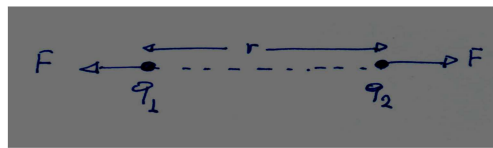


**Άσκηση 1, Κεφάλαιο 9.**

$$F = k_{\text{HA}} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{4^2} = \frac{27 \cdot 10^{-9}}{8} \text{ N}$$

**Άσκηση 2, Κεφάλαιο 9.**

$$F_{\text{Coulomb}} = k_{\text{HA}} \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{11} \cdot 10^{11}}{5,3 \cdot 5,3 \cdot 10^{19} \cdot 10^{19}}$$

$$= \frac{9 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 10^{31}}{53 \cdot 53 \cdot 10^{38}} = \frac{9 \cdot 16 \cdot 16}{53 \cdot 53 \cdot 10^7} \text{ N}$$

$$F_{\text{Newton}} = G \frac{m_p \cdot m_e}{r^2} = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{5,3 \cdot 10^{-11} \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}}$$

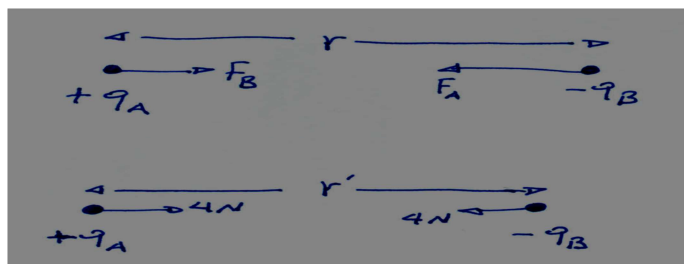
$$= \frac{6,673 \cdot 1,7 \cdot 9,1 \cdot 10^{11}}{5,3 \cdot 5,3 \cdot 10^{27} \cdot 10^{31}} = \frac{6,673 \cdot 17 \cdot 91}{53 \cdot 53 \cdot 10^{47}} \text{ N}$$

$$\frac{F_{\text{Coulomb}}}{F_{\text{Newton}}} = \frac{9 \cdot 16 \cdot 16}{53 \cdot 53 \cdot 10^7} \cdot \frac{53 \cdot 53 \cdot 10^{47}}{6,673 \cdot 17 \cdot 91} = \frac{9 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 10^{40}}{6,673 \cdot 17 \cdot 91}$$

**Άσκηση 3, Κεφάλαιο 9.**

$$1 = k_{\text{HA}} \frac{q_A \cdot q_B}{0,2 \cdot 0,2} \Leftrightarrow q_A \cdot q_B \cdot k_{\text{HA}} = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100}$$

$$4 = k_{\text{HA}} \frac{q_A \cdot q_B}{r'^2} \Leftrightarrow 4 = \frac{4}{r'^2} \Leftrightarrow 4 = \frac{4}{100 \cdot r'^2} \Leftrightarrow 1 = 100 \cdot r'^2 \Leftrightarrow r'^2 = \frac{1}{100} \Leftrightarrow r' = \frac{1}{10} \text{ m}$$



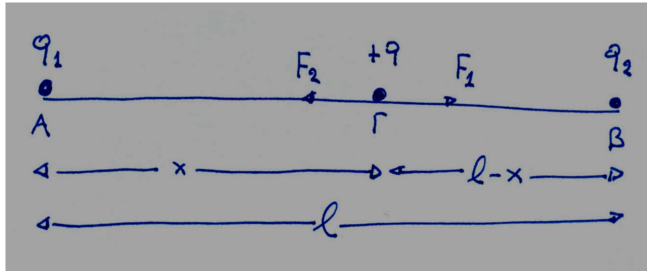
**Σχόλιο.**  $F = k_{\text{HA}} \frac{Q_A \cdot Q_B}{r^2}$ ,  $F' = k_{\text{HA}} \frac{Q_A \cdot Q_B}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4 \cdot k_{\text{HA}} \frac{Q_A \cdot Q_B}{r^2} = 4 \cdot F$

**Άσκηση 4, Κεφάλαιο 9.**

Έστω ότι το φορτίο  $+q$  απέχει απόσταση  $x$  από το φορτίο  $q_1$ . Τότε απέχει απόσταση  $\ell - x = 2 - x$  από το φορτίο  $q_2$ . Αν τα φορτία  $q_1, q_2$  ασκούν στο φορτίο  $+q$  δυνάμεις  $F_1, F_2$  αντίστοιχα, είναι:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k_{\eta\lambda} \frac{q_1 \cdot q}{x^2} = k_{\eta\lambda} \frac{10^{-12} \cdot q}{x^2} \\ F_2 &= k_{\eta\lambda} \frac{q_2 \cdot q}{(2-x)^2} = k_{\eta\lambda} \frac{9 \cdot 10^{-12} \cdot q}{x^2 + 4 - 4x} \end{aligned} \right\} \frac{10^{-12} \cdot q}{x^2} = \frac{9 \cdot 10^{-12} \cdot q}{x^2 + 4 - 4x} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{x^2 + 4 - 4x}$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 = x^2 + 4 - 4x \Leftrightarrow 8x^2 = 4 - 4x \Leftrightarrow 2x^2 = 1 - x \Leftrightarrow x = \begin{cases} -1 \text{ Απορρίπτεται} \\ 0,5 \text{ Δεκτή} \end{cases}$$

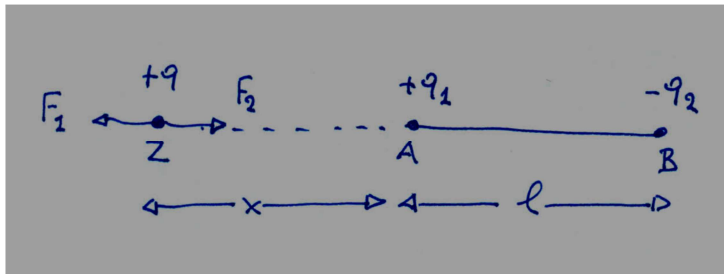


### Άσκηση 5, Κεφάλαιο 9.

Έστω ότι το φορτίο  $+q$  απέχει απόσταση  $x$  από το σημείο  $A$ , άρα απόσταση  $2+x$  από το σημείο  $B$ . Αφού το φορτίο  $+q$  ισορροπεί, από το νόμο Coulomb ισχύει ότι:

$$F_1 = F_2 \Leftrightarrow k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot 10^{-12}}{x^2} = k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot 9 \cdot 10^{-12}}{(2+x)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(2+x)^2} \Leftrightarrow 9x^2 = 4 + x^2 + 4x \Leftrightarrow$$

$$8x^2 = 4 + 4x \Leftrightarrow 2x^2 = 1 + x \Leftrightarrow 2x^2 - 1 - x = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 1 \text{ Δεκτή} \\ -0,5 \text{ Απορρίπτεται} \end{cases}$$

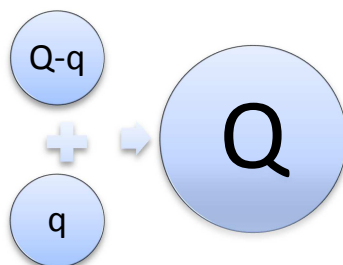


**Επαλήθευση.**

$$x = 1 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot 10^{-12}}{1^2} = k_{\eta\lambda} \cdot q \cdot 10^{-12} \\ F_2 &= k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot 9 \cdot 10^{-12}}{3^2} = k_{\eta\lambda} \cdot q \cdot 10^{-12} \end{aligned} \right\} F_1 = F_2$$

### Άσκηση 6, Κεφάλαιο 9.

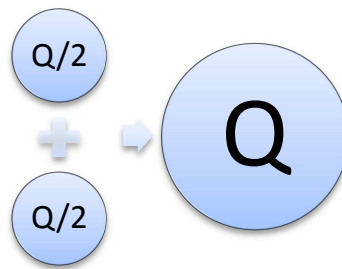


Η μεταξύ των φορτίων  $Q-q$ ,  $q$  ασκούμενη δύναμη είναι  $F = k_{\text{ΗΛ}} \frac{q(Q-q)}{r^2}$ .

Μεγιστοποίηση της απωστικής δυνάμεως  $F$  σημαίνει μεγιστοποίηση της παραστάσεως  $q(Q-q)$  δηλαδή της παραστάσεως  $qQ-q^2$ .

Αν  $q = x$  πρέπει να μεγιστοποιηθεί η παράσταση  $Qx - x^2$ , οπότε θεωρούμε τη συνάρτηση  $f, f(x) = Qx - x^2$ . Είναι  $f', f'(x) = Q - 2x$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Leftrightarrow Q - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{Q}{2}. \text{ Τότε } F = k_{\text{ΗΛ}} \frac{\frac{Q}{2} \cdot \frac{Q}{2}}{r^2} = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q^2}{4 \cdot r^2}$$

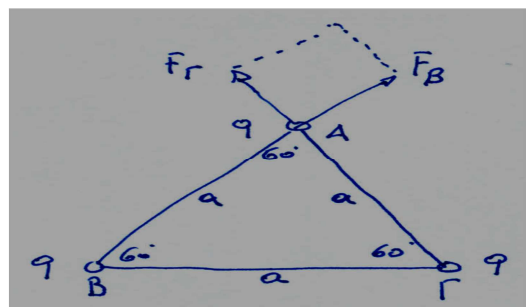


#### Άσκηση 7, Κεφάλαιο 9.

Είναι  $q = 4 \text{ pC} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ C}$ ,  $a = 2 \text{ cm} = \frac{2}{100} \text{ m}$ ,  $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

Από συμμετρία, οι δυνάμεις που ασκούνται στα, ίσα μεταξύ τους, φορτία τα ευρισκόμενα στις κορυφές του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες κατά μέτρο.

Για συντομία υπολογίζουμε τη δύναμη που δέχεται το φορτίο το ευρισκόμενο στην κορυφή Α από τα φορτία που βρίσκονται στις κορυφές Β, Γ του τριγώνου.



$$\left. \begin{aligned} F_B &= k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot q}{a^2} = k_{\eta\lambda} \frac{q^2}{a^2} \\ F_\Gamma &= k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot q}{a^2} = k_{\eta\lambda} \frac{q^2}{a^2} \end{aligned} \right\} \Sigma F = \sqrt{F_B^2 + F_\Gamma^2 + 2 \cdot F_B \cdot F_\Gamma \cdot \cos 60^\circ} =$$

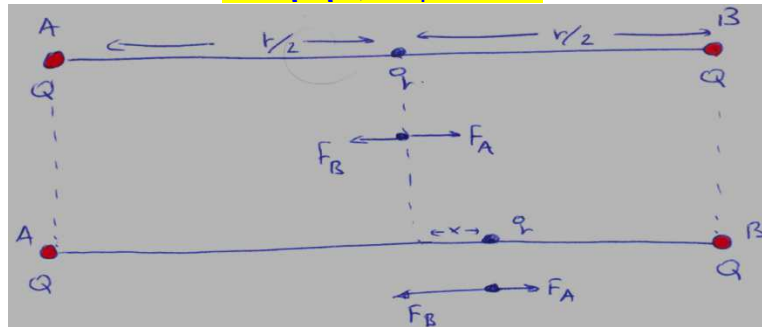
$$\sqrt{k_{\eta\lambda}^2 \left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2 + k_{\eta\lambda}^2 \left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2 + 2 k_{\eta\lambda} \frac{q^2}{a^2} k_{\eta\lambda} \frac{q^2}{a^2} \frac{1}{2}} = \sqrt{3 k_{\eta\lambda}^2 \left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2} =$$

$$\sqrt{3} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{\frac{2}{100} \cdot \frac{2}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{4} q^2 10^{13} = \frac{9\sqrt{3}}{4} \frac{4}{10^{12}} \frac{1}{10^{12}} 10^{13} = \frac{36\sqrt{3}}{10^{11}} \text{ N}$$

#### Άσκηση 8, Κεφάλαιο 9.

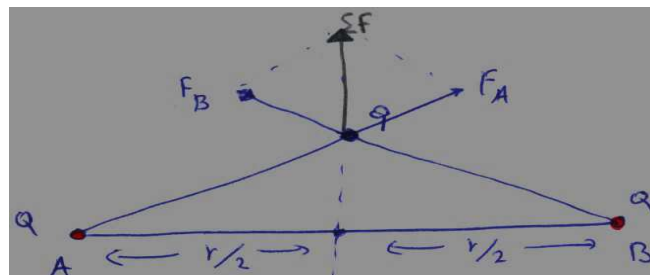
$$\left. \begin{array}{l} q = -1 \text{ C} \\ q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \end{array} \right\} q = n \cdot q_e \Leftrightarrow n = \frac{q}{q_e} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{10^{19}}{1,6} = \frac{10 \cdot 10^{18}}{1,6} = \frac{5}{0,8} 10^{18} = 6,25 \cdot 10^{18} = 625 \cdot 10^{15}$$

### Άσκηση 9, Κεφάλαιο 9.



$$\left. \begin{array}{l} F_A = k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot q}{\left(\frac{r}{2} + x\right)^2} \\ F_B = k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot q}{\left(\frac{r}{2} - x\right)^2} \end{array} \right\} \Sigma F = F_B - F_A = k_{\text{HΛ}} \cdot Q \cdot q \left[ \frac{1}{\left(\frac{r}{2} - x\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{r}{2} + x\right)^2} \right]$$

Ασταθής ισορροπία.



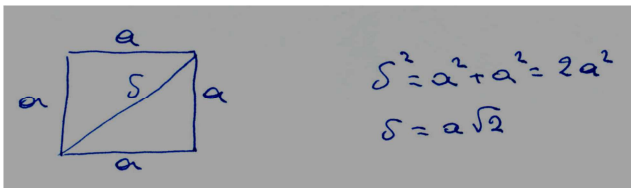
### Άσκηση 10, Κεφάλαιο 9.

Πρέπει η συνισταμένη  $\Sigma$  των δυνάμεων  $F_1, F_3$  να είναι αντίθετη από τη δύναμη  $F_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2} \\ F_3 = k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2} \end{array} \right\} \Sigma = F_{1,3} = \sqrt{\left(k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}\right)^2 + \left(k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}\right)^2} = \sqrt{2 \left(k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}$$

$$\text{Είναι } F_2 = k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot Q}{(\alpha \sqrt{2})^2} = k_{\text{HΛ}} \frac{Q \cdot Q}{2 \cdot \alpha^2}$$

$$\text{Άρα, } \Sigma = F_2 \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \cancel{k_{\text{HΛ}}} \frac{Q \cdot q}{\cancel{a^2}} = \cancel{k_{\text{HΛ}}} \frac{Q \cdot Q}{2 \cdot \cancel{a^2}} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot q = \frac{Q}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{2} = \frac{Q}{q}$$

**Παρατήρηση.****Άσκηση 11, Κεφάλαιο 9.**

$$B = m \cdot g = 9 \cdot 10 = 90 \text{ N}$$

$$F = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 1.000}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\cancel{4} \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot 10^8} = \frac{9 \cdot 10^9}{10^8} = 90 \text{ N}$$

$$\tan \hat{\phi} = \frac{F}{B} = \frac{90}{90} = 1 \Rightarrow \hat{\phi} = 45^\circ$$

**Άσκηση 12, Κεφάλαιο 9.**

Το ηλεκτρόνιο έχει κινητική ενέργεια  $K$  διότι κινείται γύρω από ηλεκτρικό φορτίο  $Q$  με ταχύτητα μέτρου  $u$  και δυναμική ενέργεια  $U$  αφού βρίσκεται εντός του ηλεκτρικού πεδίου που παράγει το φορτίο  $Q$ . Για την ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου ισχύει ότι  $E_{\text{ΟΛΙΚΗ}} = U + K \Leftrightarrow U = E_{\text{ΟΛΙΚΗ}} - K = 24,4 \times 10^{-19} - K$ .

Στο ηλεκτρόνιο ασκείται, από το φορτίο  $Q$ , δύναμη Coulomb η οποία παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δυνάμεως. Συνεπώς,

$$F_{\text{ΚΕΝΤΡ}} = F_C \Leftrightarrow m_e \frac{u^2}{r} = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q_e}{r^2} \Leftrightarrow \frac{m_e \cdot u^2}{2} = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q_e}{2 \cdot r} \Leftrightarrow$$

$$K = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q_e}{2 \cdot r} = 9 \cdot 10^9 \frac{Q \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 10^{-10}} = 9 \frac{1,6}{2} Q = 9 \cdot 0,8 \cdot Q = 7,2 \cdot Q \text{ J}$$

Συνεπώς, η ζητούμενη δυναμική ενέργεια είναι  $U = (24,4 \times 10^{-19} - 7,2 \cdot Q) \text{ J}$

**Άσκηση 13, Κεφάλαιο 9.**

$$V = \frac{W}{Q} \Leftrightarrow Q = \frac{W}{V} = \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \text{ C}$$

**Άσκηση 14, Κεφάλαιο 9.**

$$\text{Είναι } \ell = 5 \text{ mm} = \frac{5}{1.000} \text{ m} = \frac{1}{200} \text{ m}, \quad E = \frac{V}{\ell} = \frac{400}{\frac{1}{200}} = 80.000 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E = \frac{F}{q_e} \Leftrightarrow F = E \cdot q_e = 80.000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{8 \cdot 1,6}{10^{15}} = \frac{12,8}{10^{15}} \text{ N}$$

**Άσκηση 15, Κεφάλαιο 9.**

$$\text{Είναι } \ell = 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$$

$$1^{\text{ος}} \text{ τρόπος } V = \frac{W}{q} \Leftrightarrow W = V \cdot q = 12.000 \cdot 4 \cdot 10^{-19} = 48 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

$$2^{\text{ος}} \text{ τρόπος } E = \frac{V}{\ell} = \frac{12.000}{\frac{1}{100}} = 12 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E = \frac{F}{q} \Leftrightarrow F = E \cdot q = (12 \cdot 10^5) \cdot 4 \cdot \frac{1}{10^{19}} = \frac{48}{10^{14}} \text{ N}$$

$$W = F \cdot \ell = \frac{48}{10^{14}} \cdot \frac{1}{100} = \frac{48}{10^{16}} \text{ J}$$

### Άσκηση 16, Κεφάλαιο 9.

$$V = k \frac{q}{R} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^6}{\frac{4}{10}} = \frac{9 \cdot 10^3}{\frac{4}{10}} = \frac{9 \cdot 10^4}{4} \text{ V}$$

$$V = k \frac{Q}{R} \Leftrightarrow 10^5 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q}{\frac{4}{10}} \Leftrightarrow 1 = \frac{9 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot Q}{4} \Leftrightarrow 4 = 9 \cdot 10^5 \cdot Q \Leftrightarrow Q = \frac{4}{9 \cdot 10^5} \text{ C}$$

### Άσκηση 17, Κεφάλαιο 9.

$$V = k_{\text{HA}} \cdot \frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-10}}{10^{-9}} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^9}{10^{10}} = 9 \cdot 10^9 \frac{1}{10} = 9 \cdot 10^8 \text{ V}$$

$$U = k_{\text{HA}} \frac{Q \cdot q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-10} (4 \cdot 10^{-20})}{10^{-9}} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^9}{10^{10} \cdot 10^{20}} = 9 \cdot 10^9 \frac{4}{10^{21}} = \frac{36}{10^{12}} \text{ J}$$

### Άσκηση 18, Κεφάλαιο 9.

$$\text{Είναι } r = 8 \text{ cm} = \frac{8}{100} \text{ m} = \frac{2}{25} \text{ m} .$$

$$E = k_{\text{HA}} \frac{Q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1}{\frac{2}{25} \cdot \frac{2}{25}} = \frac{9}{\frac{2}{25} \cdot \frac{2}{25}} = \frac{9 \cdot 25 \cdot 25}{10 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{9 \cdot 125}{8} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$V = k_{\text{HA}} \frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{1}{\frac{2}{25}} = \frac{9}{\frac{2}{25}} = \frac{9 \cdot 25}{2 \cdot 10} = \frac{45}{4} \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

### Άσκηση 19, Κεφάλαιο 9.

$$\text{Είναι } \ell = 5 \text{ cm} = \frac{5}{100} \text{ m} = \frac{1}{20} \text{ m}, \quad E = \frac{V}{\ell} = \frac{80}{\frac{1}{20}} = 80 \cdot 20 = 1.600 \frac{V}{m}$$

$$E = \frac{F}{q_e} \Leftrightarrow F = E \cdot q_e = 1.600 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 16 \cdot 1,6 \cdot 10^{-17} = 1,6^2 \cdot 10^{-18} \text{ N}$$

### Άσκηση 20, Κεφάλαιο 9.

$$\left. \begin{array}{l} V_A - V_B = E \cdot \ell \\ V_A - V_M = E \cdot \frac{\ell}{2} \end{array} \right\} V_A - V_M = \frac{V_A - V_B}{2} \Leftrightarrow 60 - V_M = \frac{160}{2} \Leftrightarrow 60 - V_M = 80 \Leftrightarrow V_M = -20 \text{ V}$$

### Άσκηση 21, Κεφάλαιο 9.

$$\text{Είναι } \ell = 10 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ m}, \quad m = 2 \text{ g} = \frac{2}{1.000} \text{ kg}$$

$$B = m \cdot g = \frac{2}{1.000} \cdot 10 = \frac{2}{100} = \frac{1}{50} \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = B = \frac{1}{50} \\ T_1 = T \cdot \cos 45^\circ = T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right\} \frac{1}{50} = T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow T = \frac{1}{25 \cdot \sqrt{2}} \text{ N}$$

$$F = T_2 = T \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{25 \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{50} \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{V}{\ell} = \frac{200}{\frac{1}{10}} = 2.000 \text{ V} \\ E = \frac{F}{q} \Leftrightarrow q = \frac{F}{E} \end{array} \right\} q = \frac{\frac{1}{50}}{2.000} = \frac{1}{10^5} \text{ C}$$

### Άσκηση 22, Κεφάλαιο 9.

$$\text{Είναι } \ell = 5 \text{ cm} = \frac{5}{100} \text{ m} = \frac{1}{20} \text{ m}, \quad m = 10 \text{ g} = \frac{10}{1.000} \text{ kg} = \frac{1}{100} \text{ kg}$$

$$B = m \cdot g = \frac{1}{100} \cdot 10 = \frac{1}{10} \text{ N}. \text{ Αφού η σταγόνα του λαδιού αιωρείται, από την συνθήκη}$$

$$\text{ισορροπίας προκύπτει ότι: } F = B = \frac{1}{10} \text{ N}, \quad E = \frac{V}{\ell} = \frac{200}{\frac{1}{20}} = 4.000 \text{ V}. \text{ Είναι}$$

$$E = \frac{F}{q} \Leftrightarrow F = E \cdot q \Leftrightarrow \frac{1}{10} = 4.000 \cdot q \Leftrightarrow q = \frac{1}{40.000} \text{ C}$$