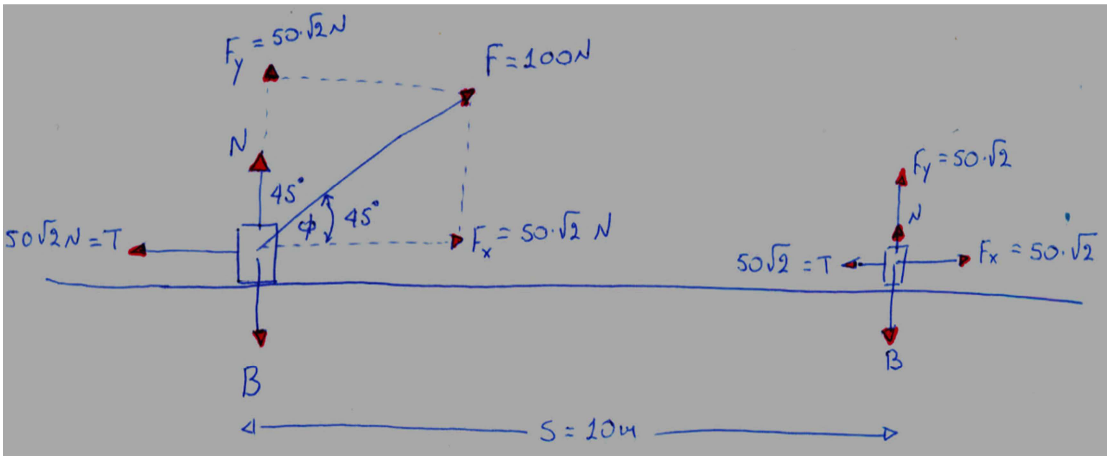
Παρατήρηση Το σώμα έχει αποκτήσει κινητική ενέργεια $K = 40\,J$, όση και η διαφορά του έργου των δυνάμεων F, T

Άσκηση 8, Κεφάλαιο 4

$$F_X = F \cdot \cos\varphi = F \cdot \cos 45^0 = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 50 \cdot \sqrt{2}\ N$$

$$F_Y = F \cdot \sin\varphi = F \cdot \sin 45^0 = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 50 \cdot \sqrt{2}\ N$$

Αφού το κιβώτιο μετακινείται με σταθερή ταχύτητα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.



Στον οριζόντιο άξονα ασκούνται οι δυνάμεις F_X, T και ισχύει ότι $\Sigma\overrightarrow{F_X} = \vec{0}$, άρα $F_X = T = 50\cdot\sqrt{2}\ N$

Για το έργο των δυνάμεων ισχύει ότι

$$W_{F_X} = F_X \cdot s \cdot \cos 0^0 = \left(50\cdot\sqrt{2}\right)\cdot 10 \cdot 1 = 500\sqrt{2}\ J$$

$$W_{F_Y} = F_Y \cdot s \cdot \cos 90^0 = \left(50\cdot\sqrt{2}\right)\cdot 10 \cdot 0 = 0\ J$$

$$W_T = T \cdot s \cdot \cos 180^0 = \left(50\cdot\sqrt{2}\right)\cdot 10 \cdot (-1) = -500\sqrt{2}\ J$$

Άσκηση 9, Κεφάλαιο 4

(α) $$\left.\begin{cases} K = \dfrac{1}{2}\cdot m \cdot u_0^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 20\cdot 30\cdot 30 = 9.000\ J \\ U = m\cdot g\cdot h = 20\cdot 10\cdot 15 = 3.000\ J \end{cases}\right\} E = K + U = 12.000\ J$$

(β) $W_B = B\cdot h = m\cdot g\cdot h = 20\cdot 10\cdot 15 = 3.000\ J$

(γ) $\dfrac{1}{2}\cdot m\cdot u_1^2 = 12.000 \Leftrightarrow m\cdot u_1^2 = 24.000 \Leftrightarrow 2\cancel{0}\cdot u_1^2 = 24.00\cancel{0} \Leftrightarrow$

$$u_1^2 = 1.200 \Leftrightarrow u_1 = 10\sqrt{12} = 20\sqrt{3}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση10, Κεφάλαιο 4

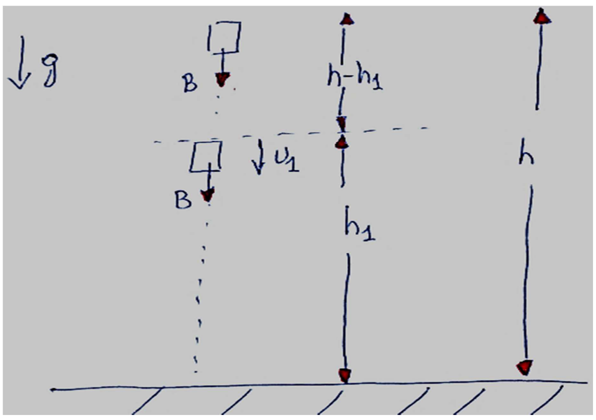
$$U = B\cdot h \Leftrightarrow h = \frac{U}{B} = \frac{U}{m\cdot g} = \frac{250}{50\cdot 10} = \frac{1}{2}\ m$$

Άσκηση 11, Κεφάλαιο 4

Όταν το σώμα βρίσκεται σε ύψος h έχει δυναμική ενέργεια $m\cdot g\cdot h$

Ακολούθως, εκτελεί ελεύθερη πτώση και έστω πως όταν βρίσκεται σε ύψος h_1 η δυναμική και η κινητική του ενέργεια εξισώνονται μεταξύ τους.

Αν τότε η ταχύτητα του είναι u_1



έχει κινητική ενέργεια $\frac{1}{2}m\cdot u_1^2$ που ισούται με την απώλεια της δυναμικής ενέργειας λόγω της καθόδου του κατά απόσταση $h-h_1$

Δηλαδή, από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας ισχύει ότι $\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot u_1^2=\cancel{m}\cdot g\left(h-h_1\right)\Leftrightarrow u_1^2=2\cdot g\left(h-h_1\right)$

Από την εξίσωση δυναμικής $U=m\cdot g\cdot h_1$ και κινητικής $K=\frac{1}{2}\cdot m\cdot u_1^2$ ενέργειας του σώματος όταν αυτό βρίσκεται σε ύψος h_1 πάνω από το έδαφος προκύπτει ότι

$$\cancel{m}\cdot g\cdot h_1=\frac{1}{2}\cdot\cancel{m}\cdot u_1^2\Leftrightarrow h_1=\frac{u_1^2}{2g}=\frac{\cancel{2}\cancel{g}\left(h-h_1\right)}{\cancel{2}\cancel{g}}\Leftrightarrow h_1=h-h_1\Leftrightarrow 2h_1=h\Leftrightarrow h_1=\frac{h}{2}$$

Άρα, όταν το σώμα εκτελώντας ελεύθερη πτώση, έχει διανύσει το μισό ύψος που το χωρίζει από το έδαφος, η κινητική και η δυναμική του ενέργεια είναι ίσες μεταξύ τους.

Άσκηση 12, Κεφάλαιο 4

$W=\mathrm{B}\cdot h=m\cdot g\cdot h=m\cdot 10\cdot 8=\left(2\cdot 3.600\cdot 24\right)\cdot 10\cdot 8=16\cdot 24\cdot 36\cdot 10^3\ J$

Επεξήγηση $2\ L\sim 1\ \sec$ άρα $2\ kg\sim 1\ \sec$ άρα $2\cdot 3.600\ kg\sim 3.600\ \sec$ άρα $2\cdot 3.600\ kg\sim 1\ h$ άρα $2\cdot 3.600\cdot 24\ kg\sim 24\ h$

Άσκηση 13, Κεφάλαιο 4

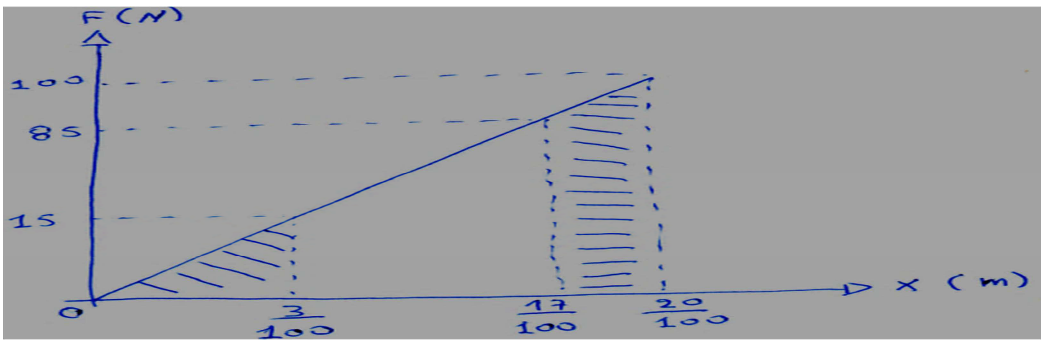
(α) $U=\frac{k\cdot x^2}{2}\Leftrightarrow k=\frac{2U}{x^2}=\frac{2\cdot 10}{\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}}=500\ \frac{N}{m}$

(β) $U_3=\frac{k\cdot x^2}{2}=\frac{1}{2}500\left(\frac{3}{100}\right)^2=250\frac{9}{10.000}=\frac{9}{40}=0,225\ J$

(γ)

$$\left.\begin{aligned}U_{17}&=\frac{1}{2}k\left(\frac{17}{100}\right)^2\\U_{20}&=\frac{1}{2}k\left(\frac{20}{100}\right)^2\end{aligned}\right\}\Rightarrow\Delta U=U_{20}-U_{17}=\frac{1}{2}500\left[\left(\frac{20}{100}\right)^2-\left(\frac{17}{100}\right)^2\right]=$$

$$=\frac{1}{2}500\left(\frac{20}{100}+\frac{17}{100}\right)\left(\frac{20}{100}-\frac{17}{100}\right)=25\cancel{0}\cdot\frac{37}{100}\cdot\frac{3}{10\cancel{0}}=\frac{75\cdot 37}{1.000}=2,775\ J$$



Άσκηση 14, Κεφάλαιο 4

$B = m \cdot g = 2 \cdot 10 = 20\ N$

$\Sigma F = F - B = 21 - 20 = 1\ N$

$\Sigma F = m \cdot \alpha \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{\Sigma F}{m} = \dfrac{1}{2}\ \dfrac{m}{s^2}$

$u = a \cdot t = \dfrac{1}{2} \cdot 4 = 2\ \dfrac{m}{s}$

$K = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = \dfrac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot 2 = 4\ J$

$h = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \dfrac{1}{\cancel{2}} \cdot \dfrac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{4} \cdot 4 = 4\ m$

$U = B \cdot h = 20 \cdot 4 = 80\ J$

Άσκηση 15, Κεφάλαιο 4

(α) $W_F = F \cdot h \cdot \cos 0^0 = F \cdot h \cdot 1 = F \cdot h$

άρα, $F = \dfrac{W_F}{h} = \dfrac{300}{2} = 150\ N$

(β) $W_B = B \cdot h \cdot \cos 180^0 = B \cdot h \cdot (-1) = -B \cdot h = -100 \cdot 2 = -200\ J$

(γ) Καταναλισκόμενο, παραγόμενο αντίστοιχα.

Άσκηση 16, Κεφάλαιο 4

Είναι $u = 36\ \dfrac{km}{h} = 10\ \dfrac{m}{s}$

$P = 500\ kW = 500.000\ W$

$s = 2\ km = 2.000\ m$

$P = F \cdot u \Leftrightarrow F = \dfrac{P}{u} = \dfrac{500.000}{10} = 50.000\ N$

$W = F \cdot s = 50.000 \cdot 2.000 = 10^8\ J$

Άσκηση 17, Κεφάλαιο 4

Από την ισορροπία δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα yy' ισχύει ότι

$$\left.\begin{array}{l} B = N \\ B = m \cdot g \end{array}\right\} N = m \cdot g = 200\ N$$

Για τον υπολογισμό του μέτρου της τριβής ισχύει ότι $T = \eta \cdot N = \dfrac{1}{10} 200 = 20\ N$

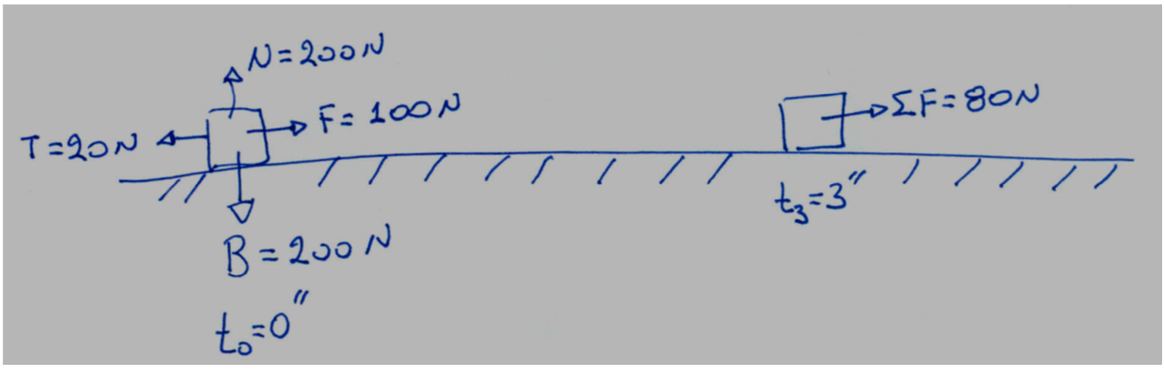
Στον οριζόντιο άξονα xx' για τις δυνάμεις ισχύει ότι $\Sigma F = F - T = 100 - 20 = 80\ N$

Επίσης είναι $\Sigma F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \dfrac{\Sigma F}{m} = \dfrac{80}{20} = 4\ \dfrac{m}{s^2}$

Σε χρονικό διάστημα $3''$ το σώμα διανύει απόσταση $s = \dfrac{1}{2} a \cdot t^2 = \dfrac{1}{2} 4 \cdot 9 = 18\ m$

(β) $P_F = \dfrac{W_F}{t} = \dfrac{1.800}{3} = 600\ W$

(γ) Για τα έργα της δύναμης F (παραγόμενο) και της τριβής T (καταναλισκόμενο) στο χρονικό διάστημα των 3΄΄ ισχύει ότι $W_F = F \cdot s = 100 \cdot 18 = 1.800\ J$ και $W_T = T \cdot s = 20 \cdot 18 = 360\ J$



Το ολικό έργο ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των παραπάνω έργων, δηλαδή $W_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = W_F - W_T = 1.800 - 360 = 1.440\ J$

Άσκηση 1, Κεφάλαιο 5

Η ολική παροχή του αγωγού ύδρευσης δίνεται από τον τύπο

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 20 + 10 + 8 = 38\ \frac{L}{min}$$

Από το νόμο της συνέχειας ισχύει ότι

$$\Pi_3 = S_3 \cdot u_3 \Leftrightarrow u_3 = \frac{\Pi_3}{s_3} = \frac{8\ \frac{L}{min}}{\pi\left(\frac{\delta_3}{2}\right)^2} = \frac{8\ \frac{\frac{1}{1.000}\ m^3}{60\ s}}{\pi\,\frac{127}{200}\,\frac{127}{200}\,m^2} = \frac{\frac{8\cdot 6}{1\cancel{0}\cancel{0}}}{\frac{127\cdot 127\cdot \pi}{200\cdot 2\cancel{0}\cancel{0}}}\ \frac{m}{s} \simeq 0,379\ \frac{m}{s}$$

Επεξήγηση $\delta_3 = \frac{1}{2}\ in = \frac{2,54}{2}\ cm = 1,27\ cm = \frac{127}{100}\ cm$

Άσκηση 2, Κεφάλαιο 5

Είναι $S = 30\ cm^2 = 3\cancel{0}\frac{1}{100}\ m\frac{1}{10\cancel{0}}\ m = \frac{3}{1.000}\ m^2$

Από τον ορισμό της παροχής έχουμε $\Pi = \frac{V}{t} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}\ \frac{m^3}{h}$

Από το νόμο της συνέχειας προκύπτει ότι

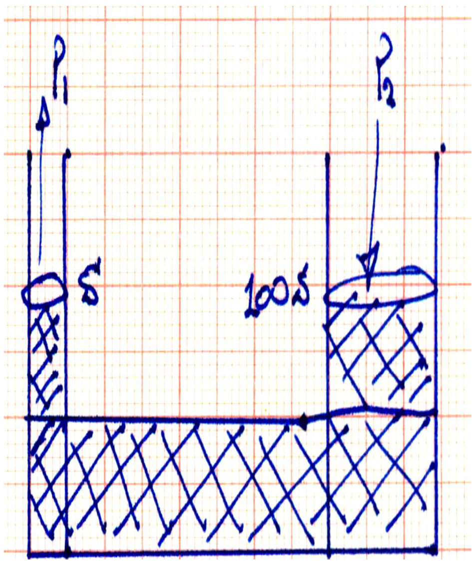
$$\Pi = S\cdot u \Leftrightarrow u = \frac{\Pi}{S} = \frac{\frac{2}{5}\ \frac{m^3}{h}}{\frac{3}{1.000}\ m^2} = \frac{2.000}{3\cdot 5}\frac{m}{h} = \frac{400}{3}\ \frac{m}{h} = \frac{4\cancel{0}\cancel{0}}{3\cdot 36\cancel{0}\cancel{0}}\ \frac{m}{s} = \frac{4}{3\cdot 36}\ \frac{m}{s} = \frac{1}{27}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 5

Είναι $m = 8.000\ t = 8.000.000\ kg$

Και στα 16 υδραυλικά πιεστήρια ασκείται δύναμη οφειλόμενη στη μάζα των $8.000.000\ kg$ του πύργου.

Αν δεχθούμε ότι το βάρος κατανέμεται ομοιόμορφα, τότε στο κάθε ένα από τα 16 υδραυλικά πιεστήρια ασκείται βάρος που αντιστοιχεί σε μάζα $\frac{8.000\ t}{16} = \frac{8.000.000\ kg}{16} = 500.000\ kg$



Αν στο μεγάλο έμβολο του κάθε ενός από τα 16 υδραυλικά πιεστήρια ασκείται δύναμη F_1 οφειλόμενη στη μάζα $500.000\ kg$, τότε στο μικρό έμβολο ασκείται δύναμη F_2 και ισχύει ότι $p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{s_1} = \frac{F_2}{s_2} \Leftrightarrow F_2 = F_1\frac{s_2}{s_1}$

Επειδή το μεγάλο έμβολο έχει εκατονταπλάσια διατομή από το μικρό έμβολο είναι $\frac{s_2}{s_1} = \frac{1}{100}$, άρα $F_2 = \frac{F_1}{100}$

Άρα, στο μικρό έμβολο του κάθε ενός από τα 16 υδραυλικά πιεστήρια ασκείται δύναμη F_2 που αντιστοιχεί στο βάρος που έχουν $\frac{500.000}{100} = 5.000\ kg$

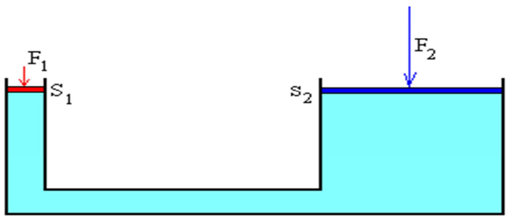
Άσκηση 4, Κεφάλαιο 5

Είναι $D_1 = 1\ cm = \frac{1}{100}\ m$

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow \frac{F_1}{\pi R_1^2} = \frac{F_2}{\pi R_2^2} \Leftrightarrow \frac{F_1}{R_1^2} = \frac{F_2}{R_2^2} \Leftrightarrow \frac{F_1}{\left(\frac{D_1}{2}\right)^2} = \frac{F_2}{\left(\frac{D_2}{2}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{F_1}{D_1^2} = \frac{F_2}{D_2^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{10}{D_1^2} = \frac{200.000}{D_2^2} \Leftrightarrow \frac{1}{D_1^2} = \frac{20.000}{D_2^2} \Leftrightarrow D_2^2 = 20.000 \cdot D_1^2 = 20.000 \frac{1}{100}\ m \frac{1}{100}\ m = 2\ m^2$$

Άρα, $D_2 = \sqrt{2}\ m$



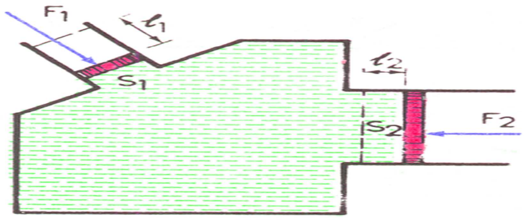
Άσκηση 5, Κεφάλαιο 5

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow \frac{20}{4} = \frac{F_2}{40} \Leftrightarrow 5 = \frac{F_2}{40} \Leftrightarrow F_2 = 200\ kp$$

$$V_1 = V_2 \Leftrightarrow S_1 \cdot \ell_1 = S_2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow \ell_2 = \frac{S_1 \cdot \ell_1}{S_2} = \frac{4 \cdot 15}{40} = 1,5\ cm$$

$$W_1 = F_1 \cdot \ell_1 = 2\cancel{0} \cdot \frac{15}{10\cancel{0}} = 3\ kpm$$

$$W_2 = F_2 \cdot \ell_2 = 2\cancel{0}\cancel{0} \cdot \frac{1,5}{1\cancel{0}\cancel{0}} = 3\ kpm$$



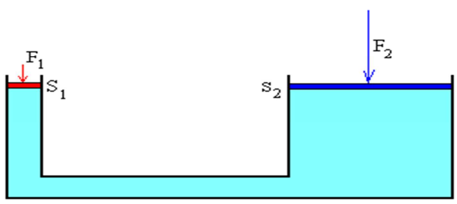
Άσκηση 6, Κεφάλαιο 5

Για το 1^{ο} υδραυλικό πιεστήριο ισχύει ότι $p_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{1}{10}\ \frac{N}{cm^2} = p_2$

$$p_2 = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow F_2 = p_2 \cdot S_2 = \frac{1}{10}\ \frac{N}{cm^2} 150\ cm^2 = 15\ N$$

Για το 2^{ο} υδραυλικό πιεστήριο ισχύει ότι $p_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{1}{10}\ \frac{N}{cm^2} = p_2$

$$p_2 = \frac{F_2'}{S_2} \Leftrightarrow F_2' = p_2 \cdot S_2 = \frac{1}{10}\ \frac{N}{cm^2} 1.500\ cm^2 = 150\ N$$



Άσκηση 7, Κεφάλαιο 5

Είναι $V = 2{,}5\ L = 2.500\ cm^3$

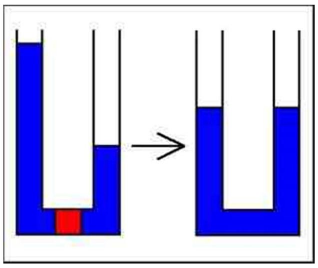
Έστω V_1 ο όγκος νερού που θα προστεθεί στο δοχείο διατομής S_1

Έστω V_2 ο όγκος νερού που θα προστεθεί στο δοχείο διατομής S_2

Αν οι στήλες νερού στα δυο δοχεία αυξηθούν αντίστοιχα ℓ_1, ℓ_2 ισχύει ότι

$V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow 2{,}5\ L = S_1 \cdot \ell_1 + S_2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow$

$$2.500\ cm^3 = 100\ cm^2 \cdot \ell_1 + 25\ cm^2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow 100\ cm = 4\ell_1 + \ell_2$$



Από την αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων, αφού οι ελεύθερες επιφάνειες του νερού που ισορροπεί πριν και μετά τη ρίψη των $2{,}5\,L$ βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, προκύπτει ότι $\ell_1 = \ell_2$

Άρα, $100\ cm = 5\ell_1 \Leftrightarrow \ell_1 = 20\ cm$

Άρα, η στάθμη στο κάθε δοχείο θα ανεβεί κατά $20\ cm$

Άσκηση 8, Κεφάλαιο 5

Είναι $\varepsilon_{H_2O} = 1\ \dfrac{p}{cm^3}$

$$p_A + \varepsilon_{H_2O} \cdot h = p_{at} \Leftrightarrow p_A = p_{at} - \varepsilon_{H_2O} \cdot h = p_{at} - 1\ \frac{p}{cm^3} 15\ cm = p_{at} - 15\ \frac{p}{cm^2}$$

Άσκηση 9, Κεφάλαιο 5

Γνωρίζουμε ότι αν η πυκνότητα σώματος δίνεται σε $\dfrac{g}{cm^3}$, ισούται αριθμητικά με το ειδικό του βάρος, εφόσον αυτό εκφράζεται σε $\dfrac{p}{cm^3}$

Άρα, είναι $\varepsilon_{Hg} = 13{,}6\ \dfrac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{H_2O} = 1\ \dfrac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{OIL} = 0{,}9\ \dfrac{p}{cm^3}$

Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στον πυθμένα του δοχείου είναι

$$p = \varepsilon_{Hg} \cdot h_1 + \varepsilon_{H_2O} \cdot h_2 + \varepsilon_{OIL} \cdot\ h_3 = 13{,}6\ \frac{p}{cm^3} 10\ cm + 1\ \frac{p}{cm^3} 20\ cm + 0{,}9\ \frac{p}{cm^3} 30\ cm$$

$$= (136\ + 20\ + 27)\ \frac{p}{cm^2} = 183\ \frac{p}{cm^2} = \frac{183}{1{,}36}\ mmHg$$

Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στη διαχωριστική επιφάνεια νερού–υδραργύρου είναι

$$p = \varepsilon_{H_2O} \cdot h_2 + \varepsilon_{OIL} \cdot\ h_3 = 1\ \frac{p}{cm^3} 20\ cm + 0{,}9\ \frac{p}{cm^3} 30\ cm = 20\ \frac{p}{cm^2} + 27\ \frac{p}{cm^2} =$$

$$47\ \frac{p}{cm^2} = \frac{47}{1{,}36}\ mmHg$$

Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στη διαχωριστική επιφάνεια νερού–λαδιού είναι $p = \varepsilon_{OIL} \cdot\ h_3 = 0{,}9\ \dfrac{p}{cm^3} 30\ cm = 27\ \dfrac{p}{cm^2} = \dfrac{27}{1{,}36}\ mm\ Hg$

Σχόλιο

Ισχύει ότι $1\ mm\ Hg = \varepsilon_{Hg} 1\ mm = 13{,}6\ \dfrac{p}{cm^3} 1\ mm = 13{,}6\ \dfrac{p}{cm^3} \dfrac{1}{10}\ cm = 1{,}36\ \dfrac{p}{cm^2}$

Άρα, $1\ \dfrac{p}{cm^2}=\dfrac{1}{1,36}\ mm\ Hg$

Άσκηση 10, Κεφάλαιο 5

(α) Για τη δύναμη που ασκείται στον πυθμένα ισχύει ότι

$$F_{\text{ΠΥΘΜΕΝΑ}}=B_{H_2O}+B_{Hg}=\varepsilon_{H_2O}\cdot V_{H_2O}+\varepsilon_{Hg}\cdot V_{Hg}=\varepsilon_{H_2O}\cdot\frac{a^3}{2}+\varepsilon_{Hg}\cdot\frac{a^3}{2}=$$

$$\left(\varepsilon_{H_2O}+\varepsilon_{Hg}\right)\frac{a^3}{2}=14,6\ \frac{p}{cm^3}\frac{1}{2}\ m^3=7,3\cdot 10^6\ p=7.300\ kp$$

2ος τρόπος $F_{\text{ΠΥΘΜΕΝΑ}}=p_{\text{ΟΛΙΚΟ}}\cdot S=p_{\text{ΟΛΙΚΟ}}\cdot a^2$

$$p_{\text{ΟΛΙΚΟ}}=p_{H_2O}+p_{Hg}=\varepsilon_{H_2O}\frac{a}{2}+\varepsilon_{Hg}\frac{a}{2}=\frac{a}{2}\left(\varepsilon_{H_2O}+\varepsilon_{Hg}\right)$$

Άρα,

$$F_{\text{ΠΥΘΜΕΝΑ}}=\left(\varepsilon_{H_2O}+\varepsilon_{Hg}\right)\frac{a}{2}a^2=14,6\ \frac{p}{cm^3}\frac{1}{2}\ m^3=\ \frac{1}{2}\ m^3 14,6\ \frac{p}{cm^3}=7,3\cdot 10^6\ p=7.300\ kp$$

(β) Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στην πλευρική επιφάνεια προκύπτει από το γινόμενο της υδροστατικής πίεσης του κ.β. της ευρισκόμενης σε επαφή με το υγρό επιφάνειας επί το εμβαδόν της.

$$F_1=p_A\cdot S_1=p_A\cdot\left(a\frac{a}{2}\right)=\left(\varepsilon_{Hg}\frac{a}{4}+\varepsilon_{H_2O}\frac{a}{2}\right)\frac{a^2}{2}=\left(\varepsilon_{Hg}+2\varepsilon_{H_2O}\right)\frac{a^3}{8}$$

$$F_2=p_\Gamma\cdot S_2=p_\Gamma\cdot\left(a\frac{a}{2}\right)=p_\Gamma\frac{a^2}{2}=\left(\varepsilon_{H_2O}\frac{a}{4}\right)\frac{a^2}{2}=\varepsilon_{H_2O}\frac{a^3}{8}$$

$$F'=F_1+F_2=\left(\varepsilon_{Hg}+2\varepsilon_{H_2O}\right)\frac{a^3}{8}+\varepsilon_{H_2O}\frac{a^3}{8}=\left(\varepsilon_{Hg}+3\varepsilon_{H_2O}\right)\frac{a^3}{8}=(13,6+3)\frac{p}{cm^3}\frac{1}{8}m^3=$$

$$16,6\ \frac{p}{cm^3}\frac{1}{8}\ 10^6\ cm^3=\frac{8,3}{4}10^6\ p=\frac{8,3}{4}10^3\ kp=\frac{8.300}{4}\ kp=2.075\ kp$$

Άσκηση 11, Κεφάλαιο 5

Είναι $\varepsilon=\dfrac{gf}{cm^3}=1\ \dfrac{p}{cm^3}$

$B=100\ gf=100\ p$

Επειδή τα δυο υγρά ισορροπούν, η υδροστατική πίεση στα σημεία Γ, Γ′ των δυο δοχείων που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο είναι ίδια.

Άρα, $p_\Gamma=p'_\Gamma\Leftrightarrow\varepsilon\cdot h=\varepsilon_{Hg}\cdot 2x\Leftrightarrow x=\dfrac{\varepsilon\cdot h}{2\varepsilon_{Hg}}$

Για το βάρος του υγρού ισχύει ότι $B=\varepsilon\cdot V=\varepsilon\cdot S\cdot h\Leftrightarrow h=\dfrac{B}{\varepsilon\cdot S}$

Άρα, $x=\dfrac{\varepsilon\cdot h}{2\varepsilon_{Hg}}=\dfrac{\varepsilon\cdot\dfrac{B}{\varepsilon\cdot S}}{2\varepsilon_{Hg}}=\dfrac{\dfrac{B}{S}}{2\varepsilon_{Hg}}=\dfrac{B}{2\varepsilon_{Hg}\cdot S}=\dfrac{100\ p}{2\cdot 13,6\dfrac{p}{cm^3}2\ cm^2}=\dfrac{25}{13,6}\ cm$

Από το σχήμα προκύπτει ότι

$$\Delta h = h - 2x = \frac{B}{\varepsilon \cdot S} - \cancel{2}\frac{B}{\cancel{2}\varepsilon_{Hg} \cdot S} = \frac{B}{\varepsilon \cdot S} - \frac{B}{\varepsilon_{Hg} \cdot S} = \frac{B}{S}\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_{Hg}}\right) =$$

$$\frac{100}{2}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{13,6}\right) = 50\left(1 - \frac{1}{13,6}\right)\ cm = \frac{1 - \dfrac{1}{13,6}}{2}\ m$$

Άσκηση 12, Κεφάλαιο 5

Είναι $p = 2\ at = 2\ \dfrac{kp}{cm^2}$

$$p = \frac{F}{S} \Leftrightarrow F = p \cdot S = 2\ \frac{kp}{cm^2} 4\ cm^2 = 8\ kp$$

$$p = \varepsilon_{H_2O} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{p}{\varepsilon_{H_2O}} = \frac{2\ \dfrac{kp}{cm^2}}{1\ \dfrac{p}{cm^3}} = \frac{2.000\ p}{1\ p} cm = 2.000\ cm = 20\ m$$

Άσκηση 13, Κεφάλαιο 5

Είναι $p = 1\ at = 1\ \dfrac{kp}{cm^2}$

$$p = \varepsilon_{\Theta A\Lambda} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{p}{\varepsilon_{\Theta A\Lambda}} = \frac{1\ \dfrac{kp}{cm^2}}{1,2\ \dfrac{p}{cm^3}} = \frac{1.000\ p}{1,2\ p} cm = \frac{2.500}{3}\ \text{cm} = \frac{25}{3}\ m$$

Άσκηση 14, Κεφάλαιο 5

Είναι $p = 10\ \dfrac{p}{cm^2}$

$\varepsilon_{Hg} = 13,6\ \dfrac{p}{cm^3}$

$\varepsilon_{H_2O} = 1\ \dfrac{p}{cm^3}$

$\varepsilon_{OIN} = 0,8\ \dfrac{p}{cm^3}$

Για το ύψος στήλης Hg ισχύει ότι $p = \varepsilon_{Hg} \cdot h_1 \Leftrightarrow h_1 = \dfrac{p}{\varepsilon_{Hg}} = \dfrac{10\ \dfrac{p}{cm^2}}{13,6\ \dfrac{p}{cm^3}} = \dfrac{10}{13,6}\ cm$

Για το ύψος στήλης H_2O ισχύει ότι $p = \varepsilon_{H_2O} \cdot h_2 \Leftrightarrow h_2 = \dfrac{p}{\varepsilon_{H_2O}} = \dfrac{10\ \dfrac{p}{cm^2}}{1\ \dfrac{p}{cm^3}} = 10\ cm$

Για το ύψος στήλης οινοπνεύματος ισχύει ότι

$$p=\varepsilon_{OIN}\cdot h_3 \Leftrightarrow h_3=\frac{p}{\varepsilon_{OIN}}=\frac{10\ \frac{p}{cm^2}}{0,8\ \frac{p}{cm^3}}=\frac{10}{\frac{8}{10}}\ cm=\frac{10}{\frac{4}{5}}\ cm=\frac{50}{4}\ cm=12,5\ cm$$

Άσκηση 15, Κεφάλαιο 5

Είναι $S_A=3\ cm^2$

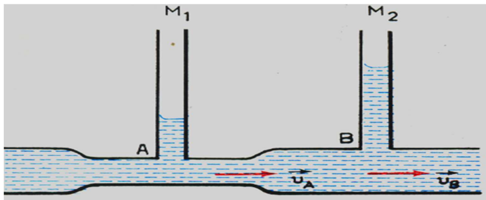
$S_B=63\ cm^2$

$p_A-p_B=200\ \frac{N}{m^2}$

$d_{H_2O}=1.000\ \frac{kg}{m^3}$

Από το νόμο της συνέχειας ισχύει ότι

$$\left.\begin{array}{l}\Pi=S_A\cdot u_A=3u_A\\ \Pi=S_B\cdot u_B=63u_B\end{array}\right\}3u_A=63u_B \Leftrightarrow u_A=\frac{63}{3}u_B$$



Από την εξίσωση Bernoulli, για τις ολικές πιέσεις στα σημεία Α, Β ισχύει ότι

$$p_{A_{\text{ΟΛΙΚΗ}}}=p_{B_{\text{ΟΛΙΚΗ}}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}d_{H_2O}u_A{}^2+p_A=\frac{1}{2}d_{H_2O}u_B{}^2+p_B \Leftrightarrow \frac{1}{2}d_{H_2O}u_A{}^2=\frac{1}{2}d_{H_2O}u_B{}^2+\left(p_B-p_A\right)\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}d_{H_2O}\frac{63}{3}\frac{63}{3}u_B{}^2=\frac{1}{2}d_{H_2O}u_B{}^2+200\ \frac{N}{m^2}\Leftrightarrow d_{H_2O}\frac{63^2}{9}u_B{}^2=d_{H_2O}u_B{}^2+400\ \frac{N}{m^2}\Leftrightarrow d_{H_2O}u_B{}^2\left(\frac{63^2}{9}-1\right)=400\ \frac{N}{m^2}\Leftrightarrow$$

$$1.0\cancel{0}\cancel{0}\ \frac{kg}{m^3}u_B{}^2\left(\frac{63^2-9}{9}\right)=4\cancel{0}\cancel{0}\ \frac{N}{m^2}\Leftrightarrow 10u_B{}^2\left(\frac{3969-9}{9}\right)\frac{kg}{m^3}=\ 4\ \frac{kg\frac{m}{s^2}}{m^2}\Leftrightarrow 10u_B{}^2\frac{3960}{9}=4\frac{m^2}{s^2}\Leftrightarrow$$

$$10u_B{}^2 440=4\frac{m^2}{s^2}\Leftrightarrow 10u_B{}^2 110=\frac{m^2}{s^2}\Leftrightarrow u_B=\sqrt{\frac{1}{1100}}\ \frac{m}{s}=\frac{1}{10\sqrt{11}}\ \frac{m}{s}$$

Από το νόμο της συνέχειας ισχύει ότι

$$\Pi=S_B\cdot u_B=63\ cm^2\frac{1}{10\sqrt{11}}\ \frac{m}{s}=\frac{6,3}{\sqrt{11}}\ 10^{-6}m^2\frac{m}{s}=\frac{6,3}{\sqrt{11}}\cdot 10^{-6}\frac{m^3}{s}$$

Από τον ορισμό της παροχής ισχύει ότι

$$\Pi=\frac{V}{t}\Leftrightarrow V=\Pi\cdot t=\Pi\cdot 60\ s=\frac{6,3}{\sqrt{11}}\cdot 10^{-6}60\ \frac{m^3}{\cancel{s}}\cancel{s}=\frac{6,3\cdot 6}{100.000\sqrt{11}}\ m^3=\frac{6,3\cdot 3}{50.000\sqrt{11}}\ m^3=$$

$$\frac{3,15\cdot 3}{25.000\sqrt{11}}\ m^3=\frac{9,45}{25.000\sqrt{11}}\ m^3=\frac{1,89}{5.000\sqrt{11}}\ m^3=\frac{3,78\cdot 10^{-4}}{\sqrt{11}}\ m^3$$

Άσκηση 16, Κεφάλαιο 5

Είναι $h=\frac{9}{10}\ cm=\frac{9}{10}\frac{1}{100}\ m$

$A_1=3A_2 \Leftrightarrow A_1^2=9A_2^2 \Leftrightarrow A_1^2-A_2^2=8A_2^2$

Από το νόμο της συνέχειας ισχύει ότι $A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Leftrightarrow u_2 = \frac{A_1}{A_2}u_1 = \frac{3A_2}{A_2}u_1 = 3u_1$

Για το βεντουρίμετρο ισχύει ότι

$$_1 = A_2\sqrt{\frac{2(\rho'-\rho)\cdot g\cdot \Delta h}{\rho\left(A_1^2-A_2^2\right)}} = A_2\sqrt{\frac{2(\rho'-\rho)\cdot g\cdot \frac{9}{10}\frac{1}{100}\ m}{\rho\cdot 8\cdot A_2^2}} = \sqrt{\frac{(\rho'-\rho)\cdot g\cdot \frac{9}{10}\frac{1}{100}\ m}{\rho\cdot 4}} =$$

$$\sqrt{\frac{\rho'-\rho}{\rho}}\sqrt{\frac{\cancel{10}\frac{m}{s^2}\frac{9}{\cancel{10}}\frac{1}{100}\ m}{4}} = \sqrt{\frac{\rho'-\rho}{\rho}}\sqrt{\frac{9}{400}}\ \frac{m}{s} = \frac{3}{20}\sqrt{\frac{\rho'-\rho}{\rho}}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 17, Κεφάλαιο 5

(α) Για τον υπολογισμό του βεληνεκούς R ισχύει ότι

$$R = u_0\cdot t = u_0\cdot\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \sqrt{2\cdot g\cdot h}\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \sqrt{4\cdot h\cdot(H-h)} = 2\sqrt{h\cdot(H-h)}$$

(β) Σε κανένα άλλο ύψος.

(γ)

maximize βεληνεκές $\Leftrightarrow$ maximize $2\sqrt{h\cdot(H-h)} \Leftrightarrow$ maximize $h\cdot(H-h) \Leftrightarrow$

maximize $\left(H\cdot h-h^2\right)$

Θεωρώ συνάρτηση $f(h) = H\cdot h - h^2$

Είναι $f'(h) = H - 2h$

Ισχύει ότι $f'(h) = 0 \Leftrightarrow H-2h = 0 \Leftrightarrow h = \frac{H}{2}$

Άσκηση 18, Κεφάλαιο 5

Είναι $p = 4\ atm = 4\cdot 1,013\cdot 10^5\ Pa = 400\cdot 1013\ \frac{kp}{m^2} = 4.000\cdot 1.013\ \frac{N}{m^2}$

$$p_1 + \frac{1}{2}d\cdot u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}d\cdot u_2^2 \Leftrightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}d\cdot u_2^2 - \frac{1}{2}d\cdot u_1^2 \Leftrightarrow$$

$$4.000\cdot 1.013 = \frac{1}{2}d\cdot\left(u_2^2 - u_1^2\right) \Leftrightarrow$$

$$4.000\cdot 1.013 = \frac{1}{2}1\cdot\left(9-u_1^2\right) \Leftrightarrow 4.000\cdot 2.026 = 9 - u_1^2 \Leftrightarrow$$

$$u_1^2 = 9 - 4.000\cdot 2.026$$

Άσκηση 19, Κεφάλαιο 5

Είναι $\delta = 0,50\ m \Rightarrow R = 0,25\ m = \frac{1}{4}\ m$

$$u = \sqrt{2\cdot g\cdot h} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 8} = \sqrt{16\cdot 10} = 4\sqrt{10}\ \frac{m}{s}$$

$$\Pi = s\cdot u = \pi\cdot R^2\cdot u = \pi\frac{1}{4}\frac{1}{\cancel{4}}\cancel{4}\sqrt{10} = \frac{\pi\sqrt{10}}{4}\ \frac{m^3}{s}$$

Άσκηση 20, Κεφάλαιο 5

Όταν το σώμα επιπλέει σε καθαρό νερό, από τη συνθήκη πλεύσης ισχύει ότι

$$B = A \Leftrightarrow \varepsilon_{ΣΩΜΑΤΟΣ} \cdot \cancel{V} = \varepsilon_{H_2O} \cdot \frac{3}{4}\cancel{V} \Leftrightarrow \varepsilon_{ΣΩΜΑΤΟΣ} = \frac{3}{4}\,\frac{p}{cm^3}$$

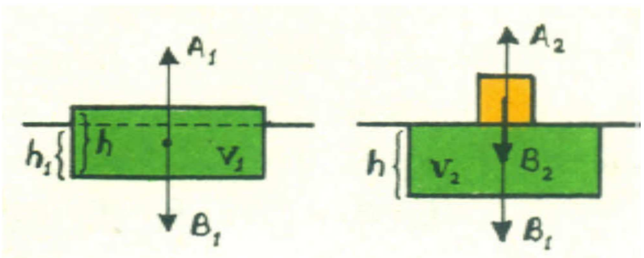
Όταν το σώμα επιπλέει σε λάδι, από τη συνθήκη πλεύσης ισχύει ότι

$$B = A \Leftrightarrow \varepsilon_{ΣΩΜΑΤΟΣ} \cdot \cancel{V} = \varepsilon_{OIL} \cdot \frac{9}{10}\cancel{V} \Leftrightarrow \varepsilon_{ΣΩΜΑΤΟΣ} = \frac{9}{10}\varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{10}\varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{10}\varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{5}\varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow \varepsilon_{OIL} = \frac{5}{6}\,\frac{p}{cm^3}$$

Παρατήρηση $\varepsilon_{ΣΩΜΑΤΟΣ} = \frac{3}{4} = \frac{18}{24}\,\frac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{OIL} = \frac{5}{6} = \frac{20}{24}\frac{p}{cm^3}$.

Άσκηση 21, Κεφάλαιο 5

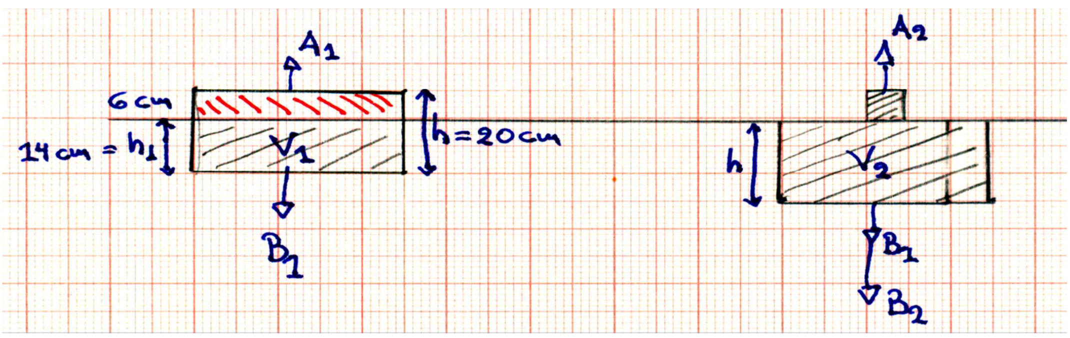


Όταν το ξύλινο μαδέρι επιπλέει, τότε από τη συνθήκη πλεύσης ισχύει ότι $B_1 = A_1$ και επειδή $A_1 = \varepsilon_{H_2 0}\cdot V_1 = \varepsilon_{H_2 0}\cdot s\cdot h_1$, θα ισχύει ότι $B_1 = \varepsilon_{H_2 0}\cdot s\cdot h_1$

Όταν πάνω στο ξύλινο μαδέρι τοποθετηθεί βάρος B_2 και αυτό επιπλέει τελείως βυθισμένο, τότε από τη συνθήκη πλεύσης ισχύει ότι $B_1 + B_2 = A_2$ και επειδή $A_2 = \varepsilon_{H_2 0}\cdot V_2 = \varepsilon_{H_2 0}\cdot s\cdot h$, θα ισχύει ότι

$$B_1 + B_2 = \varepsilon_{H_2 0}\cdot s\cdot h \Leftrightarrow B_2 = \varepsilon_{H_2 0}\cdot s\cdot h - B_1 = \varepsilon_{H_2 0}\cdot s\cdot h - \varepsilon_{H_2 0}\cdot s\cdot h_1 = \varepsilon_{H_2 0}\cdot s\left(h - h_1\right) =$$

$$1\,\frac{p}{cm^3}\,\frac{1}{2}\,m^2\,6\,cm = 3\,\frac{p\cdot m^2\cdot cm}{cm^3} = 3\,\frac{p\cdot 100\,\cancel{cm}\cdot 100\,\cancel{cm}\cdot \cancel{cm}}{\cancel{cm^3}} = 30.000\,p = 30\,kp$$



Άσκηση 22, Κεφάλαιο 5

Στη σφαίρα, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης, ασκούνται δυο σταθερές δυνάμεις, το βάρος της B και η άνωση A από το νερό.

Άρα, η σφαίρα κινείται προς το βυθό, με σταθερή επιτάχυνση a, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Για την κίνηση της ισχύει ότι

$$h = \frac{1}{2}a\cdot t^2 \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{2}a\cdot 4^2 \Leftrightarrow 4 = 8a \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}\,\frac{m}{s^2}$$

Από τους νόμους του Newton ισχύει ότι

$$\Sigma F = m \cdot a \Leftrightarrow B - A = m \cdot a \Leftrightarrow m \cdot g - A = m \cdot a \Leftrightarrow$$
$$d_{\Sigma\Phi} \cdot \cancel{V} \cdot g - d_{H_2O} \cdot g \cdot \cancel{V} = d_{\Sigma\Phi} \cdot \cancel{V} \cdot a \Leftrightarrow d_{\Sigma\Phi} \cdot g - d_{H_2O} \cdot g = d_{\Sigma\Phi} \cdot a \Leftrightarrow$$
$$d_{\Sigma\Phi} \cdot 10 - 1 \cdot 10 = d_{\Sigma\Phi} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow 9,5 \cdot d_{\Sigma\Phi} = 10 \Leftrightarrow d_{\Sigma\Phi} = \frac{10}{9,5} = 1,05 \ \frac{g}{cm^3}$$

Άσκηση 23, Κεφάλαιο 5

Έστω V_1 ο όγκος του βυθισμένου τμήματος του παγόβουνου.

Έστω V ο όγκος όλου του παγόβουνου.

Προφανώς είναι $V > V_1$

Αφού το παγόβουνο πλέει, από τη συνθήκη πλεύσεως προκύπτει ότι $A = B$

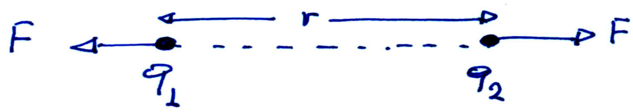
$$\left.\begin{matrix} A = d_{\Theta A \Lambda} \cdot g \cdot V_1 \\ B = d_{\Pi A \Gamma} \cdot g \cdot V \end{matrix}\right\} d_{\Theta A \Lambda} \cdot \cancel{g} \cdot V_1 = d_{\Pi A \Gamma} \cdot \cancel{g} \cdot V \Leftrightarrow d_{\Theta A \Lambda} \cdot V_1 = d_{\Pi A \Gamma} \cdot V \Leftrightarrow$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{d_{\Pi A \Gamma}}{d_{\Theta A \Lambda}} = \frac{0,88}{1,1} = \frac{\frac{88}{10\cancel{0}}}{\frac{11}{1\cancel{0}}} = \frac{88}{110} = \frac{8}{10}$$

Άρα, το 80% του όγκου του παγόβουνου είναι βυθισμένο.

Άσκηση 1, Κεφάλαιο 9

$$F = k_{\text{ΗΛ}}\frac{q_1\cdot q_2}{r^2} = 9\cdot\cancel{10^9}\,\frac{2\cdot10^{-9}\cdot3\cdot\cancel{10^{-9}}}{4^2} = \frac{27\cdot10^{-9}}{8}\ N$$



Άσκηση 2, Κεφάλαιο 9

$$F_{Coulomb} = k_{\text{ΗΛ}}\frac{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 1,6\cdot 10^{-19}}{\left(5,3\cdot 10^{-11}\right)^2} = 9\cdot10^9\,\frac{1,6\cdot 1,6\cdot 10^{11}\cdot 10^{11}}{5,3\cdot 5,3\cdot 10^{19}\ \cdot10^{19}}$$

$$= \frac{9\cdot 16\cdot 16\cdot 10^{31}}{53\cdot 53\cdot 10^{38}} = \frac{9\cdot 16\cdot 16}{53\cdot 53\cdot 10^{7}}\ N$$

$$F_{Newton} = G\frac{m_p\cdot m_e}{r^2} = 6,673\cdot10^{-11}\,\frac{1,7\cdot 10^{-27}\cdot 9,1\cdot 10^{-31}}{5,3\cdot 10^{-11}\cdot 5,3\cdot 10^{-11}}$$

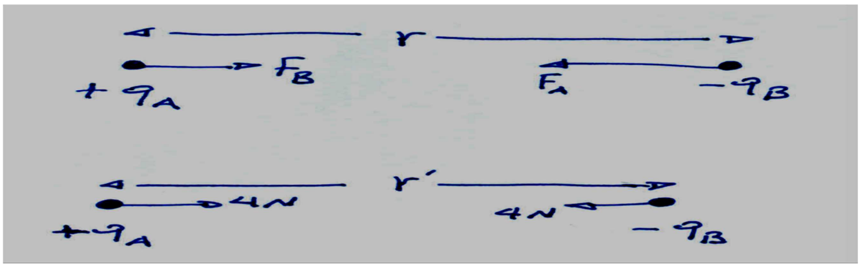
$$= \frac{6,673\cdot 1,7\cdot 9,1\cdot 10^{11}}{5,3\cdot 5,3\cdot 10^{27}\cdot 10^{31}} = \frac{6,673\cdot 17\cdot 91}{53\cdot 53\cdot 10^{47}}\ N$$

$$\frac{F_{Coulomb}}{F_{Newton}} = \frac{\dfrac{9\cdot 16\cdot 16}{53\cdot 53\cdot 10^{7}}}{\dfrac{6,673\cdot 17\cdot 91}{53\cdot 53\cdot 10^{47}}} = \frac{9\cdot 16\cdot 16\cdot 10^{47}}{6,673\cdot 17\cdot 91\cdot 10^{7}} = \frac{9\cdot 16\cdot 16}{6,673\cdot 17\cdot 91}\cdot 10^{40}$$

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 9

$$1 = k_{\text{ΗΛ}}\frac{q_A\cdot q_B}{0,2\cdot0,2} \Leftrightarrow q_A\cdot q_B\cdot k_{\text{ΗΛ}} = \frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10} = \frac{4}{100}$$

$$4 = k_{\text{ΗΛ}}\frac{q_A\cdot q_B}{r'^2} \Leftrightarrow 4 = \frac{\frac{4}{100}}{r'^2} \Leftrightarrow 4 = \frac{4}{100\cdot r'^2} \Leftrightarrow 1 = 100\cdot r'^2 \Leftrightarrow r'^2 = \frac{1}{100} \Leftrightarrow r' = \frac{1}{10}\ m$$



Σχόλιο $F = k_{\text{ΗΛ}}\dfrac{Q_A\cdot Q_B}{r^2}$

$$F' = k_{\text{ΗΛ}}\frac{Q_A\cdot Q_B}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4\cdot k_{\text{ΗΛ}}\frac{Q_A\cdot Q_B}{r^2} = 4\cdot F$$

Άσκηση 4, Κεφάλαιο 9

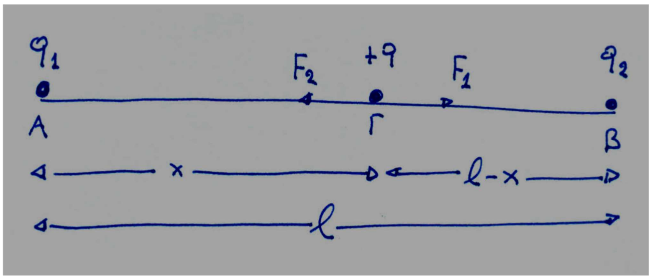
Έστω ότι το φορτίο $+q$ απέχει απόσταση x από το φορτίο q_1

Τότε απέχει απόσταση $\ell - x = 2 - x$ από το φορτίο q_2

Αν τα φορτία q_1, q_2 ασκούν στο φορτίο $+q$ δυνάμεις F_1, F_2 αντίστοιχα, είναι

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= k_{\eta\lambda}\frac{q_1\cdot q}{x^2} = k_{\eta\lambda}\frac{10^{-12}\cdot q}{x^2} \\ F_2 &= k_{\eta\lambda}\frac{q_2\cdot q}{(2-x)^2} = k_{\eta\lambda}\frac{9\cdot 10^{-12}\cdot q}{x^2+4-4x}\end{aligned}\right\} \cancel{k_{\eta\lambda}}\frac{\cancel{10^{-12}}\cdot\cancel{q}}{x^2} = \cancel{k_{\eta\lambda}}\frac{9\cdot\cancel{10^{-12}}\cdot\cancel{q}}{x^2+4-4x} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{x^2+4-4x}$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 = x^2+4-4x \Leftrightarrow 8x^2 = 4-4x \Leftrightarrow 2x^2 = 1-x \Leftrightarrow x = \begin{cases} -1 & \text{Απορρίπτεται} \\ 0,5 & \text{Δεκτή}\end{cases}$$



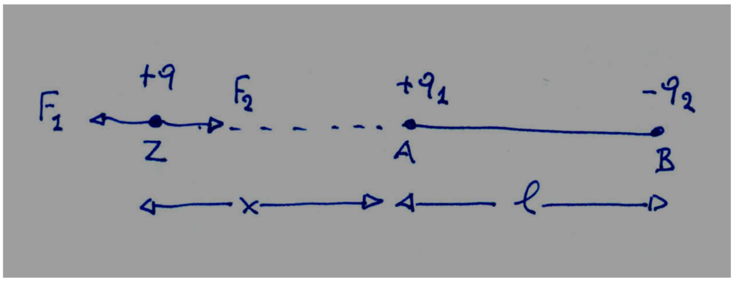
Άσκηση 5, Κεφάλαιο 9

Έστω ότι το φορτίο $+q$ απέχει απόσταση x από το σημείο A, άρα απόσταση $2+x$ από το σημείο B

Αφού το φορτίο $+q$ ισορροπεί, από το νόμο Coulomb ισχύει ότι

$$F_1 = F_2 \Leftrightarrow \cancel{k_{\eta\lambda}}\frac{\cancel{q}\cdot\cancel{10^{-12}}}{x^2} = \cancel{k_{\eta\lambda}}\frac{\cancel{q}\cdot 9\cdot\cancel{10^{-12}}}{(2+x)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(2+x)^2} \Leftrightarrow 9x^2 = 4+x^2+4x \Leftrightarrow$$

$$8x^2 = 4+4x \Leftrightarrow 2x^2 = 1+x \Leftrightarrow 2x^2-1-x = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 1 & \text{Δεκτή} \\ -0,5 & \text{Απορρίπτεται}\end{cases}$$



Επαλήθευση

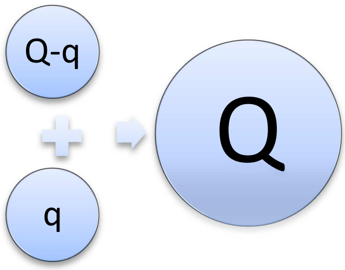
$x = 1\ m$

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= k_{\eta\lambda}\frac{q\cdot 10^{-12}}{1^2} = k_{\eta\lambda}\cdot q\cdot 10^{-12} \\ F_2 &= k_{\eta\lambda}\frac{q\cdot\cancel{9}\cdot 10^{-12}}{\cancel{3^2}} = k_{\eta\lambda}\cdot q\cdot 10^{-12}\end{aligned}\right\} F_1 = F_2$$

Άσκηση 6, Κεφάλαιο 9

Η μεταξύ των φορτίων $Q-q$, q ασκούμενη δύναμη είναι $F = k_{\text{ΗΛ}}\dfrac{q(Q-q)}{r^2}$

Μεγιστοποίηση της απωστικής δυνάμεως F σημαίνει μεγιστοποίηση της παράστασης $q\left(Q-q\right)$ δηλαδή της παράστασης $qQ-q^2$

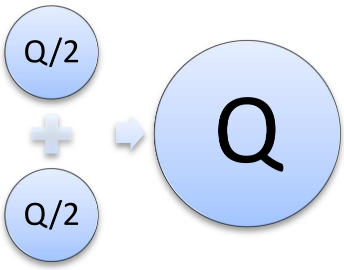


Αν $q=x$ πρέπει να μεγιστοποιηθεί η παράσταση $Qx-x^2$, οπότε θεωρούμε τη συνάρτηση $f, f(x)=Qx-x^2$

Είναι $f', f'(x)=Q-2x$

Είναι $f'(x)=0 \Leftrightarrow Q-2x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{Q}{2}$

Τότε $F=k_{ΗΛ}\dfrac{\frac{Q}{2}\cdot\frac{Q}{2}}{r^2}=k_{ΗΛ}\dfrac{Q^2}{4\cdot r^2}$



Άσκηση 7, Κεφάλαιο 9

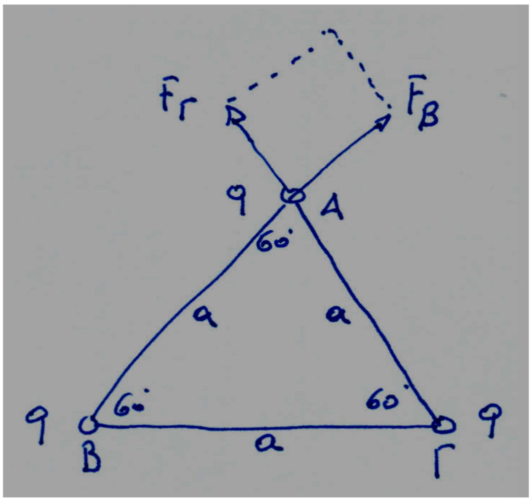
Είναι $q=4\,pC=4\cdot 10^{-12}\ C$

$a=2\ cm=\dfrac{2}{100}\ m$

$\cos 60^0=\sin 30^0=\dfrac{1}{2}$

Από συμμετρία, οι δυνάμεις που ασκούνται στα, ίσα μεταξύ τους, φορτία τα ευρισκόμενα στις κορυφές του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες κατά μέτρο.

Για συντομία υπολογίζουμε τη δύναμη που δέχεται το φορτίο το ευρισκόμενο στην κορυφή Α από τα φορτία που βρίσκονται στις κορυφές Β, Γ του τριγώνου.



$$\left.\begin{array}{l} F_B = k_{\eta\lambda}\dfrac{q\cdot q}{a^2} = k_{\eta\lambda}\dfrac{q^2}{a^2} \\ F_\Gamma = k_{\eta\lambda}\dfrac{q\cdot q}{a^2} = k_{\eta\lambda}\dfrac{q^2}{a^2} \end{array}\right\} \Sigma F = \sqrt{{F_B}^2 + {F_\Gamma}^2 + 2\cdot F_B\cdot F_\Gamma\cdot\cos 60^0} =$$

$$\sqrt{{k_{\eta\lambda}}^2\left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2 + {k_{\eta\lambda}}^2\left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2 + \cancel{2}k_{\eta\lambda}\frac{q^2}{a^2}k_{\eta\lambda}\frac{q^2}{a^2}\frac{1}{\cancel{2}}} = \sqrt{3{k_{\eta\lambda}}^2\left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2} =$$

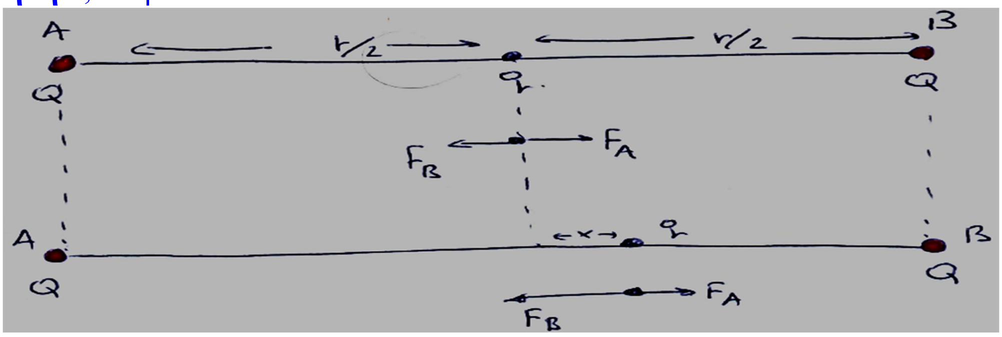
$$\sqrt{3}\cdot\ 9\cdot 10^9\frac{q^2}{\frac{2}{100}\cdot\frac{2}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{4}q^2 10^{13} = \frac{9\sqrt{3}}{\cancel{4}}\frac{4}{10^{12}}\frac{\cancel{4}}{10^{12}}10^{13} = \frac{36\sqrt{3}}{10^{11}}\ N$$

Άσκηση 8, Κεφάλαιο 9

$$\left.\begin{array}{l} q = -1\ C \\ q_e = -1,6\cdot 10^{-19}\ C \end{array}\right\} q = n\cdot\ q_e \Leftrightarrow n = \frac{q}{q_e} = \frac{1}{1,6\cdot 10^{-19}} = \frac{10^{19}}{1,6} = \frac{10\cdot 10^{18}}{1,6} =$$

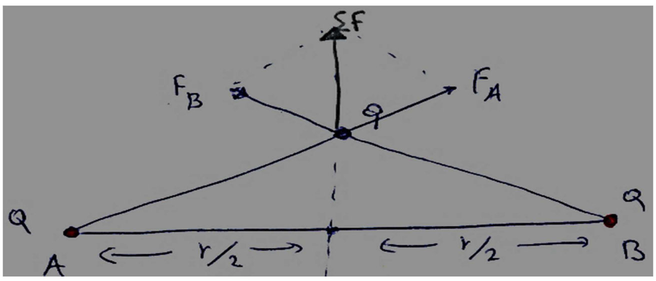
$$\frac{5}{0,8}10^{18} = 6,25\cdot 10^{18} = 625\cdot 10^{15}$$

Άσκηση 9, Κεφάλαιο 9



$$\left.\begin{array}{l} F_A = k_{H\Lambda}\dfrac{Q\cdot q}{\left(\dfrac{r}{2}+x\right)^2} \\ F_B = k_{H\Lambda}\dfrac{Q\cdot q}{\left(\dfrac{r}{2}-x\right)^2} \end{array}\right\} \Sigma F = F_B - F_A = k_{H\Lambda}\cdot Q\cdot q\left[\frac{1}{\left(\frac{r}{2}-x\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{r}{2}+x\right)^2}\right]$$

Ασταθής ισορροπία.



Άσκηση 10, Κεφάλαιο 9

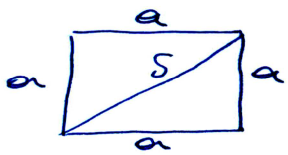
Πρέπει η συνισταμένη Σ των δυνάμεων F_1, F_3 να είναι αντίθετη από τη δύναμη F_2

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2} \\ F_3 &= k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2} \end{aligned}\right\} \Sigma = F_{1,3} = \sqrt{\left(k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}\right)^2 + \left(k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}\right)^2} = \sqrt{2\left(k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}$$

Είναι $F_2 = k_{\text{ΗΛ}} \dfrac{Q \cdot Q}{\left(\alpha\sqrt{2}\right)^2} = k_{\text{ΗΛ}} \dfrac{Q \cdot Q}{2 \cdot \alpha^2}$

Άρα, $\Sigma = F_2 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \cancel{k_{\text{ΗΛ}}} \dfrac{\cancel{Q} \cdot q}{\cancel{a^2}} = \cancel{k_{\text{ΗΛ}}} \dfrac{\cancel{Q} \cdot Q}{2 \cdot \cancel{\alpha^2}} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot q = \dfrac{Q}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{2} = \dfrac{Q}{q}$

Παρατήρηση



$\delta^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

$\delta = a\sqrt{2}$

Άσκηση 1, Κεφάλαιο 10

$$I = \frac{q}{t} = \frac{10}{5} = 2\ C$$

Άσκηση 2, Κεφάλαιο 10

Είναι $I = 5\ mA = 5 \cdot 10^{-3}\ A$

$t = 2\ \min = 120\ s$

$$I = \frac{q}{t} \Leftrightarrow q = I \cdot t = \frac{5}{1.00\cancel{0}} 12\cancel{0} = \frac{6\cancel{0}}{10\cancel{0}} = \frac{6}{10} = 0,6\ C$$

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 10

Είναι $t = 2\ \min = 120\ s$

$$I = \frac{V}{R} \Leftrightarrow V = I \cdot R = \frac{q}{t} \cdot R = \frac{60\cancel{0}}{12\cancel{0}} \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20\ V$$

Άσκηση 4, Κεφάλαιο 10

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{22\cancel{0}}{1\cancel{0}} = 22\ \text{A}$$

$$I_1 = \frac{V_2}{R_2} \Leftrightarrow R_2 = \frac{V_2}{I_1} = \frac{44}{22} = 2\ \Omega$$

Άσκηση 5, Κεφάλαιο 10

Είναι $R = 5\ cm = \frac{5}{100}\ m = \frac{50}{1.000}\ m$

$r = 2\ mm = \frac{2}{1.000}\ m$

$$C = \frac{R \cdot r}{k_{\text{ΗΛ}}\left(R - r\right)} = \frac{\frac{\cancel{5}}{10\cancel{0}} \cdot \frac{\cancel{2}}{1.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}}{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{48}{1.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}} = \frac{1}{9 \cdot 48 \cdot 10^{10}}\ F$$

$$C = \frac{q}{V} \Leftrightarrow q = C \cdot V = C \cdot 50 = \frac{1}{9 \cdot 48 \cdot 10^{10}} \cdot 50 = \frac{5}{9 \cdot 48 \cdot 10^9} = \frac{1}{18 \cdot 48 \cdot 10^8}\ C$$

Άσκηση 6, Κεφάλαιο 10

Είναι $R = 6.400\ km = 6.400.000\ m$

$$C = \frac{R}{k_{\text{ΗΛ}}} = \frac{6.400.000}{9 \cdot 10^9} = \frac{64}{9 \cdot 10^4}\ F$$

Άσκηση 7, Κεφάλαιο 10

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 \Leftrightarrow 1.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot C \cdot 20\cancel{0} \cdot \cancel{2}\cancel{0}\cancel{0} \Leftrightarrow 1 = 20 \cdot C \Leftrightarrow C = \frac{1}{20}\ F$$

Άσκηση 8, Κεφάλαιο 10

Για τους κατά σειρά συνδεδεμένους πυκνωτές ισχύει ότι

$$\frac{1}{C_{ΟΛ}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{C_2}{C_1\cdot C_2}+\frac{C_1}{C_1\cdot C_2}=\frac{C_1+C_2}{C_1\cdot C_2}$$

Άρα, $C_{ΟΛ}=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}=\frac{1\cdot 3}{1+3}=\frac{3}{4}\ F$

$$C_{ΟΛ}=\frac{q_{ΟΛ}}{V}\Leftrightarrow q_{ΟΛ}=q_1=q_2=C_{ΟΛ}\cdot V=\frac{3}{4}\cdot 220=\frac{3}{2}\cdot 110=3\cdot 55=165\ C$$

$$C_1=\frac{q}{V_1}\Leftrightarrow V_1=\frac{q}{C_1}=\frac{165}{1}=165\ V$$

$$C_2=\frac{q}{V_2}\Leftrightarrow V_2=\frac{q}{C_2}=\frac{165}{3}=55\ V$$

Παρατήρηση $V_1+V_2=165+55=220\ V$.

2^o ερώτημα

$$\left.\begin{aligned}C_1=\frac{q_1}{V}\Leftrightarrow q_1=C_1\cdot V=1\cdot V\\ C_2=\frac{q_2}{V}\Leftrightarrow q_2=C_2\cdot V=3\cdot V\end{aligned}\right\}q_1+q_2=4\cdot V\Leftrightarrow 2\cdot 165=4\cdot V\Leftrightarrow 165=2\cdot V\Leftrightarrow V=\frac{165}{2}\ V$$

Άσκηση 9, Κεφάλαιο 10

$$C=300\ pF=300\cdot 10^{-12}\ F$$

$$U=\frac{1}{2}\cdot C\cdot V^2=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot 300\cdot 10^{-12}\cdot 20\cdot \cancel{2}0=6\cdot 10^{-8}\ J$$

Άσκηση 10, Κεφάλαιο 10

Για τις κατά σειρά συνδεδεμένες αντιστάσεις ισχύει ότι

$$R_{ΟΛ}=R_1+R_2+r=15+25+0,3=40,3\ \Omega$$

Άρα, $I=\frac{E}{R_{ΟΛ}}=\frac{220}{40,3}\ A$

Από το 2^o κανόνα του Kirchhoff προκύπτει ότι

$$\left.\begin{aligned}220=I\cdot R_2+\underbrace{I\cdot R_1+I\cdot r}_{V_{ΑΓ}}\\ V_{ΑΓ}=I\cdot(R_1+r)\end{aligned}\right\}220=V_{ΑΓ}+I\cdot R_2\Leftrightarrow V_{ΑΓ}=220-I\cdot R_2=220-\frac{220}{40,3}\cdot 25$$

Άσκηση 13, Κεφάλαιο 10

$$R_{ΟΛ}=R_1+R_2=10+20=30\ \Omega$$

$$I=\frac{V}{R_{ΟΛ}}\Leftrightarrow V=I\cdot R_{ΟΛ}=5\cdot 30=150\ V$$

$$V_1=I\cdot R_1=5\cdot 10=50\ V$$

$$V_2=I\cdot R_2=5\cdot 20=100\ V$$

Παρατήρηση Ισχύει ότι $V_1+V_2=V$.

Άσκηση 14, Κεφάλαιο 10

Για τις παράλληλα συνδεδεμένες αντιστάσεις R_1, R_2 ισχύει ότι

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} = \frac{1}{10}+\frac{1}{16} = \frac{16}{160}+\frac{10}{160} = \frac{26}{160} = \frac{13}{80}$$

Άρα, $R_{1,2}=\frac{80}{13}\ \Omega$

$$R_{ΟΛ} = R_{1,2}+R_3+R_4 = \frac{80}{13}+8+4 = \frac{80}{13}+12\ \Omega$$

$$V = I\cdot R_{ΟΛ} = 10\left(\frac{80}{13}+12\right)=\left(\frac{800}{13}+120\right)\ V$$

$$V_3 = I\cdot R_3 = 10\cdot 8 = 80\ V$$

$$V_4 = I\cdot R_4 = 10\cdot 4 = 40\ V$$

$$V_1=V_2 \ =V-V_3-V_4=\left(\frac{800}{13}+\cancel{120}\right)-\cancel{80}-\cancel{40}=\frac{800}{13}\ V$$

$$I_3=I_4=I=10\ A$$

$$I_1=\frac{V_1}{R_1}=\frac{\frac{800}{13}}{10}=\frac{800}{130}=\frac{80}{13}\ A$$

$$I_2=\frac{V_2}{R_2}=\frac{\frac{800}{13}}{16}=\frac{800}{13\cdot 16}=\frac{100}{13\cdot 2}=\frac{50}{13}\ A$$

Παρατήρηση $I_1+I_2=\frac{130}{13}=10\ A$

Άσκηση 15, Κεφάλαιο 10

Για τους παράλληλα συνδεδεμένους πυκνωτές ισχύει ότι $C_{ΟΛ}=C_1+C_2=1+2=3\ F$

$$U=\frac{1}{2}C_{ΟΛ}V^2=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 200\cdot 200=6\cdot 10^4\ J$$

Άσκηση 16, Κεφάλαιο 10

Για τη συνδεσμολογία του **σχήματος 6** είναι $\frac{1}{C_{1,2}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

Άρα, $C_{1,2}=\frac{2}{3}\ F$

Συνεπώς $C_{1,2,3}=C_{1,2}+C_3=\frac{2}{3}+3=\frac{11}{3}\ F$

Για τη συνδεσμολογία του **σχήματος 7** είναι $C_{1,2}=C_1+C_2=1+2=3\ F$

Άρα, $\frac{1}{C_{1,2,3}}=\frac{1}{C_{1,2}}+\frac{1}{C_3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

Συνεπώς, $C_{1,2,3}=\frac{3}{2}\ F$

Άσκηση 17, Κεφάλαιο 10

$$r_{ΟΛ} = r_1 + r_2 + r_3 = 0,1 + 0,2 + 0,3 = 0,6\ \Omega$$
$$R_{ΟΛ} = r_{ΟΛ} + R = 0,6 + 5 = 5,6\ \Omega$$
$$E_{ΟΛ} = E_1 + E_2 + E_3 = 10 + 20 + 30 = 60\ V$$
$$I = \frac{E_{ΟΛ}}{R_{ΟΛ}} = \frac{60}{5,6} = \frac{30}{2,8} = \frac{15}{1,4}\ A$$

Άσκηση 1, Κεφάλαιο 11

Είναι $n = 200\ \dfrac{\text{σπείρες}}{cm} = 200\ \dfrac{\text{σπείρες}}{\frac{1}{100}\ m} = 2 \cdot 10^4\ \dfrac{\text{σπείρες}}{m}$

$$B_0 = k_\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot I \cdot n = 10^{-7} \cdot 4 \cdot \pi \cdot I \cdot 2 \cdot 10^4 \Leftrightarrow 25 \cdot 10^{-3} = 10^{-3} \cdot 8 \cdot \pi \cdot I \Leftrightarrow$$

$$25 = 8 \cdot \pi \cdot I \Leftrightarrow I = \frac{25}{8\ \pi}\ \text{A}$$

$$B = \mu_r\ B_0 = 3.000\ \frac{25}{8 \cdot \pi} = 1.500\ \frac{25}{4 \cdot \pi} = \frac{15 \cdot 25 \cdot 25}{\pi}\ T$$

Άσκηση 2, Κεφάλαιο 11

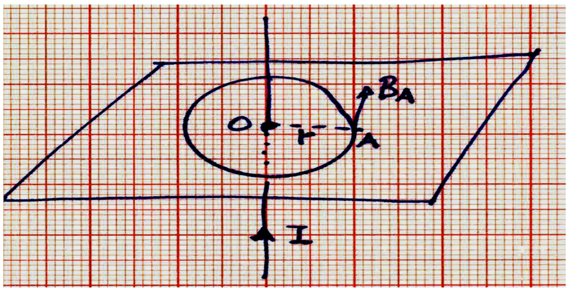
$$\left.\begin{array}{l} \ell = 50\ cm = \dfrac{50}{100}\ m = 0,5\ m \\ N = 500\ \text{σπείρες} \end{array}\right\} n = \frac{500\ \text{σπείρες}}{0,5\ m} = 1.000\ \frac{\text{σπείρες}}{m}$$

$$\text{I} = \frac{E}{R} = \frac{24}{2} = 12\ A$$

$$B = k_\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot I \cdot n = 10^{-7} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 1.000 = 48 \cdot \pi \cdot 10^{-4}\ T$$

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 11

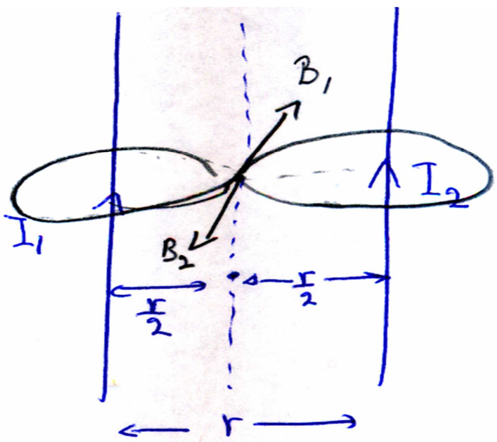
Είναι $r = 4\ cm = \dfrac{4}{100}\ m$

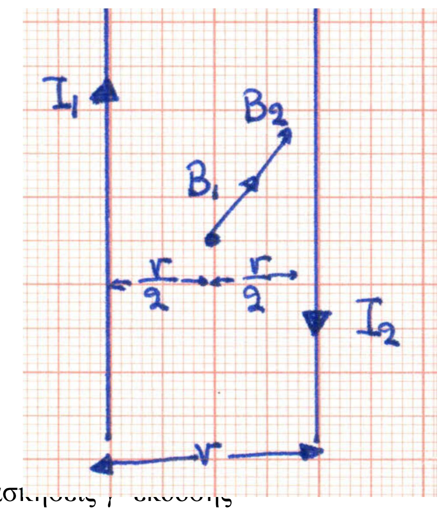


Η μαγνητική επαγωγή (ένταση) B_A του μαγνητικού πεδίου στο σημείο Α, είναι η συνισταμένη των μαγνητικών επαγωγών (εντάσεων) των μαγνητικών πεδίων, που δημιουργούνται στο σημείο Α, από κάθε ένα από τα Ν σύρματα.

$$B_A = N \cdot B_0 = 20 \cdot B_0 = 20 \cdot k_\mu\ \frac{2I}{r} = 20 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 10}{\frac{4}{100}} = \cancel{2} \cdot 10^{-5}\ \frac{\cancel{2} \cdot 100}{\cancel{4}} = \frac{1}{1.000}\ T$$

Άσκηση 4, Κεφάλαιο 11





Είναι $r = 1\ cm = \dfrac{1}{100}\ cm$

$$\left.\begin{array}{l} B_1 = k_\mu \dfrac{2I_1}{\frac{r}{2}} \\ B_2 = k_\mu \dfrac{2I_2}{\frac{r}{2}} \end{array}\right\} B_{ΟΛ} = B_2 - B_1 = k_\mu \dfrac{2I_2}{\frac{r}{2}} - k_\mu \dfrac{2I_1}{\frac{r}{2}} = k_\mu \dfrac{4}{r} I_2 - k_\mu \dfrac{4}{r} I_1 = k_\mu \dfrac{4}{r}\left(I_2 - I_1\right) =$$

$$10^{-7}\dfrac{4}{\frac{1}{100}}2 = 10^{-7}\cdot 800 = 8\cdot 10^{-5}\mathrm{T}$$

$$B_{ΟΛ} = B_1 + B_2 = k_\mu \dfrac{2I_1}{\frac{r}{2}} + k_\mu \dfrac{2I_2}{\frac{r}{2}} = k_\mu \dfrac{4}{r}\left(I_1 + I_2\right) = \ 10^{-7}\dfrac{4}{\frac{1}{100}}14 = 10^{-5}\cdot 64\ T$$

Άσκηση 5, Κεφάλαιο 11

Είναι $a = 20\ cm = \dfrac{1}{5}\ m$

$S = a^2 = \dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{1}{5}\ m^2 = \dfrac{1}{25}\ m^2 = \dfrac{4}{100}\ m^2$

(**α**) Όταν $\hat{\varphi} = 0^0$ τότε $\Phi = \mathrm{B}\cdot S\cdot\cos 0^0 = 2\dfrac{4}{100}1 = \dfrac{8}{100}\ Wb$

(**β**) Όταν $\hat{\varphi} = 30^0$ τότε $\Phi = \mathrm{B}\cdot S\cdot\cos 30^0 = \cancel{2}\dfrac{4}{100}\dfrac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{25}\ Wb$

(**γ**) Όταν $\hat{\varphi} = 90^0$ τότε $\Phi = \mathrm{B}\cdot S\cdot\cos 90^0 = 2\dfrac{4}{100}0 = 0\ Wb$

(**δ**) Όταν $\hat{\varphi} = 180^0$ τότε $\Phi = \mathrm{B}\cdot S\cdot\cos 180^0 = 2\dfrac{4}{100}\left(-1\right) = \dfrac{-8}{100}\ Wb$

Άσκηση 6, Κεφάλαιο11

Είναι $\ell = 20\ cm = \dfrac{1}{5}\ m$

Αφού η ταχύτητα μετατόπισης του σύρματος είναι σταθερή, αυτό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Η απόσταση που διανύει, υπολογίζεται ως εξής $u = \dfrac{s}{t} \Leftrightarrow s = u\cdot t = 1\ \dfrac{m}{\cancel{s}}1\cancel{s} = 1\ m$

Το μέτρο της δύναμης Laplace είναι $F = B\cdot I\cdot\ell = \dfrac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}\dfrac{1}{5} = \dfrac{1}{5}\ N$

Η δύναμη Laplace είναι σταθερή κατά μέτρο και το έργο που παράγει είναι $W = F\cdot s = \dfrac{1}{5}\cdot 1 = \dfrac{1}{5}\ J$

Άσκηση 7, Κεφάλαιο 11

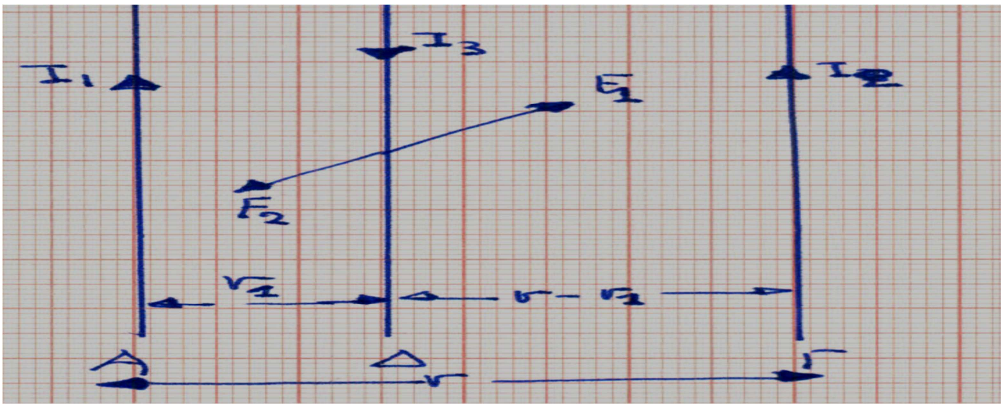
Είναι $r = 10\ cm = \dfrac{10}{100}\ m$

$$r_1 = \frac{3}{100}\ m$$

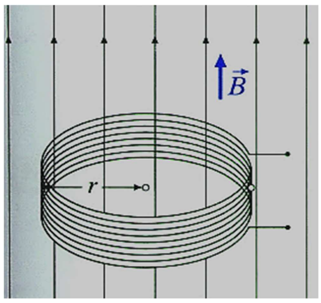
$$(\alpha)\ F_1 = B_1 \cdot I_3 \cdot \ell = B_1 \cdot 1\ A \cdot 1\ m = k_\mu \frac{2I_1}{r_1} 1 = 10^{-7} \frac{2\cdot 8}{\frac{3}{100}} = 10^{-7}\frac{16}{3}100 = \frac{16}{3}10^{-5}\ N$$

$$(\beta)\ F_2 = B_2 \cdot I_3 \cdot \ell = B_2 \cdot 1\ A \cdot 1\ m = \ k_\mu \frac{2I_2}{r - r_1} 1 = 10^{-7} \frac{2\cdot 2}{\frac{7}{100}} = \frac{4}{7}10^{-5}\ N$$

$$(\gamma)\ \Sigma F = F_1 - F_2 = \frac{16}{3}10^{-5} - \frac{4}{7}10^{-5} = \left(\frac{16}{3} - \frac{4}{7}\right)10^{-5} = \frac{100}{21}10^{-5} = \frac{10^{-3}}{21}\ N$$



Άσκηση 10, Κεφάλαιο 11



Είναι $r = 30\ cm = \frac{3}{10}\ m$

Η αρχική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{\text{ΑΡΧ}} = B \cdot S$

(α) Η τελική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{\text{ΤΕΛ}} = 2B \cdot S$

Για τη μεταβολή της μαγνητικής ροής, ισχύει ότι

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_{\text{ΤΕΛ}} - \Phi_{\text{ΑΡΧ}}| = |2B \cdot S - B \cdot S| = B \cdot S$$

Άρα, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή είναι

$$\mathrm{E}_{\text{ΕΠ}} = -\mathrm{N}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}\mathrm{N} = \frac{B \cdot S}{\Delta t}\mathrm{N} = \frac{1 \cdot \pi \cdot \frac{3}{1\cancel{0}} \cdot \frac{3}{1\cancel{0}}}{1} 2\cancel{00} = 18 \cdot \pi\ V$$

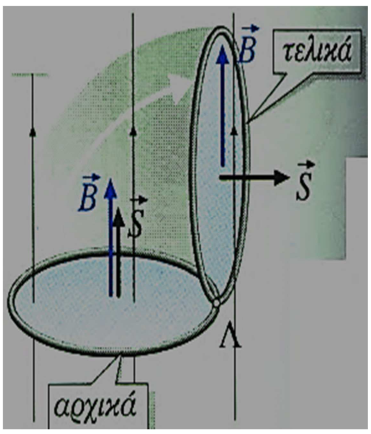
(β) Η τελική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{\text{ΤΕΛ}} = 0$

Για τη μεταβολή της μαγνητικής ροής, ισχύει ότι

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_{\text{ΤΕΛ}} - \Phi_{\text{ΑΡΧ}}| = |0 - B \cdot S| = B \cdot S$$

Άρα, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή είναι

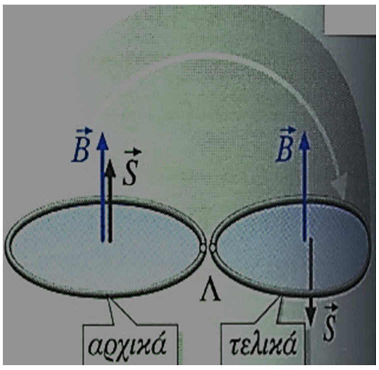
$$\mathrm{E}_{\text{ΕΠ}} = -\mathrm{N}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}\mathrm{N} = 2\cancel{00}\frac{1 \cdot \pi \cdot \frac{3}{1\cancel{0}} \cdot \frac{3}{1\cancel{0}}}{1} = 18 \cdot \pi\ V$$



(γ) Για τη στροφή κατά 90^0 η τελική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{\text{ΤΕΛ}} = 0$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι $\left|\Delta\Phi\right| = \left|\Phi_{ΤΕΛ} - \Phi_{ΑΡΧ}\right| = \left|0 - B\cdot S\right| = B\cdot S$

Άρα, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή είναι $E_{ΕΠ} = 18\cdot\pi\ V$



Για τη στροφή κατά 180^0 η τελική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{ΤΕΛ} = -B\cdot S$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι

$\left|\Delta\Phi\right| = \left|\Phi_{ΤΕΛ} - \Phi_{ΑΡΧ}\right| = \left|-B\cdot S - B\cdot S\right| = 2B\cdot S$

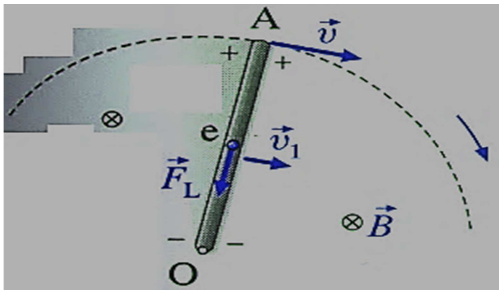
Άρα, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή είναι $E_{ΕΠ} = 36\cdot\pi\ V$

Άσκηση 11, Κεφάλαιο 11

Για τη μαγνητική ροή ισχύει ότι $\Phi = BS = B\pi\ell^2$.

Για την τάση που αναπτύσσεται από επαγωγή ισχύει ότι

$$E_{ΕΠ} = \frac{\left|\Delta\Phi\right|}{\Delta t} = \frac{B\pi\ell^2}{T} = \frac{B\cancel{\pi}\ell^2}{\frac{2\cancel{\pi}}{\omega}} = \frac{1}{2}B\omega\ell^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 30\cdot 1 = 15\ V$$



Άσκηση 12, Κεφάλαιο 11

$$\left.\begin{array}{l} \ell = 2\ m \\ N = 1.000\ \text{σπείρες} \end{array}\right\} n = \frac{1.000}{2} = 500\ \frac{\text{σπείρες}}{m}$$

$$\left\{\begin{array}{l} r = 2\ cm = \dfrac{2}{100}\ m \\ s = \pi r^2 = \pi\cdot\dfrac{2}{100}\cdot\dfrac{2}{100} = 4\cdot\pi\cdot 10^{-4}\ m^2 \end{array}\right.$$

$$B = k_\mu\cdot 4\cdot\pi\cdot I\cdot n = 10^{-7}\cdot 4\cdot\pi\cdot 5\cdot 500 = 10^{-7}\cdot\pi\cdot 10.000 = 10^{-3}\cdot\pi\ T$$

$$\Phi_{ΟΛ} = N\cdot\Phi = 1.000\cdot\Phi = 1.000\cdot B\cdot s = 1.000\cdot B\cdot\left(4\cdot\pi\cdot 10^{-4}\right)$$

$$= 4\cdot\pi\cdot B\cdot 10^{-1} = 4\cdot\pi\cdot 10^{-3}\cdot\pi\cdot 10^{-1} = 4\cdot\pi^2\cdot 10^{-4}\ Wb$$

Άσκηση 1, Κεφάλαιο 12

Η στιγμιαία τιμή του ημιτονοειδούς εναλλασσομένου ρεύματος δίνεται από τη σχέση $I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

(**α**) πλάτος $I_0 = 8\sqrt{2}\ A$

(**β**) ενεργός τιμή $I_{EN} = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 8\ A$

(**γ**) κυκλική συχνότητα $\omega = 628\ \dfrac{rad}{s}$

(**δ**) συχνότητα $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{628}{2\pi} = \dfrac{314}{\pi} = \dfrac{314}{3{,}14} = 100\ Hz$

(**ε**) περίοδος $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{100}\ s$

Άσκηση 2, Κεφάλαιο 12

Σύμφωνα με τον ορισμό του I_{EN}, η θερμότητα που παράγεται σε χρόνο μίας περιόδου T, ισούται με τη θερμότητα που παράγεται στον ίδιο χρόνο από συνεχές ρεύμα I_{EN}, όταν αυτά διαρρέουν την ίδια αντίσταση R

Για το συνεχές ρεύμα ισχύει ότι $Q = I_{EN}^2 \cdot R \cdot T$

Για το εναλλασσόμενο ρεύμα, σύμφωνα με τη γραφική παράσταση, ισχύει ότι

$$Q' = \underbrace{I_0^2 \cdot R \cdot T}_{\text{Απο } 0'' \text{ εως } \frac{T}{4}} + \underbrace{0^2 \cdot R \cdot T}_{\text{Απο } \frac{T}{4} \text{ εως } \frac{T}{2}} + \underbrace{\left(\frac{I_0}{2}\right)^2 \cdot R \cdot T}_{\text{Απο } \frac{T}{2} \text{ εως } \frac{3T}{4}} + \underbrace{0^2 \cdot R \cdot T}_{\text{Απο } \frac{3T}{4} \text{ εως } T}$$

$$= \frac{I_0^2 \cdot R \cdot T}{4} + \frac{I_0^2 \cdot R \cdot T}{16} = \frac{5 I_0^2 \cdot R \cdot T}{16} = \frac{5 \cdot 16 \cdot R \cdot T}{16} = 5 \cdot R \cdot T$$

Από $Q = Q' \Leftrightarrow I_{EN}^2 \cdot \cancel{R} \cdot \cancel{T} = 5 \cdot \cancel{R} \cdot \cancel{T} \Leftrightarrow I_{EN}^2 = 5 \Leftrightarrow I_{EN} = \sqrt{5}\ A$

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 12

Είναι $I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

Αν $t_0 = 0\ s$ τότε $I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) = I_0 \cdot \sin\varphi = 0$

Άρα, $\sin\varphi = 0 \Leftrightarrow \hat{\varphi} = 0^0$

Συνεπώς, $I = I_0 \cdot \sin(\omega t)$

Αν $t_1 = 0{,}01\ s$ τότε $I_0 \cdot \sin(\omega t) = I_{EN} \Leftrightarrow I_0 \cdot \sin(\omega t) = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sin(\omega t) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$

$\sin(\omega t) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sin(\omega t) = \sin\dfrac{\pi}{4} \Leftrightarrow \omega t = \dfrac{\pi}{4} \Leftrightarrow \dfrac{\omega}{100} = \dfrac{\pi}{4} \Leftrightarrow \omega = 25\pi\ \dfrac{rad}{s}$

Άρα, $I = I_0 \cdot \sin(25\pi t)$

Είναι $\omega = 2\pi f \Leftrightarrow 25\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi} f \Leftrightarrow f = \dfrac{25}{2}\ Hz$

Αν $t_2 = \frac{1}{300}\ s$ τότε $8 = I_0 \cdot \sin\left(\frac{25\pi}{300}\right) \Leftrightarrow 8 = I_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \Leftrightarrow I_0 = \frac{8}{\sin\frac{\pi}{12}} = \frac{8}{\sin 15^0}\ A$

Άσκηση 4, Κεφάλαιο 12

$$V_{EN} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow V_0 = V_{EN}\sqrt{2} = 120\sqrt{2}\ V$$

$$I_{EN} = \frac{V_{EN}}{R} = \frac{120}{20} = 6\ A$$

$$I_{EN} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow I_0 = I_{EN}\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\ A$$

2^{ος} τρόπος $I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{120\sqrt{2}}{20} = 6\sqrt{2}\ A$

Άσκηση 5, Κεφάλαιο 12

$$\left.\begin{array}{l} V = 40 \cdot \sin(80t) \\ V = V_0 \cdot \sin(\omega t) \end{array}\right\} V_0 = 40\ V$$

$$V_{EN} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}} = \frac{2\cdot 20}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}\ V$$

$$\omega = 80 \Leftrightarrow 2\pi f = 80 \Leftrightarrow \pi f = 40 \Leftrightarrow f = \frac{40}{\pi}\ Hz$$

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{40}{4} = 10\ A$$

$$I_{EN} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{2\cdot 5}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}\ A$$

$$Q = I_{EN}^2 \cdot R \cdot t = \left(5\sqrt{2}\right)^2 \cdot 4 \cdot 60 = 12.000\ J = 12\ KJ$$

Άσκηση 6, Κεφάλαιο 12

Σε κύκλωμα εναλλασσομένου ρεύματος που περιλαμβάνει μόνο ωμική αντίσταση, η τάση και το ρεύμα είναι συμφασικά.

Άρα, $I = I_0 \cdot sin(\omega t)$ και $V = V_0 \cdot sin(\omega t)$

Η στιγμιαία ισχύς που δαπανάται στην αντίσταση, τη χρονική στιγμή t, είναι

$$P_\Sigma = I \cdot V = I_0 \cdot sin(\omega t) \cdot V_0 \cdot sin(\omega t) = I_0 \cdot V_0 \cdot \left[sin(\omega t)\right]^2 = I_{EN} \cdot \sqrt{2} \cdot V_{EN} \cdot \sqrt{2} \cdot \left[sin(2\pi \cdot f \cdot t)\right]^2 =$$

$$I_{EN} \cdot V_{EN} \cdot 2 \cdot sin^2\left(2\pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{100}\right) = 200 \cdot 2 \cdot sin^2\pi = 400 \cdot sin^2\pi\ W$$

Σχόλια $I_{EN} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, $V_{EN} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

Για ωμικό αντιστάτη ισχύει ότι $\overline{P} = I_{EN} \cdot V_{EN} \cdot sin 0^0 = I_{EN} \cdot V_{EN}$

Άσκηση 7, Κεφάλαιο 12

$$\left.\begin{array}{l} V = 400\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(314t) \\ V = V_0\cdot\sin(\omega t) \end{array}\right\} V_0 = 400\cdot\sqrt{2}\ V$$

Άρα, $V_{EN} = \dfrac{V_0}{\sqrt{2}} = \dfrac{400\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 400\ V$

Η ηλεκτρική συσκευή (καταναλωτής) είναι ωμική αντίσταση, άρα η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος είναι $\widehat{\varphi} = 0^0$, οπότε η μέση ισχύς δίνεται από τον τύπο

$$\overline{P} = I_{EN}\cdot V_{EN}\cdot\cos\varphi = I_{EN}\cdot V_{EN}\cdot\cos 0^0 = I_{EN}\cdot V_{EN}\cdot 1 = I_{EN}\cdot V_{EN} = \frac{V_{EN}}{R}\cdot V_{EN} = \frac{400\cdot 400}{200} = 800\ W$$

Άσκηση 8, Κεφάλαιο 12

$$\frac{V_{1_{EN}}}{V_{2_{EN}}} = \frac{N_1}{N_2} \Leftrightarrow \frac{120}{V_{2_{EN}}} = \frac{300}{100} \Leftrightarrow \frac{120}{V_{2_{EN}}} = 3 \Leftrightarrow V_{2_{EN}} = 40\ V$$

$$I_{2_{EN}} = \frac{V_{2_{EN}}}{R} = \frac{40}{20} = 2\ A$$

$$P = I^2_{2_{EN}}\cdot R = 2^2\cdot 20 = 80\ W$$

Άσκηση 9, Κεφάλαιο12

Πρωτεύων πηνίο	Δευτερεύων πηνίο
$V_1 = 100\ V$	$P_2 = 900\ W$
$\alpha = 0,9$	$V_2 = 200\ V$
$I_1 = ;$	$\Delta P = \ ;$

$$\alpha = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{9}{10} = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{9}{10} = \frac{900}{P_1} \Leftrightarrow \frac{1}{10} = \frac{100}{P_1} \Leftrightarrow P_1 = 1.000\ W$$

Είναι $P_1 = I_1\cdot V_1 \Leftrightarrow I_1 = \dfrac{P_1}{V_1} = \dfrac{1.000}{100} = 10\ A$

Είναι $\Delta P = P_1 - P_2 = 1.000 - 900 = 100\ W$

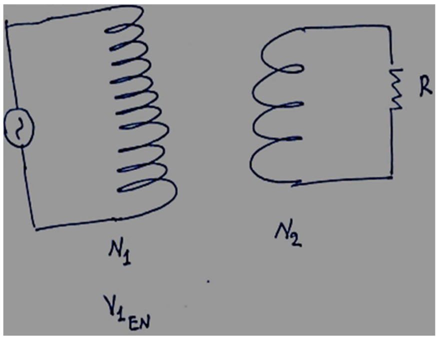
Άσκηση 10, Κεφάλαιο 12

Πρωτεύων πηνίο	Δευτερεύων πηνίο
$V_1 = 1.000\ V$	$V_2 = \ ;$
$I_1 = 5\ A$	$I_2 = 23\ A$
$\alpha = \ ;$	$\Delta P = \ ;$
Απώλειες 50 W	Απώλειες 150 W
Απώλειες Foucault 200 W	

Η ισχύς που προσφέρεται στο πρωτεύων πηνίο του μετασχηματιστή είναι
$P_1 = I_1\cdot V_1 = 5\cdot 1.000 = 5.000\ W$

Οι συνολικές απώλειες ισχύος είναι $P_{ΑΠΩΛ} = 50 + 150 + 200 = 400\ W$

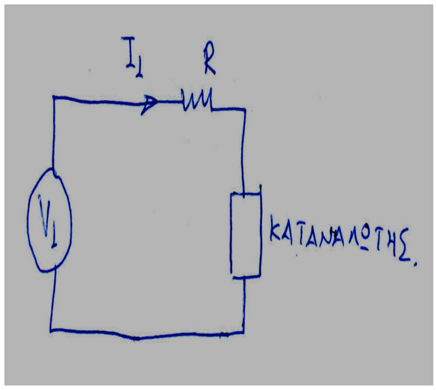
Η ισχύς που αποδίδεται στο δευτερεύων πηνίο είναι $P_2 = P_1 - P_{ΑΠΩΛ} = 5.000 - 400 = 4.600\ W$



Ισχύει ότι $P_2 = I_2 \cdot V_2 \Leftrightarrow V_2 = \frac{P_2}{I_2} = \frac{4.600}{23} = 200\ V$

Άρα, $\alpha = \frac{P_2}{P_1} = \frac{4.600}{5.000} = \frac{92}{100} = 92\%$

Άσκηση 11, Κεφάλαιο 12



$P = I_1 V_1 \Rightarrow I_1 = \frac{P}{V_1} = \frac{500 \cdot 10^6}{500 \cdot 10^3} = 1.000\ A$

$P = I_2 V_2 \Rightarrow I_2 = \frac{P}{V_2} = \frac{500 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^3} = \frac{5 \cdot 10^3}{2} = 2.500\ A$

Η απώλεια ισχύος είναι η ισχύς που γίνεται θερμότητα στους αγωγούς μεταφοράς.

Υπολογίζεται από τον τύπο

$P = I_1^2 R = 1.000 \cdot 1.000 \cdot 100 = 100.000.000 = 100\ MW$

$\mathrm{P = I_2^2 R = 2.500 \cdot 2.500 \cdot 100 = 625.000.000 = 625\ MW}$

Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι πως όταν η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται από υψηλότερη τάση, τότε μειώνονται οι απώλειες ισχύος.

Άσκηση12, Κεφάλαιο 12

Από τον ορισμό της ενεργού τιμής του ρεύματος, προκύπτει ότι $Q = I^2_{EN_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} \cdot R \cdot T$

Η στιγμιαία τιμή του συνολικού ρεύματος που διαρρέει τον συρμάτινο αγωγό, είναι

$I = I_\Sigma + I_0 \cdot sin(\omega t) = 3 + 4\sqrt{2} \cdot sin(\omega t)$

Η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση του σύρματος είναι

$$P = I^2 R = \left[3 + 4\sqrt{2}\sin(\omega t)\right]^2 R = \left[9 + 16 \cdot 2 \cdot \sin^2(\omega t) + 2 \cdot 3 \cdot 4\sqrt{2}\sin(\omega t)\right] R =$$

$$9R + 32R\sin^2(\omega t) + 24 \cdot R\sqrt{2}\sin(\omega t) = 9R + 32R\frac{1 - cos(2\omega t)}{2} + 24 \cdot R\sqrt{2}\sin(\omega t) =$$

$$9R + 16R\left[1 - cos(2\omega t)\right] + 24 \cdot R\sqrt{2}\sin(\omega t) =$$

$$9R + 16R - 16R \cdot cos(2\omega t) + 24 \cdot R\sqrt{2}\sin(\omega t) =$$

$$25R - 16R \cdot cos(2\omega t) + 24 \cdot R\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

Σε χρόνο μίας περιόδου T καταναλώνεται στην αντίσταση R, θερμότητα

$$Q = P \cdot T = 25 \cdot R \cdot T \underbrace{- 16 \cdot RT \cdot cos(2\omega t) + 24 \cdot R \cdot T\sqrt{2}\sin(\omega t)}_{*}$$

* Είναι μεγέθη που μεταβάλλονται αρμονικά, άρα σε χρόνο μίας περιόδου η μέση τιμή του κάθε ενός είναι μηδέν.

Άρα,

$$\left.\begin{aligned} Q &= 25 \cdot R \cdot T \\ Q &= I^2_{EN_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} R \cdot T \end{aligned}\right\} I^2_{EN_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = 25 \Rightarrow I_{EN_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = 5\ A$$

Άσκηση 13, Κεφάλαιο 12

Είναι $P = 1\ MW = 1.000.000\ W$,

$$I \cdot V = P \Leftrightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{1.000.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}{2.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}} = 500\ A$$

$$P_{\text{ΑΠΩΛ}} = I^2 \cdot R = 500 \cdot 500 \cdot 10 = 2.500.000 = 25 \cdot 10^5\ W$$

$$\alpha = \frac{P_{\text{ΟΦΕΛ}}}{P_{\text{ΔΑΠ}}} = \frac{1.000.000 - 250.000}{1.000.000} = \frac{750.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}{1.000.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}} = \frac{75\cancel{0}}{1.00\cancel{0}} = \frac{75}{100} = 75\%$$

Άσκηση 14, Κεφάλαιο 12

Κύκλωμα υψηλής τάσης	Κύκλωμα χαμηλής τάσης
$V_1 = 1.000\ V$ $P_1 = 60$ kW=60.000 W $\alpha = 98\%$ $I_1 = ;$	$V_2 = 220\ V$ $I_2 = ;$

$$P_1 = I_1 \cdot V_1 \Leftrightarrow I_1 = \frac{P_1}{V_1} = \frac{60.\cancel{000}\ W}{1.\cancel{000}\ V} = 60\ A$$

$$a = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{98}{1\cancel{00}} = \frac{P_2}{60.\cancel{00}0} \Leftrightarrow P_2 = 98 \cdot 600 = 58.800\ W$$

$$P_2 = I_2 \cdot V_2 \Leftrightarrow I_2 = \frac{P_2}{V_2} = \frac{58.80\cancel{0}}{22\cancel{0}} = \frac{5.880}{22} = \frac{588 \cdot 5}{11} = \frac{2.940}{11} = 267\frac{3}{11}\ A$$

Άσκηση 15, Κεφάλαιο 12.

Κύκλωμα υψηλής τάσης	Κύκλωμα χαμηλής τάσης
$V_1 = 10.000\ V$ $\alpha = 0,9$ $N_1 = 3.000$ $P_1 = \ ;$ $I_1 = ;$	$V_2 = 220\ V$ $P_2 = 90$ kW $= 90.000$ W $N_2 = \ ;$ $I_2 = ;$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \Leftrightarrow \frac{1\cancel{0}.\cancel{000}}{22\cancel{0}} = \frac{3.\cancel{000}}{N_2} \Leftrightarrow N_2 = 66$$

$$a = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{9}{10} = \frac{90.000}{P_1} \Leftrightarrow P_1 = 100.000\ W$$

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 \Leftrightarrow I_1 = \frac{P_1}{V_1} = \frac{10\cancel{0}.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}{1\cancel{0}.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}} = 10\ A$$

$$P_2 = V_2 \cdot I_2 \Leftrightarrow I_2 = \frac{P_2}{V_2} = \frac{90.00\cancel{0}}{22\cancel{0}} = \frac{9.000}{22} = \frac{4.500}{11} = 409\frac{1}{11}\ A$$