

ΑΕΝ Ασπροπύργου Σχολή Μηχανικών  
Εφαρμοσμένα Μαθηματικά Ι Α' Εξαμήνου

Όνοματεπώνυμο..... Α.Μ. ....Τμήμα **A6**

**A.** Αν  $A$  τετραγωνικός πίνακας, εξετάστε αν ο πίνακας  $A^T A$  είναι συμμετρικός.

**B.** Βρείτε το γινόμενο πινάκων  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ .

**Γ.** Λύστε την εξίσωση  $6\left(X - \frac{1}{2}B\right) = 12\left(\frac{1}{3}X + \frac{1}{4}A\right) - 2B$ , αν  $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$  και

$$B = 8 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{-3}{4} \\ 2 & 4 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Δ.** Υπολογίστε με χρήση ιδιοτήτων οριζουσών, την ορίζουσα  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ .

**E.** Αν  $A$  αντιστρέψιμος τετραγωνικός πίνακας, υπολογίστε την ορίζουσα του πίνακα  $A^T A^{-1}$ . Ορισμοί μηδενικού και μοναδιαίου πίνακα.

**Στ.** Για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  το σύστημα  $\begin{cases} (\lambda^2 - 1)x - y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$  έχει άπειρες λύσεις;

Ποιες είναι αυτές οι λύσεις;

**Z.** Λύστε με τη μέθοδο Gauss (επαυξημένου πίνακα) το σύστημα  $\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 5x + 2y + 7z = -2 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases}$ .

**H.** Αν  $z_1 = 7 + 8i$  και  $z_2 = 4 - 5i$  γράψτε τον μιγαδικό  $z = z_1 - \overline{z_2}$  σε τριγωνομετρική μορφή και ακολούθως υπολογίστε τον μιγαδικό  $z^4$ .

**Θ.** Λύστε στο σύνολο  $\mathbb{C}$  τις εξισώσεις  $z^4 = -i$  και  $z^4 = 16\left(\cos \frac{8\pi}{5} + i \cdot \sin \frac{8\pi}{5}\right)$ .

**I.** Υπολογίστε το μέτρο και ένα όρισμα του μιγαδικού  $z_1 = \frac{1-z}{1+z}$ , αν  $|z|=1$  και

$$\text{Arg}z = \frac{\pi}{3}.$$

ΘΕΜΑΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΚΑΛΗ ΣΑΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ☺

Στέφανος Ι. Καρναβάς, Μαθηματικός (M.Ed.), Επίκουρος Καθηγητής.