

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΑΕΝ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΕΞΑΜΗΝΟΥ  
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Π. ΧΑΛΑΛΗΣ  
8-9-14

1) Να υπολογιστεί το εμβαδό που ορίζεται από τις παρακάτω συναρτήσεις.

$$(y=x^2-9x+14, \quad y=0)$$

**Υποδειξη**  $E = \int_{\alpha}^{\beta} y dx$

2) Η ταχύτητα εμβόλου νηζελομηχανής είναι  $v(t) = -4\sin t$  όπου  $t$  χρόνος. α) Να βρεθεί η απόσταση της διαδρομής του εμβόλου από  $t=0$  έως  $t=\pi/2$ . β) Πόσο είναι το συνολικό μήκος της διαδρομής του εμβόλου από  $t=0$  έως  $t=2\pi$ ;

**Υποδειξη**  $S(t) = \int_{\alpha}^{\beta} v(t) dt$  (Όπου  $\alpha$  και  $\beta$  χρόνος)

3) Η επιφάνεια που ορίζεται από τις συναρτήσεις ( $y^2=5x$  και  $x=4$ ) περιστρέφεται γύρω από τον άξονα  $x$ . Να υπολογιστεί ο όγκος της δεξαμενής που δημιουργείται.

**Υποδειξη**  $V = \pi \int_{\alpha}^{\beta} y^2 dx$

4) Οι ισοδυναμικές καμπύλες ενός ρευστού δίνονται από τον τύπο  $x^2 - y^2 = c^2$ . Να βρεθούν οι ρευματικές γραμμές της ροής του ρευστού.

**Υποδειξη** (Ορθογώνιες τροχιές)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$

5) Σε ένα ραδιενεργό (καύσιμο, παγοθραυστικού πλοίου) υλικό η ποσότητα που διασπάται

(ακριβέστερα μεταστοιχειώνεται) ανά μονάδα χρόνου είναι ανάλογη της ολικής ποσότητας. Εάν αρχικά έχουμε 500mg και μετά δυο χρόνια έχει διασπαστεί το 10% της αρχικής μάζας, υπολογίστε

α) τη μάζα τη χρονική στιγμή  $t$

β) τη μάζα μετά τέσσερα χρόνια και

γ) το χρόνο που χρειάζεται για να διασπαστεί η μισή μάζα (το χρόνο υποδιπλασιασμού), ώστε το παγοθραυστικού να ανεφοδιαστεί καύσιμο υλικό.

**Υποδειξη**  $\frac{dN}{dt} - kN = 0$  ,  $\frac{\ln \frac{45}{50}}{2} = -0,053$  ,  $\frac{\ln \frac{1}{2}}{(-0,053)} = 13$

$$e^{(-0,053) \cdot 4} = 0,809$$