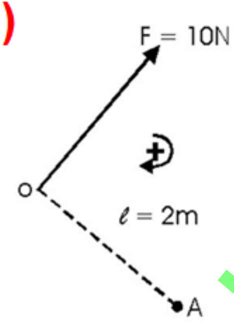
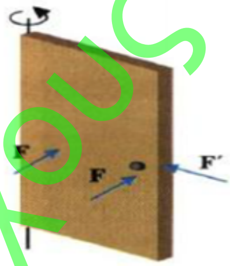
Ρ Ο Π Η   Δ Υ Ν Α Μ Η Σ

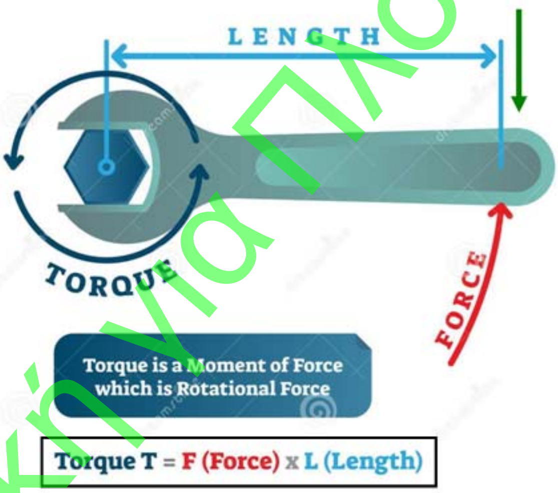
ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ (Torque)

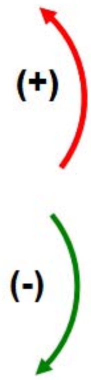
Ονομάζουμε ροπή μιας δύναμης F ως προς ένα σημείο Α και τη συμβολίζουμε με το γράμμα Μ, το διάνυσμα που έχει

- σημείο εφαρμογής το σημείο Α
- διεύθυνση την κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το φορέα της δύναμης F και το σημείο Α,
- φορά τη φορά περιστροφής δεξιόστροφου κοχλία που περιστρέφεται στο σημείο Α με τη βοήθεια της δύναμης F και
- μέτρο της το γινόμενο **F*ℓ**







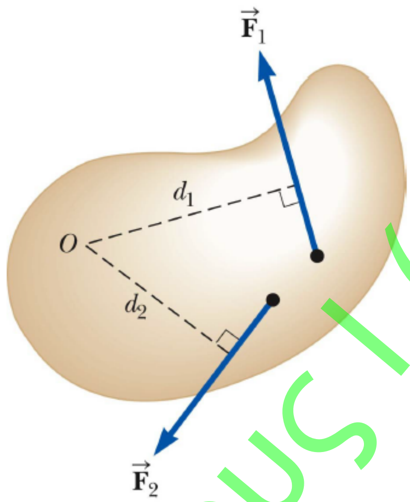


ΡΟΠΗ ⇔ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ

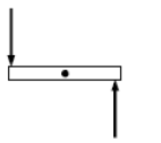
- **Η ροπή που ασκείται σε ένα σώμα δεν έχει μοναδική τιμή.**
  - **Η τιμή της εξαρτάται από την επιλογή του άξονα περιστροφής.**

Συνισταμένη ροπή

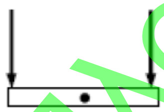
- $\vec{F}_1$ τείνει να περιστρέψει το σώμα αριστερόστροφα γύρω από το *O*.
- $\vec{F}_2$ τείνει να περιστρέψει το σώμα δεξιόστροφα γύρω από το *O*.
- $\Sigma\tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1 d_1 - F_2 d_2$



<u>Ερώτηση:</u>



Αν η συνολική δύναμη σε ένα σώμα είναι μηδέν αυτό σημαίνει ότι και η συνολική ροπή είναι μηδέν; Εξήγησε.

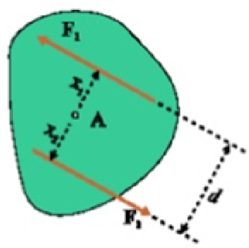


Αν η συνολική ροπή σε ένα σώμα είναι μηδέν αυτό σημαίνει ότι και η συνολική δύναμη είναι μηδέν; Εξήγησε.

ΡΟΠΗ ΖΕΥΓΟΥΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

- Αξιοσημείωτη είναι η περίπτωση που σε ένα σώμα δρουν δύο αντίρροπες *(μη συγγραμμικές)* δυνάμεις F_1 και F_2 με ίσα μέτρα. **Δυο τέτοιες δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δυνάμεων.**
- Αν η απόσταση των φορέων των δυο δυνάμεων είναι *d, η* αλγεβρική τιμή της ροπής του ζεύγους **ως προς οποιοδήποτε σημείο** είναι:

$$\boxed{\tau = F_1 \cdot d}$$



- Παράδειγμα: οι δυνάμεις κατά τη στροφή ενός τιμονιού

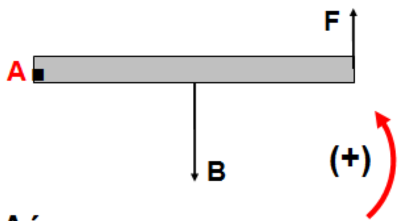
- **Στα πλοία ασκείται ένα *<u>ζεύγος δυνάμεων</u>*, που αποτελείται από τις δυνάμεις του *<u>βάρους</u>* και της *<u>άντωσης</u>*.**
- **Σε περίπτωση κλίσης (διαγωγή, trim) ενός πλοίου, το κρίσιμο μέγεθος είναι η *<u>εύρεση της απόστασης d</u>*.**

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

1. Ομογενής ράβδος έχει μήκος L= 2 m και μάζα m= 1 kgr. Η ράβδος βρίσκεται σε οριζόντια θέση και μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο. Αν στο ελεύθερο άκρο της ράβδου ασκείται δύναμη F= 4 Nt αντίρροπη από το βάρος της ράβδου, να υπολογίσετε τη συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου. Προς ποια κατεύθυνση θα περιστραφεί τελικά η ράβδος; Δίνεται: g= 10 m/s^2.

*(Υποδ.: Να υπολογίσετε **ξεχωριστά** τη ροπή κάθε μίας δύναμης ως προς το σημείο περιστροφής Α και τις επιμέρους ροπές να τις προσθέσετε **διανυσματικά**).*

Λύση



ΑΣΚΗΣΗ (18)

m= 1 kgr, L= 2 m, F= 4 Nt

$M_{ολ}^{(A)}$= ?

Πως περιστρέφεται η ράβδος;

Λύση

Θα υπολογίσουμε ξεχωριστά τη ροπή κάθε δύναμης.

Είναι:

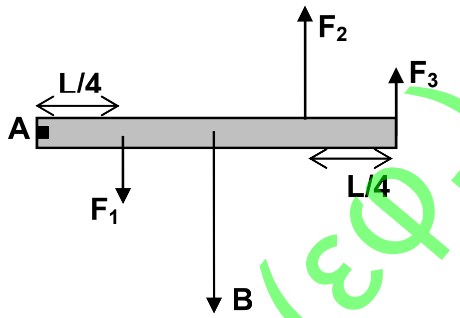
$M_B^{(A)}= -B*L/2$ και $M_F^{(A)}= +F*L$

Τις επιμέρους ροπές τις προσθέτουμε **διανυσματικά**.

$M_{ολ}^{(A)}= -m*g*L/2 +F*L= -1*10*2/2 +4*2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow M_{ολ}^{(A)}= -2$ Nt*m

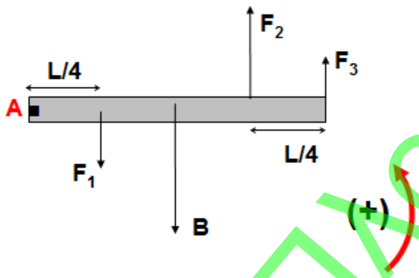
2. Η ομογενής ράβδος του διπλανού σχήματος έχει μήκος L= 4 m και βάρος B= 20 Nt. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από άξονα που διέρχεται από το αριστερό άκρο της Α. Αν τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο είναι: F_1= 8 Nt, F_2= 10 Nt και F_3= 5 Nt, να υπολογίσετε τη συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το σημείο Α. Προς ποια κατεύθυνση θα περιστραφεί τελικά η ράβδος;



Να επιλυθεί το ίδιο πρόβλημα αν ο άξονας περιστροφής περνάει: (i) από το μέσο και (ii) από το δεξιό άκρο της ράβδου. Τι παρατηρείτε;

*(<u>Υποδ.</u>: Να υπολογίσετε **ξεχωριστά** τη ροπή κάθε μίας δύναμης ως προς το άκρο Α και τις επιμέρους ροπές να τις προσθέσετε **διανυσματικά**).*

<u>Λύση</u>



ΑΣΚΗΣΗ (17)

B= 20 Nt, L= 4 m

F_1= 8 Nt, F_2= 10 Nt, F_3= 5Nt

$M_{ολ}^{(A)}$= ?

Λύση

Θα υπολογίσουμε <u>*ξεχωριστά*</u> τη ροπή κάθε δύναμης.

Είναι:

$M_{F1}^{(A)}$= -F1*L/4 $\qquad$ $M_B^{(A)}$= -B*L/2

$M_{F2}^{(A)}$= +F2*3L/4 $\qquad$ $M_{F3}^{(A)}$= +F3*L

Τις επιμέρους ροπές τις προσθέτουμε **<u>διανυσματικά</u>.**

Είναι:

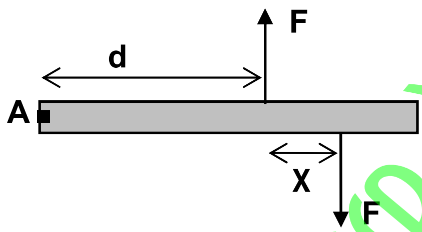
$M_{ολ}^{(A)}$= -F1*L/4 -B*L/2 +F2*3L/4 +F3*L =

= -8*1 -20*2 +10*3 +5*4 =

= -8 -40 +30 +20 = -48 +50 ⇔

⇔ $M_{ολ}^{(A)}$= <u>+2 Nt*m</u>

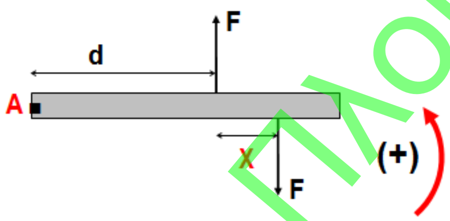
3. Μία αβαρής ράβδος μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα που διέρχεται από το αριστερό άκρο της Α. Σε απόσταση d= 2,5 m από το σημείο Α και κάθετα στη ράβδο εφαρμόζεται **ζεύγος** δυνάμεων μέτρου F= 8 Nt, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Να υπολογιστεί η απόσταση χ που πρέπει να έχουν οι δυνάμεις του ζεύγους ώστε η συνολική ροπή ως προς το σημείο Α να έχει μέτρο $M_{ολ}^{(A)}$= 6,4 Nt·m.

(<u>Σημείωση</u>: Ζεύγος δυνάμεων που απέχουν απόσταση χ ονομάζουμε ένα σύστημα δύο μη συγγραμμικών δυνάμεων οι οποίες ασκούνται σε διαφορετικά σημεία ενός σώματος, είναι αντίρροπες σε παράλληλες διευθύνσεις και έχουν το ίδιο μέτρο. Η συνολική ροπή του ζεύγους εξαρτάται μόνο από την απόσταση χ που ονομάζεται μοχλοβραχίονας του ζεύγους, δηλ. είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους. Το μέτρο της συνισταμένης των δύο δυνάμεων του ζεύγους είναι μηδέν. Ένα ζεύγος δυνάμεων <u>δεν</u> μπορεί να μετακινήσει ένα σώμα, αλλά μόνο να το περιστρέψει).

<u>Λύση</u>



ΑΣΚΗΣΗ (19)

F= 8 Nt,

d= 2,5 m,

$M_{ολ}^{(A)}$= 6,4 Nt·m

χ= ?

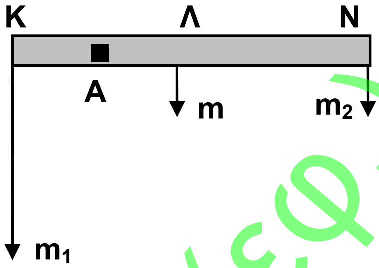
Λύση

$$M_{ολ}^{(A)} = +F\cdot d - F\cdot(d+\chi) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow M_{ολ}^{(A)} = -F\cdot\chi \Leftrightarrow \chi = M_{ολ}^{(A)} / F \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \chi = 6{,}4/8 \Leftrightarrow \underline{\chi = 0{,}8\ m}$$

4. Η αβαρής ράβδος ΚΝ του διπλανού σχήματος μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο Α. Στα άκρα της ράβδου Κ και Ν αναρτώνται δύο μάζες m_1= 5 kgr και m_2= 1 kgr, αντίστοιχα. Σε κάποιο άλλο σημείο Λ της ράβδου αναρτάται ένα τρίτο σώμα μάζας m= 1 kgr και τότε η ράβδος **ισορροπεί** βρισκόμενη σε οριζόντια θέση.

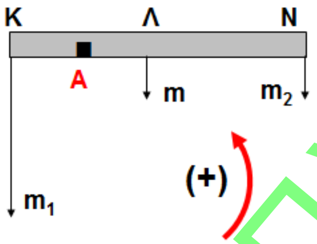


Να υπολογιστεί η απόσταση (ΑΛ) του σημείου ανάρτησης της μάζας Λ από το σημείο περιστροφής Α της ράβδου.

Δίνονται οι αποστάσεις: (ΚΑ)= 20 cm, (ΑΝ)= 80 cm και g= 10 m/s^2.

(Υποδ.: Ισορροπία σημαίνει ότι η συνισταμένη όλων των ροπών ως προς το σημείο περιστροφής Α είναι μηδενική. Να υπολογίσετε ξεχωριστά τη ροπή κάθε δύναμης ως προς το σημείο Α και να εξισώσετε τις δεξιόστροφες με τις αριστερόστροφες περιστροφές).

Λύση



ΑΣΚΗΣΗ (20)

m_1= 5 kgr και m_2= 1 kgr

(ΚΑ)= 20 cm και (ΑΝ)= 80 cm

Σε ποια απόσταση από το σημείο Α (θέση Λ) πρέπει να αναρτηθεί άλλο σώμα μάζας m= 1 kgr, ώστε η ράβδος να ***ισορροπεί***;

Λύση

Αφού η ράβδος *ισορροπεί*, ισχύει: $\Sigma M^{(A)} = 0$ ⇔

⇔ $+m_1 \cdot (KA) - m \cdot (A\Lambda) - m_2 \cdot (AN) = 0$ ⇔

⇔ $+5 \cdot 0{,}2 - 1 \cdot (A\Lambda) - 1 \cdot 0{,}8 = 0$ ⇔

⇔ $(A\Lambda) = 1 - 0{,}8$ ⇔ <u>(ΑΛ)= 0,2 m</u>