Άσκηση 1, Κεφάλαιο 2.

$$u = 320\ \frac{km}{h} = 320\ \frac{1.0\cancel{00}\ m}{3.6\cancel{00}\ s} = 320\ \frac{10\ m}{36\ s} = 80\ \frac{10\ m}{9\ s} = \frac{800}{9}\ \frac{m}{s}$$

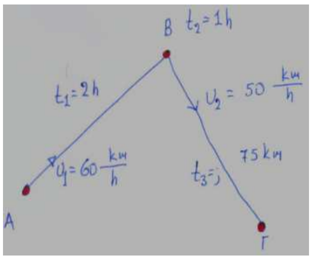
$$u = 320\ \frac{km}{h} = 32\cancel{0}\ \frac{1.000}{6\cancel{0}}\ \frac{m}{\min} = \frac{32}{6}10^3\ \frac{m}{\min} = \frac{16}{3}10^3\ \frac{m}{\min}$$

Άσκηση 2, Κεφάλαιο 2.

Έστω ότι ο συνολικός χρόνος της κινήσεως του αυτοκινήτου είναι $2t$. Τότε αρχικά, για το πρώτο μισό, δηλαδή επί χρόνο t, κινούμενο με ταχύτητα $u = 70\ \frac{km}{h}$ το αυτοκίνητο διανύει απόσταση $70t$. Ομοίως για το άλλο μισό, δηλαδή επί χρόνο t, κινούμενο με ταχύτητα $u' = 50\ \frac{km}{h}$ το αυτοκίνητο διανύει απόσταση $50t$.

Συνεπώς, $S_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 70t + 50t = 120t$. Άρα $\overline{u} = \frac{S_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}{t_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \frac{120\cancel{t}}{2\cancel{t}} = 60\frac{km}{h}$.

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 2.

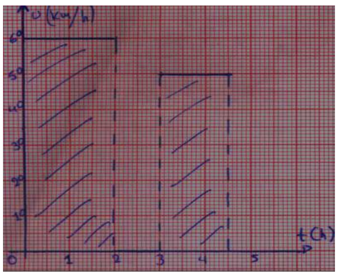


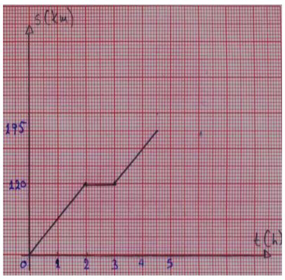
Είναι $(AB) = u_1 \cdot t_1 = 60\ \frac{km}{\cancel{h}}\ 2\ \cancel{h} = 120\ km$

Είναι $t_{\text{ΒΓ}} = \frac{x}{u_2} = \frac{75\ \cancel{km}}{50\ \frac{\cancel{km}}{h}} = \frac{75}{50}h = 1{,}5\ h$

Είναι

$$\overline{u} = \frac{S_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}{t_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \frac{(AB)+(\text{ΒΓ})}{2+1+1{,}5} = \frac{120+75}{4{,}5} = \frac{195}{4{,}5} = \frac{39}{0{,}9} = 43{,}\overline{3}\ \frac{km}{h}$$





Άσκηση 4, Κεφάλαιο 2.

Είναι $a = 180\ \frac{km}{h^2} = 180\ \frac{\frac{km}{h}}{h}$. Άρα, κάθε ώρα η ταχύτητα αυξάνεται κατά $180\ \frac{km}{h}$.

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta u = a\ \Delta t = 180\ \frac{km}{h^2}\ 5\ s = 18\cancel{0}\ \frac{km}{h\ \cancel{h}}\ 5\frac{1}{3.60\cancel{0}}\ \cancel{h} = \frac{18 \cdot 5}{360}\ \frac{km}{h} =$$

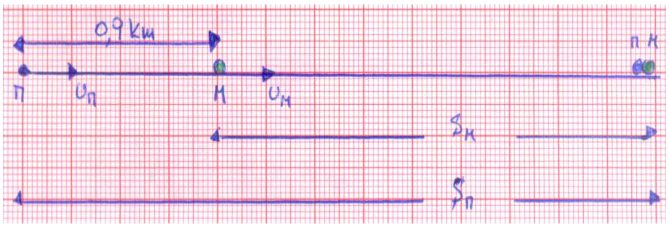
$$\frac{5}{20}\ \frac{km}{h} = \frac{1}{4}\ \frac{km}{h} = 0{,}25\ \frac{km}{h}$$

Άσκηση 5, Κεφάλαιο 2

Τα δυο ασθενοφόρα ξεκινούν συγχρόνως και κινούμενα ταυτοχρόνως συναντιούνται σε κάποιο σημείο της διαδρομής τους έχοντας κινηθεί και τα δυο επί χρονικό διάστημα t. Μέχρι να συναντηθούν, το 1$^{\text{ο}}$ έχει διανύσει απόσταση $s_1 = u_1\ t = 72t$ και το 2$^{\text{ο}}$ $s_2 = u_2\ t = 108t$. Άρα, η συνολική διανυθείσα απόσταση και από τα δυο είναι $s_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = s_1 + s_2 = 72t + 108t = 180t$.

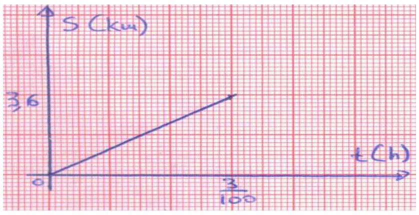
Είναι $180t = 120 \Leftrightarrow t = \frac{120}{180} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}\ h$. Άρα, μέχρι να συναντηθούν, το 2$^{\text{ο}}$ έχει διανύσει απόσταση $s_1 = u_1\ t = 72\frac{2}{3} = \frac{144}{3} = 48\ km$. Ομοίως, το 2$^{\text{ο}}$, μέχρι να συναντηθούν, έχει διανύσει απόσταση $s_2 = u_2\ t = 108\ \frac{2}{3} = 36 \cdot 2 = 72\ km$. Η εν λόγω απόσταση μπορεί να υπολογισθεί και ως εξής: $s_2 = s - s_1 = 120 - 48 = 72\ km$.

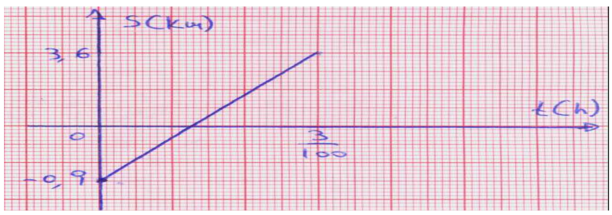
Άσκηση 6, Κεφάλαιο 2.



Και τα δυο κινητά εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Προκειμένου να συναντηθούν, πρέπει το περιπολικό να διανύσει όση απόσταση διανύσει η μηχανή, αυξημένη κατά την απόσταση $0,9\ km$ που τα χώριζε από την αρχή. Δηλαδή $s_{\Pi} = s_{\text{M}} + 0,9$. Επειδή τα δυο κινητά ξεκινούν την ίδια χρονική στιγμή και κινούνται συγχρόνως, μέχρι να συναντηθούν θα έχουν κινηθεί για το ίδιο χρονικό διάστημα. Συνεπώς $s_{\Pi} = s_{\text{M}} + 0,9 \Leftrightarrow 150\ t = 120\ t + 0,9 \Leftrightarrow\ 30\ t = \frac{9}{10} \Leftrightarrow t = \frac{3}{100}\ h$. Η απόσταση που θα διανύσει το περιπολικό είναι $s_{\Pi} = u_{\Pi}\ t = 15\cancel{0}\ \frac{km}{\cancel{h}} \frac{3}{10\cancel{0}} \cancel{h} = 4,5\ km$.

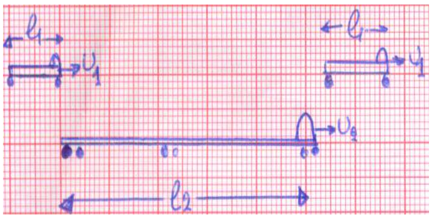
Η απόσταση που θα διανύσει η μηχανή είναι $s_M = u_M\ t = 12\cancel{0}\ \frac{km}{\cancel{h}} \frac{3}{10\cancel{0}} \cancel{h} = 3,6\ km$.





Άσκηση 7, Κεφάλαιο 2.

Το βυτιοφόρο μήκους ℓ_1 θα έχει προσπεράσει τη νταλίκα μήκους ℓ_2, όταν έχει διανύσει απόσταση $\ell_1 + \ell_2$. Όλα τα οχήματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.



(α) $u=\dfrac{s}{t}\Leftrightarrow t=\dfrac{s}{u}=\dfrac{\ell_1+\ell_2}{20}=\dfrac{8\cancel{0}}{2\cancel{0}}=4\ s$

(β) Επειδή $\vec{u}_1 \nearrow\nearrow \vec{u}_2$, είναι:

$$\Delta u=u_1-u_2=\left(72-60\right)\ \frac{km}{h}=12\ \frac{km}{h}=12\ \frac{1.0\cancel{00}\ m}{3.6\cancel{00}\ s}=\frac{10}{3}\frac{m}{s}$$

Συνεπώς, $\Delta u=\dfrac{s}{t}\Leftrightarrow t=\dfrac{s}{\Delta u}=\dfrac{\ell_1+\ell_2}{\dfrac{10}{3}}=\dfrac{8\cancel{0}}{\dfrac{1\cancel{0}}{3}}=24\ s$.

Άσκηση 8, Κεφάλαιο 2.

Για το φως και τον ήχο που εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ισχύει ότι $u=\dfrac{s}{t}\Leftrightarrow s=u\ t$. Άρα, αν η απόσταση μεταξύ κεραυνού– παρατηρητή είναι s, ισχύει ότι $\left.\begin{cases} s=u_{\text{ΗΧΟΥ}}\cdot\left(t+10\right) \\ s=c\cdot t \end{cases}\right\} c\cdot t=u_{\text{ΗΧΟΥ}}\cdot\left(t+10\right)\Leftrightarrow c\cdot t=u_{\text{ΗΧΟΥ}}\cdot t+10\cdot u_{\text{ΗΧΟΥ}}\Leftrightarrow$

$\left(c-u_{\text{ΗΧΟΥ}}\right)\cdot t=10\cdot u_{\text{ΗΧΟΥ}}\Leftrightarrow t=\dfrac{3.400}{c-u_{\text{ΗΧΟΥ}}}=\dfrac{3.400}{300.000.000-340}=\dfrac{340}{30.000.000-34}=$

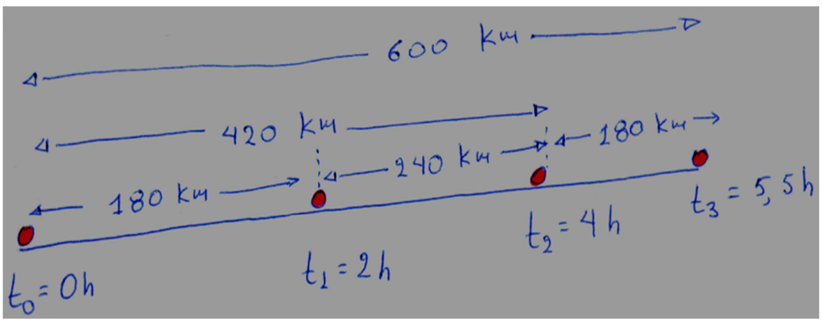
$\dfrac{170}{15.000.000-17}$ sec. Άρα, η ζητούμενη απόσταση s δίνεται αντικαθιστώντας στον τύπο $s=c\cdot t=300.000.000\dfrac{170}{15.000.000-17}=\dfrac{51\cdot 10^9}{14.999.893}=3.400\ m$.

Άσκηση 9, Κεφάλαιο 2.

Τις δυο πρώτες ώρες, το φορτηγό κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $u=90\ \dfrac{km}{h}$ διανύει απόσταση $180\ km$. Τις επόμενες δυο ώρες, το φορτηγό κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $u=120\ \dfrac{km}{h}$ διανύει απόσταση $240\ km$. Συνεπώς, τις τέσσερεις πρώτες ώρες της κινήσεως του, το φορτηγό έχει διανύσει $240\ km+180\ km=420\ km$.

Απομένουν να διανυθούν άλλα $600\ km-420\ km=180\ km$ σε χρόνο $5,5\ h-4\ h=1,5\ h$. Άρα, η ταχύτητα που πρέπει να έχει δίνεται από τον τύπο:

$u=\dfrac{s}{t}=\dfrac{180\ km}{1,5\ \ h}=\dfrac{180\ km}{\dfrac{3}{2}\ \ h}=120\ \dfrac{km}{h}$.



Άσκηση 10, Κεφάλαιο 2.

$$S_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 4\cdot 5 + (10-5)\cdot 8 + (15-10)\cdot 2 = 20+40+10 = 70\ m$$

$$u_{\max} = 8\ \frac{m}{s},\qquad \overline{u} = \frac{s_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}{t_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \frac{70}{15} = \frac{14}{3}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 11, Κεφάλαιο 2.

$$u = \frac{s}{t} = \frac{6.0\cancel{00}}{2\cancel{00}}\frac{m}{s} = 30\frac{m}{s},\quad S = 1\ km = 1.000\ m,$$

$$u = \frac{S}{t'} \Leftrightarrow t' = \frac{S}{u} = \frac{1.00\cancel{0}}{3\cancel{0}} = \frac{100}{3} = 33,\overline{3}\ s$$

Άσκηση 12, Κεφάλαιο 2.

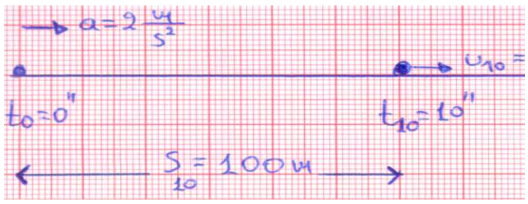
$$u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow s = u\ t = 200\ \frac{m}{\cancel{s}}45\ \cancel{s} = 9.000\ m = 9\ km$$

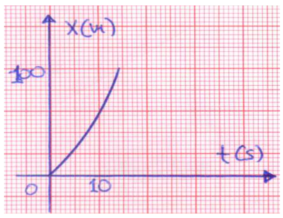
Άσκηση 13, Κεφάλαιο 2.

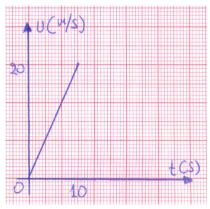
(α) $u_{10} = a\ t = 2\cdot 10 = 20\ \frac{m}{s}$

(β) $S_{10} = \frac{1}{2}a\cdot t^2 = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\cdot 100 = 100\ m$

(δ) $u = a\cdot t \Leftrightarrow t = \frac{u}{a} = \frac{40}{2} = 20\ s$







Άσκηση 14, Κεφάλαιο 2.

(α) Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση το Α & ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα το Β.

(β) – (γ) $u_A = \frac{dx_A}{dt} = 4\ \frac{m}{s},\ a_A = \frac{du_A}{dt} = 0\ \frac{m}{s^2},\ u_B = \frac{dx_B}{dt} = 3+2t,\ a_B = \frac{du_B}{dt} = 2\ \frac{m}{s^2}$

(δ) $x_A = x_B \Leftrightarrow 4t = 3t + t^2 \Leftrightarrow 0 = t^2 - t \Leftrightarrow 0 = t(t-1) \Leftrightarrow t = \begin{cases} 0\ s \\ 1\ s \end{cases}$

$$u_A = u_B \Leftrightarrow 4 = 3 + 2t \Leftrightarrow 1 = 2t \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}\ s$$

Άσκηση 15, Κεφάλαιο 2.

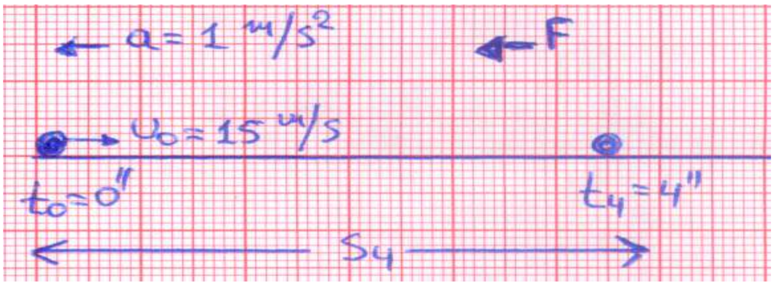
(α) $u = u_0 - at \Leftrightarrow 0 = u_0 - at \Leftrightarrow at = u_0 \Leftrightarrow t = \frac{u_0}{a} = \frac{10}{1} = 10\ s$

$$S_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = \frac{u_0^{\,2}}{2a} = \frac{10\cdot 10}{2\cdot 1} = \frac{100}{2} = 50\ m$$

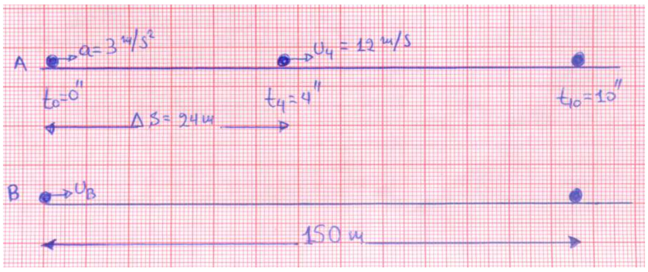
(β) $S_4 = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 10 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 = 32\ m$

(γ) $u = u_0 - a't \Leftrightarrow 0 = u_0 - a't \Leftrightarrow a't = u_0 \Leftrightarrow a' = \frac{u_0}{t} = \frac{10}{5} = 2\ \frac{m}{s^2}$

$S'_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = \frac{{u_0}^2}{2a'} = \frac{10 \cdot 10}{2 \cdot 2} = \frac{100}{4} = 25\ m$



Άσκηση 16, Κεφάλαιο 2.

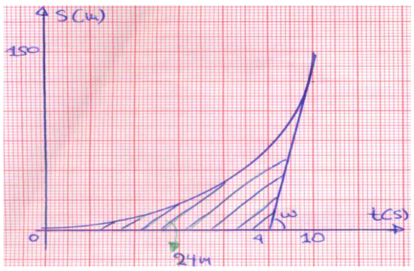


Το $1^{ο}$ κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_4 = 4\ s$, που ξεκινά το $2^{ο}$ κινητό, το $1^{ο}$ έχει διανύσει απόσταση $\Delta s = \frac{1}{2} a_A {t_4}^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 4^2 = 24\ m$ και κινείται με ταχύτητα $u_4 = a_A \cdot t_4 = 3 \cdot 4 = 12\ \frac{m}{s}$.

Το $2^{ο}$ κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Προκειμένου να συναντηθούν τα δυο κινητά, τη χρονική στιγμή $t_{10} = 10\ s$, έξι δευτερόλεπτα μετά την έναρξη της κινήσεως του δευτέρου κινητού, πρέπει:

$$s_B = \Delta s + s_A \Leftrightarrow u_B \cancel{6} = 24 + 12 \cdot \cancel{6} + \frac{1}{2} 3 \cdot 6 \cdot \cancel{6} \Leftrightarrow u_B = 4 + 12 + \frac{1}{2} 3 \cdot 6 \Leftrightarrow u_B = 25\ m$$



Το συνολικό διάστημα που διανύει το $2^{ο}$ κινητό κατά τη διάρκεια των έξι δευτερολέπτων που διαρκεί η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση του είναι: $s_B = u_B 6 = 25 \cdot 6 = 150\ m$.

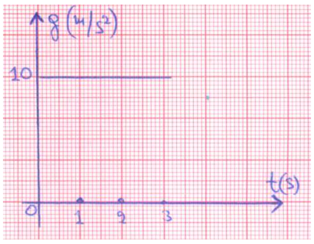
Αντιστοίχως, το συνολικό διάστημα που διανύει το $1^{ο}$ κινητό, κατά τη διάρκεια των δέκα δευτερολέπτων της ευθύγραμμης ομαλής επιταχυνόμενης χωρίς αρχική ταχύτητα, κινήσεως του, είναι: $s_A = \frac{1}{2} a_A 10^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 100 = 150\ m$. Στο σχήμα είναι $\tan\hat{\omega} = \frac{150}{6} = \frac{50}{2} = 25$.

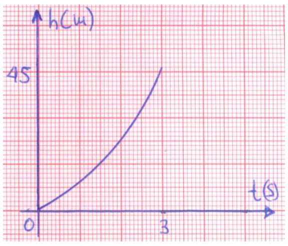
Άσκηση 17, Κεφάλαιο 2.

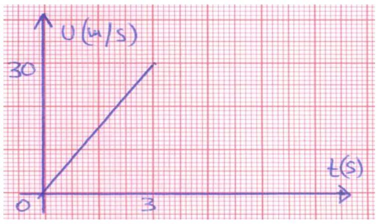
(α) $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 9 = 45\ m$, $u = g \cdot t = 10 \cdot 3 = 30\ \frac{m}{s}$

(β) $a = \dfrac{\Delta u}{\Delta t}$, $\quad x = \dfrac{1}{2}10 \cdot t^2 = 5t^2$, $u(x) = \dot{x} = \dfrac{dx}{dt} = \left(5t^2\right)' = 10t$, $u(2) = 20\ \dfrac{m}{s}$

$a\left(x\right) = \dot{u} = \dfrac{du}{dt} = 10,\ \ a\left(2\right) = 10$







Άσκηση 18, Κεφάλαιο 2.

(α) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Όταν φτάσει στο μέγιστο σημείο ανόδου, θα είναι $u = 0$. Άρα

$$u = u_0 - gt \Leftrightarrow 0 = u_0 - gt \Leftrightarrow u_0 = gt \Leftrightarrow t = \frac{u_0}{g} = \frac{50}{10} = 5\ \frac{m}{s}$$

Το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το σώμα υπολογίζεται από τον τύπο:

$$h_{\max} = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 50 \cdot 5 - \frac{1}{2} 10 \cdot 5 \cdot 5 = 250 - 125 = 125\ m$$

(β) Από την αρχή διατηρήσεως της μηχανικής ενέργειας, προκύπτει ότι η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει το σώμα στο σημείο βολής, ισούται με την ταχύτητα που είχε όταν ρίχθηκε κατακόρυφα προς τα πάνω δηλαδή, $u_0 = 50\ \dfrac{m}{s}$.

(γ) Από τη θεωρία γνωρίζομε ότι ο χρόνος ανόδου ισούται με το χρόνο καθόδου, άρα $t = 5\ s$.

2ος τρόπος. $2h = g \cdot t^2 \Leftrightarrow t^2 = \dfrac{2h}{g} \Leftrightarrow t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 125}{10}} = \sqrt{25} = 5\ s$.

Άσκηση 19, Κεφάλαιο 2.

Από την αρχή διατηρήσεως της μηχανικής ενέργειας προκύπτει ότι:

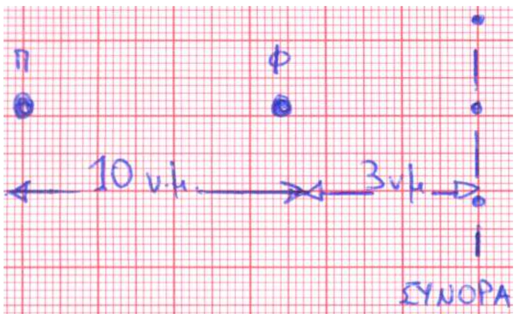
$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot u^2 \Leftrightarrow u^2 = 2g \cdot h \Leftrightarrow g = \frac{u^2}{2h} = \frac{44,3 \cdot 44,3}{200} = \frac{4,43 \cdot 4,43}{2} = \frac{19,6249}{2} = 9,81\ \frac{m}{s^2}$$

Άρα, το πείραμα έλαβε χώρα στην Ελλάδα.

Άσκηση 20, Κεφάλαιο 2.

$u_{\Pi} = 40\ \dfrac{miles}{h}$, $\quad u_{\Phi} = 20\ \dfrac{miles}{h}$,

$u_{\Pi}' = 50\ \dfrac{miles}{h}$



(α) Προκειμένου το περιπολικό να προλάβει το φορτηγό, πρέπει να διανύσει την απόσταση που τα χωρίζει, δηλαδή τα 10 μίλια και επιπλέον όση απόσταση έχει στο μεταξύ διανύσει το φορτηγό. Συνεπώς:

$s_{\Pi} = s_{\Phi} + 10 \Leftrightarrow 4\cancel{0}t = 2\cancel{0}t + 1\cancel{0} \Leftrightarrow 4t = 2t + 1 \Leftrightarrow 2t = 1 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}\ h$

Άρα, κινούμενο με τη μέγιστη ταχύτητα, το περιπολικό θα συναντήσει το φορτηγό σε μισή ώρα. Στο χρονικό διάστημα όμως αυτής της μισής ώρας το φορτηγό έχει διανύσει απόσταση: $s_{\Phi} = u_{\Phi} \cdot t = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10\ miles$. Άρα, το φορτηγό θα έχει βγει από τα σύνορα και θα μπει κατά επτά μίλια στα σύνορα γειτονικής χώρας.

(**β**) Αν το περιπολικό κινούνταν ταχύτερα με ταχύτητα 50 κόμβων, θα συναντούσε το φορτηγό σε χρόνο: $5\cancel{0}t' = 2\cancel{0}t' + 1\cancel{0} \Leftrightarrow 5t' = 2t' + 1 \Leftrightarrow 3t' = 1 \Leftrightarrow t' = \frac{1}{3}\ h$. Όμως και πάλι το φορτηγό θα είχε περάσει τα σύνορα από τα οποία απείχε τρία μίλια, καθόσον στο χρόνο t' θα είχε διανύσει απόσταση: $s'_{\Phi} = u_{\Phi} \cdot t' = 20 \cdot \frac{1}{3} = 6,\bar{6}\ miles$.

Άσκηση 21, Κεφάλαιο 2.

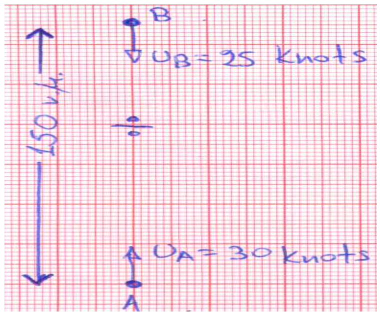
Κάθε ώρα που περνά, το πλοία πλησιάζουν το ένα το άλλο μειώνοντας τη μεταξύ τους απόσταση κατά 55 $\nu.\mu.$ Θα συναντηθούν τη χρονική στιγμή: $u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow 55 = \frac{150}{t} \Leftrightarrow 11 = \frac{30}{t} \Leftrightarrow t = \frac{30}{11}\ h$. Οι αντίστοιχες μετατοπίσεις τους, από την αρχική τους θέση, τη στιγμή της συναντήσεως τους είναι:

$$\left\{\begin{aligned} s_A &= u_A \cdot t = 30\frac{30}{11} = \frac{900}{11}\ \nu.\mu. \\ s_B &= u_B \cdot t = 25\frac{30}{11} = \frac{750}{11}\ \nu.\mu. \end{aligned}\right\} s_{\text{ολικό}} = s_A + s_B = \frac{900}{11} + \frac{750}{11} = \frac{1.650}{11} = 150\ \nu.\mu.$$

Μετά από $t = 20\ h$ τα πλοία A, B έχουν διανύσει, αντίστοιχα, αποστάσεις:

$$\left\{\begin{aligned} s'_A &= u_A \cdot 20 = 30 \cdot 20 = 600\ \nu.\mu. \\ s'_B &= u_B \cdot 20 = 25 \cdot 20 = 500\ \nu.\mu. \end{aligned}\right\}$$

Συνεπώς, η μεταξύ τους απόσταση είναι: $600 + 500 - 150 = 1.100 - 150 = 950\ \nu.\mu.$



Άσκηση 22, Κεφάλαιο 2.

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{9,81}} = 2\sqrt{\frac{2}{9,81}}\ s,$$

$$u = g \cdot t = 9,81 \cdot 2\sqrt{\frac{2}{9,81}} = 2\sqrt{2}\sqrt{9,81}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 23, Κεφάλαιο 2.

Είναι: $u_0 = 2\ knots = 2\ \frac{\nu.\mu.}{h} = 2\ \frac{1.856}{3.600}\ \frac{m}{s} = \frac{1.856}{1.800}\ \frac{m}{s} = 1,03\bar{1}\ \frac{m}{s}$

α) $s = \dfrac{u_0^{\,2}}{2a} = \dfrac{\left(1,03\bar{1}\right)^2}{2\dfrac{1}{2}} = \left(1,03\bar{1}\right)^2 = 1,063\ m$

β) $0 = u_0 - at \Leftrightarrow u_0 = at \Leftrightarrow t = \dfrac{u_0}{a} = \dfrac{\dfrac{1.856}{1.800}}{\dfrac{1}{2}} = \dfrac{2\cdot 1.856}{1.800} = \dfrac{1.856}{900} = 2,06\bar{2}\ s$

Άσκηση 24, Κεφάλαιο 2.

Τα σήματα υπερήχων εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, συνεπώς $t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} = t_{\text{ΚΑΘΟΔΟΥ}} = \dfrac{t_{\text{ΟΛ}}}{2} = \dfrac{3}{20}\ s$, άρα

$u = \dfrac{s}{t} \Leftrightarrow s = u \cdot t = 1.53\cancel{0} \cdot \dfrac{3}{2\cancel{0}} = 153 \cdot \dfrac{3}{2} = \dfrac{459}{2} = 229,5\ m$.

Άσκηση 25, Κεφάλαιο 2.

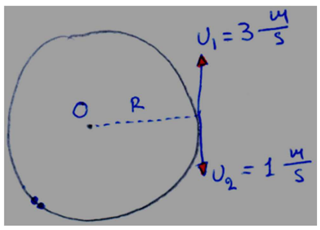
$$\left.\begin{aligned} F_K &= m\frac{u^2}{r} \\ F_K &= B \\ B &= m\cdot g \end{aligned}\right\} \Rightarrow \cancel{m}\frac{u^2}{r} = \cancel{m}\cdot g \Rightarrow \frac{u^2}{r} = g \Rightarrow u = \sqrt{r\cdot g} = \sqrt{6.400.001\cdot 10}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 26, Κεφάλαιο 2.

Είναι: $t_2 = t_1 + 5 \Leftrightarrow t_1 = t_2 - 5$. Προκειμένου να συναντηθούν τα δυο κινητά πρέπει:

$s_1 + s_2 = 2\pi R \Leftrightarrow u_1 \cdot t_1 + u_2 \cdot t_2 = 2\pi \cdot 10 \Leftrightarrow 3 \cdot t_1 + 1 \cdot t_2 = 20\pi \Leftrightarrow$

$3(t-5) + t = 20\pi \Leftrightarrow 3t - 15 + t = 20\pi \Leftrightarrow 4t = 20\pi + 15 \Leftrightarrow t = 5\pi + \dfrac{15}{4}\ s$



Άσκηση 27, Κεφάλαιο 2.

Για τις γωνιακές ταχύτητες ισχύει ότι:

$\omega_1 = 2\cdot\pi\cdot f_1 = 2\cdot\pi\cdot 3 = 6\cdot\pi\ \dfrac{rad}{s}$, $\omega_2 = 2\cdot\pi\cdot f_2 = 2\cdot\pi\cdot 4 = 8\cdot\pi\ \dfrac{rad}{s}$

Για τις γραμμικές ταχύτητες ισχύει ότι:

$u_1 = \omega_1 \cdot R = 6\cdot\pi\cdot R\ \dfrac{m}{s}$, $u_2 = \omega_2 \cdot R = 8\cdot\pi\cdot R\ \dfrac{m}{s}$

Αφού τα κινητά αναχωρούν ταυτόχρονα θα κινούνται για το ίδιο χρονικό διάστημα.

Προκειμένου να συναντηθούν για δεύτερη συνεχόμενη φορά και δοθέντος ότι κινούνται ομόρροπα, ισχύει ότι:

$s_2 = s_1 + 2(2\cdot\pi\cdot R) \Leftrightarrow u_2 \cdot t = u_1 \cdot t + 4\cdot\pi\cdot R \Leftrightarrow 8\cdot\cancel{\pi}\cdot\cancel{R}\cdot t = 6\cdot\cancel{\pi}\cdot\cancel{R}\cdot t + 4\cdot\cancel{\pi}\cdot\cancel{R} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8\cdot t = 6\cdot t + 4 \Leftrightarrow 2\cdot t = 4 \Leftrightarrow t = 2\ s$

Άσκηση 28, Κεφάλαιο 2.

(α) $u=\dfrac{s}{t}=\dfrac{100}{2{,}5}=40\ \dfrac{m}{s}$

(γ) Σε χρόνο μίας περιόδου ο τροχός κάνει μία πλήρη περιστροφή και διανύει απόσταση ίση με το μήκος της περιφέρειας του τροχού δηλαδή, $2\cdot\pi\cdot R=\cancel{2}\cdot\pi\cdot\dfrac{1}{\cancel{2}}=\pi\ m$

(β) Σε χρόνο $2{,}5''$ διανύει απόσταση $100\ m$

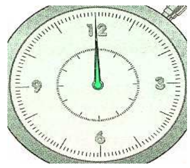
Σε χρόνο $x;$ διανύει απόσταση $\pi\ m$ Άρα $x;=2{,}5\dfrac{\pi}{100}=\dfrac{\pi}{40}''$

Άσκηση 29, Κεφάλαιο 2.

$f_1=$ σταθερή $\Rightarrow u$ σταθερή, $u=2\cdot\pi\cdot R_1\cdot f_1=2\cdot\cancel{\pi}\cdot 1\cdot\dfrac{50}{\cancel{\pi}}=100\ \dfrac{m}{s}$

$u=u_K=u_\Lambda=u_M=u_N=100\ \dfrac{m}{s}$, $\alpha_K=\alpha_\Lambda=\alpha_M=\alpha_N=0\ \dfrac{m}{s^2}$

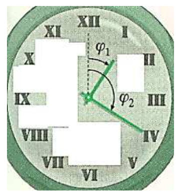
Άσκηση 30, Κεφάλαιο 2.



Οι δείκτες του ρολογιού (ωροδείκτης, λεπτοδείκτης, δευτερολεπτοδείκτης) εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο $12\ \text{h}$, $1\ \text{h}$ και $1'$ αντίστοιχα. Από τη θεωρία ισχύει ότι $\omega=\dfrac{\varphi}{t}\Leftrightarrow\varphi=\omega\cdot t=\dfrac{2\pi}{T}t$. Η σχέση αυτή περιγράφει τη γωνία που διαγράφεται (σε ακτίνια) ως συνάρτηση του χρόνου.

(α) Αν μετά από χρόνο t ο λεπτοδείκτης έχει διαγράψει γωνία $\widehat{\varphi_1}$ και ο δευτερολεπτοδείκτης γωνία $\widehat{\varphi_2}$, ισχύει ότι $\varphi_1=\dfrac{2\pi}{T_{\text{ΛΕΠΤΟΔΕΙΚΤΗ}}}t=\dfrac{2\pi}{60'}t$,

$\varphi_2=\dfrac{2\pi}{T_{\text{ΔΕΥΤΕΡΟΛΕΠΤΟΔΕΙΚΤΗ}}}t=\dfrac{2\pi}{1'}t$,



$\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\dfrac{2\pi}{1}t-\dfrac{2\pi}{60}t=2\pi\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{60}\right)t=2\pi\dfrac{59}{60}t=\pi\dfrac{59}{30}t$

Αν $\varphi=\pi$, είναι $\cancel{\pi}=\cancel{\pi}\dfrac{59}{30}t\Leftrightarrow 1=\dfrac{59}{30}t\Leftrightarrow t=\left(\dfrac{30}{59}\right)'$.

(β) Αν μετά από χρόνο t ο ωροδείκτης έχει διαγράψει γωνία $\widehat{\varphi_3}$ και ο λεπτοδείκτης γωνία $\widehat{\varphi_4}$, θα ισχύει ότι $\varphi_3=\dfrac{2\pi}{T_{\text{ΩΡΟΔΕΙΚΤΗ}}}t=\dfrac{2\pi}{12\ h}t$, $\varphi_4=\dfrac{2\pi}{T_{\text{ΛΕΠΤΟΔΕΙΚΤΗ}}}t=\dfrac{2\pi}{1\ h}t$,

$\varphi=\varphi_4-\varphi_3=\dfrac{2\pi}{1}t-\dfrac{2\pi}{12}t=2\pi\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{12}\right)t=2\pi\dfrac{11}{12}t=\pi\dfrac{11}{6}t$

Αν $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$, είναι $\dfrac{\cancel{\pi}}{2}=\dfrac{11}{6}\cancel{\pi}t\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{11}{6}t\Leftrightarrow 3=11\cdot t\Leftrightarrow t=\dfrac{3}{11}\ h$.

(γ) Αν μετά από χρόνο t ο ωροδείκτης έχει διαγράψει γωνία $\widehat{\varphi_5}$ και ο λεπτοδείκτης γωνία $\widehat{\varphi_6}$, θα ισχύει ότι $\varphi_5 = \dfrac{2\pi}{T_{\text{ΩΡΟΔΕΙΚΤΗ}}} t = \dfrac{2\pi}{12\ h} t$, $\varphi_6 = \dfrac{2\pi}{T_{\text{ΛΕΠΤΟΔΕΙΚΤΗ}}} t = \dfrac{2\pi}{1\ h} t$,

Όταν συμπέσουν για 1η φορά (είναι η αρχή μετρήσεως των χρόνων) θα ισχύει

$$\varphi_6 = \varphi_5 \Leftrightarrow \cancel{2\pi} t = \frac{\cancel{2\pi}}{12} t \Leftrightarrow t = \frac{t}{12} \Leftrightarrow t - \frac{t}{12} = 0 \Leftrightarrow \frac{11t}{12} = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

Μετά την ένδειξη 12 οι δείκτες συμπίπτουν στις ενδείξεις $1h\ 5'\ 27''$, $2h\ 10'\ 54''$, $3h\ 16'\ 21''$, κ.ο.κ. Όταν συμπέσουν για 10η φορά (είναι 10:55 δηλαδή 11 παρά 5) θα ισχύει $\varphi_6 = \varphi_5 + 2\pi \cdot 10 \Leftrightarrow \cancel{2\pi} t = \dfrac{\cancel{2\pi}}{12} t + \cancel{2\pi} \cdot 10 \Leftrightarrow t = \dfrac{t}{12} + 10 \Leftrightarrow \dfrac{11 \cdot t}{12} = 10 \Leftrightarrow$

$$t = \frac{120}{11} = 10 + \frac{10}{11} = 10,\overline{54}\ h.$$

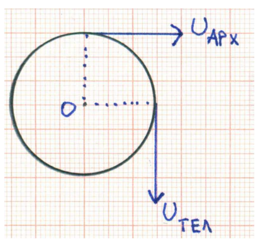
Άσκηση 31, Κεφάλαιο 2.

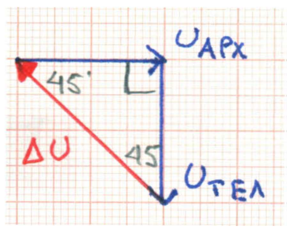
Είναι $u = 180\ \dfrac{km}{h} = 180 \dfrac{1.0\cancel{00}\ m}{3.6\cancel{00}\ s} = \dfrac{18 \cdot 100}{36}\ \dfrac{m}{s} = \dfrac{100}{2}\ \dfrac{m}{s} = 50\ \dfrac{m}{s}$. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου ακτίνας R δίνεται από τον τύπο $2\pi \cdot R$. Συνεπώς, $2\cancel{\pi} \cdot R = 40\cancel{\pi}\ km \Leftrightarrow 2R = 40\ km \Leftrightarrow R = 20\ km = 20.000\ m$

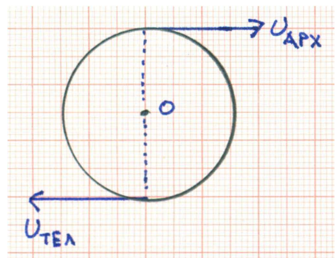
(β) $a_k = \dfrac{u^2}{R} = \dfrac{5\cancel{0} \cdot 5\cancel{0}}{20.0\cancel{00}} = \dfrac{5 \cdot 5}{200} = \dfrac{5}{40} = \dfrac{1}{8}\ \dfrac{m}{s^2}$.

(α) Όταν το αεροπλάνο διαγράψει ένα τέταρτο του κύκλου, για τα διανύσματα των ταχυτήτων ισχύει ότι $\overrightarrow{u_{\text{ΑΡΧ}}} + \overrightarrow{\Delta u} = \overrightarrow{u_{\text{ΤΕΛ}}}$ και από το πυθαγόρειο θεώρημα για τα μέτρα των διανυσμάτων ισχύει ότι $\left|\overrightarrow{\Delta u}\right|^2 = \left|\overrightarrow{u_{\text{ΑΡΧ}}}\right|^2 + \left|\overrightarrow{u_{\text{ΤΕΛ}}}\right|^2 = u^2 + u^2 = 2u^2$, άρα $\left|\overrightarrow{\Delta u}\right| = u\sqrt{2}$.

Όταν το αεροπλάνο διαγράψει μισό κύκλο, για τα διανύσματα των ταχυτήτων ισχύει ότι $\overrightarrow{u_{\text{ΑΡΧ}}} + \overrightarrow{\Delta u} = \overrightarrow{u_{\text{ΤΕΛ}}}$ και για τα μέτρα τους ισχύει ότι $u + \left|\overrightarrow{\Delta u}\right| = -u \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{\Delta u}\right| = -2u$







Άσκηση 32, Κεφάλαιο 2.

Το βάρος του μάζας m σώματος παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δυνάμεως. Η απόσταση του σώματος από το κέντρο της Γης είναι $R_{\text{ΓΗΣ}} + h$. Δηλαδή:

$$\left.\begin{cases} F_K = m \dfrac{u^2}{(R_{\text{ΓΗΣ}} + h)} \\ F_K = B \\ B = G \dfrac{M_{\text{ΓΗΣ}} \cdot m}{(R_{\text{ΓΗΣ}} + h)^2} \end{cases}\right\} \Leftrightarrow \cancel{m} \frac{u^2}{(R_{\text{ΓΗΣ}} + h)} = G \frac{M_{\text{ΓΗΣ}} \cdot \cancel{m}}{(R_{\text{ΓΗΣ}} + h)^2} \Leftrightarrow u^2 = G \frac{M_{\text{ΓΗΣ}}}{(R_{\text{ΓΗΣ}} + h)} \Leftrightarrow$$

$$u=\sqrt{G\frac{M_{ΓΗΣ}}{R_{ΓΗΣ}+h}}=\sqrt{\frac{6,673\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}{6.900\ km}\cdot\frac{kg\cdot N\cdot m^2}{kg^2}}=\sqrt{\frac{6,673\cdot6\cdot10^{24}}{10^{11}\cdot6.900.000\ m}\cdot\frac{N\cdot m^2}{kg}}$$

$$=\sqrt{\frac{6,673\cdot6\cdot10^{8}}{69}\cdot\frac{N\cdot m}{kg}}=10^4\sqrt{\frac{6,673\cdot2}{23}\cdot\frac{kg\frac{m}{s^2}\cdot m}{kg}}=10^4\sqrt{\frac{6,673\cdot2}{23}}\ \frac{m}{s}$$

$$=10^4\sqrt{\frac{13,346}{23}}\ \frac{m}{s}=10^4\sqrt{0,580260869}\ \frac{m}{s}=10^4\cdot0,76174856\ \frac{m}{s}=7.617,4856\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 33, Κεφάλαιο 2.

Είναι $T=28$ ημέρες $=28\cdot24$ ώρες $=28\cdot24\cdot3.600''$ και

$R=381.024\ Km=381.024.000\ m\ R=381.024\ Km$

Η Σελήνη, εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από τη Γη, μόλις συμπληρώσει μία πλήρη περιστροφή έχει διανύσει απόσταση $s=2\cdot\pi\cdot R=2\cdot\pi\cdot381.024.000\ m$.

Η ανωτέρω απόσταση διανύθηκε σε χρονικό διάστημα $28\cdot24\cdot3.600''$ άρα η γραμμική ταχύτητα της Σελήνης είναι

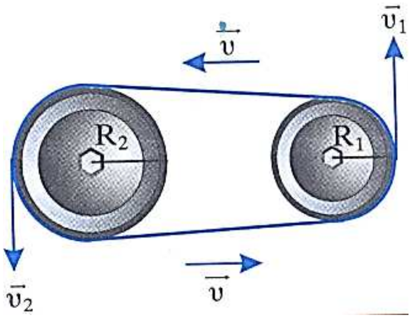
$$u=\frac{s}{t}=\frac{2\cdot\pi\cdot381.024.0\cancel{00}}{28\cdot24\cdot3.6\cancel{00}}=\frac{\pi\cdot381.024\cdot10}{14\cdot24\cdot36}=\frac{\pi\cdot27.216\cdot10}{24\cdot36}=\frac{\pi\cdot27.216\cdot5}{24\cdot18}=\frac{\pi\cdot1.512\cdot5}{24}$$

$$5\cdot\pi\cdot63=315\cdot\pi\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 34, Κεφάλαιο 2.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας των τροχών είναι ίσο με το μέτρο της ταχύτητας οποιουδήποτε σημείου του ιμάντα.

$$\left\{\begin{aligned}&u=6,28\ \frac{m}{s}\\&u=\omega_1\cdot R_1=\frac{2\pi}{T_1}R_1\end{aligned}\right\}\frac{\cancel{2\pi}\cdot R_1}{\frac{1}{10}}=\cancel{6,28}\Leftrightarrow R_1=\frac{1}{10}\ m$$



$$\left\{\begin{aligned}&u=6,28\ \frac{m}{s}\\&u=\omega_2\cdot R_2=\frac{2\pi}{T_2}R_2\end{aligned}\right\}\frac{\cancel{2\pi}\cdot R_2}{3}=\cancel{6,28}\Leftrightarrow R_2=3\ m$$

$$\omega_1=\frac{2\pi}{T_1}=\frac{2\pi}{\frac{1}{10}}=20\pi\ \frac{rad}{s},\quad \Delta\omega=\frac{1}{2}\ \frac{rad}{s}$$

Σε χρόνο $1\ s$ αντιστοιχεί μείωση $\frac{1}{2}\ \frac{rad}{s}$. Σε χρόνο $10\ s$ αντιστοιχεί μείωση $5\ \frac{rad}{s}$.

Σε χρόνο $20\ s$ αντιστοιχεί μείωση $10\ \frac{rad}{s}$. Σε χρόνο $40\ s$ αντιστοιχεί μείωση $20\ \frac{rad}{s}$.

Άσκηση 35, Κεφάλαιο 2.

Είναι $u_{AEP} = 250\dfrac{km}{h}$, $u_{ANEMOY} = 50\dfrac{km}{h}$, $\Delta t = \ ;$

Όταν δεν φυσά άνεμος $t_{\text{ΟΛΙΚΟΣ}} = t_{\text{Α}\to\text{Β}} + t_{\text{Β}\to\text{Α}} = \dfrac{1.000}{250} + \dfrac{1.000}{250} = 4 + 4 = 8\ h$.

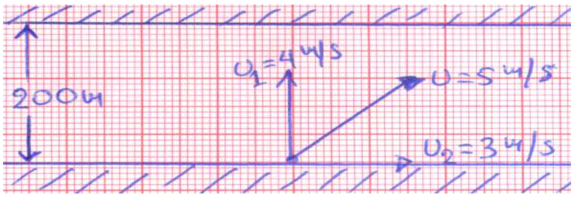
Όταν φυσά άνεμος $t'_{\text{ΟΛΙΚΟΣ}} = t'_{\text{Α}\to\text{Β}} + t'_{\text{Β}\to\text{Α}} = \dfrac{1.000}{200} + \dfrac{1.000}{300} = 5 + 3,\overline{3} = 8,\overline{3}\ h$.

Η διαφορά του χρόνου είναι $\Delta t = 8,\overline{3} - 8 = 0,\overline{3}\ h$.

Άσκηση 36, Κεφάλαιο 2.

Ισχύει ότι $\vec{u} = \vec{u_1} + \vec{u_2}$ και επειδή $\vec{u_1} \perp \vec{u_2}$ είναι $u^2 = u_1^{\ 2} + u_2^{\ 2} = 16 + 9 = 25$.

Άρα, $u = 5\ \dfrac{m}{s}$, $u_1 = \dfrac{s}{t} \Leftrightarrow t = \dfrac{s}{u_1} = \dfrac{200}{4} = \dfrac{100}{2} = 50\ s$.



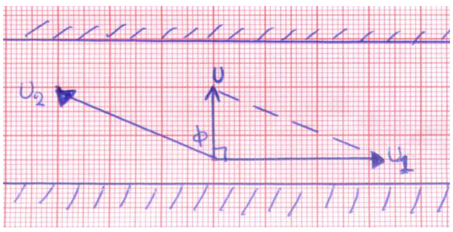
Άσκηση 37, Κεφάλαιο 2.

Από το πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει ότι: $u^2 = u_2^{\ 2} - u_1^{\ 2} = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$.

Άρα, $u = 8\ \dfrac{m}{s}$. Από το παρακάτω σχήμα προκύπτει ότι: $\left(\widehat{\vec{u_1}, \vec{u_2}}\right) = 90^0 + \hat{\varphi}$.

Ισχύει ότι: $\tan\hat{\varphi} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4} = 0,75 \Rightarrow \hat{\varphi} = \text{γνωστή}$.

Επίσης ισχύουν: $\sin\hat{\varphi} = \dfrac{6}{10} = 0,6$ & $\cos\hat{\varphi} = \dfrac{8}{10} = 0,8$.



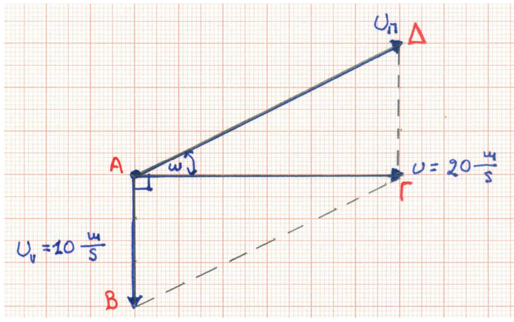
Άσκηση 38, Κεφάλαιο 2.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{u} = \vec{u_1} + \vec{u_2} \\ \vec{u_1} \nearrow\nearrow \vec{u_2} \end{array}\right\} u = u_1 + u_2 = 12\ \frac{km}{h}, \quad t = \frac{s}{u} = \frac{24}{12} = 2\ h.$$

Άσκηση 39, Κεφάλαιο 2.

Για τα διανύσματα των ταχυτήτων ισχύει ότι $\vec{u} = \vec{u_\nu} + \vec{u_\Pi}$. Για τα μέτρα των ταχυτήτων από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ότι $\left|\vec{u_\Pi}\right|^2 = \left|\vec{u_\nu}\right|^2 + \left|\vec{u}\right|^2 = 100 + 400 = 500$. Άρα, $\left|\vec{u_\Pi}\right| = \sqrt{500} = \sqrt{5}\sqrt{100} = 10\sqrt{5}$.

Για τον υπολογισμό της γωνίας $\hat{\omega}$ ισχύει ότι $\tan\omega = \frac{\Gamma\Delta}{\mathrm{A}\Gamma} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{\omega} = \text{γνωστή}$.



Άσκηση 40, Κεφάλαιο 2.

(**α**) Το πλοίο κινείται κατά την κατεύθυνση $A \to B$, όπου $AB = 20\ m$ πλάτος του ποταμού, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Άρα, αν χρειασθεί χρόνο t προκειμένου να διανύσει το πλάτος του ποταμού ισχύει ότι

$$s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \Leftrightarrow 20 = \frac{1}{2}2 \cdot t^2 \Leftrightarrow 20 = t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}''$$

(**β**) Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, αν x είναι η απόσταση δεξιά από το σημείου Β που το πλοίο θα δέσει, ισχύει ότι $x = u_\Pi \cdot t = 6 \cdot 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5}\ m$ καθόσον το πλοίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στην προς τα δεξιά μετατόπιση του.

Άσκηση 41, Κεφάλαιο 2.

$\mathrm{A}(4\ m,\ 5\ m)$ (**α**) Στον κατακόρυφο άξονα yy΄ το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$\downarrow \quad \downarrow$

$x \quad y$

Συνεπώς ισχύει ότι $y = \frac{1}{2}g \cdot t^2 \Leftrightarrow 5 = \frac{1}{2}10 \cdot t^2 \Leftrightarrow t = 1$. Στον οριζόντιο άξονα xx΄ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα u_o.

Άρα, ισχύει ότι $x = u_o \cdot t$ και αντικαθιστώντας προκύπτει ότι

$$x = u_o \cdot t \Leftrightarrow 4 = u_o \cdot t \Leftrightarrow u_o = 4\ \frac{m}{s}.$$

(**β**) Από την αρχή διατηρήσεως της μηχανικής ενέργειας ανάμεσα στις θέσεις Ο και Α και θεωρώντας ως επίπεδο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας ίσο με το μηδέν, το επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Α, ισχύει ότι

$$\cancel{m} \cdot g \cdot 5 + \frac{1}{2}\cancel{m} \cdot 4 \cdot 4 = \frac{1}{2}\cancel{m} \cdot u_A^2 \Leftrightarrow 50 + 8 = \frac{u_A^2}{2} \Leftrightarrow u_A^2 = \sqrt{116} = \sqrt{4 \cdot 29} = 2\sqrt{29}\ \frac{m}{s}$$

(**γ**) Στον οριζόντιο άξονα xx΄ η ταχύτητα του σώματος είναι διαρκώς σταθερή μέτρου $4\ \frac{m}{s}$. Σε όλη τη διάρκεια της κινήσεως του σώματος ισχύει ότι $\vec{u_x} + \vec{u_y} = \vec{u}$ και επειδή $\vec{u_x} \perp \vec{u_y}$ από το πυθαγόρειο θεώρημα είναι $u_x^2 + u_y^2 = u^2$.

Αφού η γωνία προσπτώσεως που σχηματίζει η ταχύτητα του σώματος με το έδαφος, τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος, είναι ίση με 45^0, ισχύει ότι $u_x = u_y = 4\ \frac{m}{s}$. Άρα, από το πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει ότι $u = 4\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$. Από την αρχή διατηρήσεως της μηχανικής ενέργειας ανάμεσα στις θέσεις Ο και Γ (σημείο προσκρούσεως με το έδαφος) προκύπτει ότι

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot 16+\cancel{m}\cdot g\cdot h=\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{m}\cdot 4\cancel{\sqrt{2}}\cdot 4\cancel{\sqrt{2}}\Leftrightarrow 8+10\cdot h=16\Leftrightarrow 10\cdot h=8\Leftrightarrow h=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}\ m$$

Άσκηση 42, Κεφάλαιο 2.

(**α**) $h=\frac{1}{2}g\cdot t^2\Leftrightarrow t=\sqrt{\frac{2\cdot h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 80}{10}}=\sqrt{16}=4\ s$

(**β**) $s=u_0\cdot t=200\ \frac{m}{\cancel{s}}4\ \cancel{s}=800\ m$

(**γ**) $s_{\text{ΑΕΡΟΠΛΑΝΟΥ}}=u_0\cdot t+\frac{1}{2}\alpha\cdot t^2=200\cdot 4+\frac{1}{2}90\cdot 16=800+90\cdot 8=800+720=1.520\ m$

(**δ**) Από την αρχή διατηρήσεως της μηχανικής ενέργειας ανάμεσα στην αρχική και τελική θέση της βόμβας προκύπτει ότι:

$$\cancel{m}\cdot g\cdot h+\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot {u_0}^2=\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot {u_{\text{ΕΔ}}}^2\Leftrightarrow g\cdot h+\frac{1}{2}{u_0}^2=\frac{1}{2}{u_{\text{ΕΔ}}}^2\Leftrightarrow 2\cdot g\cdot h+{u_0}^2={u_{\text{ΕΔ}}}^2\Leftrightarrow$$

$${u_{\text{ΕΔ}}}^2=2\cdot 10\cdot 80+200\cdot 200=1.600+40.000=41.600$$

Άρα

$$u_{\text{ΕΔ}}=\sqrt{41.600}=\sqrt{416\cdot 100}=10\sqrt{416}=10\sqrt{2^4\cdot 27}=10\cdot 2^2\sqrt{27}=40\sqrt{9}\sqrt{3}=120\sqrt{3}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 43, Κεφάλαιο 2.

(**α**) Το βεληνεκές δίνεται από τον τύπο $s=\frac{{u_0}^2\cdot\sin\left(2\hat{\varphi}\right)}{g}$, οπότε είναι: $s_A=\frac{{u_0}^2\cdot\sin 40^0}{g}$ & $s_B=\frac{{u_0}^2\cdot\sin 140^0}{g}$. Επειδή οι γωνίες 40^0 & 140^0 είναι παραπληρωματικές $\left(40^0+140^0=180^0=\pi\right)$ ισχύει ότι: $\sin 40^0=\sin 140^0$, άρα $s_A=s_B$

(**β**) Το μέγιστο ύψος δίνεται από τον τύπο $h=\frac{{u_0}^2\cdot\sin^2\hat{\varphi}}{2g}$, άρα είναι: $h_A=\frac{{u_0}^2\cdot\sin^2 60^0}{2g}$ & $h_B=\frac{{u_0}^2\cdot\sin^2 30^0}{2g}$.

Συνεπώς $$\frac{h_{\text{A}}}{h_{\text{B}}}=\frac{\frac{{u_0}^2\cdot\sin^2 60^0}{2g}}{\frac{{u_0}^2\cdot\sin^2 30^0}{2g}}=\frac{\sin^2 60^0}{\sin^2 30^0}=\frac{\sin 60^0\cdot\sin 60^0}{\sin 30^0\cdot\sin 30^0}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}}{\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}}=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{1}=3.$$

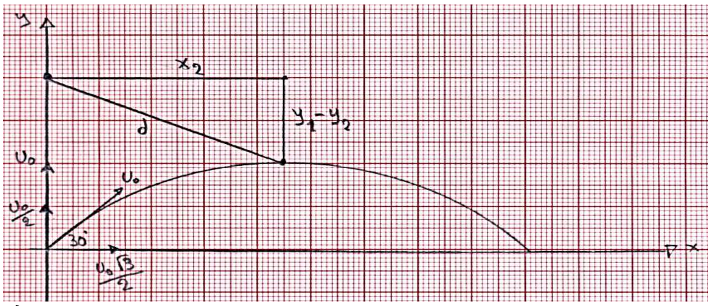
Άσκηση 44, Κεφάλαιο 2.

$$s_{\text{maximum}}=h_{\text{maximum}}\Leftrightarrow\cancel{u_0^2}\frac{\sin\left(2\varphi\right)}{\cancel{g}}=\cancel{u_0^2}\frac{\sin^2\varphi}{2\cancel{g}}\Leftrightarrow\sin\left(2\varphi\right)=\frac{\sin\varphi\cdot\sin\varphi}{2}\Leftrightarrow$$

$$2\cdot\cancel{\sin\varphi}\cdot\cos\varphi=\frac{\cancel{\sin\varphi}\cdot\sin\varphi}{2}\Leftrightarrow 4\cdot\cos\varphi=\sin\varphi\Leftrightarrow 4=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}\Leftrightarrow 4=\tan\varphi\Leftrightarrow\hat{\varphi}=\text{γνωστή}$$

Άσκηση 45, Κεφάλαιο 2.

Το 1ο βλήμα κινείται πάνω στο θετικό ημιάξονα του κατακόρυφου άξονα yy'. Κατά τον οριζόντιο άξονα xx' δεν υπάρχει μετακίνηση του βλήματος. Η θέση του κάθε χρονική στιγμή περιγράφεται από τις εξισώσεις



$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ y_1 = u_o \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 50 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{array} \right\}$$

Το 2ο βλήμα κινείται στον οριζόντιο άξονα με σταθερή ταχύτητα μέτρου $u_o \cdot \cos 30^0$ οπότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον άξονα xx'. Στον κατακόρυφο άξονα yy' κινείται προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_o \cdot \sin 30^0$.

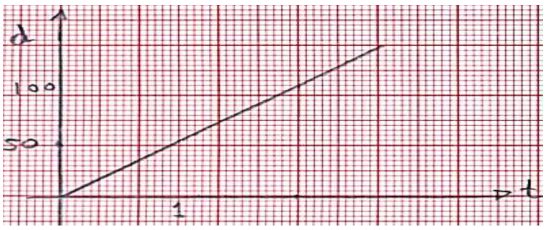
Η θέση του κάθε χρονική στιγμή περιγράφεται από τις εξισώσεις

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = u_o \cdot \cos 30^0 \cdot t = 50 \frac{\sqrt{3}}{2} t = 25\sqrt{3} \cdot t \\ y_2 = u_o \cdot \sin 30^0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 50 \cdot \frac{1}{2} t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 25 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{array} \right\}$$

Η υψομετρική διαφορά της θέσεως των δυο βλημάτων στον κατακόρυφο άξονα, σε σχέση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση $y_1 - y_2 = 25 \cdot t$.

Αν η μεταξύ τους απόσταση είναι d, ισχύει ότι $d^2 = x_2^2 + \left(y_1 - y \right)^2 = \left(25\sqrt{3} \cdot t \right)^2 + \left(25 \cdot t \right)^2 = 625 \cdot 3 \cdot t^2 + 625 \cdot t^2 = 625 \cdot 4 \cdot t^2 = 2.500 \cdot t^2$

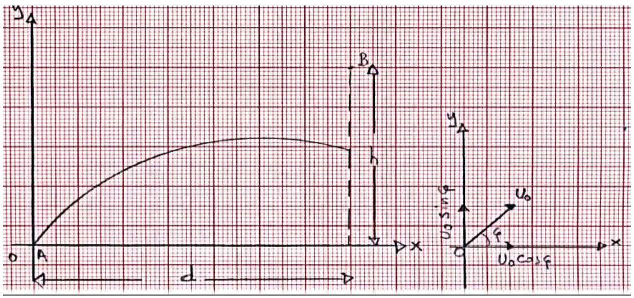
Δηλαδή $d = 50 \cdot t$.



Άσκηση 46, Κεφάλαιο 2.

Στον οριζόντιο άξονα xx' το σώμα Α κινείται, προς τα δεξιά, με ταχύτητα $u = u_0 \cdot \cos\varphi$, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Στον κατακόρυφο άξονα yy' το σώμα Α, κινείται προς τα πάνω, με αρχική ταχύτητα $u = u_0 \cdot \sin\varphi$, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά



επιβραδυνόμενη κίνηση. Στον οριζόντιο άξονα xx' το σώμα Β δε μετακινείται. Στον κατακόρυφο άξονα yy' το σώμα Β κινείται, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Οι συντεταγμένες του σώματος Α, στους δυο άξονες, κάθε χρονική στιγμή, είναι x_1, y_1 και αντιστοίχως του σώματος Β είναι x_2, y_2.

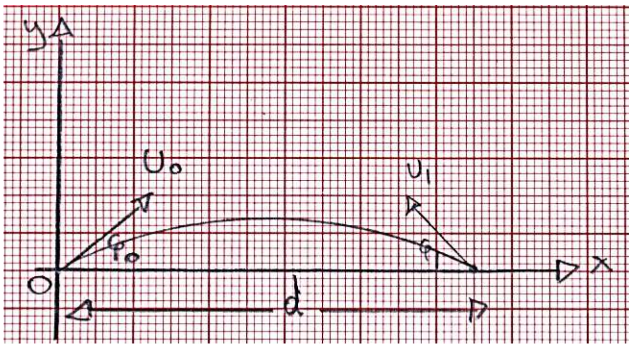
Θεωρώ, για λόγους απλουστεύσεως, ότι το σώμα Α βρίσκεται στη θέση Ο (αρχή του ορθοκανονικού συστήματος των αξόνων) οπότε ισχύει ότι $x_2 = d$ & $y_2 = h - \frac{1}{2} g \cdot t^2$. Κατά τη στιγμή της συναντήσεως των δυο σωμάτων, Α & Β, θα ισχύει ότι $x_1 = x_2$ και $y_1 = y_2$. Συνεπώς είναι:

$$\left.\begin{cases} x_1 = u_0 \cdot \cos\varphi \cdot t \\ x_2 = d \end{cases}\right\} \Leftrightarrow x_1 = x_2 \Leftrightarrow u_0 \cdot \cos\varphi \cdot t = d \Leftrightarrow t = \frac{d}{u_0 \cdot \cos\varphi}$$

$$\left.\begin{cases} y_1 = u_0 \cdot \sin\varphi \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ y_2 = h - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases}\right\} \Leftrightarrow y_1 = y_2 \Leftrightarrow u_0 \cdot \sin\varphi \cdot t = h \Leftrightarrow t = \frac{h}{u_0 \cdot \sin\varphi}$$

Άρα, $\frac{d}{\cancel{u_0} \cdot \cos\varphi} = \frac{h}{\cancel{u_0} \cdot \sin\varphi} \Leftrightarrow \frac{d}{\cos\varphi} = \frac{h}{\sin\varphi} \Leftrightarrow \tan\varphi = \frac{h}{d}$.

Άσκηση 47, Κεφάλαιο 2.



Η θέση του 1ου βλήματος, κάθε χρονική στιγμή, σε σχέση με τους άξονες xx' & yy', περιγράφεται αντίστοιχα από τις εξισώσεις $x_1 = u_0 \cdot \cos\varphi_0 \cdot t$ & $y_1 = u_0 \cdot \sin\varphi_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

Η θέση του 2ου βλήματος, κάθε χρονική στιγμή, σε σχέση με τους άξονες xx' & yy', περιγράφεται αντίστοιχα από τις εξισώσεις $x_2 = d - u_A \cdot \cos\varphi_A \cdot t$ και $y_2 = u_A \cdot \sin\varphi_A \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$. Προκειμένου να συναντηθούν τα δυο βλήματα πρέπει να ισχύουν:

⇨ στον κατακόρυφο άξονα ότι

$$y_1 = y_2 \Leftrightarrow u_0 \cdot \sin\varphi_0 \cdot t - \cancel{\frac{1}{2} g \cdot t^2} = u_A \cdot \sin\varphi_A \cdot t - \cancel{\frac{1}{2} g \cdot t^2} \Leftrightarrow$$

$$u_0 \cdot \sin\varphi_0 \cdot \cancel{t} = u_A \cdot \sin\varphi_A \cdot \cancel{t} \Leftrightarrow u_0 \cdot \sin\varphi_0 = u_A \cdot \sin\varphi_A .$$

⇨ και στον οριζόντιο άξονα ότι

$$x_1 + x_2 = d \Leftrightarrow u_0 \cdot \cos\varphi_0 \cdot t + u_A \cdot \cos\varphi_A \cdot t = d \Leftrightarrow t\left(u_0 \cdot \cos\varphi_0 + u_A \cdot \cos\varphi_A\right) = d \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{d}{u_0 \cdot \cos\varphi_0 + u_A \cdot \cos\varphi_A} .$$

Ο χρόνος ανόδου για το 1ο βλήμα είναι $t_1 = \frac{2u_0 \cdot \sin\varphi_0}{g}$.

Ο χρόνος ανόδου για το 2ο βλήμα είναι $t_2 = \dfrac{2u_A \cdot \sin\varphi_A}{g}$.

Συνεπώς, $\dfrac{d}{u_0 \cdot \cos\varphi_0 + u_A \cdot \cos\varphi_A} \leq \dfrac{2u_0 \cdot \sin\varphi_0}{g}$.

Άσκηση 48, Κεφάλαιο 2.

(**α**) Για το σώμα Β ισχύει ότι σε χρονικό διάστημα $3''$ θα έχει διανύσει κατακόρυφη απόσταση $45\ m$, διότι $h_B = \dfrac{1}{2}g \cdot t^2 = \dfrac{1}{2}10 \cdot 9 = 45\ m$, άρα θα βρίσκεται σε υψόμετρο $100 - 45 = 55\ m$. Για το σώμα Α ισχύει ότι στον οριζόντιο άξονα xx΄ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $u_0 = 20\ \dfrac{m}{s}$, συνεπώς σε χρονικό διάστημα $3''$ θα έχει διανύσει οριζόντια απόσταση προς τα δεξιά $x = u_0 \cdot t = 20\ \dfrac{m}{s} 3'' = 60\ m$.

Στον κατακόρυφο άξονα yy΄ το σώμα Α εκτελεί ελεύθερη πτώση, άρα σε χρονικό διάστημα $3''$ θα έχει διανύσει κατακόρυφη απόσταση $y = \dfrac{1}{2}g \cdot t^2 = \dfrac{1}{2}10 \cdot 9 = 45\ m$, άρα θα βρίσκεται σε υψόμετρο $100 - 45 = 55\ m$.

Παρατηρούμε ότι και τα δυο σώματα θα βρίσκονται στο ίδιο υψόμετρο.

(**β**) Ο συνολικός χρόνος πτώσεως προκύπτει αν στον τύπο $h = \dfrac{1}{2}g \cdot t^2$ θέσω $h = 100\ m$, άρα $100 = \dfrac{1}{2}g \cdot t^2 \Leftrightarrow 100 = \dfrac{1}{2}10 \cdot t^2 \Leftrightarrow 20 = t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\ s$

(**γ**) Το σώμα Α όταν φτάσει στο έδαφος μετά από χρόνο $t = 2\sqrt{5}\ s$ θα έχει διανύσει οριζόντια απόσταση προς τα δεξιά (βεληνεκές) που δίνεται από τον τύπο $x = u_0 \cdot t = 20\ \dfrac{m}{\cancel{s}} 2\sqrt{5}\ \cancel{s} = 40 \cdot \sqrt{5}\ m$. Από αρχή διατηρήσεως μηχανικής ενέργειας προκύπτει ότι η ταχύτητα του όταν θα προσκρούσει στο έδαφος θα έχει μέτρο $20\ \dfrac{m}{s}$.

Άσκηση 49, Κεφάλαιο 2.

(**α**) Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα u_0, άρα για τη θέση του στον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι $x = u_0 \cdot t$.
Στον κατακόρυφο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, άρα για τη θέση του στον άξονα αυτό ισχύει ότι $y = \dfrac{1}{2}g \cdot t^2$.

(**γ**) Για την ταχύτητα του σώματος, στον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι θα είναι πάντα σταθερή και ίση με u_0, ενώ στον κατακόρυφο άξονα είναι $u = g \cdot t$.

(**δ**) $h = \dfrac{1}{2}g \cdot t^2 \Leftrightarrow 5 = \dfrac{1}{2}10 \cdot t^2 \Leftrightarrow 1 = t^2 \Leftrightarrow t = 1''$

(**β**) $d^2 = x^2 + y^2 = (u_0 \cdot t)^2 + \left(\dfrac{1}{2}g \cdot t^2\right)^2 = u_0^2 \cdot t^2 + \dfrac{1}{4}g^2 \cdot t^4 = 36 \cdot t^2 + \dfrac{1}{4}100 \cdot t^4 =$

$36\cdot t^2+25t^4=t^2\left(36+25\cdot t^2\right)$ Άρα, $d=\sqrt{t^2\left(36+25\cdot t^2\right)}=t\sqrt{36+25\cdot t^2}$.

Άσκηση 50, Κεφάλαιο 2.

$u'=108\ \dfrac{km}{h}=108\dfrac{1.0\cancel{00}\ m}{3.6\cancel{00}\ s}=\dfrac{1080}{36}\ \dfrac{m}{s}=30\ \dfrac{m}{s}$. Συνεπώς, το αυτοκίνητο παραβιάζει το όριο ταχύτητας.

Άσκηση 51, Κεφάλαιο 2.

Είναι $c=300.000\ \dfrac{km}{s}=3\cdot10^8\ \dfrac{m}{s}$, $s=15\cdot10^7 km=15\cdot10^{10} m$.

Το φως κατά την κίνηση του με ταχύτητα c, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Συνεπώς, $c=\dfrac{s}{t}\Leftrightarrow t=\dfrac{s}{c}=\dfrac{15\cdot10^{10}}{3\cdot10^8}=\dfrac{15}{3}100=500\ s=480''+20''=8'\ 20''$.

Άσκηση 52, Κεφάλαιο 2.

Είναι $c=300.000\ \dfrac{km}{s}=3\cdot10^8\ \dfrac{m}{s}$, $t=900\ \mu s=900\cdot10^{-6}\ s=9\cdot10^{-4}\ s$.

Οι παλμοί κατά την κίνηση τους με ταχύτητα c, εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Συνεπώς, ο χρόνος που διαρκεί η κίνηση τους από το ραντάρ έως το στόχο, ισούται με τη διάρκεια της κινήσεως τους από το στόχο έως το ραντάρ. Δηλαδή $t_{RADAR\to \text{ΣΤΟΧΟΣ}}=t_{\text{ΣΤΟΧΟΣ}\to RADAR}=\dfrac{9\cdot10^{-4}}{2}\ s$.

Είναι $c=\dfrac{s}{t}\Leftrightarrow s=ct=3\cdot10^8\dfrac{9\cdot10^{-4}}{2}=27\dfrac{10^4}{2}\ m=\dfrac{270}{2}\ km=135\ km$.

Άσκηση 53, Κεφάλαιο 2.

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Συνεπώς $s_1=50\ m$, $s_2=200\ m$, $s_3=450\ m$. Άρα $s=s_1+s_2+s_3=700\ m$, οπότε $\bar{u}=\dfrac{s_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}{t_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}=\dfrac{700}{30}=\dfrac{70}{3}\ \dfrac{m}{s}$.

Άσκηση 54, Κεφάλαιο 2.

(α) Από $0''$ έως $2''$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Από $2''$ έως $8''$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Από $8''$ έως $12''$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $u_0=12\ \dfrac{m}{s}$.

(β) $s_{\text{ΟΛΙΚΟ}}=\dfrac{\beta+\mathrm{B}}{2}\upsilon=\dfrac{6+12}{2}12=\dfrac{18}{2}12=9\cdot12=108$

2^{ος} τρόπος $s=\dfrac{1}{\cancel{2}}\cancel{2}\cdot12+6\cdot12+4\cdot12\cdot\dfrac{1}{2}=12+72+24=84+24=108\ m$

(γ) $a=\dfrac{\Delta u}{\Delta t}=\dfrac{12}{2}=6\ \dfrac{m}{s^2}$.

(δ) $a=\dfrac{\Delta u}{\Delta t}=\dfrac{-12}{4}=-3\ \dfrac{m}{s^2}$.

(ε) Είναι $a=0\ \dfrac{m}{s^2}$ από $2''-8''$ δηλαδή επί $6''$ οπόταν η ταχύτητα του είναι σταθερή.

Άσκηση 55, Κεφάλαιο 2.

(α) Η πέτρα κατά την άνοδο της εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Όταν φτάνει στο μέγιστο ύψος h_{MAX} η ταχύτητα της u μηδενίζεται. Συνεπώς $u = u_0 - gt \Leftrightarrow 0 = u_0 - gt \Leftrightarrow t = \frac{u_0}{g} = \frac{20}{10} = 2\ s$. Το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα είναι $h_{MAX} = u_0 \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = 20 \cdot 2 - \frac{1}{2}10 \cdot 4 = 40 - 20 = 20\ m$

(β) Όταν η πέτρα φτάνει σε ύψος $h = 4\ m$ έχει δυναμική ενέργεια $U = mg4$. Αν τότε η ταχύτητα της είναι u_x, έχει και κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2}mu_x^2$. Η μηχανική της ενέργεια είναι $U + K = mg4 + \frac{1}{2}mu_x^2$. Από αρχή διατηρήσεως μηχανικής ενέργειας ισχύει ότι:

$$\frac{1}{2}\cancel{m} \cdot 20^2 = \cancel{m} \cdot g \cdot 4 + \frac{1}{2}\cancel{m} \cdot u_x^2 \Leftrightarrow 200 = 10 \cdot 4 + \frac{u_x^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$160 = \frac{u_x^2}{2} \Leftrightarrow u_x^2 = 320 \Leftrightarrow u_x = \sqrt{320} = \sqrt{4 \cdot 16 \cdot 5} = 8\sqrt{5}\ \frac{m}{s}$$

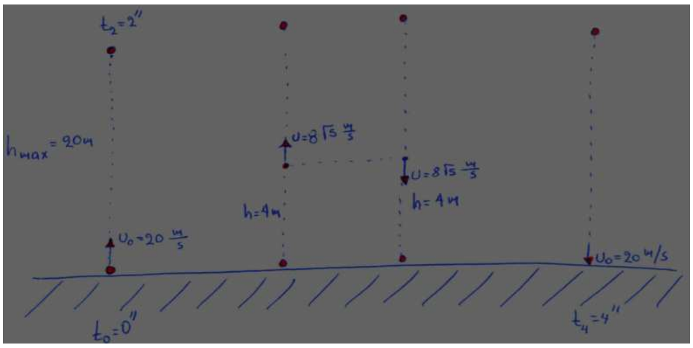
Η πέτρα βρίσκεται στο ύψος $h = 4\ m$, δυο χρονικές στιγμές, μία κατά την άνοδο και μία κατά την κάθοδο της. Για τον προσδιορισμό του χρόνου καθόδου ισχύει ότι:

$u_x = g \cdot t_{\text{ΚΑΘΟΔΟΥ}} \Leftrightarrow t_{\text{ΚΑΘΟΔΟΥ}} = \frac{u_x}{g} = \frac{8\sqrt{5}}{10} = 0{,}8 \cdot \sqrt{5}\ s$. Αντιστοίχως, για τον προσδιορισμό του χρόνου ανόδου ισχύει ότι:

$$u_x = u_0 - g \cdot t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} \Leftrightarrow 8\sqrt{5} = 20 - 10 \cdot t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} \Leftrightarrow$$

$$10 \cdot t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} = 20 - 8\sqrt{5} \Leftrightarrow t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} = \left(2 - 0{,}8 \cdot \sqrt{5}\right)\ s$$

(γ) Ισχύει ότι $t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} = t_{\text{ΚΑΘΟΔΟΥ}} = 2\ s$. Από αρχή διατηρήσεως μηχανικής ενέργειας, ισχύει ότι η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει στο έδαφος ισούται με την αρχική ταχύτητα $u_0 = 20\ \frac{m}{s}$ με την οποία βλήθηκε κατακόρυφα προς τα πάνω.



Άσκηση 56, Κεφάλαιο 2.

(α) $u = \omega R = 2\pi f R \Leftrightarrow f = \frac{u}{2\pi R} = \frac{20}{2 \cdot \pi \cdot 10} = \frac{1}{\pi}\ Hz$, $T = \frac{1}{f} = \pi\ s$

(**β**) $u=\frac{s}{t}\Leftrightarrow s=ut=20\ \frac{m}{\cancel{s}}15\ \cancel{s}=300\ m$.

Μήκος περιφέρειας κύκλου: $2\pi R=2\pi\cdot 10=20\pi\ m$

Τα 20π μέτρα αντιστοιχούν σε 360^0.
Τα 300 μέτρα αντιστοιχούν σε $x;^0$

$x=360\frac{30\cancel{0}}{2\cancel{0}\pi}=\frac{180\cdot 30}{\pi}$ μοίρες.

Τα 20π μέτρα αντιστοιχούν σε 2π ακτίνια (rad)
Τα 300 μέτρα αντιστοιχούν σε $y;$ ακτίνια (rad)

$y=2\pi\frac{300}{20\pi}=\frac{300}{10}=30\ rad$.

Άσκηση 57, Κεφάλαιο 2.

Είναι $u=\omega\cdot R=2\pi f\cdot R$, άρα $f=\frac{u}{2\pi\cdot R}=\frac{15}{2\pi\frac{1}{5}}=\frac{75}{2\pi}$. Δηλαδή σε χρόνο $1''$ γράφει $\frac{75}{2\pi}$ στροφές, άρα σε χρόνο $60''$ γράφει $\frac{75\cdot 30}{\pi}$ στροφές.

2ος τρόπος Είναι $T=\frac{2\pi}{75}$, δηλαδή σε χρόνο $\frac{2\pi}{75}\ s$ γράφει 1 στροφή, άρα σε χρόνο $60\ s$ γράφει $\frac{30\cdot 75}{\pi}$ στροφές.

Άσκηση 58, Κεφάλαιο 2.

(**α**) $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{86.400}=\frac{\pi}{43.200}=7,2685\cdot 10^{-5}\ \frac{rad}{s}$

(**β**) $u_A=\omega R=\frac{7,2685}{10^5}64\cdot 10^5=7,2685\cdot 64=465,184\ \frac{m}{s}$

Άσκηση 59, Κεφάλαιο 2.

Είναι $u_A=\omega_A\cdot R=\frac{1}{100}200=2\ \frac{m}{s}$, $u_B=\omega_B\cdot R=\frac{3}{100}200=6\ \frac{m}{s}$

Αν $\overrightarrow{u_A}\nearrow\swarrow\overrightarrow{u_B}$ τότε κατά τη στιγμή της συναντήσεως των δυο κινητών θα ισχύει ότι
$s_A+s_B=2\cdot\pi\cdot R\Leftrightarrow u_A\cdot t+u_B\cdot t=2\cdot\pi\cdot R\Leftrightarrow 2\cdot t+6\cdot t=2\cdot\pi\cdot 200\Leftrightarrow$
$8\cdot t=\pi\cdot 400\Leftrightarrow t=50\cdot\pi''$

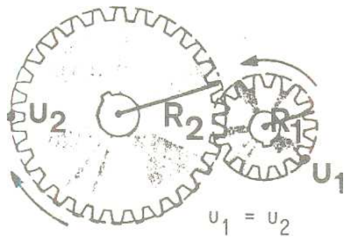
Αν $\overrightarrow{u_A}\nearrow\nearrow\overrightarrow{u_B}$ τότε κατά τη στιγμή της συναντήσεως των δυο κινητών θα ισχύει ότι
$s_B=2\cdot\pi\cdot R+s_A\Leftrightarrow u_B\cdot t=2\cdot\pi\cdot R+u_A\cdot t\Leftrightarrow 6\cdot t=2\cdot\pi\cdot 200+2\cdot t\Leftrightarrow$
$4\cdot t=\pi\cdot 400\Leftrightarrow t=100\cdot\pi''$

Άσκηση 60, Κεφάλαιο 2.

$$u_2 = u_1 \Leftrightarrow \cancel{2\pi} \cdot R_2 \cdot f_2 = \cancel{2\pi} \cdot R_1 \cdot f_1 \Leftrightarrow R_2 \cdot f_2 = R_1 \cdot f_1 \Leftrightarrow f_1 = \frac{R_2}{R_1} f_2 = \frac{3}{2} 18 = 27\ Hz$$

Παρατήρηση.

Στην οδοντοκίνηση δεν υπάρχουν τροχαλίες ούτε αλυσοτροχοί παρά μόνο οδοντωτοί τροχοί (γρανάζια). Ο κάθε άξονας φέρει έναν οδοντωτό τροχό. Και εδώ ισχύει η σχέση $\frac{\mathbf{d_1}}{\mathbf{d_2}} = \frac{\mathbf{n_2}}{\mathbf{n_1}}$ όπου d_1, d_2, n_1, n_2 οι διάμετροι και οι στροφές του 1ου & 2ου αλυσοτροχού, αντίστοιχα. Επιπλέον ισχύει ότι $\frac{\mathbf{d_1}}{\mathbf{d_2}} = \frac{\mathbf{n_2}}{\mathbf{n_1}} = \frac{\mathbf{z_2}}{\mathbf{z_1}}$ όπου z_1, z_2 το πλήθος δοντιών του κάθε οδοντωτού τροχού.



Σε δυο τροχούς, συνήθως οδοντωτούς (ακτίνων R_1, R_2) που ευρισκόμενοι σε επαφή μεταξύ τους, χωρίς ολίσθηση, περιστρέφονται κατά αντίθετη φορά, οι γραμμικές ταχύτητες των περιφερειών επαφής έχουν το ίδιο μέτρο $u_1 = u_2$. Για τα μέτρα των γωνιακών τους ταχυτήτων ισχύει ότι: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$.

Ένα μεγάλο πλεονέκτημα της οδοντοκίνησης είναι ότι μπορεί να πετύχει μετάδοση κινήσεως από τον ένα άξονα στον άλλο ακόμη και όταν η θέση των αξόνων είναι τυχαία στο χώρο, κάτι που είναι αδύνατο στην κίνηση με ιμάντα και στην αλυσοκίνηση.

$$u_\Gamma = \omega r = \frac{7{,}2685}{10^5} r = \frac{7{,}2685}{10^5} R \cdot \cos\varphi = \frac{7{,}2685}{\cancel{10^5}} 64 \cdot \cancel{10^5} \cos 60^0 = 7{,}2685 \cdot 64 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 7{,}2685 \cdot 32 = 232{,}592\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 61, Κεφάλαιο 2.

(α) $\omega = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot f \Leftrightarrow f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{25}{\cancel{2} \cdot \pi \cdot \frac{1}{\cancel{2}}} = \frac{25}{\pi}\ Hertz$, $T = \frac{1}{f} = \frac{\pi}{25}\ s$

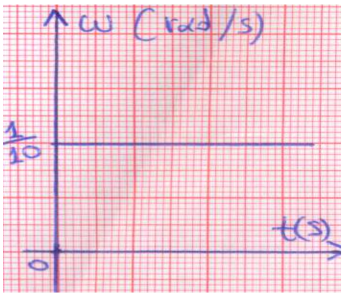
(β) $u = \omega \cdot r = \frac{25}{\pi} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{2\pi}\ \frac{m}{s}$, $a = \frac{u^2}{r} = \frac{\frac{25}{2\pi} \cdot \frac{25}{2\pi}}{\frac{1}{2}} = \frac{25 \cdot 25 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \pi \cdot 2 \cdot \pi} = \frac{625}{2 \cdot \pi^2}\ \frac{m}{s^2}$

Άσκηση 62, Κεφάλαιο 2.

Είναι $u = \frac{s}{t} = \frac{800}{80} = 10\ \frac{m}{s}$, $u = \omega R \Leftrightarrow \omega = \frac{u}{R} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}\ \frac{rad}{s}$. Είναι σταθερή, ανεξάρτητα από τον χρόνο. $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta\theta = \omega \cdot \Delta t = \frac{1}{10} \cdot \Delta t$

Παρατήρηση.

Τα $2\pi 100$ μέτρα, αντιστοιχούν σε 2π ακτίνια (rad)
Τα 100 μέτρα, αντιστοιχούν σε 1 ακτίνιο (rad)
Τα 800 μέτρα, αντιστοιχούν σε 8 ακτίνιο (rad)


ω (rad/s)
1/10
t(s)
0


Δθ(rad)
8
1
0,1
t(s)
0
1
10
80