

ΑΕΝ ΑΣΠΡΟΠΥΡΓΟΥ ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι Α' ΕΞΑΜΗΝΟΥ 13/02/2017

ΜΟΝΟ ΓΙΑ ΔΕΥΤΕΡΟΕΤΕΙΣ ΣΠΟΥΔΑΣΤΕΣ

Όνοματεπώνυμο..... Α.Μ.

Α. Αν A, B είναι τετραγωνικοί πίνακες ίδιας τάξεως και ο B είναι συμμετρικός αποδείξτε ότι οι πίνακες $\Gamma = A^T B A$ και $\Delta = A B A^T$ είναι συμμετρικοί.

Β. Αν $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, βρείτε τους πίνακες A^2, A^3, A^T, A^{-1} και τις ορίζουσες τους.

Γ. Λύστε ή με τη μέθοδο Gauss ή με τη μέθοδο των οριζουσών το
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ x - y - z = 0 \\ 4x + 5y + 6z = 11 \end{cases}$$

Δ. Αποδείξτε ότι αν ο μιγαδικός αριθμός z είναι ρίζα ενός πολωνύμου n βαθμού με πραγματικούς συντελεστές, τότε και ο \bar{z} είναι ρίζα του ίδιου πολωνύμου.

Ε. Να γραφούν σε τριγωνομετρική μορφή και να παρασταθούν στο μιγαδικό επίπεδο οι μιγαδικοί αριθμοί $z_1 = \sqrt{3} + i$ και $z_2 = \sqrt{3} - i$.

Στ. Διατύπωση & γεωμετρική ερμηνεία των θεωρημάτων Bolzano & ενδιάμεσων τιμών.

Ζ. Βρείτε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin x}{x} = \dots$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{4x} = \dots$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x - 1}{4x^3 - 5x^2 - 8} = \dots$

Η. Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, την κυρτότητα – κοιλότητα και τα σημεία καμπής η συνάρτηση $f(x) = \ln x$.

Κάντε τη γραφική της παράσταση και βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στη γραφική της παράσταση στο σημείο $A(e, 1)$.

Θ. Διατύπωση & γεωμετρική ερμηνεία των θεωρημάτων Fermat, Rolle και μέσης τιμής του διαφορικού λογισμού.

Ι. Υπολογίστε τα $\int (4e^x - 5 \sin x) dx = \dots$, $\int_1^5 6x^2 dx = \dots$, $\int_3^4 \frac{1}{x} dx = \dots$, $\left(\frac{5^x}{\sqrt{x}}\right)' = \dots$,
 $(\varepsilon \varphi x)' = \dots$

ΘΕΜΑΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΚΑΛΗ ΣΑΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ☺

Στέφανος Ι. Καρναβάς, Μαθηματικός (M.Ed.), Επίκουρος Καθηγητής.