

**ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ**  
**Α.Ε.Ν ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΛΙΩΤΣΙΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

**ΘΕΜΑ**

**ΠΛΗΡΗΣ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΣΕ ΨΥΦΙΑΚΗ ΜΟΡΦΗ ΤΟΥ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΟΥ  
ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΕΞΑΜΗΝΟΥ ΤΗΣ ΣΧΟΛΗΣ ΠΛΟΙΑΡΧΩΝ.**

ΤΩΝ ΣΠΟΥΔΑΣΤΩΝ: ΑΛΕΛΗΣ ΣΤΕΦΑΝΟΣ Α.Γ.Μ: 3825

ΔΗΜΗΤΡΙΑΔΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Α.Γ.Μ: 3798

Ημερομηνία ανάληψης της εργασίας: 20-04-2018

Ημερομηνία παράδοσης της εργασίας: ...-06-2019

<i>A/A</i>	<i>Όνοματεπώνυμο</i>	<i>Ειδικότητα</i>	<i>Αξιολόγηση</i>	<i>Υπογραφή</i>
<b>1</b>	ΛΙΩΤΣΙΟΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ	Φυσικός- Δρ. Πληροφορικής		
<b>2</b>				
<b>3</b>				
<b>ΤΕΛΙΚΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ</b>				

**Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΣΧΟΛΗΣ :**

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

#### Παροχή και Ροή

1.1 Μηχανική των Ρευστών – εισαγωγή.....	06
✓ Βασικά θεωρήματα της Μηχανικής των Ρευστών.....	06
✓ Θεμελιώδης Νόμος της Υδροστατικής.....	06
✓ Αρχή του Πασκάλ.....	07
✓ Αρχή του Αρχιμήδη.....	07
✓ Εξίσωση της Συνέχειας.....	07
✓ Εξίσωση του Μπερνούλι.....	07
1.2 Ορισμός Παροχής & Παράδειγμα εφαρμογής.....	08
1.3 Έννοια της Ροής.....	09
1.4 Ρευματική γραμμή.....	10
1.5 Τυρβώδης Ροή.....	11
1.6 Στρωτή Ροή.....	11

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

#### Η Πίεση

2.1 Ορισμός της Στατικής και Δυναμικής Πίεσης.....	12
2.2 Ατμοσφαιρική Πίεση και εξάρτησή της με βάση το Ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας & πείραμα Torricelli.....	13
2.3 Αρχή Pascal.....	15
2.4 Υδραυλικό Πιεστήριο – Αρχή λειτουργίας.....	16
✓ Τρόπος λειτουργίας συστήματος Υδραυλικών Φρένων.....	16
✓ Εφαρμογές του νόμου Pascal.....	17

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

#### Υδροστατική Πίεση

3.1 Πίεση.....	18
3.2 Υδροστατική Πίεση.....	19
✓ Αρχή Συγκοινωνούντων Δοχείων.....	20

✓ Εφαρμογές της Αρχής των Συγκοινωνούντων Δοχείων.....	21
✓ Ισορροπία Υγρών που δεν Αναμειγνύονται και Περιέχονται στο ίδιο Δοχείο.....	22
✓ Σχέση Υδροστατικής Πίεσης και Βάθους.....	23
3.3 Αεροστατική Πίεση.....	23
✓ Μεταλλικό Βαρόμετρο.....	25
3.4 Θεώρημα Torricelli.....	26
✓ Το Θεώρημα Torricelli με applet.....	28

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

### Θεώρημα Bernoulli - Φαινόμενο Venturi

4.1 Αρχή Bernoulli και εφαρμογή της.....	30
✓ Bernoulli's principle 3d animation.....	31
4.2 Θεώρημα Venturi.....	32
✓ Αρχή Λειτουργίας – Θεώρημα Βεντούρη.....	32

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

### Αρχή Αρχιμήδη

5.1 Αρχή Αρχιμήδη.....	34
✓ Πού οφείλεται η Άνωση.....	34
✓ Από ποιους παράγοντες εξαρτάται η Άνωση.....	34
✓ Πώς Επιπλέουν τα Σιδερένια Πλοία.....	37
✓ Πλωτές δεξαμενές πλοίων.....	37

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

### Ισορροπία Στερεού Σώματος

6.1 Συνθήκες Ισορροπίας Στερεού Σώματος.....	39
6.2 Παραδείγματα Στερεών Σωμάτων, που βρίσκονται σε Ισορροπία.....	40
✓ Η Ισορροπία Στερεού Σώματος σε applet.....	40
✓ Δοκός με Τροχαλία και Εδραζόμενο Σώμα.....	40
6.3 Είδη Ισορροπίας.....	41
6.4 Κέντρο Βάρους και Κέντρο Μάζας Σώματος.....	42
✓ Κύλιση Χωρίς Ολίσθηση.....	42

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΒΔΟΜΟ

### Η Δύναμη

7.1 Ορισμός Δύναμης και οι Μονάδες Μετρήσεώς της.....	45
7.2 Δύναμη και Κίνηση.....	46
7.3 Δύναμη και Παραμόρφωση.....	47
7.4 Δυνάμεις και Αλληλεπιδράσεις.....	48
7.5 Κατηγορίες Δυνάμεων.....	49
7.6 Μέτρηση της Δύναμης.....	50
7.7 Ο Διανυσματικός Χαρακτήρας της Δύναμης.....	51

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΟΓΔΩΟ

### Η Ροπή

8.1 Ορισμός Ροπής Δύναμης ως προς το Σημείο.....	53
8.2 Ορισμός Ροπής Δύναμης ως προς Άξονα.....	54
✓ Περιγραφή της Ροπής με applet.....	54
8.3 Ροπή Αδρανείας - Θεώρημα Steiner.....	55
8.4 Σύνθεση Παραλλήλων Δυνάμεων.....	55
BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	57

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

---

Η παρούσα Πτυχιακή εργασία με τίτλο <<Πλήρης οργάνωση σε ψηφιακή μορφή των εφαρμογών Φυσικής Γ' εξαμήνου>> εκπονήθηκε με σκοπό την ορθή και όσο το δυνατόν πλησιέστερη ανάλυση των θεμάτων και κεφαλαίων του εργαστηριακού μαθήματος της Φυσικής Γ' εξαμήνου της Σχολής Πλοιάρχων της ΑΕΝ Μακεδονίας.

Κατεβλήθη προσπάθεια ώστε όλο το περιεχόμενο των θεμάτων να είναι κατανοητό και σαφές με χρήση διαγραμμάτων και εικόνων καθώς και με χρήση βίντεο (applets) με χαρακτηριστικά πειράματα και την περιγραφή τους.

Το περιεχόμενο της πτυχιακής περιλαμβάνει όλη τη διδακτέα ύλη του μαθήματος της Φυσικής Γ' εξαμήνου, η οποία αποτελείται από 8 κεφάλαια μαζί με τα βίντεο πειράματα-applets.

## ABSTRACT

---

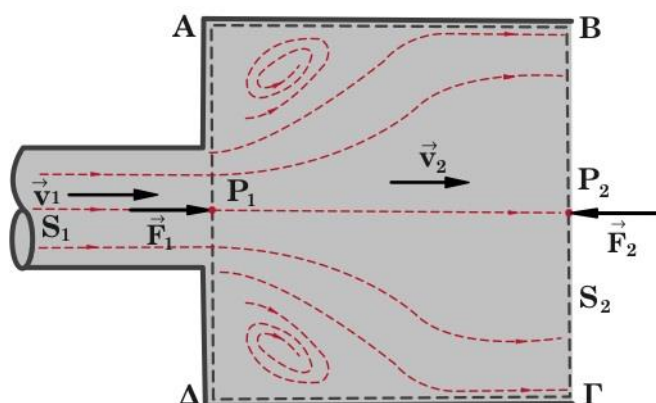
This thesis, titled "Full organization in digital form of physics applications for semester 6", was designed for the correct and as close as possible analysis of the subjects and chapters of the laboratory course of Physics for the sixth semester of the Navy academy of AEN of Macedonia . An effort has been made to ensure that all content of the subjects is comprehensible and clear using diagrams and images as well as using applets with characteristic experiments and their description. The content of the dissertation includes all the curriculum of Physics Semester 3, which consists of 8 chapters along with video experiments-applets.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup> – Παροχή και Ροή

### 1.1 Μηχανική Ρευστών – εισαγωγή.

Η Μηχανική των Ρευστών αποτελεί ιδιαίτερο κλάδο της Κλασικής Μηχανικής με κύριο αντικείμενο έρευνας και μελέτης τη συμπεριφορά των ρευστών επί ασκουμένων δυνάμεων ή προσφοράς ενέργειας σ' αυτά. Γενικά η «Κλασική Μηχανική» ασχολείται με την κίνηση των σωμάτων, ενώ η «Μηχανική των Ρευστών» με την αντίστοιχη, τη ροή των ρευστών, δηλαδή των Υγρών και Αερίων. Η κατανόηση της Μηχανικής των Ρευστών έχει ιδιαίτερα σπουδαία σημασία σε πολλούς τομείς επιστημών π.χ. στην Ιατρική, επί της Ροής και Κυκλοφορίας του Αίματος, στη Μετεωρολογία, επί των Αερίων Στρωμάτων, στην Αεροναυπηγική, επί των Δυνάμεων που ασκούνται στα Αεροσκάφη, στη Μηχανολογία, καθώς και στη Χημική Μηχανική ειδικότερα σε θέματα Αντιδραστήρων, αποτελούν ενδεικτικά τομείς που απαιτούν άριστη γνώση των Ιδιοτήτων των Ρευστών.

Σημαντικότεροι επιμέρους κλάδοι της επιστήμης αυτής είναι η Υδροστατική, η Υδροδυναμική, η Αεροδυναμική και η Τεχνική Υδραυλική.



### Βασικά θεωρήματα της Μηχανικής των Ρευστών.

Τα σημαντικότερα θεωρήματα της Μηχανικής των Ρευστών είναι ο θεμελιώδης νόμος της Υδροστατικής, η αρχή του Πασκάλ, η αρχή του Αρχιμήδη, η εξίσωση της Συνέχειας και η εξίσωση του Μπερνούλλι. Οι τρεις πρώτοι νόμοι είναι και οι βασικοί νόμοι της Υδροστατικής και οι δύο τελευταίοι της Υδροδυναμικής.

### Θεμελιώδης Νόμος της Υδροστατικής.

Ο νόμος αυτός αφορά υγρό που Ισορροπεί μέσα σε ένα Βαρυτικό πεδίο. Ο θεμελιώδης νόμος της Υδροστατικής αναφέρει ότι η πίεση που ασκείται από το υγρό σε ένα σημείο του που βρίσκεται σε βάθος  $h$ , ισούται με το γινόμενο της πυκνότητας του υγρού ( $\rho$ ), της επιτάχυνσης της Βαρύτητας ( $g$ ) και του βάθους από την επιφάνεια του Υγρού ( $h$ ), δηλαδή ισχύει:  $P = \rho gh$

### Αρχή του Πασκάλ.

Η αρχή του Πασκάλ διατυπώθηκε από τον Μπλεζ Πασκάλ και αναφέρει ότι η πίεση που δημιουργεί ένα εξωτερικό αίτιο σε κάποιο σημείο του υγρού μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του υγρού.

### Αρχή του Αρχιμήδη.

Η αρχή του Αρχιμήδη που διατυπώθηκε από τον αρχαίο Έλληνα μαθηματικό Αρχιμήδη, αναφέρει ότι κάθε σώμα που είναι πλήρως βυθισμένο σε ένα ρευστό δέχεται δύναμη Άνωσης, ίση με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζει. Ισχύει δηλαδή:  $A = B_{\text{υγρ}}$

### Εξίσωση της Συνέχειας.

Η εξίσωση της Συνέχειας αναφέρει ότι η παροχή παραμένει σταθερή κατά μήκος μίας φλέβας (ενός σωλήνα), που διαρρέεται από υγρό. Η εξίσωση αυτή είναι άμεση συνέπεια της αρχής Διατήρησης της ύλης.

### Εξίσωση του Μπερνούλι.

Η εξίσωση αυτή διατυπώθηκε από τον Ελβετό φυσικό Ντανιέλ Μπερνούλι και είναι αποτέλεσμα της αρχής Διατήρησης της Ενέργειας σε κινούμενο υγρό. Σύμφωνα με αυτή σε μία Ρευματική γραμμή, το άθροισμα της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου, της Κινητικής Ενέργειας ανά μονάδα όγκου και της πίεσης παραμένουν σταθερά, σε οποιοδήποτε σημείο μίας

Ρευματικής Γραμμής. δηλαδή ισχύει:  $P + \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho gh = \text{σταθ}$

Με σύγχρονους όρους, η παραπάνω εξίσωση εκφράζει το γεγονός πως η συνολική πίεση κατά την διεύθυνση της ροής παραμένει σταθερή. Έτσι, η πίεση  $P$  στην παραπάνω εξίσωση αναφέρεται στην Θερμοδυναμική πίεσης, ο κινητικός όρος αναφέρεται σε πυκνότητα Κινητικής Ενέργειας κατά την διεύθυνση της ροής και ο όρος βαρύτητας (ή οποιουδήποτε άλλου εξωτερικού πεδίου επιδρά στα σωματίδια της ροής) αποτελεί ενεργειακό όρο ο οποίος προστίθεται ή αφαιρείται ανάλογα με το αν ενισχύει ή εμποδίζει την ροή.

Εννοώντας την πίεση ως πυκνότητα ενέργειας, είναι σαφές πως σε διευθύνσεις κάθετες στη ροή ο κινητικός όρος της συνολικής πίεσης δεν ασκεί δύναμη. Επίσης, η εξίσωση μπορεί να δεχτεί και μηχανικό εξωτερικό έργο, θετικό για αντλίες ή αρνητικό για υδροστροβίλους:

$P + P_w + \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho gh = P_t$  όπου  $P_w$  η πίεση που οφείλεται στο εξωτερικό μηχανικό έργο.

Σε υδραυλικά έργα η παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιείται με όρους υψομετρικού:

$\frac{P}{\rho g} + \frac{1}{2g}u^2 + h = \frac{P_t}{\rho g}$  στην οποία μπορεί να προστεθεί κι ένας όρος Γραμμικής απώλειας ύψους λόγω τριβών. Έτσι, αν και η εξίσωση του Bernoulli αναφέρεται σε ιδανικά ρευστά, είναι

εύκολη η προσαρμογή της σε πραγματικά υδραυλικά έργα, για τα οποία δίνει πολύ καλές προσεγγίσεις.

## 1.2 Ορισμός Παροχής.

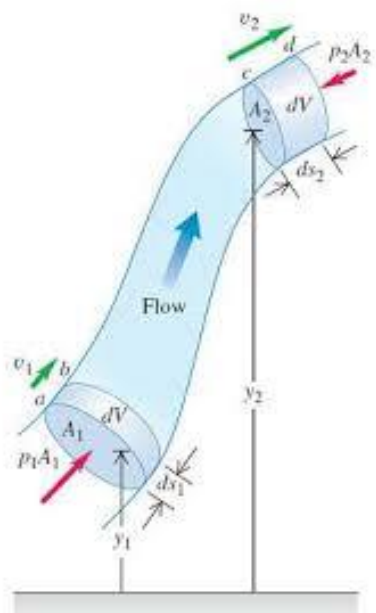
Στην Μηχανική των Ρευστών με τον όρο **Παροχή** εννοείται η παροχή όγκου ρευστού που διέρχεται από τον αγωγό στη μονάδα του χρόνου. Συνηθέστερα εννοείται η παροχή όγκου, που είναι ο όγκος ρευστού που διέρχεται από τον αγωγό στη μονάδα του χρόνου.

➤ Συνεπώς εξ ορισμού η Παροχή ( $\Pi$ ) δίνεται από τον μαθηματικό τύπο:

$$\Pi = \frac{dV}{dt}$$

Όπου  $\Pi$  = η παροχή (σε  $m^3/sec$ ),  $V$  = ο όγκος του ρευστού (σε  $m^3$ ) και  $t$  = ο χρόνος διάρκειας της ροής (σε δευτερόλεπτα  $sec$ ).

Αν θεωρηθεί λοιπόν ότι παρατηρείται ένας αγωγός ισοπαχής, σταθερής διατομής  $F$  ( $m^2$ ) στον οποίο ρέει ρευστό με ταχύτητα  $u$  ( $m/sec$ ) και  $A$  το σημείο διατομής της έναρξης του χρόνου της παρατήρησης, θα διαπιστωθεί ότι τα μόρια του ρευστού που πέρασαν από το σημείο  $A$  μετά από κάποιο χρόνο  $t$  θα βρίσκονται σε άλλο σημείο του αγωγού, έστω σημείο διατομής  $B$ , που θα απέχει από το σημείο  $A$  μια απόσταση  $s$ . Κατά τα γνωστά από τη Φυσική, η απόσταση αυτή θα είναι το γινόμενο της ταχύτητας ( $v$ ) επί τον χρόνο της παρατήρησης  $t$ , δηλαδή  $s = v t$ .



Επίσης, η ίδια παρατήρηση υπαγορεύει ότι ο όγκος ( $V$ ) του ρευστού που πέρασε από το σημείο της διατομής  $A$  είναι το γινόμενο της διατομής επί της παραπάνω απόστασης, δηλαδή  $V = A \cdot s$  ή αντικαθιστώντας το  $s$  ο μαθηματικός τύπος γίνεται  $V = A v t$ . Έτσι σύμφωνα με τα προηγούμενα η **Παροχή**  $\Pi$  του παρατηρούμενου αγωγού θα είναι:  $\Pi = V / t$ , σ' αυτό αντικαθιστώντας το  $V$ , γίνεται:



$\Pi = (A v t) / t$ , το οποίο απλοποιείται στον ακόλουθο τύπο της παροχής:  $\Pi = A u$

Ο τελευταίος αυτός τύπος υπαγορεύει ότι: "η παροχή ενός αγωγού είναι ίση με το γινόμενο της διατομής του επί τη ταχύτητα ροής".

#### ➤ Παράδειγμα εφαρμογής

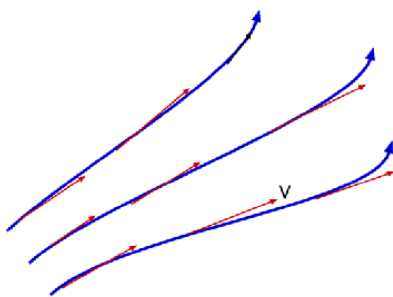
Έστω ότι από ένα αγωγό διαμέτρου 0,5 m ρέει νερό με ταχύτητα 4 m/sec. Αυτό και μόνο σημαίνει ότι η διατομή του αγωγού (**F**) θα είναι:

$F = (\pi / 4) 0.5^2$ , και επειδή  $\Pi = A u$  συνάγεται ότι αυτή θα είναι  $\Pi = 0,195 \text{ m}^2 \cdot 4 \text{ m/sec} = \mathbf{0,78 \text{ m}^3/\text{sec}}$ .

Δηλαδή, η **Παροχή** του συγκεκριμένου αγωγού θα είναι 0,78 κυβικά μέτρα ανά δευτερόλεπτο. Πρακτικότερα είναι δυνατή η μέτρηση της παροχής ενός υδροσωλήνα συγκεντρώνοντας το εξερχόμενο νερό σε μια δεξαμενή ή δοχείο γνωστής προηγουμένως χωρητικότητας με απλή χρονομέτρηση μέχρι της πλήρωσης αυτού. Έτσι διαιρώντας τον όγκο του συλλεχθέντος νερού δια του χρόνου που διέρρευσε μέχρι πλήρωσης βρίσκεται η Παροχή  $\Pi$  κατά τον προαναφερόμενο τύπο  $\Pi = V / t$ .

### 1.3 Η έννοια της Ροής.

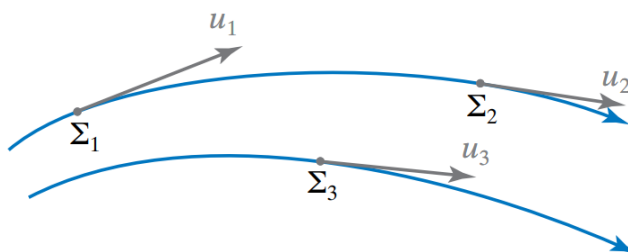
Στην Κινηματική και τη Δυναμική με τον όρο **Ροή των Ρευστών** καλείται ειδικότερα η κίνηση των σωματιδίων των ρευστών, επειδή ακριβώς αυτά ρέουν, η οποία όμως κίνηση περιλαμβάνει επίσης τις έννοιες της δύναμης που προκαλεί την κίνηση, της ταχύτητας καθώς και της Επιτάχυνσης του ρευστού.



Η Κίνηση ενός ρευστού προκαλείται από Διατμητικές τάσεις καθώς και από μη ισοζυγισμένες κάθετες τάσεις (πιέσεις) που ασκούνται στο ρευστό. Η ανάλυση των δυνάμεων αυτών αποτελεί το αντικείμενο μελέτης και έρευνας της "Δυναμικής των Ρευστών", ενώ η σπουδή των αποτελεσμάτων της εφαρμογής των δυνάμεων αυτών που παράγουν τη Κίνηση, δηλαδή την ταχύτητα και την επιτάχυνση, με την αντίστοιχη περιγραφή και απεικόνιση της κίνησης, αποτελούν αντικείμενα μελέτης της "Κινηματικής των Ρευστών".

## 1.4 Ρευματική Γραμμή.

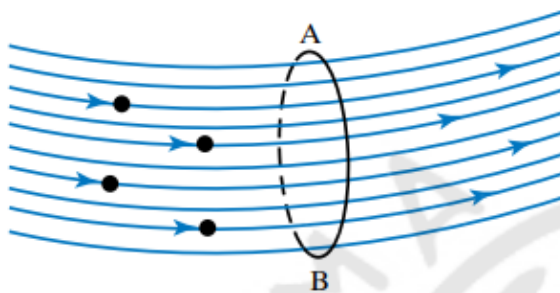
Ρευματική γραμμή ονομάζεται η γραμμή που είναι εφαπτόμενη στη στιγμιαία ταχύτητα των σωματιών του ρευστού μια χρονική στιγμή. Όταν η ροή είναι Στρωτή (μόνιμη), τότε οι Ρευματικές γραμμές δεν αλλάζουν με τον χρόνο και δείχνουν τη διαδρομή που ακολουθεί ένα σωματίδιο του ρευστού κατά την κίνησή του. (σχ. 1.3.1).



Σχήμα 1.3.1 Δυναμικές γραμμές.

Συνήθως σχεδιάζουμε τις Ρευματικές γραμμές έτσι, ώστε η πυκνότητά τους σε μία περιοχή του πεδίου ροής να δείχνει το μέτρο της ταχύτητας του ρευστού στην περιοχή αυτή. Μεγάλη πυκνότητα Ρευματικών γραμμών σημαίνει μεγάλη ταχύτητα και μικρή πυκνότητα Ρευματικών γραμμών σημαίνει μικρή ταχύτητα.

Οι Ρευματικές γραμμές δεν τέμνονται μεταξύ τους, διότι αν τέμνονταν, η ταχύτητα (διάνυσμα) στο σημείο τομής θα είχε δύο διαφορετικές κατευθύνσεις, αυτές των τεμνόμενων Ρευματικών γραμμών. Αυτό μπορεί να γίνει μόνο σε σημεία Ισοροπίας, όπου η ταχύτητα είναι μηδέν. Αν θεωρήσουμε επιφάνεια μέσα σε πεδίο ροής και από κάθε σημείο του περιγράμματος της επιφάνειας φέρουμε την αντίστοιχη Ρευματική γραμμή, τότε σχηματίζεται η υγρή φλέβα ή σωλήνας ροής (σχ. 1.3.2)



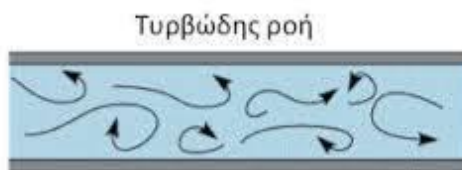
Σχήμα 1.3.2 Φλέβα ή σωλήνας ροής.

Οι Ρευματικές γραμμές μιας φλέβας δεν βγαίνουν έξω από αυτήν, διότι δεν τέμνονται. Στη Στρωτή ροή οι φλέβες ροής είναι σταθερές με τον χρόνο. Το ρευστό μιας φλέβας (σωλήνα) δεν μπαίνει μέσα σε άλλη φλέβα (σωλήνα), δηλαδή το ρευστό ρέει μέσα στην κάθε μία φλέβα σαν να ήταν τα τοιχώματά της στερεά, αδιαπέραστα. Η κάθε φλέβα είναι σαν ένας σταθερός σωλήνας.

## 1.5 Τυρβώδης Ροή.

Κατά την **Τυρβώδη Ροή** (ή **Στροβιλώδη Ροή** ή **Στροβιλοειδή Ροή**) οι γραμμές ροής του ρευστού λαμβάνουν μορφή ακανόνιστων καμπυλών οι οποίες τέμνουν συνεχώς αλλήλους, δίνοντας έτσι την εικόνα ροής με στροβιλισμούς. Εικόνες Τυρβώδους Ροής μας παρέχουν οι ποταμοί όταν παρουσιάζουν στροβίλους που μπορεί να οφείλονται σε υποκείμενα ρεύματα, σε τριβές σε βραχώδεις όχθες ή σε πετρώματα του βυθού ή σε απότομη στένωση του πλάτους τους.

Τυρβώδη ροή επίσης είναι δυνατόν να προκαλέσουν και πλοία ή λέμβοι που κινούνται ενάντια στο ρεύμα του ποταμού καθώς επίσης και οι αεροστρόβιλοι που μπορεί να επηρεάσουν την άνοση του αεροπλάνου με συνέπεια να προκληθούν τρανταγμοί του σκάφους.



## 1.6 Στρωτή Ροή.

**Στρωτή Ροή**, ονομάζεται η ροή που μπορεί να περιγραφεί με την παραδοχή ότι το ρευστό αποτελείται από πολλά λεπτά στρώματα που ολισθαίνουν το ένα πάνω στο άλλο. Κατά την *ομαλή ροή* ή *στρωτή ροή* ή *παράλληλη ροή* ή *μόνιμη ροή* το ρευστό ρέει σε παράλληλες προς τον άξονα του αγωγού γραμμές δίνοντας έτσι την εικόνα της ομαλής ή στρωτής ροής επιπλέον όλα τα σωματίδια που διέρχονται από ένα σημείο έχουν την ίδια ταχύτητα. Συνήθης εικόνα παράλληλης ροής είναι εκείνη του νερού από τις βρύσες.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup> - Η Πίεση

### 2.1 Στατική και Δυναμική πίεση.

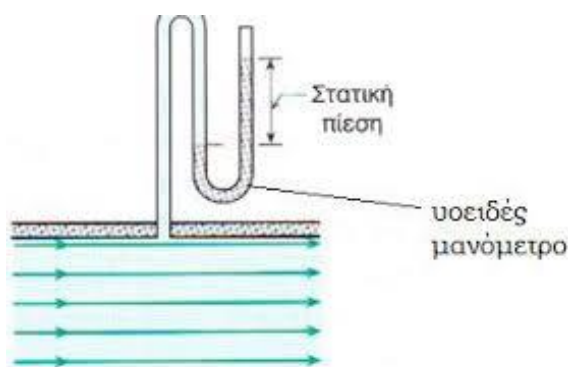
Στη φυσική με τον όρο **Πίεση** (σύμβολο **p** ή **P**) αποκαλούμε το χαρακτηριστικό, ενός συστήματος, φυσικό μέγεθος το οποίο ισοδυναμεί με την πυκνότητα ενέργειας την οποία διαθέτει αυτό το σύστημα. Οποσδήποτε, η πίεση δεν προϋποθέτει επιφάνεια για να είναι καλά ορισμένη, αλλά η διαδικασία μέτρησής της ανάγεται στη μέτρηση μιας δύναμης η οποία ασκείται κάθετα σε συγκεκριμένη επιφάνεια.

Ως εκ τούτου, συχνά ορίζουμε ως πίεση σε επιφάνεια **A** το πηλίκο της δύναμης **F** που ασκείται κάθετα στην επιφάνεια, προς το εμβαδό αυτής της επιφάνειας:

$$p = \frac{\mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}}}{A}$$

Όπου **n** είναι το μοναδιαίο διάνυσμα, κάθετο στην επιφάνεια **A**. Έτσι, αν η δύναμη ασκείται υπό γωνία, το αποτέλεσμα του διανυσματικού γινομένου επιβάλει να υπολογίζεται μόνο η κάθετη στην επιφάνεια συνιστώσα της δύναμης **F cos Θ**.

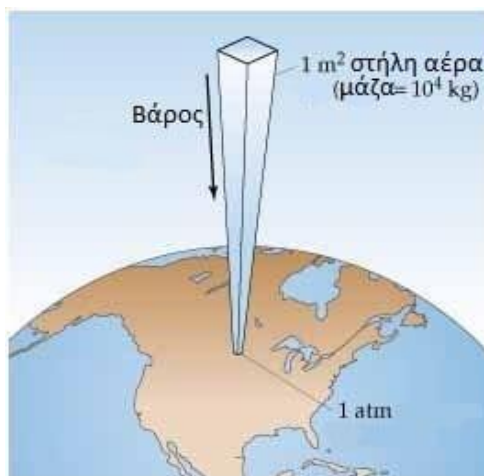
- **Δυναμική Πίεση:** Όταν ένα ρευστό κινείται και μεταβάλλεται η κινητική του ενέργεια ή/και η ορμή του τότε η μεταβολή αυτή εμφανίζεται ως πίεση, την οποία αποκαλούμε **Δυναμική Πίεση**. Για πρακτικούς λόγους μπορούμε να χρησιμοποιούμε κατά περίπτωση και λιγότερο δόκιμους όρους όπως η «Πίεση Ακτινοβολίας», αλλά όλες ανάγονται στους δύο παραπάνω αρχικούς ορισμούς, αν και τα όργανα μέτρησης λειτουργούν αντιμετωπίζοντας την Πίεση ως Δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας.
- **Στατική Πίεση:** ονομάζεται η πίεση που θα μετρηθεί με μανόμετρο τοποθετημένο σε κάποιον αγωγό, μέσα από τον οποίο διέρχεται ρευστό (υγρό) και συνδέεται με τις δυνάμεις που προκαλούν τη ροή του ρευστού. Μπορεί να λεχθεί ότι η στατική πίεση είναι, στην περίπτωση αυτή, το έργο που παράγεται από τις δυνάμεις αυτές σε κάθε μονάδα όγκου του ρευστού.



## 2.2 Ατμοσφαιρική Πίεση και εξάρτησή της με βάση το ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας – Πείραμα Torricelli.

Η γη περιβάλλεται από ατμόσφαιρα. Η ατμόσφαιρα αποτελείται από ένα μείγμα αερίων που ονομάζεται ατμοσφαιρικός αέρας. Ο αέρας είναι διαφανής. Έχει μάζα και από τη γη ασκείται σε αυτόν η δύναμη του βάρους.

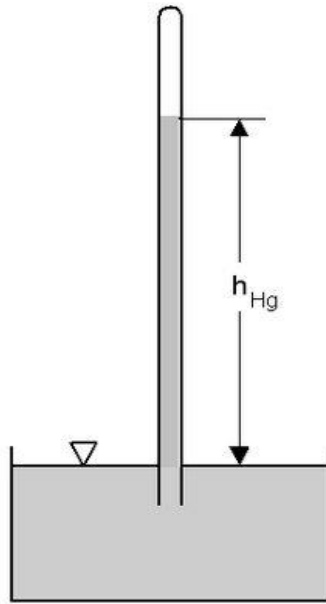
Επομένως, όπως συμβαίνει με όλα τα ρευστά σώματα, ασκεί πίεση σε κάθε επιφάνεια που βρίσκεται μέσα σ' αυτόν. Η πίεση αυτή ονομάζεται **Ατμοσφαιρική Πίεση**. Όπως ακριβώς η υδροστατική πίεση μιας κατακόρυφης στήλης νερού οφείλεται στο βάρος της, έτσι και η ατμοσφαιρική πίεση οφείλεται στο βάρος του αέρα.



Η τιμή της ατμοσφαιρικής πίεσης εξαρτάται από το ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας. Τα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας πιέζουν, λόγω του βάρους τους τα κατώτερα με αποτέλεσμα η τιμή της πίεσης να είναι μεγαλύτερη στην επιφάνεια της θάλασσας. Η τιμή της ατμοσφαιρικής πίεσης στην επιφάνεια της θάλασσας ονομάζεται **Πίεση μιας Ατμόσφαιρας** (1 atm).



- Η **Ατμοσφαιρική Πίεση** ελαττώνεται με το ύψος, οπότε στην κορυφή του Έβερεστ είναι πολύ μικρότερη (περίπου το 1/3) απ' ό τι στην επιφάνεια της θάλασσας (Ινδικός).

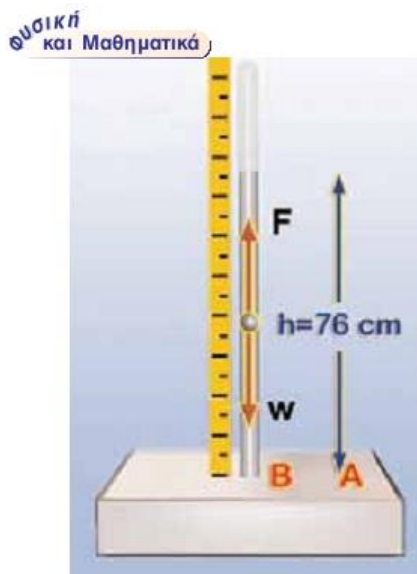


Η **Ατμοσφαιρική Πίεση** ισούται με την υδροστατική πίεση της στήλης του υδραργύρου. Έτσι, για να την υπολογίσουμε, εφαρμόζουμε το νόμο της Υδροστατικής πίεσης. Γνωρίζοντας ότι ο υδράργυρος έχει πυκνότητα  $\rho=13600 \text{ kg/m}^3$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$  έχει τιμή  $g=9,8 \text{ m/s}^2$  μπορούμε να υπολογίσουμε την Ατμοσφαιρική πίεση σε  $\text{Pa}$ .

Ωστε:

$$P_{\text{atm}} = P_{\text{υδρ}} = \rho \cdot g \cdot h$$

$$\text{ή } P_{\text{atm}} = 13000\text{kg/m}^3 \cdot 9.8\text{m/s}^2 \cdot 0.76$$



➤ Το **πείραμα του Τορικέλι** ή Ατμοσφαιρική πίεση και Δυνάμεις. Ο υδράργυρος στο σωλήνα Ισορροπεί. Στον υδράργυρο ασκούνται δυο δυνάμεις:

- το βάρος του  $w$  και
- η δύναμη  $F$  από τον υδράργυρο του δοχείου:  $F = p_B A$ , όπου  $p_B$  η Υδροστατική πίεση στη βάση της στήλης του υδραργύρου και  $A$  το εμβαδόν της βάσης του σωλήνα.

Εφαρμόζοντας τη συνθήκη Ισορροπίας για τον υδράργυρο της στήλης έχουμε:

$$w = F \text{ ή } m \cdot g = P_{\text{atm}} \cdot A \text{ ή } \rho \cdot V \cdot g = p_{\text{atm}} \cdot A \text{ ή } \rho \cdot (A \cdot h) \cdot g = p_{\text{atm}} \cdot A \text{ ή } \rho \cdot h \cdot g = p_{\text{atm}}.$$

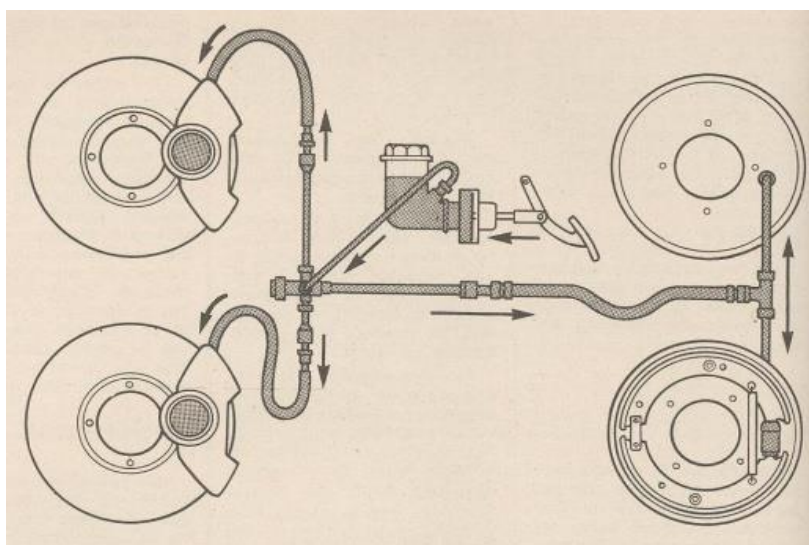
### 2.3 Αρχή Pascal.

Η **Αρχή του Πασκάλ** είναι ένας από τους βασικούς νόμους της Υδροστατικής. Καθορίζει ότι η οποιαδήποτε πίεση που τυχόν μπορεί να ασκηθεί στην επιφάνεια ενός υγρού μεταδίδεται ομοιόμορφα εντός αυτού, προς όλες τις διευθύνσεις και σε όλο το βάθος του.

Αν δηλαδή, σ' ένα ανοικτό δοχείο πλήρες υγρού εφαρμόσουμε σε όλη την ελεύθερη επιφάνειά του, π.χ. με ένα έμβολο, οποιαδήποτε πίεση τότε θα διαπιστώσουμε ότι οι δυνάμεις που θα ασκεί το υγρό σε οποιοδήποτε σημείο των εσωτερικών τοιχωμάτων ή του πυθμένα του δοχείου, ανεξάρτητα της βαρύτητας, θα παρουσιάζουν παντού την ίδια τιμή.

Προφανές λοιπόν είναι ότι η πίεση αυτή, που προέρχεται από εξωτερικές δυνάμεις π.χ. ατμοσφαιρική πίεση ή, πίεση από πεπιεσμένο αέρα ή, πίεση που ασκεί ένα έμβολο στην επιφάνεια ενός υγρού, είναι τελείως ανεξάρτητη των δυνάμεων της γήινης βαρύτητας. Αυτό σε αντιδιαστολή με την υδροστατική πίεση που εξαρτάται από την βαρύτητα.

**Εφαρμογές της Αρχής του Πασκάλ** αποτελούν η πλήρωση με αέρα ενός τροχού ή μπαλονιού, το **Υδραυλικό Πιεστήριο**, οι υδραυλικοί γερανοί και τα **Υδραυλικά φρένα**.



*Σύστημα Υδραυλικών φρένων αυτοκινήτου.*

## 2.4 Υδραυλικό πιεστήριο – αρχή λειτουργίας.

Το **Υδραυλικό πιεστήριο** είναι ένας υδραυλικός μηχανισμός που επιτρέπει την εφαρμογή μιας μεγάλης δύναμης ανύψωσης ή συμπίεσης. Τα Υδραυλικά πιεστήρια αποτελούν την πιο διαδεδομένη μορφή πιεστηρίων στις μέρες μας.

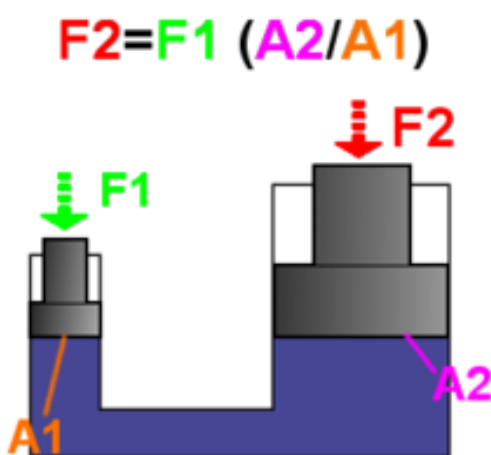
Ο τρόπος που δουλεύει ένα υδραυλικό πιεστήριο σχετίζεται με την Αρχή του Πασκάλ: Η πίεση σε όλα τα σημεία ενός κλειστού συστήματος μεταδίδεται ομοιόμορφα σε όλα τα σημεία του. Ανεξάρτητα λοιπόν από τον τελικό σχεδιασμό ενός υδραυλικού πιεστηρίου, το βασικό μοτίβο είναι κοινό: δύο σωλήνες διαφορετικής διαμέτρου (**A1** και **A2** στο παρακάτω σχήμα 2.4) είναι ενωμένοι μέσω μιας δεξαμενής που περιέχει κάποιο ρευστό (πχ. νερό, λάδι ή κάποιο αέριο). Σε καθέναν από τους 2 σωλήνες εφαρμόζεται ένα έμβολο.

Σύμφωνα με την αρχή του Πασκάλ, όση πίεση εφαρμόζεται στο πρώτο έμβολο μεταδίδεται και στο δεύτερο. Δηλαδή: **P<sub>1</sub> = P<sub>2</sub>**

Όμως η πίεση ορίζεται ως το πηλίκο της ασκούμενης δύναμης (**F**) σε μια επιφάνεια δια του εμβαδού (**A**) της επιφάνειας αυτής: **P = F/A**

Συνεπώς, η δύναμη που ασκείται στο δεύτερο έμβολο (**F<sub>2</sub>**) θα εξαρτάται από τη σχέση ανάμεσα στα δύο εμβαδά **A<sub>1</sub>** και **A<sub>2</sub>**:

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$



Σχήμα 2.4 Υδραυλικό πιεστήριο - αρχή λειτουργίας.

### Τρόπος λειτουργίας συστήματος Υδραυλικών φρένων.

Ως ένα παράδειγμα Υδραυλικού πιεστηρίου μπορούμε να θεωρήσουμε το σύστημα υδραυλικών φρένων ενός αυτοκινήτου, η αρχή λειτουργίας του οποίου βασίζεται εξ ολοκλήρου στο Υδραυλικό πιεστήριο.



Στο παρακάτω βίντεο βλέπουμε τον τρόπο λειτουργίας **των φρένων του αυτοκινήτου**. Ο τρόπος λειτουργίας τους βασίζεται στο υδραυλικό πιεστήριο. Το σύστημα αυτό του αυτοκινήτου αποτελείται από μια πέδη η οποία συνδέεται σε ένα έμβολο, το οποίο όταν πατηθεί πιέζει το υδραυλικό λάδι το οποίο με την σειρά του, μέσω των σωληνώσεων, πηγαίνει και πρεσάρει τα τακάκια προκαλώντας τριβή στους δίσκους των φρένων σταματώντας έτσι την κίνηση των τροχών.

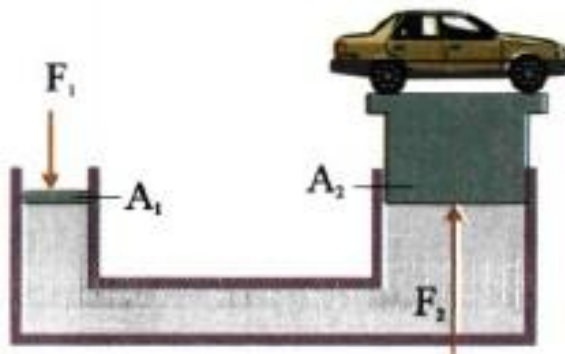
Εξισώσεις:  $P=F/A$ ,  $P_1=P_2$ ,  $F_2/A_2=F_1/A_1$ ,  $F_2=A_2/A_1 \cdot F_1$

Βίντεο: (<https://www.youtube.com/watch?v=CjF54OpSE4o&t=56s>)

## Εφαρμογές του νόμου Pascal

Η αρχή του Pascal χρησιμοποιείται στα υδραυλικά φρένα, στο υδραυλικό ασανσέρ, στην υδραυλική πρέσα, στην αντλία κενού κ.α. Αυτές οι συσκευές λειτουργούν με μία κοινή αρχή. Αυτή είναι η πίεση που εφαρμόζεται σε ένα σημείο υγρού, μεταδίδεται εξίσου προς όλες τις κατευθύνσεις. Για παράδειγμα:

- Στα **Υδραυλικά φρένα**, η δύναμη που ασκείται στο πεντάλ του φρένου, δημιουργεί Υδροστατική πίεση στον κεντρικό κύλινδρο η οποία μεταφέρεται από τα υγρά φρένων στους κυλίνδρους των τροχών.
- Η ίδια αρχή με τα Υδραυλικά φρένα ισχύει και στον **Υδραυλικό γρύλο** για να ανεβάζουμε τα αυτοκίνητα.



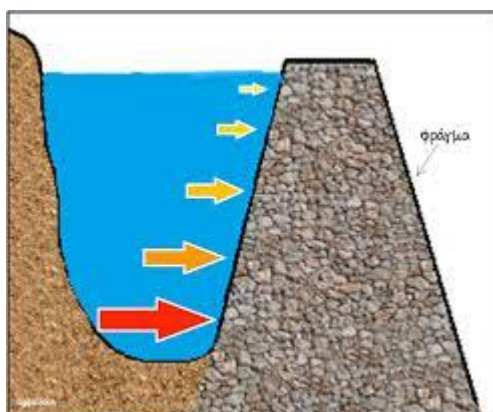
Ένας Υδραυλικός γρύλος συνίσταται από έναν κύλινδρο γεμάτο με υγρό και αποτελείται από δύο έμβολα, το ένα μικρότερο από το άλλο. Μια μικρή πίεση που ασκείται στο μικρό έμβολο δημιουργεί μεγαλύτερη πίεση στο μεγάλο. Αυτή η πίεση μεταφέρεται εξίσου προς όλες τις κατευθύνσεις μέσω του υγρού και παράγει μια μεγάλη δύναμη.

(Βίντεο: <https://www.youtube.com/watch?v=NteC2V7-eOM&t=40s>)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup> – Υδρο-αεροστατική Πίεση

### 3.1 Πίεση.

Είναι γνωστό ότι οι χιονοδρόμοι φορούν ειδικά φαρδιά χιονοπέδιλα ώστε να μπορούν να βαδίζουν στο χιόνι χωρίς να βουλιάζουν. Θα έχετε επίσης παρατηρήσει ότι τα μεγάλα και βαριά οχήματα έχουν μεγάλα και φαρδιά ελαστικά ή ότι τα μεγάλα και βαριά ζώα έχουν επίσης φαρδιά πέλματα ώστε να μη βουλιάζουν στο έδαφος καθώς περπατάνε. Παρατηρώντας προσεκτικά τα παραπάνω φαινόμενα διαπιστώνουμε ότι η παραμόρφωση μιας επιφάνειας δεν εξαρτάται μόνο από τη δύναμη που ασκείται σε αυτήν αλλά και από το εμβαδόν της επιφάνειας στην οποία ασκείται η δύναμη. Επίσης παρατηρούμε ότι αν καταδυθούμε μέσα στη θάλασσα, όσο βαθύτερα πηγαίνουμε, αισθανόμαστε τα αυτιά μας να πονάνε. Για να ερμηνεύσουμε τα φαινόμενα όπως τα παραπάνω χρειαζόμαστε την έννοια της πίεσης.



Πίεση ονομάζουμε το πηλίκο της δύναμης που ασκείται κάθετα σε μία επιφάνεια προς το εμβαδόν της επιφάνειας αυτής.

$$\text{πίεση} = \frac{\text{δυναμη καθετη στην επιφανεια}}{\text{εμβαδον επιφανειας}}$$

$$p = \frac{F_k}{A}$$

Η πίεση σχετίζεται με την παραμόρφωση που μπορεί να προκαλέσει μια δύναμη σε μια συγκεκριμένη επιφάνεια. Από τη μαθηματική σχέση της πίεσης προκύπτει ότι: Η πίεση που δέχεται μια επιφάνεια είναι τόσο μεγαλύτερη όσο είναι η δύναμη που ασκείται κάθετα σε αυτή. Η πίεση που δέχεται μια επιφάνεια είναι τόσο μεγαλύτερη όσο μικρότερο είναι το εμβαδόν της. Επίσης, η πίεση είναι μονόμετρο μέγεθος.

Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να καταλάβουμε γιατί χρειαζόμαστε χιονοπέδιλα για να περπατήσουμε εύκολα στο χιόνι. Καθώς βαδίζουμε ασκούμε στο έδαφος δύναμη ίση με το βάρος μας και η δύναμη αυτή εφαρμόζεται σε επιφάνεια του εδάφους ίση με το εμβαδόν που

καλύπτουν τα πέλαμα των παπουτσιών μας. Η επιφάνεια αυτή είναι σχετικά μικρή και για αυτό ασκούμε στο μαλακό χιόνι μεγάλη πίεση η οποία είναι δυνατόν να προκαλέσει την παραμόρφωση του στρώματος χιονιού. Αν όμως φορέσουμε φαρδιά χιονοπέδιλα, τότε το εμβαδόν της επιφάνειας πάνω στην οποία εφαρμόζεται το βάρος μας μεγαλώνει σημαντικά με αποτέλεσμα να ελαττώνεται σημαντικά και η πίεση που ασκούμε στο χιόνι και να μη βουλιάζουμε. Το ίδιο επιτυγχάνεται και με τα φαρδιά ελαστικά των μεγάλων οχημάτων, μεγαλώνοντας την επιφάνεια των ελαστικών μειώνουμε την πίεση η οποία ασκείται στο έδαφος και επομένως τα οχήματα δεν βουλιάζουν.

Μονάδα της πίεσης στο διεθνές σύστημα είναι το 1Pa. Από την μαθηματική σχέση της πίεσης προκύπτει ότι:

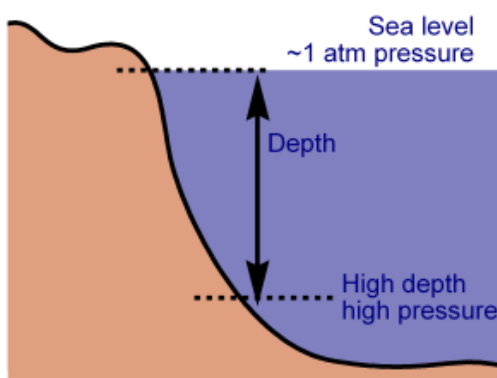
$$1Pa = 1 \frac{N}{m^2}$$

### 3.2 Υδροστατική Πίεση.

**Υδροστατική πίεση** ονομάζεται η πίεση που ασκεί ένα ρευστό (υγρό) το οποίο βρίσκεται σε ισορροπία σε αντικείμενο ή επιφάνεια που βρίσκεται μέσα σ' αυτό. Η πίεση αυτή οφείλεται στην εξωτερική δύναμη της βαρύτητας και μόνο, δηλαδή στο βάρος του ρευστού που βρίσκεται υπεράνω του αντικειμένου ή της επιφάνειας. Αυτό σημαίνει ότι στο διάστημα που δεν υπάρχει βαρύτητα, δεν υπάρχει και υδροστατική πίεση.

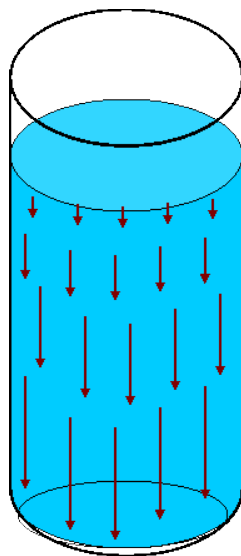
$$P_{\text{υδρ}} = \rho h g$$

όπου  $P_{\text{υδρ}}$  είναι η υδροστατική πίεση,  $\rho$  είναι η πυκνότητα  $h$  είναι το βάθος και το  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.



Πειραματικά αποδεικνύεται ότι η Υδροστατική πίεση που δέχεται μια επιφάνεια που είναι βυθισμένη σε κάποιο βάθος μέσα σε ένα υγρό δεν εξαρτάται από τον προσανατολισμό της επιφάνειας και άρα η Υδροστατική πίεση είναι μονόμετρο μέγεθος. Δηλαδή όπως και να περιστρέψουμε την επιφάνεια, στο συγκεκριμένο βάθος η πίεση δεν αλλάζει. Η Υδροστατική

πίεση γίνεται ολοένα και μεγαλύτερη καθώς μεγαλώνει το βάθος στο οποίο βρίσκεται το σώμα, για το λόγο αυτό πονάνε τα αυτιά μας όσο προσπαθούμε να βουτήξουμε σε μεγαλύτερο βάθος.



Πειραματικά επίσης διαπιστώνουμε ότι αν βυθίσουμε το ίδιο σώμα, στο ίδιο βάθος αλλά σε διαφορετικό υγρό η τιμή της Υδροστατικής πίεσης αλλάζει και εξαρτάται από την πυκνότητα του ρευστού στο οποίο έχουμε βυθίσει το σώμα.

Την Υδροστατική πίεση τη μετράμε με όργανα τα οποία ονομάζονται μανόμετρα. Η Υδροστατική πίεση δεν εξαρτάται από το σχήμα του δοχείου ή από τον όγκο του υγρού. Αισθανόμαστε την ίδια πίεση είτε κάνουμε μια βουτιά και το κεφάλι μας βυθιστεί κατά ένα μέτρο σε μια μικρή πισίνα με θαλασσινό νερό, είτε στη μέση του πελάγους στο ίδιο βάθος.

### **Αρχή Συγκοινωνούντων δοχείων.**

Αν γεμίσουμε με νερό μια σειρά από δοχεία διαφορετικού σχήματος που συγκοινωνούν μέσω ενός σωλήνα παρατηρούμε ότι η στάθμη του υγρού σε κάθε δοχείο είναι η ίδια. Πως όμως ερμηνεύεται το φαινόμενο αυτό;

Το νερό μέσα στα δοχεία Ισορροπεί, αυτό συμβαίνει και στον πυθμένα των Συγκοινωνούντων δοχείων που βρίσκεται ο κοινός οριζόντιος σωλήνας. Αφού λοιπόν και εκεί το νερό είναι ακίνητο σημαίνει ότι η υδροστατική πίεση στον οριζόντιο σωλήνα πρέπει να είναι η ίδια σε όλο του το μήκος. Σε αντίθετη περίπτωση αν για παράδειγμα στο αριστερό μέρος του οριζόντιου σωλήνα η πίεση ήταν μεγαλύτερη από ότι στο δεξιό μέρος του, τότε θα είχαμε ροή νερού από το αριστερό προς το δεξιό τμήμα του σωλήνα από εκεί που υπάρχει μεγαλύτερη πίεση προς την περιοχή που υπάρχει μικρότερη πίεση μέχρι να γίνει παντού η πίεση ίδια. Για να είναι όμως η πίεση παντού η ίδια στον πυθμένα του σύμφωνα με το νόμο της υδροστατικής  $p_{\text{υδρ}} = d g h$ , πρέπει ο οριζόντιος σωλήνας να βρίσκεται στο ίδιο βάθος  $h$  ως προς το κάθε δοχείο. Αυτό έχει

ως αποτέλεσμα η στάθμη του νερού να βρίσκεται στο ίδιο ύψος σε κάθε ένα από τα Συγκοινωνούντα δοχεία ανεξάρτητα από το μέγεθος και το σχήμα του κάθε δοχείου.



Εικόνα 3.2.1

Στα συγκοινωνούντα δοχεία η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού που ισορροπεί βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

### Εφαρμογές της αρχής των Συγκοινωνούντων δοχείων.

Μία εφαρμογή της αρχής των Συγκοινωνούντων δοχείων είναι στα αρτεσιανά ύδατα (εικόνα 3.2.2), όπου το νερό παγιδεύεται σε φυσικές δεξαμενές, οι οποίες σχηματίζονται από αδιάβροχα στρώματα του υπεδάφους.

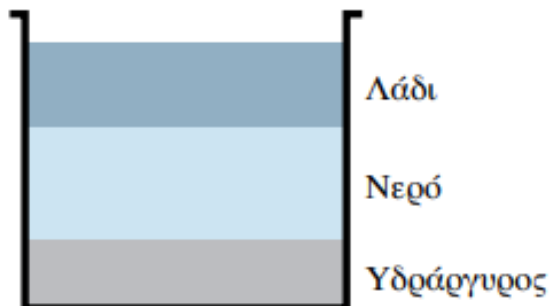


Εικόνα 3.2.2 - Αρτεσιανό πηγάδι.

Όταν ανοίξουμε οπή που φτάνει μέχρι το υδροφόρο στρώμα, το νερό υπό μορφή πίδακα εκτινάσσεται προς τα πάνω. Επειδή κατά την κίνησή του συναντά τριβές, στην πράξη δεν φτάνει ποτέ στο ύψος του νερού που βρίσκεται στις υπόγειες δεξαμενές. Στα δίκτυα υδρεύσεως η κεντρική δεξαμενή νερού τοποθετείται στο υψηλότερο σημείο, ώστε να δημιουργείται η αναγκαία πίεση που θα ανυψώσει το νερό.

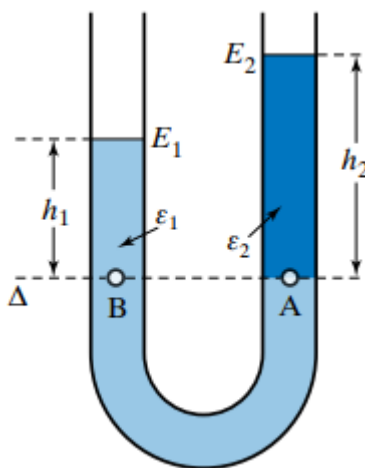
### Ισορροπία υγρών που δεν αναμειγνύονται και περιέχονται στο ίδιο δοχείο.

Αν τοποθετήσουμε σε δοχείο υγρά που δεν αναμειγνύονται, όπως στην εικόνα 3.2.3, διαπιστώνουμε ότι οι διαχωριστικές επιφάνειές τους είναι οριζόντια επίπεδα και το υγρό με το μεγαλύτερο ειδικό βάρος βρίσκεται χαμηλότερα.



Εικόνα 3.2.3 – Ισορροπία υγρών που δεν αναμειγνύονται και περιέχονται στο ίδιο δοχείο.

Τι συμβαίνει, όμως, με τα συγκοινωνούντα δοχεία που περιέχουν υγρά, τα οποία δεν αναμειγνύονται; Η αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων δεν ισχύει στη περίπτωση που το δοχείο περιέχει υγρά διαφορετικού ειδικού βάρους που δεν αναμειγνύονται. Τα ύψη των υγρών στα συγκοινωνούντα δοχεία στην εικόνα 3.2.4, υπολογίζονται θεωρώντας ότι η πίεση στο κάθε ένα υγρό χωριστά είναι ίδια για κάθε σημείο του ίδιου υγρού που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.



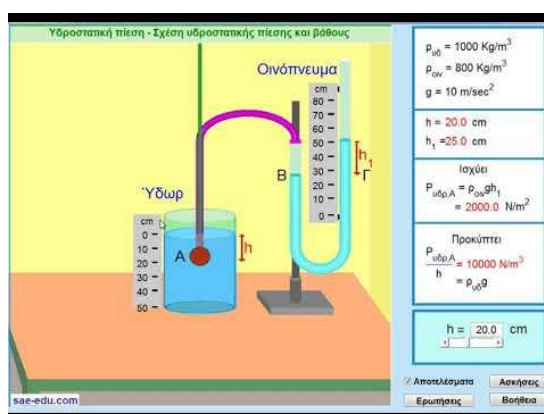
Εικόνα 3.2.4 - Ισορροπία υγρών που δεν αναμειγνύονται σε Συγκοινωνούντα δοχεία.

Έτσι αποδεικνύεται ότι «αν μέσα σε δύο Συγκοινωνούντα δοχεία Ισορροπούν δύο υγρά που δεν αναμειγνύονται και οι εξωτερικές πιέσεις στις δύο ελεύθερες επιφάνειες είναι ίδιες, τότε τα ύψη  $h_1$ ,  $h_2$  των υγρών πάνω από την επιφάνεια διαχωρισμού είναι αντιστρόφως ανάλογα με τα ειδικά βάρη  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ .» Η μαθηματική διατύπωση αυτής της προτάσεως είναι η ακόλουθη:  

$$h_1/h_2 = \epsilon_1/\epsilon_2.$$

## Σχέση υδροστατικής πίεσης και βάθους

Στο παρακάτω βίντεο έχουμε ένα δοχείο νερό μετρούμενο το βάθος του σε εκατοστά και ένα μανόμετρο με οινόπνευμα. Έχοντας ένα στερεό σώμα συνδεδεμένο με το μανόμετρο, βουλιάζοντάς το στο υγρό παρατηρούμε ότι όσο αυξάνετε το βάθος του τόσο αυξάνετε και η πίεση που δέχεται από το υγρό. Επομένως συμπεραίνουμε ότι η υδροστατική πίεση είναι ανάλογη με το βάθος του υγρού.



Βίντεο: (<https://www.youtube.com/watch?v=vYS8dwHOZ20&t=2s>)

### 3.3 Αεροστατική Πίεση.

Τα αέρια ασκούν δυνάμεις επί οποιασδήποτε επιφάνειας με την οποία έρχονται σε επαφή και οι οποίες προέρχονται από το γεγονός ότι τα αέρια έχουν βάρος. Οι δυνάμεις αυτές είναι κατά διεύθυνση πάντοτε κάθετες στην εξεταζόμενη κάθε φορά επιφάνεια. Το πηλίκο της διαίρεσης της ασκούμενης δύναμης από ένα αέριο δια του εμβαδού της επιφάνειας επί της οποίας αυτή ενεργεί κάθετα, ονομάζεται πίεση.

Όμως οι δυνάμεις αυτές, των αερίων που βρίσκονται σε ισορροπία, δεν ασκούνται μόνο στα τοιχώματα των δοχείων μέσα στα οποία περιέχονται, αλλά και επί των σωμάτων που βρίσκονται μέσα στη μάζα αυτών, όπου και πάλι ασκούνται κάθετα και η πίεση αυτών υπολογίζεται ομοίως, δηλαδή δια της διαίρεσης της δύναμης δια του εμβαδού της επιφάνειας. Εξ αυτού εξάγεται πως σε κάθε σημείο μιας αέριας μάζας που βρίσκεται σε ηρεμία ασκείται ορισμένη πίεση που ονομάζεται **Αεροστατική πίεση**.

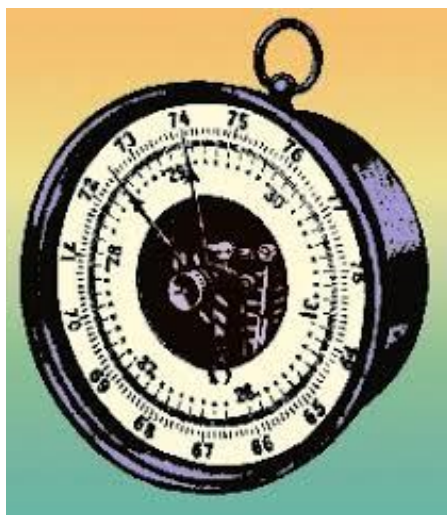
Η εντός της μάζας ηρεμούντος αερίου Αεροστατική πίεση είναι σταθερή επί του αυτού πάντα οριζοντίου επιπέδου, μεταβαλλόμενη μόνο καθ' ύψος, όπου και είναι μικρότερη όσο μικρότερο είναι και το ύψος της αερίου μάζας. Τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι τα υπερκείμενα στρώματα του αερίου εκ του βάρους των πιέζουν τα υποκείμενα.



Εικόνα 3.3.1 – “αερόστατο”

Επειδή όμως τα αέρια γενικώς παρουσιάζουν μικρό βάρος η καθ' ύψους αυτή μεταβολή της πίεσης δεν είναι πολύ μεγάλη. Ιδιαίτερη όμως σημασία έχει η ατμοσφαιρική πίεση όπου στο ύψος της επιφάνειας της θάλασσης είναι ίση περίπου με 1 χιλιόγραμμο ανά τετραγωνικό εκατοστό και λέγεται πίεση μιας ατμόσφαιρας. Οι πιέσεις των αερίων μετρώνται με ειδικά όργανα που λέγονται μανόμετρα, και ειδικότερα η ατμοσφαιρική με τα βαρόμετρα.

Οι δύο παραπάνω πιέσεις (**Υδροστατική και Αεροστατική πίεση**) μπορούν να συνυπάρξουν μεταξύ τους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα της Υδρο-Αεροστατικής πίεσης αποτελούν τα γνωστά υδροπλάνα. Στην ουσία πρόκειται για αεροπλάνα τα οποία έχουν την δυνατότητα να απογειωθούν και να προσγειωθούν είτε στο νερό (θάλασσα ή ποτάμι) είτε σε κάποιον διάδρομο απογείωσης και προσγείωσης ενός αεροδρομίου.



Εικόνα 3.3.2 – “Βαρόμετρο”

Τα υδροπλάνα, δοκιμασμένα εδώ και δεκαετίες σε πολλές ξένες χώρες, αποδείχθηκε πλέον στην πράξη ότι μπορούν να αποτελέσουν και στην Ελλάδα μια αξιόπιστη λύση ως επιπλέον κοινωνιακή επιλογή. Μάλιστα, σε κάποιες περιπτώσεις, ιδίως τους χειμερινούς μήνες, θα μπορούσαν να εξελιχθούν σε βασική μεταφορική διέξοδο κυρίως για τα μικρά και απομακρυσμένα νησιά που δεν διαθέτουν χερσαίο αεροδρόμιο, αφού μπορούν να εκτελούν



διάφορα είδη πτήσεων, όπως: τακτικές επιβατικές, έκτακτες επιβατικές, περιηγητικές, μεταφορά ασθενών, φαρμάκων, τροφίμων, Τύπου, έρευνας και διάσωσης, πυρόσβεσης.



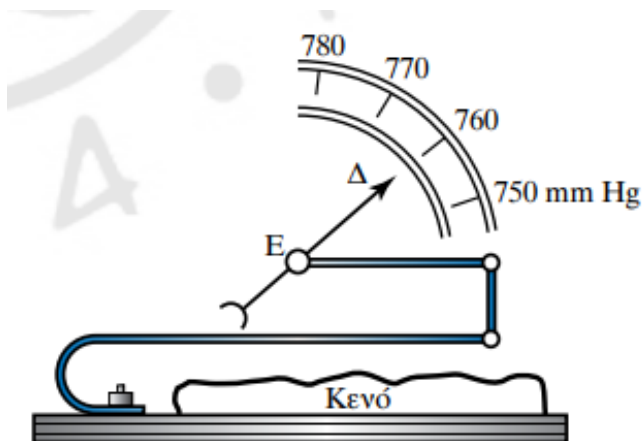
Εικόνα 3.3.3 – “Υδροπλάνο κατά την προσγείωση στην θάλασσα.”

Σε πολλές περιπτώσεις τα υδροπλάνα έχουν σώσει ανθρώπινες ζωές. Έχουν μεταφέρει ανθρώπους που κινδυνεύουν από περιοχές όπου δεν υπάρχει ιατρική βοήθεια.

Επίσης, παίρνουν μέρος σε επιχειρήσεις έρευνας και διάσωσης, είτε στη θάλασσα, είτε σε δύσβατες και απόκρημνες περιοχές, ερευνώντας ή μεταφέροντας συνεργεία διάσωσης.

### Μεταλλικό Βαρόμετρο.

Το μεταλλικό Βαρόμετρο αποτελείται από κυλινδρικό δοχείο κενό αέρος, η πάνω επιφάνεια του οποίου καλύπτεται από ελαστικό και πτυχωτό μεταλλικό έλασμα Ε, προκειμένου να είναι πιο εύκαμπτη (εικόνα 3.3.4). Το έλασμα, καθώς παραμορφώνεται από την Ατμοσφαιρική πίεση, μεταδίδει μέσω μοχλών τη μετακίνηση σε δείκτη Δ που κινείται γύρω από κλίμακα βαθμονομημένη, που μπορεί να δείχνει την πίεση σε κατάλληλες μονάδες.



Εικόνα 3.3.4

“Λειτουργία μεταλλικού Βαρόμετρου”

Συνήθως χρησιμοποιείται για τη μέτρηση των μεταβολών της Ατμοσφαιρικής πίεσης και την πρόγνωση του καιρού. Το μεταλλικό Βαρόμετρο δεν είναι μεγάλης ακρίβειας, αλλά είναι

πολύ εύχρηστο για τα ταξίδια, κυρίως στην θάλασσα και μάλιστα όταν επικρατεί τρικυμία (εικόνα 3.3.5).



Εικόνα 3.3.5

“Μεταλλικό βαρόμετρο”

Η μονάδα μετρήσεως πίεσης στο SI είναι το  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ n/M}^2$ , όμως εξακολουθούν να χρησιμοποιούνται και οι άλλες μονάδες, παρόλο που σιγά-σιγά παραμερίζονται. Πολλές φορές μας ενδιαφέρει να μετρείται η πίεση σε σχέση με την ατμοσφαιρική, δηλαδή η Υπερπίεση ή η Υποπίεση.

Χρησιμοποιούνται πολλές φορές οι όροι:

1. **Απόλυτη πίεση**  $p_a$  που είναι η πραγματική πίεση που έχει για παράδειγμα ο ατμός, και
2. **Μανομετρική** (σχετική) πίεση  $p_\mu$ , που είναι η διαφορά της απόλυτης πίεσεως  $p_a$  από την ατμοσφαιρική  $p_{ατμ}$ , δηλαδή  $p_\mu = p_a - p_{ατμ}$ . Αν  $p_\mu > 0$ , τότε ο ατμός έχει Υπερπίεση και αν  $p_\mu < 0$ , τότε ο ατμός έχει Υποπίεση.

Τα λεγόμενα **Μανόμετρα** είναι συνήθως κατασκευασμένα και βαθμονομημένα έτσι, ώστε να δείχνουν τη Μανομετρική πίεση.

### 3.3 Θεώρημα Torricelli.

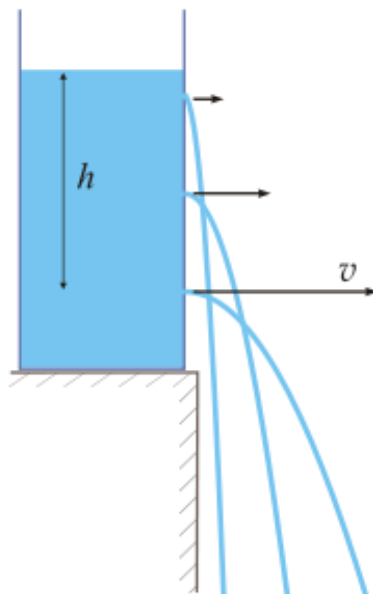
Το **Θεώρημα του Τοριτσέλι**, που διατυπώθηκε από τον Ιταλό φυσικό Τοριτσέλι, προσδιορίζει την εκροή ιδεώδους ρευστού στο ελεύθερο αέρα. Στην απλούστερη διατύπωσή του το θεώρημα αυτό λέει ότι: "Όταν ένα υγρό εκρέει στον ελεύθερο αέρα υπό την επίδραση της βαρύτητας από μια οπή βάθους  $h$  (από την ελεύθερη επιφάνειά του) αποκτά "ταχύτητα εκροής" ίση με εκείνη που θα ελάμβανε εάν έπεφτε ελεύθερα από ίδιο ύψος". Προϋπόθεση ισχύος του θεωρήματος αυτού είναι το εμβαδόν διατομής εκροής να είναι κατά πολύ μικρότερο της ελεύθερης επιφάνειας.

Η ταχύτητα  $v$  στο σημείο της εκροής δίνεται από τον τύπο:

$$v = \sqrt{2gh} \text{ σε m/sec.}$$

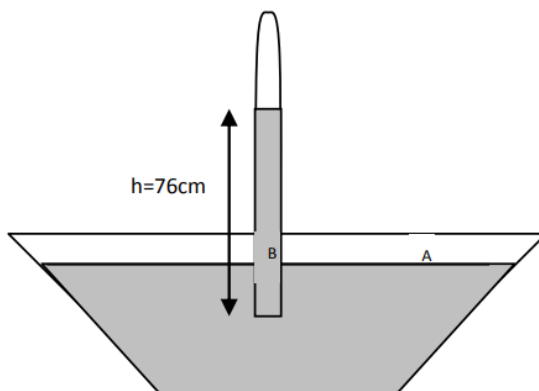
Η δε παροχή  $Q$ , όταν η διατομή της οπής εκροής είναι  $F$ , δίνεται από τον τύπο:

$$Q = F \sqrt{2gh} \text{ σε m}^3/\text{sec}$$



### Θεώρημα Torricelli

Ο Τορικήλι γέμισε ένα δοχείο με υδράργυρο και πήρε ένα μακρύ γυάλινο σωλήνα τον οποίο γέμισε επίσης με υδράργυρο μέχρι το ανοιχτό στόμιο του σωλήνα. Στη συνέχεια έκλεισε με το δάχτυλο του το στόμιο του σωλήνα και τον αναποδογύρισε προσεκτικά μέσα στο δοχείο με τον υδράργυρο όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν ελευθέρωσε το στόμιο του σωλήνα απομακρύνοντας το δάχτυλο του, παρατήρησε ότι μόνο ένα μέρος από τον υδράργυρο που βρισκόταν αρχικά μέσα στο σωλήνα χύθηκε στο δοχείο και δεν χύθηκε ολόκληρη η ποσότητα του υδραργύρου όπως ίσως θα περίμενε κανένας.



Τελικά διαπίστωσε ότι η στάθμη του υδραργύρου ισορρόπησε στα 76cm πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στο δοχείο. Το γεγονός ότι ο υδράργυρος δεν πέφτει όλος μέσα στο δοχείο αποδεικνύει την ύπαρξη της ατμοσφαιρικής πίεσης, διότι αν δεν υπήρχε

ατμοσφαιρική πίεση θα έπρεπε και στο δοχείο και στο σωλήνα ο υδράργυρος να είναι στην ίδια στάθμη σύμφωνα με την αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων. Επειδή τα σημεία Α και Β βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο δέχονται την ίδια πίεση και σύμφωνα με τον νόμο της υδροστατικής και άρα ισχύει  $P_A = P_B$ . Το σημείο Α βρίσκεται στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στο δοχείο και επομένως η πίεση ασκείται από τον αέρα της ατμόσφαιρας και άρα η πίεση στο σημείο αυτό είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση δηλαδή  $P_A = P_{atm}$ . Το σημείο Β είναι μέσα στο στον αναποδογυρισμένο σωλήνα του υδραργύρου και επομένως δέχεται πίεση από τη στήλη του υδραργύρου που βρίσκεται πάνω από αυτό και επομένως  $P_B = P_{υδρ}$ . Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να υπολογίσουμε την ατμοσφαιρική πίεση ως εξής:

$$\begin{aligned}
 P_A &= P_B \\
 P_{atm} &= P_{υδρ} \\
 P_{atm} &= d_{Hg} \cdot g \cdot h \\
 P_{atm} &= 13600 \frac{Kg}{m^3} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 0,76m \\
 P_{atm} &= 101.293 \frac{N}{m^2}
 \end{aligned}$$

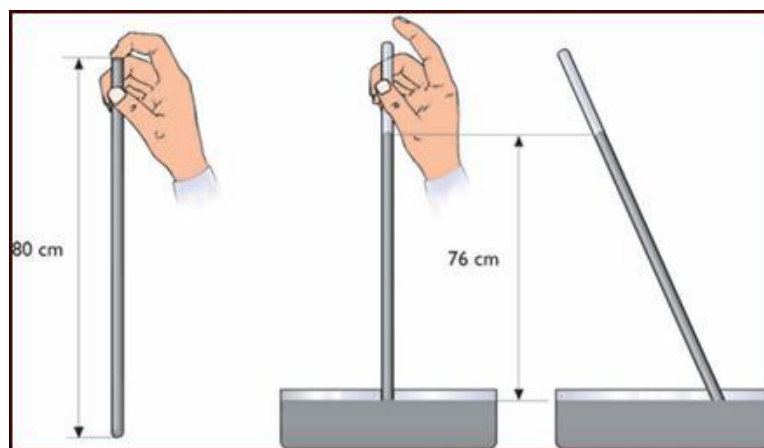
όπου  $d_{Hg}$  η πυκνότητα του υδραργύρου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $h$  το ύψος της στήλης του υδραργύρου πάνω από το σωλήνα. Με το πείραμα του ο Τορικέλι όχι μόνο απέδειξε την ύπαρξη της ατμοσφαιρικής πίεσης αλλά και την υπολόγισε κιόλας. Πρακτικά μπορούμε να θυμόμαστε ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι περίπου  $P_{atm} = 100.000 \frac{N}{m^2}$ .

Σημειώνουμε εδώ ότι στο χώρο πάνω από την επιφάνεια του υδραργύρου μέσα στο σωλήνα δεν υπάρχει αέρας, ο χώρος είναι κενός και επομένως η πίεση στο χώρο αυτό είναι μηδενική.

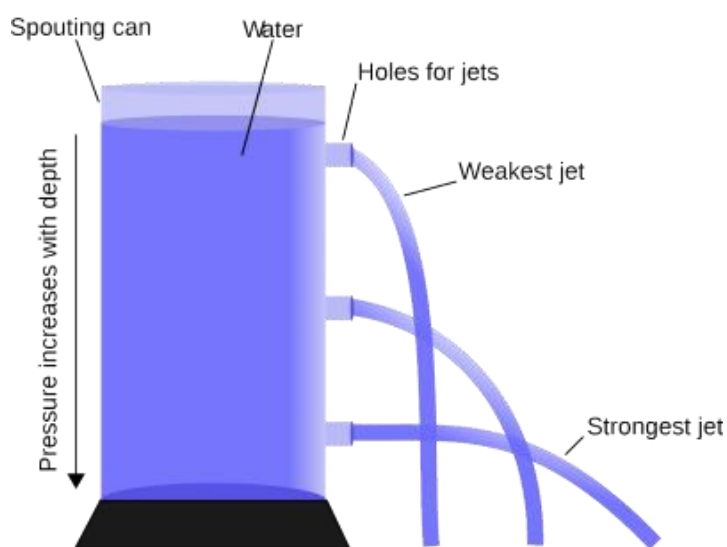
### Το θεώρημα Torricelli με applet.

Στο παρακάτω βίντεο θα δούμε μία υπερυψωμένη δεξαμενή με νερό. Στο κάτω μέρος της δεξαμενής υπάρχει μία εγκοπή μέσα απ' την οποία εκτοξεύετε νερό σε ακτίνα 20 μέτρων ενώ παράλληλα η δεξαμενή τροφοδοτείται με νερό έτσι ώστε η στάθμη του νερού της δεξαμενής να παραμένει σταθερή.

Παρατηρούμε ότι κατά την έξοδό του, το νερό αποκτά ταχύτητα η οποία αυξάνεται κατά μήκος του βεληνεκές του. Επίσης, παρατηρούμε ότι η πίεση στο σημείο εξόδου του νερού ισούται με μία ατμόσφαιρα ενώ μέσα στην δεξαμενή είναι παραπάνω.



Στην συνέχεια διακόπτεται η παροχή του νερού με συνέπεια την πτώση της στάθμης του παρατηρώντας έτσι την μείωση της ταχύτητάς του κατά την έξοδό του από την δεξαμενή, καθώς και την ελάττωση του βεληνεκές του. Εάν επαναφέρουμε την τροφοδοσία του νερού, παρατηρούμε ότι η στάθμη του παραμένει σταθερή καθώς επίσης και το βεληνεκές του. Βίντεο:<https://www.youtube.com/watch?v=aNVIwoIc2Ik&list=LLDFSflyDhxLLxmvuBtLempA&index=2&t=0s>

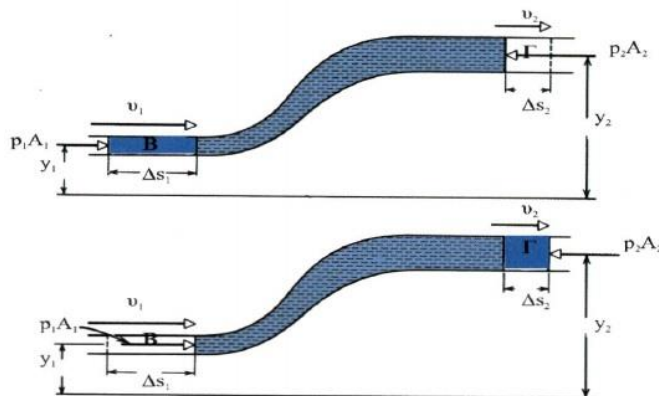


## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup>

### Θεώρημα Bernoulli – Φαινόμενο Venturi

#### 4.1 Αρχή Bernoulli και εφαρμογή της.

Ο νόμος Bernoulli καθορίζει την πίεση που επικρατεί μέσα στα υγρά, όταν αυτά κινούνται. Στη πραγματικότητα πρόκειται για ένα άθροισμα τριών ενεργειών: της "ενέργειας θέσεως", της "δυναμικής πίεσης", που αποτελεί το μέτρο της "Κινητικής ενέργειας" του υγρού, και της "υδροστατικής πίεσης", που είναι και το μέτρο της "Δυναμικής ενέργειας" λόγω ύψους ή λόγω του πεδίου βαρύτητας.



Αν για παράδειγμα ονομασθεί  $\rho_\epsilon$  η πίεση ενός υγρού,  $\gamma$  το ειδικό βάρος του,  $v$  η ταχύτητα αυτού και  $h$  το στατικό ύψος ενός θεωρουμένου σημείου, τότε ο Νόμος του Μπερνούλι

παρίσταται με την ακόλουθη μαθηματική διατύπωση:  $\rho_\epsilon + \frac{\gamma v^2}{2g} + \gamma h = C$  σταθερό

Στον μαθηματικό αυτό τύπο, το  $\rho_\epsilon$  παριστάνει την υπό των εξωτερικών δυνάμεων δημιουργούμενη πίεση που αποτελεί ακριβώς το μέτρο της ενέργειας θέσεως. Η δε παράσταση  $(\gamma v^2) / 2g$  εκφράζει την δυναμική πίεση και αποτελεί το μέτρο της κινητικής ενέργειας του υγρού. Τέλος η παράσταση  $(\gamma h)$  είναι αυτή που εκφράζει την υδροστατική πίεση που είναι και το μέτρο της δυναμικής ενέργειας όπως προαναφέρθηκε. Το δε άθροισμα αυτών  $C$  είναι σταθερό.

Κατόπιν όλων των παραπάνω, ως κατάληξη, ο Νόμος του Μπερνούλι καθορίζει ότι: "Κατά μήκος μιας φλέβας ή ενός αγωγού που διέρχεται υγρό το άθροισμα της εξωτερικής πίεσης, της δυναμικής πίεσης και της υδροστατικής πίεσης είναι σταθερό".

Στη περίπτωση οριζόντιου αγωγού οπότε το ύψος  $h$  παραμένει σταθερό εξυπακούεται ότι ο

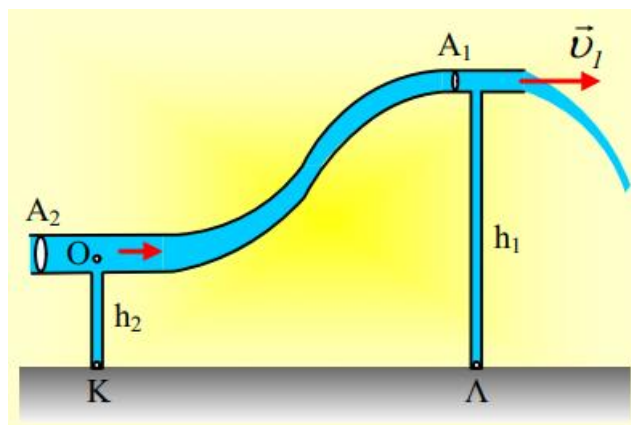
παραπάνω μαθηματικός τύπος περιορίζεται στις δύο πρώτες παραστάσεις:  $\rho_\epsilon + \frac{\gamma v^2}{2g} = C$

σταθερό.

Εξ αυτού του τελευταίου συνάγεται ότι: κατά τη ροή του υγρού, η πίεση είναι μικρή στα σημεία όπου η ταχύτητα είναι μεγάλη, και αντίστροφα είναι μεγάλη σε σημεία όπου η ταχύτητα είναι μικρή, ή ακόμα, το άθροισμα της "ενέργειας θέσεως" και της "κινητικής ενέργειας" είναι σταθερό. Τούτο άλλωστε γίνεται εύκολα αντιληπτό δεδομένου ότι όταν αυξάνεται η κινητική ενέργεια του υγρού, η αύξηση αυτή πραγματοποιείται με αντίστοιχη ελάττωση της ενέργειας θέσεως προκειμένου το άθροισμα τους να παραμένει σταθερό.

### Bernoulli's principle 3d animation

Ας υποθέσουμε ότι ένα υγρό κινείται σε οριζόντια κατεύθυνση και συναντά διαφορά πίεσης. Αυτή η διαφορά πίεσης θα έχει ως αποτέλεσμα μια καθαρή δύναμη, η οποία από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα θα προκαλέσει επιτάχυνση του ρευστού. Η βασική σχέση, η οποία είναι γνωστή ως η αρχή του Bernoulli.



Η αρχή του Bernoulli λέει ότι η αύξηση (πτώση) της πίεσης σε ένα ρέον υγρό πρέπει πάντοτε να συνοδεύεται από μια μείωση (αύξηση) της ταχύτητας και αντίστροφα, αν μια αύξηση (μείωση) στην ταχύτητα του υγρού οδηγεί σε μείωση (αύξηση) της πίεσης.

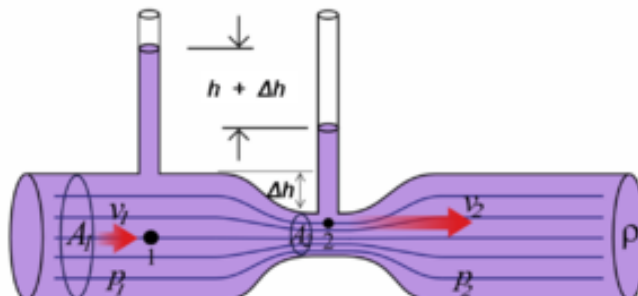
Ως ένα παράδειγμα, η αρχή του Bernoulli είναι υπεύθυνη για το γεγονός ότι μια κουρτίνα ντους παίρνει "αναρροφάται προς τα μέσα" όταν το νερό ενεργοποιηθεί για πρώτη φορά. Αυτό που συμβαίνει είναι ότι η αυξημένη ταχύτητα νερού / αέρα μέσα στην κουρτίνα (σε σχέση με τον αέρα που παραμένει στην άλλη πλευρά) προκαλεί πτώση πίεσης. Η διαφορά πίεσης μεταξύ του εξωτερικού και του εσωτερικού προκαλεί μια καθαρή δύναμη στην κουρτίνα ντους που το απορροφά προς τα μέσα. Ένα άλλο παράδειγμα είναι η λειτουργία μιας φιάλης αρωμάτων: η συμπίεση του λαμπτήρα πάνω στο υγρό δημιουργεί μια περιοχή χαμηλής πίεσης λόγω της υψηλότερης ταχύτητας του αέρα, η οποία στη συνέχεια τραβάει το ρευστό προς τα πάνω.

Εξισώσεις:  $A = \rho A V$ ,  $p_1 - p_2 = \rho g y_2$

Βίντεο: (<https://www.youtube.com/watch?v=UJ3-Zm1wBIQ>)

## 4.2 Θεώρημα Venturi

**Φαινόμενο Βεντούρη** είναι το φυσικό φαινόμενο της μείωσης της πίεσης ενός ρευστού η οποία προκαλείται από την διέλευση του ρευστού μέσω ενός περιορισμένου τμήματος ενός σωλήνα.



Η πίεση στον πρώτο σωλήνα (1) είναι μεγαλύτερη από ότι στον δεύτερο (2) και η ταχύτητα του ρευστού στο «1» είναι μικρότερη από ότι στο «2» .

### Αρχή λειτουργίας - Θεώρημα Βεντούρη

Για το πείραμα αυτό χρησιμοποιείτε ένας σωλήνας του οποίου η διάμετρος στο κέντρο είναι μικρότερη σε σχέση με την διάμετρό του στα άκρα. Στο παρακάτω βίντεο παρουσιάζετε η μείωση της πίεση του υγρού όταν αυτό διέρχεται από σωλήνα μικρότερης διαμέτρου. Σύμφωνα με το παρακάτω βίντεο παρατηρούμε ότι αυξάνοντας την ταχύτητα του υγρού που διέρχεται δια μέσο του σωλήνα, η πίεσή του αυξάνει στα άκρα και μειώνετε στο κέντρο όπου υπάρχει η στένωση.

Το θεώρημα του Βεντούρη το συναντάμε σε εγκαταστάσεις πυρασφάλειας (sprinklers), σε εγκαταστάσεις άρδευσης όπου έχουμε τους εκτοξευτήρες νερού και γενικότερα στην γεωργία σε συσκευές ραντίσματος κ.α., στα σπρέι που χρησιμοποιούνται σε αρώματα κ.α..



Εικόνα 4.2.1

*Εκτοξευτήρας νερού σε εγκατάσταση άρδευσης.*

Εξίσωση:  $p_1 - p_2 = \rho/2 (U_2^2 - U_1^2)$

<https://www.youtube.com/watch?v=H3TcLoopJBo>



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5<sup>ο</sup> – Αρχή Αρχιμήδη.

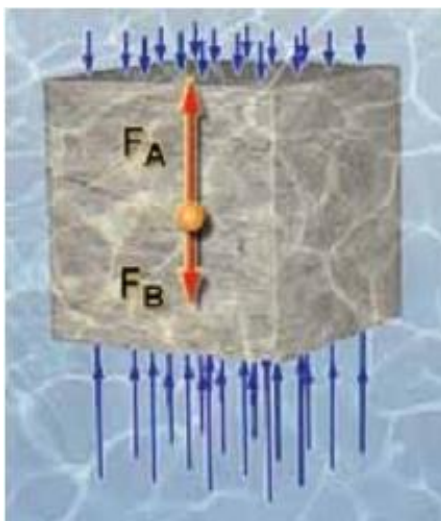
### 5.1 Αρχή Αρχιμήδη.

Η **Αρχή του Αρχιμήδη** καθορίζει ότι: "Κάθε σώμα βυθισμένο σε ρευστό δέχεται άνωση ίση με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζει." Μαθηματικά η Άνωση ( $A$ ) μπορεί να εκφρασθεί με τον τύπο:  $A = \rho g V$ , όπου:

$\rho$ : Πυκνότητα ρευστού

$g$ : Επιτάχυνση βαρύτητας ( $9,81\text{m/sec}^2$ )

$V$ : Ογκος βυθισμένου σώματος



Όταν το βάρος ενός σώματος είναι μεγαλύτερο από την άνωση που αυτό δέχεται τότε θα βυθιστεί, ενώ σε αντίθετη περίπτωση θα επιπλέει.

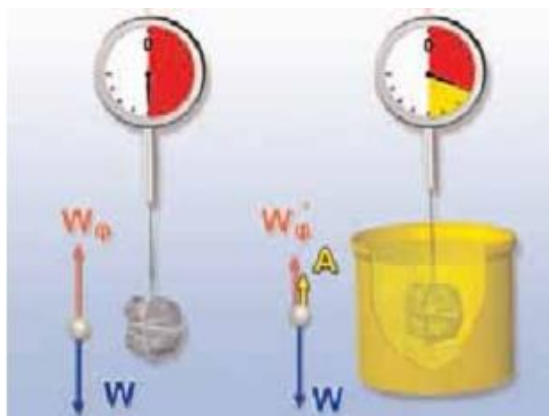
#### Πού οφείλεται η Άνωση;

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα, θεωρούμε έναν κύβο βυθισμένο σε υγρό. Το υγρό ασκεί δύναμη στον κύβο η οποία οφείλεται στην Υδροστατική πίεση. Έτσι, στην κάτω επιφάνεια του κύβου εμβαδού  $A$  ασκείται δύναμη  $F_A = p_A \cdot A$  και στην επάνω  $F_B = p_B \cdot A$ .

Σύμφωνα με το νόμο της Υδροστατικής, στην κάτω επιφάνεια του κύβου επικρατεί μεγαλύτερη πίεση απ' ό,τι στην επάνω, δηλαδή  $p_A > p_B$  και επομένως  $F_A > F_B$ . Η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκείται από το υγρό στον κύβο λόγω της υδροστατικής πίεσης έχει κατακόρυφη διεύθυνση και φορά προς τα πάνω. Η συνισταμένη αυτή δύναμη είναι η άνωση.

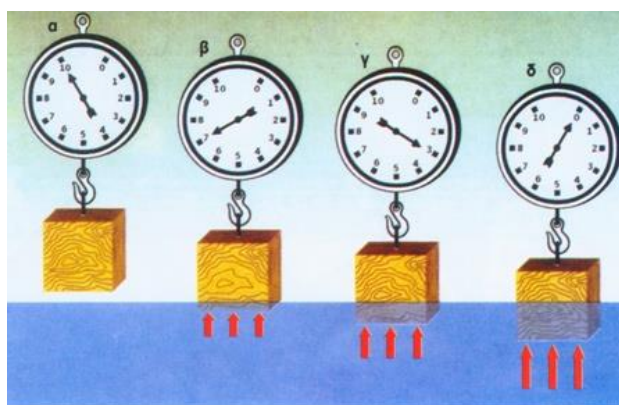
#### Από ποιους παράγοντες εξαρτάται η άνωση;

Παίρνουμε δύο κομμάτια πλαστελίνης ίδιου βάρους. Στο ένα δίνουμε το σχήμα κύβου και στο άλλο σφαίρας και τα βυθίζουμε πλήρως στο ίδιο υγρό στο ίδιο βάθος. Μετράμε την άνωση στα δυο σώματα. Παρατηρούμε ότι είναι ίδια. Αντικαθιστούμε τη σφαίρα από πλαστελίνη με μεταλλική ίδιας ακτίνας και μετράμε τις δύο ανώσεις.



Παρατηρούμε ότι είναι ίδιες. Συμπεραίνουμε ότι η **Άνωση δεν εξαρτάται από το σχήμα και το βάρος του σώματος που βυθίζεται**. Βυθίζουμε το ένα από τα δύο σώματα σε μεγαλύτερο βάθος και παρατηρούμε ότι η άνωση δε μεταβάλλεται. Συμπεραίνουμε ότι, εφόσον το σώμα είναι ολόκληρο βυθισμένο στο υγρό, η άνωση είναι ανεξάρτητη του βάθους στο οποίο βρίσκεται.

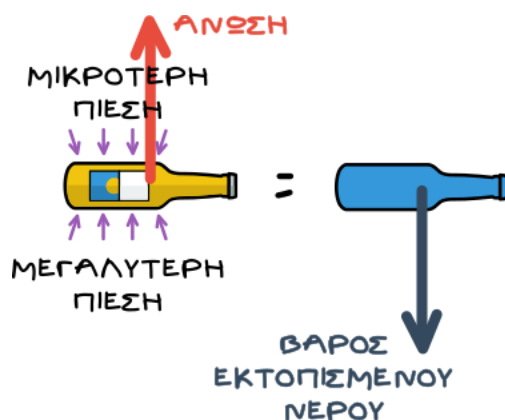
Αν βυθίσουμε πλήρως τα δυο κομμάτια πλαστελίνης σε δύο υγρά με διαφορετικές πυκνότητες, διαπιστώνουμε ότι το υγρό με τη μεγαλύτερη πυκνότητα ασκεί στην πλαστελίνη μεγαλύτερη άνωση. Έχει αναρωτηθεί γιατί επιπλέουμε πιο εύκολα στη θάλασσα απ' ό,τι σε μια λίμνη ή πισίνα (με «γλυκό» νερό); Μπορείς να απαντήσεις στο παραπάνω ερώτημα, αν γνωρίζεις ότι το αλατόνερο (νερό της θάλασσας) έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από το καθαρό νερό (νερό της λίμνης).



Βυθίζουμε πλήρως στο ίδιο υγρό δύο κύβους, έναν αλουμινένιο και ένα σιδερένιο ίδιου βάρους. Ο κύβος από αλουμίνιο έχει μεγαλύτερο όγκο. Διαπιστώνουμε ότι η άνωση που ασκείται στο σιδερένιο κύβο είναι μικρότερη, από αυτή που ασκείται στον αλουμινένιο. Βυθίζουμε σταδιακά τον έναν από τους κύβους στο υγρό. Παρατηρούμε ότι όσο περισσότερο μέρος του όγκου ενός σώματος βυθίζουμε μέσα στο υγρό, τόσο αυξάνεται η άνωση που ασκείται στο σώμα.

Πώς θα μπορούσαμε να γενικεύσουμε τις παραπάνω παρατηρήσεις και να τις συνοψίσουμε σε μια πρόταση; Πρώτος ο Έλληνας μαθηματικός και φυσικός Αρχιμήδης (3ος αιώνας π.Χ.),

παρατήρησε ότι όταν ένα σώμα βυθίζεται στο υγρό, καταλαμβάνει χώρο στον οποίο προηγουμένως υπήρχε υγρό. Δηλαδή το σώμα **εκτοπίζει** το υγρό, οπότε η στάθμη του υγρού ανεβαίνει. Ο όγκος του υγρού που εκτοπίζεται ισούται με τον όγκο του σώματος (ή του μέρους του σώματος) που είναι βυθισμένο σ' αυτό. Συμπεραίνουμε ότι η άνωση αυξάνεται, όταν αυξάνεται ο όγκος του υγρού που εκτοπίζεται από το σώμα, που βυθίζουμε σ' αυτό. Ο Αρχιμήδης συγκέντρωσε όλες τις παραπάνω παρατηρήσεις και διατύπωσε μια πρόταση που είναι γνωστή ως **αρχή του Αρχιμήδη**:



Τα υγρά ασκούν δύναμη σε κάθε σώμα που βυθίζεται μέσα σε αυτά. Η δύναμη αυτή ονομάζεται άνωση, είναι κατακόρυφη, με φορά προς τα πάνω και το μέτρο της ισούται με το βάρος του υγρού που εκτοπίζεται από το σώμα (εικόνα 4.26).

Η αρχή του Αρχιμήδη ισχύει και για σώματα που βρίσκονται σε αέρια και διατυπώνεται στη γλώσσα των μαθηματικών ως εξής:

Άνωση = Βάρος υγρού ή του αερίου που εκτοπίζεται ή

Άνωση = (Μάζα υγρού ή του αερίου που εκτοπίζεται)  $g$  ή

Άνωση = (όγκος υγρού ή του αερίου που εκτοπίζεται) · (πυκνότητα υγρού)  $g$  ή

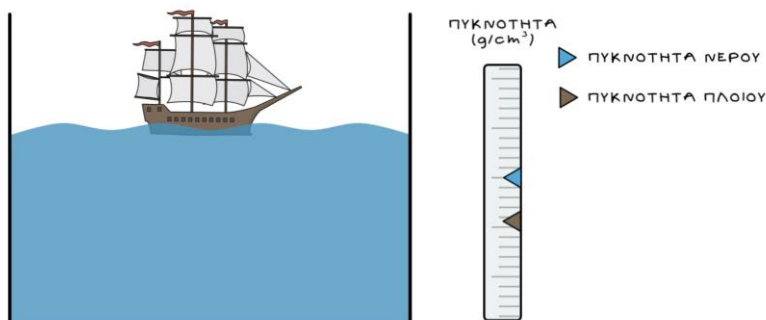
$A = \rho_{\text{υγρού ή αερίου}} \cdot g \cdot V_{\text{βυθισμένο}}$

όπου  $A$  η Άνωση που ασκείται σε σώμα βυθισμένο σε υγρό (ή αέριο) Πυκνότητας  $\rho$  και  $V_{\text{βυθισμένο}}$  ο Όγκος (ή το μέρος του όγκου) του σώματος που είναι βυθισμένο στο υγρό (ή το αέριο).



## Πώς Επιπλέουν τα Σιδερένια Πλοία;

Το παρακάτω βίντεο περιγράφει τον τρόπο με τον οποίον επιπλέουν τα πλοία, δηλαδή την Άνωση. Σύμφωνα λοιπόν με το βίντεο, ως πυκνότητα εκφράζεται η ποσότητα της μάζας που περιέχεται σε ένα συγκεκριμένο όγκο, όπως (π.χ. το ατσάλι το οποίο έχει οκτώ φορές μεγαλύτερη πυκνότητα από το νερό.)



Επομένως, το πλοίο που το υλικό του είναι ατσάλι, δεν είναι κατασκευασμένο από ατόφιο ατσάλι, αλλά στο εσωτερικό του υπάρχει αέρας που μειώνει την μέση πυκνότητά του. Το πλοίο είναι κατασκευασμένο έτσι ώστε να εκτοπίζει την μάζα του στο νερό προτού βυθιστεί εντελώς.

Βίντεο: (<https://www.youtube.com/watch?v=0soSth58Cz8>)

## Πλωτές δεξαμενές πλοίων.



Ακόμη ένα παράδειγμα για την άνωση αποτελούν οι πλωτές δεξαμενές που χρησιμοποιούνται για επισκευές/συντηρήσεις πλοίων/σκαφών. Οι πλωτές δεξαμενές επί της ουσίας μπορούν να χαρακτηρισθούν ως ειδικά σκάφη που υπάρχουν στα ναυπηγεία και χρησιμεύουν για την επισκευή των πλοίων. Οι δεξαμενές αυτές είναι χωρισμένες σε διαμερίσματα. Γεμίζοντας τα διαμερίσματα της δεξαμενής με νερό, η δεξαμενή βυθίζεται, οπότε και το προς επισκευή πλοίο, με την βοήθεια ρυμουλκών, ρυμουλκείται εντός της δεξαμενής (εικόνα 1).



*Εικόνα 1 - Τοποθέτηση πλοίου επί της δεξαμενής.*

Στην συνέχεια και αφού το πλοίο έχει τοποθετηθεί και ασφαλιστεί στην σωστή θέση επί της δεξαμενής, γίνεται απάντληση των υδάτων και η δεξαμενή ανυψώνετε (επιπλέει) βγάζοντας το πλοίο εξ ολοκλήρου εκτός της θάλασσας (εικόνα 2).



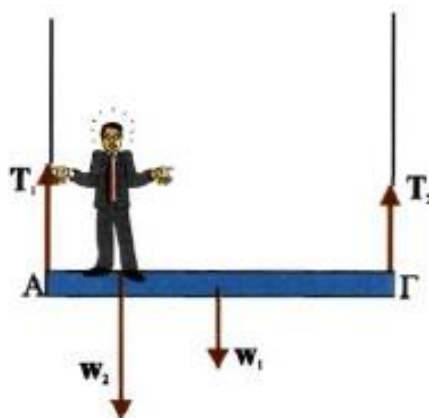
*Εικόνα 2 - Ανύψωση δεξαμενής.*

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6<sup>ο</sup> – Ισορροπία στερεού σώματος.

### 6.1 Συνθήκες Ισορροπίας Στερεού Σώματος.

Οι προϋποθέσεις για να Ισορροπεί ένα αρχικά Ακίνητο Στερεό στο οποίο ασκούνται δυνάμεις.

Αν το στερεό έχει σταθερό άξονα μπορεί να κάνει μόνο στροφική κίνηση. Επομένως, για να ισορροπεί, αρκεί η συνισταμένη των ροπών ως προς τον άξονα να είναι μηδέν.



Ένα ελεύθερο στερεό, όμως, μπορεί να εκτελέσει και μεταφορική και στροφική κίνηση. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν το σώμα δε θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση. Αυτό όμως δεν εξασφαλίζει ότι δε θα στραφεί.

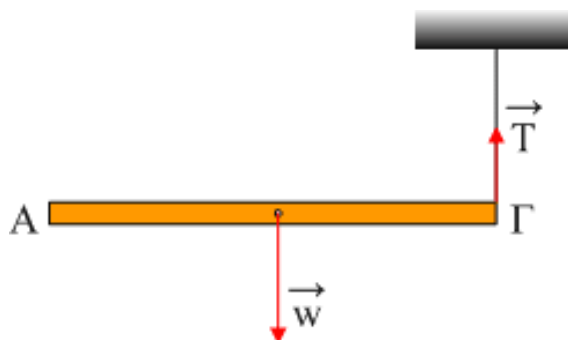
Αν υπάρχουν ροπές το σώμα θα στραφεί. Όταν η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν, αν υπάρχουν ροπές, αυτές θα οφείλονται σε ζεύγη δυνάμεων. Η ροπή ζεύγους, όμως, είναι ίδια ως προς όλα τα σημεία. Άρα, για να μη στραφεί το σώμα θα πρέπει η συνισταμένη ροπή να είναι μηδέν ως προς ένα οποιοδήποτε σημείο (τότε θα είναι μηδέν και ως προς κάθε άλλο).

Επομένως, για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις θα πρέπει πρώτον η συνισταμένη δύναμη να είναι μηδέν:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad \text{ή} \quad \Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0$$

και δεύτερον το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς οποιοδήποτε σημείο να είναι μηδέν:

$$\Sigma T = 0$$



## 6.2 Παράδειγμα Στερεού Σώματος, που βρίσκεται σε Ισορροπία.

Όταν ένα σώμα ισορροπεί εννοούμε ότι όλες οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του ισούνται με το μηδέν, δηλαδή το σώμα είναι Ακίνητο.



### Η Ισορροπία Στερεού Σώματος σε applet.

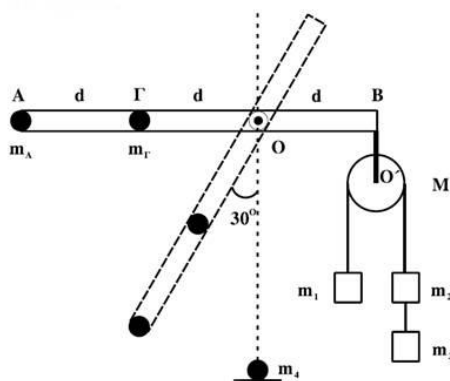
Στο παρακάτω βίντεο γίνετε προσπάθεια να ισορροπήσει το σώμα όπως σταθεροποιώντας το από την μία μεριά με ένα καρφί και δένοντάς το από την άλλη με ένα νήμα. Παράλληλα τοποθετούνται πάνω του διάφορα σώματα βλέποντας έτσι ότι το σώμα μένει σε Ισορροπία.

Βίντεο: (<https://www.youtube.com/watch?v=Gud6U2guHo0>)

### Λοκός με Τροχαλία και Εδραζόμενο σώμα.

Σε ένα ακόμη βίντεο έχουμε μία ράβδο η οποία από το ένα άκρο της είναι στερεωμένη σε μία άρθρωση και στην άλλη άκρη της είναι στερεωμένη με ένα νήμα το οποίο συνδέετε με μια τροχαλία. Επίσης πάνω στην τροχαλία βρίσκετε ένα σώμα το οποίο είναι δεμένο με ένα νήμα το οποίο συνδέετε με την τροχαλία.

Οι δυνάμεις που επενεργούν πάνω σε αυτό το σύστημα βρίσκονται πάνω στον άξονα  $x$  και  $y$ , οι οποίες είναι: οι τάσεις του νήματος από την ράβδο και το σώμα που είναι δεμένα με το νήμα, το βάρος της ράβδου και το βάρος του σώματος και η στατική του τριβή, που είναι δεμένα πάνω της, η αντίδραση της ράβδου πάνω στο σώμα που είναι προς τα πάνω, η αντίδραση της άρθρωσης που είναι προς τα πάνω.



Αναλύοντας όλες αυτές τις δυνάμεις πάνω στο σύστημα, παρατηρούμε ότι το σώμα ισορροπεί, δηλαδή  $\Sigma f_x=0$  και  $\Sigma f_y=0$ .

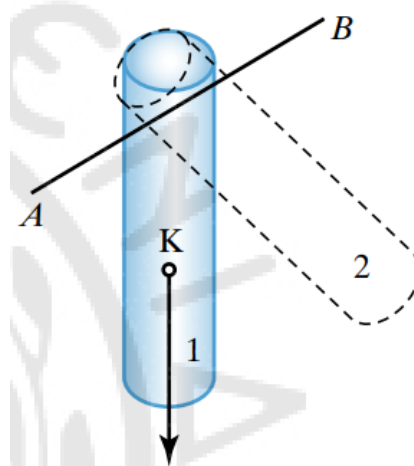
Επίσης, απομονώνοντας το σύστημα της άρθρωσης παρατηρούμε ότι η συνισταμένη των ροπών ισούται με το μηδέν  $\Sigma m=0$

Βίντεο ([https://www.youtube.com/watch?v=Vf-p3Twe1\\_s](https://www.youtube.com/watch?v=Vf-p3Twe1_s))

### 6.3 Είδη Ισορροπίας

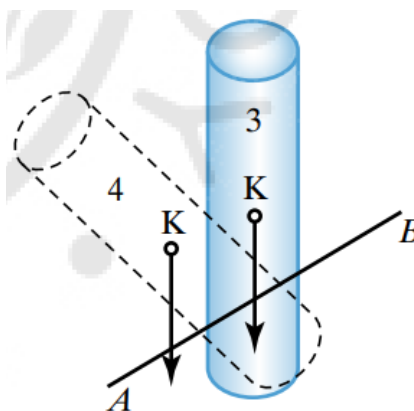
Όταν ένα σώμα εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του, τότε η συνισταμένη δύναμη και ροπή που θα ασκούνται στο σώμα δεν θα είναι κατά ανάγκη μηδέν. Υπάρχουν τα ακόλουθα είδη ισορροπίας:

- **Ευσταθής Ισορροπία:** ονομάζεται εκείνη κατά την οποία, αν το σώμα απομακρυνθεί από τη θέση ισορροπίας του, μόλις αφεθεί ελεύθερο, επανέρχεται πάλι στην αρχική του θέση. Οι εμφανιζόμενες δυνάμεις και ροπές, τείνουν να επαναφέρουν το σώμα στη θέση ισορροπίας στην περίπτωση αυτή.



*Θέση Ευσταθούς Ισορροπίας.*

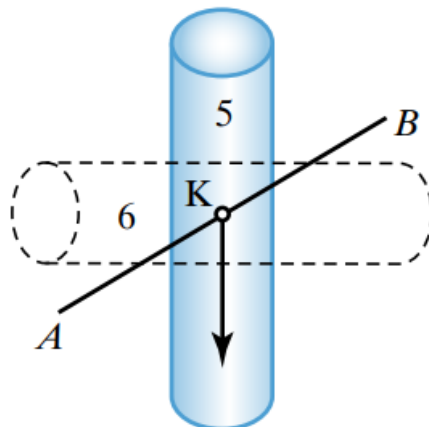
- **Ασταθής Ισορροπία:** ονομάζεται εκείνη κατά την οποία, αν το σώμα απομακρυνθεί από τη θέση ισορροπίας του, μόλις αφεθεί ελεύθερο, απομακρύνεται ακόμη περισσότερο από αυτήν. Οι εμφανιζόμενες δυνάμεις και ροπές, τείνουν να απομακρύνουν το σώμα στη θέση ισορροπίας στην περίπτωση αυτή.



*Θέση Ασταθούς Ισορροπίας.*



- **Αδιάφορη Ισορροπία:** ονομάζεται εκείνη κατά την οποία, αν το σώμα απομακρυνθεί από τη θέση ισορροπίας του, μόλις Αφεθεί ελεύθερο, παραμένει σε ισορροπία στη νέα θέση του. Σε αυτήν την περίπτωση οι δυνάμεις και οι ροπές εξακολουθούν να έχουν συνισταμένη μηδέν.

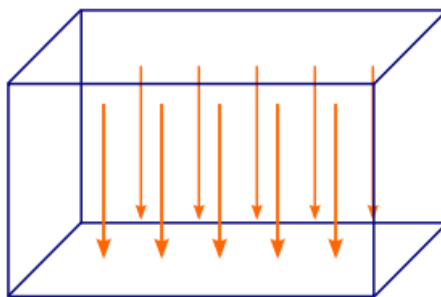


Θέση Αδιάφορης Ισορροπίας.

#### 6.4 Κέντρο Βάρους και κέντρο Μάζας σώματος.

Γενικά θεωρείται ότι η Βαρύτητα εφαρμόζεται σε κάθε σημείο ενός σώματος έλκοντας αυτό προς το κέντρο της Γης. Έτσι όλες οι δυνάμεις που ασκούνται σ' ένα σώμα λόγω της σμίκρυνσης αυτού σε σχέση με την ακτίνα της Γης θεωρούνται παράλληλες.

Η συνισταμένη όλων αυτών ονομάζεται **Βάρος** του σώματος. Το σημείο εφαρμογής αυτής της συνισταμένης πάνω στο σώμα ονομάζεται **Κέντρο Βάρους** του σώματος. Σε περίπτωση που το πεδίο βαρύτητας είναι ομοιογενές σε όλο τον χώρο που καταλαμβάνει το σώμα και η πυκνότητα του σώματος έχει ομοιόμορφη κατανομή, το κέντρο βάρους είναι το ίδιο σημείο με το κέντρο μάζας του σώματος.



*Εικόνα: Απεικόνιση παράλληλων δυνάμεων βαρύτητας που ασκούνται σε κάθε σημείο σώματος. Στο σημείο τομής των διαγωνίων του, βρίσκεται το κέντρο βάρους του.*

Το Κέντρο Μάζας  $\mathbf{R}$  ενός συστήματος σωμάτων ορίζεται ως το άθροισμα των γινομένων της μάζας κάθε σώματος επί την αντίστοιχη απόσταση, προς τη συνολική μάζα του συστήματος:

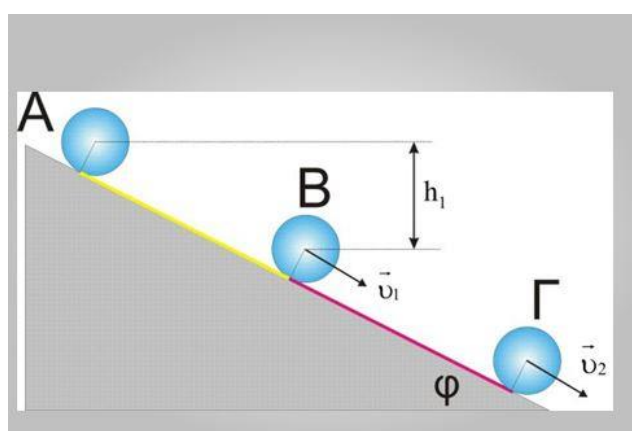
$$\mathbf{R} = \frac{1}{M} \sum m_i \mathbf{r}_i$$

όπου  $M$  είναι η συνολική μάζα του συστήματος.

## Κύλιση Χωρίς Ολίσθηση

Στο παρακάτω βίντεο παρουσιάζονται κάποιες περιπτώσεις κίνησης χωρίς ολίσθηση. Στην πρώτη περίπτωση έχουμε μία σφαίρα που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο πάνω στην οποία επενεργούν δυνάμεις όπως η δύναμη του βάρους της η οποία είναι κάθετη στο οριζόντιο επίπεδο.

Επίσης έχουμε την δύναμη από το οριζόντιο επίπεδο η οποία είναι προς τα πάνω καθώς και όταν κινείται η σφαίρα επενεργεί σε αυτήν η τριβή της ολίσθησης η οποία είναι αντίθετη προς την ταχύτητα του κέντρου μάζας της.



Παρατηρούμε ότι η τριβή ολίσθησης μειώνει την ταχύτητα του κέντρου μάζας της παράλληλα παρατηρούμε ότι αυξάνει την ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας. Όταν αυτές οι δύο ταχύτητες γίνουν ίσες έχουμε κίνηση χωρίς ολίσθηση. Στην δεύτερη περίπτωση η κίνηση πραγματοποιείται σε κεκλιμένο επίπεδο. Οι δυνάμεις που επιδρούν στην σφαίρα στην περίπτωση αυτή είναι το βάρος της σφαίρας το οποίο δεν είναι κάθετο προς το επίπεδο το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα να αυξάνει την ταχύτητα του κέντρου μάζας της, την αντίδραση του επιπέδου που είναι κάθετη σε αυτό και προς τα πάνω και την τριβή ολίσθησης η οποία όπως και στην προηγούμενη περίπτωση αυξάνει την ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας της σφαίρας με συνέπεια όταν οι δύο ταχύτητες γίνουν ίσες έχουμε την κίνηση χωρίς ολίσθηση.

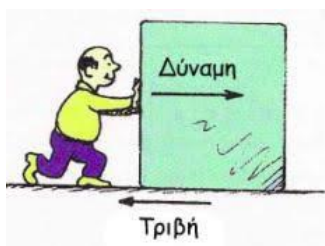
Εξισώσεις:  $U = \Delta S / \Delta t$ ,  $u = 2\pi R / T$ ,  $x = ut$ ,  $\omega = \Delta \phi / \Delta t$ ,  $u = \omega R$

Βίντεο (<https://youtu.be/JGdeaC5zJjg>)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7<sup>ο</sup> - Η Δύναμη

### 7.1 Ορισμός Δύναμης και οι Μονάδες μετρήσεώς της.

Η δύναμη είναι η αιτία που προκαλεί κάθε μεταβολή της κίνησης ή της γεωμετρίας των σωμάτων. Ένα σώμα μπορεί να δεχθεί ταυτόχρονα πολλές δυνάμεις το αποτέλεσμα των οποίων θα είναι σε κάθε σημείο μία συνισταμένη δύναμη και μία συνισταμένη ροπή. Όταν οι δυνάμεις αυτές εξουδετερώνονται μεταξύ τους τότε λέγεται ότι το σώμα βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας.



Σε ότι αφορά τα ελεύθερα σώματα, η δύναμη είναι γενικά η αιτία μεταβολής της κινητικής τους κατάστασης, δηλαδή αυτή που τα επιταχύνει ή τα επιβραδύνει. Αυτό ισχύει και για την περιστροφή τους, που μπορεί να επιταχυνθεί ή να επιβραδυνθεί. Για σώματα που δεν είναι ελεύθερα να κινηθούν με όλους τους

τρόπους, αυτά δηλαδή που είτε είναι αναρτημένα κάπου και μπορούν να κινηθούν μόνο γύρω από σημείο ή άξονα ή σε προκαθορισμένη τροχιά, καθώς και σε όσα εφαρμόζονται δυνάμεις τριβής ή γενικά αντιδράσεις στήριξης, ανάγουμε τις δυνάμεις σε χαρακτηριστικά σημεία. Στην περίπτωση των μη ελεύθερων σωμάτων δύναμη είναι η αιτία που προκαλεί την κίνησή τους ή την κινητικότητά τους σε σχέση με τα σημεία στήριξης ή σύνδεσής τους, ή αυτή που προκαλεί την εντατική τους κατάσταση, την πίεση ή την παραμόρφωσή τους. Η αδράνεια ενός ελεύθερου σώματος επιτρέπει επίσης να προκαλείται στο σώμα εντατική κατάσταση, πίεση ή παραμόρφωση, όταν του εφαρμόζονται αντίστοιχες δυνάμεις.

Την Δύναμη την ορίζουμε από τον Δεύτερο νόμο κίνησης του Νεύτωνα και μετριέται σε "newton" (νιούτον).

Από τον Νόμο Κίνησης με βάση το Διεθνές Σύστημα SI (1961) ορίζεται  $N = Kg \cdot m/sec^2$

Το Πεδίο βαρύτητας της Γης δίνει Επιτάχυνση βαρύτητας  $g(0^\circ) = 9.780 m/sec^2$  στα σώματα που βρίσκονται σε γεωγραφικό πλάτος  $0^\circ$  (στον Ισημερινό), και Επιτάχυνση βαρύτητας  $g(90^\circ) = 9.832 m/sec^2$  στα σώματα που βρίσκονται σε γεωγραφικό πλάτος  $90^\circ$  (στους Πόλους).

$1\text{newton} = 1Kg \cdot 1m/sec^2 = 1kg/9.780 \cdot 9.780m/sec^2 = 0.102Kg \cdot g(0^\circ)$  και άρα μπορούμε να το εξισώσουμε με Δύναμη βαρύτητας σε σώμα 100gr περίπου όσο και το βάρος ενός μήλου.

Η δύναμη δεν είναι άμεσα αντιληπτό ή άμεσα μετρήσιμο Μέγεθος, είναι όμως τα αποτελέσματά της (επιτάχυνση, παραμόρφωση).

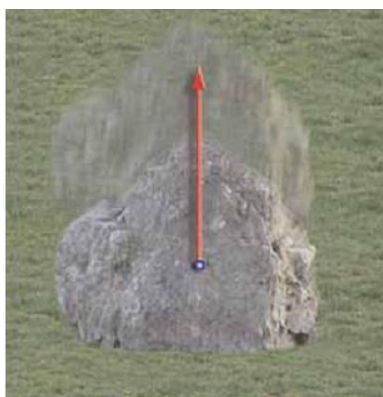
### 7.2 Δύναμη και Κίνηση.

Το παιδί που φαίνεται στην εικόνα 7.2.1 έχει δέσει με σκοινί μια ακίνητη βάρκα και την τραβάει προς την ξηρά. Η βάρκα αρχίζει να κινείται, η ταχύτητα της βάρκας μεταβάλλεται. Τότε λέμε ότι το σκοινί ασκεί δύναμη στη βάρκα.



*Εικόνα 7.2. - Η βάρκα αρχίζει να κινείται προς την ακτή. Το σκοινί ασκεί δύναμη στην βάρκα.*

Αφήνουμε μια πέτρα από κάποιο ύψος να πέσει. Μόλις η πέτρα φθάσει στο έδαφος σταματά, η ταχύτητα της μεταβάλλεται. Τότε λέμε ότι το έδαφος ασκεί δύναμη στην πέτρα (εικόνα 7.2.2).



*Εικόνα 7.2.2 - Η πέτρα σταματά. Το έδαφος ασκεί δύναμη στην πέτρα.*

Ο τερματοφύλακας, για να αλλάξει την πορεία της μπάλας που κατευθύνεται προς το τέρμα του, θα πρέπει να τη χτυπήσει δυνατά με το χέρι του. Λέμε ότι το χέρι ασκεί δύναμη στην μπάλα. Για να αλλάξουμε την πορεία στο μπαλάκι του τένις, πρέπει να το χτυπήσουμε με τη ρακέτα. Λέμε ότι η **ρακέτα ασκεί δύναμη στο μπαλάκι του τένις** (εικόνα 7.2.3). Σε όλα τα παραπάνω παραδείγματα έχουμε μεταβολή στην ταχύτητα των σωμάτων, επομένως: **Οι δυνάμεις προκαλούν μεταβολή στην ταχύτητα των σωμάτων στα οποία ασκούνται.**



Εικόνα 7.2.3 – Η ρακέτα αλλάζει την πορεία της μπάλας. Η ρακέτα ασκεί δύναμη στην μπάλα.

### 7.3 Δύναμη και Παραμόρφωση.

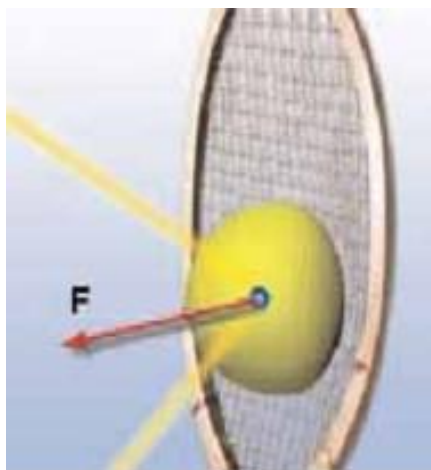
Οι δυνάμεις προκαλούν και άλλου είδους μεταβολές εκτός από μεταβολή της ταχύτητας των σωμάτων; Όταν φυσάει ο άνεμος, τα πανιά του ιστιοφόρου «φουσκώνουν»-παραμορφώνονται. Λέμε ότι ο άνεμος ασκεί δύναμη στα πανιά.

Κρατάμε στα χέρια μας ένα κομμάτι πλαστελίνης και το πιέζουμε. Η πλαστελίνη παραμορφώνεται. Λέμε ότι το χέρι ασκεί δύναμη στην πλαστελίνη. Τραβάμε ένα ελατήριο και το επιμηκύνουμε. Το ελατήριο παραμορφώνεται. Λέμε ότι το χέρι μας ασκεί δύναμη στο ελατήριο (εικόνα 7.3.1). Επομένως: **Οι δυνάμεις προκαλούν Παραμόρφωση των σωμάτων στα οποία ασκούνται.**



Εικόνα 7.3.1 - Το χέρι μας προκαλεί αύξηση του μήκους του ελατηρίου. Το χέρι ασκεί δύναμη στο ελατήριο.

Πολλές φορές μια δύναμη προκαλεί και τα δύο αποτελέσματα ταυτόχρονα. Για παράδειγμα, όταν χτυπάμε με τη ρακέτα ένα μπαλάκι του τένις, το μπαλάκι παραμορφώνεται και η ταχύτητα του μεταβάλλεται (εικόνα 7.3.2).

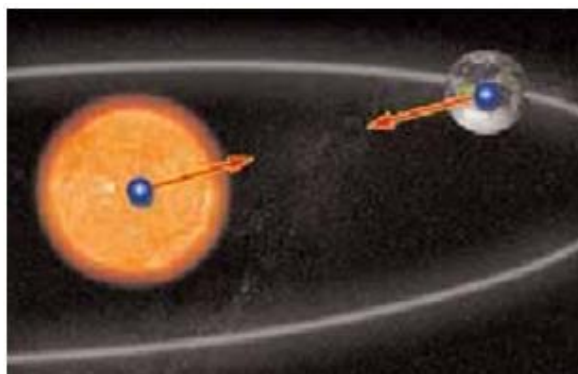


Εικόνα 7.3.2 – Καθώς το μπαλάκι βρίσκεται σε επαφή με τη ρακέτα: α) παραμορφώνεται και β) μεταβάλλεται η ταχύτητά του. Η ρακέτα ασκεί δύναμη στο μπαλάκι.

## 7.4 Δυνάμεις και Αλληλεπιδράσεις.

Παρατήρησε ότι σε όλα τα προηγούμενα παραδείγματα η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα προέρχεται πάντοτε από κάποιο άλλο σώμα. Στη φύση φαίνεται να υπάρχουν πολλές και διαφορετικές δυνάμεις. Έχουν άραγε όλες οι δυνάμεις κάποιο κοινό χαρακτηριστικό;

Η απάντηση σ' αυτό το ερώτημα δόθηκε πριν από 300 χρόνια περίπου από τον Νεύτωνα, ο οποίος υποστήριξε ότι δεν υπάρχουν κάποια σώματα που μόνο ασκούν δυνάμεις και κάποια άλλα που μόνο δέχονται την επίδραση δυνάμεων. Οι δυνάμεις εμφανίζονται πάντοτε ανά δύο μεταξύ δύο σωμάτων. Το σώμα Α ασκεί δύναμη στο σώμα Β, αλλά ισχύει και το αντίστροφο. Το σώμα Β ασκεί δύναμη στο σώμα Α. Για παράδειγμα, το οδόστρωμα ασκεί δύναμη στα ελαστικά των αυτοκινήτων και τα ελαστικά στο οδόστρωμα, ο ήλιος στη γη και η γη στον ήλιο. Λέμε ότι **τα σώματα Αλληλεπιδρούν**. Έτσι, δύο παιδιά που σπρώχνονται, δύο αυτοκίνητα που συγκρούονται, ο ήλιος και η γη που έλκονται, αλληλεπιδρούν (εικόνες 7.4.1 και 7.4.2).



Εικόνα 7.4.1 - Ο ήλιος και η γη αλληλεπιδρούν από απόσταση. Ο ήλιος ασκεί δύναμη στη γη αλλά και η γη αλλά και η γη ασκεί δύναμη στον ήλιο.



Εικόνα 7.4.2 - Το ένα αυτοκίνητο ασκεί δύναμη στο άλλο. Τα δύο αυτοκίνητα αλληλεπιδρούν.

## 7.5 Κατηγορίες Δυνάμεων.

Πότε ένα σώμα ασκεί δύναμη σ' ένα άλλο; Πώς μπορούμε να γνωρίζουμε τις Δυνάμεις που ασκούνται σ' ένα σώμα;

Για να απαντήσουμε στα παραπάνω ερωτήματα, κατατάσσουμε τις δυνάμεις σε δυο κατηγορίες. Δυνάμεις που ασκούνται **κατά την Επαφή** δύο σωμάτων (δυνάμεις επαφής) και δυνάμεις που ασκούνται **από Απόσταση**.

Δυνάμεις επαφής χαρακτηρίζουμε τις δυνάμεις οι οποίες ασκούνται όταν ένα σώμα βρίσκεται σε επαφή με κάποιο άλλο (εικόνα 7.5.1).



Εικόνα 7.5.1 - Ο βατήρας ασκεί δύναμη στον αθλητή από επαφή.

Παραδείγματα δυνάμεων επαφής είναι:

1. Οι δυνάμεις που ασκούν τα τεντωμένα σχοινιά ή τα ελατήρια σε σώματα.
2. β. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ σωμάτων κατά τις συγκρούσεις τους.
3. Η δύναμη της τριβής ανάμεσα σε δυο επιφάνειες.
4. Η δύναμη που ασκούν τα υγρά στα τοιχώματα του δοχείου μέσα στο οποίο περιέχονται ή στα σώματα που είναι μέσα σ' αυτά κτλ.

Δυνάμεις που ασκούνται από απόσταση είναι:

1. Η βαρυτική δύναμη, όπως για παράδειγμα η δύναμη που ασκεί η γη σε σώματα που δε βρίσκονται στην επιφάνεια της, όπως αλεξιπτωτιστές, αεροπλάνα ή δορυφόροι. Η δύναμη που ασκεί ο ήλιος στη γη (εικόνα 7.5.1).

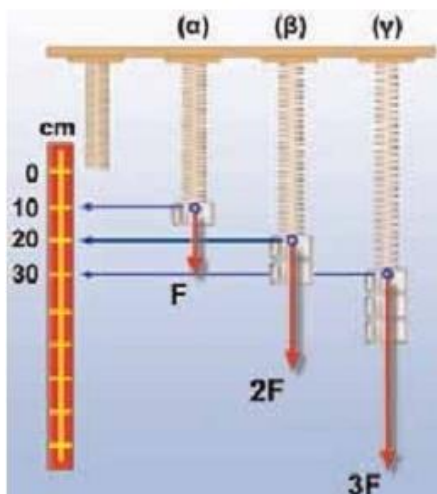
2. Οι ηλεκτρικές δυνάμεις και
3. οι μαγνητικές δυνάμεις.

## 7.6 Μέτρηση της Δύναμης.

Γνωρίζουμε ότι οι φυσικοί, για να περιγράψουν ένα φαινόμενο, χρησιμοποιούν εκείνα τα μεγέθη τα οποία μπορούν να μετρήσουν.

Πώς μπορούμε να μετρήσουμε μια Δύναμη; Για να συγκρίνουμε και να μετρήσουμε δυνάμεις, θα χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα που αυτές προκαλούν στα σώματα στα οποία ασκούνται. Για παράδειγμα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την παραμόρφωση και συγκεκριμένα την επιμήκυνση την οποία μια δύναμη προκαλεί σ' ένα ελατήριο.

Αρχικά, θα πρέπει να βρούμε τη σχέση της επιμήκυνσης του ελατηρίου με τη δύναμη που την προκαλεί. Παρατήρησε την εικόνα 7.6.1. Στην περίπτωση (α), η Δύναμη  $P$  προκαλεί επιμήκυνση 10 οπή. Στη (β), διπλάσια Δύναμη ( $2 \cdot F$ ) προκαλεί διπλάσια επιμήκυνση (20 cm). Στη (γ), τριπλάσια δύναμη ( $3 \cdot F$ ) προκαλεί τριπλάσια επιμήκυνση (30 cm).



Εικόνα 7.6.1 - Ο νόμος του Hook.

*Εφαρμόζοντας διπλάσια και τριπλάσια δύναμη στο ελατήριο, η επιμήκυνσή του διπλασιάζεται και τριπλασιάζεται, αντίστοιχα. Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ανάλογη της δύναμης που την προκαλεί.*

Γενικεύοντας, καταλήγουμε στο συμπέρασμα που είχε ήδη διατυπώσει τον 17ο αιώνα ο Άγγλος φυσικός Ρόμπερτ Χουκ (Hook): **Η επιμήκυνση ενός ελατηρίου είναι ανάλογη με τη Δύναμη που ασκείται σ' αυτό.** Την παραπάνω ιδιότητα των ελατηρίων την εκμεταλλευόμαστε στην κατασκευή οργάνων μέτρησης δυνάμεων: **των Δυναμόμετρων** (εικόνα 3.10). Η μονάδα δύναμης στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (S.I.) ονομάζεται 1 N (Newton-Νιούτον).





*Εικόνα 7.5.2 - Δυναμόμετρο.*

*Η ένδειξη του ισούται με το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα μέσω του δυναμόμετρου.*

## **7.7 Ο Διανυσματικός χαρακτήρας της δύναμης.**

Στην εικόνα 7.6.1 εικονίζεται ένα χέρι που ασκεί δύναμη στην αρχικά ακίνητη κασετίνα σπρώχνοντας την προς τα δεξιά. Η κασετίνα κινείται επίσης προς τα δεξιά. Αν την τραβήξουμε προς τα αριστερά, θα κινηθεί προς τα αριστερά.



*Εικόνα 7.6.1 - Η κασετίνα είναι αρχικά ακίνητη. Η κατεύθυνση που θα κινηθεί εξαρτάτε από την κατεύθυνση που ασκούμε την δύναμη.*

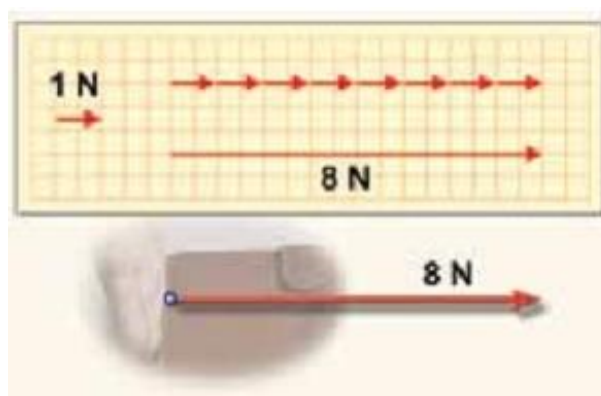
Στην εικόνα 7.6.2 παριστάνεται ένα αυτοκινητάκι που κινείται με μπαταρίες (α) στο πίσω μέρος του παιχνιδιού δένεται νήμα, το άλλο άκρο το οποίου στερεώνεται στο δάπεδο. Θέτουμε το αυτοκινητάκι σε κίνηση, το νήμα τεντώνεται, ασκεί δύναμη στο αυτοκινητάκι το οποίο τελικά σταματά (εικόνα 7.6.2α). (β) Δένουμε το νήμα στο πλάι του παιχνιδιού, το τεντώνουμε και θέτουμε σε κίνηση το αυτοκινητάκι. Το αυτοκινητάκι εκτελεί κυκλική κίνηση (εικόνα 7.6.2β).



Εικόνα 7.6.2 - (α) Η δύναμη είναι αντίθετη με την κατεύθυνση της κίνησης. Το σώμα σταματά. (β) Η δύναμη είναι κάθετη στην κατεύθυνση της κίνησης. Το σώμα κινείται κυκλικά.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις παρατηρούμε ότι το αποτέλεσμα της δύναμης (η μεταβολή της ταχύτητας) εξαρτάται από την κατεύθυνση στην οποία ασκείται η δύναμη. Η δύναμη εκτός από μέτρο έχει και κατεύθυνση. Επομένως, είναι διανυσματικό μέγεθος και θα την παριστάνουμε με ένα βέλος που έχει την κατεύθυνση της δύναμης. Το σημείο εφαρμογής του διανύσματος που παριστάνει τη δύναμη, είναι το σημείο του σώματος, στο οποίο ασκείται. Αν ένα σώμα θεωρηθεί υλικό σημείο, τότε το σημείο εφαρμογής της δύναμης ταυτίζεται με αυτό.

Το μέτρο της δύναμης ισούται με το μήκος του διανύσματος, αν αυτό σχεδιαστεί με κατάλληλη κλίμακα. Εάν διαλέξουμε 1 cm να αντιστοιχεί σε 1 N, τότε η δύναμη 8 N παριστάνεται από διάνυσμα μήκους 8 cm (εικόνα 7.6.3).

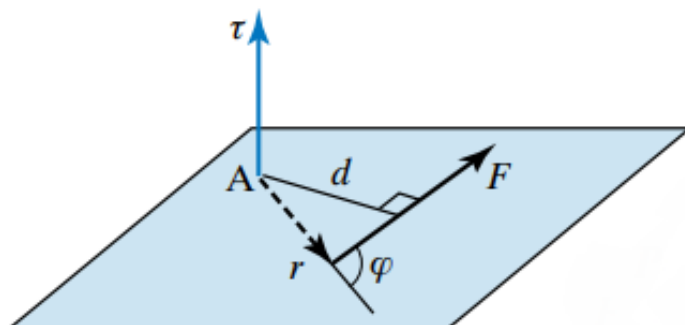


Εικόνα 7.6.3 - Η δύναμη που ασκούμε στην κασετίνα παριστάνεται με ένα διάνυσμα.

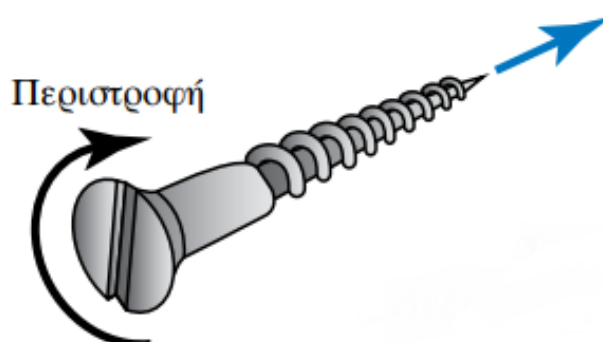
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8<sup>ο</sup> - Η Ροπή

### 8.1 Ορισμός Ροπής Δύναμης ως προς το Σημείο.

Ροπή Δυνάμεως  $F$  ως προς σημείο  $A$ , ονομάζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος  $\tau$  (σχ. 8.1.1), που έχει σημείο εφαρμογής το  $A$ , διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από την  $F$  και το  $A$ , μέτρο ίσο με το γινόμενο της απόστασης επί το μέτρο της  $F$ , δηλαδή  $\tau = Fd$ , και φορά που καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλίας (σχ. 8.1.2)



Σχ. 8.1.1 - Ροπή δυνάμεως  $F$  ως προς σημείο  $A$ .



Σχ. 8.1.2 - Δεξιόστροφος κοχλίας.

ή του δεξιού χεριού, που σημαίνει ότι: «Αν περιστρέψουμε δεξιόστροφο κοχλίας, έτσι όπως καθορίζει η δύναμη, η φορά κινήσεως του κοχλίας δίνει τη φορά του διανύσματος της ροπής».

Αν η δύναμη μετακινηθεί πάνω στον φορέα της, δεν μεταβάλλεται η ροπή. Την ροπή δυνάμεως ως προς σημείο μπορούμε να την ορίσουμε και ως εξής: Από το σημείο  $A$  φέρνουμε την επιβατική ακτίνα  $r$  του σημείου εφαρμογής της δυνάμεως και ορίζουμε τη ροπή  $r$  ως το εξωτερικό (διανυσματικό) γινόμενο των διανυσμάτων  $r$ ,  $F$ . Δηλαδή  $t = (r \times F)$ . Για την τιμή της ροπής ισχύει ότι  $t = F r \sin\varphi$  (σχ. 8.1.3).

### 8.2 Ορισμός Ροπής Δύναμης ως προς άξονα.

Ροπή μιας δύναμης  $F$  ως προς άξονα  $zz'$  ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος  $\tau$  το οποίο έχει διεύθυνση την διεύθυνση του άξονα  $zz'$ , φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού

χεριού και μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης  $\mathbf{F}$  επί την απόστασης  $\mathbf{l}$  του φορέα της δύναμης από τον άξονα  $zz'$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{F} * \mathbf{l} \quad (1)$$

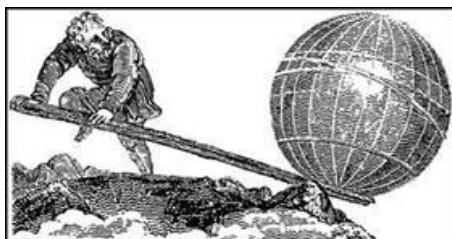
Αν η δύναμη δεν βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα  $zz'$  η ροπή της είναι ίση με την ροπή που δημιουργεί η συνιστώσα της που βρίσκεται πάνω στο κάθετο επίπεδο.

Ροπή δύναμης  $\mathbf{F}$  ως προς σημείο  $\mathbf{O}$  ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος  $\boldsymbol{\tau}$  το οποίο έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τη δύναμη και το σημείο, φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού και μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης  $\mathbf{F}$  επί την απόστασης  $\mathbf{l}$  του φορέα της δύναμης από το  $\mathbf{O}$

Η ροπή μιας δύναμης είναι μηδέν όταν η απόσταση  $\mathbf{l}$  μηδενίζεται, δηλαδή όταν ο φορέας της δύναμης περνά από το σημείο  $\mathbf{O}$ . Από την εξίσωση (1) παρατηρούμε ότι η ροπή της δύναμης  $\mathbf{F}$  είναι ανάλογη της απόστασης  $\mathbf{l}$  και της δύναμης  $\mathbf{F}$ . Όταν ενεργεί μεγάλη ροπή σε ένα σώμα τότε αυτό περιστρέφεται πιο εύκολα.

Ζεύγος δυνάμεων ονομάζουμε δύο αντίθετες δυνάμεις (δηλαδή ίσα μέτρα και αντίθετες κατευθύνσεις) που ενεργούν σε ένα σώμα. Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων είναι ανεξάρτητη του σημείου από το οποίο υπολογίζεται και είναι ίση με το γινόμενο της δύναμης  $\mathbf{F}$  επί την απόσταση  $\mathbf{d}$  των δύο δυνάμεων.

### Περιγραφή της ΡΟΠΗΣ με applet



Στο παρακάτω βίντεο έχουμε μία ράβδο στην οποία αν ασκήσουμε μία δύναμη στο άκρο της, παρατηρούμε ότι αρχίζει να περιστρέφεται. Όσο μεταφέρουμε την δύναμη προς το κέντρο, παρατηρούμε ότι η ροπή δύναμης μειώνεται. Εάν

τοποθετήσουμε την δύναμη στο κέντρο της ράβδου, παρατηρούμε ότι η ροπή δύναμης ισούται με το μηδέν. Επομένως παρατηρούμε ότι όσο πιο μακριά είναι η δύναμη που ασκείται στο σώμα από το κέντρο στρέψης του τόσο πιο μεγάλη είναι η ροπή δύναμης.

Αρχή λειτουργίας: Περιστροφή - ροπή σώματος.

Εξίσωση:  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{r} \cdot \eta \mu \theta$

Βίντεο: (<https://www.youtube.com/watch?v=NFu-JIOkDM8>)

### 8.3 Ροπή Αδρανείας - Θεώρημα Steiner.

Η ροπή Αδρανείας είναι μέγεθος της Μηχανικής και εκφράζει την κατανομή των υλικών σημείων ενός σώματος ως προς έναν άξονα περιστροφής. Συμβολίζεται συνήθως ως  $I$  και έχει διαστάσεις μάζας επί μήκος στο τετράγωνο (σε μονάδες διεθνούς συστήματος  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ).

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Υπολογίζεται ως άθροισμα γινομένων στοιχειωδών μαζών επί το τετράγωνο της απόστασής τους από έναν άξονα. Η γενική σχέση που δίνει την ροπή αδράνειας ενός συστήματος  $n$  σωματιδίων είναι η: όπου  $m$  η μάζα και απόσταση από τον άξονα περιστροφής του οστού σωματιδίου.

Αν  $x'$  είναι ένας άξονας που περνάει από το κέντρο βάρους της επιφάνειάς και  $x$  ένας άξονας παράλληλος με αυτόν η σχέση που συνδέει τις ροπές αδράνειας ως προς τους άξονες είναι:

$$I_x = I_{x'} + Ad_y^2$$

Όπου:

A: Το εμβαδόν της επιφάνειας.

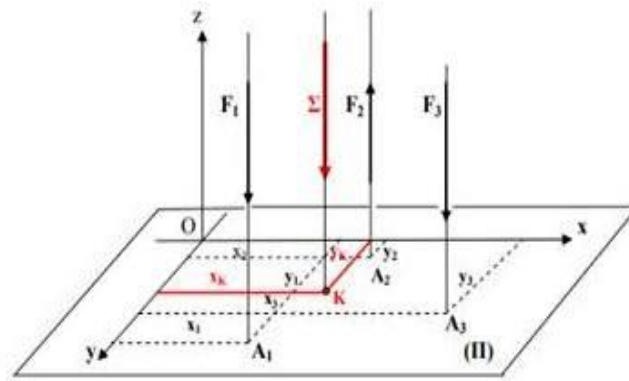
$d_y$ : Η κάθετη απόσταση μεταξύ των αξόνων  $x$  και  $x'$ .

Το θεώρημα Steiner δεν ισχύει μεταξύ τυχαίων παράλληλων αξόνων. Θα πρέπει ο ένας άξονας να είναι κεντροβαρικός.

#### 8.4 Σύνθεση Παραλλήλων Δυνάμεων.

Θεωρούμε επίπεδο  $\Pi$  κάθετο στη διεύθυνση των δυνάμεων και ορίζουμε ένα τρισσορθογώνιο σύστημα αξόνων  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  όπου οι άξονες  $Ox$  και  $Oy$  βρίσκονται πάνω στο επίπεδο  $\Pi$  και ο άξονας  $Oz$  είναι κάθετος σ' αυτό. Προφανώς οι δυνάμεις έχουν την διεύθυνση του άξονα  $Oz$ , οπότε και η συνισταμένη τους θα έχει την ίδια διεύθυνση, Προσημαίνουμε με το πρόσημο (+) όσες δυνάμεις έχουν τη θετική φορά του άξονα  $Oz$  και με το πρόσημο (-) όσες έχουν την αρνητική. Προσθέτουμε αλγεβρικά τις δυνάμεις :  $\Sigma = \Sigma F_i$

Η απόλυτη τιμή του αθροίσματος που θα προκύψει θα είναι το μέτρο της συνισταμένης ενώ το πρόσημό του θα δηλώνει την φορά της. Με τον τρόπο αυτό βρίσκουμε την κατεύθυνση της συνισταμένης. Ο φορέας της συνισταμένης βρίσκεται με εφαρμογή του θεωρήματος των ροπών : « Η ροπή της συνισταμένης δυνάμεων ως προς έναν άξονα είναι ίση με τη συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων ως προς τον άξονα αυτόν.»



Ονομάζουμε  $A_1, A_2, A_3$  κ.ο.κ. τα σημεία τομής των δυνάμεων με το επίπεδο  $\Pi$  και  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$  κ.ο.κ. τις συντεταγμένες των σημείων αυτών ως προς τους άξονες  $Ox, Oy$  αντίστοιχα (σχ. 15). Ονομάζουμε  $K$  το σημείο τομής της συνισταμένης με το επίπεδο  $\Pi$  και  $x_K, y_K$  τις συντεταγμένες του  $K$  ως προς τους άξονες  $Ox$  και  $Oy$  αντίστοιχα. Εφαρμόζουμε το θεώρημα των ροπών για κάθε έναν από του άξονες  $Ox, Oy$  :

➤ Για τον άξονα  $Oy$  :  $\Sigma \cdot \chi_K = \sum (F_i \cdot x_i) \Rightarrow x_K \sum (F_i \cdot x_i) / \Sigma$

➤ Για τον άξονα  $Ox$  :  $\Sigma \cdot y_K = \sum (F_i \cdot y_i) \Rightarrow y_K \sum (F_i \cdot y_i) / \Sigma$

Έτσι προσδιορίζεται το σημείο  $K$  από το οποίο διέρχεται ο φορέας της συνισταμένης.

**Σημείωση:** Στις παραπάνω σχέσεις οι δυνάμεις  $F_i$  μπαίνουν ως αλγεβρικοί αριθμοί που έχουν θετικό ή αρνητικό πρόσημο ανάλογα με τη φορά κάθε δύναμης σε σχέση με τον άξονα  $Oz$  και απόλυτη τιμή το μέτρο κάθε δύναμης.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

---

### **Wikipedia (el.wikipedia.org)**

- <https://el.wikipedia.org/wiki/Παροχή> (Επισκέφθηκε, 24-Ιανουαρίου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Ροή\\_των\\_ρευστών](https://el.wikipedia.org/wiki/Ροή_των_ρευστών) (Επισκέφθηκε, 24-Ιανουαρίου-2019)
- <https://el.wikipedia.org/wiki/Πίεση> (Επισκέφθηκε, 16-Μαΐου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Κέντρο\\_βάρους](https://el.wikipedia.org/wiki/Κέντρο_βάρους) (Επισκέφθηκε, 27-Μαΐου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Κέντρο\\_μάζας](https://el.wikipedia.org/wiki/Κέντρο_μάζας) (Επισκέφθηκε, 27-Μαΐου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Ροπή\\_αδράνειας](https://el.wikipedia.org/wiki/Ροπή_αδράνειας) (Επισκέφθηκε, 27-Μαΐου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Ροπή\\_αδράνειας\\_επιφάνειας](https://el.wikipedia.org/wiki/Ροπή_αδράνειας_επιφάνειας) (Επισκέφθηκε, 29-Μαΐου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Αρχή\\_του\\_πασκάλ](https://el.wikipedia.org/wiki/Αρχή_του_πασκάλ) (Επισκέφθηκε, 27-Μαΐου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Θεώρημα\\_του\\_Τοριτσέλι](https://el.wikipedia.org/wiki/Θεώρημα_του_Τοριτσέλι) (Επισκέφθηκε, 20-Ιανουαρίου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Υδροστατική\\_πίεση](https://el.wikipedia.org/wiki/Υδροστατική_πίεση) (Επισκέφθηκε, 27-Μαΐου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Νόμος\\_του\\_Μπερνούλι](https://el.wikipedia.org/wiki/Νόμος_του_Μπερνούλι) (Επισκέφθηκε, 16-Νοεμβρίου-2018)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Φαινόμενο\\_του\\_Βεντούρι](https://el.wikipedia.org/wiki/Φαινόμενο_του_Βεντούρι) (Επισκέφθηκε, 04-Απριλίου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Αρχή\\_του\\_Αρχιμήδη](https://el.wikipedia.org/wiki/Αρχή_του_Αρχιμήδη) (Επισκέφθηκε, 04-Απριλίου-2019)
- <https://el.wikipedia.org/wiki/Δύναμη> (Επισκέφθηκε, 20-Μαΐου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/Ροπή\\_δύναμης](https://el.wikipedia.org/wiki/Ροπή_δύναμης) (Επισκέφθηκε, 20-Μαΐου-2019)
- [https://el.wikipedia.org/wiki/γΥδραυλικό\\_πιεστήριο](https://el.wikipedia.org/wiki/γΥδραυλικό_πιεστήριο) (Επισκέφθηκε, 20-Μαΐου-2019)

### **www.geo.auth.gr**

- <http://www.geo.auth.gr/courses/gmc/gmc318y/th/math2.html> (Επισκέφθηκε, 10-Μαΐου-2019)

### **www.irantousis.gr**

- [https://www.irantousis.gr/01\\_TEXNOLOGIA\\_A!\\_TAKSIS/04\\_grapti\\_ergasia\\_a/38\\_idroplano\\_.pdf](https://www.irantousis.gr/01_TEXNOLOGIA_A!_TAKSIS/04_grapti_ergasia_a/38_idroplano_.pdf) (Επισκέφθηκε, 04-Ιουνίου-2019)

### **www.maredu.gunet.com**

- <https://maredu.gunet.gr/modules/document/file.php/AENKP199/ΔΥΝΑΜΙΚΗ-ΣΤΑΤΙΚΗ-KENTPA%20ΒΑΡΟΥΣ.pdf> (Επισκέφθηκε, 06-Ιουνίου-2019)

### **www.ebooks.edu.gr**

- <http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGL-C108/141/1023,3672/> (Επισκέφτηκε, 20-Μαΐου-2019)
- [http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-B200/530/3511,14403/?fbclid=IwAR1OcM9PW16MMKZENIDJETgk23jE\\_4VglEpM647ic4y5K\\_0JF\\_tLK3z4Za4](http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-B200/530/3511,14403/?fbclid=IwAR1OcM9PW16MMKZENIDJETgk23jE_4VglEpM647ic4y5K_0JF_tLK3z4Za4) (Επισκέφθηκε, 07-Ιουνίου-2019)

## **YouTube.com**

<https://www.youtube.com/watch?v=NteC2V7-eOM&t=40s> (Επισκέφθηκε, 25-Μαΐου-2019)

<https://www.youtube.com/watch?v=CjF54OpSE4o&t=56s> (Επισκέφθηκε, 09-Απριλίου-2019)

<https://www.youtube.com/watch?v=NFu-JIOkDM8> (Επισκέφθηκε, 19-Μαΐου-2019)

<https://www.youtube.com/watch?v=Gud6U2guHo0> (Επισκέφθηκε, 04-Απριλίου-2019)

<https://youtu.be/JGdeaC5zJjg> (Επισκέφθηκε, 20-Μαΐου-2019)

[https://www.youtube.com/watch?v=Vf-p3Twe1\\_s](https://www.youtube.com/watch?v=Vf-p3Twe1_s) (Επισκέφθηκε, 04-Απριλίου-2019)

<https://www.youtube.com/watch?v=0soSth58Cz8> (Επισκέφθηκε, 20-Μαΐου-2019)

<https://www.youtube.com/watch?v=Gud6U2guHo0> (Επισκέφθηκε, 16-Νοεμβρίου-2019)

## **www.aua.gr**

[https://www.aua.gr/~bethanis/fluid\\_dynamics.pdf](https://www.aua.gr/~bethanis/fluid_dynamics.pdf) (Επισκέφθηκε, 25-Μαΐου-2019)

## **www.seilias.gr**

[https://www.seilias.gr/index.php?option=com\\_content&task=view&id=353&Itemid=55](https://www.seilias.gr/index.php?option=com_content&task=view&id=353&Itemid=55)  
(Επισκέφθηκε, 30-Μαΐου-2019)

## **www.schooldoctor.gr**

[http://www.schooldoctor.gr/Admin/files/Pdfs/373/Pdf\\_373.pdf](http://www.schooldoctor.gr/Admin/files/Pdfs/373/Pdf_373.pdf) (Επισκέφθηκε, 10-Ιουνίου-2019)

<http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-B200/530/3511,14401/>

(Επισκέφθηκε, 28-Μαΐου-2019)

## **ebooks.edu.gr**

<http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGL-C108/141/1023,3672/> (Επισκέφθηκε, 30-Μαΐου-2019)

<http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-B200/530/3510,14392/> (Επισκέφθηκε, 10-Μαΐου-2019)

## **Ίδρυμα Ευγενίδου**

Σχολικό βιβλίο «φυσική» β' έκδοση Αθήνα 2018 (Επισκέφθηκε, 11 Ιουνίου 2019)