

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

7^ο μάθημα

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου
Επιμέλεια: Δρ Ασημίνα Κριμπένη

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

2

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Μονάδες μέτρησης Μήκους
- Βασική μονάδα μέτρησης μήκους είναι το 1 μέτρο (1 m)
- Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες υποδιαιρέσεις είναι:
το 1 δεκατόμετρο (1 dm), το 1 εκατοστόμετρο (1cm) και
το 1 χιλιοστόμετρο (1 mm)
- Τα πιο συχνά χρησιμοποιούμενα πολλαπλάσια είναι το 1 χιλιόμετρο (1 km), το 1 μίλι (1mile = 1609 m) και το 1 ναυτικό μίλι (nautical mile=1852 m).

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

3

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Μονάδες μέτρησης Μήκους - η μεταξύ τους σχέση

$$1\text{dm} = \frac{1}{10} \text{m} = 0,1\text{m}$$

$$1\text{cm} = \frac{1}{100} \text{m} = 0,01\text{m}$$

$$1\text{mm} = \frac{1}{1.000} \text{m} = 0,001\text{m}$$

$$1\text{Km} = 1000\text{m}$$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

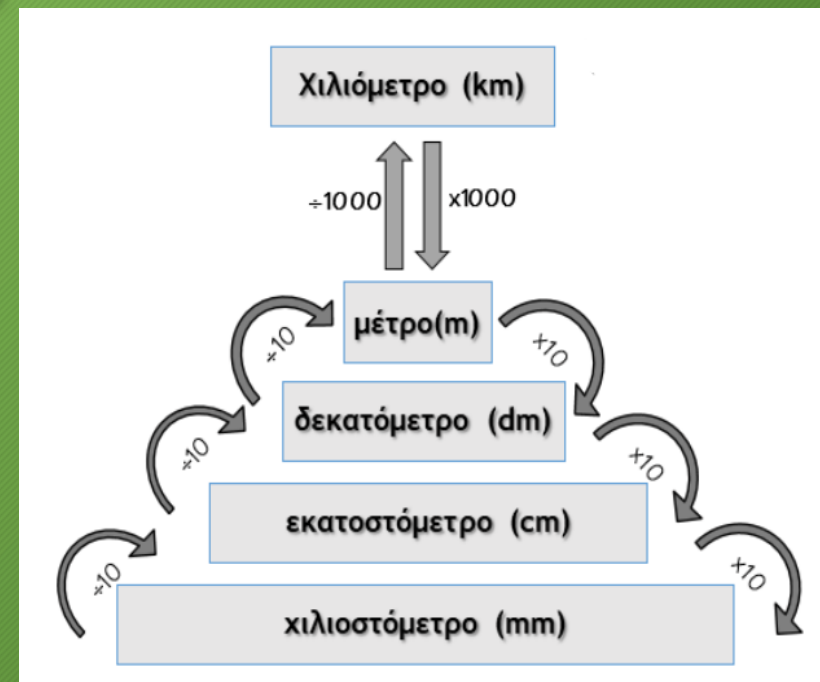
4

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

▪ Μετατροπές στις Μονάδες μέτρησης Μήκους

Ο βασικός κανόνας μετατροπής είναι:

Από τις μεγαλύτερες μονάδες για να πάρουμε τις μικρότερες πολλαπλασιάζουμε με το δέκα ή πολλαπλάσιά του, ενώ, από τις μικρότερες προς τις μεγαλύτερες διαιρούμε με το 10 ή πολλαπλάσιά του.



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

5

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

■ Μετατροπές στις Μονάδες μέτρησης Μήκους

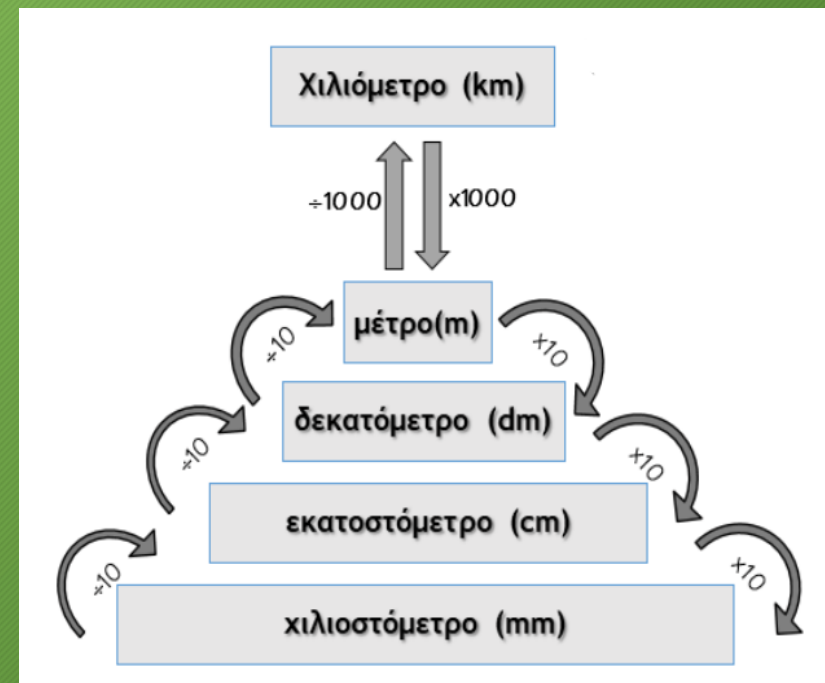
■ Ασκήσεις:

1) Να μετατραπούν τα μήκη σε μέτρα (m):

i) 23 mm, ii) 5 mm, iii) 46 cm, iv) 85 dm, v) 2 km
vi) 1.5 cm, vii) 2.7 dm, viii) 0.87 km, ix) 50 mm

2) Να μετατραπούν τα μήκη σε εκατοστά:

i) 23 mm, ii) 5 mm, iii) 4 m, iv) 85 dm, v) 0.2 m
vi) 0.5 km, vii) 2.7 dm, viii) 0.087 m, ix) 0.45 mm



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

6

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Μονάδες μέτρησης Επιφανείας
- Βασική μονάδα μέτρησης μήκους είναι το 1 τετραγωνικό μέτρο ($1 m^2$)
- Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες υποδιαιρέσεις είναι:
το 1 τετραγωνικό δεκατόμετρο ($1 dm^2$), το 1 τετραγωνικό εκατοστόμετρο ($1 cm^2$)
και το 1 τετραγωνικό χιλιοστόμετρο ($1 mm^2$)
- Τα πιο συχνά χρησιμοποιούμενα πολλαπλάσια είναι το 1 τετραγωνικό χιλιόμετρο ($1 km^2$), το 1 στρέμμα.
- http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2196/Mathimatika_B-Gymnasiou_html-empl/indexB1_2.html

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

7

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Μονάδες μέτρησης Επιφανείας - σχέσεις

1 m² =	100 dm ² =	10.000 cm ² =	1.000.000 mm ²
	1 dm ² =	100 cm ² =	10.000 mm ²
		1 cm ² =	100 mm ²

$$1 \text{ dm}^2 = \frac{1}{100} \text{ m}^2 = 0,01 \text{ m}^2$$
$$1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{10.000} \text{ m}^2 = 0,0001 \text{ m}^2$$
$$1 \text{ mm}^2 = \frac{1}{1.000.000} \text{ m}^2 = 0,000001 \text{ m}^2$$
$$1 \text{ Km}^2 = 1.000.000 \text{ m}^2 = 10^6 \text{ m}^2$$
$$1 \text{ στρέμμα} = 1000 \text{ m}^2$$

1 mm² =	0,01 cm ² =	0,0001 dm ² =	0,000001 m ²
	1 cm ² =	0,01 dm ² =	0,0001 m ²
		1 dm ² =	0,01 m ²

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

8

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

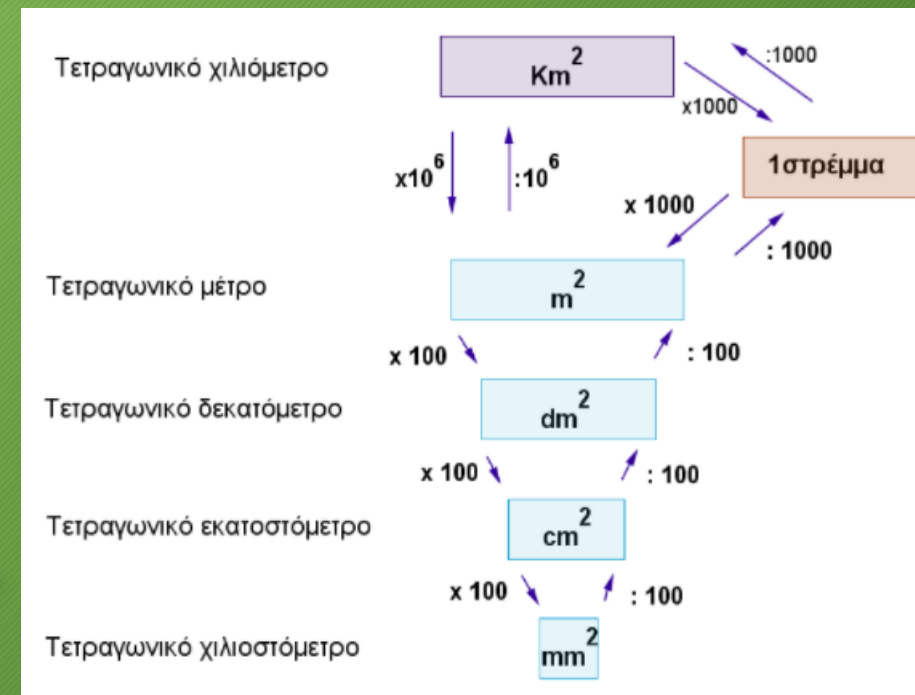
▪ Μετατροπές στις Μονάδες μέτρησης Επιφανείας

Ο βασικός κανόνας μετατροπής είναι:

Από τις μεγαλύτερες μονάδες για να πάρουμε τις μικρότερες πολλαπλασιάζουμε με το εκατό ή πολλαπλάσιά του, ενώ,

από τις μικρότερες προς τις μεγαλύτερες διαιρούμε με το 100 ή πολλαπλάσιά του.

Το παραπάνω δεν ισχύει για το km^2 και το στρέμμα.



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

9

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

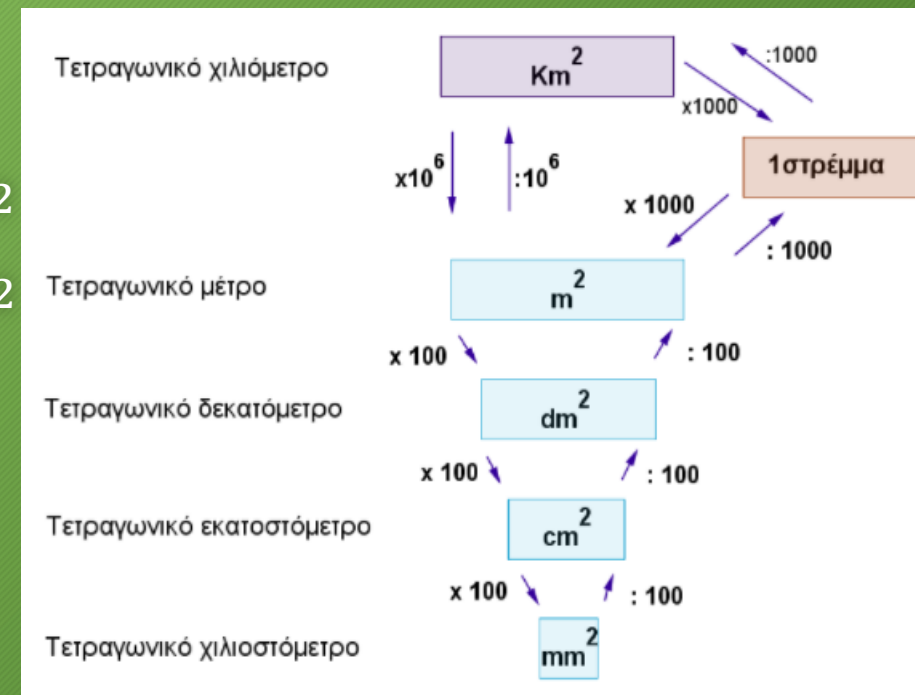
■ Μετατροπές στις Μονάδες μέτρησης Επιφανείας

■ Ασκήσεις:

1) Να μετατραπούν σε m^2 τα:

i) 32 cm^2 , ii) 312 cm^2 , iii) 712 dm^2 , iv) 12720 mm^2

v) 127 km^2 , vi) 210 dm^2 , vii) 1280 mm^2 , viii) 7 km^2



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

10

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

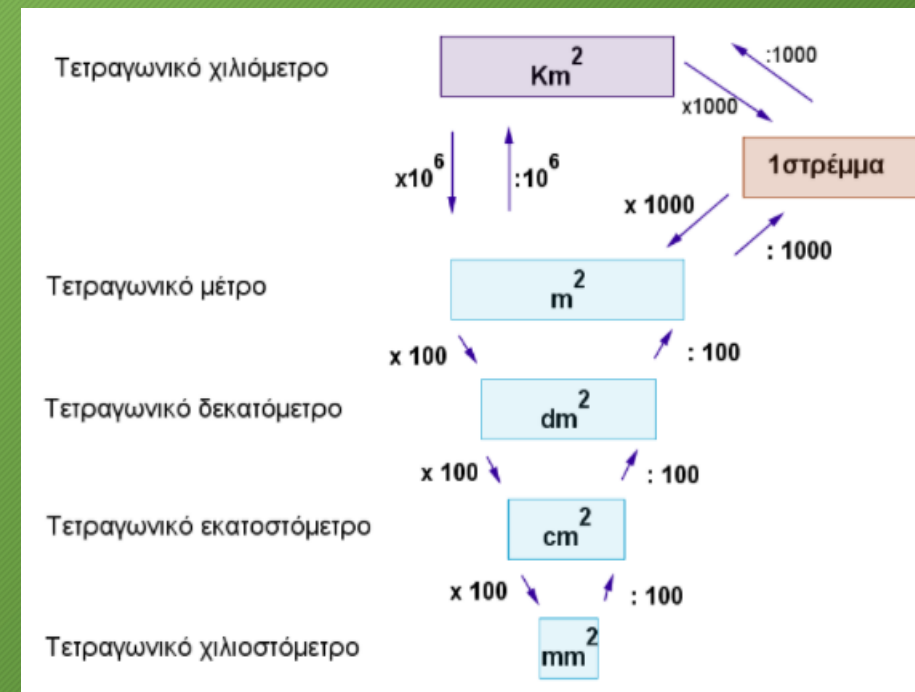
■ Μετατροπές στις Μονάδες μέτρησης Επιφανείας

■ Ασκήσεις:

2) Να μετατραπούν σε cm^2 τα:

i) $12 m^2$, ii) $175 dm^2$, iii) $4.5 m^2$, iv) $1270 mm^2$

v) $1.2 km^2$, vi) $21 dm^2$, vii) $12 mm^2$, viii) $3km^2$



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

11

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

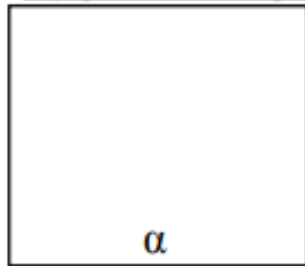
- Μονάδες μέτρησης Μήκους και Επιφανείας
- Τις μονάδες αυτές τις χρειαζόμαστε συχνά στην εύρεση περιμέτρου και εμβαδού, βασικών γεωμετρικών σχημάτων, τα οποία απαρτίζουν τον κόσμο γύρω μας.

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

12

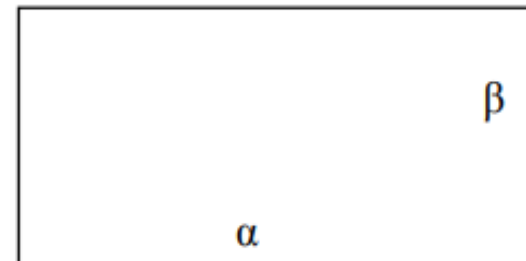
2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Εμβαδό τετραγώνου πλευράς α



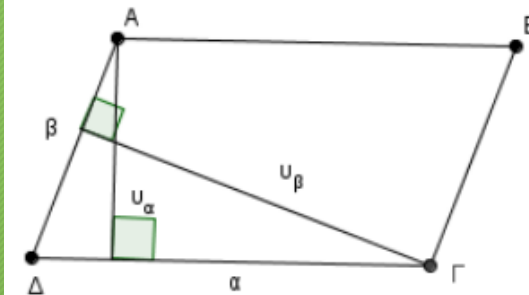
$$E = \alpha^2$$

Εμβαδό ορθογωνίου με πλευρές α, β



$$E = \alpha \cdot \beta$$

• Εμβαδό παραλληλογράμμου



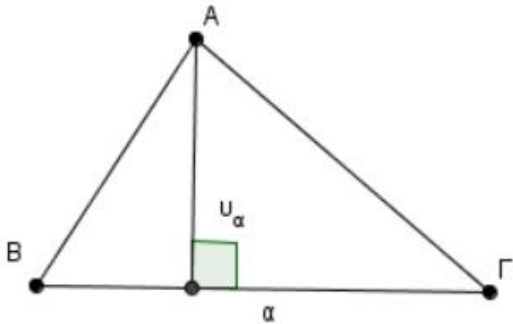
$$E = \alpha \cdot u_\alpha = \beta \cdot u_\beta$$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

13

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Εμβαδό τριγώνου $E = \frac{1}{2} \alpha \cdot \upsilon_{\alpha}$



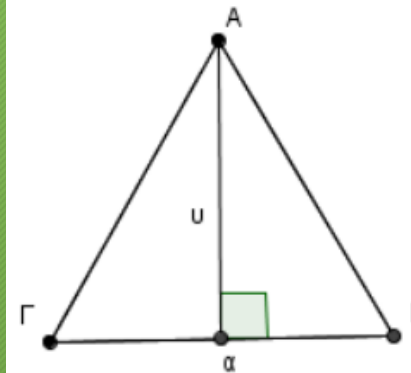
$E = \sqrt{\tau(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)}$ (τύπος του Ήρωνα),
όπου τ η ημιπερίμετρος του τριγώνου.

$E = \tau \rho$, όπου ρ η ακτίνα του εγγεγραμμένου
του τριγώνου.

$E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$, όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου
κύκλου του τριγώνου.

$E = \frac{1}{2} \beta\gamma \mu_A = \frac{1}{2} \gamma\alpha \mu_B = \frac{1}{2} \alpha\beta \mu_{\Gamma}$

Εμβαδό ισοπλεύρου τριγώνου



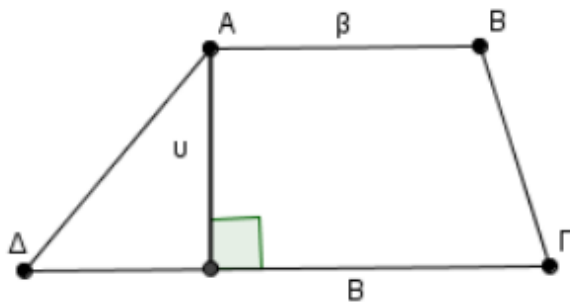
$E = \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4}$, (ύψος $\upsilon = \frac{\alpha \sqrt{3}}{2}$)

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

14

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

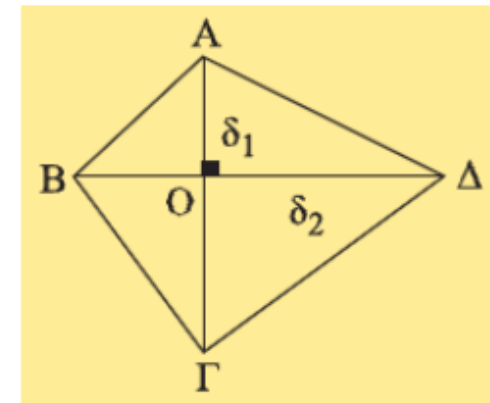
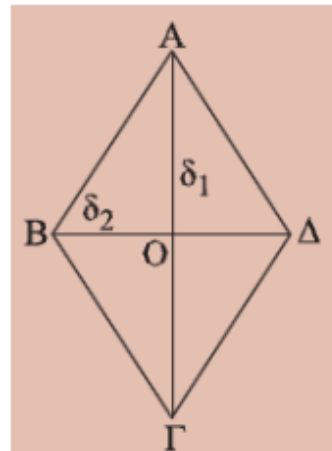
Εμβαδό τραπεζίου



$$E = \frac{(B + \beta) \upsilon}{2}$$

Εμβαδό ρόμβου

$$E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2} \text{ (και οποιουδήποτε τετραπλεύρου με κάθετες διαγωνίους)}$$

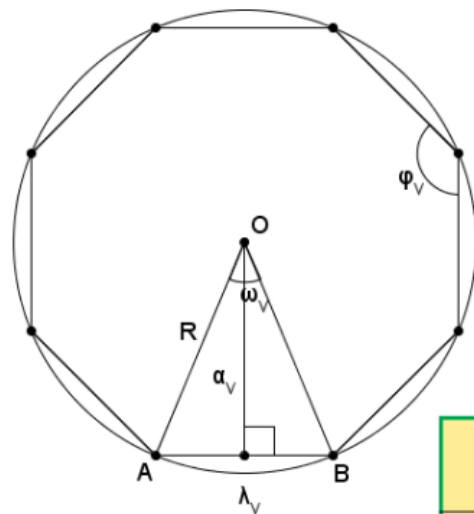


Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

15

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- Στοιχεία κανονικού πολυγώνου



Σε κάθε κανονικό n -γωνο ακτίνας R ισχύουν οι εξής σχέσεις:

(i) $\varphi_v = 180^\circ - \frac{360^\circ}{v}$, (ii) $\omega_v = \frac{360^\circ}{v}$,

(iii) $\varphi_v + \omega_v = 180^\circ$, (iv) $\alpha_v^2 + \frac{\lambda_v^2}{4} = R^2$

(v) $P_v = v \cdot \lambda_v$, όπου P_v η περίμετρος,

(vi) $E_v = \frac{1}{2} P_v \alpha_v$

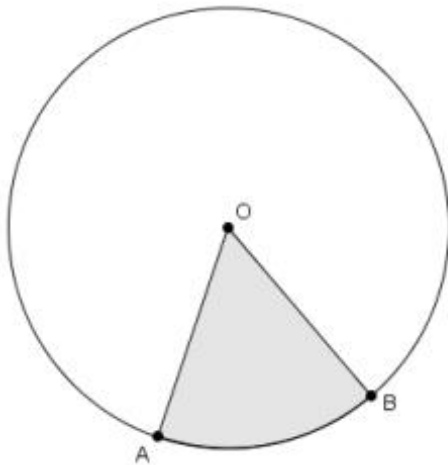
	Τετράγωνο	Κανονικό εξάγωνο	Ισόπλευρο τρίγωνο
Πλευρά λ_v	$\lambda_4 = R\sqrt{2}$	$\lambda_6 = R$	$\lambda_3 = R\sqrt{3}$
Απόστημα α_v	$\alpha_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$	$\alpha_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$	$\alpha_3 = \frac{R}{2}$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

16

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- Μέτρηση κύκλου



Μήκος κύκλου: $L=2\pi R$

Μήκος τόξου: $l = \frac{\pi R \mu}{180} = \alpha R$

Εμβαδόν κυκλικού δίσκου: $E=\pi R^2$

Εμβαδόν κυκλικού τομέα: $(O\widehat{A}B) = \frac{\pi R^2 \mu}{360} = \frac{1}{2} \alpha R^2$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

17

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2196/Mathimatika_B-Gymnasiou_html-empl/indexB1_3.html

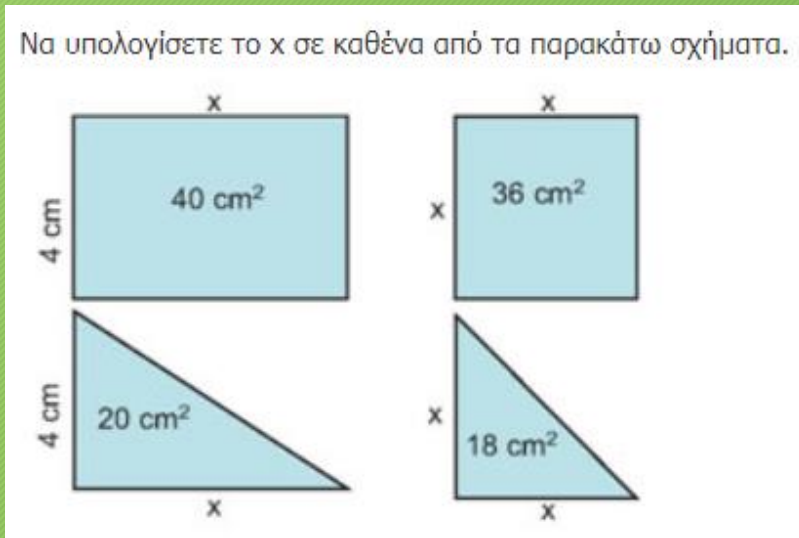
Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

18

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1) Να υπολογίσετε το x σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα.



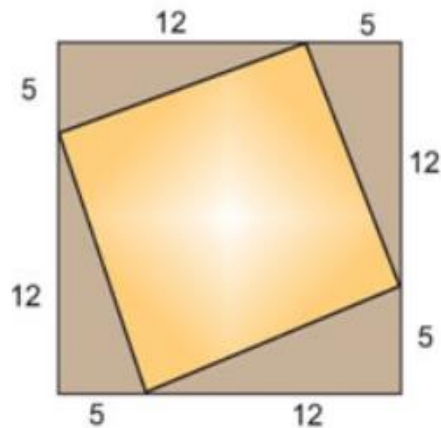
Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

19

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

2) Να βρείτε το εμβαδόν του πορτοκαλί τετραγώνου του παρακάτω σχήματος.



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

20

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

- 3) Ένα τετράγωνο και ένα τραπέζιο έχουν ίσα εμβαδά. Αν οι βάσεις του τραπεζίου είναι 12 cm και 20 cm και το ύψος του είναι 4 cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου.

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

21

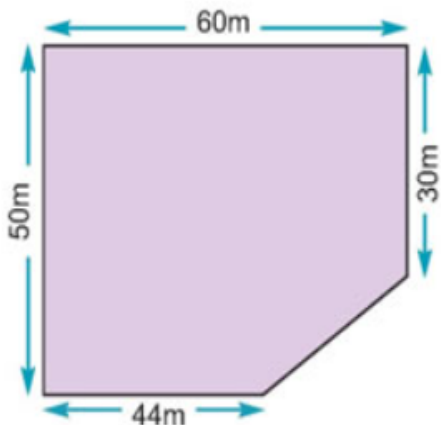
2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

4) Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το τοπογραφικό διάγραμμα ενός κτήματος το οποίο πωλείται προς 20.000 € το στρέμμα.

α) Να βρεθεί η αξία του κτήματος.

β) Πόσα κλήματα μπορούμε να φυτέψουμε στο κτήμα αυτό, αν κάθε κλήμα απαιτεί 2,5 m² χώρο;



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

22

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

• ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

5)



Να βρείτε:

- Το εμβαδόν κάθε δωματίου.
- Το εμβαδόν του γωνιακού διαδρόμου.
- Το εμβαδόν της βεράντας.

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

23

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

• ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

6) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, όταν το σχήμα είναι τετράγωνο.

Εμβαδόν	Περίμετρος	Πλευρά
64 cm^2		
	20 cm	
		6 cm

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

24

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

7) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, όταν το σχήμα είναι ορθογώνιο.

Μήκος	Πλάτος	Περίμετρος	Εμβαδόν
5 cm	4 cm		
7 cm		20 cm	
	6 cm		48 cm ²

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

25

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

8) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, όταν το σχήμα είναι τρίγωνο.

Εμβαδόν	Βάση	Αντίστοιχο Ύψος
24 cm^2	8 cm	
	4 m	3 m
30 m^2	12 m	

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

26

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

• ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

9) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας, όταν το σχήμα είναι κύκλος.

Ακτίνα	Μήκος	Εμβαδόν
5 cm		
	8π m	
		36π cm ²

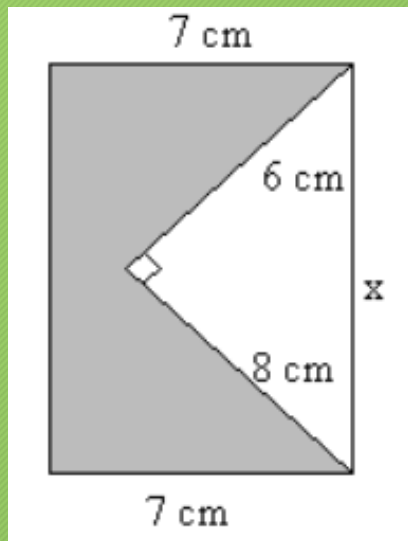
Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

27

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

10) Να βρεθεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



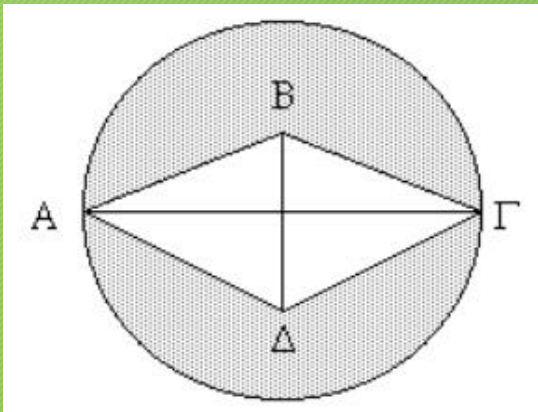
Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

28

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

11) Να βρεθεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



Δεδομένα	Ζητούμενα
ΑΒΓΔ ρόμβος	$E_{\gamma\rho} = ;$
$B\Delta = 6 \text{ cm}$	
$\Pi_{ΑΒΓΔ} = 20 \text{ cm}$	

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

29

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

12) Να βρεθεί το μήκος τεταρτοκυκλίου ακτίνας 8 cm .

13) Να βρεθεί μήκος τόξου 40° , σε κύκλο ακτίνας 9 cm .

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

30

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

14) Το μήκος μήκος τόξου 120° είναι 12.56 cm . Να βρεθεί το εμβαδό του κύκλου.

15) Να βρεθεί μήκος τόξου 60° , σε κύκλο ακτίνας 6 cm .

2. ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

- ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Όταν το μήκος τόξου που ζητούμε δεν είναι σε κύκλο, αλλά είναι γενικότερα μήκος τόξου καμπύλης τότε υπολογίζεται με ολοκληρώματα.

1)

<https://eclass.upatras.gr/modules/document/file.php/PHY1912/%CE%93.08.1%20%CE%9C%CE%AE%CE%BA%CE%BF%CF%82%20%CE%A4%CF%8C%CE%BE%CE%BF%CF%85%20%CE%9A%CE%B1%CE%BC%CF%80%CF%8D%CE%BB%CE%B7%CF%82.pdf>

2)

https://science.fandom.com/el/wiki/%CE%9C%CE%AE%CE%BA%CE%BF%CF%82_%CE%A4%CF%8C%CE%BE%CE%BF%CF%85

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

32

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Μονάδες μέτρησης Όγκου
- Βασική μονάδα μέτρησης όγκου είναι το 1 κυβικό μέτρο ($1 m^3$)
- Οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες υποδιαιρέσεις είναι:
 - το 1 κυβικό δεκατόμετρο ($1 dm^3$), το 1 κυβικό εκατοστόμετρο ($1 cm^3$) και το 1 κυβικό χιλιοστόμετρο ($1 mm^3$).

- Το dm^3 ονομάζεται και λίτρο (lt) και συνήθως χρησιμοποιείται για τη μέτρηση όγκου υγρών.

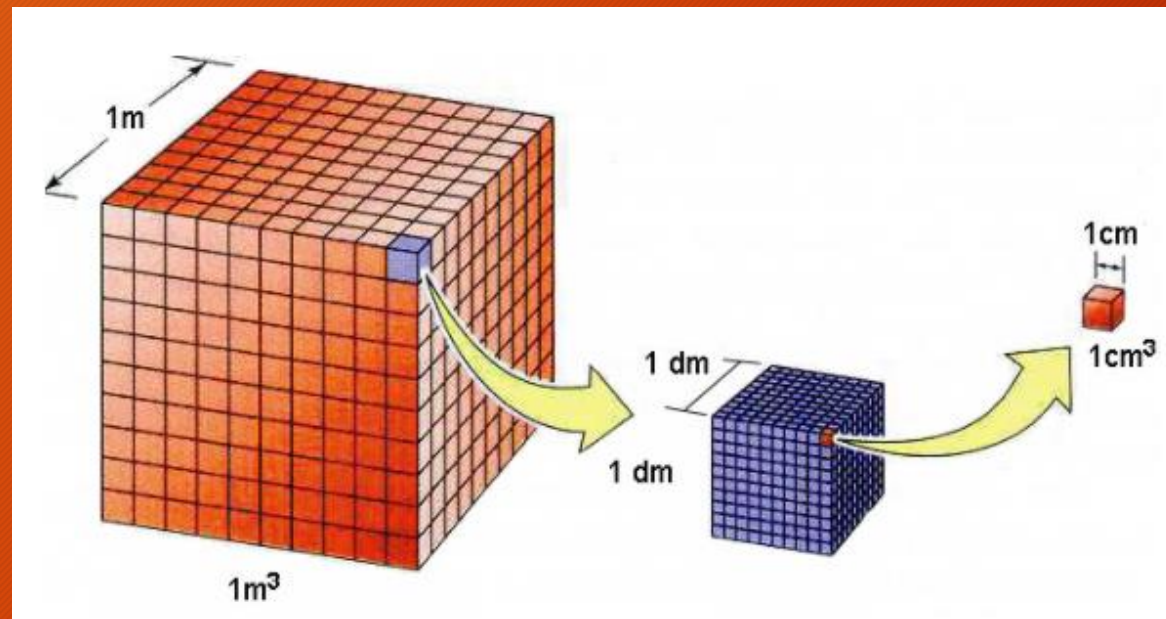
Το cm^3 λέγεται **χιλιοστόλιτρο (ml)**

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

33

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Μονάδες μέτρησης Όγκου



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

34

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

▪ Μονάδες μέτρησης Όγκου

$$1 \text{ dm}^3 = \frac{1}{1.000} \text{ m}^3 = 0,001 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{1.000.000} \text{ m}^3 = 0,000001 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 = \frac{1}{1.000.000.000} \text{ m}^3 = 0,0000000001 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ lt} = 1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ ml} = 0,001 \text{ lt} = 1 \text{ cm}^3 = 0,000001 \text{ m}^3$$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

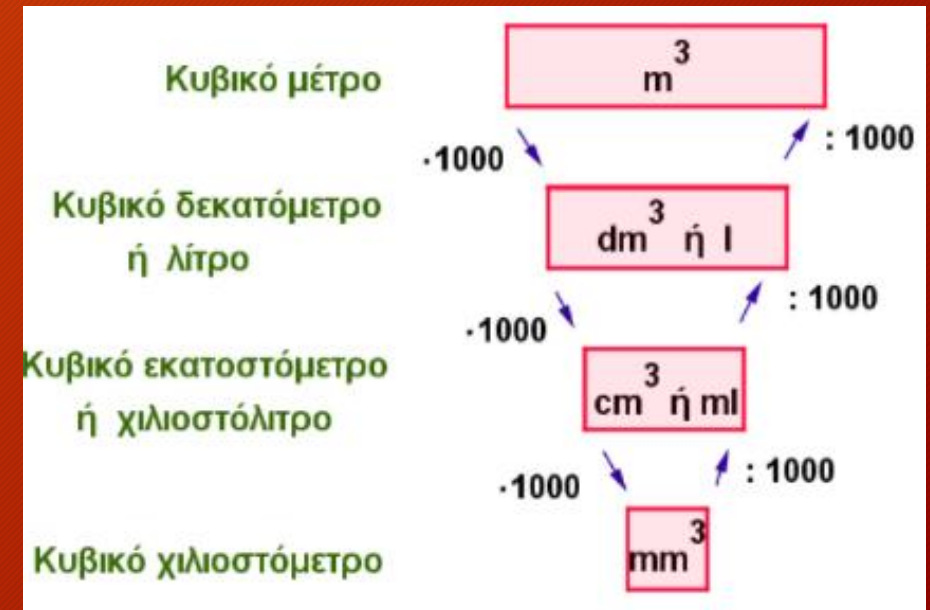
35

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

▪ Μετατροπές στις Μονάδες μέτρησης Όγκου

Ο βασικός κανόνας μετατροπής είναι:

Από τις μεγαλύτερες μονάδες για να πάρουμε τις μικρότερες πολλαπλασιάζουμε με το χίλια ή πολλαπλάσιά του, ενώ, από τις μικρότερες προς τις μεγαλύτερες διαιρούμε με το 1000 ή πολλαπλάσιά του.



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

36

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

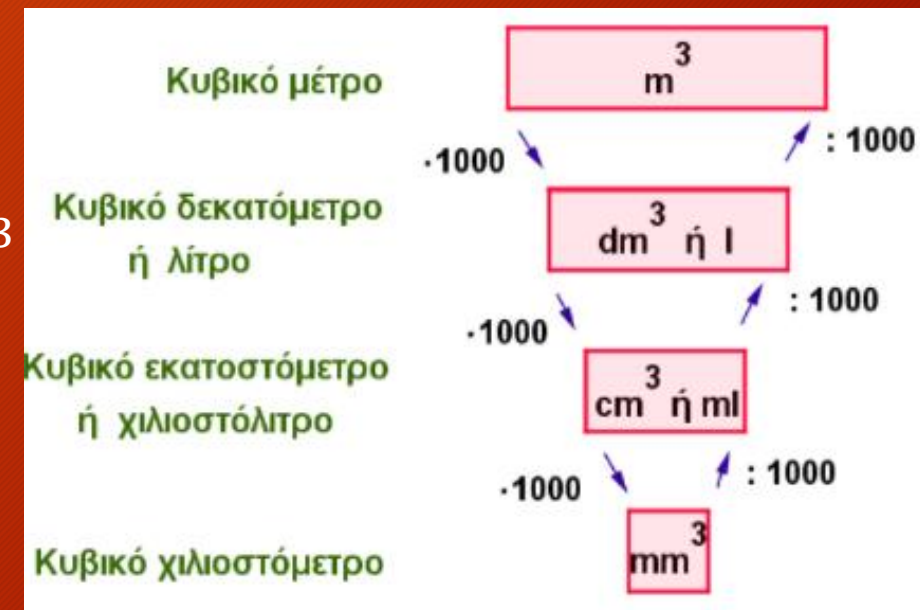
■ Μετατροπές στις Μονάδες μέτρησης Όγκου

■ Ασκήσεις:

1) Να μετατραπούν σε m^3 τα:

i) 32 cm^3 , ii) 1.2 cm^3 , iii) 750 dm^3 , iv) 12700 mm^3

v) 1270 ml , vi) 210 lt , vii) 1280 lt , viii) 8000 ml



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

37

1. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

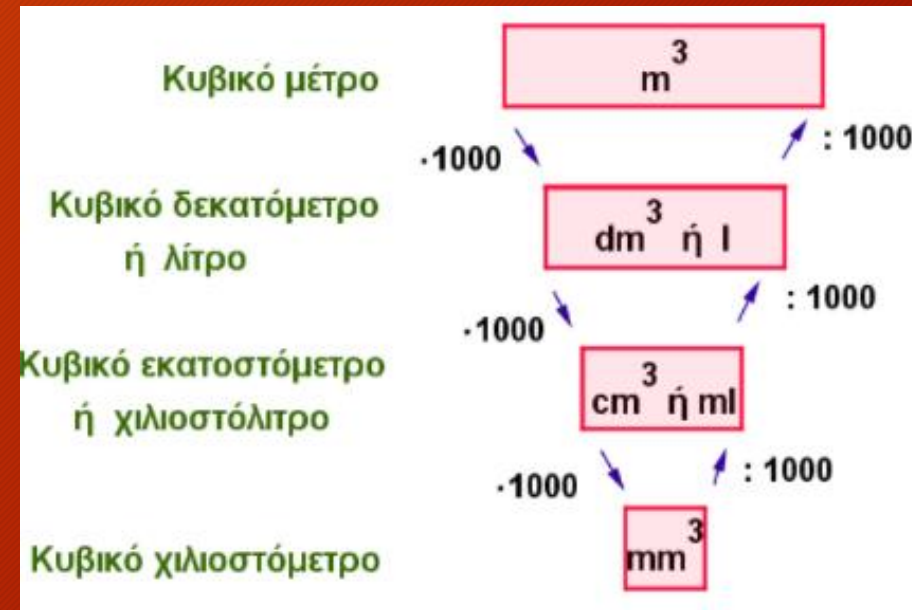
▪ Μετατροπές στις Μονάδες μέτρησης Επιφανείας

▪ Ασκήσεις:

2) Να μετατραπούν σε *ml* τα:

i) 12 m^3 , ii) 175 dm^3 , iii) 4.5 m^3 , iv) 1270 mm^3

v) 1.2 lt , vi) 21 dm^3 , vii) 12 mm^3 , viii) 0.5 lt

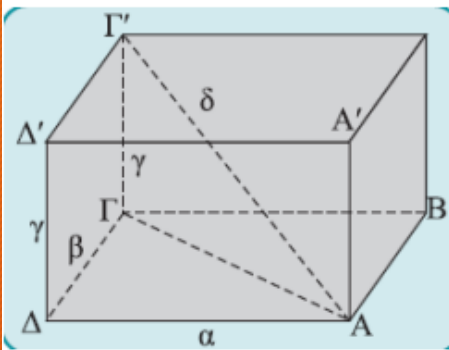


Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

38

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο



Εμβαδό ολικής επιφάνειας: $E_{ολ} = 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)$

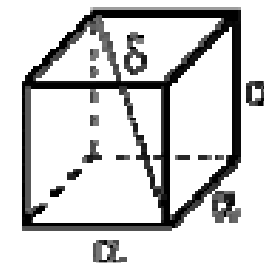
Όγκος: $V = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = E_{\beta} \cdot \upsilon$

Διαγώνιος: $\delta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$.

Για τον Κύβο ισχύει: $\alpha = \beta = \gamma$

α = μήκος
 β = πλάτος
 γ = ύψος
 δ = διαγώνιος

ΚΥΒΟΣ



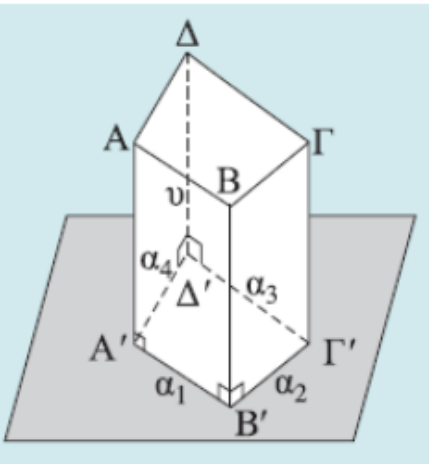
$V = \alpha^3$
 $E_{ολ} = 6\alpha^2$
 $\delta = \alpha\sqrt{3}$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

39

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

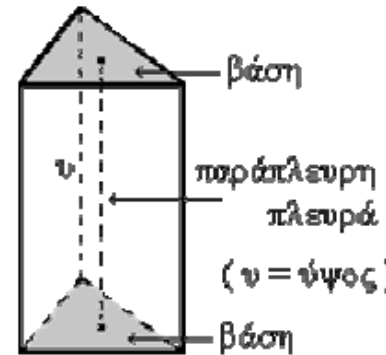
- Ορθό πρίσμα



Εμβαδό παράπλευρης επιφάνειας: $E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$

Εμβαδό ολικής επιφάνειας: $E_{ολ} = E_{\pi} + 2E_{\beta}$

Όγκος $V = E_{\beta} \cdot \upsilon$



$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$ (ορθού πρίσματος)

$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$ (E_{π} = Εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας)

$E_{ολ} = E_{\pi} + 2E_{\beta}$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

40

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

1)

Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 4 cm, 6 cm και 8 cm.

Λύση:

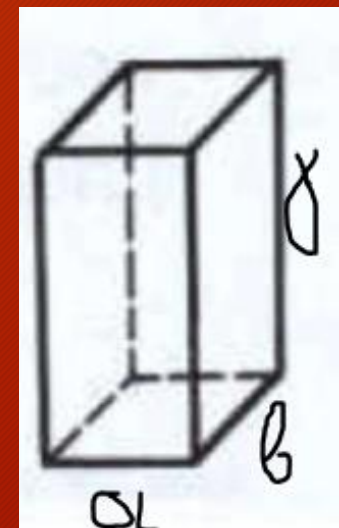
$$\alpha = 4 \text{ cm}, \beta = 6 \text{ cm} \text{ και } \gamma = 8 \text{ cm}$$

$$E_{ολ} = 2(\alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma)$$

$$E_{ολ} = 2(4 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + 6 \cdot 8) \Rightarrow E_{ολ} = 208 \text{ cm}^2$$

$$V = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma$$

$$V = 4 \cdot 6 \cdot 8 \Rightarrow V = 192 \text{ cm}^3$$



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

41

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

- 2) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθού πρίσματος του οποίου το ύψος είναι 8 cm και οι βάσεις του είναι ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές 3 cm και 4 cm , αντίστοιχα.

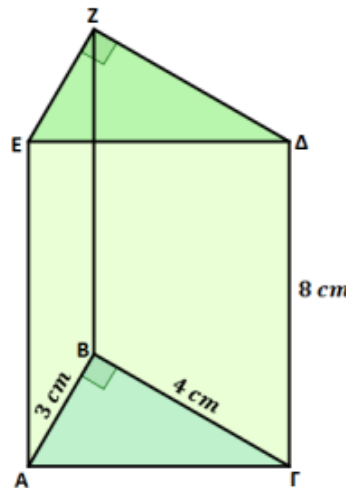
Λύση:

Υπολογίζουμε την υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου $ABΓ$:

$$(AΓ)^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow (AΓ)^2 = 9 + 16 \\ \Rightarrow (AΓ)^2 = 25 \Rightarrow AΓ = \sqrt{25} \Rightarrow AΓ = 5\text{ cm}$$

Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του ορθού πρίσματος είναι:

$$E_{\pi} = P_{\beta} \cdot \upsilon = (3 + 4 + 5) \cdot 8 = 12 \cdot 8 = 96\text{ cm}^2$$



Το εμβαδόν της βάσης είναι: $E_{\beta} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6\text{ cm}^2$

Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας είναι:

$$E_{ολ} = E_{\pi} + 2 \cdot E_{\beta} = 96 + 2 \cdot 6 = 108\text{ cm}^2$$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

42

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

- 3) Ένα ενυδρείο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Οι διαστάσεις της βάσης του είναι 85 cm και 60 cm και το ύψος του είναι 45 cm . Να υπολογίσετε πόσα λίτρα νερό θα χρειαστούν, για να γεμίσει το ενυδρείο κατά τα $\frac{8}{9}$ του.

Λύση:

Υπολογίζουμε τον όγκο του παραλληλεπιπέδου:

$$V = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 85 \cdot 60 \cdot 45 = 229\,500\text{ cm}^3$$

Ο όγκος του νερού είναι: $V_{\text{νερού}} = \frac{8}{9} \cdot 229\,500 = 204\,000\text{ cm}^3$

Γνωρίζουμε ότι $1\text{ cm}^3 = 1\text{ ml} = \frac{1}{1000}\text{ l}$, $V_{\text{νερού}} = \frac{204\,000}{1000} = 204\text{ l}$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

43

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

- 4) Οι διαστάσεις της βάσης ενός ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου είναι 6 cm και 8 cm . Αν η διαγώνιος του είναι $\delta = 26\text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του και τον όγκο του.

Λύση:

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

44

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

- 5) Αν η διαγώνιος κύβου είναι $\delta = 5\sqrt{3} \text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς του και τον όγκο του.

Λύση:

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

45

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΛΥΤΕΣ:

1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου με ακμή $a = 5 \text{ cm}$.
2. Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο $V = 420 \text{ cm}^3$. Οι διαστάσεις της βάσης είναι 6 cm και 7 cm αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του παραλληλεπιπέδου.
3. Ένα πρίσμα έχει βάση τετράγωνο. Το ύψος του πρίσματος είναι 15 cm και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του 540 cm^2 . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του πρίσματος.

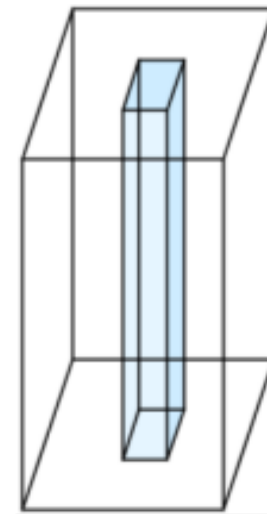
Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

46

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΛΥΤΕΣ:

- 4) Επενδύσαμε μια μεταλλική δοκό που έχει σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με ξύλινο πλαίσιο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η βάση της μεταλλικής δοκού έχει διαστάσεις 15 cm και 20 cm και το ύψος της είναι 3 m . Το ξύλινο πλαίσιο έχει το ίδιο ύψος με τη μεταλλική δοκό και η βάση του είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις 35 cm και 40 cm . Γεμίσαμε το κενό που δημιουργείται με συμπαγές μονωτικό υλικό. Να υπολογίσετε τον όγκο του υλικού που χρησιμοποιήσαμε.

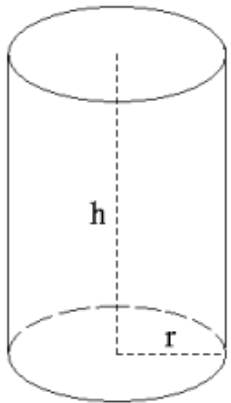


Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

47

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

- Κύλινδρος



Εμβαδό κυρτής επιφάνειας: $E_{\kappa} = 2\pi \cdot r \cdot h$

Εμβαδό ολικής επιφάνειας: $E_{ολ} = E_{\kappa} + 2E_{\beta} = 2\pi \cdot r(h + r)$

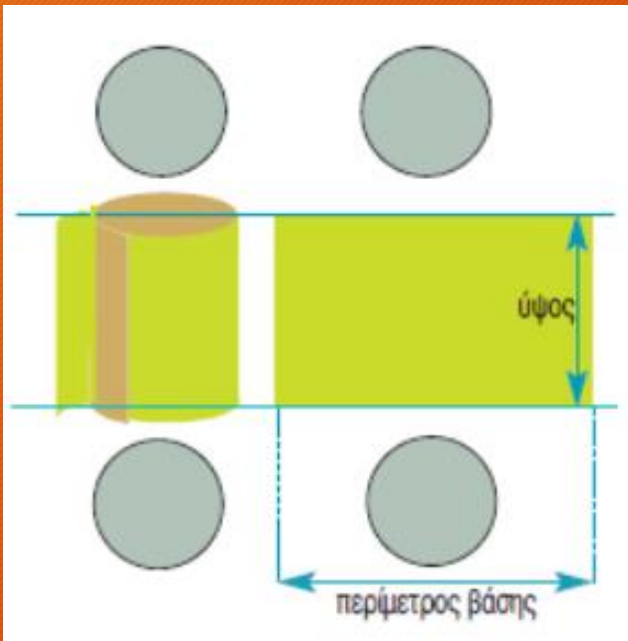
Όγκος : $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

48

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:



Ένας κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης 4 cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $40 \pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:

- α) το ύψος του κυλίνδρου,
- β) τον όγκο του κυλίνδρου.

Λύση:

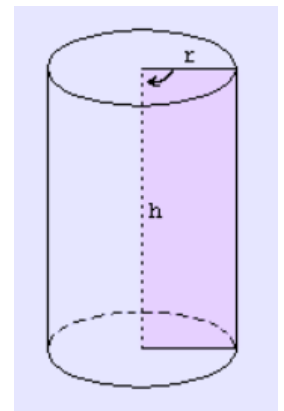
$$\alpha) E_{\kappa} = 40 \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$2 \cdot \pi \cdot R \cdot v = 40 \cdot \pi \text{ cm}^2$$

$$2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot v \text{ cm} = 40 \cdot \pi \text{ cm}^2 \Rightarrow 8 \cdot \pi \cdot v = 40 \cdot \pi \text{ cm} \Rightarrow v = \frac{40 \cdot \pi}{8 \cdot \pi} \text{ cm} \Rightarrow v = 5 \text{ cm}$$

$$\beta) V = \pi \cdot R^2 \cdot v$$

$$V = \pi \cdot 4^2 \text{ cm}^2 \cdot 5 \text{ cm} = 80 \pi \text{ cm}^3$$



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

49

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

- 2) Ένας κύλινδρος έχει διάμετρο βάσης 10 cm και ύψος 8 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας και τον όγκο του κυλίνδρου.

Λύση:

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

50

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

- 3) Ένας κύλινδρος έχει όγκο ίσο με $175\pi \text{ cm}^3$. Αν το ύψος του είναι ίσο με 7 cm , να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.

Λύση:

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

51

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΛΥΤΕΣ:

3. Ένα κυλινδρικό κουτί, ανοικτό από πάνω, έχει ύψος 12 cm και ακτίνα βάσης 8 cm .
Να υπολογίσετε το εμβαδόν της συνολικής του επιφάνειας.
4. Μια κυλινδρική δεξαμενή έχει ύψος 6 m και ακτίνα βάσης ίση με τα $\frac{2}{3}$ του ύψους της. Να υπολογίσετε τον όγκο της δεξαμενής.

Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

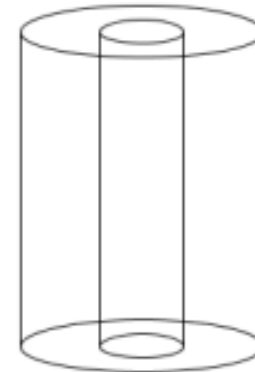
52

3. ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΑΙ ΟΓΚΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

• ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΛΥΤΕΣ:

5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου, αν η διάμετρος της βάσης του είναι ίση με 6 cm και το ύψος του είναι διπλάσιο της ακτίνας του.

6. Στο σχήμα δίνονται δύο κύλινδροι. Οι βάσεις τους είναι ομόκεντροι κύκλοι και η ακτίνα του εσωτερικού κύκλου είναι 2 cm και του εξωτερικού κύκλου 6 cm . Αν το ύψος των δύο κυλίνδρων είναι 10 cm , να υπολογίσετε το εμβαδόν και τον όγκο του στερεού που παράγεται αν ο εσωτερικός κύλινδρος είναι κενός.



Μέτρηση Επιφανείας και Όγκου

Πηγές:

- Διαδραστικά Σχολικά Βιβλία του Υπουργείου Παιδείας
- https://cymathkia.files.wordpress.com/2013/12/alyk_ateyxos_en05_stereometria.pdf
- https://www.vakalis.edu.gr/sites/default/files/files/blogpost/vakalis_blog_typologio_geometrias.pdf

Καλό Διάβασμα!!!

Επιμέλεια: Δρ Ασημίνα Κριμπένη