

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 Μετρήσεις.....	5
Άσκηση 1, σελίδα 13.....	5
Άσκηση 2, σελίδα 13.....	5
Άσκηση 3, σελίδα 13.....	5
Άσκηση 4, σελίδα 13.....	5
Άσκηση 5, σελίδα 13.....	5
Άσκηση 6, σελίδα 13.....	5
Άσκηση 7, σελίδα 13.....	6
Άσκηση 8, σελίδα 13.....	6
Άσκηση 9, σελίδα 13.....	6
Άσκηση 10, σελίδα 13.....	6
Άσκηση 11, σελίδα 14.....	6
Άσκηση 12, σελίδα 14.....	6
Άσκηση 13, σελίδα 14.....	7
Άσκηση 14, σελίδα 14.....	7
Άσκηση 15, σελίδα 14.....	7
Άσκηση 16, σελίδα 14.....	7
Άσκηση 17, σελίδα 14.....	7
Άσκηση 18, σελίδα 14.....	7
Άσκηση 19, σελίδα 14.....	8
Άσκηση 20, σελίδα 14.....	8
Άσκηση 21, σελίδα 14.....	8
Άσκηση 22, σελίδα 14.....	8
Άσκηση 23, σελίδα 14.....	8
Άσκηση 24, σελίδα 14.....	8
Άσκηση 25, σελίδα 14.....	8
Άσκηση 26, σελίδα 14.....	8
Άσκηση 27, σελίδα 14.....	8
Άσκηση 28, σελίδα 14.....	9
Άσκηση 29, σελίδα 14.....	9
Άσκηση 30, σελίδα 14.....	9
Άσκηση 31, σελίδα 14.....	9
Άσκηση 32, σελίδα 14.....	9
Άσκηση 33, σελίδα 14.....	9
Άσκηση 34, σελίδα 14.....	9
Κεφάλαιο 2 Κινηματική.....	10
Άσκηση 1, σελίδα 40.....	10
Άσκηση 2, σελίδα 40.....	10
Άσκηση 3, σελίδα 40.....	10
Άσκηση 4, σελίδα 40.....	10
Άσκηση 5, σελίδα 40.....	11
Άσκηση 6, σελίδα 40.....	11
Άσκηση 7, σελίδα 40.....	12
Άσκηση 8, σελίδα 41.....	12
Άσκηση 9, σελίδα 41.....	13
Άσκηση 10, σελίδα 41.....	13
Άσκηση 11, σελίδα 41.....	13
Άσκηση 12, σελίδα 41.....	13
Άσκηση 13, σελίδα 41.....	13
Άσκηση 14, σελίδα 41.....	14
Άσκηση 15, σελίδα 41.....	14
Άσκηση 16, σελίδα 41.....	15
Άσκηση 17, σελίδα 42.....	16
Άσκηση 18, σελίδα 42.....	16

Άσκηση 19, σελίδα 42.....	17
Άσκηση 20, σελίδα 42.....	17
Άσκηση 21, σελίδα 42.....	18
Άσκηση 22, σελίδα 42.....	18
Άσκηση 23, σελίδα 42.....	18
Άσκηση 24, σελίδα 42.....	19
Άσκηση 25, σελίδα 42.....	19
Άσκηση 26, σελίδα 42.....	19
Κεφάλαιο 3 Δυναμική.....	20
Άσκηση 1, σελίδα 88.....	20
Άσκηση 2, σελίδα 88.....	20
Άσκηση 3, σελίδα 88.....	20
Άσκηση 4, σελίδα 88.....	20
Άσκηση 5, σελίδα 88.....	21
Άσκηση 6, σελίδα 88.....	21
Άσκηση 7, σελίδα 88.....	22
Άσκηση 8, σελίδα 88.....	22
Άσκηση 9, σελίδα 88.....	22
Άσκηση 10, σελίδα 89.....	23
Άσκηση 11, σελίδα 89.....	23
Άσκηση 12, σελίδα 89.....	23
Άσκηση 13, σελίδα 89.....	24
Άσκηση 14, σελίδα 89.....	24
Άσκηση 15, σελίδα 89.....	24
Άσκηση 16, σελίδα 89.....	24
Άσκηση 17, σελίδα 89.....	24
Άσκηση 18, σελίδα 89.....	25
Άσκηση 19, σελίδα 89.....	25
Άσκηση 20, σελίδα 90.....	25
Άσκηση 21, σελίδα 90.....	26
Άσκηση 22, σελίδα 90.....	26
Άσκηση 23, σελίδα 90.....	26
Άσκηση 24, σελίδα 90.....	27
Άσκηση 25, σελίδα 90.....	27
Άσκηση 26, σελίδα 90.....	27
Άσκηση 27, σελίδα 90.....	28
Άσκηση 28, σελίδα 90.....	28
Άσκηση 29, σελίδα 90.....	30
Άσκηση 30, σελίδα 90.....	31
Άσκηση 31, σελίδα 90.....	31
Άσκηση 32, σελίδα 90.....	32
Κεφάλαιο 4 Έργο-ενέργεια-ισχύς.....	33
Άσκηση 1, σελίδα 115.....	33
Άσκηση 2, σελίδα 115.....	33
Άσκηση 3, σελίδα 115.....	33
Άσκηση 4, σελίδα 115.....	33
Άσκηση 5, σελίδα 115.....	34
Άσκηση 6, σελίδα 115.....	34
Άσκηση 7, σελίδα 116.....	34
Άσκηση 8, σελίδα 116.....	35
Άσκηση 9, σελίδα 116.....	35
Άσκηση 10, σελίδα 116.....	35
Άσκηση 11, σελίδα 116.....	36
Άσκηση 12, σελίδα 116.....	36
Άσκηση 13, σελίδα 116.....	36

Άσκηση 14, σελίδα 116.....	37
Άσκηση 15, σελίδα 116.....	37
Άσκηση 16, σελίδα 116.....	37
Άσκηση 17, σελίδα 116.....	38
Κεφάλαιο 5 Υδροστατική–υδροδυναμική.....	39
Άσκηση 1, σελίδα 146.....	39
Άσκηση 2, σελίδα 146.....	39
Άσκηση 3, σελίδα 146.....	39
Άσκηση 4, σελίδα 146.....	40
Άσκηση 5, σελίδα 146.....	40
Άσκηση 6, σελίδα 146.....	41
Άσκηση 7, σελίδα 146.....	41
Άσκηση 8, σελίδα 146.....	42
Άσκηση 9, σελίδα 147.....	42
Άσκηση 10, σελίδα 147.....	43
Άσκηση 11, σελίδα 147.....	44
Άσκηση 12, σελίδα 147.....	45
Άσκηση 13, σελίδα 147.....	45
Άσκηση 14, σελίδα 147.....	45
Άσκηση 15, σελίδα 147.....	45
Άσκηση 16, σελίδα 148.....	47
Άσκηση 17, σελίδα 148.....	47
Άσκηση 18, σελίδα 148.....	48
Άσκηση 19, σελίδα 148.....	48
Άσκηση 20, σελίδα 148.....	48
Άσκηση 21, σελίδα 148.....	49
Άσκηση 22, σελίδα 148.....	49
Άσκηση 23, σελίδα 148.....	50
Κεφάλαιο 9 Ηλεκτρικά φορτία.....	51
Άσκηση 1, σελίδα 218.....	51
Άσκηση 2, σελίδα 218.....	51
Άσκηση 3, σελίδα 218.....	51
Άσκηση 4, σελίδα 218.....	52
Άσκηση 5, σελίδα 218.....	52
Άσκηση 6, σελίδα 218.....	53
Άσκηση 7, σελίδα 218.....	53
Άσκηση 8, σελίδα 218.....	54
Άσκηση 9, σελίδα 218.....	54
Άσκηση 10, σελίδα 218.....	55
Κεφάλαιο 10 Ηλεκτρικό ρεύμα.....	56
Άσκηση 1, σελίδα 260.....	56
Άσκηση 2, σελίδα 260.....	56
Άσκηση 3, σελίδα 260.....	56
Άσκηση 4, σελίδα 260.....	56
Άσκηση 5, σελίδα 260.....	56
Άσκηση 6, σελίδα 260.....	56
Άσκηση 7, σελίδα 260.....	56
Άσκηση 8, σελίδα 260.....	57
Άσκηση 9, σελίδα 260.....	57
Άσκηση 10, σελίδα 261.....	57
Άσκηση 11, σελίδα 261.....	58
Άσκηση 12, σελίδα 261.....	58
Άσκηση 13, σελίδα 261.....	58
Άσκηση 14, σελίδα 261.....	58
Άσκηση 15, σελίδα 261.....	59

Άσκηση 16, σελίδα 261	59
Άσκηση 17, σελίδα 261	59
Άσκηση 18, σελίδα 262	60
Άσκηση 19, σελίδα 262	60
Άσκηση 20, σελίδα 262	60
Άσκηση 21, σελίδα 262	60
Άσκηση 22, σελίδα 262	61
Άσκηση 23, σελίδα 262	61
Κεφάλαιο 11 Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή	62
Άσκηση 1, σελίδα 283	62
Άσκηση 2, σελίδα 283	62
Άσκηση 3, σελίδα 283	62
Άσκηση 4, σελίδα 283	62
Άσκηση 5, σελίδα 283	63
Άσκηση 6, σελίδα 283	64
Άσκηση 7, σελίδα 283	64
Άσκηση 10, σελίδα 284	65
Άσκηση 11, σελίδα 284	66
Άσκηση 12, σελίδες 284	66
Κεφάλαιο 12 Εναλλασσόμενα ρεύματα	67
Άσκηση 1, σελίδα 311	67
Άσκηση 2, σελίδα 311	67
Άσκηση 3, σελίδα 311	67
Άσκηση 4, σελίδα 311	68
Άσκηση 5, σελίδα 311	68
Άσκηση 6, σελίδα 311	69
Άσκηση 7, σελίδα 311	69
Άσκηση 8, σελίδα 311	69
Άσκηση 9, σελίδα 311	70
Άσκηση 10, σελίδα 312	70
Άσκηση 11, σελίδα 312	71
Άσκηση 12, σελίδα 312	71
Άσκηση 13, σελίδα 312	72
Άσκηση 14, σελίδα 312	72
Άσκηση 15, σελίδα 312	72
Άσκηση 16, σελίδα 312	73
Άσκηση 17, σελίδα 312	73
Άσκηση 18, σελίδα 312	74
Άσκηση 19, σελίδα 312	75
Άσκηση 20, σελίδα 312	75

Κεφάλαιο 1 Μετρήσεις

Άσκηση 1, σελίδα 13

Έστω ότι M_{Γ} : μάζα της Γης

m_{Σ} : μάζα του σώματος

R : η ακτίνα της Γης

Από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης για το βάρος του σώματος στην επιφάνεια της

Γης, είναι $F = G \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{R^2} = B = 200 \text{ N}$

Επίσης, για το βάρος του σώματος σε ύψος $h = R$, είναι

$$F' = \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{(R+h)^2} = \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{(R+R)^2} = G \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{(2R)^2} = G \frac{M_{\Gamma} \cdot m_{\Sigma}}{4R^2} = \frac{F}{4} = \frac{200}{4} = 50 \text{ N}$$

Άσκηση 2, σελίδα 13

$$B = m \cdot g \Leftrightarrow g = \frac{B}{m} = \frac{2170,436}{220,7484} = 9,83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Δηλαδή $g = g_{\text{ΠΟΛΟΥ}}$ άρα, η αρκούδα είναι λευκή (σε οποιοδήποτε άλλο μέρος της Γης, η αρκούδα είναι καφέ).

Άσκηση 3, σελίδα 13

$$d = \frac{m}{V} \Leftrightarrow V = \frac{m}{d} = \frac{1.000 \text{ Kg}}{7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{1.000 \cdot 1.000 \cancel{\text{g}}}{7,8 \frac{\cancel{\text{g}}}{\text{cm}^3}} = \frac{10^6}{7,8} \text{ cm}^3 = 10^6 \cdot 7,8^{-1} \text{ cm}^3$$

Άσκηση 4, σελίδα 13

$$d_{Fe} = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = d_{Fe} \cdot V = 7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 1 \text{ m}^3 = 7,8 \frac{\text{g}}{\cancel{\text{cm}^3}} \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cancel{\text{cm}^3} \\ = 7,8 \cdot 10^6 \text{ g} = 78 \cdot 10^5 \text{ g} = 78 \cdot 10^2 \text{ kg} = 7.800 \text{ kg} = 7,8 \text{ t}$$

Άσκηση 5, σελίδα 13

$$\text{Είναι } d = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = d \cdot V$$

$$m_{H_2O} = d_{H_2O} \cdot V = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 1L = 1.000 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ cm}^3 = 1.000 \text{ g}$$

$$m_{\text{Petrol}} = d_{\text{Petrol}} \cdot V = \frac{9}{10} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 1L = \frac{9}{10} 1.000 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ cm}^3 = 900 \text{ g}$$

Όχι, δε θα ισορροπεί

Άσκηση 6, σελίδα 13

$$d = \frac{m}{V} = \frac{16}{20} \frac{\text{kg}}{\text{L}} = \frac{8}{10} \frac{\text{kg}}{\frac{1}{1.000} \text{ m}^3} = \frac{8}{10} \cdot 1.000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} =$$

$$800 \frac{\text{kg}}{100 \cdot 100 \cdot 10 \text{ cm}^3} = \frac{8}{10.000} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} =$$

$$\frac{8}{10.000} \frac{1.000 \text{ g}}{\text{cm}^3} = \frac{8}{10} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Άσκηση 7, σελίδα 13

$$\varepsilon = d \cdot g = 9 \frac{g}{cm^3} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 9 \cdot 9,81 \frac{g \cdot m}{cm^2 \cdot cm \cdot s \cdot s} = 9 \cdot 9,81 \frac{g \cdot m}{s^2 \cdot cm^3} = 9 \cdot \frac{gf}{cm^3}$$

Επεξήγηση

$$1 \frac{gf}{cm^3} = 1 p = \frac{1}{1.000} kp = \frac{1}{1.000} 9,81 N = \frac{9,81}{1.000} kg \frac{m}{s^2} = \frac{9,81}{1.000} 1.000 g \frac{m}{s^2} = 9,81 g \frac{m}{s^2}$$

Άσκηση 8, σελίδα 13

$$\varepsilon = d \cdot g \Leftrightarrow d = \frac{\varepsilon}{g} = \frac{3 \frac{p}{cm^3}}{981 \frac{cm}{s^2}} = \frac{3 p s^2}{981 cm^3 cm} = \frac{3 s^2}{981 cm^3 cm} p =$$

$$\frac{3 s^2}{981 cm^3 cm} 981 g \frac{cm}{s^2} = 3 \frac{g}{cm^3}$$

Άσκηση 9, σελίδα 13

$$R = 6.370 km = 6.370 \cdot 1.000 m = 637 \cdot 10^4 m$$

$$= 637 \cdot 10^4 \cdot 100 cm = 637 \cdot 10^6 cm$$

$$= 637 \cdot 10^6 \cdot 10 mm = 637 \cdot 10^7 mm$$

Άσκηση 10, σελίδα 13

$$(α) V = 4 \cdot 5 \cdot 6 m^3 = 120 m^3 = 120 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 dm^3 = 12 \cdot 10^4 dm^3 = 12 \cdot 10^4 L$$

$$(β) S = 2(4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 6) m^2 = 2(20 + 24 + 30) m^2 = 2(74) m^2 = 148 m^2$$

$$148 \cdot \frac{5}{100} = 1,48 \cdot 5 = 7,4 m^2$$

$$\text{Είναι } S_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 148 m^2 + 7,4 m^2 = 155,4 m^2$$

$$(γ) S' = 2(4 \cdot 5 + 4 \cdot 6) m^2 = 2(20 + 24) m^2 = 2 \cdot 44 m^2 = 88 m^2$$

$$(δ) 88 m^2 + 30 m^2 = 118 m^2$$

Το 1 kg μπογιά αντιστοιχεί σε 4 m²

Τα x; kg μπογιά αντιστοιχούν σε 118 m²

$$x = 1 \cdot \frac{118}{4} = \frac{59}{2} = 29,5 kg$$

Άσκηση 11, σελίδα 14

$$V = S \cdot h = \frac{8}{10} \cdot \frac{15}{10} m^2 m = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} m^3 = \frac{12}{10} m^3 = 1,2 m^3$$

$$= 1,2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 L = 1.200 L$$

Άσκηση 12, σελίδα 14

$$V = 1,5 L = 1,5 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} m^3 = 1,5 \cdot 10^{-3} m^3$$

$$V = 1,5 L = 1,5 dm^3 = 1,5 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 mm^3 = 15 \cdot 10^5 mm^3$$

Άσκηση 13, σελίδα 14

Το εμβαδόν του κάθε πλακακιού είναι $E' = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100} \text{ m}^2$

Το εμβαδόν του μπαλκονιού είναι $E = 20 \cdot 10 = 200 \text{ m}^2$

$$E = n \cdot E' \Leftrightarrow 200 = n \cdot \frac{4}{100} \Leftrightarrow 200 = n \cdot \frac{1}{25} \Leftrightarrow n = 5.000$$

Άρα, χρειάζονται 5.000 πλακάκια

Άσκηση 14, σελίδα 14

$$V = 20 \text{ L} = 20 \text{ dm}^3 = 2\cancel{0} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \text{ m}^3 = \frac{2}{100} \text{ m}^3 = 0,02 \text{ m}^3$$

Άσκηση 15, σελίδα 14

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 60' = 60 \cdot 60 \text{ s} = 3.600 \text{ s}$$

$$1 \text{ ημέρα} = 24 \text{ h} = 24 \cdot 3.600 \text{ s}$$

Υπάρχουν 2 περιπτώσεις. Η 1^η όταν το έτος είναι δίσεκτο (366 ημέρες) και η 2^η όταν δεν είναι δίσεκτο (365 ημέρες και 06 ώρες).

$$1 \text{ έτος} = \begin{cases} 366 \text{ ημέρες} = 366 \cdot 24 \cdot 3.600 \text{ s} = 8.784 \cdot 3.600 \text{ s} = 31.622.400 \text{ s} \\ 365 \text{ ημέρες} + 6 \text{ ώρες} = 365 \cdot 24 \cdot 3.600 + 6 \cdot 3.600 \text{ s} = 3.600 \cdot 6(365 \cdot 4 + 1) \text{ s} \\ \quad \quad \quad = 21.600 \cdot (1.460 + 1) \text{ s} = 31.557.600 \text{ s} \end{cases}$$

Άσκηση 16, σελίδα 14

$$(\alpha) \quad 4 \text{ h} = 4 \cdot 60 \text{ min} = 240 \text{ min} = 240 \cdot 60 \text{ s} = 14.400 \text{ s}$$

$$(\beta) \quad 90 \text{ m}^2 = 90 \cdot 10 \cdot 10 \text{ dm}^2 = 9 \cdot 10^3 \text{ dm}^2 \\ = 9 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10 \text{ cm}^2 = 9 \cdot 10^5 \text{ cm}^2$$

$$(\gamma) \quad 90 \text{ m} = 90 \cdot 10 \text{ dm} = 900 \text{ dm} \\ = 900 \cdot 10 \text{ cm} = 9.000 \text{ cm}$$

$$(\delta) \quad 90 \text{ m}^3 = 90 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ dm}^3 = 9 \cdot 10^4 \text{ dm}^3 \\ = 9 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ cm}^3 = 9 \cdot 10^7 \text{ cm}^3$$

$$(\epsilon) \quad 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \frac{10\cancel{00} \text{ m}}{36\cancel{00} \text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(\sigma\tau) \quad 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(\zeta) \quad 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Άσκηση 17, σελίδα 14

$$2,5 \text{ cm} = 2,5 \cdot 10 \text{ mm} = 25 \text{ mm}$$

Άσκηση 18, σελίδα 14

$$2,11 \text{ m} = 2,11 \cdot 10 \text{ dm} = 21,1 \text{ dm}$$

$$2,11 \text{ m} = 2,11 \cdot 100 \text{ cm} = 211 \text{ cm}$$

$$2,11 \text{ m} = 2,11 \cdot 1000 \text{ mm} = 2.110 \text{ mm}$$

Άσκηση 19, σελίδα 14

$$1 \text{ v.μ.} = 1852 \text{ m} = 1,852 \text{ km}$$

$$1 \text{ v.μ.} = 1.852 \text{ m} = 1.852 \cdot 10 \text{ dm} = 18.520 \text{ dm}$$

$$1 \text{ v.μ.} = 1.852 \text{ m} = 1.852 \cdot 100 \text{ cm} = 185.200 \text{ cm}$$

$$1 \text{ v.μ.} = 1.852 \text{ m} = 1.852 \cdot 1000 \text{ mm} = 185.200 \text{ mm}$$

Άσκηση 20, σελίδα 14

$$80 \text{ L} = 80 \frac{1}{1.000} \text{ m}^3 = \frac{8}{100} \text{ m}^3 = 0,08 \text{ m}^3$$

Άσκηση 21, σελίδα 14

$$10 \text{ cm}^3 = 10 \text{ mL} = 10 \frac{1}{1.000} \text{ L} = \frac{1}{100} \text{ L} = 0,01 \text{ L}$$

$$10 \text{ m}^3 = 10 \cdot 1.000 \text{ L} = 10.000 \text{ L}$$

Άσκηση 22, σελίδα 14

$$V = 2,8 \text{ dm} \cdot 21 \text{ cm} \cdot 20 \text{ mm} =$$

$$\frac{2,8}{10} \text{ m} \frac{21}{100} \text{ m} \frac{20}{1.000} \text{ m} =$$

$$\frac{1,4}{5} \frac{21}{100} \frac{1}{50} \text{ m}^3 =$$

$$\frac{1,4 \cdot 21}{25.000} \text{ m}^3 =$$

$$\frac{0,7 \cdot 21}{12.500} \text{ m}^3$$

Άσκηση 23, σελίδα 14

$$5 \text{ L} = 5.000 \text{ mL}$$

Άσκηση 24, σελίδα 14

$$V = 12,05 \text{ m} \cdot 2,34 \text{ m} \cdot 2,38 \text{ m} =$$

$$12,05 \cdot 10 \text{ dm} \cdot 2,34 \cdot 10 \text{ dm} \cdot 2,38 \text{ m} \cdot 10 \text{ dm} =$$

$$120,5 \text{ dm} \cdot 23,4 \text{ dm} \cdot 23,8 \text{ dm} =$$

$$120,5 \cdot 23,4 \cdot 23,8 \text{ dm}^3 =$$

$$120,5 \cdot 23,4 \cdot 23,8 \text{ L}$$

Άσκηση 25, σελίδα 14

$$1 \text{ ημέρα} = 24 \text{ h} = 24 \cdot 3.600 \text{ s} = 86.400 \text{ s}$$

Άσκηση 26, σελίδα 14

$$1 \text{ εβδομάδα} = 7 \text{ ημέρες} = 7 \cdot 24 \text{ ώρες} =$$

$$7 \cdot 24 \cdot 60 \text{ min} = 420 \cdot 24 \text{ min}$$

Άσκηση 27, σελίδα 14

$$3.084 \text{ kg} = 3.084 \cdot 1.000 \text{ g} = 3.084.000 \text{ g}$$

$$3.084 \text{ kg} = \frac{3.084}{1.000} \text{ t} = 3,084 \text{ t}$$

$$3.084 \text{ kg} = 3.084 \cdot 1.000 \text{ g} = 3.084 \cdot 1.000 \cdot 1.000 \text{ mg} = 3.084 \cdot 10^6 \text{ mg}$$

Άσκηση 28, σελίδα 14

$$a = 0,2 \text{ m} = \frac{2}{10} \text{ m} = \frac{2}{10} 100 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Όγκος του κύβου } V = a^3 = 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 8.000 \text{ cm}^3$$

$$\text{Από τον ορισμό της πυκνότητας είναι } d = \frac{m}{V} \Leftrightarrow$$

$$m = d \cdot V = 8,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} 8.000 \text{ cm}^3 = 8,9 \cdot 8.000 \text{ g} = 8,9 \cdot 8 \text{ kg}$$

Άσκηση 29, σελίδα 14

$$m = d \cdot V = \frac{9}{10} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} 50 \text{ L} = 45 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ L} = 45 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} 1.000 \text{ cm}^3 = 45.000 \text{ g} = 45 \text{ kg}$$

Άσκηση 30, σελίδα 14

$$V = \frac{m}{d} = \frac{100 \text{ kg}}{7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{100.000 \text{ g}}{7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{100.000}{7,8} \text{ cm}^3 = \frac{100}{7,8} \text{ L}$$

Άσκηση 31, σελίδα 14

$$V = \frac{m}{d} = \frac{1 \text{ kg}}{\frac{24}{100} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{1.000 \text{ g}}{\frac{6}{25} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{25 \cdot 1.000}{6} \text{ cm}^3 = \frac{25}{6} \text{ L} = 4 \frac{1}{6} \text{ L}$$

Άσκηση 32, σελίδα 14

$$m = d \cdot V = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} 1 \text{ m}^3 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} 10^6 \text{ cm}^3 = 10^6 \text{ g} = 10^3 \text{ kg} = 1 \text{ t}$$

Άσκηση 33, σελίδα 14

$$d = \frac{m}{V} = \frac{50}{3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 16, \bar{6} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} < 19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ άρα, το νόμισμα είναι κάλπικο}$$

Άσκηση 34, σελίδα 14

$$V = \frac{m}{d} = \frac{1 \text{ kg}}{19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{1.000 \text{ g}}{19,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = \frac{1.000}{19,3} \text{ cm}^3$$

Κεφάλαιο 2 Κινηματική

Άσκηση 1, σελίδα 40

$$u = 320 \frac{km}{h} = 320 \frac{1.000 \cancel{m}}{3.600 \cancel{s}} = 320 \frac{10 \cancel{m}}{36 \cancel{s}} = 80 \frac{10 \cancel{m}}{9 \cancel{s}} = \frac{800}{9} \frac{m}{s}$$

$$u = 320 \frac{km}{h} = 320 \frac{1.000}{60} \frac{m}{min} = \frac{32}{6} 10^3 \frac{m}{min} = \frac{16}{3} 10^3 \frac{m}{min}$$

Άσκηση 2, σελίδα 40

Έστω ότι ο συνολικός χρόνος της κίνησης του αυτοκινήτου είναι $2t$

Αρχικά για το 1^ο μισό, δηλαδή επί χρόνο t , κινούμενο με ταχύτητα

$$u = 70 \frac{km}{h} \text{ διανύει απόσταση } 70t$$

Ομοίως για το άλλο μισό, δηλαδή επί χρόνο t , κινούμενο με ταχύτητα

$$u' = 50 \frac{km}{h} \text{ διανύει απόσταση } 50t$$

$$\text{Συνεπώς, } S_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 70t + 50t = 120t$$

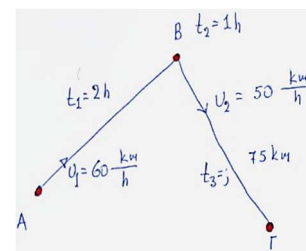
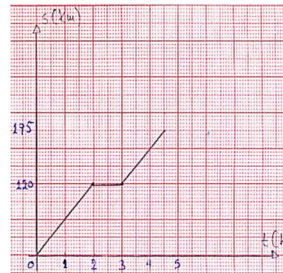
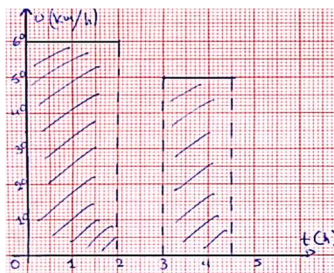
$$\text{Άρα, } \bar{u} = \frac{S_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}{t_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \frac{120t}{2t} = 60 \frac{km}{h}$$

Άσκηση 3, σελίδα 40

$$\text{Είναι } (AB) = u_1 \cdot t_1 = 60 \frac{km}{h} \cdot 2 \cancel{h} = 120 \text{ km}$$

$$\text{Είναι } t_{\text{BΓ}} = \frac{x}{u_2} = \frac{75 \cancel{km}}{50 \frac{km}{h}} = \frac{75}{50} h = 1,5 \text{ h}$$

$$\text{Είναι } \bar{u} = \frac{S_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}{t_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \frac{(AB) + (BΓ)}{2 + 1 + 1,5} = \frac{120 + 75}{4,5} = \frac{195}{4,5} = \frac{39}{0,9} = 43,3 \frac{km}{h}$$



Άσκηση 4, σελίδα 40

$$\text{Είναι } a = 180 \frac{km}{h^2} = 180 \frac{\cancel{h}}{h}$$

$$\text{Άρα, κάθε ώρα η ταχύτητα αυξάνεται κατά } 180 \frac{km}{h}$$

$$\text{Είναι } a = \frac{\Delta u}{\Delta t} \Leftrightarrow$$

$$\Delta u = a \Delta t = 180 \frac{km}{h^2} 5 s = 180 \frac{km}{h} \frac{5}{3.600} \cancel{h} = \frac{18 \cdot 5}{360} \frac{km}{h} =$$

$$\frac{5}{20} \frac{km}{h} = \frac{1}{4} \frac{km}{h} = 0,25 \frac{km}{h}$$

Άσκηση 5, σελίδα 40

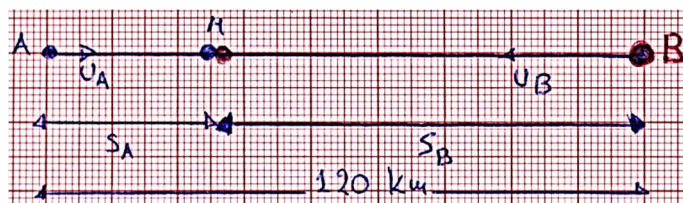
Τα δυο ασθενοφόρα ξεκινούν συγχρόνως και κινούμενα ταυτοχρόνως, συναντιούνται σε κάποιο σημείο της διαδρομής τους έχοντας κινηθεί και τα δυο επί χρονικό διάστημα t

Μέχρι να συναντηθούν, το 1^ο έχει διανύσει απόσταση $s_1 = u_1 t = 72t$ και το 2^ο $s_2 = u_2 t = 108t$ άρα, η συνολική διανυθείσα απόσταση και από τα δυο, είναι $s_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = s_1 + s_2 = 72t + 108t = 180t$

$$\text{Είναι } 180t = 120 \Leftrightarrow t = \frac{120}{180} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} h$$

Άρα, μέχρι να συναντηθούν, το 1^ο έχει διανύσει απόσταση $s_1 = u_1 t = 72 \frac{2}{3} = \frac{144}{3} = 48 km$ και το 2^ο $s_2 = u_2 t = 108 \frac{2}{3} = 36 \cdot 2 = 72 km$

Η s_2 υπολογίζεται και ως εξής $s_2 = s - s_1 = 120 - 48 = 72 km$



Άσκηση 6, σελίδα 40

Και τα δυο κινητά, εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Για να συναντηθούν, πρέπει το περιπολικό να διανύσει όση απόσταση διανύσει η μηχανή, αυξημένη κατά $0,9 km$ που τα χώριζε από την αρχή, δηλαδή $s_{\Pi} = s_M + 0,9$



Επειδή τα δυο κινητά ξεκινούν ταυτόχρονα και κινούνται συγχρόνως, μέχρι να συναντηθούν θα έχουν κινηθεί για το ίδιο χρονικό διάστημα, άρα

$$s_{\Pi} = s_M + 0,9 \Leftrightarrow$$

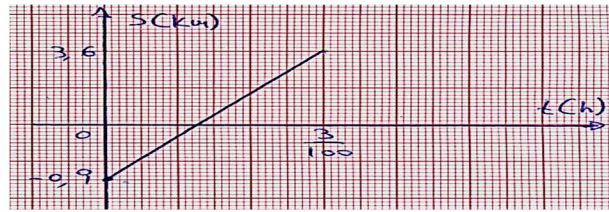
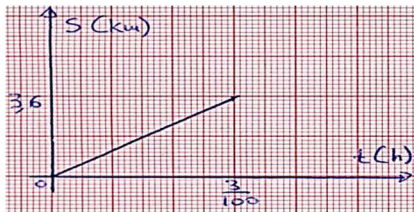
$$150 t = 120 t + 0,9 \Leftrightarrow$$

$$30 t = \frac{9}{10} \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{3}{100} h$$

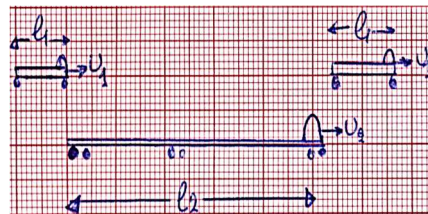
Η απόσταση που διανύει το περιπολικό, είναι $s_{\Pi} = u_{\Pi} t = 15 \frac{km}{h} \frac{3}{10} = 4,5 km$

Η απόσταση που διανύει η μηχανή, είναι $s_M = u_M t = 12 \frac{km}{h} \frac{3}{10} = 3,6 km$



Άσκηση 7, σελίδα 40

Τα οχήματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και το μήκος ℓ_1 βυτιοφόρο προσπερνά τη μήκος ℓ_2 νταλικά, όταν διανύσει απόσταση $\ell_1 + \ell_2$



$$(a) u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{u} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{20} = \frac{80}{20} = 4 s$$

$$(b) \text{Επειδή } \vec{u}_1 \nearrow \nearrow \vec{u}_2, \Delta u = u_1 - u_2 = (72 - 60) \frac{km}{h} = 12 \frac{km}{h} = 12 \frac{1.0 \frac{m}{s}}{3.6 \frac{s}{h}} = \frac{10}{3} \frac{m}{s}$$

$$\text{Άρα, } \Delta u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{\Delta u} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{\frac{10}{3}} = \frac{80}{\frac{10}{3}} = 24 s$$

Άσκηση 8, σελίδα 41

Για το φως και τον ήχο που εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, ισχύει ότι $u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow s = u t$ άρα, αν η απόσταση κεραυνού-παρατηρητή είναι s , τότε

$$\left\{ \begin{array}{l} s = u_{\text{HXY}} \cdot (t + 10) \\ s = c \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow c \cdot t = u_{\text{HXY}} \cdot (t + 10) \Leftrightarrow$$

$$c \cdot t = u_{\text{HXY}} \cdot t + 10 \cdot u_{\text{HXY}} \Leftrightarrow$$

$$(c - u_{\text{HXY}}) \cdot t = 10 \cdot u_{\text{HXY}} \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{3.400}{c - u_{\text{HXY}}} = \frac{3.400}{300.000.000 - 340} = \frac{340}{30.000.000 - 34} = \frac{170}{15.000.000 - 17} \text{ sec}$$

$$\text{Άρα, η ζητούμενη απόσταση } s \text{ δίνεται αντικαθιστώντας στον τύπο } s = c \cdot t \\ = 300.000.000 \frac{170}{15.000.000 - 17} = \frac{51 \cdot 10^9}{14.999.893} = 3.400 m$$

Άσκηση 9, σελίδα 41

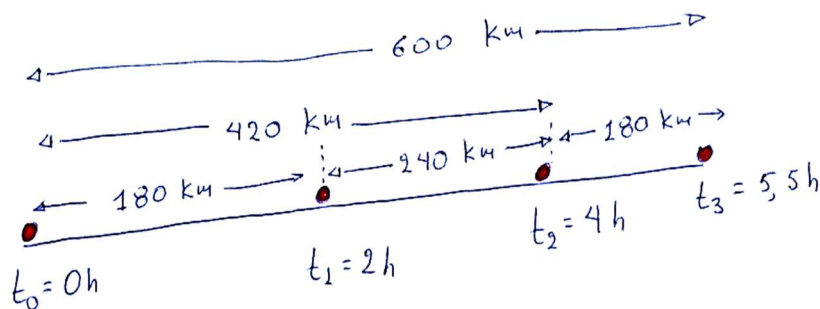
Τις 2 πρώτες ώρες, κινούμενο με $u = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ διανύει 180 km

Τις επόμενες 2 ώρες, κινούμενο με $u = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ διανύει 240 km

Άρα, τις 4 πρώτες ώρες, έχει διανύσει $240 \text{ km} + 180 \text{ km} = 420 \text{ km}$

Απομένουν να διανύσει άλλα $600 \text{ km} - 420 \text{ km} = 180 \text{ km}$ σε χρόνο $5,5 \text{ h} - 4 \text{ h} = 1,5 \text{ h}$

Άρα, η ταχύτητα που πρέπει να έχει είναι $u = \frac{s}{t} = \frac{180 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = \frac{180 \text{ km}}{\frac{3}{2} \text{ h}} = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

**Άσκηση 10, σελίδα 41**

$$S_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 4 \cdot 5 + (10 - 5) \cdot 8 + (15 - 10) \cdot 2 = 20 + 40 + 10 = 70 \text{ m}$$

$$u_{\text{max}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\bar{u} = \frac{S_{\text{ΟΛΙΚΟ}}}{t_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \frac{70}{15} = \frac{14}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Άσκηση 11, σελίδα 41

$$u = \frac{s}{t} = \frac{6.000 \text{ m}}{200 \text{ s}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$S = 1 \text{ km} = 1.000 \text{ m}$$

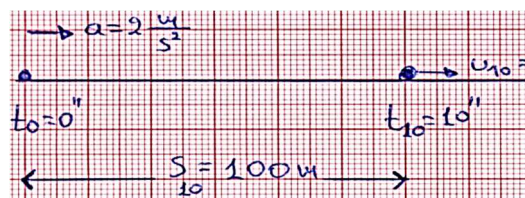
$$u = \frac{S}{t'} \Leftrightarrow t' = \frac{S}{u} = \frac{1.000}{30} = 33,3 \text{ s}$$

Άσκηση 12, σελίδα 41

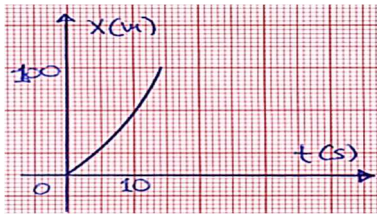
$$u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow s = u t = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 45 \text{ s} = 9.000 \text{ m} = 9 \text{ km}$$

Άσκηση 13, σελίδα 41

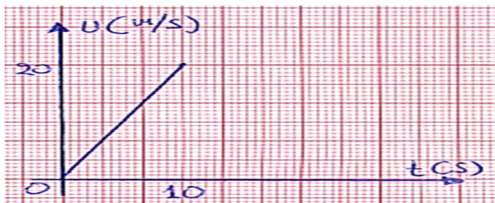
$$(a) u_{10} = a t = 2 \cdot 10 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$(\beta) S_{10} = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 100 = 100 \text{ m}$$



$$(\delta) u = a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{u}{a} = \frac{40}{2} = 20 \text{ s}$$



Άσκηση 14, σελίδα 41

(α) Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση το Α και ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα το Β

$$(\beta), (\gamma) u_A = \frac{dx_A}{dt} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_A = \frac{du_A}{dt} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$u_B = \frac{dx_B}{dt} = 3 + 2t$$

$$a_B = \frac{du_B}{dt} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$(\delta) \text{ Είναι } x_A = x_B \Leftrightarrow$$

$$4t = 3t + t^2 \Leftrightarrow$$

$$0 = t^2 - t \Leftrightarrow$$

$$0 = t(t - 1) \Leftrightarrow$$

$$t = \begin{cases} 0 \text{ s} \\ 1 \text{ s} \end{cases}$$

$$\text{Είναι } u_A = u_B \Leftrightarrow$$

$$4 = 3 + 2t \Leftrightarrow$$

$$1 = 2t \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{1}{2} \text{ s}$$

Άσκηση 15, σελίδα 41

$$(\alpha) u = u_0 - at \Leftrightarrow$$

$$0 = u_0 - at \Leftrightarrow$$

$$at = u_0 \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{u_0}{a} = \frac{10}{1} = 10 \text{ s}$$

$$\text{Είναι } S_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = \frac{u_0^2}{2a} = \frac{10 \cdot 10}{2 \cdot 1} = \frac{100}{2} = 50 \text{ m}$$

$$(\beta) S_4 = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 10 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 = 32 \text{ m}$$

$$(\gamma) \text{ Είναι } u = u_0 - a't \Leftrightarrow$$

$$0 = u_0 - a't \Leftrightarrow$$

$$a't = u_0 \Leftrightarrow$$

$$a' = \frac{u_0}{t} = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

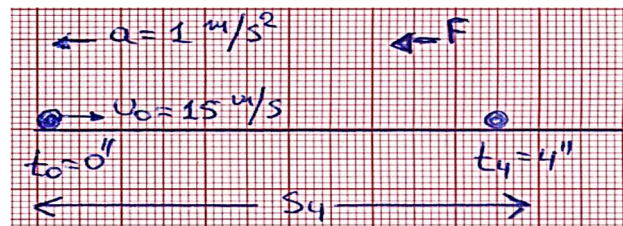
$$\text{Είναι } u = u_0 - a't \Leftrightarrow$$

$$0 = u_0 - a't \Leftrightarrow$$

$$a't = u_0 \Leftrightarrow$$

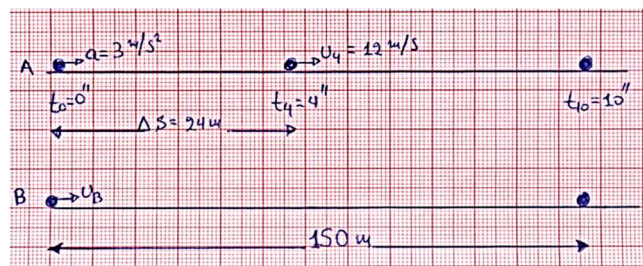
$$a' = \frac{u_0}{t} = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Είναι } S'_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = \frac{u_0^2}{2a'} = \frac{10 \cdot 10}{2 \cdot 2} = \frac{100}{4} = 25 \text{ m}$$



Άσκηση 16, σελίδα 41

Το 1^ο κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα.



Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_4 = 4 \text{ s}$, που ξεκινά το 2^ο κινητό, το 1^ο έχει διανύσει $\Delta s = \frac{1}{2} a_A t_4^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 4^2 = 24 \text{ m}$ και κινείται με ταχύτητα $u_4 = a_A \cdot t_4 = 3 \cdot 4 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

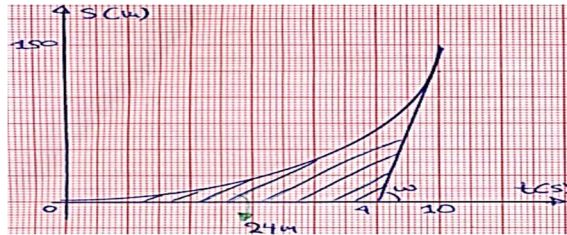
Το 2^ο κινητό, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Προκειμένου να συναντηθούν τα 2 κινητά, τη χρονική στιγμή $t_{10} = 10 \text{ s}$, 6 δευτερόλεπτα μετά την έναρξη κίνησης του 2^{ου} κινητού, πρέπει

$$s_B = \Delta s + s_A \Leftrightarrow$$

$$u_B \cancel{\cdot} = 24 + 12 \cdot \cancel{\cdot} + \frac{1}{2} 3 \cdot 6 \cdot \cancel{\cdot} \Leftrightarrow$$

$$u_B = 4 + 12 + \frac{1}{2} 3 \cdot 6 = 25 \text{ m/s}$$

Το συνολικό διάστημα που διανύει το 2^ο κινητό κατά τη διάρκεια των 6 δευτερολέπτων που διαρκεί η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση του, είναι $s_B = u_B \cdot 6 = 25 \cdot 6 = 150 \text{ m}$



Αντιστοίχως, το συνολικό διάστημα που διανύει το 1^ο κινητό, κατά τη διάρκεια των 10 δευτερολέπτων της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης χωρίς αρχική ταχύτητα, κίνησης του, είναι $s_A = \frac{1}{2} a_A t^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 100 = 150 \text{ m}$

$$\text{Στο σχήμα, είναι } \tan \hat{\omega} = \frac{150}{6} = \frac{50}{2} = 25$$

Άσκηση 17, σελίδα 42

$$(\alpha) \quad h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 9 = 45 \text{ m}$$

$$u = g \cdot t = 10 \cdot 3 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(\beta) \quad a = \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

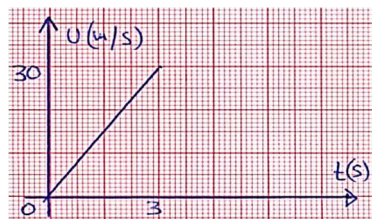
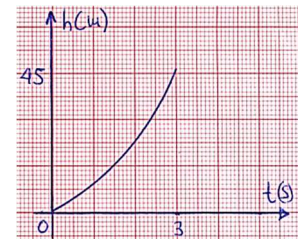
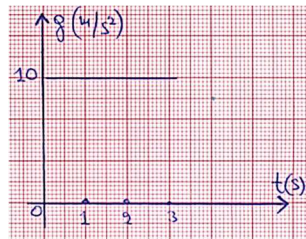
$$x = \frac{1}{2} 10 \cdot t^2 = 5t^2$$

$$u(x) = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = (5t^2)' = 10t$$

$$u(2) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a(x) = \dot{u} = \frac{du}{dt} = 10$$

$$a(2) = 10$$



Άσκηση 18, σελίδα 42

(α) Το σώμα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Όταν φτάσει στο μέγιστο σημείο ανόδου, είναι $u = 0$ άρα, $u = u_0 - gt \Leftrightarrow$

$$0 = u_0 - gt \Leftrightarrow$$

$$u_0 = gt \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{u_0}{g} = \frac{50}{10} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το σώμα, είναι

$$h_{\max} = u_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 =$$

$$50 \cdot 5 - \frac{1}{2} 10 \cdot 5 \cdot 5 = 250 - 125 = 125 \text{ m}$$

(β) Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, προκύπτει ότι η ταχύτητα επιστροφής του σώματος στο σημείο βολής, ισούται με την ταχύτητα που είχε όταν ρίχθηκε κατακόρυφα προς τα πάνω δηλαδή, $u_0 = 50 \frac{m}{s}$

(γ) Από τη θεωρία ισχύει ότι ο χρόνος ανόδου ισούται με τον χρόνο καθόδου, άρα $t = 5 s$

2ος τρόπος

$$2h = g \cdot t^2 \Leftrightarrow$$

$$t^2 = \frac{2h}{g} \Leftrightarrow$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 125}{10}} = \sqrt{25} = 5 s$$

Άσκηση 19, σελίδα 42

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, είναι

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot u^2 \Leftrightarrow$$

$$u^2 = 2g \cdot h \Leftrightarrow$$

$$g = \frac{u^2}{2h} = \frac{44,3 \cdot 44,3}{200} = \frac{4,43 \cdot 4,43}{2} = \frac{19,6249}{2} = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

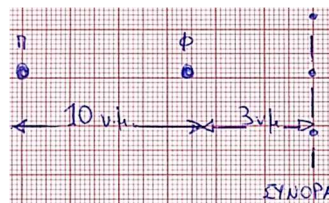
Άρα, το πείραμα έγινε στην Ελλάδα.

Άσκηση 20, σελίδα 42

$$u_{\Pi} = 40 \frac{miles}{h}$$

$$u_{\Phi} = 20 \frac{miles}{h}$$

$$u_{\Pi}' = 50 \frac{miles}{h}$$



(α) Προκειμένου το περιπολικό να προλάβει το φορτηγό, πρέπει να διανύσει την απόσταση που τα χωρίζει, δηλαδή τα 10 ν.μ. συν όση απόσταση έχει στο μεταξύ διανύσει το φορτηγό, άρα $s_{\Pi} = s_{\Phi} + 10 \Leftrightarrow$

$$40t = 20t + 10 \Leftrightarrow$$

$$4t = 2t + 1 \Leftrightarrow$$

$$2t = 1 \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{1}{2} h$$

Άρα, κινούμενο με τη μέγιστη ταχύτητα, το περιπολικό συναντά το φορτηγό σε μισή ώρα, διάστημα στο οποίο το φορτηγό έχει διανύσει $s_{\Phi} = u_{\Phi} \cdot t = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10 miles$ άρα έχει βγει από τα σύνορα και είναι 7 ν.μ. στα σύνορα γειτονικής χώρας.

(β) Αν το περιπολικό κινούνταν ταχύτερα με ταχύτητα 50 κόμβων, θα συναντούσε το φορτηγό σε χρόνο $50t' = 20t' + 10 \Leftrightarrow$

$$5t' = 2t' + 1 \Leftrightarrow$$

$$3t' = 1 \Leftrightarrow$$

$$t' = \frac{1}{3} h$$

Όμως και πάλι το φορτηγό θα είχε περάσει τα σύνορα από τα οποία απείχε 3 ν.μ., διότι στο χρόνο t' θα είχε διανύσει απόσταση $s'_\phi = u_\phi \cdot t' = 20 \cdot \frac{1}{3} = 6,6 \text{ miles}$

Άσκηση 21, σελίδα 42

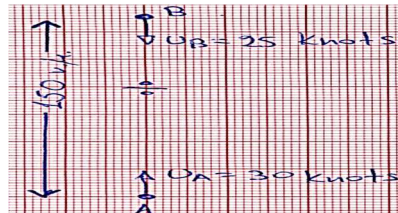
Κάθε ώρα που περνά, το πλοία πλησιάζουν το ένα στο άλλο μειώνοντας τη μεταξύ τους απόσταση κατά 55 ν.μ. και θα συναντηθούν τη χρονική στιγμή

$$u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow$$

$$55 = \frac{150}{t} \Leftrightarrow$$

$$11 = \frac{30}{t} \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{30}{11} h$$



Οι αντίστοιχες μετατοπίσεις τους από την αρχική τους θέση, τη στιγμή της συνάντησής τους είναι

$$\left\{ \begin{array}{l} s_A = u_A \cdot t = 30 \frac{30}{11} = \frac{900}{11} \text{ ν.μ.} \\ s_B = u_B \cdot t = 25 \frac{30}{11} = \frac{750}{11} \text{ ν.μ.} \end{array} \right\} \Rightarrow s_{\text{ολικό}} = s_A + s_B = \frac{900}{11} + \frac{750}{11} = \frac{1.650}{11} = 150 \text{ ν.μ.}$$

Μετά από $t = 20 h$ τα πλοία A, B έχουν διανύσει αντίστοιχα, αποστάσεις

$$\left\{ \begin{array}{l} s'_A = u_A \cdot 20 = 30 \cdot 20 = 600 \text{ ν.μ.} \\ s'_B = u_B \cdot 20 = 25 \cdot 20 = 500 \text{ ν.μ.} \end{array} \right\}$$

άρα, η μεταξύ τους απόσταση είναι $600 + 500 - 150 = 1.100 - 150 = 950 \text{ ν.μ.}$

Άσκηση 22, σελίδα 42

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{9,81}} = 2 \sqrt{\frac{2}{9,81}} s$$

$$u = g \cdot t = 9,81 \cdot 2 \sqrt{\frac{2}{9,81}} = 2\sqrt{2} \sqrt{9,81} \frac{m}{s}$$

Άσκηση 23, σελίδα 42

$$u_0 = 2 \text{ knots} = 2 \frac{\text{ν.μ.}}{h} = 2 \frac{1.856}{3.600} \frac{m}{s} = \frac{1.856}{1.800} \frac{m}{s} = 1,03\bar{1} \frac{m}{s}$$

$$(\alpha) s = \frac{u_0^2}{2a} = \frac{(1,03\bar{1})^2}{2 \frac{1}{2}} = (1,03\bar{1})^2 = 1,063 m$$

$$(\beta) 0 = u_0 - at \Leftrightarrow$$

$$u_0 = at \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{u_0}{a} = \frac{1.856}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot 1.856}{1.800} = \frac{1.856}{900} = 2,06\bar{2} \text{ s}$$

Άσκηση 24, σελίδα 42

Τα σήματα υπερήχων εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, άρα

$$t_{\text{ΑΝΟΔΟΥ}} = t_{\text{ΚΑΘΟΔΟΥ}} = \frac{t_{\text{ΟΛ}}}{2} = \frac{3}{20} \text{ s}, \text{ άρα } u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow$$

$$s = u \cdot t = 1.53\theta \cdot \frac{3}{2\theta} = 153 \cdot \frac{3}{2} = \frac{459}{2} = 229,5 \text{ m}$$

Άσκηση 25, σελίδα 42

$$\left. \begin{array}{l} F_K = m \frac{u^2}{r} \\ F_K = B \\ B = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow m \frac{u^2}{r} = m \cdot g \Rightarrow \frac{u^2}{r} = g \Rightarrow u = \sqrt{r \cdot g} = \sqrt{6.400.001 \cdot 10} \frac{m}{s}$$

Άσκηση 26, σελίδα 42

Είναι $t_2 = t_1 + 5 \Leftrightarrow t_1 = t_2 - 5$

Προκειμένου να συναντηθούν τα δυο κινητά, πρέπει $s_1 + s_2 = 2\pi R \Leftrightarrow$

$$u_1 \cdot t_1 + u_2 \cdot t_2 = 2\pi \cdot 10 \Leftrightarrow$$

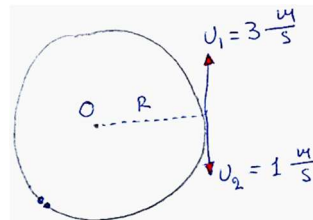
$$3 \cdot t_1 + 1 \cdot t_2 = 20\pi \Leftrightarrow$$

$$3(t - 5) + t = 20\pi \Leftrightarrow$$

$$3t - 15 + t = 20\pi \Leftrightarrow$$

$$4t = 20\pi + 15 \Leftrightarrow$$

$$t = 5\pi + \frac{15}{4} \text{ s}$$



Κεφάλαιο 3 Δυναμική

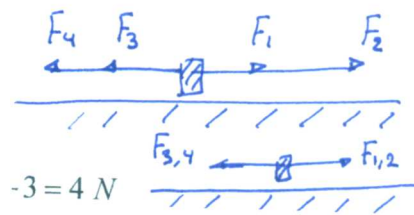
Άσκηση 1, σελίδα 88

(α) $\vec{F}_1 \nearrow \vec{F}_2$, $\vec{F}_3 \nearrow \vec{F}_4$

$$F_{1,2} = 1 + 2 = 3 \text{ N}$$

$$F_{3,4} = 3 + 4 = 7 \text{ N}$$

$$F_{1,2,3,4} = 7 - 3 = 4 \text{ N}$$



(β) $\vec{F}_1 \nearrow \vec{F}_2 \nearrow \vec{F}_3$

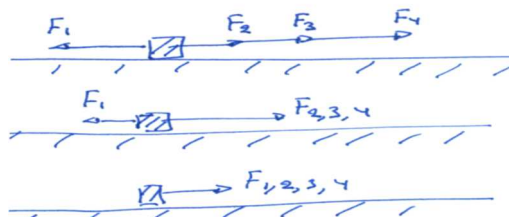
$$F_{1,2,3} = 1 + 2 + 3 = 6 \text{ N}$$

$$F_{1,2,3,4} = 6 - 4 = 2 \text{ N}$$

(γ) $\vec{F}_2 \nearrow \vec{F}_3 \nearrow \vec{F}_4$

$$F_{2,3,4} = 2 + 3 + 4 = 9 \text{ N}$$

$$F_{1,2,3,4} = 9 - 1 = 8 \text{ N}$$

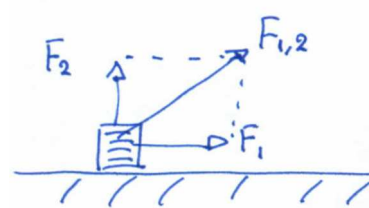


Άσκηση 2, σελίδα 88

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_1 \nearrow \vec{F}_2 \\ F_1 = 3 \text{ N} \\ F_1 + F_2 = 5 \text{ N} \end{array} \right\} \Rightarrow F_2 = 2 \text{ N}$$

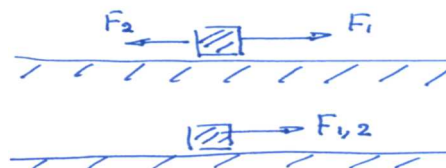
$$\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$$

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \text{ N}$$



Άσκηση 3, σελίδα 88

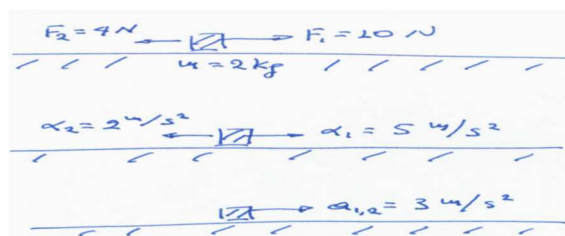
$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_1 \nearrow \vec{F}_2 \\ F_1 = 10 \text{ N} \\ F_2 = 4 \text{ N} \end{array} \right\} \Rightarrow F_{1,2} = 10 - 4 = 6 \text{ N}$$



Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα.

$$a = \frac{F_{1,2}}{m} = \frac{6}{2} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = \frac{75}{2} = 37,5 \text{ m}$$

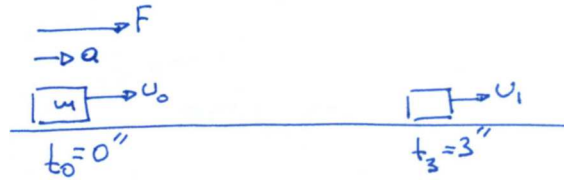


Άσκηση 4, σελίδα 88

$$\left. \begin{array}{l} u_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ u_1 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta u = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{15}{3} = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$F = ma = 4 \cdot 5 = 20 \text{ N}$$

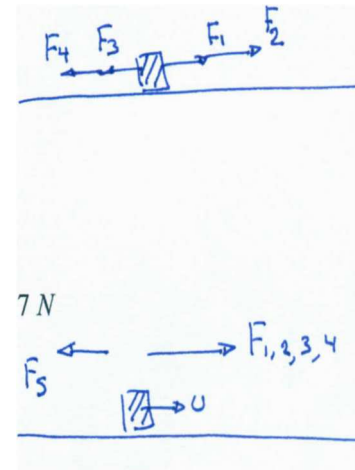


Άσκηση 5, σελίδα 88

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_1 \nearrow \nearrow \vec{F}_2 \\ F_1 = F_2 = 8 \text{ N} \end{array} \right\} F_{1,2} = 8 + 8 = 16 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}_3 \nearrow \nearrow \vec{F}_4 \\ F_3 = 4 \text{ N} \\ F_4 = 5 \text{ N} \end{array} \right\} F_{3,4} = 4 + 5 = 9 \text{ N}$$

$$F_{1,2,3,4} = 16 - 9 = 7 \text{ N}$$



(α) Αφού το σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, άρα η επιτάχυνση του είναι μηδέν, οπότε η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν.

Άρα, πρέπει να ασκείται στο σώμα και μία επιπλέον δύναμη η $F_5 = 7 \text{ N}$ για την οποία είναι $\vec{F}_5 \nearrow \nearrow \vec{F}_3 \nearrow \nearrow \vec{F}_4$ και $\vec{F}_5 \nearrow \nwarrow \vec{F}_1 \nearrow \nearrow \vec{F}_2$

$$(\beta) \quad u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow s = ut = 5 \cdot 60 = 300 \text{ m}$$

$$(\gamma) \quad u = \frac{s'}{t'} \Leftrightarrow t' = \frac{s'}{u} = \frac{1.000}{5} = 200 \text{ s}$$

Άσκηση 6, σελίδα 88

$$B = mg = 8 \cdot 10 = 80 \text{ N}$$

$$\vec{F} \nearrow \nwarrow \vec{B}$$

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F} + \vec{B}$$

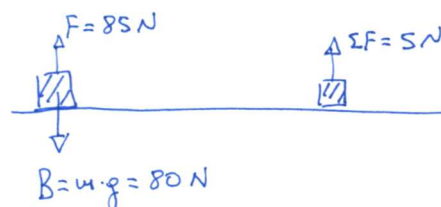
$$\Sigma F = F - B = 85 - 80 = 5 \text{ N}$$

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα.

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{5}{8} \frac{m}{s^2}$$

$$u = at = \frac{5}{8} \cdot 4 = \frac{5}{2} \frac{m}{s}$$

$$h = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8} \cdot 4 \cdot 4 = 5 \text{ m}$$



Άσκηση 7, σελίδα 88

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, με αρχική ταχύτητα u_0 και επιβράδυνση $a = \frac{F}{m} = \frac{5}{8} \frac{m}{s^2}$

(α) Αφού το σώμα σταματά μετά από χρόνο $t = 8 \text{ s}$ είναι

$$u = u_0 - at \Leftrightarrow 0 = u_0 - at \Leftrightarrow u_0 = at = \frac{5}{8} \cancel{8} = 5 \frac{m}{s}$$

(β) Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα μέχρι να σταματήσει, είναι

$$s_{\text{ολ}} = \frac{u_0^2}{2a} = \frac{5 \cdot \cancel{8}}{2 \cdot \frac{5}{8}} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20 \text{ m}$$

(γ) Αφού το σώμα ακινητοποιείται μετά από χρόνο $t = 8 \text{ s}$, εφόσον εξακολουθεί να του ασκείται η σταθερή δύναμη F , θα αρχίσει να κινείται προς τα αριστερά εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Άσκηση 8, σελίδα 88

Το βάρος του σώματος είναι $B = mg = 100 \cdot 10 = 1.000 \text{ N}$

Στον κατακόρυφο άξονα, στο σώμα ασκούνται το βάρος του B και η κατακόρυφη αντίδραση του εδάφους N . Αφού το σώμα ακινητεί, είναι $N = B = 1.000 \text{ N}$

Στον οριζόντιο άξονα, στο σώμα ασκούνται η οριζόντια δύναμη F και η τριβή. Εφόσον το σώμα ακινητεί, πρόκειται για στατική τριβή μέτρου ιδίου με αυτό της δύναμης F δηλαδή $T_{\text{ΣΤΑΤ}} = 50 \text{ N}$. Το μέτρο της οριακής τριβής είναι

$$T = \mu N = \frac{1}{2} 1.000 = 500 \text{ N}$$

Αν στο σώμα ασκηθεί οριζόντια δύναμη $F > 500 \text{ N}$ θα κινηθεί. Αν του ασκηθεί δύναμη $F \leq 500 \text{ N}$ θα εξακολουθήσει να ακινητεί. Άρα, η μέγιστη τιμή που λαμβάνει η F , ώστε το σώμα να μην αρχίσει να κινείται, είναι $F_{\text{MAX}} = 500 \text{ N}$

Άσκηση 9, σελίδα 88

Το βάρος του σώματος είναι $B = mg = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$

Στον κατακόρυφο άξονα, στο σώμα ασκούνται το βάρος του B και η αντίδραση N του εδάφους. Αφού το σώμα ακινητεί στον κατακόρυφο άξονα, είναι $B = N = 20 \text{ N}$

Στον οριζόντιο άξονα, στο σώμα ασκούνται η δύναμη F και η δύναμη T της τριβής (διότι το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο).

Αφού το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = 8 \frac{m}{s}$, είναι $T = F = 10 \text{ N}$

Επιπλέον, για το μέτρο της τριβής είναι $T = \mu \cdot N = \mu \cdot B = \mu \cdot 20$

Άρα, είναι $\mu \cdot 20 = 10 \Leftrightarrow \mu = \frac{1}{2}$

Το σώμα αφού κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = 8 \frac{m}{s}$, εκτελεί ευθύγραμμη

ομαλή κίνηση. Άρα, σε χρόνο $t = 6 \text{ s}$ διανύει απόσταση $s = ut = 8 \frac{m}{s} \cdot 6 \cancel{s} = 48 \text{ m}$

Άσκηση 10, σελίδα 89

Στον κατακόρυφο άξονα, στο σώμα ασκούνται το βάρος του B και η αντίδραση N του εδάφους, με μέτρα $B = mg = m \cdot 10$, $N = B = m \cdot 10$

Στον οριζόντιο άξονα, η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι η T της τριβής, μέτρου $T = \mu N = \frac{8}{10} m \cdot 10 = \frac{8}{10} m$

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, είναι $\Sigma F = T \Leftrightarrow m \cdot a = \frac{8}{10} m \Leftrightarrow a = \frac{8}{10} \frac{m}{s^2}$

Το σώμα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και για το συνολικό διανυθέν διάστημα μέχρι να σταματήσει, είναι

$$s = \frac{u_0^2}{2a} \Leftrightarrow u_0^2 = 2as \Leftrightarrow u_0 = \sqrt{2as} = \sqrt{2 \cdot \frac{8}{10} \cdot 250} = \sqrt{2 \cdot 8 \cdot 25} = \sqrt{16 \cdot 25} = 4 \cdot 5 = 20 \frac{m}{s}$$

Άσκηση 11, σελίδα 89

Το βάρος του σώματος είναι $B = mg = 200 \cdot 10 = 2.000 \text{ N}$

Από το σχήμα της άσκησης, είναι

$$\sin \hat{\theta} = \frac{F_y}{F} \Leftrightarrow F_y = F \sin \hat{\theta} = 200 \frac{1}{2} = 100 \text{ N}$$

$$\cos \hat{\theta} = \frac{F_x}{F} \Leftrightarrow F_x = F \cos \hat{\theta} = 200 \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3} \text{ N}$$

Αφού το σώμα ακινητεί, για τις δυνάμεις που βρίσκονται στη διεύθυνση του κατακόρυφου άξονα, είναι $B = F_K + F_y \Leftrightarrow 2.000 = F_K + 100 \Leftrightarrow F_K = 1.900 \text{ N}$

Για το μέτρο της τριβής είναι $T = \mu \cdot F_K = \mu \cdot 1.900$

Αφού το σώμα ακινητεί, για τις F_x, T που βρίσκονται στον οριζόντιο άξονα, είναι

$$F_x = T \Leftrightarrow 100\sqrt{3} = T \Leftrightarrow 100\sqrt{3} = \mu \cdot 1.900 \Leftrightarrow \sqrt{3} = \mu \cdot 19 \Leftrightarrow \mu = \frac{\sqrt{3}}{19}$$

Άσκηση 12, σελίδα 89

Το βάρος του σώματος είναι $B = mg = 5 \cdot 10 = 50 \text{ N}$

Η ανάλυση του B σε δυο συνιστώσες, μία οριζόντια κατά τη διεύθυνση της κίνησης B_x και μία με κατεύθυνση κάθετη στην ευθεία της κίνησης, B_y δίνει

$$B_x = B \sin \hat{\phi} = 50 \frac{1}{2} = 25 \text{ N} \text{ και } B_y = B \cos \hat{\phi} = 50 \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3} \text{ N}$$

(α) Αφού το σώμα κατεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα, η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν, δηλαδή $\Sigma F = 0$ άρα $\Sigma F_x = 0$ και $\Sigma F_y = 0$

(β) Από τη σχέση $\Sigma F_x = 0$ προκύπτει ότι $T = B_x = 25 \text{ N}$

(γ) Από τη σχέση $\Sigma F_y = 0$ προκύπτει ότι $F_k = B_y = 25\sqrt{3} \text{ N}$, όπου F_k είναι η αντίδραση του εδάφους.

Για το μέτρο της τριβής είναι $T = \mu \cdot F_k = \mu \cdot B_y = \mu \cdot 25 \cdot \sqrt{3}$

$$\text{Άρα, } \left\{ \begin{array}{l} T = 25 \\ T = \mu \cdot 25 \cdot \sqrt{3} \end{array} \right\} \mu \cdot 25 \cdot \sqrt{3} = 25 \Leftrightarrow \mu = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Άσκηση 13, σελίδα 89

$$p = mu \Leftrightarrow m = \frac{p}{u} = \frac{450.000}{30} = 15.000 \text{ kg}$$

$$F_k = m \frac{u^2}{R} = 15.000 \frac{30 \cdot 30}{250} = 60 \cdot 900 = 54.000 \text{ N}$$

Άσκηση 14, σελίδα 89

(α) Όταν το όχημα ακινητεί, είναι $P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = P_{\text{ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ}} + P_{\text{ΒΛΗΜΑΤΟΣ}} = 0 + 0 = 0$

Μετά την εκτόξευση του βλήματος, είναι

$$P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} = P_{\text{ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ}} + P_{\text{ΒΛΗΜΑΤΟΣ}} = M_{\text{Π}} \cdot u_{\text{Π}} + m_{\text{Β}} \cdot u_{\text{Β}} = 30.000 \cdot u_{\text{Π}} + 100 \cdot 300$$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής, είναι

$$P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} \Leftrightarrow 0 = 30.000 \cdot u_{\text{Π}} + 100 \cdot 300 \Leftrightarrow 0 = 3 \cdot u_{\text{Π}} + 3 \Leftrightarrow u_{\text{Π}} = -1 \frac{m}{s}$$

(β) Όταν το όχημα έχει ταχύτητα $u = -10 \frac{m}{s}$ είναι

$$P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = P_{\text{ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ}} + P_{\text{ΒΛΗΜΑΤΟΣ}} = (M_{\text{Π}} + m_{\text{Β}})u = 30.100 \cdot (-10)$$

Μετά την εκτόξευση του βλήματος, είναι

$$P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} = P_{\text{ΠΥΡΟΒΟΛΟΥ}} + P_{\text{ΒΛΗΜΑΤΟΣ}} = M_{\text{Π}} \cdot u'_{\text{Π}} + m_{\text{Β}} \cdot u_{\text{Β}} = 30.000 \cdot u'_{\text{Π}} + 100 \cdot 300$$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής, είναι

$$P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} \Leftrightarrow 30.100 \cdot (-10) = 30.000 \cdot u'_{\text{Π}} + 100 \cdot 300$$

$$\Leftrightarrow -3010 = 30 \cdot u'_{\text{Π}} + 30 \Leftrightarrow -3310 = 30 \cdot u'_{\text{Π}} \Leftrightarrow u'_{\text{Π}} = -\frac{3310}{30} = -110,3 \bar{3}$$

Άσκηση 15, σελίδα 89

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \cdot \Delta u}{\Delta t} = \frac{1.500 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1500 \text{ N}$$

Άσκηση 16, σελίδα 89

Το βάρος του πυραύλου είναι $B = m_{\text{ΠΥΡ}} \cdot g = 10.000 \cdot 10 = 100.000 \text{ N}$

Η ανυψωτική δύναμη είναι $F = \frac{p}{t} = \frac{m_{\text{ΑΕΡ}} \cdot u}{t} = \frac{m_{\text{ΑΕΡ}} \cdot 250}{1} = 250 \cdot m_{\text{ΑΕΡ}}$

Για να ανυψωθεί ο πύραυλος, πρέπει $F > B \Leftrightarrow 250 \cdot m_{\text{ΑΕΡ}} > 100.000 \Leftrightarrow m_{\text{ΑΕΡ}} > 400$

άρα, πρέπει να φεύγουν τουλάχιστον 400 kg αερίων ανά sec

Άσκηση 17, σελίδα 89

$$P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = m \cdot u_1 = \frac{1}{20}(-20) = -1 \text{ kg} \frac{m}{s}$$

$$P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} = m \cdot u_2 = \frac{1}{20} 25 = \frac{5}{4} \text{ kg} \frac{m}{s}$$

$$\Delta P = P_{\text{ΤΕΛΙΚΗ}} - P_{\text{ΑΡΧΙΚΗ}} = \frac{5}{4} - (-1) = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4} \text{ kg} \frac{m}{s}$$

$$\overline{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{\frac{9}{4} \frac{\text{kg}}{\text{s}}}{1 \text{ s}} = \frac{9}{4} \text{ N}$$

Άρα, η μέση δύναμη είναι $\overline{F} = \frac{9}{4} \text{ N}$

Άσκηση 18, σελίδα 89

$$\text{Είναι } x_2 = 0,05 \text{ cm} = \frac{5}{100} \text{ cm} = \frac{5}{100} \frac{1}{100} \text{ m}$$

$$F = kx \Leftrightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{20}{\frac{2}{10}} = \frac{200}{2} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$F' = kx' \Leftrightarrow x' = \frac{F'}{k} = \frac{15}{100} = 0,15 \text{ m}$$

$$B = k \cdot x_2 = 100 \frac{5}{100} \frac{1}{100} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \text{ N}$$

Άσκηση 19, σελίδα 89

$$\Delta \ell = \frac{F}{s} \frac{1}{Y} \ell = \frac{10.000}{1.000} \frac{1}{5 \cdot 10^{10}} \ell = \frac{10^7}{5 \cdot 10^{10}} \ell = \frac{\ell}{5.000}$$

Άσκηση 20, σελίδα 90

1^η περίπτωση

Έστω ότι η ράβδος είναι στερεωμένη στο σταθερό και ακλόνητο σημείο O , γύρω από το οποίο μπορεί να περιστρέφεται.

Οι F_1, F_2 έχουν σκοπό να την περιστρέψουν αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού (αρνητική φορά κίνησης).

Για τις ροπές τους είναι $\tau_{1,2} = \tau_1 + \tau_2 = F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 7 = 1 \cdot 3 + 6 \cdot 7 = 3 + 42 = 45 \text{ N} \cdot \text{m}$

Οι F_3, F_4 έχουν σκοπό να την περιστρέψουν σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού (θετική φορά κίνησης).

Για τις ροπές τους είναι $\tau_{3,4} = \tau_3 + \tau_4 = F_3 \cdot 2 + F_4 \cdot 10 = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 10 = 6 + 40 = 46 \text{ N} \cdot \text{m}$

Η δύναμη B του βάρους της ράβδου, ασκείται στο μέσον της και έχει σκοπό να την περιστρέψει σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού (θετική φορά κίνησης).

Για τη ροπή της, είναι $\tau_B = B \cdot 5 = 5 \cdot 5 = 25 \text{ N} \cdot \text{m}$

Για τη συνισταμένη ροπή των F_3, F_4, B είναι $\tau_{3,4,B} = \tau_{3,4} + \tau_B = 46 + 25 = 71 \text{ N} \cdot \text{m}$

Για την ολική ροπή της ράβδου, είναι $\tau_{\text{ολ}} = \tau_{3,4,B} - \tau_{1,2} = 71 - 45 = 26 \text{ N} \cdot \text{m}$

Άρα, δεν ισορροπεί η ράβδος.

Προκειμένου να ισορροπεί, πρέπει να τοποθετήσω δύναμη 26 N ομόρροπη των F_1, F_2 σε απόσταση 1 m από το σημείο O ή δύναμη $2,6 \text{ N}$ αντίρροπη των F_3, F_4, B στο σημείο εφαρμογής της F_4 , ή να αφαιρεθεί εξολοκλήρου η F_3 και ταυτοχρόνως να μεταφερθεί το σημείο εφαρμογής της F_4 αριστερότερα κατά 5 m ώστε να συμπίπτει με το σημείο εφαρμογής του βάρους, κ.ο.κ.

2^η περίπτωση

Έστω ότι η ράβδος είναι στερεωμένη στο σταθερό και ακλόνητο σημείο από το οποίο διέρχεται το βάρος της B , γύρω από το οποίο μπορεί να περιστρέφεται, δηλαδή το μέσον της.

Οι F_2, F_3 έχουν σκοπό να την περιστρέψουν αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού (αρνητική φορά κίνησης).

Για τις ροπές τους, είναι $\tau_{2,3} = \tau_2 + \tau_3 = F_2 \cdot 2 + F_3 \cdot 3 = 6 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 12 + 9 = 21 \text{ N} \cdot \text{m}$

Η ροπή του βάρους B της ράβδου είναι μηδέν, διότι ο μοχλοβραχίονας που της αντιστοιχεί ισούται με το μηδέν.

Οι F_1, F_4 έχουν σκοπό να την περιστρέψουν σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού (θετική φορά κίνησης).

Για τις ροπές τους, είναι $\tau_{1,4} = \tau_1 + \tau_4 = F_1 \cdot 2 + F_4 \cdot 5 = 1 \cdot 2 + 4 \cdot 5 = 2 + 20 = 22 \text{ N} \cdot \text{m}$

Για την ολική ροπή της ράβδου, είναι $\tau_{\text{ολ}} = \tau_{1,4} - \tau_{2,3} = 22 - 21 = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$

Άρα, δεν ισορροπεί η ράβδος.

Προκειμένου να ισορροπεί, πρέπει να μετακινήσω το σημείο εφαρμογής της F_1 κατά 1 m προς το μέσον της ράβδου, οπότε ο μοχλοβραχίονας που της αντιστοιχεί από 2 m γίνεται 1 m

Άσκηση 21, σελίδα 90

Αφού η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών $\Sigma \tau$ είναι μηδέν, η στροφορμή L παραμένει σταθερή.

Άρα, από το θεώρημα των παραλλήλων αξόνων (ή θεώρημα Steiner) είναι

$$I \cdot \omega = I' \cdot \omega' \Leftrightarrow$$

$$I \cdot \omega = (I + m \cdot r^2) \cdot \omega' \Leftrightarrow$$

$$I \cdot \omega = I \cdot \omega' + m \cdot r^2 \cdot \omega' \Leftrightarrow$$

$$I(\omega - \omega') = m \cdot r^2 \cdot \omega' \Leftrightarrow$$

$$I = \frac{m \cdot r^2 \cdot \omega'}{\omega - \omega'} = \frac{\cancel{10} \cdot \cancel{100} \cdot 5 \cdot \cancel{2\pi} \cdot f'}{\cancel{2\pi} \cdot f - \cancel{2\pi} \cdot f'} = \frac{5}{f - f'} = \frac{1}{\frac{1}{20.000} - \frac{1}{90 - 80}} = \frac{8}{10} = \frac{8}{20.000} = \frac{1}{2.500} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Άσκηση 22, σελίδα 90

Αν F_x η οριζόντια και F_y η κατακόρυφη συνιστώσα στις οποίες αναλύεται η F με

$(F, F_x) = \hat{\varphi} = 30^\circ$, είναι $(F, F_x) = 60^\circ$ άρα,

$$\sin 30^\circ = \frac{F_y}{F} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{F_y}{40} \Leftrightarrow F_y = 20 \text{ N}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{F_x}{F} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{F_x}{40} \Leftrightarrow F_x = \frac{\sqrt{3}}{2} 40 = 20\sqrt{3} \text{ N}$$

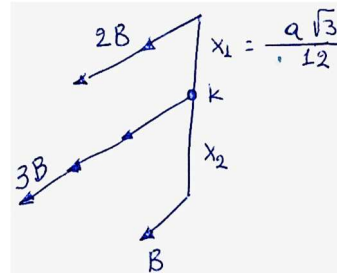
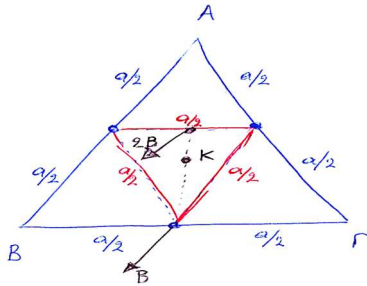
Άσκηση 23, σελίδα 90

Είναι η τομή των διχοτόμων, του τριγώνου που σχηματίζεται από τα μέσα των

ράβδων. Το ύψος $υ$ ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς a είναι $υ = a \frac{\sqrt{3}}{2}$

Το σημείο K είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου, η απόσταση του από την πλευρά $BΓ$ είναι το $\frac{1}{3}$ του ύψους $υ$, δηλαδή είναι $x_2 = \frac{1}{3}υ = \frac{1}{3}a \frac{\sqrt{3}}{2} = a \frac{\sqrt{3}}{6}$

Από το 2^ο σχήμα, είναι $2Bx_1 = Bx_2 \Leftrightarrow 2x_1 = x_2 \Leftrightarrow x_1 = \frac{x_2}{2} = \frac{a \frac{\sqrt{3}}{6}}{2} = a \frac{\sqrt{3}}{12}$



Άσκηση 24, σελίδα 90

Είναι $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4\pi} \text{ Hz}$,

$$u = \omega \cdot R = 2\pi \cdot f \cdot R = \cancel{2}\pi \cdot \frac{1}{\cancel{4}\pi} \cdot \cancel{2} = \frac{\pi}{\pi} = 1 \frac{m}{s}$$

$$F_K = m \frac{u^2}{R} = 3 \frac{1^2}{2} = \frac{3}{2} \text{ N}$$

Άσκηση 25, σελίδα 90

$$F_K = m \frac{u^2}{R} \Leftrightarrow 300 = \frac{1}{\cancel{2}} \frac{u^2}{\cancel{3}} \Leftrightarrow 300 = \frac{u^2}{3} \Leftrightarrow u^2 = 900 \Leftrightarrow u = 30 \frac{m}{s}$$

$$u = \omega \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \Leftrightarrow f = \frac{u}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{30}{\cancel{2}\pi \frac{3}{\cancel{2}}} = \frac{30}{3 \cdot \pi} = \frac{10}{\pi} \text{ Hz}$$

$$\text{Άρα, } T = \frac{1}{f} = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

Σε χρόνο T το σώμα κάνει 1 πλήρη περιστροφή.

Σε χρόνο $10 \cdot T$ το σώμα κάνει 10 πλήρεις περιστροφές.

$$\text{Άρα, } t = 10 \cdot T = 10 \frac{\pi}{10} = \pi \text{ s}$$

Άσκηση 26, σελίδα 90

Το βάρος του δορυφόρου, παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. Άρα,

$$\left. \begin{aligned} F_K &= m \frac{u^2}{R} \\ F_K &= B = mg \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \cancel{m} \frac{u^2}{R} = \cancel{m} g \Leftrightarrow \frac{u^2}{R} = g \Leftrightarrow u = \sqrt{R \cdot g} = \sqrt{6.400.000 \cdot 10} = 8.000 \frac{m}{s}$$

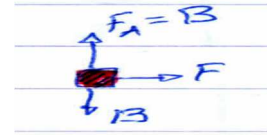
Η ταχύτητα περιφοράς του δορυφόρου γύρω από τη Γη είναι $u = \sqrt{R \cdot g}$, άρα είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του δορυφόρου.

Άσκηση 27, σελίδα 90

$$F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{20 - 2x}{20} = \frac{20}{20} - \frac{2x}{20} = 1 - \frac{x}{10}$$

Όταν $x = 0 \text{ m}$ τότε $F = 20 \text{ N}$ και $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Όταν $x_1 = 10 \text{ m}$ τότε $F = 0 \text{ N}$ και $a = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



Το σώμα επιταχύνει, διότι $\Sigma F = F > 0$

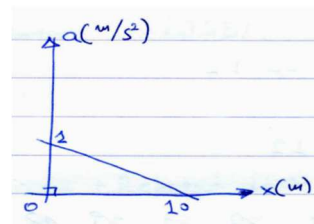
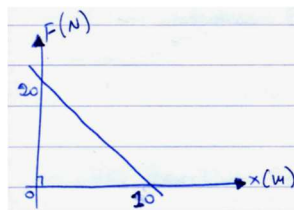
Όταν $\Sigma F = F = 0$ τότε το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητα του.

Όταν $\Sigma F = F < 0$ τότε το σώμα επιβραδύνει.

(β) Το έργο της δύναμης που προσφέρθηκε στο σώμα είναι

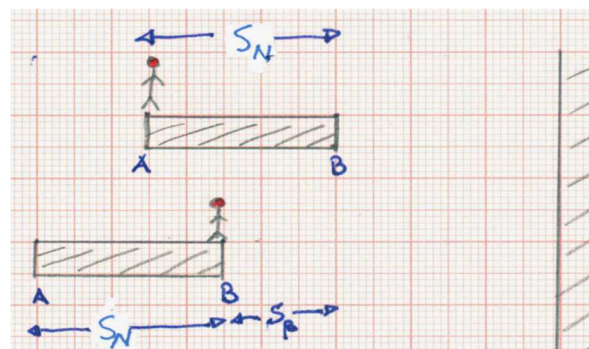
$W = F \cdot x = \frac{1}{2} 10 \cdot 20 = 100 \text{ J}$ και από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας

είναι $100 = \frac{1}{2} m \cdot u^2 \Leftrightarrow 100 = \frac{1}{2} 20 \cdot u^2 \Leftrightarrow u^2 = 10 \Leftrightarrow u = \sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$



Άσκηση 28, σελίδα 90

Το σύστημα ναύτης-βάρκα είναι μονωμένο, διότι η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν. Όταν ο ναύτης προχωρήσει κατά διάστημα s_N πάνω στη βάρκα και η βάρκα κινηθεί αντίθετα κατά διάστημα s_B , τότε ο ναύτης θα έχει κινηθεί σε σχέση με το νερό κατά διάστημα $s_N - s_B$



Από την αρχή διατήρησης της ορμής, είναι

$$p_N = p_B \Leftrightarrow$$

$$m_N \cdot u_N = m_B \cdot u_B \Leftrightarrow$$

$$70 \cdot u_N = 130 \cdot u_B \Leftrightarrow$$

$$7 \cdot u_N = 13 \cdot u_\beta \Leftrightarrow$$

$$7 \frac{s_N - s_\beta}{\lambda} = 13 \frac{s_\beta}{\lambda} \Leftrightarrow$$

$$7(s_N - s_\beta) = 13 \cdot s_\beta \Leftrightarrow$$

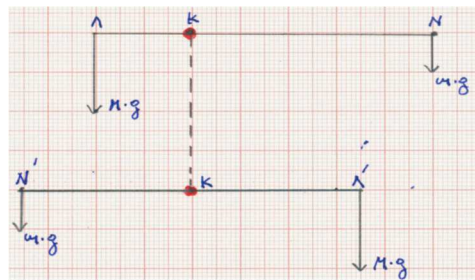
$$7 \cdot s_N = 20 \cdot s_\beta \Leftrightarrow$$

$$7\theta = 20 \cdot s_\beta \Leftrightarrow$$

$$s_\beta = 3,5 \text{ m}$$

2ος τρόπος

Αφού οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα ναύτης-βάρκα έχουν συνισταμένη μηδέν, το κέντρο βάρους του συστήματος παραμένει σταθερό.



Από το πάνω τμήμα του σχήματος, είναι

$$(\Lambda K) M \cdot g = (KN) m \cdot g \Leftrightarrow$$

$$(\Lambda K) M = (KN) m \Leftrightarrow$$

$$(\Lambda K) 13\theta = (KN) 7\theta \Leftrightarrow$$

$$13(\Lambda K) = 7(KN) \Leftrightarrow$$

$$\frac{7}{13} = \frac{(\Lambda K)}{(KN)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{7}{7+13} = \frac{(\Lambda K)}{(\Lambda K) + (KN)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{7}{20} = \frac{(\Lambda K)}{(\Lambda N)} \Leftrightarrow$$

$$(\Lambda K) = \frac{7}{20}(\Lambda N)$$

Από το κάτω τμήμα του σχήματος, είναι

$$m \cdot g (N'K) = M \cdot g (KL') \Leftrightarrow$$

$$m(N'K) = M(KL') \Leftrightarrow$$

$$7\theta(N'K) = 13\theta(KL') \Leftrightarrow$$

$$7(N'K) = 13(KL') \Leftrightarrow$$

$$\frac{7}{13} = \frac{(KL')}{(N'K)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{7}{7+13} = \frac{(KL')}{(KL') + (N'K)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{7}{20} = \frac{(KL')}{(N'A')} \Leftrightarrow$$

$$(KL') = \frac{7}{20}(N'A')$$

Η βάρκα, διανύσει διάστημα

$$(AK) + (KL') =$$

$$\frac{7}{20}(AN) + \frac{7}{20}(N'A') =$$

$$\frac{7}{20}[(AN) + (N'A')] =$$

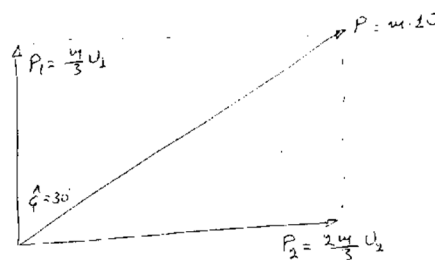
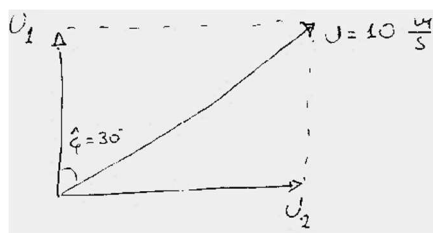
$$\frac{7}{20}s_N = \frac{7}{20}10 = 3,5 \text{ m}$$

Άσκηση 29, σελίδα 90

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \\ \sin 30^\circ = \frac{P_2}{P} = \frac{2m}{m \cdot 10} u_2 = \frac{2u_2}{30} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2u_2}{30} \Leftrightarrow u_2 = \frac{30}{4} = 7,5 \frac{m}{s}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 30^\circ = \frac{P_1}{P} = \frac{m}{m \cdot 10} u_1 = \frac{u_1}{30} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{u_1}{30} \Leftrightarrow u_1 = 15 \cdot \sqrt{3} \frac{m}{s}$$

Είναι $P_1 = \frac{m}{3} u_1$ και $P_2 = \frac{2m}{3} u_2$



Επαλήθευση

$$P_1^2 + P_2^2 = P^2 \Leftrightarrow$$

$$P_1 \cdot P_1 + P_2 \cdot P_2 = P^2 \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{m}{3} 15 \cdot \sqrt{3} \right) \left(\frac{m}{3} 15 \cdot \sqrt{3} \right) + \left(\frac{2m}{3} 7,5 \right) \left(\frac{2m}{3} 7,5 \right) = 100 m^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{15 \cdot 15}{3} + 4 \frac{7,5}{3} \frac{7,5}{3} = 100 \Leftrightarrow$$

$$15 \cdot 5 + 4 \cdot 2,5 \cdot 2,5 = 100 \Leftrightarrow$$

$$75 + 25 = 100$$

Άσκηση 30, σελίδα 90

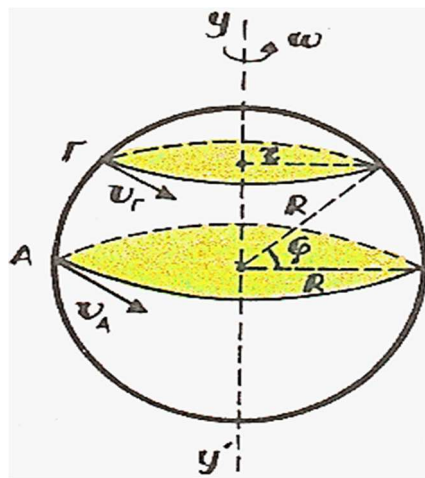
Η κεντρομόλος δύναμη για το σώμα Α, στην επιφάνεια της Γης στον

Ισημερινό, είναι $F_K = \frac{m \cdot u^2}{R} = \frac{m \cdot (\omega \cdot R)^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R$

Ομοίως, για το σώμα Γ στην επιφάνεια της Γης σε τόπο με βόρειο γεωγραφικό

πλάτος $\hat{\phi} = 45^\circ$, είναι $F'_K = \frac{m \cdot u^2}{r} = \frac{m \cdot (\omega \cdot r)^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$

Άρα, $\frac{F_K}{F'_K} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R}{m \cdot \omega^2 \cdot r} = \frac{R}{r} = \frac{r\sqrt{2}}{r} = \sqrt{2}$



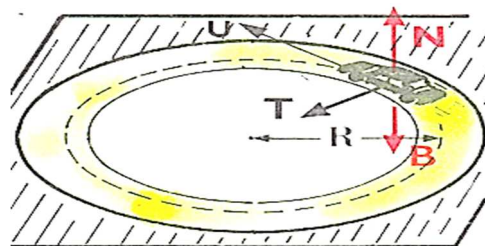
Άσκηση 31, σελίδα 90

$$\left. \begin{array}{l} F_K = \frac{m \cdot u^2}{R} \\ F_K = T = \mu \cdot B = \mu \cdot m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m \cdot u^2}{R} = \mu \cdot m \cdot g \Leftrightarrow$$

$$\frac{u^2}{R} = \mu \cdot g \Leftrightarrow$$

$$u^2 = R \cdot \mu \cdot g = 300 \cdot \frac{3}{10} \cdot 10 = 900$$

Άρα, $u = 30 \frac{m}{s}$ είναι η μέγιστη τιμή της ταχύτητας του αυτοκινήτου προκειμένου να μην πεταχτεί έξω από την στροφή.



Άσκηση 32, σελίδα 90

Το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, διαγράφοντας κύκλο, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η κεντρομόλος δύναμη είναι

$$F_K = m \frac{u^2}{\ell} = m \frac{(2\pi \cdot f \cdot \ell)^2}{\ell} = m \cdot 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot \ell$$

Άρα, η μόνη δύναμη που επενεργεί στο σώμα, πάνω στο επίπεδο περιστροφής, είναι η τάση του νήματος T , οπότε παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης δηλαδή $\vec{T} = \vec{F}_K$ άρα $T = m \cdot 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot \ell$

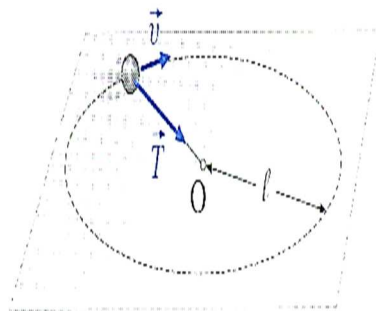
Όταν $T = T_{\text{ΘP}}$ τότε $f = f_{\text{max}}$ άρα $T_{\text{ΘP}} = m \cdot 4\pi^2 \cdot f_{\text{max}}^2 \cdot \ell$ και με αντικατάσταση, στον προηγούμενο τύπο, είναι $50 = \frac{1}{2} 4 \cdot \pi^2 \cdot f_{\text{max}}^2 \cdot 1 \Leftrightarrow$

$$50 = 2 \cdot \pi^2 \cdot f_{\text{max}}^2 \Leftrightarrow$$

$$25 = \pi^2 \cdot f_{\text{max}}^2 \Leftrightarrow$$

$$f_{\text{max}}^2 = \frac{25}{\pi^2} \Leftrightarrow$$

$$f_{\text{max}} = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$



Κεφάλαιο 4 Έργο-ενέργεια-ισχύς

Άσκηση 1, σελίδα 115

Είναι $u = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s}$

$$K = \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^8 \cdot 10 \cdot 10 = 5 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Άσκηση 2, σελίδα 115

Όταν $t = 0''$ τότε $u = 0 \frac{m}{s}$ άρα $K = 0 \text{ J}$ και $U = m \cdot g \cdot h = 2 \cdot 10 \cdot 80 = 1.600 \text{ J}$

Όταν $t = 1''$ τότε $u_1 = g \cdot t = 10 \cdot 1 = 10 \frac{m}{s}$ άρα $K_1 = \frac{1}{2} m \cdot u^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 100 = 100 \text{ J}$

Επίσης $h_1 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 1 = 5 \text{ m}$ άρα $U_1 = m \cdot g (h - h_1) = 2 \cdot 10 \cdot 75 = 1.500 \text{ J}$

Όταν $t = 3''$ τότε $u_3 = g \cdot t = 10 \cdot 3 = 30 \frac{m}{s}$ άρα $K_3 = \frac{1}{2} m \cdot u^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 900 = 900 \text{ J}$

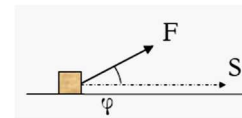
Επίσης $h_3 = \frac{1}{2} g \cdot t_3^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 9 = 45 \text{ m}$ άρα $U_3 = m \cdot g (h - h_3) = 2 \cdot 10 \cdot 35 = 700 \text{ J}$

Όταν το σώμα φτάσει στο έδαφος, είναι $h = 0$ άρα $U = m \cdot g \cdot 0 = 0 \text{ J}$

Όλη του η δυναμική ενέργεια έχει μετατραπεί σε κινητική, άρα $K = 1.600 \text{ J}$

Άσκηση 3, σελίδα 115

$$W = F \cdot s \cdot \cos \hat{\varphi} = 80 \cdot 30 \cdot \cos 30^\circ = 2.400 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.200 \cdot \sqrt{3} \text{ J}$$



Άσκηση 4, σελίδα 115



Αφού το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, δεν υπάρχουν τριβές.

Άρα, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά τον οριζόντιο άξονα x' είναι $F = 10 \text{ N}$

Το σώμα, εκτελεί στον οριζόντιο άξονα ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση $a = \frac{F}{m} = \frac{10}{1} = 10 \frac{m}{s^2}$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 4 \cdot 4 = 80 \text{ m}$$

$$u = a \cdot t = 10 \cdot 4 = 40 \frac{m}{s}$$

$$K = \frac{1}{2} m \cdot u^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 40 \cdot 40 = 800 \text{ J}$$

Άσκηση 5, σελίδα 115

Στο σώμα ασκούνται το βάρος του B , η αντίδραση του εδάφους N , η οριζόντια δύναμη F και η δύναμη T της τριβής διότι το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο.

Αφού το σώμα ακινητεί στον κατακόρυφο άξονα, είναι $\vec{B} + \vec{N} = \vec{0}$, άρα $B = N = 200 \text{ N}$

Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, άρα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε σε χρόνο $t = 5 \text{ s}$ διανύει απόσταση $s = u \cdot t = 2 \cdot 5 = 10 \text{ m}$

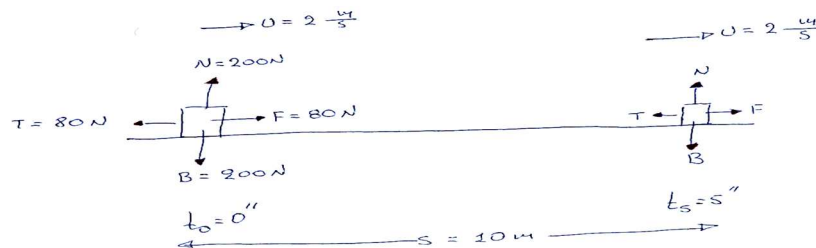
Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα, κατά τον οριζόντιο άξονα είναι μηδέν, άρα $\vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$, δηλαδή $F = T = 80 \text{ N}$

Οι δυνάμεις B, N ως κάθετες στη μετατόπιση έχουν έργο μηδέν, δηλαδή $W_B = W_N = 0$

Για τα έργα των δυνάμεων F, T είναι

$$W_F = F \cdot s \cdot \cos 0^\circ = F \cdot s \cdot 1 = F \cdot s = 80 \cdot 10 = 800 \text{ J}$$

$$W_T = T \cdot s \cdot \cos 180^\circ = T \cdot s \cdot (-1) = -T \cdot s = -80 \cdot 10 = -800 \text{ J}$$

**Άσκηση 6, σελίδα 115**

Αφού η $\vec{u}$ είναι σταθερή, είναι $\Sigma F = 0$ άρα $T = F$

Άρα, $W = T \cdot s \Leftrightarrow 200 = T \cdot 10 \Leftrightarrow T = 20 \text{ N}$

Άσκηση 7, σελίδα 116

Στο σώμα ασκούνται το βάρος του B , η αντίδραση του εδάφους N , η οριζόντια δύναμη F και η δύναμη T της τριβής διότι το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο.

Αφού το σώμα ακινητεί στον κατακόρυφο άξονα, είναι $\vec{B} + \vec{N} = \vec{0}$, άρα $B = N = 100 \text{ N}$

$$\text{Για το μέτρο της } T \text{ είναι } T = n \cdot N = \frac{3}{10} 100 = 30 \text{ N}$$

Στον οριζόντιο άξονα, στο σώμα ασκούνται η $F = 50 \text{ N}$ και η $T = 30 \text{ N}$ άρα, η συνισταμένη ΣF_x των δυνάμεων είναι $\Sigma \vec{F}_x = \vec{F} + \vec{T}$

Επειδή οι F, T είναι αντίρροπες είναι $\Sigma F_x = F - T = 50 - 30 = 20 \text{ N}$ άρα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα.

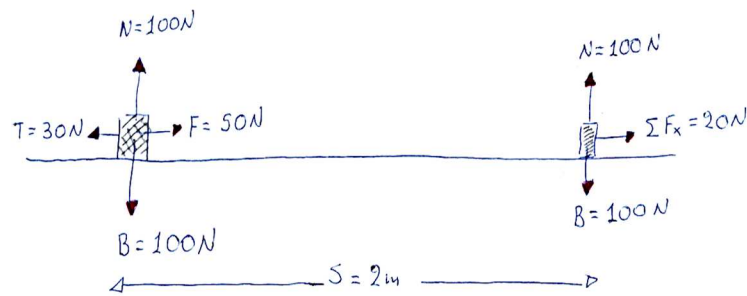
Οι B, N ως κάθετες στη μετατόπιση έχουν έργο μηδέν, δηλαδή $W_B = W_N = 0$

Για τα έργα των F, T είναι $W_F = F \cdot s \cdot \cos 0^\circ = F \cdot s \cdot 1 = F \cdot s = 50 \cdot 2 = 100 \text{ J}$

$$W_T = T \cdot s \cdot \cos 180^\circ = T \cdot s \cdot (-1) = -T \cdot s = -30 \cdot 2 = -60 \text{ J}$$

Παρατήρηση

Το σώμα αποκτά κινητική ενέργεια $K = 40 \text{ J}$, όση και η διαφορά του έργου των F , T



Άσκηση 8, σελίδα 116

$$F_x = F \cdot \cos \varphi = F \cdot \cos 45^\circ = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 50 \cdot \sqrt{2} \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \sin \varphi = F \cdot \sin 45^\circ = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 50 \cdot \sqrt{2} \text{ N}$$

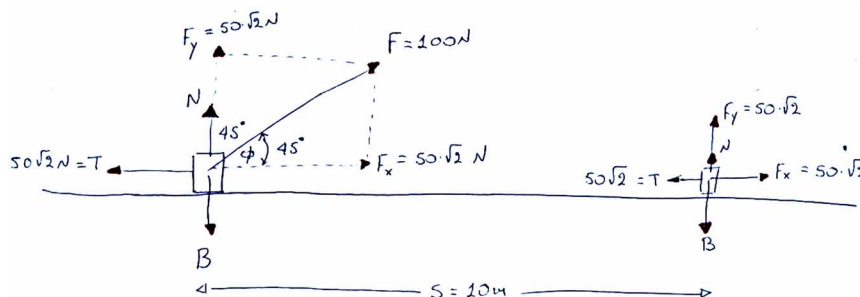
Αφού το κιβώτιο μετακινείται με σταθερή ταχύτητα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Στον οριζόντιο άξονα, ασκούνται οι δυνάμεις F_x, T και είναι $\Sigma \vec{F}_x = \vec{0}$, άρα $F_x = T = 50 \cdot \sqrt{2} \text{ N}$

Για το έργο των δυνάμεων, είναι

$$W_{F_x} = F_x \cdot s \cdot \cos 0^\circ = (50 \cdot \sqrt{2}) \cdot 10 \cdot 1 = 500\sqrt{2} \text{ J}$$

$$W_{F_y} = F_y \cdot s \cdot \cos 90^\circ = (50 \cdot \sqrt{2}) \cdot 10 \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

$$W_T = T \cdot s \cdot \cos 180^\circ = (50 \cdot \sqrt{2}) \cdot 10 \cdot (-1) = -500\sqrt{2} \text{ J}$$



Άσκηση 9, σελίδα 116

$$(α) \left\{ \begin{aligned} K &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 30 \cdot 30 = 9.000 \text{ J} \\ U &= m \cdot g \cdot h = 20 \cdot 10 \cdot 15 = 3.000 \text{ J} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = K + U = 12.000 \text{ J}$$

$$(β) W_B = B \cdot h = m \cdot g \cdot h = 20 \cdot 10 \cdot 15 = 3.000 \text{ J}$$

$$(γ) \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_1^2 = 12.000 \Leftrightarrow m \cdot u_1^2 = 24.000 \Leftrightarrow 20 \cdot u_1^2 = 24.000 \Leftrightarrow$$

$$u_1^2 = 1.200 \Leftrightarrow u_1 = 10\sqrt{12} = 20\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

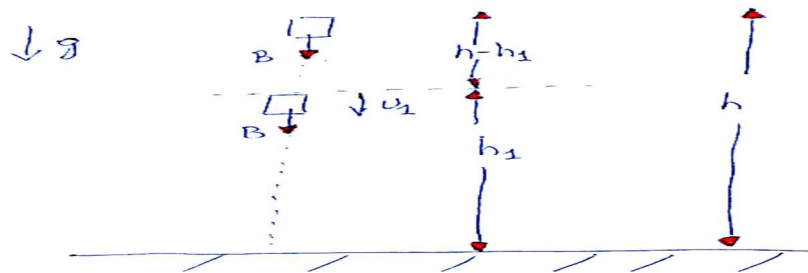
Άσκηση 10, σελίδα 116

$$U = B \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{U}{B} = \frac{U}{m \cdot g} = \frac{250}{50 \cdot 10} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

Άσκηση 11, σελίδα 116

Όταν το σώμα βρίσκεται σε ύψος h έχει δυναμική ενέργεια $m \cdot g \cdot h$. Ακολουθώντας, εκτελεί ελεύθερη πτώση και έστω πως όταν βρίσκεται σε ύψος h_1 η δυναμική και η κινητική του ενέργεια εξισώνονται μεταξύ τους.

Αν τότε η ταχύτητα του είναι u_1 έχει κινητική ενέργεια $\frac{1}{2} m \cdot u_1^2$ που ισούται με την απώλεια της δυναμικής ενέργειας λόγω της καθόδου του κατά απόσταση $h - h_1$.



Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας είναι

$$\frac{1}{2} m \cdot u_1^2 = m \cdot g (h - h_1) \Leftrightarrow u_1^2 = 2 \cdot g (h - h_1)$$

Από την εξίσωση της δυναμικής $U = m \cdot g \cdot h_1$ και της κινητικής $K = \frac{1}{2} m \cdot u_1^2$ ενέργειας του σώματος, όταν αυτό βρίσκεται σε ύψος h_1 πάνω από το έδαφος, είναι

$$m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m \cdot u_1^2 \Leftrightarrow$$

$$h_1 = \frac{u_1^2}{2g} = \frac{2g(h - h_1)}{2g} \Leftrightarrow$$

$$h_1 = h - h_1 \Leftrightarrow 2h_1 = h \Leftrightarrow h_1 = \frac{h}{2}$$

Άρα, όταν το σώμα εκτελώντας ελεύθερη πτώση, έχει διανύσει το μισό ύψος που το χωρίζει από το έδαφος, τότε η κινητική και η δυναμική του ενέργεια είναι ίσες μεταξύ τους.

Άσκηση 12, σελίδα 116

$$W = B \cdot h = m \cdot g \cdot h = m \cdot 10 \cdot 8 = (2 \cdot 3.600 \cdot 24) \cdot 10 \cdot 8 = 16 \cdot 24 \cdot 36 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Επεξήγηση

$$2 \text{ L} \sim 1 \text{ sec} \text{ άρα } 2 \text{ kg} \sim 1 \text{ sec} \text{ άρα } 2 \cdot 3.600 \text{ kg} \sim 3.600 \text{ sec}$$

$$\text{άρα } 2 \cdot 3.600 \text{ kg} \sim 1 \text{ h}$$

$$\text{άρα } 2 \cdot 3.600 \cdot 24 \text{ kg} \sim 24 \text{ h}$$

Άσκηση 13, σελίδα 116

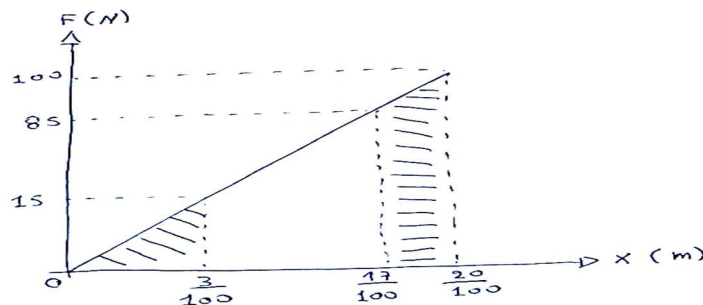
$$(a) \quad U = \frac{k \cdot x^2}{2} \Leftrightarrow k = \frac{2U}{x^2} = \frac{2 \cdot 10}{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}} = 500 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$(\beta) \quad U_3 = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{1}{2} 500 \left(\frac{3}{100} \right)^2 = 250 \frac{9}{10.000} = \frac{9}{40} = 0,225 \text{ J}$$

$$(\gamma) \quad \left\{ \begin{array}{l} U_{17} = \frac{1}{2} k \left(\frac{17}{100} \right)^2 \\ U_{20} = \frac{1}{2} k \left(\frac{20}{100} \right)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = U_{20} - U_{17} = \frac{1}{2} 500 \left[\left(\frac{20}{100} \right)^2 - \left(\frac{17}{100} \right)^2 \right] =$$

$$\frac{1}{2} 500 \left(\frac{20}{100} + \frac{17}{100} \right) \left(\frac{20}{100} - \frac{17}{100} \right) =$$

$$250 \cdot \frac{37}{100} \cdot \frac{3}{100} = \frac{75 \cdot 37}{1.000} = 2,775 \text{ J}$$



Άσκηση 14, σελίδα 116

$$B = m \cdot g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma F = F - B = 21 - 20 = 1 \text{ N}$$

$$\Sigma F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$u = a \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \text{ J}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = 1 \text{ m}$$

$$U = B \cdot h = 20 \cdot 4 = 80 \text{ J}$$

Άσκηση 15, σελίδα 116

$$(\alpha) \quad W_F = F \cdot h \cdot \cos 0^\circ = F \cdot h \cdot 1 = F \cdot h \text{ άρα, } F = \frac{W_F}{h} = \frac{300}{2} = 150 \text{ N}$$

$$(\beta) \quad W_B = B \cdot h \cdot \cos 180^\circ = B \cdot h \cdot (-1) = -B \cdot h = -100 \cdot 2 = -200 \text{ J}$$

(γ) Καταναλισκόμενο, παραγόμενο αντίστοιχα.

Άσκηση 16, σελίδα 116

$$\text{Είναι } u = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P = 500 \text{ kW} = 500.000 \text{ W}$$

$$s = 2 \text{ km} = 2.000 \text{ m}$$

$$P = F \cdot u \Leftrightarrow F = \frac{P}{u} = \frac{500.000}{10} = 50.000 \text{ N}$$

$$W = F \cdot s = 50.000 \cdot 2.000 = 10^8 \text{ J}$$

Άσκηση 17, σελίδα 116

Από την ισορροπία των δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα yy' , είναι

$$\left. \begin{array}{l} B = N \\ B = m \cdot g \end{array} \right\} N = m \cdot g = 200 \text{ N}$$

Για το μέτρο της τριβής, είναι $T = \eta \cdot N = \frac{1}{10} 200 = 20 \text{ N}$

Στον οριζόντιο άξονα xx' για τις δυνάμεις, είναι $\Sigma F = F - T = 100 - 20 = 80 \text{ N}$

(α) Επίσης $\Sigma F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{80}{20} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

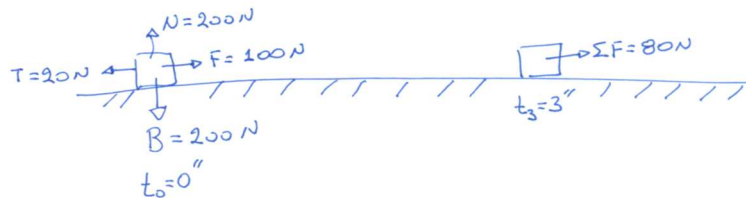
Σε χρονικό διάστημα $3''$ το σώμα διανύει απόσταση $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 9 = 18 \text{ m}$

(γ) Για τα έργα της F (παραγόμενο) και της τριβής T (καταναλισκόμενο) στο χρονικό διάστημα των $3''$ είναι $W_F = F \cdot s = 100 \cdot 18 = 1.800 \text{ J}$ και

$$W_T = T \cdot s = 20 \cdot 18 = 360 \text{ J}.$$

Το ολικό έργο ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των παραπάνω έργων, δηλαδή $W_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = W_F - W_T = 1.800 - 360 = 1.440 \text{ J}$

(β) $P_F = \frac{W_F}{t} = \frac{1.800}{3} = 600 \text{ W}$



Κεφάλαιο 5 Υδροστατική–υδροδυναμική

Άσκηση 1, σελίδα 146

Η ολική παροχή του αγωγού ύδρευσης, δίνεται από τον τύπο

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 20 + 10 + 8 = 38 \frac{L}{min}$$

Από το νόμο της συνέχειας, είναι

$$\Pi_3 = S_3 \cdot u_3 \Leftrightarrow u_3 = \frac{\Pi_3}{S_3} = \frac{8 \frac{L}{min}}{\pi \left(\frac{\delta_3}{2} \right)^2} = \frac{8 \frac{1.000}{60} \frac{m^3}{s}}{\pi \frac{127}{200} \frac{127}{200} m^2} = \frac{\frac{8 \cdot 6}{1 \cancel{0} \cancel{0}}}{\frac{127 \cdot 127 \cdot \pi}{200 \cdot 2 \cancel{0} \cancel{0}}} \frac{m}{s} \approx 0,379 \frac{m}{s}$$

Επεξήγηση

$$\delta_3 = \frac{1}{2} in = \frac{2,54}{2} cm = 1,27 cm = \frac{127}{100} cm$$

Άσκηση 2, σελίδα 146

$$\text{Είναι } S = 30 cm^2 = 3 \cancel{0} \frac{1}{100} m \frac{1}{10 \cancel{0}} m = \frac{3}{1.000} m^2$$

$$\text{Από τον ορισμό της παροχής, είναι } \Pi = \frac{V}{t} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} \frac{m^3}{h}$$

Από το νόμο της συνέχειας, είναι

$$\Pi = S \cdot u \Leftrightarrow u = \frac{\Pi}{S} = \frac{\frac{2}{5} \frac{m^3}{h}}{\frac{3}{1.000} m^2} = \frac{2.000}{3 \cdot 5} \frac{m}{h} = \frac{400}{3} \frac{m}{h} = \frac{4 \cancel{0} \cancel{0}}{3 \cdot 36 \cancel{0} \cancel{0}} \frac{m}{s} = \frac{4}{3 \cdot 36} \frac{m}{s} = \frac{1}{27} \frac{m}{s}$$

Άσκηση 3, σελίδα 146

$$\text{Είναι } m = 8.000 t = 8.000.000 kg$$

Και στα 16 πιεστήρια ασκείται δύναμη οφειλόμενη στη μάζα των 8.000.000 kg του πύργου. Αν το βάρος κατανέμεται ομοιόμορφα, τότε στο κάθε πιεστήριο ασκείται βάρος που αντιστοιχεί σε μάζα

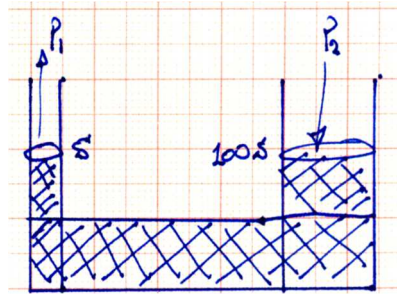
$$\frac{8.000 t}{16} = \frac{8.000.000 kg}{16} = 500.000 kg$$

Αν στο μεγάλο έμβολο του κάθε πιεστηρίου ασκείται δύναμη F_1 οφειλόμενη στη μάζα 500.000 kg, τότε στο μικρό έμβολο ασκείται δύναμη F_2 και είναι

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{s_1} = \frac{F_2}{s_2} \Leftrightarrow F_2 = F_1 \frac{s_2}{s_1}$$

Επειδή το μεγάλο έμβολο έχει εκατονταπλάσια διατομή από το μικρό έμβολο, είναι $\frac{s_2}{s_1} = \frac{1}{100}$, άρα $F_2 = \frac{F_1}{100}$

Άρα, στο μικρό έμβολο του κάθε πιεστηρίου ασκείται δύναμη F_2 που αντιστοιχεί στο βάρος $\frac{500.000}{100} = 5.000 kg$



Άσκηση 4, σελίδα 146

Είναι $D_1 = 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$

Είναι $p_1 = p_2 \Leftrightarrow$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{F_1}{\pi R_1^2} = \frac{F_2}{\pi R_2^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{F_1}{R_1^2} = \frac{F_2}{R_2^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{F_1}{\left(\frac{D_1}{2}\right)^2} = \frac{F_2}{\left(\frac{D_2}{2}\right)^2} \Leftrightarrow$$

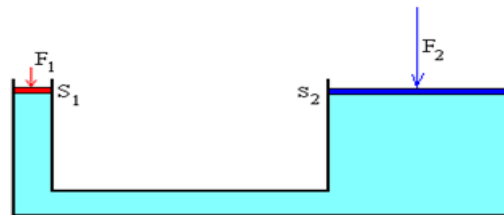
$$\frac{F_1}{D_1^2} = \frac{F_2}{D_2^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{10}{D_1^2} = \frac{200.000}{D_2^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{D_1^2} = \frac{20.000}{D_2^2} \Leftrightarrow$$

$$D_2^2 = 20.000 \cdot D_1^2 = 20.000 \cdot \frac{1}{100} \text{ m} \cdot \frac{1}{100} \text{ m} = 2 \text{ m}^2$$

Άρα, $D_2 = \sqrt{2} \text{ m}$



Άσκηση 5, σελίδα 146

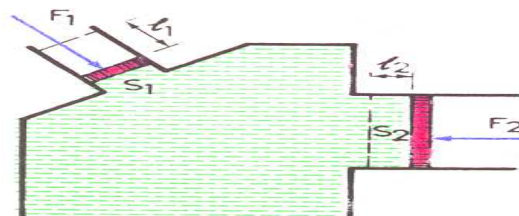
Είναι $p_1 = p_2 \Leftrightarrow$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{20}{4} = \frac{F_2}{40} \Leftrightarrow$$

$$5 = \frac{F_2}{40} \Leftrightarrow$$

$$F_2 = 200 \text{ kp}$$



$$\text{Είναι } V_1 = V_2 \Leftrightarrow$$

$$S_1 \cdot \ell_1 = S_2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow$$

$$\ell_2 = \frac{S_1 \cdot \ell_1}{S_2} = \frac{4 \cdot 15}{40} = 1,5 \text{ cm}$$

$$W_1 = F_1 \cdot \ell_1 = 2 \text{ } \cancel{\text{kg}} \cdot \frac{15}{10 \cancel{\text{kg}}} = 3 \text{ kpm}$$

$$W_2 = F_2 \cdot \ell_2 = 2 \cancel{\text{kg}} \cdot \frac{1,5}{1 \cancel{\text{kg}}} = 3 \text{ kpm}$$

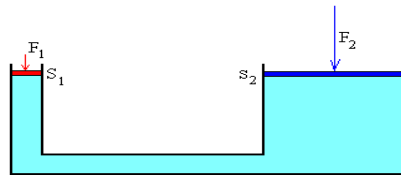
Άσκηση 6, σελίδα 146

$$\text{Για το 1}^\circ \text{ πιεστήριο, είναι } p_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{1}{10} \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = p_2$$

$$p_2 = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow F_2 = p_2 \cdot S_2 = \frac{1}{10} \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} 150 \text{ cm}^2 = 15 \text{ N}$$

$$\text{Για το 2}^\circ \text{ πιεστήριο, είναι } p_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{1}{10} \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = p_2$$

$$p_2 = \frac{F_2'}{S_2} \Leftrightarrow F_2' = p_2 \cdot S_2 = \frac{1}{10} \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} 1.500 \text{ cm}^2 = 150 \text{ N}$$



Άσκηση 7, σελίδα 146

$$\text{Είναι } V = 2,5 \text{ L} = 2.500 \text{ cm}^3$$

Έστω V_1 ο όγκος νερού που θα προστεθεί στο δοχείο διατομής S_1

Έστω V_2 ο όγκος νερού που θα προστεθεί στο δοχείο διατομής S_2

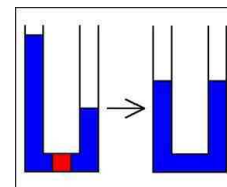
Αν οι στήλες νερού στα δυο δοχεία αυξηθούν αντίστοιχα ℓ_1, ℓ_2 τότε

$$\text{Είναι } V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow$$

$$2,5 \text{ L} = S_1 \cdot \ell_1 + S_2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow$$

$$2.500 \text{ cm}^3 = 100 \text{ cm}^2 \cdot \ell_1 + 25 \text{ cm}^2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow$$

$$100 \text{ cm} = 4\ell_1 + \ell_2$$



Από την αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων, αφού οι ελεύθερες επιφάνειες του νερού που ισορροπεί πριν και μετά τη ρίψη των 2,5 L βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, προκύπτει ότι $\ell_1 = \ell_2$

$$\text{Άρα, } 100 \text{ cm} = 5\ell_1 \Leftrightarrow \ell_1 = 20 \text{ cm}$$

Άρα, η στάθμη στο κάθε δοχείο θα ανεβεί κατά 20 cm

Άσκηση 8, σελίδα 146

Είναι $\varepsilon_{H_2O} = 1 \frac{P}{cm^3}$

Είναι $p_A + \varepsilon_{H_2O} \cdot h = p_{at} \Leftrightarrow$

$$p_A = p_{at} - \varepsilon_{H_2O} \cdot h = p_{at} - 1 \frac{P}{cm^3} 15 \text{ cm} = p_{at} - 15 \frac{P}{cm^2}$$

Άσκηση 9, σελίδα 147

Αν η πυκνότητα ενός σώματος δίνεται σε $\frac{g}{cm^3}$, τότε ισούται αριθμητικά με το ειδικό του βάρος, εφόσον αυτό εκφράζεται σε $\frac{P}{cm^3}$

Άρα, είναι $\varepsilon_{Hg} = 13,6 \frac{P}{cm^3}$, $\varepsilon_{H_2O} = 1 \frac{P}{cm^3}$, $\varepsilon_{OIL} = 0,9 \frac{P}{cm^3}$

Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στον πυθμένα του δοχείου είναι

$$p = \varepsilon_{Hg} \cdot h_1 + \varepsilon_{H_2O} \cdot h_2 + \varepsilon_{OIL} \cdot h_3 =$$

$$13,6 \frac{P}{cm^3} 10 \text{ cm} + 1 \frac{P}{cm^3} 20 \text{ cm} + 0,9 \frac{P}{cm^3} 30 \text{ cm} =$$

$$(136 + 20 + 27) \frac{P}{cm^2} =$$

$$183 \frac{P}{cm^2} = \frac{183}{1,36} \text{ mmHg}$$

Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στη διαχωριστική επιφάνεια νερού– υδραργύρου είναι $p = \varepsilon_{H_2O} \cdot h_2 + \varepsilon_{OIL} \cdot h_3 =$

$$1 \frac{P}{cm^3} 20 \text{ cm} + 0,9 \frac{P}{cm^3} 30 \text{ cm} =$$

$$20 \frac{P}{cm^2} + 27 \frac{P}{cm^2} =$$

$$47 \frac{P}{cm^2} =$$

$$\frac{47}{1,36} \text{ mmHg}$$

Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στη διαχωριστική επιφάνεια νερού– λαδιού είναι $p = \varepsilon_{OIL} \cdot h_3 =$

$$0,9 \frac{P}{cm^3} 30 \text{ cm} =$$

$$27 \frac{P}{cm^2} = \frac{27}{1,36} \text{ mm Hg}$$

Σχόλιο

Ισχύει ότι $1 \text{ mm Hg} = \varepsilon_{Hg} 1 \text{ mm} = 13,6 \frac{P}{cm^3} 1 \text{ mm} = 13,6 \frac{P}{cm^3} \frac{1}{10} \text{ cm} = 1,36 \frac{P}{cm^2}$

Άρα, $1 \frac{P}{cm^2} = \frac{1}{1,36} \text{ mm Hg}$

Άσκηση 10, σελίδα 147

(α) Για τη δύναμη που ασκείται στον πυθμένα είναι

$$\begin{aligned}
 F_{\text{ΠΥΘΜΕΝΑ}} &= \\
 B_{H_2O} + B_{Hg} &= \\
 \varepsilon_{H_2O} \cdot V_{H_2O} + \varepsilon_{Hg} \cdot V_{Hg} &= \\
 \varepsilon_{H_2O} \cdot \frac{a^3}{2} + \varepsilon_{Hg} \cdot \frac{a^3}{2} &= \\
 (\varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{Hg}) \frac{a^3}{2} &= \\
 14,6 \frac{p}{cm^3} \frac{1}{2} m^3 &= \\
 7,3 \cdot 10^6 p &= \\
 7.300 kp &
 \end{aligned}$$

2^{ος} τρόπος

$$F_{\text{ΠΥΘΜΕΝΑ}} = p_{\text{ΟΛΙΚΟ}} \cdot S = p_{\text{ΟΛΙΚΟ}} \cdot a^2$$

$$p_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = p_{H_2O} + p_{Hg} = \varepsilon_{H_2O} \frac{a}{2} + \varepsilon_{Hg} \frac{a}{2} = \frac{a}{2} (\varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{Hg})$$

Άρα, $F_{\text{ΠΥΘΜΕΝΑ}} =$

$$\begin{aligned}
 (\varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{Hg}) \frac{a}{2} a^2 &= \\
 14,6 \frac{p}{cm^3} \frac{1}{2} m^3 &= \\
 \frac{1}{2} m^3 14,6 \frac{p}{cm^3} &= \\
 7,3 \cdot 10^6 p &= \\
 7.300 kp &
 \end{aligned}$$

(β) Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στην πλευρική επιφάνεια, προκύπτει από το γινόμενο της υδροστατικής πίεσης του κέντρου βάρους της επιφάνειας που βρίσκεται σε επαφή με το υγρό, επί το εμβαδόν της.

Είναι $F_1 = p_A \cdot S_1 =$

$$\begin{aligned}
 p_A \cdot \left(a \frac{a}{2} \right) &= \\
 \left(\varepsilon_{Hg} \frac{a}{4} + \varepsilon_{H_2O} \frac{a}{2} \right) \frac{a^2}{2} &= \\
 (\varepsilon_{Hg} + 2\varepsilon_{H_2O}) \frac{a^3}{8} &
 \end{aligned}$$

Είναι $F_2 = p_{\Gamma} \cdot S_2 =$

$$\begin{aligned}
 p_{\Gamma} \cdot \left(a \frac{a}{2} \right) &= \\
 p_{\Gamma} \frac{a^2}{2} &=
 \end{aligned}$$

$$\left(\varepsilon_{H_2O} \frac{a}{4} \right) \frac{a^2}{2} =$$

$$\varepsilon_{H_2O} \frac{a^3}{8}$$

Είναι $F' = F_1 + F_2 =$

$$\left(\varepsilon_{Hg} + 2\varepsilon_{H_2O} \right) \frac{a^3}{8} + \varepsilon_{H_2O} \frac{a^3}{8} =$$

$$\left(\varepsilon_{Hg} + 3\varepsilon_{H_2O} \right) \frac{a^3}{8} =$$

$$(13,6 + 3) \frac{p}{cm^3} \frac{1}{8} m^3 =$$

$$16,6 \frac{p}{cm^3} \frac{1}{8} 10^6 cm^3 =$$

$$\frac{8,3}{4} 10^6 p =$$

$$\frac{8,3}{4} 10^3 kp =$$

$$\frac{8.300}{4} kp =$$

$$2.075 kp$$

Άσκηση 11, σελίδα 147

Είναι $\varepsilon = \frac{gf}{cm^3} = 1 \frac{p}{cm^3}$ και $B = 100 gf = 100 p$

Επειδή τα δυο υγρά ισορροπούν, η υδροστατική πίεση στα σημεία Γ, Γ' των δυο δοχείων που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο είναι ίδια.

$$\text{Άρα, } p_{\Gamma} = p_{\Gamma'} \Leftrightarrow \varepsilon \cdot h = \varepsilon_{Hg} \cdot 2x \Leftrightarrow x = \frac{\varepsilon \cdot h}{2\varepsilon_{Hg}}$$

$$\text{Για το βάρος του υγρού είναι } B = \varepsilon \cdot V = \varepsilon \cdot S \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{B}{\varepsilon \cdot S}$$

$$\text{Άρα, } x = \frac{\varepsilon \cdot h}{2\varepsilon_{Hg}} = \frac{\varepsilon \cdot \frac{B}{\varepsilon \cdot S}}{2\varepsilon_{Hg}} = \frac{\frac{B}{S}}{2\varepsilon_{Hg}} = \frac{B}{2\varepsilon_{Hg} \cdot S} = \frac{100 p}{2 \cdot 13,6 \frac{p}{cm^3} \cdot 2 cm^2} = \frac{25}{13,6} cm$$

Από το σχήμα είναι $\Delta h = h - 2x =$

$$\frac{B}{\varepsilon \cdot S} - \cancel{\frac{B}{\cancel{2\varepsilon_{Hg}} \cdot S}} =$$

$$\frac{B}{\varepsilon \cdot S} - \frac{B}{\varepsilon_{Hg} \cdot S} =$$

$$\frac{B}{S} \left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_{Hg}} \right) =$$

$$\frac{100}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{13,6} \right) = 50 \left(1 - \frac{1}{13,6} \right) cm = \frac{1 - \frac{1}{13,6}}{2} m$$

Άσκηση 12, σελίδα 147

Είναι $p = 2 \text{ at} = 2 \frac{kp}{cm^2}$

$$p = \frac{F}{S} \Leftrightarrow F = p \cdot S = 2 \frac{kp}{cm^2} 4 \text{ cm}^2 = 8 kp$$

$$p = \varepsilon_{H_2O} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{p}{\varepsilon_{H_2O}} = \frac{2 \frac{kp}{cm^2}}{1 \frac{p}{cm^3}} = \frac{2.000 p}{1 p} cm = 2.000 cm = 20 m$$

Άσκηση 13, σελίδα 147

Είναι $p = 1 \text{ at} = 1 \frac{kp}{cm^2}$

$$p = \varepsilon_{\Theta\Lambda\Lambda} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{p}{\varepsilon_{\Theta\Lambda\Lambda}} = \frac{1 \frac{kp}{cm^2}}{1,2 \frac{p}{cm^3}} = \frac{1.000 p}{1,2 p} cm = \frac{2.500}{3} cm = \frac{25}{3} m$$

Άσκηση 14, σελίδα 147

Είναι $p = 10 \frac{p}{cm^2}$, $\varepsilon_{Hg} = 13,6 \frac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{H_2O} = 1 \frac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{OIN} = 0,8 \frac{p}{cm^3}$.

Για το ύψος στήλης Hg είναι $p = \varepsilon_{Hg} \cdot h_1 \Leftrightarrow h_1 = \frac{p}{\varepsilon_{Hg}} = \frac{10 \frac{p}{cm^2}}{13,6 \frac{p}{cm^3}} = \frac{10}{13,6} cm$

Για το ύψος στήλης H₂O είναι $p = \varepsilon_{H_2O} \cdot h_2 \Leftrightarrow h_2 = \frac{p}{\varepsilon_{H_2O}} = \frac{10 \frac{p}{cm^2}}{1 \frac{p}{cm^3}} = 10 cm$

Για το ύψος στήλης οινόπνεύματος είναι

$$p = \varepsilon_{OIN} \cdot h_3 \Leftrightarrow h_3 = \frac{p}{\varepsilon_{OIN}} = \frac{10 \frac{p}{cm^2}}{0,8 \frac{p}{cm^3}} = \frac{10}{8} cm = \frac{10}{4} cm = \frac{50}{4} cm = 12,5 cm$$

Άσκηση 15, σελίδα 147

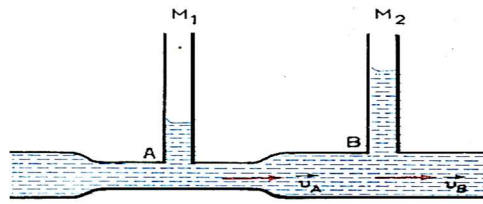
Είναι $S_A = 3 cm^2$

$S_B = 63 cm^2$

$$p_A - p_B = 200 \frac{N}{m^2} \quad d_{H_2O} = 1.000 \frac{kg}{m^3}$$

Από το νόμο της συνέχειας είναι

$$\left. \begin{aligned} \Pi &= S_A \cdot u_A = 3u_A \\ \Pi &= S_B \cdot u_B = 63u_B \end{aligned} \right\} 3u_A = 63u_B \Leftrightarrow u_A = \frac{63}{3}u_B$$



Από την εξίσωση Bernoulli, για τις ολικές πιέσεις στα σημεία Α, Β είναι

$$\begin{aligned} p_{A_{\text{ολική}}} &= p_{B_{\text{ολική}}} \Leftrightarrow \\ \frac{1}{2} d_{H_2O} u_A^2 + p_A &= \frac{1}{2} d_{H_2O} u_B^2 + p_B \Leftrightarrow \\ \frac{1}{2} d_{H_2O} u_A^2 &= \frac{1}{2} d_{H_2O} u_B^2 + (p_B - p_A) \Leftrightarrow \\ \frac{1}{2} d_{H_2O} \frac{63}{3} \frac{63}{3} u_B^2 &= \frac{1}{2} d_{H_2O} u_B^2 + 200 \frac{N}{m^2} \Leftrightarrow \\ d_{H_2O} \frac{63^2}{9} u_B^2 &= d_{H_2O} u_B^2 + 400 \frac{N}{m^2} \Leftrightarrow \\ d_{H_2O} u_B^2 \left(\frac{63^2}{9} - 1 \right) &= 400 \frac{N}{m^2} \Leftrightarrow \\ 1.0 \cancel{\delta\delta} \frac{kg}{m^3} u_B^2 \left(\frac{63^2 - 9}{9} \right) &= 4 \cancel{\delta\delta} \frac{N}{m^2} \Leftrightarrow \\ 10 u_B^2 \left(\frac{3969 - 9}{9} \right) \frac{kg}{m^3} &= 4 \frac{kg}{m^2} \frac{m}{s^2} \Leftrightarrow \\ 10 u_B^2 \frac{3960}{9} &= 4 \frac{m^2}{s^2} \Leftrightarrow \\ 10 u_B^2 440 &= 4 \frac{m^2}{s^2} \Leftrightarrow \\ 10 u_B^2 110 &= \frac{m^2}{s^2} \Leftrightarrow \\ u_B &= \sqrt{\frac{1}{1100}} \frac{m}{s} = \frac{1}{10\sqrt{11}} \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Από το νόμο της συνέχειας, είναι $\Pi = S_B \cdot u_B =$

$$\begin{aligned} 63 \text{ cm}^2 \frac{1}{10\sqrt{11}} \frac{m}{s} &= \\ \frac{6,3}{\sqrt{11}} 10^{-6} m^2 \frac{m}{s} &= \\ \frac{6,3}{\sqrt{11}} \cdot 10^{-6} \frac{m^3}{s} & \end{aligned}$$

Από τον ορισμό της παροχής, είναι $\Pi = \frac{V}{t} \Leftrightarrow$

$$\begin{aligned}
 V &= \Pi \cdot t = \Pi \cdot 60 \text{ s} = \frac{6,3}{\sqrt{11}} \cdot 10^{-6} 60 \frac{m^3}{s} \cancel{s} = \\
 &= \frac{6,3 \cdot 6}{100.000\sqrt{11}} m^3 = \frac{6,3 \cdot 3}{50.000\sqrt{11}} m^3 = \\
 &= \frac{3,15 \cdot 3}{25.000\sqrt{11}} m^3 = \frac{9,45}{25.000\sqrt{11}} m^3 = \\
 &= \frac{1,89}{5.000\sqrt{11}} m^3 = \frac{3,78 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{11}} m^3
 \end{aligned}$$

Άσκηση 16, σελίδα 148

Είναι $h = \frac{9}{10} \text{ cm} = \frac{9}{10} \frac{1}{100} \text{ m}$ και

$$A_1 = 3A_2 \Leftrightarrow A_1^2 = 9A_2^2 \Leftrightarrow A_1^2 - A_2^2 = 8A_2^2$$

Από το νόμο της συνέχειας, είναι $A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Leftrightarrow u_2 = \frac{A_1}{A_2} u_1 = \frac{3A_2}{A_2} u_1 = 3u_1$

$$\begin{aligned}
 \text{Για το βεντουρίμετρο, είναι } u_1 &= A_2 \sqrt{\frac{2(\rho' - \rho) \cdot g \cdot \Delta h}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}} = \\
 &= A_2 \sqrt{\frac{2(\rho' - \rho) \cdot g \cdot \frac{9}{10} \frac{1}{100} \text{ m}}{\rho \cdot 8 \cdot A_2^2}} = \\
 &= \sqrt{\frac{(\rho' - \rho) \cdot g \cdot \frac{9}{10} \frac{1}{100} \text{ m}}{\rho \cdot 4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{\rho' - \rho}{\rho}} \sqrt{\frac{\cancel{10} \frac{m}{s^2} \frac{9}{\cancel{10}} \frac{1}{100} \text{ m}}{4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{\rho' - \rho}{\rho}} \sqrt{\frac{9}{400} \frac{m}{s}} = \\
 &= \frac{3}{20} \sqrt{\frac{\rho' - \rho}{\rho}} \frac{m}{s}
 \end{aligned}$$

Άσκηση 17, σελίδα 148

(α) Για τον υπολογισμό του βεληνικού R είναι $R = u_0 \cdot t =$

$$\begin{aligned}
 &u_0 \cdot \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \\
 &\sqrt{2 \cdot g \cdot h} \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \\
 &\sqrt{4 \cdot h \cdot (H-h)} = 2\sqrt{h \cdot (H-h)}
 \end{aligned}$$

(β) Σε κανένα άλλο ύψος.

(γ) maximize βεληνικές $\Leftrightarrow$

$$\text{maximize } 2\sqrt{h \cdot (H-h)} \Leftrightarrow$$

$$\text{maximize } h \cdot (H-h) \Leftrightarrow$$

$$\text{maximize } (H \cdot h - h^2)$$

Θεωρώ συνάρτηση $f(h) = H \cdot h - h^2$

$$\text{Είναι } f'(h) = H - 2h$$

$$\text{Ισχύει ότι } f'(h) = 0 \Leftrightarrow H - 2h = 0 \Leftrightarrow h = \frac{H}{2}$$

Άσκηση 18, σελίδα 148

$$\text{Είναι } p = 4 \text{ atm} = 4 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 400 \cdot 1013 \frac{\text{kp}}{\text{m}^2} = 4.000 \cdot 1.013 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$p_1 + \frac{1}{2} d \cdot u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} d \cdot u_2^2 \Leftrightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} d \cdot u_2^2 - \frac{1}{2} d \cdot u_1^2 \Leftrightarrow$$

$$4.000 \cdot 1.013 = \frac{1}{2} d \cdot (u_2^2 - u_1^2) \Leftrightarrow$$

$$4.000 \cdot 1.013 = \frac{1}{2} 1 \cdot (9 - u_1^2) \Leftrightarrow$$

$$4.000 \cdot 2.026 = 9 - u_1^2 \Leftrightarrow$$

$$u_1^2 = 9 - 4.000 \cdot 2.026$$

Άσκηση 19, σελίδα 148

$$\text{Είναι } \delta = 0,50 \text{ m} \Rightarrow R = 0,25 \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

$$u = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 8} = \sqrt{16 \cdot 10} = 4\sqrt{10} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Pi = s \cdot u = \pi \cdot R^2 \cdot u = \pi \frac{1}{4} \frac{1}{4} \cancel{\text{A}} \sqrt{10} = \frac{\pi \sqrt{10}}{4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Άσκηση 20, σελίδα 148

Όταν το σώμα επιπλέει σε καθαρό νερό, τότε από τη συνθήκη πλευσης είναι

$$B = A \Leftrightarrow$$

$$\varepsilon_{\Sigma\Omega\text{ΜΑΤΟΣ}} \cdot \mathcal{V} = \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \frac{3}{4} \mathcal{V} \Leftrightarrow$$

$$\varepsilon_{\Sigma\Omega\text{ΜΑΤΟΣ}} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\text{cm}^3}$$

Όταν το σώμα επιπλέει σε λάδι, τότε από τη συνθήκη πλευσης είναι

$$B = A \Leftrightarrow$$

$$\varepsilon_{\Sigma\Omega\text{ΜΑΤΟΣ}} \cdot \mathcal{V} = \varepsilon_{\text{OIL}} \cdot \frac{9}{10} \mathcal{V} \Leftrightarrow$$

$$\varepsilon_{\Sigma\Omega\text{ΜΑΤΟΣ}} = \frac{9}{10} \varepsilon_{\text{OIL}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{10} \varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{10} \varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow$$

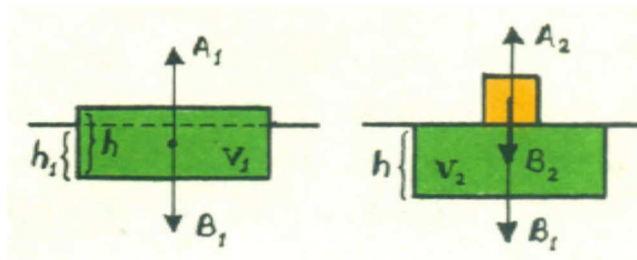
$$\frac{1}{2} = \frac{3}{5} \varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow \varepsilon_{OIL} = \frac{5}{6} \frac{p}{cm^3}$$

Παρατήρηση

$$\varepsilon_{\Sigma\Omega\text{ΜΑΤΟΣ}} = \frac{3}{4} = \frac{18}{24} \frac{p}{cm^3}, \quad \varepsilon_{OIL} = \frac{5}{6} = \frac{20}{24} \frac{p}{cm^3}$$

Άσκηση 21, σελίδα 148

Όταν το ξύλινο μαδέρι επιπλέει, τότε από τη συνθήκη πλευσης είναι $B_1 = A_1$ και επειδή $A_1 = \varepsilon_{H_2O} \cdot V_1 = \varepsilon_{H_2O} \cdot s \cdot h_1$, είναι $B_1 = \varepsilon_{H_2O} \cdot s \cdot h_1$



Όταν πάνω στο ξύλινο μαδέρι τοποθετηθεί βάρος B_2 και αυτό επιπλέει τελείως βυθισμένο, τότε από τη συνθήκη πλευσης είναι $B_1 + B_2 = A_2$ και επειδή $A_2 = \varepsilon_{H_2O} \cdot V_2 = \varepsilon_{H_2O} \cdot s \cdot h$, είναι $B_1 + B_2 = \varepsilon_{H_2O} \cdot s \cdot h \Leftrightarrow$

$$B_2 = \varepsilon_{H_2O} \cdot s \cdot h - B_1 =$$

$$\varepsilon_{H_2O} \cdot s \cdot h - \varepsilon_{H_2O} \cdot s \cdot h_1 =$$

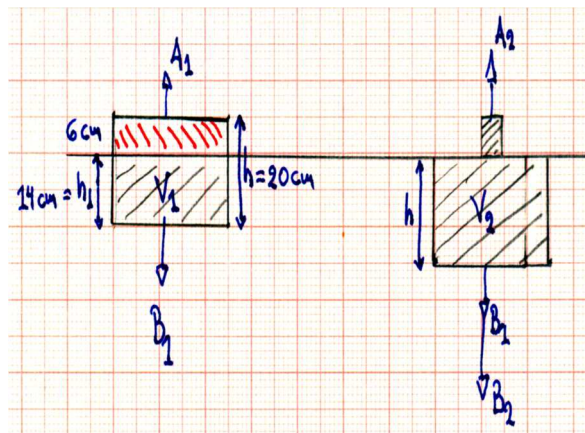
$$\varepsilon_{H_2O} \cdot s (h - h_1) =$$

$$1 \frac{p}{cm^3} \frac{1}{2} m^2 6 cm =$$

$$3 \frac{p \cdot m^2 \cdot cm}{cm^3} =$$

$$3 \frac{p \cdot 100 \cancel{cm} \cdot 100 \cancel{cm} \cdot \cancel{cm}}{\cancel{cm^3}} =$$

$$30.000 p = 30 kp$$



Άσκηση 22, σελίδα 148

Στη σφαίρα, σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, ασκούνται δυο σταθερές δυνάμεις, το βάρος της B και η άνωση A από το νερό.

Άρα, η σφαίρα κινείται προς τον βυθό, με σταθερή επιτάχυνση a , εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Για την κίνηση της, είναι

$$h = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{2} a \cdot 4^2 \Leftrightarrow 4 = 8a \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

Από τους νόμους του Newton, είναι

$$\Sigma F = m \cdot a \Leftrightarrow B - A = m \cdot a \Leftrightarrow m \cdot g - A = m \cdot a \Leftrightarrow$$

$$d_{\Sigma\Phi} \cdot \chi \cdot g - d_{H_2O} \cdot g \cdot \chi = d_{\Sigma\Phi} \cdot \chi \cdot a \Leftrightarrow$$

$$d_{\Sigma\Phi} \cdot g - d_{H_2O} \cdot g = d_{\Sigma\Phi} \cdot a \Leftrightarrow$$

$$d_{\Sigma\Phi} \cdot 10 - 1 \cdot 10 = d_{\Sigma\Phi} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$9,5 \cdot d_{\Sigma\Phi} = 10 \Leftrightarrow d_{\Sigma\Phi} = \frac{10}{9,5} = 1,05 \frac{g}{cm^3}$$

Άσκηση 23, σελίδα 148

Έστω V_1 ο όγκος του βυθισμένου τμήματος του παγόβουνου.

Έστω V ο όγκος όλου του παγόβουνου.

Προφανώς είναι $V > V_1$

Αφού το παγόβουνο πλέει, από τη συνθήκη πλευσης είναι $A = B$

$$\left. \begin{aligned} A &= d_{\Theta\Lambda\Lambda} \cdot g \cdot V_1 \\ B &= d_{\Pi\Lambda\Gamma} \cdot g \cdot V \end{aligned} \right\} d_{\Theta\Lambda\Lambda} \cdot \cancel{g} \cdot V_1 = d_{\Pi\Lambda\Gamma} \cdot \cancel{g} \cdot V \Leftrightarrow$$

$$d_{\Theta\Lambda\Lambda} \cdot V_1 = d_{\Pi\Lambda\Gamma} \cdot V \Leftrightarrow$$

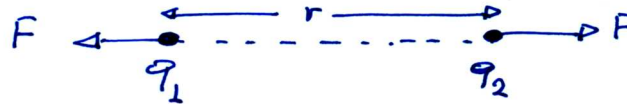
$$\frac{V_1}{V} = \frac{d_{\Pi\Lambda\Gamma}}{d_{\Theta\Lambda\Lambda}} = \frac{0,88}{1,1} = \frac{\overline{88}}{\overline{110}} = \frac{8}{10}$$

Άρα, το 80% του όγκου του παγόβουνου είναι βυθισμένο.

Κεφάλαιο 9 Ηλεκτρικά φορτία

Άσκηση 1, σελίδα 218

$$F = k_{\text{HΛ}} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{4^2} = \frac{27 \cdot 10^{-9}}{8} \text{ N}$$



Άσκηση 2, σελίδα 218

$$\begin{aligned} \bullet F_{\text{Coulomb}} &= k_{\text{HΛ}} \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(5,3 \cdot 10^{-11})^2} = \\ &= 9 \cdot 10^9 \frac{1,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{11} \cdot 10^{11}}{5,3 \cdot 5,3 \cdot 10^{19} \cdot 10^{19}} = \\ &= \frac{9 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 10^{31}}{53 \cdot 53 \cdot 10^{38}} = \frac{9 \cdot 16 \cdot 16}{53 \cdot 53 \cdot 10^7} \text{ N} \end{aligned}$$

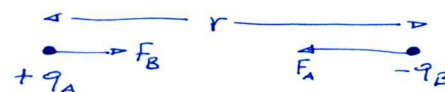
$$\begin{aligned} \bullet F_{\text{Newton}} &= G \frac{m_p \cdot m_e}{r^2} = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{5,3 \cdot 10^{-11} \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}} = \\ &= \frac{6,673 \cdot 1,7 \cdot 9,1 \cdot 10^{11}}{5,3 \cdot 5,3 \cdot 10^{27} \cdot 10^{31}} = \frac{6,673 \cdot 17 \cdot 91}{53 \cdot 53 \cdot 10^{47}} \text{ N} \end{aligned}$$

$$\bullet \frac{F_{\text{Coulomb}}}{F_{\text{Newton}}} = \frac{9 \cdot 16 \cdot 16}{6,673 \cdot 17 \cdot 91} \cdot \frac{53 \cdot 53 \cdot 10^{47}}{53 \cdot 53 \cdot 10^{47}} = \frac{9 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 10^{47}}{6,673 \cdot 17 \cdot 91 \cdot 10^{47}} = \frac{9 \cdot 16 \cdot 16}{6,673 \cdot 17 \cdot 91} \cdot 10^{40}$$

Άσκηση 3, σελίδα 218

$$\text{Είναι } 1 = k_{\text{HΛ}} \frac{q_A \cdot q_B}{0,2 \cdot 0,2} \Leftrightarrow$$

$$q_A \cdot q_B \cdot k_{\text{HΛ}} = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100}$$

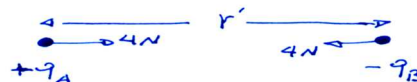


$$\text{Είναι } 4 = k_{\text{HΛ}} \frac{q_A \cdot q_B}{r'^2} \Leftrightarrow$$

$$4 = \frac{4}{100} \frac{1}{r'^2} \Leftrightarrow$$

$$4 = \frac{4}{100 \cdot r'^2} \Leftrightarrow 1 = 100 \cdot r'^2 \Leftrightarrow$$

$$r'^2 = \frac{1}{100} \Leftrightarrow r' = \frac{1}{10} \text{ m}$$



Σχόλιο $F = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q_A \cdot Q_B}{r^2}$

$$F' = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q_A \cdot Q_B}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4 \cdot k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q_A \cdot Q_B}{r^2} = 4 \cdot F$$

Άσκηση 4, σελίδα 218

Αν το $+q$ απέχει απόσταση x από το q_1 , τότε απέχει απόσταση $\ell - x = 2 - x$ από το q_2

Αν τα q_1, q_2 ασκούν στο $+q$ δυνάμεις F_1, F_2 αντίστοιχα, είναι

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k_{\eta\lambda} \frac{q_1 \cdot q}{x^2} = k_{\eta\lambda} \frac{10^{-12} \cdot q}{x^2} \\ F_2 &= k_{\eta\lambda} \frac{q_2 \cdot q}{(2-x)^2} = k_{\eta\lambda} \frac{9 \cdot 10^{-12} \cdot q}{x^2 + 4 - 4x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cancel{k_{\eta\lambda}} \frac{\cancel{10^{-12}} \cdot \cancel{q}}{x^2} = \cancel{k_{\eta\lambda}} \frac{9 \cdot \cancel{10^{-12}} \cdot \cancel{q}}{x^2 + 4 - 4x} \Leftrightarrow$$

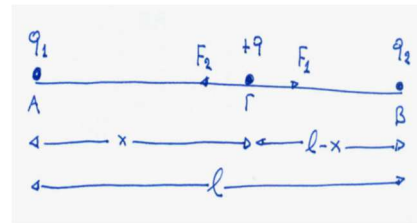
$$\frac{1}{x^2} = \frac{9}{x^2 + 4 - 4x} \Leftrightarrow$$

$$9x^2 = x^2 + 4 - 4x \Leftrightarrow$$

$$8x^2 = 4 - 4x \Leftrightarrow$$

$$2x^2 = 1 - x \Leftrightarrow$$

$$x = \begin{cases} -1 & \text{Απορρίπτεται} \\ 0,5 & \text{Δεκτή} \end{cases}$$



Άσκηση 5, σελίδα 218

Έστω ότι το $+q$ απέχει απόσταση x από το σημείο A , άρα απόσταση $2+x$ από το σημείο B

Αφού το $+q$ ισορροπεί, τότε από το νόμο Coulomb ισχύει ότι $F_1 = F_2 \Leftrightarrow$

$$\cancel{k_{\eta\lambda}} \frac{\cancel{q} \cdot \cancel{10^{-12}}}{x^2} = \cancel{k_{\eta\lambda}} \frac{\cancel{q} \cdot 9 \cdot \cancel{10^{-12}}}{(2+x)^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{9}{(2+x)^2} \Leftrightarrow$$

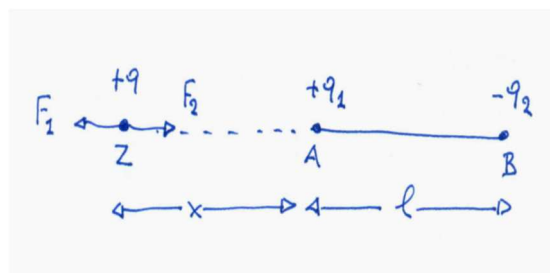
$$9x^2 = 4 + x^2 + 4x \Leftrightarrow$$

$$8x^2 = 4 + 4x \Leftrightarrow$$

$$2x^2 = 1 + x \Leftrightarrow$$

$$2x^2 - 1 - x = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = \begin{cases} 1 & \text{Δεκτή} \\ -0,5 & \text{Απορρίπτεται} \end{cases}$$



Επαλήθευση

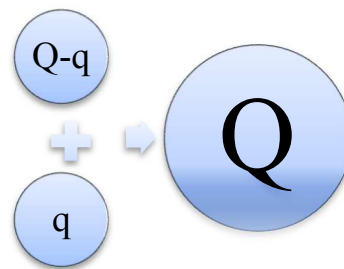
$$x = 1 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot 10^{-12}}{1^2} = k_{\eta\lambda} \cdot q \cdot 10^{-12} \\ F_2 &= k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot \cancel{9} \cdot 10^{-12}}{\cancel{3}^2} = k_{\eta\lambda} \cdot q \cdot 10^{-12} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_1 = F_2$$

Άσκηση 6, σελίδα 218

Η μεταξύ των $Q - q$, q ασκούμενη δύναμη είναι $F = k_{\text{ΗΛ}} \frac{q(Q-q)}{r^2}$

Μεγιστοποίηση της απωστικής δύναμης F σημαίνει μεγιστοποίηση της παράστασης $q(Q-q)$ δηλαδή, της παράστασης $qQ - q^2$

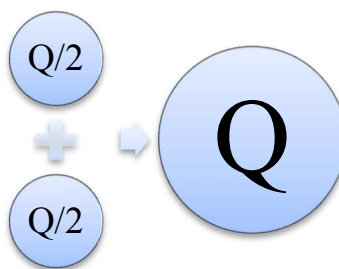


Αν $q = x$ τότε πρέπει να μεγιστοποιηθεί η παράσταση $Qx - x^2$, οπότε θεωρώ τη συνάρτηση $f, f(x) = Qx - x^2$

$$\text{Είναι } f', f'(x) = Q - 2x$$

$$\text{Είναι } f'(x) = 0 \Leftrightarrow Q - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{Q}{2}$$

$$\text{Τότε } F = k_{\text{ΗΛ}} \frac{\left(\frac{Q}{2}\right) \cdot \left(\frac{Q}{2}\right)}{r^2} = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q^2}{4 \cdot r^2}$$



Άσκηση 7, σελίδα 218

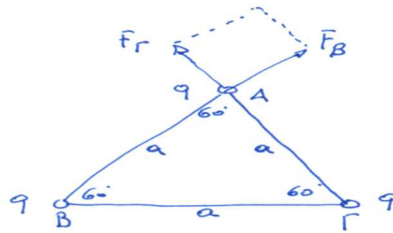
$$\text{Είναι } q = 4 \text{ pC} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ C}$$

$$a = 2 \text{ cm} = \frac{2}{100} \text{ m}$$

$$\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Από συμμετρία, οι δυνάμεις που ασκούνται στα ίσα μεταξύ τους φορτία που βρίσκονται στις κορυφές του ισοπλεύρου τριγώνου, είναι ίσες κατά μέτρο.

Για συντομία, υπολογίζω τη δύναμη που δέχεται το φορτίο που βρίσκεται στην κορυφή Α, από τα φορτία που βρίσκονται στις κορυφές Β, Γ του τριγώνου.



$$\left. \begin{aligned} F_B &= k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot q}{a^2} = k_{\eta\lambda} \frac{q^2}{a^2} \\ F_C &= k_{\eta\lambda} \frac{q \cdot q}{a^2} = k_{\eta\lambda} \frac{q^2}{a^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Sigma F = \sqrt{F_B^2 + F_C^2 + 2F_B \cdot F_C \cdot \cos 60^\circ} =$$

$$\sqrt{k_{\eta\lambda}^2 \left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2 + k_{\eta\lambda}^2 \left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2 + 2k_{\eta\lambda} \frac{q^2}{a^2} k_{\eta\lambda} \frac{q^2}{a^2} \frac{1}{2}} = \sqrt{3k_{\eta\lambda}^2 \left(\frac{q^2}{a^2}\right)^2} =$$

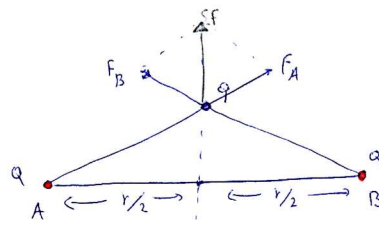
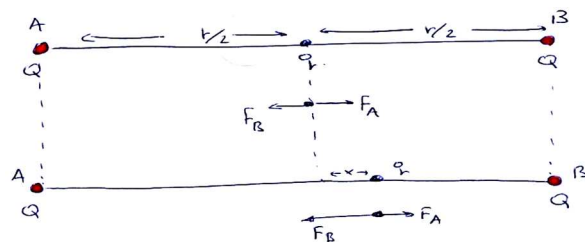
$$\sqrt{3} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{\frac{2}{100} \cdot \frac{2}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{4} q^2 10^{13} = \frac{9\sqrt{3}}{4} \frac{4}{10^{12}} \frac{1}{10^{12}} 10^{13} = \frac{36\sqrt{3}}{10^{11}} N$$

Άσκηση 8, σελίδα 218

$$\left. \begin{aligned} q &= -1 \text{ C} \\ q_e &= -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \end{aligned} \right\} q = n \cdot q_e \Leftrightarrow n = \frac{q}{q_e} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} = \frac{10^{19}}{1,6} = \frac{10 \cdot 10^{18}}{1,6} =$$

$$\frac{5}{0,8} 10^{18} = 6,25 \cdot 10^{18} = 625 \cdot 10^{15}$$

Άσκηση 9, σελίδα 218



$$\left. \begin{aligned} F_A &= k_{\text{HA}} \frac{Q \cdot q}{\left(\frac{r}{2} + x\right)^2} \\ F_B &= k_{\text{HA}} \frac{Q \cdot q}{\left(\frac{r}{2} - x\right)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Sigma F = F_B - F_A = k_{\text{HA}} \cdot Q \cdot q \left[\frac{1}{\left(\frac{r}{2} - x\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{r}{2} + x\right)^2} \right]$$

Ασταθής ισορροπία.

Άσκηση 10, σελίδα 218

Πρέπει η συνισταμένη Σ των δυνάμεων F_1, F_3 να είναι αντίθετη από την F_2

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2} \\ F_3 = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2} \end{array} \right\} \Sigma = F_{1,3} = \sqrt{\left(k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}\right)^2 + \left(k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}\right)^2} = \sqrt{2 \left(k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}\right)^2} = \sqrt{2} \cdot k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{a^2}$$

$$\text{Είναι } F_2 = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot Q}{(\alpha \sqrt{2})^2} = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot Q}{2 \cdot \alpha^2}$$

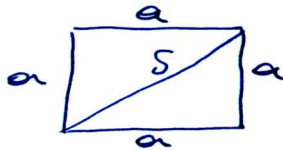
$$\text{Άρα, } \Sigma = F_2 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{2} \cdot k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot q}{\cancel{\alpha^2}} = k_{\text{ΗΛ}} \frac{Q \cdot Q}{2 \cdot \cancel{\alpha^2}} \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{2} \cdot q = \frac{Q}{2} \Leftrightarrow$$

$$2\sqrt{2} = \frac{Q}{q}$$

Παρατήρηση



$$\begin{aligned} \sigma^2 &= a^2 + a^2 = 2a^2 \\ \sigma &= a\sqrt{2} \end{aligned}$$

Κεφάλαιο 10 Ηλεκτρικό ρεύμα**Άσκηση 1, σελίδα 260**

$$I = \frac{q}{t} = \frac{10}{5} = 2 \text{ C}$$

Άσκηση 2, σελίδα 260

Είναι $I = 5 \text{ mA} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

$$t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$$

$$I = \frac{q}{t} \Leftrightarrow q = I \cdot t = \frac{5}{1.000} 120 = \frac{600}{1000} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ C}$$

Άσκηση 3, σελίδα 260

Είναι $t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$

$$I = \frac{V}{R} \Leftrightarrow V = I \cdot R = \frac{q}{t} \cdot R = \frac{600}{120} \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20 \text{ V}$$

Άσκηση 4, σελίδα 260

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{220}{10} = 22 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{V_2}{R_2} \Leftrightarrow R_2 = \frac{V_2}{I_1} = \frac{44}{22} = 2 \Omega$$

Άσκηση 5, σελίδα 260

$$\text{Είναι } R = 5 \text{ cm} = \frac{5}{100} \text{ m} = \frac{50}{1.000} \text{ m}$$

$$r = 2 \text{ mm} = \frac{2}{1.000} \text{ m}$$

$$C = \frac{R \cdot r}{k_{\text{HA}} (R - r)} = \frac{\frac{50}{1000} \cdot \frac{2}{1000}}{9 \cdot 10^9 \cdot \frac{48}{1000}} = \frac{1}{9 \cdot 48 \cdot 10^{10}} \text{ F}$$

$$C = \frac{q}{V} \Leftrightarrow$$

$$q = C \cdot V = C \cdot 50 = \frac{1}{9 \cdot 48 \cdot 10^{10}} \cdot 50 = \frac{5}{9 \cdot 48 \cdot 10^9} = \frac{1}{18 \cdot 48 \cdot 10^8} \text{ C}$$

Άσκηση 6, σελίδα 260

Είναι $R = 6.400 \text{ km} = 6.400.000 \text{ m}$

$$C = \frac{R}{k_{\text{HA}}} = \frac{6.400.000}{9 \cdot 10^9} = \frac{64}{9 \cdot 10^4} \text{ F}$$

Άσκηση 7, σελίδα 260

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 \Leftrightarrow$$

$$1.0000 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot 200 \cdot 200 \Leftrightarrow$$

$$1 = 20 \cdot C \Leftrightarrow$$

$$C = \frac{1}{20} F$$

Άσκηση 8, σελίδα 260

Για τους κατά σειρά συνδεδεμένους πυκνωτές είναι

$$\frac{1}{C_{\text{ολ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_2}{C_1 \cdot C_2} + \frac{C_1}{C_1 \cdot C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}$$

$$\text{Άρα, } C_{\text{ολ}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1 \cdot 3}{1+3} = \frac{3}{4} F$$

$$C_{\text{ολ}} = \frac{q_{\text{ολ}}}{V} \Leftrightarrow$$

$$q_{\text{ολ}} = q_1 = q_2 = C_{\text{ολ}} \cdot V = \frac{3}{4} \cdot 220 = \frac{3}{2} \cdot 110 = 3 \cdot 55 = 165 C$$

$$C_1 = \frac{q}{V_1} \Leftrightarrow V_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{165}{1} = 165 V$$

$$C_2 = \frac{q}{V_2} \Leftrightarrow V_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{165}{3} = 55 V$$

Παρατήρηση

$$V_1 + V_2 = 165 + 55 = 220 V$$

2^ο ερώτημα

$$\left. \begin{aligned} C_1 = \frac{q_1}{V} \Leftrightarrow q_1 &= C_1 \cdot V = 1 \cdot V \\ C_2 = \frac{q_2}{V} \Leftrightarrow q_2 &= C_2 \cdot V = 3 \cdot V \end{aligned} \right\} q_1 + q_2 = 4 \cdot V \Leftrightarrow 2 \cdot 165 = 4 \cdot V \Leftrightarrow 165 = 2 \cdot V \Leftrightarrow V = \frac{165}{2} V$$

Άσκηση 9, σελίδα 260

$$C = 300 pF = 300 \cdot 10^{-12} F$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 10^{-12} \cdot 20 \cdot 20 = 6 \cdot 10^{-8} J$$

Άσκηση 10, σελίδα 261

Για τις κατά σειρά συνδεδεμένες αντιστάσεις είναι

$$R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 + r = 15 + 25 + 0,3 = 40,3 \Omega$$

$$\text{Άρα, } I = \frac{E}{R_{\text{ολ}}} = \frac{220}{40,3} A$$

Από τον 2^ο κανόνα του Kirchhoff, είναι

$$\left. \begin{aligned} 220 &= I \cdot R_2 + \underbrace{I \cdot R_1 + I \cdot r}_{V_{\text{ΑΓ}}} \\ V_{\text{ΑΓ}} &= I \cdot (R_1 + r) \end{aligned} \right\} 220 = V_{\text{ΑΓ}} + I \cdot R_2 \Leftrightarrow V_{\text{ΑΓ}} = 220 - I \cdot R_2 = 220 - \frac{220}{40,3} \cdot 25$$

Άσκηση 11, σελίδα 261

Από τον 2^ο νόμο του Kirchhoff, είναι $E = I \cdot R \Leftrightarrow I = \frac{E}{R} = 3 \text{ A}$

Επειδή $V_{\Gamma} - V_{\Delta} = 0$ και $V_{\Gamma} = 0 \text{ V}$ έπεται ότι $V_{\Delta} = 0 \text{ V}$

Επειδή $V_B - V_{\Gamma} = I \cdot R \Leftrightarrow V_B - 0 = I \cdot R \Leftrightarrow V_B = I \cdot R = 12 \text{ V}$

Επειδή $V_A - V_B = 0 \Leftrightarrow V_A = V_B = 12 \text{ V}$

Άσκηση 12, σελίδα 261

Από τον 1^ο νόμο του Kirchhoff, είναι $I = I_1 + I_2$ (1)

Από τον 2^ο νόμο του Kirchhoff, είναι $E = I_1 \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot r$ (2)

και $-E = -I \cdot R_2 - I \cdot r - I_2 \cdot R_3$ (3)

Από (2)+(3) προκύπτει ότι $0 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_3 \Leftrightarrow$

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_3 \Leftrightarrow$$

$I_1 = 3I_2$ διότι οι αντιστάσεις R_1, R_3 είναι

παράλληλα συνδεδεμένες.

Από (1) είναι $I = I_1 + I_2 = 3I_2 + I_2 = 4I_2$

Από (2) είναι $E = I_1 \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot r =$

$3I_2 \cdot R_1 + 4I_2 \cdot R_2 + 4I_2 \cdot r$ και με αντικατάσταση είναι

$$E = 3I_2 \cdot 1 + 4I_2 \cdot 1,6 + 4I_2 \cdot 0,4 = 11I_2$$

$$\text{άρα } I_2 = \frac{E}{11} = \frac{10}{11} \text{ A}$$

$$\text{οπότε } I_1 = 3I_2 = \frac{30}{11} \text{ A και } I = 4I_2 = \frac{40}{11} \text{ A}$$

Άσκηση 13, σελίδα 261

(α) $R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 = 10 + 20 = 30 \Omega$

(β) $V_1 = I \cdot R_1 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ V}$

$$V_2 = I \cdot R_2 = 5 \cdot 20 = 100 \text{ V}$$

(γ) $I = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} \Leftrightarrow V = I \cdot R_{\text{ολ}} = 5 \cdot 30 = 150 \text{ V}$

Παρατήρηση

Ισχύει ότι $V_1 + V_2 = V$

Άσκηση 14, σελίδα 261

Για τις παράλληλα συνδεδεμένες αντιστάσεις R_1, R_2 είναι

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{16} = \frac{16}{160} + \frac{10}{160} = \frac{26}{160} = \frac{13}{80}$$

$$\text{Άρα, } R_{1,2} = \frac{80}{13} \Omega$$

$$(α) R_{\text{ολ}} = R_{1,2} + R_3 + R_4 = \frac{80}{13} + 8 + 4 = \frac{80}{13} + 12 \Omega$$

$$(\beta) V = I \cdot R_{\text{ολ}} = 10 \left(\frac{80}{13} + 12 \right) = \left(\frac{800}{13} + 120 \right) V$$

$$(\gamma) V_3 = I \cdot R_3 = 10 \cdot 8 = 80 V$$

$$V_4 = I \cdot R_4 = 10 \cdot 4 = 40 V$$

$$V_1 = V_2 = V - V_3 - V_4 = \left(\frac{800}{13} + 120 \right) - 80 - 40 = \frac{800}{13} V$$

$$(\delta) I_3 = I_4 = I = 10 A$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{\frac{800}{13}}{10} = \frac{800}{130} = \frac{80}{13} A$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{\frac{800}{13}}{16} = \frac{800}{13 \cdot 16} = \frac{100}{13 \cdot 2} = \frac{50}{13} A$$

Παρατήρηση

$$I_1 + I_2 = \frac{130}{13} = 10 A$$

Άσκηση 15, σελίδα 261

Για τους παράλληλα συνδεδεμένους πυκνωτές είναι

$$C_{\text{ολ}} = C_1 + C_2 = 1 + 2 = 3 F$$

$$U = \frac{1}{2} C_{\text{ολ}} V^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 200 \cdot 200 = 6 \cdot 10^4 J$$

Άσκηση 16, σελίδα 261

Για τη συνδεσμολογία του σχήματος 6, είναι $\frac{1}{C_{1,2}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$$\text{Άρα, } C_{1,2} = \frac{2}{3} F$$

$$\text{Συνεπώς, } C_{1,2,3} = C_{1,2} + C_3 = \frac{2}{3} + 3 = \frac{11}{3} F$$

Για τη συνδεσμολογία του σχήματος 7, είναι $C_{1,2} = C_1 + C_2 = 1 + 2 = 3 F$

$$\text{Άρα, } \frac{1}{C_{1,2,3}} = \frac{1}{C_{1,2}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Συνεπώς, } C_{1,2,3} = \frac{3}{2} F$$

Άσκηση 17, σελίδα 261

$$r_{\text{ολ}} = r_1 + r_2 + r_3 = 0,1 + 0,2 + 0,3 = 0,6 \Omega,$$

$$R_{\text{ολ}} = r_{\text{ολ}} + R = 0,6 + 5 = 5,6 \Omega$$

$$E_{\text{ολ}} = E_1 + E_2 + E_3 = 10 + 20 + 30 = 60 V$$

$$I = \frac{E_{\text{ολ}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{60}{5,6} = \frac{30}{2,8} = \frac{15}{1,4} A$$

Άσκηση 18, σελίδα 262

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{1}{2} \text{ kg} \\ \Delta\theta = 80^\circ \text{ C} \\ c = 4.200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \times \text{K}} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta = \frac{1}{2} 4.200 \cdot 80 = 4.200 \cdot 40 \text{ J}$$

$$\left. \begin{array}{l} W = P \cdot t = \frac{U^2}{R} t = \frac{220 \cdot 220}{R} 60 \\ Q = 4.200 \cdot 40 \\ W = Q \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{22 \cancel{\cancel{0}} \cdot 22 \cancel{\cancel{0}}}{R} 6 \cancel{\cancel{0}} = 4.2 \cancel{\cancel{0}} \cdot 4 \cancel{\cancel{0}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{22 \cdot 22 \cdot 6}{R} = 42 \cdot 4 \Leftrightarrow$$

$$\frac{22 \cdot 22}{R} = 7 \cdot 4 \Leftrightarrow$$

$$\frac{11 \cdot 11}{R} = 7 \Leftrightarrow$$

$$R = \frac{121}{7} = 17 \frac{2}{7} \Omega$$

Άσκηση 19, σελίδα 262

Είναι $W = 2 \text{ kWh} = 2.000 \text{ Wh}$

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{22 \cancel{\cancel{0}} \cdot 22 \cancel{\cancel{0}}}{4 \cancel{\cancel{0}} \cancel{\cancel{0}}} = \frac{22 \cdot 22}{4} = 11 \cdot 11 = 121 \text{ W}$$

$$P = \frac{W}{t} \Leftrightarrow t = \frac{W}{P} = \frac{2.000}{121} \text{ h}$$

Άσκηση 20, σελίδα 262

Είναι $P = 5 \text{ kW} = 5.000 \text{ W}$

$$P = I \cdot V \Leftrightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{5.00 \cancel{\cancel{0}}}{22 \cancel{\cancel{0}}} = \frac{250}{11} \text{ A}$$

Η ασφάλεια που θα χρησιμοποιηθεί, πρέπει να είναι για τιμή ρεύματος μεγαλύτερη ή τουλάχιστον ίση με την ανωτέρω τιμή του ρεύματος που διαρρέει τη συσκευή.

Άσκηση 21, σελίδα 262

Είναι $C = 5 \mu\text{F} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

$$C = \frac{Q}{U} \Leftrightarrow Q = C \cdot U = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 220 = 11 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^{-6} \cdot 220 \cdot 220 = 0,121 \text{ J}$$

Άσκηση 22, σελίδα 262

$$(α) \quad P = \frac{V^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{100 \cdot 100}{40} = 250 \, \Omega$$

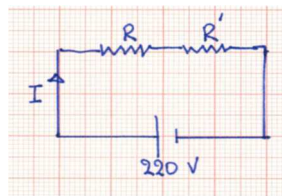
$$W = P \cdot t = 40 \cdot 3600 = 4 \cdot 36 \cdot 10^3 \, J$$

$$(β) \quad R_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = R + R' = 250 + R'$$

$$I = \frac{P}{V} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} \, A,$$

$$I = \frac{V'}{R_{\text{ΟΛΙΚΟ}}} = \frac{V'}{250 + R'} \quad \text{και αντικαθιστώντας}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{220}{250 + R'} \Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{110}{250 + R'} \Leftrightarrow 550 = 250 + R' \Leftrightarrow R' = 300 \, \Omega$$

**Άσκηση 23, σελίδα 262**

$$R_{\text{ΟΛ}} = R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 2 + 3 = 6 \, \Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{\text{ΟΛ}}} = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} \, A$$

$$(α) \quad P = \frac{V^2}{R} = \frac{100 \cdot 100}{6} = \frac{50 \cdot 100}{3} = \frac{5}{3} \cdot 10^3 \, W$$

$$\begin{cases} P_1 = I^2 \cdot R_1 = \frac{50}{3} \cdot \frac{50}{3} \cdot 1 = \frac{2.500}{9} \, W \\ P_2 = I^2 \cdot R_2 = \frac{50}{3} \cdot \frac{50}{3} \cdot 2 = 2 \cdot \frac{2.500}{9} \, W \\ P_3 = I^2 \cdot R_3 = \frac{50}{3} \cdot \frac{50}{3} \cdot 3 = 3 \cdot \frac{2.500}{9} \, W \end{cases}$$

$$P_{\text{ΟΛ}} = P_1 + P_2 + P_3 = 6 \cdot \frac{2.500}{9} = 2 \cdot \frac{2.500}{3} = \frac{5.000}{3} \, W$$

$$(β) \quad \begin{cases} W_1 = P_1 \cdot 60 = \frac{2.500}{9} \cdot 60 = \frac{50.000}{3} \, J \\ W_2 = P_2 \cdot 60 = 2 \cdot \frac{2.500}{9} \cdot 60 = \frac{10^5}{3} \, J \\ W_3 = P_3 \cdot 60 = 3 \cdot \frac{2.500}{9} \cdot 60 = 20 \cdot 2500 = 50.000 \, J \end{cases}$$

Κεφάλαιο 11 Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

Άσκηση 1, σελίδα 283

$$\text{Είναι } n = 200 \frac{\text{σπείρες}}{\text{cm}} = 200 \frac{\text{σπείρες}}{\frac{1}{100} \text{ m}} = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{σπείρες}}{\text{m}}$$

$$\text{Είναι } B_0 = k_\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot I \cdot n = 10^{-7} \cdot 4 \cdot \pi \cdot I \cdot 2 \cdot 10^4 \Leftrightarrow$$

$$25 \cdot 10^{-3} = 10^{-3} \cdot 8 \cdot \pi \cdot I \Leftrightarrow$$

$$25 = 8 \cdot \pi \cdot I \Leftrightarrow$$

$$I = \frac{25}{8 \pi} \text{ A}$$

$$\text{Είναι } B = \mu_r B_0 = 3.000 \frac{25}{8 \cdot \pi} = 1.500 \frac{25}{4 \cdot \pi} = \frac{15 \cdot 25 \cdot 25}{\pi} \text{ T}$$

Άσκηση 2, σελίδα 283

$$\left. \begin{array}{l} \ell = 50 \text{ cm} = \frac{50}{100} \text{ m} = 0,5 \text{ m} \\ N = 500 \text{ σπείρες} \end{array} \right\} n = \frac{500 \text{ σπείρες}}{0,5 \text{ m}} = 1.000 \frac{\text{σπείρες}}{\text{m}}$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{24}{2} = 12 \text{ A}$$

$$B = k_\mu \cdot 4 \cdot \pi \cdot I \cdot n = 10^{-7} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 1.000 = 48 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

Άσκηση 3, σελίδα 283

$$\text{Είναι } r = 4 \text{ cm} = \frac{4}{100} \text{ m}$$

Η μαγνητική επαγωγή (ένταση) B_A του μαγνητικού πεδίου στο σημείο A, είναι η συνισταμένη των μαγνητικών επαγωγών (εντάσεων) των μαγνητικών πεδίων, που δημιουργούνται στο σημείο A, από κάθε ένα από τα N σύρματα.

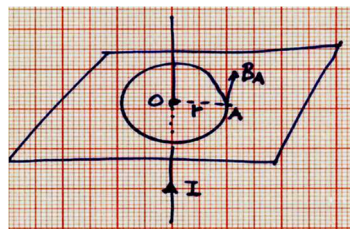
$$B_A = N \cdot B_0 =$$

$$20 \cdot B_0 =$$

$$20 \cdot k_\mu \frac{2I}{r} =$$

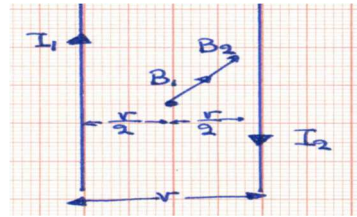
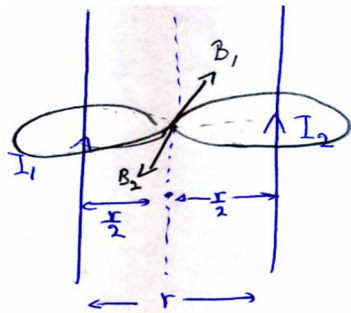
$$20 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2 \cdot 10}{\frac{4}{100}} =$$

$$2 \cdot 10^{-5} \frac{2 \cdot 100}{4} = \frac{1}{1.000} \text{ T}$$



Άσκηση 4, σελίδα 283

$$\text{Είναι } r = 1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ cm}$$



Είναι $\left\{ \begin{array}{l} B_1 = k_\mu \frac{2I_1}{\left(\frac{r}{2}\right)} \\ B_2 = k_\mu \frac{2I_2}{\left(\frac{r}{2}\right)} \end{array} \right\} \Rightarrow B_{O\Lambda} = B_2 - B_1 =$

$$k_\mu \frac{2I_2}{\left(\frac{r}{2}\right)} - k_\mu \frac{2I_1}{\left(\frac{r}{2}\right)} =$$

$$k_\mu \frac{4}{r} I_2 - k_\mu \frac{4}{r} I_1 =$$

$$k_\mu \frac{4}{r} (I_2 - I_1) =$$

$$10^{-7} \frac{4}{1} 2 = 10^{-7} \cdot 800 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Είναι $B_{O\Lambda} = B_1 + B_2 =$

$$k_\mu \frac{2I_1}{\left(\frac{r}{2}\right)} + k_\mu \frac{2I_2}{\left(\frac{r}{2}\right)} =$$

$$k_\mu \frac{4}{r} (I_1 + I_2) =$$

$$10^{-7} \frac{4}{1} 14 = 10^{-5} \cdot 64 \text{ T}$$

Άσκηση 5, σελίδα 283

Είναι $a = 20 \text{ cm} = \frac{1}{5} \text{ m}$ και

$$S = a^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \text{ m}^2 = \frac{1}{25} \text{ m}^2 = \frac{4}{100} \text{ m}^2$$

(α) Όταν $\hat{\varphi} = 0^\circ$ τότε $\Phi = B \cdot S \cdot \cos 0^\circ = 2 \frac{4}{100} 1 = \frac{8}{100} \text{ Wb}$

(β) Όταν $\hat{\varphi} = 30^\circ$ τότε $\Phi = B \cdot S \cdot \cos 30^\circ = 2 \frac{4}{100} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{25} \text{ Wb}$

$$(\gamma) \text{ Όταν } \hat{\phi} = 90^\circ \text{ τότε } \Phi = B \cdot S \cdot \cos 90^\circ = 2 \frac{4}{100} 0 = 0 \text{ Wb}$$

$$(\delta) \text{ Όταν } \hat{\phi} = 180^\circ \text{ τότε } \Phi = B \cdot S \cdot \cos 180^\circ = 2 \frac{4}{100} (-1) = \frac{-8}{100} \text{ Wb}$$

Άσκηση 6, σελίδα 283

$$\text{Είναι } \ell = 20 \text{ cm} = \frac{1}{5} \text{ m}$$

Αφού η ταχύτητα μετατόπισης του σύρματος είναι σταθερή, αυτό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$\text{Η απόσταση που διανύει, υπολογίζεται ως εξής } u = \frac{s}{t} \Leftrightarrow s = u \cdot t = 1 \frac{m}{s} 1 s = 1 \text{ m}$$

$$\text{Το μέτρο της δύναμης Laplace είναι } F = B \cdot I \cdot \ell = \frac{1}{2} 2 \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \text{ N}$$

$$\text{Η δύναμη Laplace είναι σταθερή κατά μέτρο και το έργο που παράγει είναι } W = F \cdot s = \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{1}{5} \text{ J}$$

Άσκηση 7, σελίδα 283

$$\text{Είναι } r = 10 \text{ cm} = \frac{10}{100} \text{ m}, \quad r_1 = \frac{3}{100} \text{ m}$$

$$(\alpha) F_1 = B_1 \cdot I_3 \cdot \ell =$$

$$B_1 \cdot 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m} =$$

$$k_\mu \frac{2I_1}{r_1} 1 =$$

$$10^{-7} \frac{2 \cdot 8}{\left(\frac{3}{100}\right)} = 10^{-7} \frac{16}{3} 100 = \frac{16}{3} 10^{-5} \text{ N}$$

$$(\beta) F_2 = B_2 \cdot I_3 \cdot \ell =$$

$$B_2 \cdot 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m} =$$

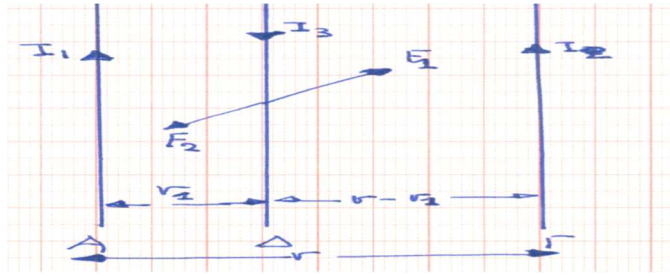
$$k_\mu \frac{2I_2}{r - r_1} 1 =$$

$$10^{-7} \frac{2 \cdot 2}{\left(\frac{7}{100}\right)} = \frac{4}{7} 10^{-5} \text{ N}$$

$$(\gamma) \Sigma F = F_1 - F_2 =$$

$$\frac{16}{3} 10^{-5} - \frac{4}{7} 10^{-5} =$$

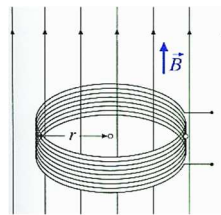
$$\left(\frac{16}{3} - \frac{4}{7}\right) 10^{-5} = \frac{100}{21} 10^{-5} = \frac{10^{-3}}{21} \text{ N}$$



Άσκηση 10, σελίδα 284

Είναι $r = 30 \text{ cm} = \frac{3}{10} \text{ m}$

Η αρχική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{\text{APX}} = B \cdot S$



(α) Η τελική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{\text{TEΛ}} = 2B \cdot S$

Για τη μεταβολή της μαγνητικής ροής, είναι

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_{\text{TEΛ}} - \Phi_{\text{APX}}| = |2B \cdot S - B \cdot S| = B \cdot S$$

Άρα, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή είναι

$$E_{\text{ΕΠ}} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} N = \frac{B \cdot S}{\Delta t} N = \frac{1 \cdot \pi \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10}}{1} 2000 = 18 \cdot \pi \text{ V}$$

(β) Η τελική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{\text{TEΛ}} = 0$

Για τη μεταβολή της μαγνητικής ροής, είναι $|\Delta\Phi| = |\Phi_{\text{TEΛ}} - \Phi_{\text{APX}}| = |0 - B \cdot S| = B \cdot S$

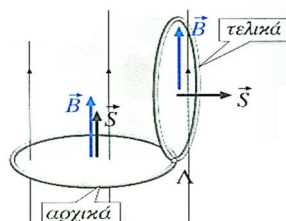
Άρα, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή είναι

$$E_{\text{ΕΠ}} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} N = 2000 \frac{1 \cdot \pi \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10}}{1} = 18 \cdot \pi \text{ V}$$

(γ) Για τη στροφή κατά 90° η τελική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{\text{TEΛ}} = 0$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι $|\Delta\Phi| = |\Phi_{\text{TEΛ}} - \Phi_{\text{APX}}| = |0 - B \cdot S| = B \cdot S$

Άρα, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή είναι $E_{\text{ΕΠ}} = 18 \cdot \pi \text{ V}$

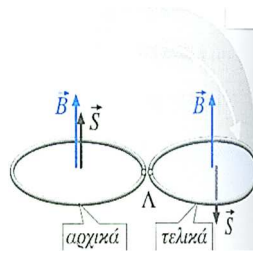


Για τη στροφή κατά 180° η τελική μαγνητική ροή είναι $\Phi_{\text{TEΛ}} = -B \cdot S$

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι

$$|\Delta\Phi| = |\Phi_{\text{TEΛ}} - \Phi_{\text{APX}}| = |-B \cdot S - B \cdot S| = 2B \cdot S$$

Άρα, η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή είναι $E_{\text{ΕΠ}} = 36 \cdot \pi \text{ V}$

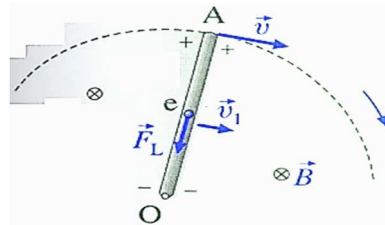


Άσκηση 11, σελίδα 284

Για τη μαγνητική ροή ισχύει ότι $\Phi = BS = B\pi\ell^2$

Για την τάση που αναπτύσσεται από επαγωγή, είναι

$$E_{\text{ΕΠ}} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{B\pi\ell^2}{T} = \frac{B\pi\ell^2}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{1}{2}B\omega\ell^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30 \cdot 1 = 15 \text{ V}$$



Άσκηση 12, σελίδες 284

$$\left. \begin{array}{l} \ell = 2 \text{ m} \\ N = 1.000 \text{ σπείρες} \end{array} \right\} n = \frac{1.000}{2} = 500 \frac{\text{σπείρες}}{\text{m}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r = 2 \text{ cm} = \frac{2}{100} \text{ m} \\ s = \pi r^2 = \pi \cdot \frac{2}{100} \cdot \frac{2}{100} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \end{array} \right.$$

$$B = k_{\mu} \cdot 4 \cdot \pi \cdot I \cdot n = 10^{-7} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 500 = 10^{-7} \cdot \pi \cdot 10.000 = 10^{-3} \cdot \pi \text{ T}$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{ΟΛ}} &= N \cdot \Phi = 1.000 \cdot \Phi = 1.000 \cdot B \cdot s = 1.000 \cdot B \cdot (4 \cdot \pi \cdot 10^{-4}) \\ &= 4 \cdot \pi \cdot B \cdot 10^{-1} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 10^{-1} = 4 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb} \end{aligned}$$

Κεφάλαιο 12 Εναλλασσόμενα ρεύματα

Άσκηση 1, σελίδα 311

Η στιγμιαία τιμή του ημιτονοειδούς εναλλασσόμενου ρεύματος είναι $I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

(α) πλάτος $I_0 = 8\sqrt{2} \text{ A}$

(β) ενεργός τιμή $I_{EN} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 8 \text{ A}$

(γ) κυκλική συχνότητα $\omega = 628 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

(δ) συχνότητα $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{628}{2\pi} = \frac{314}{\pi} = \frac{314}{3,14} = 100 \text{ Hz}$

(ε) περίοδος $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} \text{ s}$

Άσκηση 2, σελίδα 311

Σύμφωνα με τον ορισμό του I_{EN} , η θερμότητα που παράγεται σε χρόνο μίας περιόδου T , ισούται με τη θερμότητα που παράγεται στον ίδιο χρόνο από συνεχές ρεύμα I_{EN} , όταν αυτά διαρρέουν την ίδια αντίσταση R

Για το συνεχές ρεύμα, είναι $Q = I_{EN}^2 \cdot R \cdot T$

Για το εναλλασσόμενο ρεύμα, σύμφωνα με τη γραφική παράσταση, είναι

$$Q' = \underbrace{I_0^2 \cdot R \cdot T}_{\text{Απο } 0^{\circ} \text{ έως } \frac{T}{4}} + \underbrace{0^2 \cdot R \cdot T}_{\text{Απο } \frac{T}{4} \text{ έως } \frac{T}{2}} + \underbrace{\left(\frac{I_0}{2}\right)^2 \cdot R \cdot T}_{\text{Απο } \frac{T}{2} \text{ έως } \frac{3T}{4}} + \underbrace{0^2 \cdot R \cdot T}_{\text{Απο } \frac{3T}{4} \text{ έως } T} =$$

$$\frac{I_0^2 \cdot R \cdot T}{4} + \frac{I_0^2 \cdot R \cdot T}{16} =$$

$$\frac{5I_0^2 \cdot R \cdot T}{16} =$$

$$\frac{5 \cdot 16 \cdot R \cdot T}{16} = 5 \cdot R \cdot T$$

Από $Q = Q' \Leftrightarrow I_{EN}^2 \cdot \cancel{R} \cdot \cancel{T} = 5 \cdot \cancel{R} \cdot \cancel{T} \Leftrightarrow I_{EN}^2 = 5 \Leftrightarrow I_{EN} = \sqrt{5} \text{ A}$

Άσκηση 3, σελίδα 311

(α) Είναι $I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

Αν $t_0 = 0 \text{ s}$ τότε $I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) = I_0 \cdot \sin \varphi = 0$

Άρα, $\sin \varphi = 0 \Leftrightarrow \hat{\varphi} = 0^0$ συνεπώς, $I = I_0 \cdot \sin(\omega t)$

Αν $t_1 = 0,01 \text{ s}$ τότε $I_0 \cdot \sin(\omega t) = I_{EN} \Leftrightarrow$

$$I_0 \cdot \sin(\omega t) = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

$$\sin(\omega t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$

$$\sin(\omega t) = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow$$

$$\omega t = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\omega}{100} = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow$$

$$\omega = 25\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Άρα, $I = I_0 \cdot \sin(25\pi t)$

Είναι $\omega = 2\pi f \Leftrightarrow 25\pi = 2\pi f \Leftrightarrow f = \frac{25}{2} \text{ Hz}$

(β) Αν $t_2 = \frac{1}{300} \text{ s}$ τότε $8 = I_0 \cdot \sin\left(\frac{25\pi}{300}\right) \Leftrightarrow$

$$8 = I_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \Leftrightarrow$$

$$I_0 = \frac{8}{\sin \frac{\pi}{12}} = \frac{8}{\sin 15^\circ} \text{ A}$$

Άσκηση 4, σελίδα 311

(α) $V_{EN} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow V_0 = V_{EN} \sqrt{2} = 120\sqrt{2} \text{ V}$

(β) $I_{EN} = \frac{V_{EN}}{R} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$

(γ) $I_{EN} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow I_0 = I_{EN} \sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ A}$

2^{ος} τρόπος

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{120\sqrt{2}}{20} = 6\sqrt{2} \text{ A}$$

Άσκηση 5, σελίδα 311

(α) $\begin{cases} V = 40 \cdot \sin(80t) \\ V = V_0 \cdot \sin(\omega t) \end{cases} \Rightarrow V_0 = 40 \text{ V}$

$$V_{EN} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 20}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2} \text{ V}$$

(β) $\omega = 80 \Leftrightarrow 2\pi f = 80 \Leftrightarrow \pi f = 40 \Leftrightarrow f = \frac{40}{\pi} \text{ Hz}$

(γ) $I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{40}{4} = 10 \text{ A}$

$$I_{EN} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 5}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ A}$$

(δ) $Q = I_{EN}^2 \cdot R \cdot t = (5\sqrt{2})^2 \cdot 4 \cdot 60 = 12.000 \text{ J} = 12 \text{ KJ}$

Άσκηση 6, σελίδα 311

Σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος που περιλαμβάνει μόνο ωμική αντίσταση, η τάση και το ρεύμα είναι συμφασικά.

$$\text{Άρα, } I = I_0 \cdot \sin(\omega t) \text{ και } V = V_0 \cdot \sin(\omega t)$$

Η στιγμιαία ισχύς που δαπανάται στην αντίσταση, τη χρονική στιγμή t , είναι

$$P_{\Sigma} = I \cdot V =$$

$$I_0 \cdot \sin(\omega t) \cdot V_0 \cdot \sin(\omega t) =$$

$$I_0 \cdot V_0 \cdot [\sin(\omega t)]^2 =$$

$$I_{EN} \cdot \sqrt{2} \cdot V_{EN} \cdot \sqrt{2} \cdot [\sin(2\pi \cdot f \cdot t)]^2 =$$

$$I_{EN} \cdot V_{EN} \cdot 2 \cdot \sin^2\left(2\pi \cdot 50 \cdot \frac{1}{100}\right) =$$

$$200 \cdot 2 \cdot \sin^2 \pi = 400 \cdot \sin^2 \pi \text{ W}$$

Σχόλια

$$I_{EN} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad V_{EN} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

Για ωμικό αντιστάτη είναι $\bar{P} = I_{EN} \cdot V_{EN} \cdot \sin 0^\circ = I_{EN} \cdot V_{EN}$

Άσκηση 7, σελίδα 311

$$\left. \begin{aligned} V &= 400 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314t) \\ V &= V_0 \cdot \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_0 = 400 \cdot \sqrt{2} \text{ V}$$

$$\text{Άρα, } V_{EN} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{400 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 400 \text{ V}$$

Η ηλεκτρική συσκευή (καταναλωτής) είναι ωμική αντίσταση, άρα η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος είναι $\hat{\varphi} = 0^\circ$, οπότε η μέση ισχύς είναι

$$\bar{P} = I_{EN} \cdot V_{EN} \cdot \cos \varphi =$$

$$I_{EN} \cdot V_{EN} \cdot \cos 0^\circ =$$

$$I_{EN} \cdot V_{EN} \cdot 1 =$$

$$I_{EN} \cdot V_{EN} =$$

$$\frac{V_{EN}}{R} \cdot V_{EN} =$$

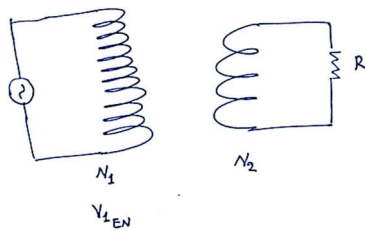
$$\frac{400 \cdot 400}{200} = 800 \text{ W}$$

Άσκηση 8, σελίδα 311

$$(\alpha) \frac{V_{1EN}}{V_{2EN}} = \frac{N_1}{N_2} \Leftrightarrow \frac{120}{V_{2EN}} = \frac{300}{100} \Leftrightarrow \frac{120}{V_{2EN}} = 3 \Leftrightarrow V_{2EN} = 40 \text{ V}$$

$$(\beta) I_{2EN} = \frac{V_{2EN}}{R} = \frac{40}{20} = 2 \text{ A}$$

$$(\gamma) P = I_{2EN}^2 \cdot R = 2^2 \cdot 20 = 80 \text{ W}$$



Άσκηση 9, σελίδα 311

Πρωτεύων πηνίο	Δευτερεύων πηνίο
$V_1 = 100 \text{ V}$	$P_2 = 900 \text{ W}$
$\alpha = 0,9$	$V_2 = 200 \text{ V}$
$I_1 = ;$	$\Delta P = ;$

$$\alpha = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow$$

$$\frac{9}{10} = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow$$

$$\frac{9}{10} = \frac{900}{P_1} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{10} = \frac{100}{P_1} \Leftrightarrow$$

$$P_1 = 1.000 \text{ W}$$

$$(\alpha) \text{ Είναι } P_1 = I_1 \cdot V_1 \Leftrightarrow I_1 = \frac{P_1}{V_1} = \frac{1.000}{100} = 10 \text{ A}$$

$$(\beta) \text{ Είναι } \Delta P = P_1 - P_2 = 1.000 - 900 = 100 \text{ W}$$

Άσκηση 10, σελίδα 312

Πρωτεύων πηνίο	Δευτερεύων πηνίο
$V_1 = 1.000 \text{ V}$	$V_2 = ;$
$I_1 = 5 \text{ A}$	$I_2 = 23 \text{ A}$
$\alpha = ;$	$\Delta P = ;$
Απώλειες 50 W	Απώλειες 150 W
Απώλειες Foucault 200 W	

Η ισχύς που προσφέρεται στο πρωτεύων πηνίο του μετασχηματιστή, είναι

$$P_1 = I_1 \cdot V_1 = 5 \cdot 1.000 = 5.000 \text{ W}$$

Οι συνολικές απώλειες ισχύος, είναι $P_{\text{ΑΠΩΛ}} = 50 + 150 + 200 = 400 \text{ W}$

Η ισχύς που αποδίδεται στο δευτερεύων πηνίο, είναι

$$P_2 = P_1 - P_{\text{ΑΠΩΛ}} = 5.000 - 400 = 4.600 \text{ W}$$

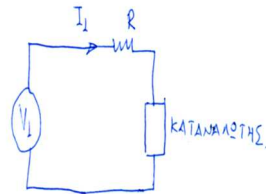
$$(\alpha) \text{ Ισχύει ότι } P_2 = I_2 \cdot V_2 \Leftrightarrow V_2 = \frac{P_2}{I_2} = \frac{4.600}{23} = 200 \text{ V}$$

$$(\beta) \text{ Άρα, } \alpha = \frac{P_2}{P_1} = \frac{4.600}{5.000} = \frac{92}{100} = 92\%$$

Άσκηση 11, σελίδα 312

$$(α) P = I_1 V_1 \Rightarrow I_1 = \frac{P}{V_1} = \frac{500 \cdot 10^6}{500 \cdot 10^3} = 1.000 \text{ A}$$

$$P = I_2 V_2 \Rightarrow I_2 = \frac{P}{V_2} = \frac{500 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^3} = \frac{5 \cdot 10^3}{2} = 2.500 \text{ A}$$



(β) Απώλεια ισχύος, είναι η ισχύς που γίνεται θερμότητα στους αγωγούς μεταφοράς. Υπολογίζεται από τον τύπο

$$P = I_1^2 R = 1.000 \cdot 1.000 \cdot 100 = 100.000.000 = 100 \text{ MW}$$

$$P = I_2^2 R = 2.500 \cdot 2.500 \cdot 100 = 625.000.000 = 625 \text{ MW}$$

Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι πως, όταν η μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται από υψηλότερη τάση, τότε μειώνονται οι απώλειες ισχύος.

Άσκηση 12, σελίδα 312

Από τον ορισμό της ενεργού τιμής του ρεύματος, είναι $Q = I_{EN_{ΟΛΙΚΟ}}^2 \cdot R \cdot T$

Η στιγμιαία τιμή του συνολικού ρεύματος που διαρρέει τον συρμάτινο αγωγό, είναι $I = I_{\Sigma} + I_0 \cdot \sin(\omega t) = 3 + 4\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$

Η στιγμιαία ισχύς που καταναλώνεται στην αντίσταση του σύρματος είναι

$$\begin{aligned} P &= I^2 R = \left[3 + 4\sqrt{2} \sin(\omega t) \right]^2 R = \\ &= \left[9 + 16 \cdot 2 \cdot \sin^2(\omega t) + 2 \cdot 3 \cdot 4\sqrt{2} \sin(\omega t) \right] R = \\ &= 9R + 32R \sin^2(\omega t) + 24 \cdot R\sqrt{2} \sin(\omega t) = \\ &= 9R + 32R \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} + 24 \cdot R\sqrt{2} \sin(\omega t) = \\ &= 9R + 16R [1 - \cos(2\omega t)] + 24 \cdot R\sqrt{2} \sin(\omega t) = \\ &= 9R + 16R - 16R \cdot \cos(2\omega t) + 24 \cdot R\sqrt{2} \sin(\omega t) = \\ &= 25R - 16R \cdot \cos(2\omega t) + 24 \cdot R\sqrt{2} \sin(\omega t) \end{aligned}$$

Σε χρόνο μίας περιόδου T καταναλώνεται στην αντίσταση R , θερμότητα

$$Q = P \cdot T = 25 \cdot R \cdot T - \underbrace{16 \cdot RT \cdot \cos(2\omega t) + 24 \cdot R \cdot T \sqrt{2} \sin(\omega t)}_*$$

* Είναι μεγέθη που μεταβάλλονται αρμονικά, άρα σε χρόνο μίας περιόδου η μέση τιμή του κάθε ενός είναι μηδέν, άρα

$$\left. \begin{aligned} Q &= 25 \cdot R \cdot T \\ Q &= I_{EN_{ΟΛΙΚΟ}}^2 \cdot R \cdot T \end{aligned} \right\} I_{EN_{ΟΛΙΚΟ}}^2 = 25 \Rightarrow I_{EN_{ΟΛΙΚΟ}} = 5 \text{ A}$$

Άσκηση 13, σελίδα 312

Είναι $P = 1 \text{ MW} = 1.000.000 \text{ W}$

$$I \cdot V = P \Leftrightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{1.000.\cancel{000}}{2.\cancel{000}} = 500 \text{ A}$$

$$P_{\text{ΑΠΩΛ}} = I^2 \cdot R = 500 \cdot 500 \cdot 10 = 2.500.000 = 25 \cdot 10^5 \text{ W}$$

$$(\beta) \alpha = \frac{P_{\text{ΟΦΕΛ}}}{P_{\text{ΔΑΠ}}} = \frac{1.000.000 - 250.000}{1.000.000} = \frac{750.\cancel{000}}{1.000.\cancel{000}} = \frac{75\cancel{0}}{100\cancel{0}} = \frac{75}{100} = 75\%$$

Άσκηση 14, σελίδα 312

Κύκλωμα υψηλής τάσης	Κύκλωμα χαμηλής τάσης
$V_1 = 1.000 \text{ V}$	$V_2 = 220 \text{ V}$
$P_1 = 60 \text{ kW} = 60.000 \text{ W}$	$I_2 = ;$
$\alpha = 98\%$	
$I_1 = ;$	

$$P_1 = I_1 \cdot V_1 \Leftrightarrow I_1 = \frac{P_1}{V_1} = \frac{60.\cancel{000}}{1.\cancel{000}} = 60 \text{ A}$$

$$a = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{98}{100} = \frac{P_2}{60.000} \Leftrightarrow P_2 = 98 \cdot 600 = 58.800 \text{ W}$$

$$P_2 = I_2 \cdot V_2 \Leftrightarrow I_2 = \frac{P_2}{V_2} = \frac{58.800}{220} = \frac{5.880}{22} = \frac{588 \cdot 5}{11} = \frac{2.940}{11} = 267 \frac{3}{11} \text{ A}$$

Άσκηση 15, σελίδα 312

Κύκλωμα υψηλής τάσης	Κύκλωμα χαμηλής τάσης
$V_1 = 10.000 \text{ V}$	$V_2 = 220 \text{ V}$
$\alpha = 0,9$	$P_2 = 90 \text{ kW} = 90.000 \text{ W}$
$N_1 = 3.000$	$N_2 = ;$
$P_1 = ;$	$I_2 = ;$
$I_1 = ;$	

$$(\alpha) \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \Leftrightarrow \frac{10.\cancel{000}}{220} = \frac{3.\cancel{000}}{N_2} \Leftrightarrow N_2 = 66$$

$$(\beta) a = \frac{P_2}{P_1} \Leftrightarrow \frac{9}{10} = \frac{90.000}{P_1} \Leftrightarrow P_1 = 100.000 \text{ W}$$

$$(\gamma) P_1 = V_1 \cdot I_1 \Leftrightarrow I_1 = \frac{P_1}{V_1} = \frac{100.\cancel{000}}{10.\cancel{000}} = 10 \text{ A}$$

$$P_2 = V_2 \cdot I_2 \Leftrightarrow I_2 = \frac{P_2}{V_2} = \frac{90.000}{220} = \frac{9.000}{22} = \frac{4.500}{11} = 409 \frac{1}{11} \text{ A}$$

Άσκηση 16, σελίδα 312

$$\left. \begin{array}{l} V = 20 \text{ V} \\ I = 5 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{20}{5} = 4 \text{ } \Omega$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{EN} = 220 \text{ V} \\ I_{EN} = 3 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow Z = \frac{V_{EN}}{I_{EN}} = \frac{220}{3} \text{ } \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{220}{3} = \sqrt{4^2 + (L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f)^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{220}{3} \cdot \frac{220}{3} = 4^2 + (L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f)^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{220 \cdot 220}{9} = 16 + (L \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50)^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{220 \cdot 220}{9} - 16 = 100^2 \cdot \pi^2 \cdot L^2 \Leftrightarrow$$

$$L^2 = \frac{\frac{220 \cdot 220}{9} - 16}{100^2 \cdot \pi^2} \Leftrightarrow$$

$$L = \sqrt{\frac{\frac{220 \cdot 220}{9} - 16}{100^2 \cdot \pi^2}} = \frac{\sqrt{\frac{220 \cdot 220}{9} - 16}}{100 \cdot \pi} \text{ H}$$

Άσκηση 17, σελίδα 312

Η ενεργός τιμή του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, είναι $I_{EN} = \frac{V_{EN}}{Z}$

Όταν $I_{EN} = \text{σταθερό}$, τότε $Z = \text{σταθερό}$

Όταν $I_{EN} = \text{μέγιστο}$, τότε $Z = \text{ελάχιστο}$

$$\text{Αρχικά, είναι } Z_1 = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \text{ και τελικά } Z_2 = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

(α) Όταν $I_{EN} = \text{σταθερό}$ τότε $Z = \text{σταθερό}$, άρα $Z_1 = Z_2$, οπότε

$$R^2 + (L\omega)^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$(L\omega)^2 = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\cancel{(L\omega)^2} = \cancel{(L\omega)^2} + \frac{1}{C^2\omega^2} - 2L\omega \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow$$

$$2\frac{L}{C} = \frac{1}{C^2\omega^2} \Leftrightarrow$$

$$2L = \frac{1}{C\omega^2} \Leftrightarrow$$

$$C = \frac{1}{2L\omega^2} = \frac{1}{2L(2\pi f)^2} = \frac{1}{8L\pi^2 f^2} = \frac{1}{8 \frac{60}{1.0000} \pi^2 60 \cdot 60} = \frac{1}{48 \cdot \pi^2 \cdot 36} F$$

2^{ος} τρόπος

$$(L\omega)^2 = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$(L\omega)^2 - \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\left[L\omega - \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right] \cdot \left[L\omega + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{C\omega} \left(2L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} C = +\infty \\ C = \frac{1}{2L\omega^2} \end{cases}$$

(β) maximize $I_{EN} \Leftrightarrow$

minimize $Z \Leftrightarrow$

$$\text{minimize } \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$\text{minimize } R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\text{minimize } \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\text{minimize } \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \Leftrightarrow$$

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow$$

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{L(2\pi f)^2} = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot 60 \cdot 60 \frac{60}{1.0000}} = \frac{1}{24 \cdot \pi^2 \cdot 36} F$$

Άσκηση 18, σελίδα 312

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{220}{5} = \frac{N_1}{10} \Leftrightarrow$$

$$5 \cdot N_1 = 220 \cdot 10 \Leftrightarrow$$

$$N_1 = 220 \cdot 2 = 440 \text{ σπείρες}$$

Άσκηση 19, σελίδα 312

$$C = \frac{1}{2} \mu F = \frac{1}{2} 10^{-6} F$$

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \Leftrightarrow L = \frac{1}{\omega \cdot \omega \cdot C} = \frac{1}{20.000 \cdot 20.000 \cdot \frac{1}{2} 10^{-6}} = \frac{1}{20 \cdot 20 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{200} H$$

$$I = \frac{U}{R} \Leftrightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{220}{10} = 22 \Omega$$

Άσκηση 20, σελίδα 312

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Leftrightarrow \frac{110}{220} = \frac{N_2}{N_1} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{N_2}{N_1}$$