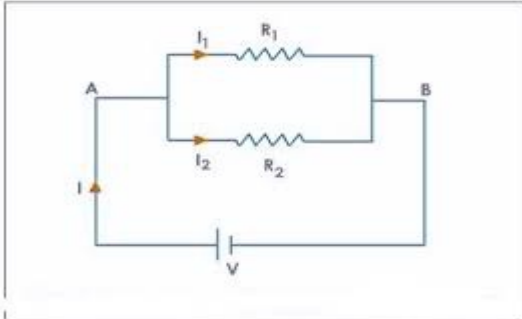


ΣΥΝΔΕΣΗ ΚΑΤΑ ΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗ Η ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

I. Παράλληλη σύνδεση δυο αντιστάσεων.



Οι δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 του διπλανού σχήματος συνδέονται παράλληλα, διότι τα άκρα τους ενώνονται σε δύο σημεία A και B. Αποτέλεσμα αυτής της σύνδεσης η τάση V που εφαρμόζεται στα άκρα της συνδεσμολογίας, να εφαρμόζεται και στα άκρα κάθε αντίστασης,

οπότε: $V_1 = V_2 = V$. Το ρεύμα της πηγής με ένταση I , στο σημείο A του κυκλώματος διακλαδίζεται σε δύο ρεύματα με εντάσεις I_1 και I_2 και στην περίπτωση αυτή ισχύει ο ακόλουθος κανόνας:

Κανόνας του Kirchhoff: Σε μια διακλάδωση αγωγών η ένταση I του κύριου ρεύματος είναι ίση με το άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων που διαρρέουν τους αγωγούς της διακλαδώσεως, δηλαδή: $I = I_1 + I_2$.

Φυσική ερμηνεία της ανωτέρω σχέσεως:

Όσο φορτίο εισέρχεται στον κόμβο A στην μονάδα του χρόνου, τόσο φορτίο απομακρύνεται απ' αυτόν.

Ο κανόνας του Kirchhoff αποδεικνύεται **πειραματικά** όπως και η εύρεση της σχέσης της ολικής αντίστασης $R_{ολ}$ στην παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων.

Θεωρητική απόδειξη της ολικής αντίστασης δύο αντιστάσεων συνδεδεμένων παράλληλα.

Οι εντάσεις των ρευμάτων I_1 και I_2 που διαρρέουν τις δύο αντιστάσεις και η ένταση I του ρεύματος της πηγής, σύμφωνα με το νόμο του Ohm είναι

$$\text{αντίστοιχα: } I_1 = \frac{V_1}{R_1}, \quad I_2 = \frac{V_2}{R_2} \quad \text{και} \quad I = \frac{V}{R_{ολ}}.$$

Αντικαθιστώντας τις ανωτέρω σχέσεις, στον κανόνα του Kirchhoff έχουμε:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \quad \mathbf{(1)}, \quad \text{όμως: } V_1 = V_2 = V, \quad \text{οπότε η σχέση } \mathbf{(1)} \text{ γίνεται:}$$

$$\frac{V}{R_{ολ}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \Rightarrow V \cdot \frac{1}{R_{ολ}} = V \cdot \frac{1}{R_1} + V \cdot \frac{1}{R_2} \Rightarrow V \cdot \frac{1}{R_{ολ}} = V \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad \text{άρα: } \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Η σχέση $\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ που δίνει την ολική αντίσταση δύο αντιστάσεων συνδεδεμένων παράλληλα είναι **ισοδύναμη** με την σχέση: $R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

Παράδειγμα

Δύο ηλεκτρικές αντιστάσεις $R_1 = 5\Omega$ και $R_2 = 20\Omega$ συνδέονται κατά διακλάδωση και στα άκρα της συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση $V = 100\text{ volt}$. Ποια είναι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση και ποια είναι η ολική αντίσταση;

Λύση

Γνωστά Μεγέθη -Δεδομένα	Άγνωστα Μεγέθη-Ζητούμενα
$R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $V = 100\text{ volt}$	$I_1 = ?$, $I_2 = ?$

Επειδή οι αντιστάσεις συνδέονται παράλληλα έχουν κοινή τάση V .

Άρα, $V_1 = V_2 = V = 100\text{ volt}$.

Από το νόμο του Ohm η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντίσταση είναι:

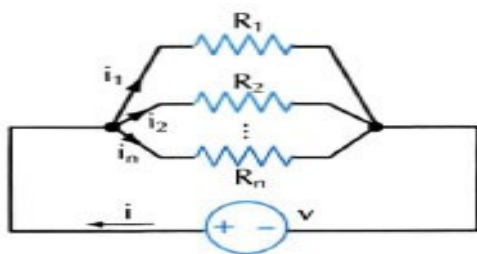
$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{100\text{ volt}}{5\Omega} = 20\text{ A} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{100\text{ volt}}{20\Omega} = 5\text{ A}.$$

Η ολική αντίσταση $R_{ολ}$ του συστήματος είναι:

$$R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5\Omega \cdot 20\Omega}{5\Omega + 20\Omega} = \frac{100\Omega^2}{25\Omega} = 4\Omega.$$

II. Παράλληλη σύνδεση n αντιστάσεων.

Θεωρητική απόδειξη της ολικής αντίστασης n αντιστάσεων συνδεδεμένων παράλληλα.



Πολλές αντιστάσεις R_1, R_2, \dots, R_n n στο πλήθος συνδέονται παράλληλα, οπότε η τάση V που εφαρμόζεται στα άκρα της συνδεσμολογίας είναι η τάση που εφαρμόζεται στα άκρα κάθε αντίστασης, δηλαδή: $V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_n = V$.

Το ρεύμα της πηγής με ένταση I διακλαδίζεται σε n ρεύματα με εντάσεις I_1, I_2, \dots, I_n και σύμφωνα με τον κανόνα του Kirchhoff, έχουμε:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n.$$

Επίσης οι εντάσεις των ρευμάτων I_1, I_2, \dots, I_n που διαρρέουν τις n αντιστάσεις και η ένταση του ρεύματος της πηγής I , σύμφωνα με το νόμο του Ohm είναι αντίστοιχα:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1}, \quad I_2 = \frac{V_2}{R_2}, \quad \dots, \quad I_n = \frac{V_n}{R_n} \quad \text{και} \quad I = \frac{V}{R_{ολ.}}$$

Αντικαθιστώντας τις ανωτέρω σχέσεις στον κανόνα του Kirchhoff έχουμε:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n \Rightarrow \frac{V}{R_{ολ.}} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} + \dots + \frac{V_n}{R_n} \quad \mathbf{(1)}$$

Όμως $V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_n = V$, οπότε η σχέση **(1)** γίνεται:

$$\frac{V}{R_{ολ.}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \dots + \frac{V}{R_n} \Rightarrow V \cdot \frac{1}{R_{ολ.}} = V \cdot \frac{1}{R_1} + V \cdot \frac{1}{R_2} + V \cdot \frac{1}{R_3} + \dots + V \cdot \frac{1}{R_n} \Rightarrow$$

$$V \cdot \frac{1}{R_{ολ.}} = V \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \right),$$

$$\text{άρα, } \frac{1}{R_{ολ.}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Γενικά συμπεράσματα:

- Το αντίστροφο της ολικής αντίστασης αντιστάσεων συνδεδεμένων παράλληλα είναι ίσο με το άθροισμα του αντίστροφου κάθε αντίστασης.
- Οι αντιστάσεις που συνδέονται παράλληλα έχουν την ίδια τάση V .

Ερωτήσεις σωστού – λάθους.

1. Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

A. Στην παράλληλη σύνδεση οι αντιστάσεις διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα.

B. Η ολική αντίσταση $R_{ολ.}$ στην παράλληλη σύνδεση τεσσάρων αντιστάσεων R_1, R_2, R_3 και R_4 , δίνεται από τη σχέση: $R_{ολ.} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$.

Γ. Η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης στην παράλληλη σύνδεση τριών αντιστάσεων είναι ίδια με την τάση της πηγής.

Δ. Το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση στην παράλληλη σύνδεση δυο αντιστάσεων είναι μεγαλύτερο από το ρεύμα της πηγής.

Ε. Το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση στην παράλληλη σύνδεση τεσσάρων ίδιων αντιστάσεων είναι ίσο με το ένα τέταρτο του ρεύματος της πηγής.

Ζ. Η ισοδύναμη αντίσταση στην παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων είναι μικρότερη από την κάθε αντίσταση.

2. Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω σχέσεις για την ολική αντίσταση $R_{ολ}$ τριών αντιστάσεων R_1 , R_2 και R_3 συνδεδεμένων παράλληλα:

A. $R_{ολ} = \frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}$.

B. $R_{ολ} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.

Γ. $\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.

Δ. $R_{ολ} = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3$.

3. Για δύο ίδιες αντιστάσεις $R_1 = R_2 = R$ που συνδέονται κατά διακλάδωση, ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

A. Η τιμή της ισοδύναμης αντίστασης είναι: $R_{ολ} = R^2$.

B. Οι αντιστάσεις έχουν ίδια τάση στα άκρα τους.

Γ. Οι αντιστάσεις διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης .

Δ. Η τιμή της ισοδύναμης αντίστασης είναι: $R_{ολ} = \frac{R}{2}$.

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής.

1. Δύο αντιστάσεις R_1 , R_2 συνδέονται παράλληλα όταν:

A. διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης.

B. έχουν διαφορετική διαφορά δυναμικού στα άκρα τους.

Γ. έχουν ίδια διαφορά δυναμικού στα άκρα τους.

Δ. όλα τα παραπάνω είναι λάθος.

2. Δύο αντιστάσεις R_1 , R_2 συνδέονται παράλληλα. Η ισοδύναμη αντίσταση τους βρίσκεται από τη σχέση:

A. $R_{ολ} = R_1 + R_2$.

B. $R_{ολ} = R_1 \cdot R_2$.

Γ. $R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$.

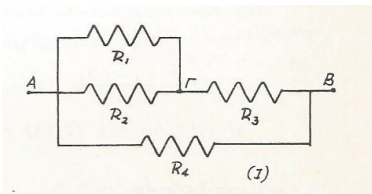
Δ. καμία από τις παραπάνω σχέσεις.

3. Δύο αντιστάσεις $R_1=6\ \Omega$ και $R_2=4\ \Omega$ συνδέονται κατά διακλάδωση, τότε η ισοδύναμη αντίσταση είναι ίση με:

- A. $R_{ολ}=10\ \Omega$.
- B. $R_{ολ}=24\ \Omega$.
- Γ. $R_{ολ}=2,4\ \Omega$.
- Δ. $R_{ολ}=0,1\ \Omega$.

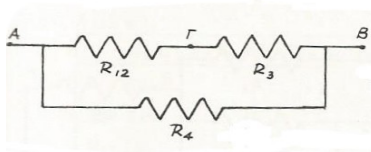
ΜΙΚΤΗ ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΑ

Παράδειγμα



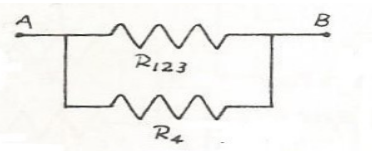
Λύση

Να βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας του διπλανού σχήματος. Δίνονται $R_1=10\ \Omega$, $R_2=40\ \Omega$, $R_3=12\ \Omega$ και $R_4=5\ \Omega$.



Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 συνδέονται παράλληλα και η ισοδύναμη αντίστασή τους $R_{1,2}$ είναι ίση με:

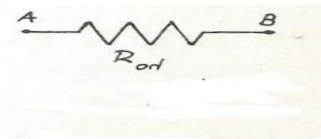
$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10\ \Omega \cdot 40\ \Omega}{10\ \Omega + 40\ \Omega} = \frac{400\ \Omega^2}{50\ \Omega} = 8\ \Omega .$$



Στην συνέχεια οι αντιστάσεις $R_{1,2}$ και R_3 συνδέονται σε σειρά και αντικαθίστανται από την ισοδύναμη αντίστασή τους $R_{1,2,3}$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{1,2,3}$ είναι ίση με:

$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = 8\ \Omega + 12\ \Omega = 20\ \Omega$$

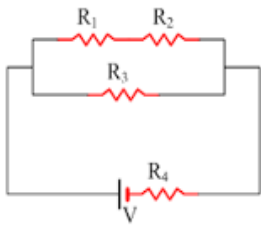


Η αντίσταση $R_{1,2,3}$ συνδέεται παράλληλα με την αντίσταση R_4 και το σύστημα τους δίνει την ολική αντίσταση $R_{ολ}$ της συνδεσμολογίας, που είναι ίση με:

$$R_{ολ} = \frac{R_{1,2,3} \cdot R_4}{R_{1,2,3} + R_4} = \frac{20\ \Omega \cdot 5\ \Omega}{20\ \Omega + 5\ \Omega} = \frac{100\ \Omega^2}{25\ \Omega} = 4\ \Omega .$$

Ερωτήσεις σωστού – λάθους.

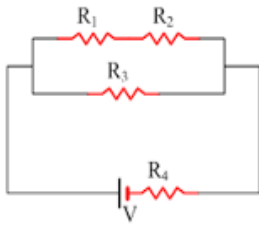
Για το παρακάτω ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος, ποιες από τις ακόλουθες



προτάσεις είναι σωστές;

- A.** Η σύνδεση των αντιστάσεων R_1 και R_2 είναι παράλληλη.
- B.** Η αντίσταση R_2 συνδέεται σε σειρά με την αντίσταση R_3 .
- Γ.** Η αντίσταση R_3 συνδέεται παράλληλα με την αντίσταση R_4 .
- Δ.** Η αντίσταση R_4 συνδέεται παράλληλα με την ισοδύναμη αντίσταση των αντιστάσεων R_1 , R_2 και R_3 .
- E.** Η αντίσταση R_3 συνδέεται παράλληλα με την ισοδύναμη αντίσταση των αντιστάσεων R_1 και R_2 .
- Z.** Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_4 είναι διαφορετική από την ένταση του ρεύματος της πηγής.
- H.** Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ισοδύναμη αντίσταση των αντιστάσεων R_1 , R_2 και R_3 είναι ίση με την ένταση που διαρρέει την αντίσταση R_4 .
- Θ.** Η τάση που επικρατεί στα άκρα της αντίστασης R_4 είναι ίδια με την τάση που επικρατεί στην ισοδύναμη αντίσταση των αντιστάσεων R_1 και R_2 .
- I.** Η τάση της πηγής είναι ίση με το άθροισμα των τάσεων των αντιστάσεων R_3 και R_4 .
- K.** Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_2 είναι μεγαλύτερη από την ένταση του ρεύματος της αντίστασης R_4 .
- Λ.** Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_1 είναι μικρότερη από την ένταση του ρεύματος της πηγής.
- M.** Η τάση που επικρατεί στα άκρα της αντίστασης R_4 είναι ίση με την διαφορά της τάσης της ισοδύναμης αντίστασης των αντιστάσεων R_1 , R_2 και R_3 από την τάση της πηγής.
- N.** Η τάση που επικρατεί στα άκρα της ισοδύναμης αντίστασης των αντιστάσεων R_1 και R_2 είναι ίση με την τάση που επικρατεί στα άκρα της αντίστασης R_3 .
- Ξ.** Η τάση που επικρατεί στα άκρα της αντίστασης R_1 είναι μεγαλύτερη από την τάση της πηγής.
- O.** Η τάση που επικρατεί στα άκρα της αντίστασης R_4 είναι μικρότερη από την τάση της πηγής.

Ερώτηση αντιστοιχίσεως.



Στον παρακάτω πίνακα για το διπλανό κύκλωμα, δίνονται οι μαθηματικές σχέσεις της ισοδύναμης αντίστασης (στοιχεία της 2^{ης} στήλης). Αντιστοιχίστε στις συνδεδεμένες αντιστάσεις (στοιχεία της 1^{ης} στήλης) τα αντίστοιχα στοιχεία της 2^{ης} στήλης.

Αντιστάσεις	Ισοδύναμη Αντίσταση
1. R_1 , R_2 και R_3 .	A. $R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3$
2. R_1 και R_2 .	B. $R_{1,2} = R_1 + R_2$
3. R_1 , R_2 , R_3 και R_4 .	Γ. $R_{oi} = \frac{1}{R_{1,2,3}} + \frac{1}{R_4}$
	Δ. $\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
	E. $R_{oi} = \frac{R_{1,2} \cdot R_3}{R_{1,2} + R_3} + R_4$
	Z. $R_{1,2,3} = \frac{R_{1,2} \cdot R_3}{R_{1,2} + R_3}$