ΑΕΝ Ασπροπύργου – Σχολή μηχανικών

Γραπτή εξέταση εφαρμοσμένων μαθηματικών Ι, Α΄ εξαμήνου, 09/12/2016.

Ονοματεπώνυμο……………………………….………. ΑΜ………. Τμήμα……..

Α. Βρείτε τους $x,\ y \in \mathbb{R}$ ώστε $\mathrm{A}\cdot\mathrm{B}=4\cdot\mathrm{B}$, αν $\mathrm{A}=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 6 & -4\end{bmatrix}$, $\mathrm{B}=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$.

Β. Αν $\mathrm{A}=\begin{bmatrix}2 & -3 & 1\\ 0 & 4 & 2\end{bmatrix}$, $\mathrm{B}=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 4 & 3 & 0\end{bmatrix}$ να λυθεί η εξίσωση $2\cdot\mathrm{A}+3\cdot\mathrm{X}=-\mathrm{B}$.

Γ. Βρείτε, αν υπάρχουν, τους πίνακες Χ ώστε να ισχύει ότι $\mathrm{X}\cdot\begin{bmatrix}7 & 2\\ 7 & 2\end{bmatrix}=\mathrm{I}_2$.

Δ. Αν Α αντιστρέψιμος $2x2$ πίνακας, να λυθεί η εξίσωση $\mathrm{D}(x\cdot\mathrm{A})=x\cdot\mathrm{D}(\mathrm{A})$, όπου $x\in\mathbb{R}$, $D(\mathrm{A})$ η ορίζουσα του πίνακα Α και $\mathrm{D}(x\cdot\mathrm{A})$ η ορίζουσα του πίνακα $x\cdot\mathrm{A}$.

Ε. Βρείτε σε σχέση με τους $a,\beta\in\mathbb{R}$, την τιμή της ορίζουσας $\begin{vmatrix}\alpha & \beta & 1\\ \alpha+1 & \beta+1 & 1\\ \alpha-8 & \beta-8 & 1\end{vmatrix}$.

Στ. Να λυθεί με τη μέθοδο του αντιστρόφου πίνακα, το $2x2$ σύστημα $\begin{cases}-x+3y=10\\ 2x-5y=2\end{cases}$.

Ζ. Να λυθεί, με τη μέθοδο Gauss, το γραμμικό $3x3$ σύστημα $\begin{cases}2x-3y & =1\\ \quad 3y+5z & =7\\ 2x+\quad 5z & =11\end{cases}$.

Η. Βρείτε το μέτρο των μιγαδικών αριθμών $\mathrm{z}_1=\dfrac{2+i}{1-3i}$, $\mathrm{z}_2=\left(\dfrac{2+i}{1-3i}\right)^2$.

Θ. Αν το άθροισμα και το γινόμενο δυο μη πραγματικών μιγαδικών αριθμών $z_1,\ z_2$ είναι πραγματικοί αριθμοί, αποδείξτε ότι οι $z_1,\ z_2$ είναι συζυγείς μιγαδικοί.

Ι. Να βρεθούν οι $x,y\in\mathbb{R}$ ώστε οι μιγαδικοί αριθμοί $z_1=(x+2y)+i$ και $z_2=16-(4x-y)i$ να είναι συζυγείς.

ΘΕΜΑΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΚΑΛΗ ΣΑΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ☺

Στέφανος Ι. Καρναβάς, Μαθηματικός (M.Ed.), Επίκουρος Καθηγητής.