

## ΘΕΩΡΙΑ (ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

Αν συμφωνείτε με τις παρακάτω σχέσεις (θεωρία) να τις γράψετε στην κολλά σας; Διαφορετικά απαντήστε με ένα όχι

### ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ ΣΩΜΑΤΟΣ (ΑΜΕΛΗΤΕΑ ΜΑΖΑ)

$s(t)$  συνάρτηση κίνηση σώματος, όπου  $t$  χρόνος

$v(t)$  συνάρτηση ταχύτητας σώματος

$a(t)$  συνάρτηση επιτάχυνσης σώματος

Μέση ταχύτητα 
$$v(t-t_0) = \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$$

Στιγμιαία ταχύτητα 
$$v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = s'(t_0) \text{ , άρα } v(t) = s'(t) = \frac{ds(t)}{dt}$$

Μέση επιτάχυνση 
$$a(t-t_0) = \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0}$$

Στιγμιαία επιτάχυνση 
$$a(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0} = v'(t_0) \text{ , άρα } a(t) = v'(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

Επομένως έχουμε 
$$a(t) = v'(t) = s''(t)$$

### ΔΙΑΦΟΡΙΚΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Διαφορικό του  $x$  
$$dx = x - x_0$$

Διαφορικό της  $f(x)$  
$$df(x) = f'(x)dx$$

Κατά προσέγγιση μεταβολή της  $f(x)$  
$$f(x + \Delta x) - f(x) \approx f'(x)dx$$

### ΜΕΓΙΣΤΑ – ΕΛΑΧΙΣΤΑ

A) ΚΡΙΤΗΡΙΟ (ΤΗΣ ΜΟΝΟΤΟΝΙΑΣ)

B) ΚΡΙΤΗΡΙΟ

1) Εύρεση ριζών της πρώτης παραγώγου ( $f'(x)=0$ , ρίζα  $x_0$ )

2) α) Αν  $f''(x_0) < 0$ , τότε τοπικό μέγιστο στο  $f(x_0)$

β) Αν  $f''(x_0) > 0$ , τότε τοπικό ελάχιστο στο  $f(x_0)$

### ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗ ΠΕΠΛΕΓΜΕΝΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

Οι μερικές παράγωγοι μας λύνουν το πρόβλημα της εύρεσης παραγώγου μιας πεπλεγμένης συνάρτησης.

Έστω συνάρτηση  $z=f(x,y)=C$  σταθερά. Τότε, το διαφορικό της, είναι μηδέν, δηλαδή

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = - \frac{\frac{\partial z}{\partial x}}{\frac{\partial z}{\partial y}} \text{ όπου } \frac{\partial z}{\partial y} \neq 0$$

ΣΥΝΕΧΙΖΕΤΑΙ



## ΟΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

$$f(x(t), y(t), \dots, \omega(t))$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \dots + \frac{\partial f}{\partial \omega} \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ (ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

1) Οι μηχανές εσωτερικής καύσης μετατρέπουν την χημική ενέργεια σε κινητική ενέργεια . Να βρεθούν τα λίτρα κατανάλωσης (χημική ενέργεια) μιας μηχανής ώστε να έχουμε την μέγιστη ισχύ (κινητική ενέργεια), αν η μηχανή

ακολουθεί το μοντέλο καύσης  $y = -\frac{x^3}{3} + \frac{21x^2}{2} - 20x + 100$  , όπου x λίτρα πετρελαίου ανά ώρα, και y ισχύς σε watt

2) Η κατανάλωση κηροζίνης σε τόνους αεροσκάφους σε συγκεκριμένη απόσταση με σταθερή ταχύτητα δίνεται

συναρτήσει του ύψους  $\chi$  μέτρα από τον τύπο  $f(x) = A - \sqrt[3]{x}$  όπου  $A > 30$  και  $900 < \chi < 1200$

Να βρεθεί **κατά προσέγγιση** η εξοικονόμηση καυσίμων που θα έχει, εάν από τα 1000 μέτρα, πετάξει στα 1100 μέτρα υψόμετρο.

**Υπόδειξη:**  $f(x + \Delta x) - f(x) \approx f'(x)dx$  ,  $\sqrt[3]{1000} = 10$  ,  
 $\sqrt[3]{1000000} = 100$