

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙ
Β' ΕΞΑΜΗΝΟΥ

ΘΕΜΑ 1.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5} + \ln(x^2 + 1)$

A. Να προσδιοριστεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

B. Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης f .

Γ. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Σημείωση: για το διάστημα $(0,1)$ να γίνει χρήση του Θ. Bolzano.

Δ. Να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση f ΔΕΝ έχει ακρότατα στο \mathbb{R}^* .

E. Να υπολογιστεί το όριο: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}}{x}$

ΘΕΜΑ 2.

Δίνεται η συνάρτηση g με τύπο: $g(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2$

A. Να προσδιοριστεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g .

B. Να μελετηθεί η συνάρτηση g ως προς τη μονοτονία.

Γ. Να μελετηθεί η συνάρτηση g ως προς την κυρτότητα.

Δ. Να βρεθούν, αν υπάρχουν, τα σημεία καμπής της συνάρτησης g .

E. Να αποδειχθεί ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της g στο σημείο $x_0 = 0$ ταυτίζεται με τον άξονα $x'x$.