



ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ
ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΚΕΙΜΕΝΟ
ΑΚΑΔΗΜΙΩΝ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ

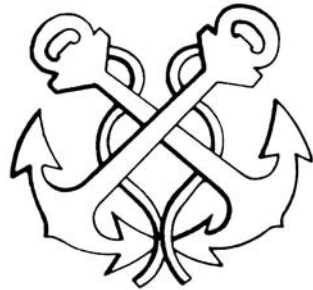
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΠΑΝΤΖΑΛΗ



ΑΘΗΝΑ 2008

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ



ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟ
ΑΚΑΔΗΜΙΩΝ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ



Α΄ ΕΚΔΟΣΗ 2008
ISBN: 978-960-337-082-6

Copyright © 2008 Ίδρυμα Ευγενίδου
Απαγορεύεται η ολική ή μερική ανατύπωση του βιβλίου και των εικόνων με κάθε μέσο καθώς και η
διασκευή, η προσαρμογή, η μετατροπή και η κυκλοφορία του (Άρθρο 3 του ν. 2121/1993).

ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Ο Ευγένιος Ευγενίδης, ιδρυτής και χορηγός του «Ιδρύματος Ευγενίδου», προείδε ενωρίτητα και σκημάτισε τη βαθιά πεποίθηση ότι αναγκαίο παράγοντα για την πρόοδο του έθνους αποτελεί η άρτια κατάρτιση των τεχνικών μας σε συνδυασμό προς την ηθική τους αγωγή.

Την πεποίθησή του αυτή την μετέτρεψε σε γενναία πράξη ενεργειάς, όταν κληροδότησε σεβαστό ποσό για τη σύσταση Ιδρύματος, που θα είχε ως σκοπό να συμβάλλει στην τεχνική εκπαίδευση των νέων της Ελλάδας.

Έτσι, τον Φεβρουάριο του 1956 συνεστήθη το «Ίδρυμα Ευγενίδου», του οποίου την διοίκηση ανέλαβε η αδελφή του Μαρ. Σίμου, σύμφωνα με την επιθυμία του διαθέτη. Από τη στιγμή εκείνη άρχισαν πραγματοποιούμενοι οι σκοποί που οραματίστηκε ο Ευγένιος Ευγενίδης και συγχρόνως η εκπλήρωση μιας από τις βασικότερες ανάγκες του εθνικού μας βίου. Το έργο του Ιδρύματος συνέχισε από το 1981 μέχρι το 2000 ο Νικόλαος Βερνίκος-Ευγενίδης· έκτοτε συνεχίζει αυτό ο κ. Λεωνίδας Δημητριάδης-Ευγενίδης.

Κατά την κλιμάκωση των σκοπών του, το Ίδρυμα προέταξε την έκδοση τεχνικών βιβλίων τόσο για λόγους θεωρητικούς όσο και πρακτικούς. Διεπιστώθη πράγματι ότι αποτελεί πρωταρχική ανάγκη ο εφοδιασμός των μαθητών με σειρές από βιβλία, τα οποία θα έθεταν ορθά θεμέλια στην παιδεία τους και θα αποτελούσαν συγχρόνως πολύτιμη βιβλιοθήκη για κάθε τεχνικό.

Ειδικότερα, όσον αφορά στα εκπαιδευτικά βιβλία των σπουδαστών των Δημοσίων Σχολών Εμπορικού Ναυτικού, το Ίδρυμα ανέλαβε τότε την έκδοσή τους σε πλήρη και στενή συνεργασία με τη Διεύθυνση Ναυτικής Εκπαίδευσης του Υπουργείου Εμπορικής Ναυτιλίας, υπό την εποπτεία του οποίου υπάγονται οι Σχολές αυτές. Η ανάθεση στο Ίδρυμα έγινε με την υπ' αριθμ. 61288/5031, της 9ης Αυγούστου 1966, απόφαση του Υπουργείου Εμπορικής Ναυτιλίας, οπότε και συνεκροτήθη και η αρμόδια Επιτροπή Εκδόσεων.

Αποτέλεσμα της συνεργασίας αυτής ήταν η έκδοση της Σειράς Βιβλιοθήκη του Ναυτικού, όπου εξεδόθησαν: α) Για τους μαθητές των Μέσων Ναυτικών Σχολών 30 τόμοι βιβλίων (1967 – 1979). β) Για τις ΑΔΣΕΝ (Ανώτερες Δημόσιες Σχολές Εμπορικού Ναυτικού) 54 τόμοι (1981 – 2001).

Κύριος σκοπός των εκδόσεων αυτών, των οποίων το περιεχόμενο είναι σύμφωνο με τα εκάστοτε ισχύοντα αναλυτικά προγράμματα του ΥΕΝ, ήταν η παροχή προς τους σπουδαστές των Ναυτικών Σχολών ΑΔΣΕΝ και Ναυτικών Λυκείων των αναγκαίων τότε εκπαιδευτικών κειμένων, τα οποία αντιστοιχούν προς τα μαθήματα που διδάσκονται στις Σχολές αυτές.

Επίσης ελήφθη ιδιαίτερη πρόνοια, ώστε τα βιβλία αυτά να είναι γενικότερα χρήσιμα για όλους τους αξιωματικούς του Εμπορικού Ναυτικού, που ασκούν το επάγγελμα ή εξελίσσονται στην ιεραρχία του κλάδου τους, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι επέρχεται μεταβολή στη σιάθμη του περιεχομένου τους.

Με την υπ' αριθμ. Μ 2111. 1/2/99/28-05-1999 (ΦΕΚ 1168Β/14-6-99) υπουργική απόφαση, όπως τροποποιήθηκε με την Κ.Υ.Α. των υπουργών Οικονομίας και Οικο-

νομικών και Εμπορικής Ναυτιλίας αριθμ. Μ 3611.2/05/05/16-12-2005 (ΦΕΚ 1942 Β/30-12-2005 και ΦΕΚ 169 Β/13-02-2006), το Υπουργείο Εμπορικής Ναυτιλίας ανέθεσε στο Ίδρυμα Ευγενίδου την συγγραφή και έκδοση των διδακτικών εγχειριδίων των Ναυτικών Ακαδημιών· ήδη το ΨΕΝΑΝΠ προεκήρυξε την συγγραφή 21 βιβλίων προς κάλυψη των αναγκών των σπουδαστών βάσει των ισχυόντων αναλυτικών προγραμμάτων.

Οι συγγραφείς και η Επιτροπή Εκδόσεων του Ιδρύματος εξακολουθούν να καταβάλλουν κάθε προσπάθεια, ώστε τα βιβλία να είναι επιστημονικώς άρτια αλλά και προσαρμοσμένα στις ανάγκες και τις δυνατότητες των σπουδαστών. Γι' αυτό έχουν προσεγμένη γλωσσική διατύπωση των κειμένων τους και η διαπραγμάτευση των θεμάτων είναι ανάλογη προς τη στάθμη της εκπαίδευσής, για την οποία προορίζονται.

Με την προσφορά στους καθηγητές, στους σπουδαστές των ΑΕΝ και σε όλους τους αξιωματικούς του Εμπορικού Ναυτικού των εκδόσεών του, το Ίδρυμα συμβάλλει στην πραγματοποίηση του σκοπού του ιδρυτή του Ευγενίου Ευγενίδου.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Αλέξανδρος Σταυρόπουλος, ομ. καθηγητής Α.Β.Σ. Πειραιώς, Πρόεδρος.

Ιωάννης Τεγόπουλος, ομ. καθηγητής ΕΜΠ.

Ιωάννης Τζαβάρας, αντιναύαρχος Λ.Σ. (Ε.Α.).

Δημήτριος Βασιλάκης, πλοίαρχος Λ.Σ., Διευθ. Ναυτ. Εκπ. Υ.Ε.Ν.

Σύμβουλος επί των εκδόσεων του Ιδρύματος **Κων. Αγγ. Μανάφης**, ομότιμος καθηγ.

Φιλοσοφικής Σχολής Πανεπιστημίου Αθηνών.

Γραμματέας της Επιτροπής, **Γεώργιος Ανδρεάκος**.

Διατελέσαντα μέλη της Επιτροπής

Γ. Κακριδής (1955-1959) Καθηγητής ΕΜΠ, *Α. Καλογεράς* (1957-1970) Καθηγητής ΕΜΠ, *Α. Παππάς* (1955-1983) Καθηγητής ΕΜΠ, *Χ. Καβουνίδης* (1955-1984) Μπχ. Ηλ. ΕΜΠ, *Μ. Αγγελόπουλος* (1970-2003) ομ. καθηγητής ΕΜΠ, *Σπ. Γουλιέλμος* (1958) Αντ/ρχος, *Ξ. Αντιωνιάδης* (1959-1966) Αντ/ρχος, Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Π. Γ. Τσακίρης* (1967-1969) Πλοίαρχος, Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Ελλ. Σίδερης* (1967-1969) Υποναύαρχος, *Π. Φουσιέρης* (1969-1971) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Αλ. Μοσχονάς* (1971-1972) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Ι. Χρυσανθακόπουλος* (1972-1974) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Αθαν. Σωτηρόπουλος* (1974-1977) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Γ. Σπαρτιώτης* (1977) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., προσωρινός Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Θ. Πουλάκης* (1977-1979) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Π. Λυκούδης* (1979-1981) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Αναστ. Δημαράκης* (1981-1982) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Κ. Τσανήλας* (1982-1984) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Ε. Τζαβέλας* (1984-1986) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Γ. Γρηγοράκος* (1986-1988) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Α. Μπαρκατσός* (1988-1989) Αρχιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Κ. Παπαναστασίου* (1989) Αρχιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Γ. Λάμπρου* (1989-1992) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Κ. Κοκορέτσιος* (1992-1993) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Κ. Μαρκάκης* (1993-1994) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Ι. Ζουμπούλης* (1994-1995) Πλοίαρχος Λ.Σ., *Φ. Ψαρράς* (1995-1996) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Γ. Καλαρώνης* (1996-1998) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Θ. Ρενιζεπέρης* (1998-2000) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Ι. Στεφανάκης* (2000-2001) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Κ. Μαρίνος* (2001) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Π. Εξαρχόπουλος* (2001-2003) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Κ. Μπριλάκης* (2003-2004) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Ν. Θεμέλαρος* (2003-2004) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Π. Κουβέλης* (2004-2005) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., *Δ. Βασιλάκης* (2005-2008) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΠΑΝΤΖΑΛΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

Χημικός Μηχανικός
Καθηγητής ΑΕΝ Μακεδονίας

ΑΘΗΝΑ
2008





ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ

Το βιβλίο αυτό έχει ως βασικό στόχο, να αποτελέσει ουσιαστικό βοήθημα των φοιτητών των Σχολών Μηχανικών των ΑΕΝ στο μάθημα «Μηχανική των Ρευστών». Φιλοδοξία του είναι να δώσει ερεθίσματα και για περαιτέρω εμβάθυνση των Μηχανικών ΕΝ σε ζητήματα που σχετίζονται με τη συμπεριφορά και τη ροή των ρευστών, καθώς και των μηχανημάτων διακινήσεώς τους. Τέλος, αν το βιβλίο αποτελέσει χρήσιμο βοήθημα και για τον επαγγελματία Μηχανικό, θα έχει προσεγγίσει έναν ακόμα στόχο: τη σύνδεση της εκπαιδευτικής διαδικασίας με την άσκηση του επαγγέλματος.

Σημείο εκκινήσεως, αποτέλεσαν οι «Σημειώσεις Μηχανικής των Ρευστών», οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν ως βοήθημα στις ΑΕΝ από το 1996 ως σήμερα. Η πολύχρονη διδασκαλία του μαθήματος με βοήθησε να εντοπίσω τα προβλήματα αφομοιώσεως των εννοιών και φαινομένων που συναντάμε στην αντιμετώπιση των προβλημάτων των ρευστών, καθώς επίσης και τις απαιτήσεις των φοιτητών που επιθυμούν να εμβαθύνουν περαιτέρω στη Μηχανική των Ρευστών. Χωρίς να απομακρύνομαι από τη δομή και το πνεύμα του αναλυτικού προγράμματος, προσπάθησα να επεκταθώ στο γνωστικό αντικείμενο, σε βαθμό που να επιτρέπει την καλύτερη κατανόηση των θεμάτων. Σε κάποια κεφάλαια, δίνονται ερεθίσματα για παραπέρα μελέτη, καθώς επίσης και ερεθίσματα για την αξιοποίηση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην επίλυση προβλημάτων Μηχανικής των Ρευστών. Ιδιαίτερα οι παράγραφοι που είναι τυπωμένες με μικρότερα γράμματα και που στοχεύουν στην περαιτέρω εμβάθυνση δύναται να παραληφθούν, χωρίς αυτό να συνεπάγεται την παραμικρή δυσκολία στην κατανόηση των θεμάτων που ακολουθούν.

Όσον αφορά στις μονάδες, ακολουθείται με συνέπεια το καθιερωμένο πλέον SI (Système Internationale). Μονάδες που δεν εντάσσονται σε αυτό αλλά συναντώνται συχνά στην πράξη, μεταιρέπονται στις αντίστοιχες μονάδες του SI. Ιδιαίτερη προσπάθεια καταβλήθηκε, ώστε το βιβλίο να ανταποκρίνεται στις σύγχρονες εξελίξεις. Αυτό αφορά μεταξύ άλλων και στον τομέα της τυποποίησης. Όπου ήταν διαθέσιμα, προτιμήθηκαν τα πρότυπα ISO που διεθνοποιούν τις προδιαγραφές σωλίνων, εξαρτημάτων και σχετικών μηχανημάτων. Σημειώνω όμως ότι η διαδικασία διαμορφώσεως διεθνώς αποδεκτών προδιαγραφών βρίσκεται σε εξέλιξη και η συνεχής ενημέρωση είναι αναγκαία για το Μηχανικό.

Γενικά, ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην αντιμετώπιση προβλημάτων που συναντά ο Μηχανικός στην επαγγελματική του δραστηριότητα. Ελπίζω ότι η πληθώρα παραδειγμάτων και ασκήσεων, καθώς επίσης τα

στοιχεία που περιέχονται στους πίνακες και στα διαγράμματα του κυρίως κειμένου και του παραρτήματος, βοηθούν προς αυτήν την κατεύθυνση.

Η αναγκαιότητα ενός όσο το δυνατόν πληρέστερου συγγράμματος, προσαρμοσμένου στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών των ΑΕΝ ήταν εμφανής. Η προκήρυξη και η ανάθεση από το Ίδρυμα Ευγενίδου της συγγραφής του βιβλίου, αποτέλεσαν για το γράφοντα μια μεγάλη πρόκληση. Σε τι βαθμό ανταποκρίθηκε σ' αυτήν, θα το κρίνουν οι χρήσιες του συγγράμματος (συνάδελφοι, καθηγητές και φοιτητές). Θα δεχτώ με χαρά τυχόν διορθώσεις και παρατηρήσεις, ώστε σε μια νέα έκδοση, το σύγγραμμα να προσεγγίζει περισσότερο τους στόχους του.

Αισθάνομαι την υποχρέωση να ευχαριστήσω το Εκδοτικό Τμήμα του Ιδρύματος Ευγενίδου, για την εμπιστοσύνη που μου επέδειξε, για την άριστη συνεργασία και βοήθεια που μου παρείχε, όσο και για την άρια επιμέλεια και παρουσίαση του βιβλίου.





ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- 0.1 Ιστορική αναδρομή
- 0.2 Μηχανική των Ρευστών
- 0.3 Μάζα και ενέργεια
- 0.4 Ιδιότητες των υλικών σωμάτων
- 0.5 Κίνηση υλικού σώματος
- 0.6 Ορμή (ή ποσότητα κινήσεως)
- 0.7 Αλληλεπίδραση υλικών σωμάτων – Δυνάμεις
- 0.8 Αλληλεπίδραση υλικών σωμάτων – Ροή ενέργειας
- 0.9 Δυναμική στερεού σώματος
- 0.10 Αρχές διατηρήσεως
- 0.11 Ισορροπία και κινητική των διεργασιών

0.1 Ιστορική αναδρομή.

Όπως συμβαίνει με τους περισσότερους επιστημονικούς κλάδους, έτσι και στην ιστορική εξέλιξη της Μηχανικής των Ρευστών είναι ευδιάκριτες τέσσερις περίοδοι: Προηγείται μια αξιοθαύμαστη –αν και εμπειρική– ανάπτυξη γνώσεων και δεξιοτήτων που παρουσιάζεται στους αρχαίους χρόνους και η οποία φτάνει στο ύψιστο σημείο της την εποχή της ύστερης ελληνικής αρχαιότητας. Ακολουθεί μια μακραίωνη επιστημονική και τεχνική στασιμότητα αιώνων (Μεσαίωνας). Τη στασιμότητα τη διαδέχεται το ανήσυχο ερευνητικό πνεύμα της αναγεννήσεως, του διαφωτισμού και της επιστημονικής εκρήξεως, που φθάνει στο απόγειό του το 18^ο και 19^ο αιώνα. Τα επιστημονικά θεμέλια που τότε κίζονται, οδηγούν στην επιστημονική-τεχνική απογείωση του 20^{ου} αιώνα, την εποχή της «σύγχρονης επιστημονικής τεχνικής», όπως συχνά προσδιορίζομε τη συνεχώς αυξανόμενη γνώση μας και τις εφαρμογές της. Το γεγονός πως εισήλθαμε στον 21^ο αιώνα με νέα, οικουμενικών διαστάσεων προβλήματα, αυξάνει το ρόλο της επιστήμης και της τεχνικής και θέτει τους φορείς της μπροστά σε μεγαλύτερες ευθύνες.

Η πρόοδος της ανθρωπότητας συνδέθηκε από αρχαιότατων χρόνων με περιρρέουσες την ύπαρξή της ουσίες. Ο αέρας και το νερό ήταν ανέκαθεν αναγκαίοι όροι ζωής και προόδου. Οι πρώτοι σημαντικοί πολιτισμοί της Μεσοποταμίας, της Αιγύπτου, της Ινδίας και της Κίνας βασίστηκαν στο ζωογόνο ρόλο των ποταμών. Μεγάλης εκτάσεως αρδευτικά έργα αποτέλεσαν τη βάση αναπτύξεως οποιουδήποτε αξιόλογου πολιτισμού που στηριζόταν στη γεωργία. Η ανάπτυξη των πόλεων προϋπέθετε την κατασκευή έργων για την ύδρευσή τους. Ο πολιτισμός της ελληνικής αρχαιότητας ήταν αδιανόητος χωρίς τη θάλασσα (σχ. 0.1α).

Στη **μυθολογική σκέψη** όλων των λαών, οι θάλασσες, τα ποτάμια και ο αέρας, πρωταγωνιστές σημαντικών και συνεχών φυσικών φαινομένων, καθώς και όλα τα μετεωρολογικά φαινόμενα, συνδέθηκαν με θεότητες και θεούς.

Στις **πρώτες ορθολογικές αναζητήσεις των Ιώνων φιλοσόφων**, το νερό και ο αέρας αποτέλεσαν πρωταρχικά συστατικά του σύμπαντος. Ο **Θαλής** δεχόταν ως πρωταρχικό στοιχείο το νερό, ο **Αναξίμενης** τον αέρα, ο **Αναξίμανδρος** τη θάλασσα, τον αέρα, τη γη και τη φωτιά (μεταμορφώσεις του «απείρου»). Ο **Ηράκλειτος** αξιοποιεί τη συνεχή ροή τους για να εκφράσει την αέναη κίνηση. Μέσω του **Αριστοτέλη**, η αντίληψη για τα τέσσερα βασικά στοιχεία (γη, νερό, αέρας, φωτιά) περνά στους Άραβες και στη συνέχεια στη μεσαιωνική Ευρώπη.

Στον τομέα των **πρακτικών εφαρμογών**, συναντάμε πολύ νωρίς μεγάλης εκτάσεως **υδραυλικά**



Σχ. 0.1α.

Τοιχογραφία από το Ακρωτήριο της Θήρας, 16ος αιώνας π.Χ.

έργα: αρδεύσεως, υδρεύσεως, αποστραγγίσεως, ενεργειακής αξιοποίησεως του νερού και του αέρα. Τα αρδευτικά κανάλια του Ευφράτη αποτέλεσαν τη βάση αναπτύξεως των πολιτισμών της Μεσοποταμίας. Αντίστοιχα έργα συναντάμε στην Αίγυπτο, στην Κίνα, στην προϊστορική Ελλάδα (αρδευτικά και αποστραγγιστικά έργα στην Κωπαΐδα τον 12^ο αιώνα π.Χ.) και φυσικά στην ελληνική αρχαιότητα.

Πολύ νωρίς αναπτύχθηκε και η **ναυπηγική τέχνη**. Στη Μεσοποταμία και στην Αίγυπτο η φυσική ροή των ποταμών αξιοποιείται για τη μεταφορά υλικών και εμπορευμάτων. Οι αρχαίοι πολιτισμοί της λεκάνης της Μεσογείου είναι άμεσα δεμένοι με τη θάλασσα. Το ίδιο και οι αυτοκρατορίες που ακολούθησαν. Η ανακάλυψη νέων χωρών και το εμπόριο είναι στενά δεμένα με την καθυπόταξη του υγρού στοιχείου.

Ο αέρας και το νερό ήταν οι πρώτες μη ζωικές **κινητήριες δυνάμεις** που χρησιμοποίησε ο άνθρωπος, με θεαματικά αποτελέσματα στη ναυτιλία.

Η **επιστημονική σκέψη** στα πρώτα δειλά της βήματα, συνδέεται και με τα ρευστά. Ο **Αρχιμήδης** (σχ. 0.1β) διατυπώνει την περίφημη Αρχή του για την άνωση. Κατασκευάζει επίσης πρωτοπόρες για την εποχή μηχανές με σημαντικότερη την αντλία με ατέρμονα κοχλία. Η εξέλιξη συνεχίζεται στην ελληνιστική Αλεξάνδρεια με σημαντικότερο εκπρόσωπο τον **Ηρώνα**.

Η επιστημονική πρόοδος όμως ανακόπτεται με τη ρωμαϊκή κατάκτηση και κυρίως, με τον χιλιόχρονο Μεσαίωνα που ακολουθεί. Οι Ρωμαίοι έκτισαν εκτενή συστήματα υδραγωγείων, αλλά δυστυχώς δεν βρέθηκε κανένα στοιχείο για τις αρχές σχεδιάσεώς τους. Κατά το Μεσαίωνα παρατηρείται κάποια βελτίωση στη σχεδίαση συστημάτων ροής (κανάλια, αγωγοί νερού, πλοία), αλλά δεν καταγράφεται καμιά βελτίωση στην ανάλυση των φαινομένων της ροής.

Το ερευνητικό πνεύμα της Αναγεννήσεως που ακολουθεί, αγγίζει και τον τομέα των ρευστών. Ο **Leonardo Da Vinci** (1452–1519) μελέτησε τη διατήρηση της μάζας στη μονοδιάστατη σταθερή ροή. Οι σημειώσεις και τα σχέδιά του περιέχουν επίσης περιγραφές κυμάτων, αεροδυναμικών και υδραυλικών συστημάτων. Αργότερα, ο Γάλλος **Edme Mariotte** (1620–1684), κατασκεύασε την πρώτη σήραγγα αέρα και πειραματίστηκε μ' αυτήν.

Το 1643 ο **Evangelist Torricelli** (σχ. 0.1γ) ανακάλυψε το βαρόμετρο, μέτρησε την ατμοσφαιρική πίεση και διατύπωσε τον πολύ σπουδαίο νόμο που έκτοτε φέρει το όνομά του.

Η εκρηκτική εξέλιξη των φυσικών επιστημών από τον 17^ο αιώνα και μετά, επιτρέπει τη συστηματική μελέτη των ρευστών και οδηγεί στη διατύπωση αρχών και νόμων που διέπουν τη συμπεριφορά τους. Κλειδί αυτής της εξελίξεως αποτέλεσαν τα επιτεύγματα του **Γαλιλαίου** (1564–1642) και, ιδιαίτερα, οι περίφημοι νόμοι της κινήσεως του **Isaac Newton** (1642–1727), οι οποίοι θεμελίωσαν τις φυσικές επιστήμες των νέων χρόνων. Ο Newton διατύπωσε και το νόμο του ιξώδους των γραμμικών ρευστών (που σήμερα ονομάζονται νευτώνεια ρευστά).

Οι θεωρίες περί ροής στηρίχθηκαν αρχικά στην υπόθεση ενός τέλει χωρίς τριβές ρευστού. Σπουδαίοι μαθηματικοί του 18^{ου} αιώνα (Daniel Bernoulli, Leonhard Euler, Jean d' Alembert, Joseph-Louis Lagrange, Pierre-Simon Laplace) διατύπωσαν πολλές και “κομψές” λύσεις των προβλημάτων της χωρίς τριβή ροής.



Σχ. 0.1β.
Αρχιμήδης (287–212 π.Χ.).



Σχ. 0.1γ.
Evangelist Torricelli (1608–1647).



Σχ. 0.18.
Leonard Euler (1707–1783).



Σχ. 0.1ε.
Daniel Bernoulli (1700–1782).

Ο **Leonard Euler** (σχ. 0.1δ) εφαρμόζοντας στη μελέτη των ρευστών τις **τρεις Αρχές της δυναμικής** του Newton, διατύπωσε τις διαφορικές εξισώσεις κινήσεως των ιδανικών ρευστών. Ο Euler ήταν ο πρώτος που κατάλαβε ότι η μόνη δυνατότητα που υπήρχε για τη διατύπωση νόμων, σχετικά απλών, που αφορούσαν στη δυναμική των ρευστών ήταν εκείνη που θα περιόριζε τη μελέτη των ρευστών στα ασυμπίεστα και ιδανικά ρευστά, δηλαδή που θα παραμέριζε τις συνέπειες των εσωτερικών τριβών. Ο περιορισμός αυτός της μελέτης στα ιδανικά ρευστά, συνέβαλε σημαντικά, αλλά τα αποτελέσματα της αναλύσεως του Euler μπορούν να θεωρηθούν μόνο μια προσεγγιστική εκτίμηση της συμπεριφοράς των πραγματικών ρευστών.

Ο **Daniel Bernoulli** (σχ. 0.1ε) συνεχίζοντας τη μελέτη των ιδανικών ρευστών κατέληξε στην περίφημη εξίσωση που φέρει το όνομά του. Έτσι, συσχέτισε την πίεση με την ταχύτητα ενός ρευστού και εξήγησε το φαινόμενο, κατά το οποίο η ταχύτητα ενός ρευστού αυξάνει όταν ελαττώνεται η πίεσή του.

Ο **Jean d' Alembert** (1717–1783) χρησιμοποίησε τις εξισώσεις κινήσεως του Euler, ώστε να παρουσιάσει το περίφημο παράδοξό του: ένα σώμα κινούμενο εντός ρευστού χωρίς τριβή, συναντά μηδενική αντίσταση.

Οι υποθέσεις του τέλειου –χωρίς τριβές– ρευστού έχουν εξαιρετικά περιορισμένη εφαρμογή. Οι περισσότερες ροές της εφαρμοσμένης μηχανικής καθορίζονται από τα αποτελέσματα της τριβής. Έτσι, στις αρχές του 19^{ου} αιώνα, οι μηχανικοί άρχισαν να τις απορρίπτουν, προκειμένου να τις θεωρήσουν στη συνέχεια συνολικά ως μη ρεαλιστικές θεωρίες. Για τη μελέτη των πραγματικών ρευστών ανέπτυξαν την **επιστήμη της υδραυλικής**, η οποία στηρίχθηκε σχεδόν εξ ολοκλήρου στο πείραμα.

Σπουδαίοι πειραματιστές όπως οι Chézy, Pitot, Borda, Weber, Francis, Hagen, Poiseuille, Darcy, Manning, Bazin και Weisbach κατέληξαν σε σημαντικά συμπεράσματα όσον σε αφορά ποικίλες ροές, όπως στη ροή σε ανοικτό αγωγό (κανάλι), στην αντίσταση των σκαφών, στη ροή σε σωλήνα, στα κύματα, στο στροβιλισμό κ.ά.. Ιδιαίτερα σημαντικά ήταν τα πειράματα στην κίνηση πραγματικών ρευστών που έγιναν στο πρώτο μισό του 19^{ου} αιώνα από το φυσιολόγο **Jean-Louis-Marie Poiseuille**

(ο οποίος ενδιαφερόταν να καθορίσει τις ιδιότητες της κυκλοφορίας του αίματος) και από το Γερμανό μηχανικό **Gotthilf Hagen**.

Στο τέλος του 19^{ου} αιώνα, άρχισε η **ενοποίηση** μεταξύ της **πειραματικής υδραυλικής** και της **θεωρητικής υδροδυναμικής**.

Ο **William Froude** (1810–1879) και ο γιος του **Robert** (1846–1924) ανέπτυξαν τις Αρχές της **ομοιότητας**. Ο **John William Rayleigh** (1842–1919) πρότεινε την τεχνική της **διαστατικής αναλύσεως**.

Το 1883 ο Άγγλος μηχανικός **Osborne Reynolds** (σχ. 0.1στ) κατάδειξε τη σημασία του αδιάστατου αριθμού Reynolds (όπως ονομάζεται προς τιμήν του) πειραματικά. Διέκρινε δύο διαφορετικούς τύπους κινήσεως για ένα ρευστό με ιξώδες στο εσωτερικό ενός αγωγού. Παρατήρησε ότι στις χαμηλές ταχύτητες τα σωματίδια του ρευστού ακολουθούν ομαλή πορεία, σύμφωνα με τα προβλεπόμενα από τις αναλυτικές εξισώσεις, ενώ για μεγαλύτερες ταχύτητες η ροή αυτή διαταράσσεται και δημιουργούνται δίνες. Έτσι,

διαχώρισε τη ροή σε **στρωτή** και **τυρβώδη** και προσδιόρισε το όριο, στο οποίο μια στρωτή ροή μετατρέπεται σε τυρβώδη.

Στο μεταξύ, η θεωρία της ιξώδους ροής ήταν ήδη διαθέσιμη, αλλά έμενε ανεκμετάλλευτη. Οι επιτυχείς προσπάθειες να συμπεριλάβουν τις επιπτώσεις της τριβής (δηλ. του ιξώδους) στις μαθηματικές εξισώσεις κινήσεως των ρευστών, οφείλονται στο Γάλλο μηχανικό **Claude Navier** (1785–1836) και στον Άγγλο **George Stokes** (1819–1903), οι οποίοι το 1845 διατύπωσαν τις βασικές εξισώσεις των ασυμπίεστων ρευστών με ιξώδες. Αλλά οι εξισώσεις των Navier-Stokes ήταν πάρα πολύ δύσκολο να αναλυθούν για τυχαίες ροές.

Το 1904, ο Γερμανός μηχανικός **Ludwig Prandtl** (σχ. 0.1ζ) δημοσίευσε μία από τις σημαντικότερες εργασίες της Μηχανικής των Ρευστών. Ο Prandtl επισήμανε ότι σε ροές ρευστών με μικρό ιξώδες (π.χ. ροή του νερού και του αέρα), μπορούμε να διακρίνομε ένα λεπτό **οριακό στρώμα**, το οποίο βρίσκεται σε επαφή με τα στερεά τοιχώματα, και ένα εξωτερικό στρώμα, το οποίο ολισθαίνει στο οριακό και για το οποίο ισχύουν οι εξισώσεις Euler και Bernoulli. Η **θεωρία του οριακού στρώματος** αποτελεί το σημαντικότερο εργαλείο στη σύγχρονη ανάλυση της ροής.

Μέχρι στα μέσα του 19^{ου} αιώνα, το ενδιαφέρον της τεχνολογίας σε ό,τι αφορά στη Μηχανική των Ρευστών, περιοριζόταν στη μελέτη της ροής του νερού και του αέρα (σχ. 0.1η). Η ανάπτυξη της βιομηχανίας επέκτεινε το ενδιαφέρον και προς τη συμπεριφορά άλλων υγρών και αερίων. Τον 20^ο αιώνα η ανάπτυξη της ρευστομηχανικής ήταν αλματώδης, παράλληλη με την ανάπτυξη των άλλων επιστημονικών – τεχνικών κλάδων.

0.2 Μηχανική των Ρευστών.

Η **Μηχανική των Ρευστών** ανήκει στην ευρύτερη ενότητα των Φυσικών επιστημών. Αναπτύχθηκε ως ανεξάρτητος τεχνικός κλάδος με σημαντικές εφαρμογές σε κάθε τομέα της παραγωγικής δραστηριότητας και ισχυρή διασύνδεση με άλλους επιστημονικούς κλάδους (θερμοδυναμική, μετάδοση θερμότητας, υδρολογία, μετεωρολογία, ναυπηγία, ιατρική κ.ά.).

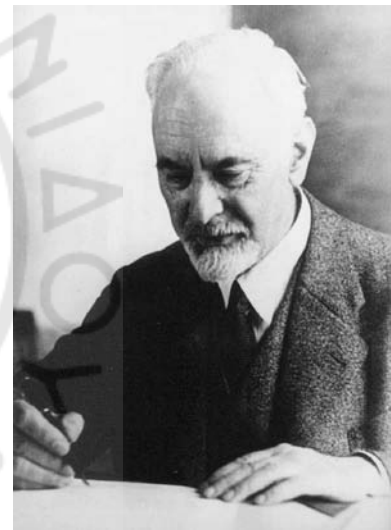
Ασχολείται με τα φαινόμενα που συναντώνται στα ρευστά υλικά σώματα (και ως τέτοια εννοούμε τα υγρά και τα αέρια), όταν αυτά βρίσκονται σε μακροσκοπική ισορροπία (**στατική των ρευστών**) και, κυρίως, όταν αυτά ρέουν (**δυναμική των ρευστών**).

Η **στατική των ρευστών**, μας επιτρέπει να κατανοήσουμε σημαντικές ιδιότητες και φαινόμενα (όπως την ατμοσφαιρική και υδροστατική πίεση, την άνωση και τις δυνάμεις που ασκούν τα ρευστά), να αντιμετωπίσουμε πρακτικά προβλήματα και να αξιοποιήσουμε τα συμπεράσματά μας σε πολλές εφαρμογές όπως μανόμετρα, υδραυλικά πιεστήρια, διαχωριστές βαρύτητας κ.λπ.).

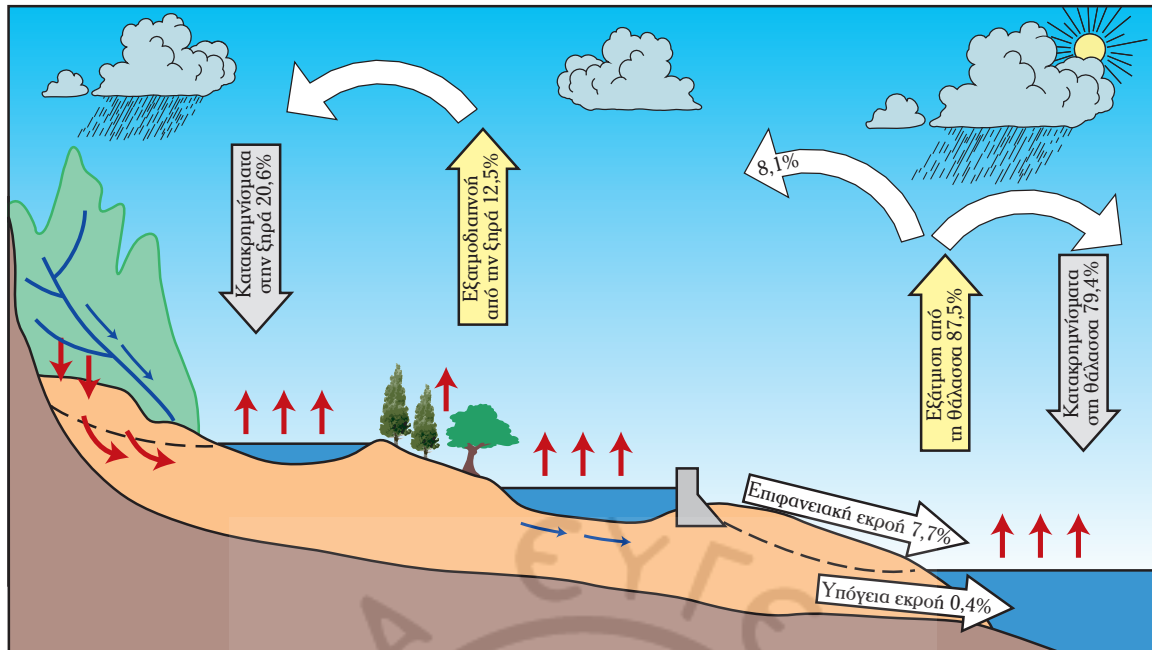
Η **δυναμική των ρευστών**, αποτελεί τον πυρήνα των ζητημάτων που σχετίζονται με τη **μεταφορά μάζας**. Και σε οποιαδήποτε παραγωγική διαδικασία, τα δίκτυα διακινήσεως υγρών και αερίων αποτελούν σημαντική τεχνική παράμετρο. Η κατανόηση της συμπεριφοράς των ρευστών είναι απαραίτητη για την αντιμετώπιση προβλημάτων σχετικών με τη ροή των ρευστών στους αγωγούς, τη χρήση αντλιών, αεροσυμπιεστών και άλλου σχετικού εξοπλισμού διακινήσεως των ρευστών. Παράλληλα, μας διευκολύνει



Σχ. 0.1στ.
Osborne Reynolds (1842–1912).



Σχ. 0.1ζ.
Ludwig Prandtl (1875–1953).



Σχ. 0.1n.

Ο κύκλος του νερού στη Γη. Τα ποσοστά αναφέρονται στην επίσηια μέση κυκλοφορία, η οποία εκτιμάται μεγαλύτερη από $5 \cdot 10^{14} \text{ m}^3$ ($=500.000 \text{ Km}^3$).

να κατανοήσουμε τις διεργασίες διαχωρισμού που βασίζονται στη διάχυση και μεταφορά μάζας, στις αεροδυναμικές και υδροδυναμικές διεργασίες κατά την κίνηση στερεών μέσα σε ρευστά (πλοία, αυτοκίνητα, αεροπλάνα κ.λπ.), καθώς επίσης και τις διεργασίες που σχετίζονται με τη μετάδοση θερμότητας.

Το πεδίο της Μηχανικής των Ρευστών είναι ευρύτατο και αγγίζει σχεδόν κάθε ανθρώπινη προσπάθεια. Οι επιστήμες της μετεωρολογίας, της φυσικής ωκεανογραφίας και της υδρολογίας ασχολούνται με τις φυσικές ροές του νερού και του αέρα. Η ιατρική με τη ροή του αέρα (μελέτη του αναπνευστικού συστήματος), με την κυκλοφορία του αίματος (αιμοδυναμική) κ.ά.. Όλα τα προβλήματα μεταφορών περιλαμβάνουν την κίνηση ρευστών, με πολύ αναπτυγμένους ειδικούς κλάδους (αεροδυναμική αεροσκαφών και αυτοκινήτων, ναυτική υδροδυναμική κ.ά.). Σχεδόν όλη η παραγωγή της ηλεκτρικής ενέργειας αξιοποιεί τη ροή είτε του νερού είτε του ατμού. Όλα τα προβλήματα καύσεως περιλαμβάνουν τη διακίνηση ρευστών, όπως επίσης τα πιο κλασικά προβλήματα της αρδεύσεως, του ελέγχου των πλημμυρών, της παροχής νερού, της στεγανώσεως, της διαθέσεως των λυμάτων, της διακινήσεως του πετρελαίου και του φυσικού αερίου.

Η σημασία των ρευστών για τον τομέα της ναυτιλίας είναι τεράστια. Εκτός από τα ζητήματα που σχετίζονται με την άωση, την πλεύση και την κίνηση του πλοίου στη θάλασσα, το ίδιο το πλοίο αποτελεί μία σχετικά αυτόνομη παραγωγική μονάδα, στην οποία συναντάμε πολλά είδη ρευστών (νερό διαφόρων χρήσεων, καύσιμα, λάδια, υδρατμό, αέρα κ.λπ.). Οι σωληνώσεις και τα μηχανήματα διακινήσεως αυτών των ρευστών δεν περιορίζονται μόνο στο μηχανοστάσιο, αλλά εκτείνονται σε όλο το πλοίο. Η μελέτη και η κατανόηση επομένως της συμπεριφοράς των ρευστών είναι εξαιρετικά σημαντική για το Μηχανικό.

Πριν περάσουμε στην εξέταση των ρευστών, κρίνεται σκόπιμο να αναφερθούμε με συντομία σε βασικές έννοιες και νόμους της Φυσικής και της Θερμοδυναμικής που σχετίζονται με τις φυσικές ιδιότητες των σωμάτων, τις κινήσεις, τα αίτια που τις μεταβάλλουν, τα ισοζύγια μάζας και ενέργειας κ.ά.. Αυτονόητο είναι πως θα επιμείνομε περισσότερο στα θέματα που σχετίζονται με τη Μηχανική των Ρευστών.

0.3 Μάζα και ενέργεια.

Ένα υλικό σώμα (ή σύστημα σωμάτων) χαρακτηρίζεται από τη **μάζα** και την **ενέργειά** του. Αυτές αποτελούν τις γενικότερες ιδιότητες της ύλης.

Η **μάζα** (m) αντιστοιχεί στην ποσότητα της ύλης του σώματος και αποτελεί το μέτρο της αδράνειας (της αντιστάσεως δηλ. του σώματος στη μεταβολή της κινητικής του καταστάσεως). Η μάζα δεν εξαρτάται από τις άλλες ιδιότητες του σώματος και παραμένει σταθερή. Μονάδα μάζας στο Διεθνές Σύστημα (SI) είναι το **Kg**.

Η **ενέργεια** (E) σχετίζεται με την ποιοτική πλευρά της ύλης και τη δυνατότητά της να «αλλάζει» (μέσω της αλληλεπιδράσεως των σωμάτων). Μονάδα ενέργειας στο SI είναι το **J** (Joule).

Τα υλικά σώματα υπάρχουν και αλληλεπιδρούν μέσα στον τρισδιάστατο **χώρο** (διαστάσεις x, y, z) και στο **χρόνο** (t , μονοδιάστατος συγκεκριμένης φοράς).

Οι σύγχρονες αντιλήψεις (Θεωρία της Σχετικότητας), συνδέουν τη μάζα με την ενέργεια και αντιμετωπίζουν ενιαία το χώρο και το χρόνο (**χωροχρόνος** τεσσάρων διαστάσεων). Για τις συνθήκες όμως που συναντάμε στα προβλήματα της Μηχανικής των Ρευστών, οι αρχές και νόμοι της κλασικής φυσικής επαρκούν.

0.4 Ιδιότητες των υλικών σωμάτων.

Τα υλικά σώματα ταξινομούνται, ανάλογα με τη **φυσική τους κατάσταση**, σε **στερεά**, **υγρά** και **αέρια**. Στις τρεις αυτές φυσικές καταστάσεις μπορεί να βρεθεί κάθε σώμα, υπό κατάλληλες συνθήκες πίεσεως και θερμοκρασίας. Οι αλλαγές της φυσικής καταστάσεως ενός σώματος, αποτελούν σημαντικά φυσικά φαινόμενα τα οποία είναι (σχ. 0.4):

α) Η μετατροπή ενός στερεού σε υγρό που καλείται **τήξη**.

β) Η μετατροπή ενός υγρού σε στερεό (το αντίθετο φαινόμενο δηλ.) που καλείται **πήξη**.

γ) Η μετατροπή ενός υγρού σε αέριο που καλείται **βρασμός** ή **ζέση** και

δ) η μετατροπή ενός αερίου σε υγρό που καλείται **υγροποίηση** ή **συμπύκνωση**.

Οι γενικότερες μακροσκοπικές ιδιότητες των σωμάτων είναι ο **όγκος**, η **πίεση** και η **θερμοκρασία**.

α) **Όγκος** (V): Κάθε υλικό σώμα καταλαμβάνει στο χώρο όγκο V .

Τα **στερεά** έχουν συγκεκριμένο όγκο που καθορίζεται από το σχήμα τους.

Τα **υγρά** έχουν επίσης συγκεκριμένο όγκο που καθορίζεται από το δοχείο, στο οποίο περιέχονται και την ελεύθερη επιφάνειά τους.

Η αλλαγή της πίεσεως και της θερμοκρασίας, δεν μεταβάλλουν σημαντικά τον όγκο των στερεών και υγρών σωμάτων. Παρ' όλα αυτά, κατά τη χρήση των στερεών και υγρών σε συνθήκες μεταβαλλόμενης θερμοκρασίας, πρέπει να λαμβάνομε υπόψη τα φαινόμενα συστολής και διαστολής και να παίρνομε τα κατάλληλα μέτρα, ώστε να αντιμετωπίζομε ανεπιθύμητα αποτελέσματα.

Τα **αέρια** καταλαμβάνουν όλο το διαθέσιμο χώρο (περιορίζονται μόνο από τα τοιχώματα του δοχείου που τα περιέχει) και ο όγκος τους μεταβάλλεται σημαντικά με τη μεταβολή της πίεσεως και της θερμοκρασίας.

Μονάδα όγκου στο SI είναι το m^3 .

Ειδικός όγκος (v) καλείται ο όγκος ανά μονάδα μάζας του σώματος:

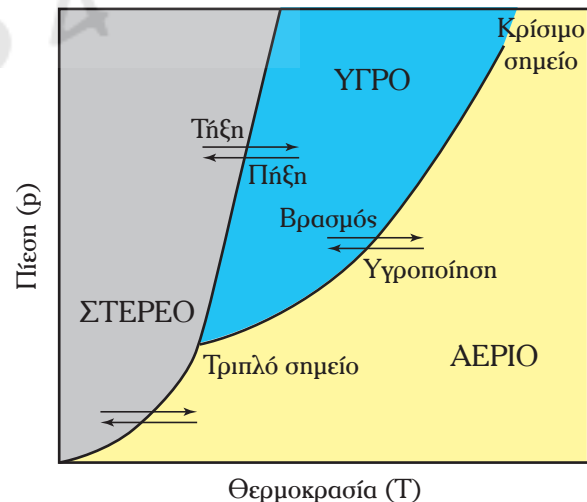
$$v = V/m \quad (\text{μονάδα στο SI είναι το } m^3/Kg)$$

Πυκνότητα (ρ) καλείται η μάζα ανά μονάδα όγκου του σώματος:

$$\rho = m/V \quad (\text{μονάδα στο SI είναι το } Kg/m^3)$$

Από τους ορισμούς προκύπτει πως τα δύο μεγέθη είναι αντίστροφα:

$$\rho = 1/v$$



Σχ. 0.4.

Μετατροπές καταστάσεων.

β) **Πίεση (p)**: Η αλληλεπίδραση του σώματος με άλλα σώματα οδηγεί σε ανάπτυξη δυνάμεων μεταξύ τους.

Πίεση καλείται η κάθετη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα **ανά μονάδα επιφάνειας**:

$$p = F/A$$

Από τον ορισμό προκύπτει πως **δεν υπάρχουν αρνητικές πιέσεις**.

Η πίεση που επικρατεί στην ατμόσφαιρα (και οφείλεται όπως θα δούμε στο βάρος της, το οποίο υφίστανται όλα τα σώματα που βρίσκονται «βυθισμένα» σ' αυτήν), καλείται **ατμοσφαιρική πίεση** (p_{atm}). Στην επιφάνεια της θάλασσας και σε κανονικές συνθήκες, η ατμοσφαιρική πίεση ισούται με **101,3 KPa**.

Στην πράξη συχνά χρησιμοποιείται η **σχετική πίεση**: $p_{ox} = p - p_{atm}$.

Η σχετική πίεση μπορεί να λάβει αρνητικές τιμές (μέχρι $-p_{atm}$).

Μονάδα πίεσεως στο SI είναι το **Pa** (N/m^2).

γ) **Θερμοκρασία (T)**: Η θερμοκρασία είναι το φυσικό μέγεθος που αντικειμενοποιεί το αίσθημα του ψυχρού ή του θερμού. Αποτελεί μια από τις σημαντικότερες ιδιότητες των σωμάτων και η μεταβολή της επηρεάζει τις τιμές σχεδόν όλων των άλλων ιδιοτήτων τους.

Αξιοποιώντας το φαινόμενο της διαστολής των υγρών και των στερεών σωμάτων, αλλά και την επίδραση της θερμοκρασίας σε άλλες ιδιότητες (πυκνότητα, ηλεκτρική αντίσταση, μήκος κύματος εκπεμπόμενης ακτινοβολίας κ.ά.), κατασκευάστηκαν κατάλληλα όργανα μετρήσεως της θερμοκρασίας, τα **θερμόμετρα**. Διαμορφώθηκαν επίσης συγκριτικές εμπειρικές κλίμακες με σημαντικότερες τις **κλίμακες Κελσίου** και **Φαρενάιτ**.

Η θερμοδυναμική διαπίστωσε πως η θερμοκρασία ενός σώματος σχετίζεται με την κινητική κατάσταση των μορίων του. Όσο πιο έντονη είναι η κίνηση, τόσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία του σώματος. Η **ελάχιστη** λοιπόν θερμοκρασία θα ήταν εκείνη, στην οποία τα μόρια του σώματος θα ήταν ακίνητα. Αποδείχτηκε πως το κατώτερο θερμοκρασιακό όριο είναι κοινό για όλα τα υλικά και ίσο με **-273,15 °C**. Η θερμοκρασία αυτή ονομάστηκε «**απόλυτο μηδέν**». Με έναρξη τη θερμοκρασία του απόλυτου μηδένος, διαμορφώθηκαν οι **απόλυτες κλίμακες** μετρήσεως της θερμοκρασίας, στις οποίες δεν υπάρχουν αρνητικές τιμές. Στο SI χρησιμοποιείται η **κλίμακα Kelvin**.

$$\text{Ισχύει: } T_K = T_C + 273,15.$$

Στα ιδανικά αέρια, ο όγκος, η πίεση και η θερμοκρασία συνδέονται με την καταστατική εξίσωση:

$$p \cdot V = n \cdot R_w \cdot T \Rightarrow p \cdot V/T = n \cdot R_w \text{ (σταθερό),}$$

όπου: n ο αριθμός των moles του αερίου και R_w η παγκόσμια σταθερά των αερίων.

Η σχέση ισχύει με ικανοποιητική προσέγγιση και για τα πραγματικά αέρια που βρίσκονται μακριά από τις συνθήκες υγροποίησης.

0.5 Κίνηση υλικού σώματος.

Η κίνηση είναι έννοια σχετική. Τα υλικά σώματα μετακινούνται σε σχέση με τα σώματα που τα περιβάλλουν, διαγράφοντας κάποια τροχιά (μεταφορική κίνηση). Για να περιγράψουμε την κίνηση ενός σώματος, το εξετάζουμε σε σύστημα αναφοράς το οποίο θεωρείται ακίνητο.

0.5.1 Μεγέθη κινήσεως.

Για την περιγραφή της (μεταφορικής) κινήσεως υλικού σώματος απαιτείται η χρήση των ακολούθων φυσικών μεγεθών: Το **διάστημα** \vec{s} το οποίο διανύει το σώμα, ο **χρόνος** t , η **ταχύτητα** \vec{v} (ρυθμός μετατόπισεως) και η **επιτάχυνση** \vec{a} (ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας).

Ορισμοί:

Ταχύτητα: $\vec{v} = d\vec{s}/dt$ (μονάδα στο SI είναι το **m/s**)

Επιτάχυνση: $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ (μονάδα στο SI είναι το **m/s²**)

0.5.2 Εξισώσεις κινήσεως.

Από τους ορισμούς της ταχύτητας και της επιτάχυνσης παρατηρούμε πως η εξίσωση της ταχύτητας είναι παράγωγος της εξίσωσης του διαστήματος $s = f(t)$ και η εξίσωση της επιτάχυνσης, δεύτερη παράγωγος της $s = f(t)$.

Υπάρχουν γενικά τρεις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση:

$$\vec{s} = f(t)$$

$$\vec{v} = f'(t)$$

$$\vec{a} = f''(t)$$

Οι εξισώσεις αυτές παίρνουν συγκεκριμένη μορφή σε ειδικές περιπτώσεις:

α) **Ομαλή ευθύγραμμη κίνηση** (σχ. 0.5α), καλείται η κίνηση κατά την οποία η ταχύτητα παραμένει σταθερή (κατά μέτρο και διεύθυνση).

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v} \cdot t$$

$$\vec{v} = \text{σταθ.}$$

$$\vec{a} = 0$$

β) **Ομαλά επιταχυνόμενη ευθύγραμμη κίνηση** (σχ. 0.5β), καλείται η κίνηση κατά την οποία η ταχύτητα μεταβάλλεται κατά μέτρο με σταθερή επιτάχυνση (αλλά η διεύθυνση παραμένει σταθερή).

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot t^2$$

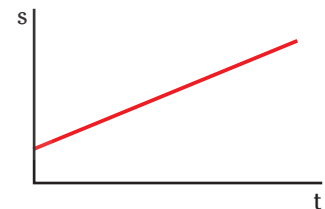
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$$

$$\vec{a} = \text{σταθ.}$$

γ) **Καμπυλόγραμμη κίνηση.** Σ' αυτήν η ταχύτητα μεταβάλλεται κατά διεύθυνση και κατά μέτρο. Για τη μελέτη της καμπυλόγραμμης κινήσεως, την αναλύουμε σε άξονες (x, y, z). Σε κάθε άξονα η συνιστώσα κίνηση είναι ευθύγραμμη.

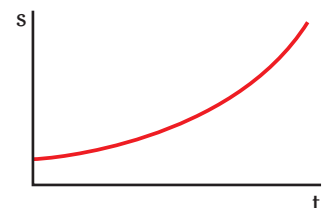
δ) **Κίνηση σε κλειστή τροχιά.** Εδώ εισέρχονται και άλλα μεγέθη:

- **Περίοδος T** (χρόνος μιας πλήρους τροχιάς), μονάδα στο SI είναι το **s**.
- **Συχνότητα $\nu = 1/T$** (αριθμός τροχιών στη μονάδα του χρόνου), μονάδα στο SI είναι το **s⁻¹**.
- **Γωνιακή ταχύτητα ω** ($\omega = d\theta/dt$), μονάδα στο SI είναι το **rad/s**.
- **Γωνιακή επιτάχυνση α** ($\alpha_r = d\omega/dt$), μονάδα στο SI είναι το **rad/s²**.



Σχ. 0.5α.

Ομαλή ευθύγραμμη κίνηση.



Σχ. 0.5β.

Ομαλά επιταχυνόμενη ευθύγραμμη κίνηση.

Η τροχιά μπορεί να είναι κυκλική ή ελλειπτική.

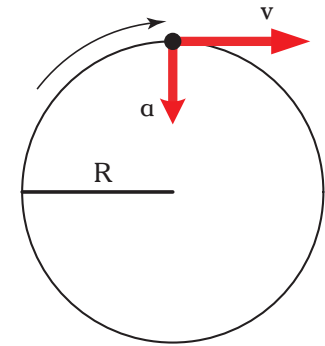
ε) **Ομαλή κυκλική κίνηση** (σχ. 0.5γ). Αποτελεί την πιο ενδιαφέρουσα περίπτωση κίνησης σε κλειστή τροχιά. Η γωνιακή ταχύτητα ω δεν μεταβάλλεται. Το ίδιο και το μέτρο της ταχύτητας v . Ισχύουν:

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi v \text{ (σταθερή)}$$

$$v = \omega R$$

$$a = \omega^2 R = v^2/R$$

όπου: a η κεντρομόλος επιτάχυνση.



Σχ. 0.5γ.

Ομαλή κυκλική κίνηση.

0.6 Ορμή (ή ποσότητα κινήσεως).

Η διατήρηση της κινητικής καταστάσεως ενός σώματος εξαρτάται όχι μόνο από την ταχύτητα, αλλά και από τη μάζα αδράνειάς του. Αυτό που τείνει να διατηρηθεί δεν είναι απλά η ταχύτητα, αλλά το γινόμενο $m \cdot \vec{v}$. Το γινόμενο αυτό ορίζει ένα άλλο πολύ σημαντικό φυσικό μέγεθος, την **ορμή** (ή ποσότητα κινήσεως):

$$\vec{J} = m \cdot \vec{v}$$

Μονάδα ορμής στο SI είναι το **Kg·m/s**.

0.7 Αλληλεπίδραση υλικών σωμάτων – Δυνάμεις.

Τα σώματα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, ασκώντας δυνάμεις το ένα στο άλλο. Η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος. Υπάρχουν δυνάμεις από **επαφή** (που οφείλονται στην κρούση των σωμάτων, στην τριβή κ.ά.) και δυνάμεις ασκούμενες **από απόσταση** (που οφείλονται στην ύπαρξη των **πεδίων δυνάμεων**, όπως το βαρυτικό, το ηλεκτροστατικό και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο).

Οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα, συντίθενται (αθροίζονται διανυσματικά).

Σε ένα σώμα (ή σύστημα σωμάτων) πέρα από τις **εξωτερικές δυνάμεις** (τις δυνάμεις δηλ. που οφείλονται στην αλληλεπίδρασή του με άλλα σώματα ή συστήματα) υπάρχουν και **εσωτερικές δυνάμεις** (που οφείλονται στην αλληλεπίδραση μεταξύ των συστατικών του σώματος ή του συστήματος). Μονάδα δυνάμεως στο SI είναι το **N** (Newton).

Σημείωση: Ακριβολογώντας και λαμβάνοντας υπόψη τη δομή των μορίων και των ατόμων, η δύναμη από επαφή μόνο συμβατική έννοια έχει. Όλες οι δυνάμεις ασκούνται από απόσταση και οφείλονται σε τέσσερις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις: Τη βαρυτική (μεταξύ μαζών), την ηλεκτρομαγνητική (μεταξύ ηλεκτρικών φορτίων), την ισχυρή (μεταξύ στοιχειωδών σωματιδίων) και την ασθενή πυρηνική αλληλεπίδραση.

0.7.1 Οι τρεις Νόμοι του Newton.

Η ανάπτυξη της κλασικής φυσικής βασίστηκε σε τρεις Νόμους (ή αξιώματα) που διατύπωσε ο Newton. Ιδιαίτερη σημασία έχει ο δεύτερος, ο οποίος συνδέει τις δυνάμεις με τη μεταβολή της κινητικής καταστάσεως.

α) **Αρχή της Αδράνειας** (Πρώτος Νόμος του Newton). **Κάθε υλικό σώμα τείνει να διατηρήσει την κινητική του κατάσταση** (αντιστέκεται δηλ. στη μεταβολή της). Έτσι, αν η μάζα του σώματος παραμένει σταθερή, το σώμα τείνει να κινείται ομαλά και ευθύγραμμα.

β) **Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής** (Δεύτερος νόμος του Newton). **Αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασεως και της ασκήσεως δυνάμεως σε ένα σώμα, είναι η μεταβολή της κινητικής του καταστάσεως**, δηλαδή της ορμής.

Αν (εξωτερική) δύναμη \vec{F} ασκηθεί σε σώμα επί χρόνο dt , τότε ισχύει:

$$\vec{F} \cdot dt = d\vec{J} = d(m \cdot \vec{v})$$

Η ποσότητα $\vec{\Omega} = \vec{F} \cdot dt$ καλείται **ώθηση** και η προηγούμενη σχέση εκφράζει το **θεώρημα ωθήσεως-ορμής**.

Αρχή διατηρήσεως της ορμής: Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα (ή σύστημα) ισούται με μηδέν, η ορμή του παραμένει σταθερή.

Στις περισσότερες εφαρμογές, η **μάζα** είναι **σταθερή**, οπότε:

$$\vec{F} = m \cdot d\vec{v}/dt \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (\text{Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής})$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι:

- Αν $\Sigma \vec{F} = 0$ τότε και $\vec{a} = 0$, δηλαδή το σώμα διατηρεί την κινητική του κατάσταση (ομαλή ευθύγραμμη κίνηση).
- Αν η δύναμη είναι ίδιας διεύθυνσεως με την ταχύτητα, το σώμα μεταβάλλει την ταχύτητά του μόνο κατά μέτρο (επιταχυνόμενο ή επιβραδυνόμενο, ανάλογα με το αν η δύναμη έχει ίδια ή αντίθετη φορά με την ταχύτητα).
- Αν η δύναμη έχει διεύθυνση διαφορετική από την ταχύτητα, τότε η ταχύτητα μεταβάλλεται και κατά διεύθυνση και έχουμε καμπυλόγραμμη κίνηση.

Η συνιστώσα της δυνάμεως, η κάθετη στην εφαπτομένη της τροχιάς, ονομάζεται **κεντρομόλος δύναμη** F_k και η αντίστοιχη επιτάχυνση **κεντρομόλος επιτάχυνση** a_k .

Στην **ομαλή κυκλική κίνηση**: $\Sigma F = F_k = m \cdot v^2 / R$

γ) **Αρχή Δράσεως-Αντιδράσεως** (Τρίτος Νόμος του Newton). Όταν ένα σώμα A ασκεί δύναμη \vec{F} σε σώμα B, το B αντιδρά ασκώντας δύναμη ίση και αντίθετη στο A. Πρέπει να προσέξουμε ότι οι δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις ασκούνται σε διαφορετικά σώματα, άρα δεν συντίθενται.

0.7.2 Κρούση.

Κατά την κρούση (σχ. 0.7) δύο σωμάτων ασκούνται πολύ ισχυρές (ίσες και αντίθετες) δυνάμεις από το ένα σώμα στο άλλο. Το φαινόμενο διαρκεί ελάχιστο χρόνο, ικανό όμως ώστε να διαμορφωθεί η αναγκαία ώθηση που θα μεταβάλλει την ορμή κάθε σώματος:

$$\vec{F} \cdot dt = \Delta \vec{J}$$

Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.

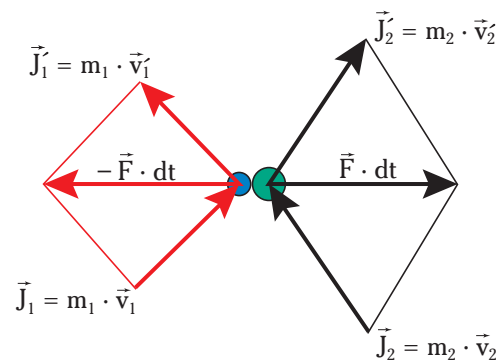
Ελαστική ονομάζεται η κρούση κατά την οποία δεν μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων. Διαφορετικά η κρούση είναι **ημιελαστική** ή **πλαστική**. Ελαστικές θεωρούνται οι κρούσεις των μορίων των αερίων.

0.7.3 Βάρος και ειδικό βάρος σώματος.

Η δύναμη που ασκεί η Γη στα σώματα ονομάζεται **βάρος** (B , W). Η δύναμη αυτή (αποτέλεσμα της βαρυτικής αλληλεπιδράσεως) είναι χαρακτηριστική για όλα τα σώματα που βρίσκονται στο γήινο πεδίο βαρύτητας. Η διεύθυνση και η φορά της είναι συγκεκριμένη (από το κέντρο βάρους του σώματος προς το κέντρο της Γης). Η διεύθυνση αυτή ορίζει την **κατακόρυφο** κάθε τόπου.

Το βάρος ανά μονάδα όγκου ονομάζεται **ειδικό βάρος** του σώματος:

$$\gamma = B / V$$



Σχ. 0.7
Κρούση.

Μονάδες του ειδικού βάρους στο SI, είναι το N/m^3 .

Εφαρμόζοντας τη θεμελιώδη σχέση της Μηχανικής προκύπτουν:

$$B = m \cdot g \text{ και } \gamma = \rho \cdot g$$

όπου: g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Το g εξαρτάται από την απόσταση του σώματος από το κέντρο της Γης. Για σημείο ευρισκόμενο στην επιφάνεια της θάλασσας μεταξύ πόλων και ισημερινού, η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με $g = 9,8067 \text{ m/s}^2$. Στους πόλους είναι λίγο μεγαλύτερο, στον ισημερινό ελαφρά μικρότερο (ακριβέστερα η επιτάχυνση της γήινης βαρύτητας στην επιφάνεια της θάλασσας είναι στον ισημερινό $9,7805 \text{ m/s}^2$, σε πλάτος 45° $9,8067 \text{ m/s}^2$ και στους πόλους $9,832 \text{ m/s}^2$).

Καθώς ανεβαίνουμε από την επιφάνεια της θάλασσας, το g μειώνεται.

Σημειώνουμε πως η μάζα ενός σώματος παραμένει σταθερή, αλλά το βάρος του πιθανόν να μεταβάλλεται (λόγω αλλαγής του g).

0.8 Αλληλεπίδραση υλικών σωμάτων – Ροή ενέργειας.

Η ενέργεια ενός υλικού σώματος είναι **δυναμική ενέργεια** E_g (η οποία οφείλεται στη δύναμη που ασκείται στο σώμα στη συγκεκριμένη θέση), **κινητική ενέργεια** E_k (η οποία οφείλεται στην κίνηση του σώματος) και **αποθηκευμένη στο σώμα ενέργεια** (κινητική και δυναμική των μορίων, χημική ενέργεια, πυρηνική ενέργεια). Στις συνηθισμένες εφαρμογές μεταβάλλονται η κινητική και η δυναμική ενέργεια, συχνά η ενέργεια των μορίων, σε λίγες περιπτώσεις η χημική ενέργεια και σπανίως η πυρηνική.

Σύμφωνα με τη φυσική:

– **Δυναμική ενέργεια** βαρύτητας: $E_g = m \cdot g \cdot y$

– **Κινητική ενέργεια:** $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Η αποθηκευμένη ενέργεια εκφράζεται με τους όρους της **εσωτερικής ενέργειας** (U), αλλά και της **ενθαλπίας** (H):

$$H = U + p \cdot V$$

Η ενέργεια δύναται να μεταβιβάζεται από ένα υλικό σύστημα σε άλλο (**ροή ενέργειας**). Κατά τη μετάβαση αυτή η ενέργεια λαμβάνει δύο ειδικές μορφές:

α) **Θερμότητα:** Αν η ροή ενέργειας οφείλεται σε διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο συστημάτων, τότε μιλάμε για **θερμότητα** Q .

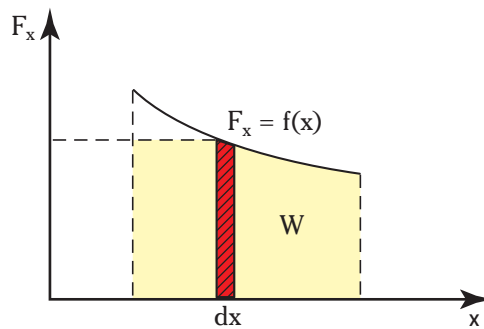
Η θερμότητα ρέει αυθόρμητα από το σώμα υψηλής θερμοκρασίας προς το σώμα χαμηλής θερμοκρασίας.

Η θερμότητα μεταδίδεται με **αγωγιμότητα**, με **μεταφορά μάζας** και με **ακτινοβολία**. Οι μηχανισμοί των τριών τρόπων μεταδόσεως είναι ριζικά διαφορετικοί. Το μόνο κοινό χαρακτηριστικό τους είναι το αίτιο της μεταδόσεως, δηλαδή η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο σωμάτων.

β) **Έργο:** Αν η ροή ενέργειας οφείλεται σε άλλα αίτια, μιλούμε για **παραγωγή** ή **κατανάλωση έργου** W (μηχανικό έργο, οφειλόμενο στη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής δύναμης, ηλεκτρικό έργο, οφειλόμενο στη διαφορά δυναμικού και στη ροή ηλεκτρικών φορτίων).

$$\text{Μηχανικό έργο: } W_{12} = \int_1^2 F_x \cdot dx$$

όπου: F_x η προβολή της \vec{F} κατά τη διεύθυνση της μετατόπισης του σημείου εφαρμογής της dx . Όπως παρατηρούμε στο σχήμα 0.8, σε διάγραμμα (F, x) το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ισούται με το έργο.



Σχ. 0.8.
Μηχανικό έργο.

Αν η δύναμη είναι σταθερή και το σημείο εφαρμογής της μετατοπίζεται κατά απόσταση s :

$$W_{12} = \mathbf{F}_s \cdot \mathbf{s}$$

όπου: F_s η συνισταμένη της δυνάμεως κατά τη διεύθυνση της μετατοπίσεως.

Ισχύς: Η ενέργεια που ρέει στη μονάδα του χρόνου (δηλ. ο ρυθμός μεταδόσεως της ενέργειας) καλείται ισχύς. Ανάλογα με τη μορφή της ενέργειας που ρέει, έχομε **θερμική**, **μηχανική** και **ηλεκτρική ισχύ**.

$$\text{Μηχανική ισχύς: } P = \frac{dW}{dt}$$

Μονάδα ισχύος στο SI είναι το **W** (Watt) = J/s

0.9 Δυναμική στερεού σώματος.

Στη φυσική, συχνά απομονώνεται ένα σώμα για να μελετηθεί. Για την ευχερέστερη μελέτη του απλοποιείται και θεωρείται **σώμα-σημείο**, δηλαδή σώμα χωρίς διαστάσεις, με όλη τη μάζα του συγκεντρωμένη σε ένα σημείο. Σε αρκετές περιπτώσεις το σχετικό μέγεθος του σώματος είναι πράγματι αμελητέο. Έτσι, μελετώντας το Ηλιακό μας Σύστημα (σχ. 0.9α), μπορούμε να θεωρήσουμε τη Γη ως σώμα-σημείο που κινείται γύρω από τον Ήλιο (η ακτίνα της Γης είναι μικρότερη από το 0,005% της ακτίνας της τροχιάς της). Στο σώμα-σημείο μπορούμε να μελετήσουμε μόνο τη μεταφορική κίνηση (ευθύγραμμη, καμπυλόγραμμη, κυκλική). Οι ιδιότητες όγκος, πυκνότητα και ειδικό βάρος δεν το αφορούν.

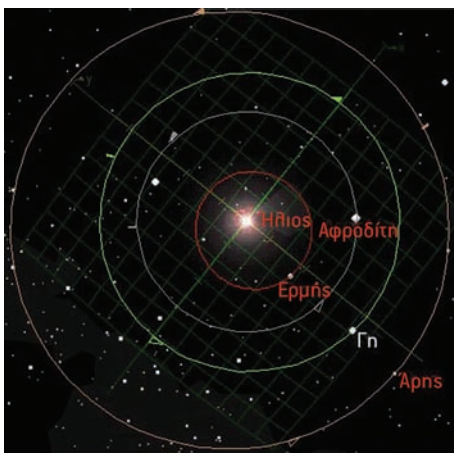
Στην πραγματικότητα, όχι μόνο δεν υπάρχει σώμα χωρίς διαστάσεις, αλλά κάθε σώμα έχει την εσωτερική του πολυπλοκότητα. Η Γη για παράδειγμα (σχ. 0.9β), αποτελεί ένα (κατά προσέγγιση) σφαιρικό σώμα με εξαιρετική πολυπλοκότητα.

Χρήσιμη έννοια για να περάσουμε από το σώμα-σημείο στο **στερεό σώμα**, είναι το **κέντρο μάζας**. Το κέντρο μάζας ταυτίζεται με το σημείο εφαρμογής της συνισταμένης δυνάμεως που ασκείται στο σώμα. Για τα σώματα που βρίσκονται στο πεδίο της γήινης βαρύτητας, είναι το σημείο εφαρμογής του βάρους. Είναι επομένως και το **κέντρο βάρους** του σώματος.

Ένα στερεό σώμα, σε αντίθεση με το σώμα-σημείο, παρουσιάζει εκτός από μεταφορική και περιστροφική κίνηση περί άξονα περιστροφής διερχόμενο από το κέντρο μάζας του. Κάθε χρονική στιγμή, όλες οι στοιχειώδεις μάζες του σώματος περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω .

Σύμφωνα με την **αρχή της αδράνειας**, το στερεό σώμα τείνει να διατηρήσει όχι μόνο τη μεταφορική, αλλά και την περιστροφική του κίνηση.

Σε αρκετές περιπτώσεις πρέπει να μελετήσουμε ενιαία τη συμπεριφορά συνόλου υλικών σωμάτων. Σ' αυτές τις περιπτώσεις μιλάμε για **υλικό σύστημα** (που αλληλεπιδρά με άλλα σώματα ή συστήματα). Έτσι



Σχ. 0.9α.
Τμήμα του Ηλιακού μας Συστήματος.



Σχ. 0.9β.
Η Γη.

η Γη είναι ένα σύστημα. Στους ωκεανούς της κινούνται χιλιάδες πλοία, το καθένα από τα οποία αποτελεί επίσης ένα πολύπλοκο υλικό σύστημα.

Αν ένα σύστημα ανταλλάσσει μάζα με το περιβάλλον του, καλείται **ανοικτό**, αν δεν ανταλλάσσει, **κλειστό**. Τα όρια του συστήματος επιλέγονται με βάση τις ανάγκες του προβλήματος.

Κατά μία έννοια, κάθε σώμα αποτελεί σύστημα, αφού αποτελείται από πολλά επιμέρους συστατικά σώματα.

0.9.1 Ροπές δυνάμεων.

Ροπή δυνάμεως ως προς σημείο καλείται το γινόμενο της δυνάμεως επί την απόσταση από το σημείο:

$$M = F \cdot d$$

Ακριβέστερα, η ροπή είναι διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο $[\vec{F}, \vec{d}]$: $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{d}$

Αντίστοιχα ορίζεται και η **ροπή δυνάμεως ως προς άξονα** (σχ. 0.9γ).

Αν σε στερεό σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις ίσες και αντίθετες ($\vec{F}, -\vec{F}$), οι οποίες απέχουν απόσταση d μεταξύ τους, τότε διαμορφώνεται **ροπή** του **ζεύγους δυνάμεων** ($M = F \cdot d$), η οποία τείνει να περιστρέψει το σώμα (ή γενικότερα, να μεταβάλλει την περιστροφική του κίνηση).

Συχνά οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα δεν περνούν από το **κέντρο μάζας** του σώματος (που είναι και το **κέντρο βάρους** του), αλλά από κάποια απόσταση d από αυτό. Τότε δημιουργείται ροπή.

Η συνισταμένη ροπή ως προς το κέντρο μάζας του σώματος είναι το αίτιο της αλλαγής της περιστροφικής του καταστάσεως. Πιο συγκεκριμένα ισχύει ο **θεμελιώδης Νόμος της Περιστροφικής Κινήσεως** περί άξονα (εφαρμογή του Δεύτερου Νόμου του Newton):

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}_r$$

όπου: M η ροπή, α_r η γωνιακή επιτάχυνση και I η ροπή αδράνειας του σώματος. **Η ροπή αδράνειας αποτελεί το μέτρο αντιστάσεως του σώματος στην αλλαγή της περιστροφικής του καταστάσεως** (το περιστροφικό ανάλογο της μάζας) και ισούται με:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

όπου: m_i η στοιχειώδης μάζα του σώματος και r_i η απόστασή της από τον άξονα περιστροφής. Αν ο άξονας περιστροφής διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος, η ροπή αδράνειας λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της I_c . Η ροπή αδράνειας ως προς τυχαίο άξονα δίνεται από το **θεώρημα του Steiner**:

$$I = I_c + m \cdot d^2$$

όπου: m η μάζα του σώματος και d η απόσταση του άξονα από το κέντρο μάζας.

Στροφορμή (ή στροφική ορμή) καλείται το γινόμενο της ροπής αδράνειας επί τη γωνιακή ταχύτητα του περιστρεφόμενου σώματος:

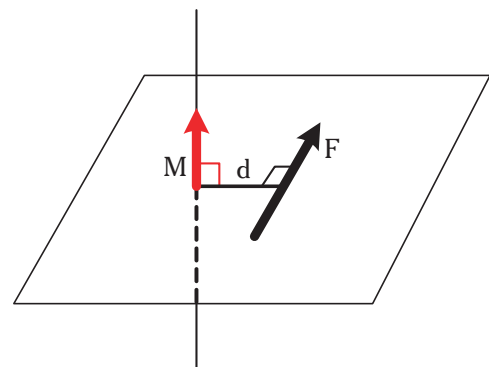
$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

Η στροφορμή είναι το περιστροφικό ανάλογο της ορμής.

Αρχή διατηρήσεως της στροφορμής. Κατά την περιστροφική κίνηση στερεού, αν η συνισταμένη των ροπών ισούται με μηδέν, η στροφορμή παραμένει σταθερή.

Ένα σώμα που περιστρέφεται έχει και **κινητική ενέργεια εκ περιστροφής**:

$$E_{κ,π} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$



Σχ. 0.9γ.
Ροπή δυνάμεως.

0.9.2 Συνθήκη ισορροπίας σώματος.

Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να ισορροπεί (ή να διατηρεί την κινητική του κατάσταση) **ένα σώμα είναι η συνισταμένη των δυνάμεων, που ασκούνται σ' αυτό και η συνισταμένη των ροπών να ισούνται με μηδέν.**

$$\vec{\Sigma F} = \mathbf{0} \Rightarrow [\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma F_z = 0] \text{ και } \vec{\Sigma M} = \mathbf{0}$$

Αν $\vec{\Sigma F} \neq \mathbf{0}$, τότε θα μεταβάλλεται η μεταφορική κίνηση του σώματος.

Αν $\Sigma M \neq 0$, τότε θα μεταβάλλεται η περιστροφική κίνηση του σώματος.

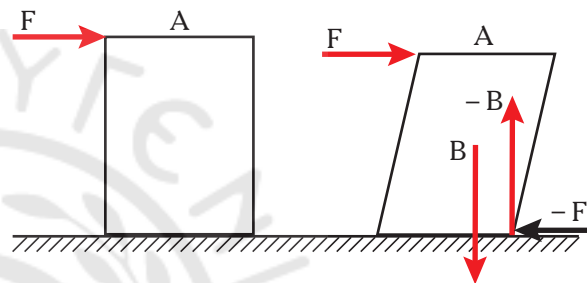
0.9.3 Διατμητική τάση.

Έστω δύναμη F ασκούμενη στην επιφάνεια A πακτωμένου στερεού σώματος και παράλληλα προς αυτή [διατμητική δύναμη, (σχ. 0.9δ)]. Η F τείνει να μετακινήσει οριζόντια το λεπτό στρώμα ύλης που αντιστοιχεί στην επιφάνεια A . Λόγω όμως των ισχυρών δυνάμεων μεταξύ των μορίων, του στερεού, αυτό είναι αδύνατο. Απλά, λόγω της ελαστικότητας του υλικού, θα υπάρξει μια μετατόπιση των μορίων, όπως φαίνεται στη δεξιά πλευρά του σχήματος 0.9δ. Ταυτόχρονα, θα αναπτυχθούν κατάλληλες δυνάμεις αντιδράσεως από το επίπεδο στηρίξεως, ώστε να αντιμετωπιστούν οι δυνάμεις B και F και να ισχύσουν οι προηγούμενες σχέσεις ισορροπίας.

Όπως θα δούμε πιο κάτω, αν το σώμα ήταν ρευστό, δεν θα διαμορφωνόταν κατάσταση ισορροπίας. Αυτή είναι και η κρίσιμη διαφορά μεταξύ ενός ρευστού και ενός στερεού σώματος.

Ο λόγος $\tau = F/A$ ονομάζεται **διατμητική τάση**.

Κατ' αντίστοιχο τρόπο ορίζονται για τα στερεά σώματα η **θλιπτική** και η **εφελκυστική τάση** (οι καλούμενες και κάθετες ή ορθές τάσεις).



Σχ. 0.9δ.
Διατμητική τάση.

0.10 Αρχές διατηρήσεως.

Οι φυσικές επιστήμες βασίζονται σε ορισμένες αρχές διατηρήσεως φυσικών ποσοτήτων. Αυτές είναι:

α) Η **Αρχή διατηρήσεως της μάζας**: Η μάζα ούτε δημιουργείται ούτε καταστρέφεται. Μπορεί να μεταβιβάζεται από ένα υλικό σύστημα σε άλλο (ροή μάζας) ή να περνά από μία μορφή σε άλλη (αλλαγή φυσικής καταστάσεως, χημικές αντιδράσεις), μα πάντα ισχύει η αρχή διατηρήσεως της μάζας.

β) Η **Αρχή διατηρήσεως της ενέργειας**: Η ενέργεια ούτε δημιουργείται ούτε καταστρέφεται. Μπορεί να αλλάζει μορφές ή να μεταβιβάζεται από ένα υλικό σύστημα σε άλλο, μα πάντα ισχύει η αρχή διατηρήσεως της ενέργειας.

Η μαθηματική έκφραση της αρχής διατηρήσεως, είναι το ισοζύγιο του αντίστοιχου μεγέθους. Στα **ισοζύγια μάζας και ενέργειας**, βασίζονται τα περισσότερα τεχνικά μαθήματα.

Εκτός από τις δύο παραπάνω αρχές (που με τη Θεωρία της Σχετικότητας ενοποιούνται σε μία) υπάρχουν και οι **Αρχές διατηρήσεως της ορμής, της στροφορμής** (που ήδη αναφέρθηκαν) και **του ηλεκτρικού φορτίου**.

0.11 Ισορροπία και κινητική των διεργασιών.

Η **κατάσταση ισορροπίας** είναι έννοια ευρύτερη απ' αυτήν της στατικής ισορροπίας ή της διατηρήσεως της κινητικής καταστάσεως ενός σώματος. Περιγράφει την τελική κατάσταση ενός εξελισσόμενου φαινομένου (διεργασίας). Σ' αυτήν, οι τιμές των φυσικών μεγεθών του συστήματος σταθεροποιούνται. Για παράδειγμα αν φέρομε σε επαφή ένα μέταλλο υψηλής θερμοκρασίας με άλλο χαμηλής, θα παρα-

τηρηθεί το φαινόμενο της μεταδόσεως θερμότητας από το θερμό στο ψυχρό. Οι θερμοκρασίες των δύο μετάλλων θα μεταβάλλονται και θα συγκλίνουν σε μία ενδιάμεση τιμή. Όταν οι δύο θερμοκρασίες εξισωθούν, θα σταματήσει η ροή θερμότητας. Θα έχουμε δηλαδή θερμική ισορροπία.

Στην πράξη, το πρόβλημα της ταχύτητας μιας διεργασίας, δηλαδή του ρυθμού με τον οποίο κινείται προς το σημείο ισορροπίας, συνήθως είναι σημαντικότερο από την τελική κατάσταση ισορροπίας.

Εξετάζοντας μια φυσική διεργασία, μπορούμε να προσδιορίσουμε ένα **αίτιο** ή μία **κινούσα δύναμη** που την προκαλεί και που καθορίζει το ρυθμό της, αλλά και μία **αντίσταση** στη μετακίνηση του σημείου ισορροπίας. Για παράδειγμα, στη μεταβολή της κινητικής καταστάσεως ενός σώματος, συναντάμε ως αίτιο τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα και ως αντίσταση, τη μάζα του σώματος. Αντίστοιχα, στη ροή θερμότητας, τη διαφορά θερμοκρασίας και τη θερμική αντίσταση, στη ροή ηλεκτρικών φορτίων, τη διαφορά δυναμικού και την ηλεκτρική αντίσταση κ.λπ.

Ο ρυθμός μιας διεργασίας είναι ανάλογος του αιτίου που την προκαλεί και αντιστρόφως ανάλογος της αντιστάσεως:

$$\text{ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ} = \frac{\text{ΑΙΤΙΟ}}{\text{ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ}}$$

Ο γενικός αυτός Νόμος της κινητικής των διεργασιών, λαμβάνει συγκεκριμένη μορφή (λιγότερο ή περισσότερο περίπλοκη) στις διάφορες διεργασίες που εξετάζουν οι φυσικές επιστήμες.

Παραδείγματα:

– **Κίνηση σώματος σταθερής μάζας:** Αίτιο της μεταβολής της ταχύτητας είναι η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα και αντίσταση, η μάζα του σώματος:

$$\vec{a} = \vec{F} / m$$

– **Περιστροφή σώματος σταθερής ροπής αδράνειας:** Αίτιο της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας είναι η ροπή και η αντίσταση, η ροπή αδράνειας του σώματος:

$$\vec{\alpha}_r = \vec{M} / I$$

– **Ροή ηλεκτρικών φορτίων (ηλεκτρικό ρεύμα):** Αίτιο είναι η διαφορά δυναμικού (τάση) και αντίσταση η ηλεκτρική αντίσταση:

$$i = V / R_e$$

– **Ροή θερμότητας:** Στη μετάδοση θερμότητας με αγωγιμότητα και μεταφορά μάζας, κινούν αίτιο είναι η διαφορά θερμοκρασίας (ΔT), αφού μια θερμική αντίσταση (R_θ) δυσκολεύει τη μετάδοση:

$$\dot{q} = \Delta T / R_\theta$$

Παρατηρούμε ότι ο ρυθμός μιας διεργασίας μεταβάλλεται όταν μεταβληθεί το αίτιο που την προκαλεί. Έτσι, στο παράδειγμα των δύο μετάλλων διαφορετικής θερμοκρασίας που αναφέραμε, στην αρχή η ροή θερμότητας θα είναι σημαντική, αλλά καθώς οι θερμοκρασίες θα πλησιάζουν, άρα θα μειώνεται η θερμοκρασιακή διαφορά ΔT , θα μειώνεται και η ροή θερμότητας και η διεργασία θα κινείται προς το νέο σημείο ισορροπίας. Στην περίπτωση αυτή το φαινόμενο καλείται **μεταβατικό**.

Όταν το αίτιο μιας διεργασίας παραμένει σταθερό, η διεργασία θα συνεχίζεται με σταθερό ρυθμό. Σ' αυτήν την περίπτωση το φαινόμενο καλείται **μόνιμο**. Έτσι, αν σε ένα λέβητα διατηρούμε σταθερή διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ του χώρου των καυσαερίων και του χώρου του νερού, η ροή θερμότητας θα παραμένει σταθερή. Ως μόνιμο δύναται να μελετηθεί και ένα φαινόμενο, το οποίο κινείται προς σημείο ισορροπίας με ελάχιστη, πρακτικά μηδενική, ταχύτητα (π.χ. η ροή θερμότητας από τον Ήλιο στη Γη).



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΑ ΡΕΥΣΤΑ

- 1.1 Ορισμός ρευστών
- 1.2 Ιδιότητες των ρευστών
- 1.3 Μονάδες
- 1.4 Ασκήσεις

1.1 Ορισμός ρευστών.

Εμπειρικά γνωρίζουμε ότι ως ρευστά θεωρούνται σώματα χωρίς σταθερό σχήμα που έχουν τη δυνατότητα να ρέουν (σε αντίθεση με τα στερεά). Τέτοια σώματα είναι το νερό, ο αέρας και γενικότερα όλα τα **υγρά** και τα **αέρια**. Αλλά εμπειρικά γνωρίζουμε επίσης πως και λεπτόκοκκα στερεά (π.χ. άμμος, σιτάρι) «ρέουν». Από την άλλη, κάποια υγρά ευρισκόμενα σε χαμηλές θερμοκρασίες, σε αρκετές περιπτώσεις ρέουν με δυσκολία (παχύρρευστα υγρά). Ο εμπειρικός προσδιορισμός της έννοιας λοιπόν δεν αρκεί. Πρέπει να εξετάσουμε και το αίτιο που προκαλεί τη ροή (πιο σωστά, την απώλεια της καταστάσεως ισορροπίας και τη μεταβολή της κινητικής καταστάσεως). Αν σε οριζόντιο επίπεδο τοποθετήσουμε ένα στερεό σώμα αυτό θα ισορροπήσει. Το ίδιο θα συμβεί αν τοποθετήσουμε μικρή ποσότητα νερού (μία σταγόνα). Αν όμως το επίπεδο αποκτήσει κάποια κλίση, το στερεό, υπό την επίδραση της συνιστώσας του βάρους του, της παράλληλης με το επίπεδο, θα κινηθεί σαν ενιαίο σώμα (χωρίς να αλλάξουν οι σχετικές θέσεις των μορίων του). Και το νερό θα κινηθεί (υπό την επίδραση της συνιστώσας του βάρους του) αλλά όχι ενιαία, δηλαδή μικρές ποσότητες θα παραμείνουν στην επιφάνεια κατά μήκος της διαδρομής του. Τα στρώματα μορίων που απέχουν περισσότερο από το επίπεδο, θα ολισθαίνουν πάνω στα υποκείμενα στρώματα και θα κινούνται πιο γρήγορα. Λέμε πως το νερό *ρέει* (αφού το στερεό σώμα *μετακινείται*).

Εκείνο που προκαλεί την έναρξη της ροής, είναι μια δύναμη κατά τη διεύθυνση της κινήσεως. Πιο συγκεκριμένα, για να παρατηρηθεί το φαινόμενο της ροής, πρέπει να εφαρμοσθεί στο ρευστό μια **διατμητική δύναμη** και να προκληθεί **συνεχής, ανομοιόμορφη και οριστική μετακίνηση των μορίων του σώματος κατά τη διεύθυνσή της**. Στη φυσική ροή του νερού σε ένα ποτάμι, το ρόλο της διατμητικής δυνάμεως τον παίζει η συνιστώσα του βάρους του κατά τη διεύθυνση της κοίτης του ποταμού (η οποία είναι οπωσδήποτε κεκλιμένη). Στη φυσική ροή του αέρα (άνεμοι), οριζόντια διατμητική δύναμη είναι η δύναμη που δημιουργείται λόγω διαφοράς πίεσεως στην ατμόσφαιρα. (Η φυσική ροή του αέρα αποτελεί πιο πολύπλοκο ζήτημα, αφού και η διαφορά θερμοκρασίας από τόπο σε τόπο, σε συνδυασμό με τη γήινη βαρύτητα, δύναται να προκαλέσει αξιόλογα τοπικά ρεύματα).

Ρευστά ονομάζονται τα σώματα εκείνα τα οποία υφιστάμενα διατμητική τάση, δεν παραμένουν σε κατάσταση στατικής ισορροπίας, ούτε κινούνται ενιαία, αλλά οι υπερκείμενες στοιχειώδεις μάζες τους ολισθαίνουν στα υποκείμενα στρώματα του σώματος.

Από την καθημερινή εμπειρία γνωρίζουμε τις δύο βασικές κατηγορίες των ρευστών: Τα **υγρά** και τα **αέρια**. Το κοινό χαρακτηριστικό που οδηγεί στη ρευστότητα, είναι η ελεύθερη κίνηση των μορίων τους (σε αντίθεση με τα στερεά, τα μόρια των οποίων ταλαντώνονται περί της θέσεως ισορροπίας).

1.2 Ιδιότητες των ρευστών.

Όπως σε όλες τις φυσικές επιστήμες, έτσι και στη Μηχανική των Ρευστών, οι τρεις βασικές θερμοδυναμικές ιδιότητες των σωμάτων (**θερμοκρασία T , πίεση p , πυκνότητα ρ**) παίζουν καθοριστικό ρόλο. Όταν μελετάμε την ενεργειακή συμπεριφορά των ρευστών, αξιοποιούμε τις (θερμοδυναμικές) ιδιότητες **εσωτερική ενέργεια u , ενθαλπία h και εντροπία s** , καθώς επίσης την **ειδική θερμότητα c** . Χρήσιμες είναι επίσης η **επιφανειακή τάση σ** και η **τάση ατμών p_v** των υγρών. Η ιδιότητα όμως που διαδραματίζει εξαιρετικό ρόλο στη ροή των ρευστών (και τα διαχωρίζει από τα στερεά σώματα), είναι το **ιξώδες** (ή **συννεκτικότητα**) **μ** . Τέλος, αν αντικείμενο μελέτης είναι η ροή θερμότητας, χαρακτηριστική ιδιότητα του ρευστού αποτελεί η **θερμική αγωγιμότητα k** .

Ορισμένες από τις ιδιότητες αυτές αποτελούν αντικείμενο μελέτης και άλλων, συγγενών με τη Μηχανική των Ρευστών, επιστημονικών πεδίων: Τα ενεργειακά μεγέθη –εσωτερική ενέργεια, ενθαλπία, εντροπία– εξετάζονται αναλυτικά στη Θερμοδυναμική και η θερμική αγωγιμότητα, στη Μετάδοση Θερμότητας.

Οι τιμές των παραπάνω ιδιοτήτων, οι οποίες καθορίζουν την κατάσταση ενός ρευστού, δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Γενικά, γνωρίζοντας τη θερμοκρασία και την πίεση ενός ρευστού, μπορούμε να προσδιορίσουμε τις τιμές των υπολοίπων, αξιοποιώντας πίνακες, διαγράμματα ή τύπους:

$$\rho = \rho(T, p) \quad h = h(T, p) \quad \mu = \mu(T, p) \quad \text{κ.λπ.}$$

Όμως, κατά τη διεργασία μεταβάσεως ενός ρευστού από την υγρή στην αέρια κατάσταση (βρασμός) ή αντίστροφα (υγροποίηση), η παραπάνω εξάρτηση από την πίεση και τη θερμοκρασία δεν ισχύει. Π.χ. το νερό σε ατμοσφαιρική πίεση βράζει στους 100°C (373°K). Σε όλη τη διάρκεια του βρασμού έχουμε $p=101,3 \text{ KPa}$ και $T=373^\circ \text{ K}$. Όλες όμως οι άλλες ιδιότητες του μείγματος υγρού νερού και υδρατμών μεταβάλλονται. Αυτό συμβαίνει επειδή το υγρό νερό έχει διαφορετικές ιδιότητες (πυκνότητα, ενθαλπία, συνεκτικότητα κ.λπ.) από τους υδρατμούς ίδιας πίεσεως και θερμοκρασίας. Άρα εξετάζουμε ένα σύστημα με δύο διαφορετικά ρευστά. Το ίδιο θα παρατηρήσουμε εξετάζοντας μείγμα νερού και αέρα ή μείγμα δύο μη αναμειγμένων υγρών (π.χ. νερό και λάδι). Στις περιπτώσεις αυτές μιλάμε για **ρευστό σύστημα δύο φάσεων**. Για τους υπολογισμούς πρέπει να λάβουμε υπόψη τις ιδιότητες των δύο φάσεων, καθώς και την αναλογία με την οποία συνυπάρχουν.

Τα διαλύματα (ομογενή μείγματα) ορισμένης περιεκτικότητας, έχουν κοινές ιδιότητες σε όλη τη μάζα τους, άρα αποτελούν ενιαία φάση.

Στη συνέχεια, αν δεν διευκρινίζεται διαφορετικά, θεωρούμε πως έχουμε συστήματα **μίας φάσεως**.

1.2.1 Θερμοκρασία.

Όπως γνωρίζουμε από τη φυσική και υπενθυμίσαμε στην εισαγωγή, η θερμοκρασία εξαρτάται από τη μέση ταχύτητα των μορίων του σώματος. Όσο μεγαλύτερη είναι η μέση ταχύτητα, τόσο μεγαλύτερη και η θερμοκρασία του.

Σε συνδυασμό με την πίεση, καθορίζει τη φυσική κατάσταση του σώματος. Άρα από τη θερμοκρασία εξαρτάται αν ένα σώμα βρίσκεται σε κατάσταση ρευστού.

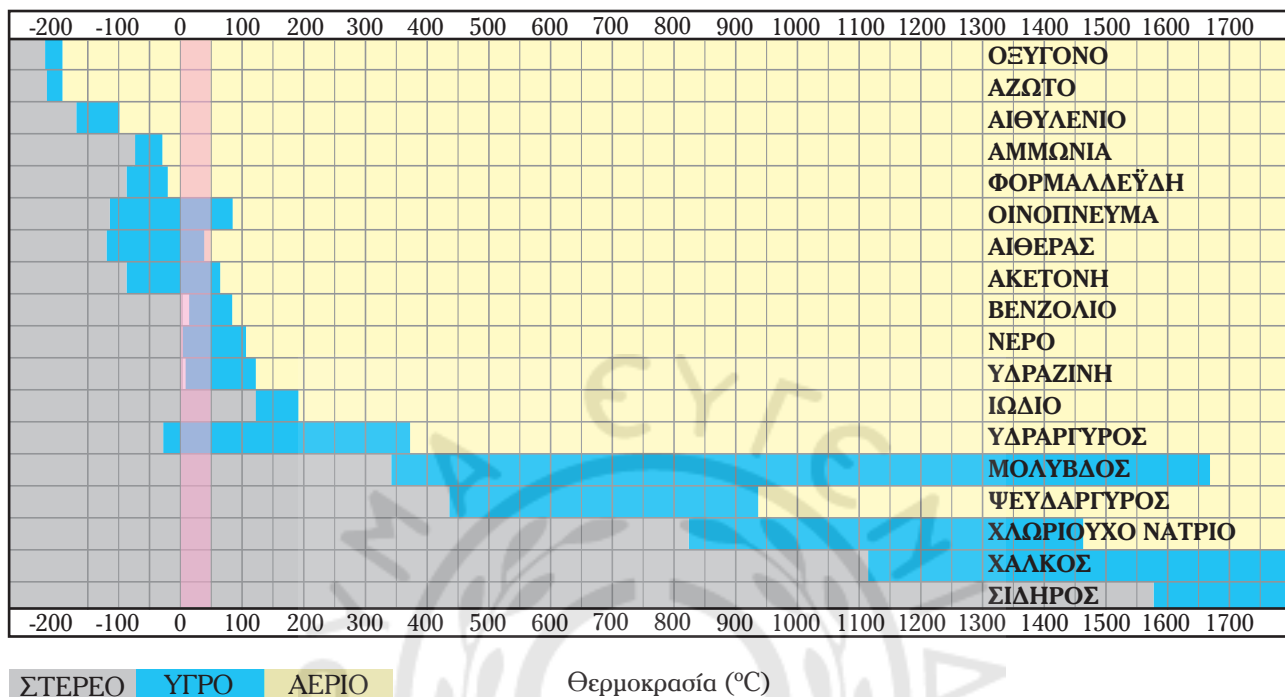
α) Η αλλαγή της φυσικής καταστάσεως των σωμάτων.

Σε σχετικά χαμηλές θερμοκρασίες, τα μόρια του σώματος κινούνται ελάχιστα. Πιο συγκεκριμένα, ταλαντώνονται γύρω από ένα κέντρο ισορροπίας. Δεν απομακρύνονται από τη θέση τους λόγω των ισχυρών διαμοριακών δυνάμεων. Το σώμα βρίσκεται σε **στερεά κατάσταση**. Προσδίδοντας στο σώμα ενέργεια (συνήθως θερμότητα), αυξάνεται η μέση ταχύτητα των μορίων του, άρα αυξάνεται η θερμοκρασία του. Υπάρχει μια θερμοκρασία, χαρακτηριστική για κάθε σώμα, στην οποία το σώμα περνά από τη **στερεά στην υγρή κατάσταση (σημείο τήξεως)**. Αν ακολουθήσουμε τον αντίστροφο δρόμο (αφαίρεση ενέργειας από το υγρό), στην ίδια ακριβώς θερμοκρασία το σώμα θα στερεοποιηθεί (**σημείο πήξεως**).

Σε ένα υγρό, τα μόρια δεν έχουν συγκεκριμένη θέση, αλλά κινούνται ελεύθερα σε χώρο περιορισμένο από τα τοιχώματα του δοχείου και την **ελεύθερη επιφάνεια** του υγρού. (Η διαμόρφωση της ελεύθερης επιφάνειας, η οποία περιορίζει τα μόρια σε συγκεκριμένο χώρο, αποτελεί χαρακτηριστική ιδιότητα των υγρών και θα την εξετάσουμε παρακάτω). Η κινητική ενέργεια των μορίων του υγρού είναι πολύ μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που είχαν, όταν το σώμα βρισκόταν σε στερεά κατάσταση. Λόγω της αυξημένης κινητικής ενέργειας, οι διαμοριακές δυνάμεις δεν δύνανται να συγκρατήσουν τα μόρια σε συγκεκριμένες θέσεις, όπως συμβαίνει στο στερεό σώμα. Ο ρόλος των διαμοριακών δυνάμεων έχει μειωθεί.

Συνεχίζοντας να προσδίδουμε ενέργεια στο υγρό, η μέση ταχύτητα των μορίων του αυξάνεται και άλλο, επομένως αυξάνεται η θερμοκρασία του σώματος. Για ορισμένη τιμή πίεσεως, υπάρχει μια συγκεκριμένη θερμοκρασία, χαρακτηριστική για κάθε σώμα, στην οποία το υγρό μετατρέπεται σε αέριο (ατμό), προσλαμβάνοντας ενέργεια (**σημείο ζέσεως ή βρασμού**). Κατά την αντίστροφη πορεία, ο ατμός υγροποιείται αποβάλλοντας ενέργεια (**σημείο υγροποιήσεως**). Το σημείο ζέσεως ενός σώματος είναι αρκετά υψηλότερο από το σημείο τήξεως. Στην **αέρια κατάσταση** δεν υπάρχει περατωτική επιφάνεια. Τα μόρια του σώματος κινούνται ελεύθερα σε όλο το διαθέσιμο χώρο. Η κινητική τους ενέργεια είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της υγρής καταστάσεως. Καθώς η μέση απόσταση των μορίων είναι πολύ μεγάλη (σε σχέση με την αντίστοιχη απόσταση στην υγρή κατάσταση), οι διαμοριακές δυνάμεις είναι πολύ μικρές και στις περισσότερες περιπτώσεις θεωρούνται αμελητέες.

Οι θερμοκρασίες, στις οποίες το σώμα αλλάζει φυσική κατάσταση, δηλαδή τα σημεία τήξεως και ζέσεως (και τα σημεία πήξεως και υγροποιήσεως αντίστοιχα), είναι από τις σημαντικότερες φυσικές ιδιότητες των σωμάτων (σχ. 1.2α, Πίν. 1.2.1.).



ΣΤΕΡΕΟ ΥΓΡΟ ΑΕΡΙΟ Θερμοκρασία (°C)

Σχ. 1.2α.

Φυσική κατάσταση ορισμένων σωμάτων (σε ατμοσφαιρική πίεση). Παρατηρούμε πως η υγρή φάση δύναται να θεωρηθεί ως μειαβατική μεταξύ της στερεάς και της αέριας φάσεως.

Πίνακας 1.2.1
Σημεία τήξεως και ζέσεως (για p_{atm}).

Υλικό	Σημείο τήξεως (°C)	Σημείο ζέσεως (°C)
Ήλιο	< -272,2	-268,9
Υδρογόνο	-259,1	-252,7
Οξυγόνο	-218,4	-183,0
Άζωτο	-209,9	-195,8
Αιθυλένιο	-169,0	-103,9
Αμμωνία	-77,7	-33,4
Φορμαλδεΐδη	-92,0	-21,0
Οινόπνευμα	-112,0	78,4
Αιθέρας	-116,3	34,6
Ακετόνη	-94,6	56,5

(συνεχίζεται)

Υλικό	Σημείο τήξεως (°C)	Σημείο ζέσεως (°C)
Βενζόλιο	5,5	80,1
Νερό	0,0	100,0
Υδραζίνη	1,4	113,5
Ιώδιο	113,5	184,35
Υδράργυρος	-38,87	356,9
Μόλυβδος	327,5	1620
Ψευδάργυρος	419,4	907
Χλωριούχο Νάτριο	800,4	1413
Χαλκός	1083	2300
Σίδηρος	1535	3000

β) Το φαινόμενο της διαστολής.

Αν έχομε ένα σώμα σε σταθερή πίεση και ορισμένη φυσική κατάσταση, η αύξηση της θερμοκρασίας οδηγεί σε αύξηση του όγκου του σώματος. Η αύξηση του όγκου οφείλεται στην αύξηση της μέσης ταχύτητας των μορίων. Το φαινόμενο είναι γνωστό ως **διαστολή**.

Το ποσοστό της αυξήσεως είναι διαφορετικό για κάθε σώμα και καθορίζεται από ένα συντελεστή γνωστό ως **συντελεστή κυβικής διαστολής**. Αυτός είναι χαρακτηριστικός για κάθε σώμα (αποτελεί φυσική ιδιότητα του σώματος) και μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία (αυξάνεται όταν αυξάνεται η θερμοκρασία).

Όταν μειώνεται η θερμοκρασία του σώματος, παρατηρείται το αντίστροφο φαινόμενο (**συστολή**).

Η μεταβολή του όγκου ενός σώματος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \quad (1.1)$$

όπου: V_0 ο αρχικός όγκος του σώματος, ΔT η μεταβολή της θερμοκρασίας του και β ο συντελεστής κυβικής διαστολής.

Ο συντελεστής κυβικής διαστολής των στερεών είναι της τάξεως του 10^{-5} K^{-1} και των υγρών της τάξεως του 10^{-2} έως 10^{-3} K^{-1} (Πίν. 1.2.2).

Στα αέρια ο συντελεστής κυβικής διαστολής δεν εξαρτάται από το είδος του αερίου, αλλά μόνο από τη

Πίνακας 1.2.2
Συντελεστές κυβικής διαστολής β .

Υλικό	β (10^{-6} K^{-1}) (20 °C)	Υλικό	β (10^{-6} K^{-1}) (20 °C)
Κράμα Invar	0,4	Ελαιόλαδο	682
Σίδηρος	36	Πετρέλαιο ($d_{sx}=0,845$)	900
Χαλκός	50	Κηροζίνη	990
Νερό	207	Οινόπνευμα	1012
Υδράργυρος	181	Τετραχλωράνθρακας	1184
Γλυκερίνη	490	Αέριο (0 °C)	3660

θερμοκρασία T_0 . Όπως προκύπτει από τους νόμους των αερίων (διεργασία σταθερής πίεσης): $\beta = 1/T_0$.

Αν ο όγκος V_0 αντιστοιχεί σε θερμοκρασία $T_0 = 273^\circ\text{C}$, τότε για τα αέρια: $\beta = 1/273 \text{ K}^{-1} = 3,66 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Αξιοσημείωτη είναι η ανωμαλία που παρουσιάζεται στη συστολή του νερού. Πιο συγκεκριμένα, καθώς μειώνεται η θερμοκρασία του, παρατηρούμε το φαινόμενο της συστολής (μείωση όγκου). Αλλά το φαινόμενο αντιστρέφεται σε θερμοκρασία 4°C (ακριβέστερα στους $3,984^\circ\text{C}$) όπως φαίνεται στο σχήμα 1.2β. Σ' αυτήν τη θερμοκρασία το νερό παρουσιάζει τον ελάχιστο ειδικό όγκο (άρα τη μέγιστη πυκνότητα). Καθώς η θερμοκρασία μειώνεται από τους 4 στους 0°C , το νερό διαστέλλεται (ο συντελεστής διαστολής γίνεται αρνητικός). Στους 0°C στερεοποιείται. Η κρυστάλλωση του νερού οδηγεί σε παραπέρα αύξηση του όγκου (όπως θα δούμε στην παράγρ. 1.2.6). Το νερό σε στερεή κατάσταση (πάγος) σε 0°C , έχει όγκο κατά $9,1\%$ μεγαλύτερο από τον αντίστοιχο του υγρού. Αυτός είναι ο λόγος που ο πάγος επιπλέει στο υγρό νερό. Στις τεχνικές εφαρμογές πρέπει να λαμβάνομε υπόψη το φαινόμενο αυτό και να παίρνομε τα αναγκαία μέτρα όταν υπάρχει πιθανότητα στερεοποίησης του νερού (λόγω χαμηλών θερμοκρασιών) μέσα σε δοχεία ή σωληνώσεις, αφού η διαστολή μπορεί να προκαλέσει σοβαρές ζημιές.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη Μηχανική των Ρευστών έχει και η **γραμμική διαστολή** των στερεών. Ένα στερεό με πολύ αναπτυγμένη τη μία διάστασή του (μήκος) σε σχέση με τις άλλες δύο (π.χ. μια μεταλλική ράβδος ή ένας σωλήνας), κατά τις θερμοκρασιακές μεταβολές πιθανόν να υποστεί αξιόλογη μεταβολή της διαστάσεως αυτής. Η μεταβολή του μήκους υπολογίζεται από εξίσωση ανάλογη με την (1.1):

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (1.2)$$

όπου: α ο **συντελεστής γραμμικής διαστολής**, ίσος με το $1/3$ του β .

Παράδειγμα 1

Νερό μεταφέρεται με σωλήνα από σίδηρο εξωτερικής διαμέτρου 10 cm και μήκους 100 m . Αν η θερμοκρασία μεταβληθεί από τους 20 στους 60°C , να υπολογισθεί η μεταβολή του μήκους και της διαμέτρου του σωλήνα.

Λύση:

Το μήκος του σωλήνα θα αυξηθεί λόγω γραμμικής διαστολής. Από τον Πίνακα 1.2.2 παίρνομε: $\beta = 36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \Rightarrow \alpha = \beta/3 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

$$\Delta T = 40^\circ\text{K}, L_0 = 100 \text{ m} \text{ και από την εξίσωση (1.2): } \Delta L = 0,048 \text{ m} = 4,8 \text{ cm.}$$

Η αύξηση αυτή του μήκους του σωλήνα μπορεί να έχει καταστροφικά αποτελέσματα για τη σωλήνωση αν δεν έχουν ληφθεί τα κατάλληλα μέτρα.

Η αύξηση της διαμέτρου θα είναι: $\Delta d = d_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T = 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0,048 \text{ mm}$.

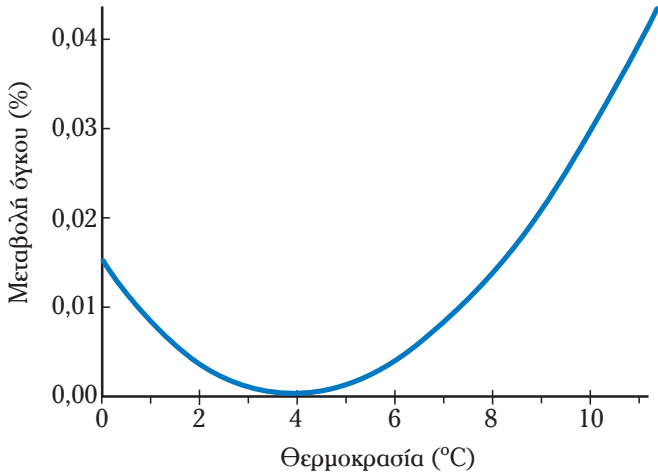
γ) Θερμόμετρα (σχ. 1.2γ).

Το φαινόμενο της διαστολής αξιοποιείται για την κατασκευή οργάνων μετρήσεως της θερμοκρασίας. Τα **θερμόμετρα διαστολής** είναι τα πλέον διαδομένα. Αποτελούνται από μικρό δοχείο πληρωμένο με υγρό χαρακτηριστικού χρώματος, το οποίο καταλήγει σε γυάλινο σωλήνα πολύ μικρής διαμέτρου, εφοδιασμένο με θερμοκρασιακή κλίμακα. Η αύξηση της θερμοκρασίας έχει ως αποτέλεσμα τη διαστολή του υγρού και έτσι αυτό ανέρχεται στο σωλήνα. Όταν η θερμοκρασία μειώνεται, το υγρό κατέρχεται.

Ως υγρό χρησιμοποιείται συνήθως υδράργυρος (**υδραργυρικά θερμόμετρα**) ή χρωματισμένο οινόπνευμα (**θερμόμετρα οινόπνευματος**).

Τα θερμοκρασιακά όρια χρήσεως ενός θερμομέτρου διαστολής ορίζονται από τα σημεία πήξεως και ζέσεως του χρησιμοποιούμενου υγρού. Αυτό σημαίνει πως δεν δυνάμεθα να τα χρησιμοποιήσουμε για τη μέτρηση πολύ χαμηλών και πολύ υψηλών θερμοκρασιών.

Ένα άλλο θερμόμετρο που αξιοποιεί το φαινόμενο της διαστολής και καλύπτει πολύ μεγαλύτερο εύρος θερμοκρασιών, είναι το **θερμόμετρο διμεταλλικού ελάσματος** (σχ. 1.2δ). Η αρχή λειτουργίας του



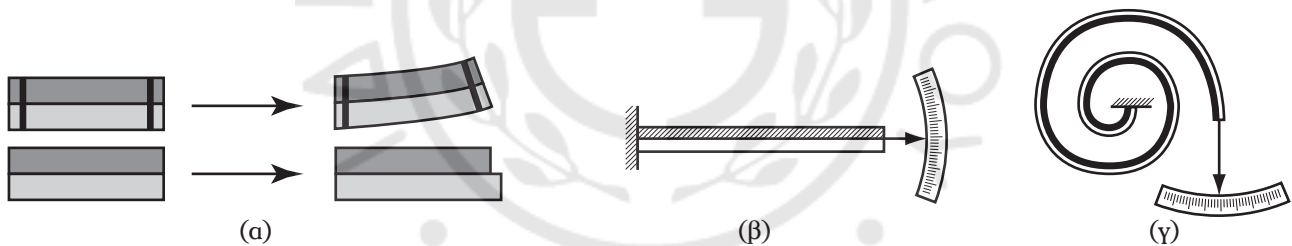
Σχ. 1.2β.
Διαστολή νερού.



Σχ. 1.2γ.
Θερμόμετρα.

Βασίζεται στο διαφορετικό συντελεστή διαστολής δύο κατάλληλα επιλεγμένων μετάλλων ή κραμάτων. Τοποθετώντας τα επάλληλα κατασκευάζουμε ένα διμεταλλικό έλασμα. Όταν αυξάνεται η θερμοκρασία, το έλασμα καμπυλώνεται επειδή το ένα μέταλλο διαστέλλεται περισσότερο από το άλλο.

Η θερμοκρασία δεν καθορίζει μόνο τη φυσική κατάσταση των σωμάτων (σε συνδυασμό με την πίεση), αλλά όπως θα δούμε στη συνέχεια, επηρεάζει σημαντικά όλες σχεδόν τις ιδιότητες των ρευστών (πυκνότητα, ιξώδες, επιφανειακή τάση, τάση ατμών κ.ά.).



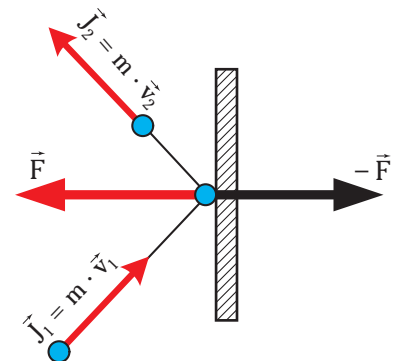
Σχ. 1.2δ.

Θερμόμετρο διμεταλλικού ελάσματος: α) αρχή λειτουργίας, β) απλό και γ) σπειροειδές.

1.2.2 Πίεση.

Τα μόρια των ρευστών κινούνται με σχετικά μεγάλες ταχύτητες στο χώρο τους, συγκρούονται μεταξύ τους, επί των τοιχωμάτων των δοχείων που τα περιέχουν, αλλά και επί ξένων σωμάτων που βρίσκονται μέσα στη μάζα τους. Οι κρούσεις αυτές ασκούν δυνάμεις κάθετες στις επιφάνειες, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.2ε. Το μόριο, προσπίπτοντας στην επιφάνεια με ορμή \vec{J}_1 , ανακλάται με διαφορετική ορμή \vec{J}_2 . Σύμφωνα με το θεώρημα της μεταβολής της ορμής, προκειμένου να μεταβληθεί η ορμή του μορίου πρέπει να ασκηθεί πάνω του κατάλληλη δύναμη \vec{F} για ορισμένο χρόνο:

$$\vec{J}_2 - \vec{J}_1 = \vec{F} \cdot dt \Rightarrow \vec{F} = \frac{\vec{J}_2 - \vec{J}_1}{dt}$$



Σχ. 1.2ε.
Κρούση μορίου.

όπου: dt ο χρόνος που διαρκεί η κρούση και \vec{F} η δύναμη που ασκεί το τοίχωμα στο μόριο.

Σύμφωνα με την αρχή δράσεως-αντιδράσεως, το μόριο ασκεί δύναμη ίση και αντίθετη επί του τοιχώματος. Η συνισταμένη (κάθετη) δύναμη που ασκείται στην επιφάνεια είναι το άθροισμα των δυνάμεων που οφείλονται στις κρούσεις όλων των μορίων επί αυτής.

Η πίεση του ρευστού σε κάποιο σημείο, είναι η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας, που το ρευστό ασκεί σε σώμα που βρέθηκε στο σημείο αυτό. Παρατηρούμε πως η πίεση που ασκεί το ρευστό εξαρτάται από τη μέση ταχύτητα των μορίων και το ρυθμό των κρούσεων. Σύμφωνα με τη θερμοδυναμική, η **πίεση του ιδανικού αερίου** είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας (αύξηση της θερμοκρασίας σημαίνει αύξηση της μέσης ταχύτητας των μορίων) και ανάλογη της πυκνότητας (μεγάλη πυκνότητα σημαίνει περισσότερες κρούσεις):

$$p \cdot V = n \cdot R_w \cdot T \Rightarrow p = \frac{R_w}{m_r} \cdot T \cdot \rho \quad (1.3)$$

όπου: R_w η παγκόσμια σταθερά των αερίων ($R_w=8,314 \text{ J/mole} \cdot \text{K}$), m_r η μοριακή μάζα του αερίου, T η απόλυτη θερμοκρασία και ρ η πυκνότητα του αερίου.

Να σημειώσουμε ότι τα αέρια έχουν πολύ μεγαλύτερες μέσες ταχύτητες από τα υγρά. Αλλά τα υγρά έχουν πολύ μεγαλύτερη συγκέντρωση μορίων (σε ορισμένο όγκο ο αριθμός των μορίων του υγρού είναι σε τάξη μεγέθους περίπου χίλιες φορές μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο του αερίου), άρα έχουν και μεγαλύτερο ρυθμό κρούσεων.

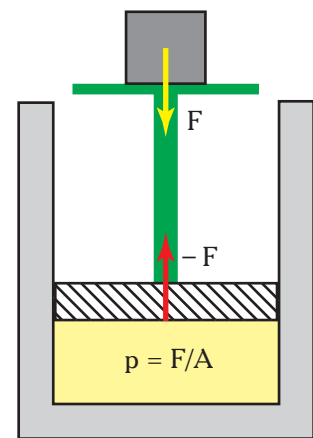
Η πίεση λοιπόν των ρευστών είναι αποτέλεσμα μοριακών κρούσεων. Κατά συνέπεια, είναι αδύνατο να λάβει αρνητικές τιμές (όπως ήδη αναφέρθηκε στην Εισαγωγή). Παράλληλα δεν πρέπει να μας διαφεύγει το γεγονός πως η δύναμη πίεσεως που ασκείται από το ρευστό σε μια επιφάνεια, σύμφωνα με την αρχή δράσεως-αντιδράσεως, προϋποθέτει ή συνεπάγεται την ύπαρξη ίσης και αντίθετης δυνάμεως που ασκεί η επιφάνεια στο ρευστό. Στο σχήμα 1.2στ μια εξωτερική δύναμη F ασκείται στο ρευστό που βρίσκεται στον κύλινδρο. Εφόσον το έμβολο ισορροπεί, συμπεραίνουμε πως το έμβολο δέχεται από το ρευστό μία ίση και αντίθετη δύναμη, η οποία οφείλεται στην πίεση του ρευστού: $F = p \cdot A$. Αν η εξωτερική δύναμη αυξηθεί, τότε θα αυξηθεί και η πίεση του ρευστού. Άρα, εξωτερική δύναμη ασκούμενη επί ρευστού αυξάνει την πίεσή του. Η εξωτερική δύναμη μπορεί να οφείλεται στη βαρύτητα ή σε άλλα αίτια.

Στο **πεδίο βαρύτητας**, τα υποκείμενα στρώματα του αέρα υφίστανται πίεση από τα υπερκείμενα (λόγω του βάρους τους). Έτσι, η πίεση αυξάνεται καθώς μειώνεται το ύψος. Η **ατμοσφαιρική πίεση οφείλεται στο βάρος του αέρα**. Φυσικά η ατμοσφαιρική πίεση ασκείται σε όλα τα σώματα που βρίσκονται βυθισμένα σ' αυτήν.

Το ίδιο φαινόμενο παρουσιάζεται σε όλα τα ρευστά. Έτσι, αφού στην επιφάνεια της θάλασσας επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση, καθώς βυθιζόμαστε στη θάλασσα (δηλ. μειώνεται το ύψος), η πίεση αυξάνεται. Επειδή όμως το νερό έχει πολύ μεγαλύτερο ειδικό βάρος από τον αέρα, η αύξηση της πίεσεως με τη μείωση του ύψους είναι πολύ μεγαλύτερη (σχ. 1.2ζ).

Στα αέρια που βρίσκονται σε ισορροπία, όταν δεν υπάρχουν σημαντικές υψομετρικές διαφορές, η πίεση θεωρείται (κατά πολύ ικανοποιητική προσέγγιση) σταθερή σε όλη τη μάζα του αερίου. Αντίθετα, η πίεση στα υγρά μεταβάλλεται σημαντικά σε συνάρτηση με το ύψος.

Συνοψίζοντας, η πίεση ενός ρευστού εξαρτάται από τη θερμοκρασία, την πυκνότητα, το πεδίο βαρύτητας, το ύψος, καθώς και από άλλες δυνάμεις που ασκούνται στο ρευστό. Όταν το ρευστό βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας, η πίεση καλείται **στατική**, ενώ όταν ρέει (οπότε υπάρχει και η προσανατολισμένη κίνηση των μορίων), **δυναμική**.



Σχ. 1.2στ.
Πίεση.

Στη Μηχανική των Ρευστών συχνά μας ενδιαφέρει η **σχετική πίεση**. Αυτή, όπως είδαμε στην Εισαγωγή, ορίζεται ως η διαφορά της (απόλυτης) πίεσεως από την πίεση της ατμόσφαιρας:

$$p_{ox} = p - p_{ατμ}$$

ή γενικότερα:

$$p_{ox} = p - p_{εξ}$$

όπου: p η απόλυτη πίεση, p_{ox} η σχετική, $p_{ατμ}$ η πίεση της ατμόσφαιρας και $p_{εξ}$ η εξωτερική πίεση γενικά.

Η πίεση, σε συνδυασμό με τη θερμοκρασία, καθορίζει τη φυσική κατάσταση των σωμάτων. Επηρεάζει επίσης σημαντικά όλες τις ιδιότητες των ρευστών και ιδιαίτερα των αερίων. Ταυτόχρονα, είναι η σημαντικότερη παράμετρος της συμπεριφοράς των ρευστών και για τούτο θα τη μελετήσουμε διεξοδικά στα επόμενα κεφάλαια.

1.2.3 Πυκνότητα και ειδικό βάρος.

Όπως ήδη αναφέραμε, **πυκνότητα** ενός σώματος καλείται η μάζα του ανά μονάδα όγκου. Η πυκνότητα είναι αντίστροφη του ειδικού όγκου:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{\upsilon} \quad (1.4)$$

Ειδικό βάρος αντίστοιχα καλείται το βάρος ανά μονάδα όγκου:

$$\gamma = \frac{B}{V} \quad (1.4a)$$

Οι δύο ιδιότητες δεν είναι ανεξάρτητες. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (1.4a) το βάρος ($B = m \cdot g$) και λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση (1.4) προκύπτει η σχέση:

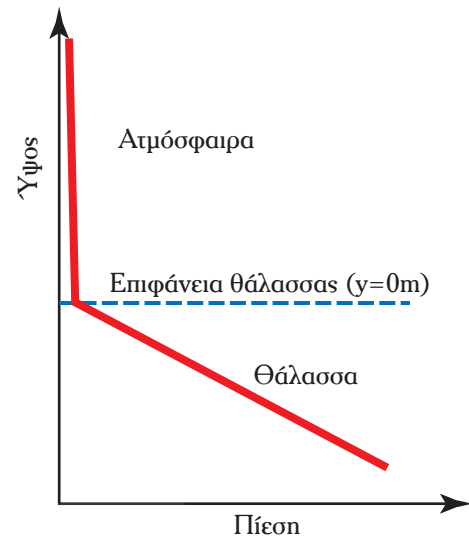
$$\gamma = \rho \cdot g \quad (1.4\beta)$$

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στην πυκνότητα (η οποία αποτελεί βασική ιδιότητα των σωμάτων). Γνωρίζοντας την πυκνότητα ενός σώματος, μπορούμε, αν χρειάζεται, να υπολογίσουμε και το ειδικό βάρος από την εξίσωση (1.4β).

Τα ρευστά είναι ομογενή σώματα, δηλαδή, σε συγκεκριμένες συνθήκες πίεσεως και θερμοκρασίας, έχουν την ίδια πυκνότητα σε όλα τα σημεία τους.

Η πυκνότητα των υγρών είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με την πυκνότητα των αερίων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα μόρια των υγρών βρίσκονται σε μικρές αποστάσεις μεταξύ τους (δηλ. τα υγρά έχουν μεγάλη μοριακή συγκέντρωση), σε σχέση με τα μόρια των αερίων. Για παράδειγμα, σε κανονικές συνθήκες πίεσεως και θερμοκρασίας, η πυκνότητα του νερού είναι 785 φορές μεγαλύτερη από την πυκνότητα του αέρα, αφού στους 100°C το υγρό νερό έχει 1600 φορές μεγαλύτερη πυκνότητα από τον υδρατμό ίδιας θερμοκρασίας.

Από τον ορισμό της πυκνότητας, παρατηρούμε πως η πυκνότητα ενός σώματος σταθερής μάζας, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με τον όγκο του. Παράμετροι που επηρεάζουν τον όγκο είναι η θερμοκρασία και η πίεση. Άρα η πυκνότητα των σωμάτων (ιδιαίτερος των αερίων) επηρεάζεται από τη θερμοκρασία και την πίεση. Τον όγκο των υγρών (άρα και την πυκνότητα) τον επηρεάζουν και οι διαλυμένες σ' αυτά ουσίες. Υπάρχουν περιπτώσεις διεργασιών σε αέρια, στις οποίες ο όγκος του συστήματος παρα-



Σχ. 1.2ζ.
Μεταβολή της πίεσεως.

μένει σταθερός, αλλά η μάζα μεταβάλλεται. Για παράδειγμα αν σε κάποιο θάλαμο έχουμε αέριο μεγάλης πίεσης και ανοίξουμε για λίγο μία βαλβίδα, ποσότητα του αερίου θα εξέλθει. Ο όγκος του θαλάμου δεν μεταβάλλεται, αλλά η μάζα του αερίου μειώνεται με αντίστοιχη μείωση της πυκνότητάς του.

Πυκνότητες και ειδικά βάρη διαφόρων ρευστών παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.2.3.

Πίνακας 1.2.3
Πυκνότητες και ειδικά βάρη υγρών ($T = 20^\circ \text{C}$, $\rho = 101,3 \text{ KPa}$, $g = 9,807 \text{ m/s}^2$).

Υγρό	ρ Kg/m ³	γ KN/ m ³	Υγρό	ρ Kg/m ³	γ KN/ m ³
Νερό (καθαρό)	998,2	9,79	Πεντάνιο	630	5,71
Νερό (φυσικό)	1000	9,81	Εξάνιο	659	6,46
Νερό (θαλάσσης)	1025	10,05	Επτάνιο	684	6,71
Αιθέρας	708	6,94	Οκτάνιο	703	6,89
Οινόπνευμα	789	7,74	Δεκάνιο	730	7,16
Ακετόνη	792	7,77	Δεκαεξάνιο	774	7,59
Βενζόλιο	879	8,62	Βενζίνες	700–750	6,86–7,36
Ανιλίνη	1022	10,0	Κηροζίνη	780–820	7,65–8,04
Χλωροφόρμιο	1489	14,6	Πετρέλαιο Diesel	810–860	7,94–8,43
Τετραχλωράνθρακας	1590	15,6	Μαζούτι	900–1000	8,83–9,81
Θεικό οξύ	1834	18,0	Ορυκτέλαια	880–940	8,63–9,22
Υδράργυρος	13550	133	Ελαιόλαδο	910–920	8,92–9,02

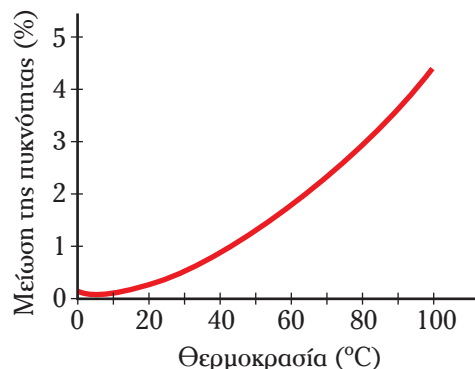
α) Επίδραση της θερμοκρασίας.

Η μεταβολή της θερμοκρασίας επηρεάζει την πυκνότητα των σωμάτων.

Λόγω του φαινομένου της διαστολής (παράγρ. 1.2.1), **η αύξηση της θερμοκρασίας οδηγεί** σε αύξηση του όγκου του σώματος, άρα **σε μείωση της πυκνότητας**.

Εξάιρεση παρουσιάζει το νερό από τους 0°C ως τους 4°C: Η πυκνότητά του μειώνεται όταν η θερμοκρασία του αυξάνεται από τους 0°C ως τους 4°C, όπου λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της (σχ. 1.2β). Αλλά από τους 4°C και πάνω, συμπεριφέρεται κανονικά: η αύξηση της θερμοκρασίας οδηγεί σε μείωση της πυκνότητάς του (σχ. 1.2η).

Η διαστολή είναι εντονότερη στα αέρια σε σχέση με τα υγρά. Για παράδειγμα, ο συντελεστής διαστολής του πετρελαίου είναι 4 φορές μικρότερος από του αέρα, αφού ο συντελεστής διαστολής του νερού είναι περίπου 17 φορές (Πίν. 1.2.2). Έτσι, αν η θερμοκρασία αυξηθεί από τους 20 στους



Σχ. 1.2η.

Μεταβολή της πυκνότητας του νερού σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία.

30°C (με σταθερή πίεση), ο όγκος του αέρα θα αυξηθεί κατά 3,2%, του πετρελαίου κατά 0,9%, αφού η αύξηση του όγκου του νερού θα είναι λίγο μεγαλύτερη από 0,2%. Αντίστοιχα θα είναι τα ποσοστά μείωσης της πυκνότητας των τριών σωμάτων.

Γενικά, όταν οι θερμοκρασιακές μεταβολές είναι μικρές, μπορούμε να θεωρήσουμε με ικανοποιητική προσέγγιση πως η πυκνότητα των **υγρών** δεν μεταβάλλεται. Αλλά σε προβλήματα με σημαντικές αλλαγές της θερμοκρασίας ή στα οποία απαιτείται μεγάλη ακρίβεια υπολογισμών, πρέπει να χρησιμοποιούμε ακριβείς τιμές της πυκνότητας. Σ' αυτό βοηθούν οι πίνακες πυκνότητας διαφόρων υγρών σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία τους.

Στον Πίνακα 1.2.4 βλέπουμε την πυκνότητα του χημικά καθαρού νερού για 0 ως 100°C. Παρατηρούμε πως η μέγιστη πυκνότητα παρουσιάζεται στους 4° C. Στο Παράρτημα υπάρχουν αντίστοιχοι πίνακες και για άλλα υγρά.

Πίνακας 1.2.4
Πυκνότητα καθαρού νερού.

T (°C)	ρ (Kg/m ³)	T (°C)	ρ (Kg/m ³)	T (°C)	ρ (Kg/m ³)	T (°C)	ρ (Kg/m ³)
0	999,839	7	999,901	30	995,647	65	980,502
1	999,898	8	999,848	35	994,032	70	977,771
2	999,940	9	999,781	40	992,215	75	974,850
3	999,964	10	999,699	45	990,213	80	971,799
4	999,972	15	999,099	50	988,037	85	968,621
5	999,964	20	998,204	55	985,696	90	965,321
6	999,940	25	997,045	60	983,200	100	958,365

Πίνακες πυκνότητας (ή ειδικού όγκου) υπάρχουν και για τους υδρατμούς, καθώς και για **ατμούς** άλλων υγρών.

Στα **αέρια** που βρίσκονται μακριά από το σημείο υγροποίησης, η πυκνότητα, αλλά και η μεταβολή της σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία και την πίεση, προκύπτει από την καταστατική εξίσωση των αερίων:

$$p \cdot V = n \cdot R_w \cdot T = \frac{m}{m_r} \cdot R_w \cdot T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \rho \cdot R \cdot T \quad (1.5)$$

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} \quad (1.5a)$$

όπου: p η πίεση, T η απόλυτη θερμοκρασία και R η σταθερά του αερίου.

Η σταθερά του αερίου, ισούται με το πηλίκον της παγκόσμιας σταθεράς των αερίων διά της μοριακής μάζας του αερίου m_r :

$$R = \frac{R_w}{m_r} \quad (1.5\beta)$$

όπου: $R_w = 8,314 \text{ J}/(\text{mole} \cdot \text{K}) = 8314 \text{ J}/(\text{K mole} \cdot \text{K})$.

Για τον αέρα, ο οποίος αποτελεί μείγμα δύο κυρίων συστατικών (21% οξυγόνο και 79% άζωτο), η τυπική μοριακή μάζα είναι:

$$m_r = 32 \cdot 0,21 + 28 \cdot 0,79 = 29 \text{ g/mole} = 29 \text{ Kg/Kmole} \text{ και } R = 287 \text{ J/KgK.}$$

$$\text{Για } T = 293^\circ \text{K (} 20^\circ \text{C)} \text{ και } p = 101,3 \text{ KPa, } \rho_{\text{αέρα}} = 1,205 \text{ Kg/m}^3.$$

β) Επίδραση της πίεσης.

Η πίεση επηρεάζει σημαντικά την πυκνότητα των αερίων. Όπως φαίνεται από την εξίσωση (1.5α), η πυκνότητα ενός αερίου είναι ανάλογη της πίεσης. Αν η θερμοκρασία διατηρηθεί σταθερή, διπλασιασμός της πίεσης συνεπάγεται διπλασιασμό της πυκνότητας. Για τους **αιμούς** (αέρια κοντά στο σημείο υγροποίησης), αν και η εξίσωση (1.5α) δεν ισχύει, η τάξη μεγέθους της μεταβολής της πυκνότητας είναι αντίστοιχη. Για παράδειγμα, υδρατμός θερμοκρασίας 150°C (423°K) και πίεσης 1 bar (100 KPa) έχει πυκνότητα $0,590 \text{ Kg/m}^3$ [αν εφαρμόζαμε την εξίσωση (1.5α), θα υπολογίζαμε –λανθασμένα– $\rho = 0,512 \text{ Kg/m}^3$]. Αν διπλασιάσουμε την πίεση, η πυκνότητα του υδρατμού θα αυξηθεί σε $1,042 \text{ Kg/m}^3$ (αύξηση κατά 77%).

Αντίθετα με τα αέρια, η **πίεση επηρεάζει ελάχιστα την πυκνότητα των υγρών**. Τόσο, που για τις συνηθισμένες μεταβολές της πίεσης που συναντάμε στις τεχνικές εφαρμογές, θεωρούμε την πυκνότητα των υγρών σταθερή. Αλλά για πολύ μεγάλες αυξήσεις της πίεσης, πρέπει να λάβουμε υπόψη την αύξηση της πυκνότητας και των υγρών. Για παράδειγμα, αν η πίεση του νερού αυξηθεί από 1 σε 10 bar, η πυκνότητά του θα μείνει πρακτικά αμετάβλητη, αφού αν αυξηθεί στα 100 bar η πυκνότητα θα αυξηθεί μόλις κατά 0,5%. Αν όμως η πίεση γίνει 1000 bar, θα έχουμε αξιόλογη αύξηση της πυκνότητας κατά 5%.

Τα ρευστά, των οποίων η πυκνότητα μεταβάλλεται με τη μεταβολή της πίεσης καλούνται **συμπιεστά**, αφού εκείνα των οποίων η πυκνότητα μένει πρακτικά αμετάβλητη, καλούνται **ασυμπιεστά**.

Συμπιεστά ρευστά είναι τα αέρια αφού τα υγρά θεωρούνται ασυμπιεστά.

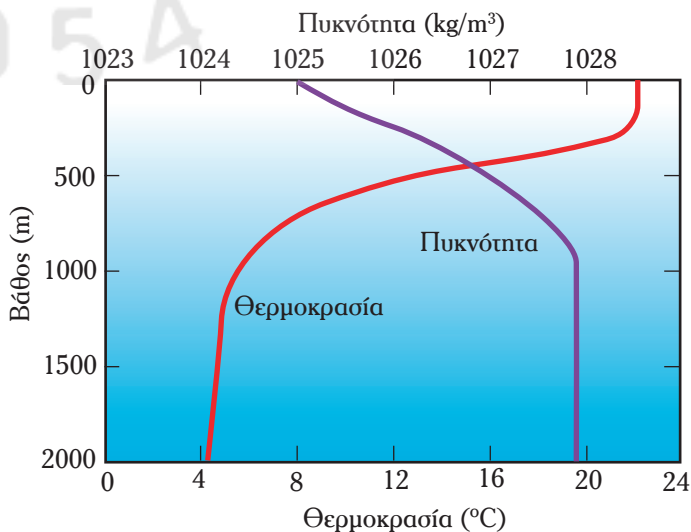
Σε ορισμένες διεργασίες αερίων (ισόχωρη διεργασία, ροή αερίου με σταθερή πίεση και θερμοκρασία) η πυκνότητα δεν μεταβάλλεται, συμπεριφέρονται δηλαδή ως ασυμπιεστά ρευστά.

Για την επίδραση της πίεσης στον όγκο (άρα και στην πυκνότητα) ενός σώματος θα επανέλθουμε στην επόμενη παράγραφο.

γ) Επίδραση διαλυμένων ουσιών.

Οι διαλυμένες στερεές ουσίες αυξάνουν την πυκνότητα των υγρών. Όταν ποσότητα στερεού διαλύεται σε υγρό διαλύτη, η μάζα αυξάνεται. Δεν έχουμε όμως και αντίστοιχη αύξηση του όγκου (συνήθως μάλιστα υπάρχει ελαφρά μείωση του όγκου –συστολή λόγω διαλύσεως). Αυτό οφείλεται στη χημική συγγένεια μεταξύ του υγρού και του διαλυόμενου σώματος και εξηγείται με τους μηχανισμούς της διαλύσεως. Σχηματικά, τα μόρια (ή ιόντα) της ουσίας που διαλύεται, παρεμβάλλονται μεταξύ των μορίων του υγρού και οι διαμοριακές δυνάμεις ενισχύονται, άρα η μέση απόσταση των μορίων μειώνεται. Αποτέλεσμα είναι μία μικρή, αλλά χαρακτηριστική αύξηση της πυκνότητας του διαλύματος.

Το φαινόμενο έχει ιδιαίτερη σημασία για το νερό, το οποίο σε φυσική κατάσταση περιέχει πάντοτε διαλυμένες αρκετές στερεές ουσίες (κυρίως άλατα). Για τούτο η πυκνότητα του φυσικού νερού είναι λίγο μεγαλύτερη της αντίστοιχης του χημικά καθαρού που αναφέρεται στον Πίνακα 1.2.4. Σε θερμοκρασίες 0°C ως 20°C η πυκνότητα του φυσικού νερού λαμβάνεται κατά προσέγγιση ίση με 1000 Kg/m^3 . Το θαλασσινό νερό, το οποίο έχει μεγάλη περιεκτικότητα διαλυμένων αλάτων (κυρίως χλωρι-



Σχ. 1.20.

Πυκνότητα του θαλασσινού νερού.

ούχου νατρίου) έχει μεγαλύτερη πυκνότητα (περίπου $1025 - 1028 \text{ Kg/m}^3$, σχ. 1.2θ). Στον Πίνακα 1.2.5 βλέπουμε πιο συγκεκριμένα την πυκνότητα των υδατικών διαλυμάτων χλωριούχου νατρίου σε συνάρτηση με την περιεκτικότητα.

Πίνακας 1.2.5
Πυκνότητες υδατικών διαλυμάτων NaCl (Kg/m^3).

%	0°C	10° C	25°C	40°C	60°C	80°C	100°C
1	1007,5	1007,1	1004,1	999,1	990,0	978,5	965,1
2	1015,1	1014,4	1011,1	1005,9	996,7	985,2	971,9
4	1030,4	1029,2	1025,3	1019,8	1010,3	998,8	985,5
8	1061,2	1059,1	1054,1	1048,0	1038,1	1026,4	1013,4
12	1092,4	1089,5	1083,6	1077,0	1066,7	1054,9	1042,0
16	1124,2	1120,6	1114,0	1106,9	1096,2	1084,2	1071,3
20	1156,6	1152,5	1145,3	1137,7	1126,8	1114,6	1101,7
24	1190,0	1185,6	1177,8	1169,7	1158,4	1146,3	1133,1
26	1207,1	1202,5	1194,4	1186,1	1174,7	1162,6	1149,2

Αν αναμείξουμε δύο υγρά με πυκνότητες ρ_1 και ρ_2 , η πυκνότητα του διαλύματος που προκύπτει κυμαίνεται ανάμεσα στις πυκνότητες των δύο υγρών και εξαρτάται από την αναλογία αναμείξεως. Η μάζα του διαλύματος είναι ίση με το άθροισμα των μαζών: $m = m_1 + m_2$. Ο όγκος του όμως είναι λίγο μικρότερος από το άθροισμα των όγκων: $V < V_1 + V_2$.

Αν θεωρήσουμε $V \cong V_1 + V_2$, μπορούμε να υπολογίσουμε κατά προσέγγιση την πυκνότητα του διαλύματος. Ακριβής υπολογισμός της πυκνότητας των υγρών διαλυμάτων γίνεται με τη χρήση σχετικών πινάκων (όπως ο Πίν. 1.2.5) ή διαγραμμάτων, στα οποία συμπυκνώνονται γραφικά αρκετοί πίνακες (στο διάγραμμα του σχ. 1.2ι υπάρχουν καμπύλες για υδατικά διαλύματα 14 ουσιών).

Την πυκνότητα των υγρών τη μετράμε χρησιμοποιώντας ειδικά όργανα, τα **πυκνόμετρα**, τα οποία θα εξετάσουμε στο επόμενο κεφάλαιο.

δ) Σχετική πυκνότητα.

Συχνά αντί της πυκνότητας ενός σώματος, χρησιμοποιούμε τη σχετική πυκνότητα. Αυτή είναι καθαρός αριθμός που συγκρίνει την πυκνότητα του σώματος με την πυκνότητα άλλου που λαμβάνεται ως βάση συγκρίσεως:

$$\rho_{ox} = \frac{\rho}{\rho_{\beta}} \quad (1.6)$$

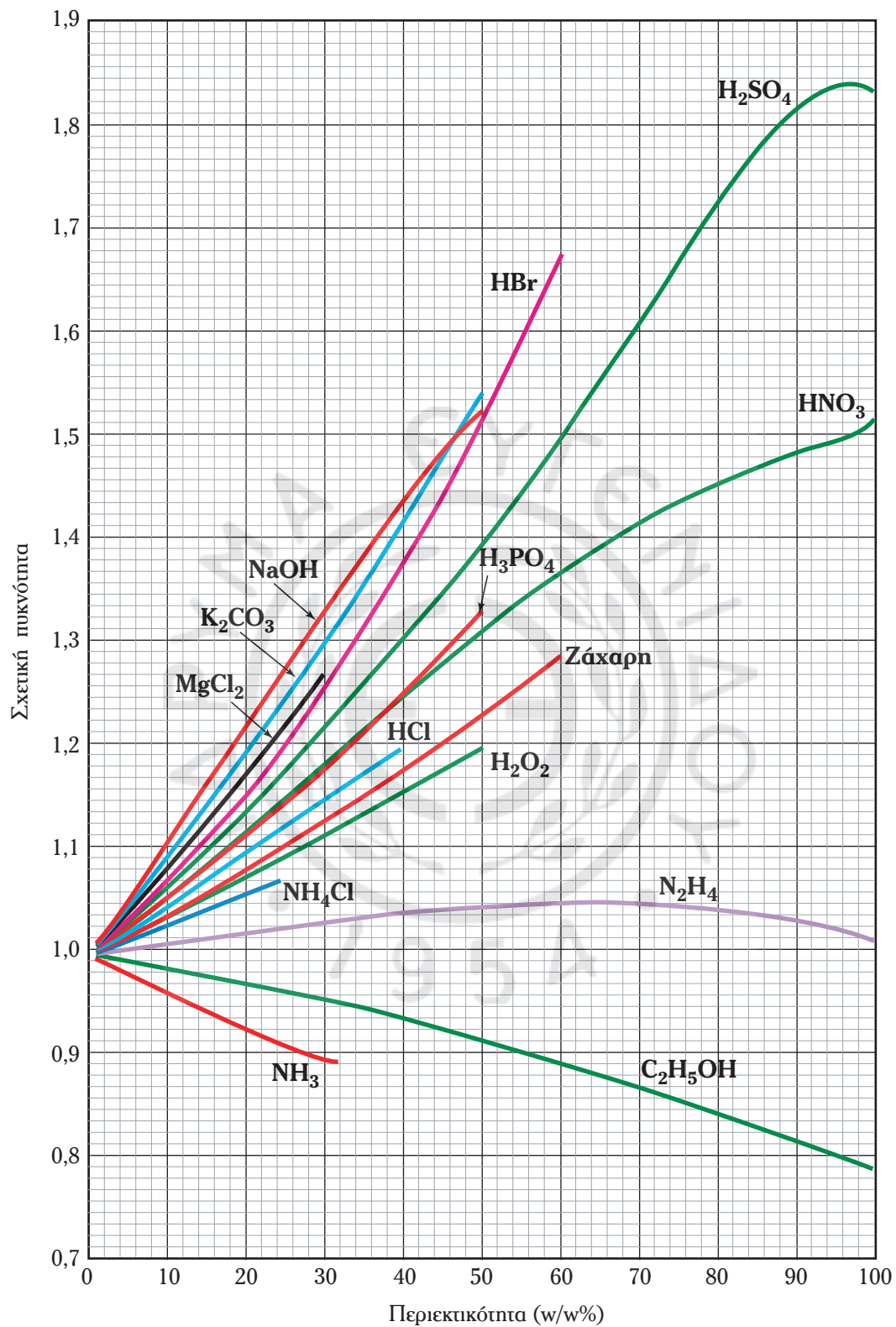
Για τα υγρά (και τα στερεά) ως βάση συγκρίσεως χρησιμοποιείται η πυκνότητα του καθαρού νερού σε 20°C : $\rho = 998,2 \text{ Kg/m}^3$ (κατά προσέγγιση 1000 Kg/m^3).

Για τα αέρια χρησιμοποιείται συνήθως η πυκνότητα του αέρα σε κανονικές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσεως: $\rho_{\alpha\epsilon\rho\alpha} = 1,205 \text{ Kg/m}^3$ (για $T = 293^\circ \text{K}$ και $p = 101,3 \text{ KPa}$).

Η σχετική πυκνότητα ισούται με το σχετικό ειδικό βάρος:

$$Y_{ox} = \gamma/\gamma_{\beta} = (\rho \cdot g)/(\rho_{\beta} \cdot g) = \rho/\rho_{\beta} = \rho_{ox}$$

Η σχετική πυκνότητα είναι ανεξάρτητη από τις χρησιμοποιούμενες μονάδες (είναι καθαρός αριθμός) και σ' αυτό το σημείο πλεονεκτεί έναντι της πυκνότητας (ή του ειδικού βάρους).



Σχ. 1.21.
Σχετικές πυκνότητες υδατικών διαλυμάτων.

ε) Παραδείγματα υπολογισμών με χρήση της πυκνότητας.

Παράδειγμα 2

Να υπολογισθούν οι μάζες 10 m^3 πετρελαίου σε θερμοκρασίες 20°C και 40°C αν η πυκνότητά του στους 20°C είναι 845 Kg/m^3 και ο συντελεστής κυβικής διαστολής είναι $\beta = 9 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

Λύση:

Στους 20°C : $m_{20} = \rho_{20} \cdot V \Rightarrow m_{20} = 8450 \text{ Kg}$.

Στους 40°C : Λόγω διαστολής τα 845 Kg πετρελαίου θα έχουν αυξήσει τον όγκο τους (που στους 20°C ήταν 1 m^3) κατά:

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta V = (1 \text{ m}^3) \cdot (9 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}) \cdot (20 \text{ K}) = 0,018 \text{ m}^3$$

Άρα τα 845 Kg έχουν όγκο $1,018 \text{ m}^3$ και η πυκνότητα είναι:

$$\rho_{40} = m/V = 830,5 \text{ Kg/m}^3$$

$$m_{40} = \rho_{40} \cdot V \Rightarrow m_{40} = 8305 \text{ Kg}$$

Παράδειγμα 3

Να υπολογισθεί η μάζα 50 lt βενζίνης με σχετική πυκνότητα $0,745$.

Λύση:

Υπολογισμός της πυκνότητας της βενζίνης:

$$\rho_{\text{ox}} = \rho/\rho_v \Rightarrow \rho = \rho_{\text{ox}} \cdot \rho_v \Rightarrow \rho = 743,7 \text{ Kg/m}^3$$

$$V = 50 \text{ lt} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\rho = m/V \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow m = 37,18 \text{ Kg}$$

Παράδειγμα 4

Να υπολογισθεί η σχετική πυκνότητα του υδρογόνου ($m_r = 2$) που βρίσκεται σε 20°C και ατμοσφαιρική πίεση, ως προς τον αέρα.

Λύση:

Η πυκνότητα του υδρογόνου υπολογίζεται από την εξίσωση (1.5):

$$\rho = \frac{m_r}{R_w} \cdot \frac{p}{T} \Rightarrow \rho_{\text{υδρ}} = 0,0832 \text{ Kg/m}^3$$

Η πυκνότητα του αέρα για πίεση $101,3 \text{ KPa}$ και θερμοκρασία 293°K είναι $\rho_{\text{αέρα}} = 1,205 \text{ Kg/m}^3$.

$$(1.6) \Rightarrow \rho_{\text{ox,υδρ}} = 0,069$$

Σημείωση: Η σχετική πίεση αερίου ως προς τον αέρα (σε κανονικές συνθήκες) ισούται με τη μοριακή μάζα του αερίου προς την τυπική μοριακή μάζα του αέρα. Αυτό προκύπτει από συνδυασμό των εξισώσεων (1.5) και (1.6).

Στο παράδειγμά μας: $\rho_{\text{ox,υδρ}} = 2/29 = 0,069$

Γενικότερα, αν το αέριο βρίσκεται σε πίεση p και θερμοκρασία T :

$$\rho_{\text{ox}} = \frac{m_r}{m_{ra}} \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}$$

όπου: m_r η μοριακή μάζα του αερίου, $m_{ra}=29$ η τυπική μοριακή μάζα του αέρα, $p_0 = 101,3 \text{ KPa}$ και $T_0 = 293^\circ \text{K}$.

Παράδειγμα 5

Να υπολογισθεί η πυκνότητα μείγματος οινόπνευματος (C_2H_5OH) και νερού παρασκευασμένου με αναλογία όγκων 30% οινόπνευμα και 70% νερό.

Λύσεις:

Πρώτος τρόπος (προσεγγιστικός): Υποθέτουμε πως ο όγκος του μείγματος ισούται με τον όγκο των δύο συστατικών: $V = V_o + V_v$

$$\begin{aligned} V_o &= 0,3 \cdot V & \rho_o &= 789 \text{ Kg/m}^3 & m_o &= \rho_o \cdot V_o = 236,7 \cdot V \\ V_v &= 0,7 \cdot V & \rho_v &= 1000 \text{ Kg/m}^3 & m_v &= \rho_v \cdot V_v = 700 \cdot V \\ m &= m_{oiv} + m_v = 936,7 \cdot V \\ \rho &= m/V \Rightarrow \rho = 936,7 \text{ Kg/m}^3 \end{aligned}$$

Δεύτερος τρόπος (χρήση διαγράμματος σχ. 1.21):

Όπως και παραπάνω υπολογίζουμε τις μάζες:

$$m_o = \rho_o \cdot V_o = 236,7 \cdot V \quad m_v = \rho_v \cdot V_v = 700 \cdot V \quad m = m_{oiv} + m_v = 936,7 \cdot V$$

Η περιεκτικότητα (w/w%) είναι: $(m_o/m) = 25,3\%$

Από το διάγραμμα του σχήματος 1.21 παίρνομε:

$$\rho_{ox} = 0,96 \Rightarrow \rho = 960 \text{ Kg/m}^3$$

Σημείωση: Ο δεύτερος τρόπος δίνει ακριβέστερο αποτέλεσμα, αφού ο πρώτος δεν έλαβε υπόψη του τη μείωση του συνολικού όγκου (συστολή κατά τη διάλυση), άρα η πυκνότητα που προέκυψε είναι μικρότερη από την πραγματική.

Παράδειγμα 6

Στο μείγμα του προηγούμενου παραδείγματος, να υπολογισθεί η ποσοστιαία μείωση του ολικού όγκου των δύο συστατικών.

Λύση:

Αν δεν μειωνόταν ο όγκος:

$$u_{o\lambda} = 1/\rho_{o\lambda} = 1/937,6 \text{ m}^3/\text{Kg} = 1,0676 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{Kg}$$

$$\text{Αλλά: } u = 1/\rho = 1/960 \text{ m}^3/\text{Kg} = 1,0417 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{Kg}$$

$$\text{και } (u_{o\lambda} - u)/u_{o\lambda} = 0,024 \text{ ή } 2,4\%$$

Παράδειγμα 7

Διάλυμα κλωριούχου νατρίου έχει πυκνότητα 1042 Kg/m^3 μετρημένη σε 25°C . Να υπολογισθεί η περιεκτικότητα σε NaCl.

Λύση:

$$\text{Πίνακας 1.2.5:} \quad \text{περιεκτικότητα 4\%} \quad \rho_1 = 1025,3 \text{ m}^3/\text{Kg}$$

$$\text{περιεκτικότητα 8\%} \quad \rho_2 = 1054,1 \text{ m}^3/\text{Kg}$$

$$\text{Το διάλυμά μας:} \quad \text{περιεκτικότητα } x\% \quad \rho = 1042,0 \text{ m}^3/\text{Kg}$$

Για αύξηση περιεκτικότητας (8-4), αύξηση πυκνότητας ($\rho_2 - \rho_1$)

Για αύξηση περιεκτικότητας (x-4), αύξηση πυκνότητας ($\rho - \rho_1$)

Θεωρώντας γραμμική τη μεταβολή:

$$(8 - 4)/(x - 4) = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho - \rho_1) \Rightarrow x - 4 = 2,32 \Rightarrow x = 6,32 \%$$

Σημείωση: Η μέθοδος, γνωστή ως γραμμική παρεμβολή, αξιοποιείται όταν για τον υπολογισμό ενός μεγέθους χρησιμοποιούνται πίνακες. Αν είναι άγνωστη η τιμή μιας ιδιότητας x για την οποία γνωρίζουμε πως άλλη εξαρτημένη ιδιότητα έχει τιμή a, πηγαίνομε στον πίνακα που συνδέει τις δύο ιδιότητες. Λαμβάνομε τις δύο τιμές x_1 και x_2 , τις πλησιέστερες στο x και τις αντίστοιχες τιμές a_1 και a_2 . Θεωρώντας πως οι μεταβολές των ιδιοτήτων είναι κατά προσέγγιση ανάλογες, προκύπτει σχέση με μόνο άγνωστο το x:

$$\frac{x_2 - x_1}{x - x_1} = \frac{a_2 - a_1}{a - a_1}$$

Παράδειγμα 8

Δεξαμενή τετραγωνικής διατομής εμβαδού 4 m², περιέχει νερό μέχρι ύψος 2 m και πάνω από αυτό στρώμα λαδιού πυκνότητας 910 Kg/m³ ύψους 1 m. Να υπολογισθεί το βάρος του περιεχόμενου της δεξαμενής.

Λύση:

Υπολογίζουμε χωριστά τη μάζα των δύο υλικών και προσθέτουμε:

$$m_v = \rho_v \cdot V_v = \rho_v \cdot (A \cdot y_v) = (1000 \text{ Kg/m}^3) \cdot (4 \text{ m}^2) \cdot (2 \text{ m}) = 8000 \text{ Kg}$$

$$m_\lambda = \rho_\lambda \cdot V_\lambda = \rho_\lambda \cdot (A \cdot y_\lambda) = (910 \text{ Kg/m}^3) \cdot (4 \text{ m}^2) \cdot (1 \text{ m}) = 3640 \text{ Kg}$$

$$m = m_v + m_\lambda = 11.640 \text{ Kg}$$

$$B = m \cdot g \Rightarrow B = 114.188 \text{ N} = 114,19 \text{ KN}$$

1.2.4 Συμπιεστότητα (σχ. 1.2ια).

Ταξινομώντας τα ρευστά σε ασυμπίεστα (υγρά) και συμπίεστα (αέρια), διευκρινίσαμε ότι απόλυτα ασυμπίεστο υλικό δεν υπάρχει. Κάτι τέτοιο θα σήμαινε έλλειψη οποιασδήποτε ελαστικότητας. Το γεγονός πως τα ηχητικά κύματα διαδίδονται μέσω των συνεκτικών στερεών και των υγρών, άμεσα αποδεικνύει πως έχουν κάποια ελαστικότητα.

Όταν σε ένα συνεκτικό στερεό ασκηθεί επαρκής δύναμη, τα μόριά του υφίστανται μία μικρή σχετική μετακίνηση. Δεν εγκαταλείπουν τη θέση τους, αλλά μετακινούνται λίγο και έχουμε τα φαινόμενα της ελαστικής ή πλαστικής παραμορφώσεως. (Ανάλογα με τη διεύθυνση και τη φορά της δυνάμεως παραμορφώσεως: κάμψη, εφελκυσμό, θλίψη αλλά και στρέψη αν υπάρχει ροπή στρέψεως). Όταν η δύναμη είναι θλιπτική, παρατηρείται μία ελάχιστη μείωση του όγκου.

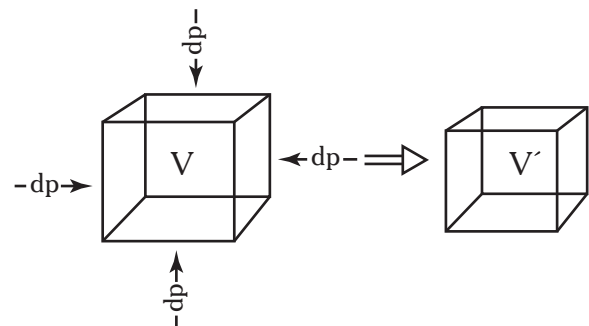
Στα ρευστά σώματα τα μόρια δεν έχουν συγκεκριμένη θέση, αλλά κινούνται άτακτα στο διαθέσιμο χώρο. Με την αύξηση της πίεσεως (δηλ. της κάθετης θλιπτικής δυνάμεως ανά μονάδα επιφάνειας), μειώνεται η μέση απόσταση των μορίων, άρα και ο όγκος τους. Όπως είδαμε, η αύξηση του όγκου είναι έντονη στα αέρια, αφού στα υγρά είναι ελάχιστη, για τούτο συνήθως θεωρείται αμελητέα και λαμβάνεται υπόψη μόνο για εξαιρετικά μεγάλες πιέσεις. Η μείωση του όγκου των ρευστών εξαρτάται από τη μέση απόσταση των μορίων του σώματος και από την ένταση των ενδομοριακών δυνάμεων, διαφέρει επομένως από σώμα σε σώμα. Η ιδιαίτερη συμπεριφορά των σωμάτων στην αύξηση της πίεσεως εκφράζεται με την ιδιότητα της συμπιεστότητας.

Συμπιεστότητα β ενός σώματος (στερεού ή ρευστού) καλείται ο λόγος της σχετικής μείωσης του όγκου του σώματος (dV/V) προς την αύξηση της πίεσεως (dp) που προκάλεσε τη μείωση του όγκου:

$$\beta = -\frac{dV/V}{dp} = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp} \quad (1.7)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση μεταξύ όγκου και πυκνότητας, εύκολα προκύπτει πως η συμπιεστότητα ισούται με τη σχετική αύξηση της πυκνότητας (dp/ρ) προς την αύξηση της πίεσεως (dp):

$$\beta = \frac{dp/\rho}{dp} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dp} \quad (1.7a)$$



Σχ. 1.2ια.
Συμπιεστότητα.

Η συμπιεστικότητα ισούται με το αντίστροφο της **σταθεράς ελαστικότητας K**:

$$\beta = 1/K \quad (1.7\beta)$$

Ένα απόλυτα ασυμπίεστο ρευστό θα είχε μηδενική συμπιεστικότητα. Τέτοιο σώμα δεν υπάρχει. Η συμπιεστικότητα όμως των συνεκτικών στερεών και των υγρών είναι πολύ μικρή (για τα στερεά της τάξεως των 10^{-9} KPa^{-1} και για τα υγρά των 10^{-7} KPa^{-1}), γι' αυτό θεωρούνται πρακτικά ασυμπίεστα. Για παράδειγμα, το νερό σε συνηθισμένη θερμοκρασία έχει συμπιεστικότητα λίγο μικρότερη από $5 \cdot 10^{-7} \text{ KPa}^{-1}$. Στις ίδιες συνθήκες, ο κάλυβας έχει περίπου 80 φορές μικρότερη συμπιεστικότητα από αυτή του νερού, ενώ ο αέρας περίπου 20.000 φορές μεγαλύτερη. Τιμές της συμπιεστικότητας για διάφορα υγρά και στερεά δίνονται στον Πίνακα 1.2.6.

Είναι προφανές ότι η συμπιεστικότητα των υγρών έχει πρακτικό ενδιαφέρον μόνο σε περιπτώσεις δημιουργίας πολύ υψηλών πιέσεων (όπως για παράδειγμα στη λιπαντική μεμβράνη των τριβέων στους οποίους εδράζονται άξονες).

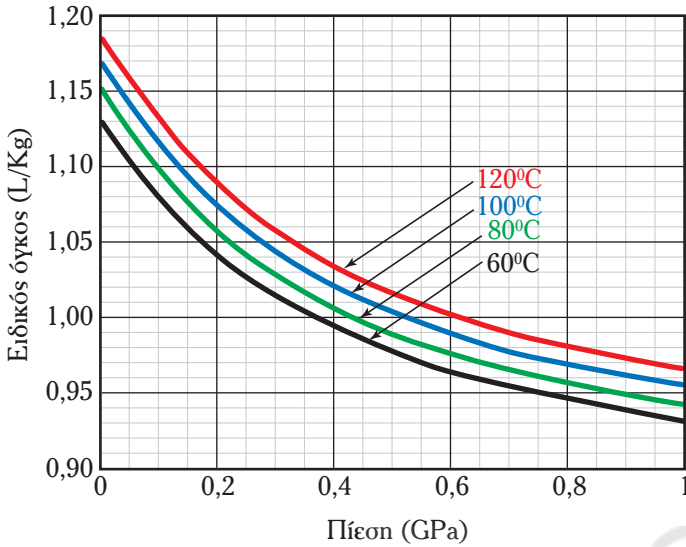
Η συμπιεστικότητα εξαρτάται από τη θερμοκρασία και την πίεση. Γενικά, καθώς η πίεση αυξάνεται, η συμπιεστικότητα μειώνεται (γρήγορα στην αρχή, με τάσεις σταθεροποιήσεως στη συνέχεια). Για παράδειγμα, στο νερό η αύξηση πίεσεως από 10 σε 200 Mbar επιφέρει μείωση της συμπιεστικότητας κατά 12% (από $4,9 \cdot 10^{-7} \text{ KPa}^{-1}$ σε $4,3 \cdot 10^{-7} \text{ KPa}^{-1}$), αφού η αύξηση από 200 στα 400 Mbar επιφέρει μείωση 4% ($4,15 \cdot 10^{-7} \text{ KPa}^{-1}$). Αυτό φαίνεται και στο σχήμα 1.2β, στο οποίο παρατηρούμε τη μείωση του όγκου ενός λιπαντικού με την αύξηση της πίεσεως. Στο ίδιο σχήμα παρατηρούμε την επίδραση της θερμοκρασίας.

Στα **ιδανικά αέρια και για ισόθερμη διεργασία**, με εφαρμογή της καταστατικής εξίσωσης ($p \cdot v = R \cdot T$) προκύπτει:

$$\beta = 1/p \quad (1.7\gamma)$$

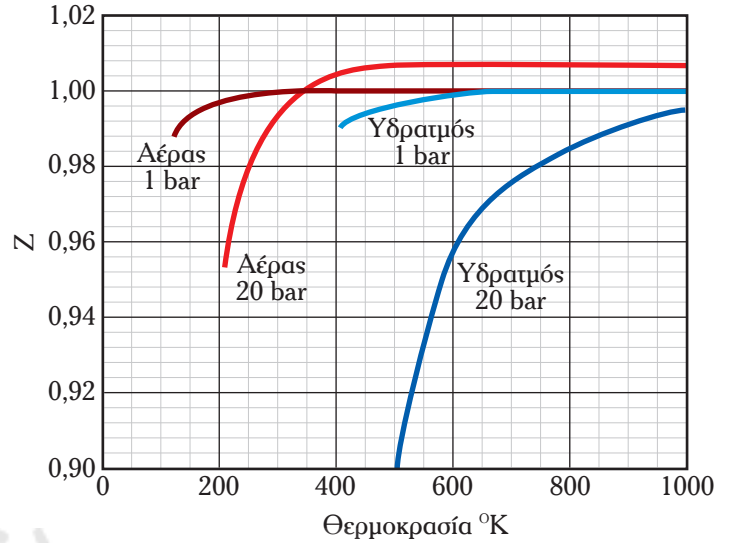
Πίνακας 1.2.6
Συμπιεστικότητα στερεών και υγρών.

Στερεά	$\beta(10^{-7} \text{ KPa}^{-1})$	Υγρά	$\beta(10^{-7}) \text{ KPa}^{-1}$
Αλουμίνιο	0,132	Ακετόνη	12,5
Αντιμόνιο	0,238	Γλυκερίνη	2,2
Άργυρος	0,097	Μεθυλική αλκοόλη	10,3
Μόλυβδος	0,218	Οινόπνευμα	9,4
Σίδηρος	0,059	Νερό	4,8
Ψευδάργυρος	0,139	Τετραχλωράνθρακας	8,9
Χαλκός	0,073	Τολουόλη	9,2
Χρυσός	0,046	Χλωροφόρμιο	9,1
Χρώμιο	0,062	Υδράργυρος	3,7
Άνθρακας (γραφίτης)	0,019	Λάδια	7,8 – 5,4
Πυρίτιο	0,100	Ορυκτέλαιο SAE 30	6,7
Γυαλί (Pyrex)	0,250	Ελαιόλαδο	6,2
Χλωριούχο Νάτριο	0,410	Βενζίνη	7,7



Σχ. 1.2ιβ.

Ειδικός όγκος λιπαντικού σε συνάρτηση με την πίεση.



Σχ. 1.2ιγ.

Συντελεστής συμπίεσιότητας.

Η απόκλιση των πραγματικών αερίων από τα ιδανικά, αποδίδεται με το **συντελεστή συμπίεσιότητας**. Αυτός είναι ο λόγος του πραγματικού όγκου ενός αερίου προς τον όγκο που θα είχε αν ήταν ιδανικό (στις ίδιες συνθήκες πίεσεως και θερμοκρασίας):

$$Z = \frac{V}{V_{id}} = \frac{p \cdot u}{R \cdot T} \tag{1.8}$$

Ο συντελεστής συμπίεσιότητας είναι καθαρός αριθμός. Για τα ιδανικά αέρια ισούται εξ ορισμού με τη μονάδα. Για τα πραγματικά αέρια η τιμή του εξαρτάται από την πίεση και τη θερμοκρασία. Γενικά όσο πιο μακριά βρίσκεται το αέριο από τις συνθήκες υγροποιήσεως τόσο πλησιάζει τη μονάδα. Στο σχήμα 1.2ιγ παρατηρούμε τις αποκλίσεις του συντελεστή συμπίεσιότητας του αέρα και των υδρατμών από τη μονάδα.

1.2.5 Εσωτερική ενέργεια και ενθαλπία.

Η ύλη είναι φορέας ενέργειας. Εκτός από την ενέργεια (κινητική και δυναμική) που έχει ένα σώμα, στο εσωτερικό του βρίσκονται αποθηκευμένες μεγάλες ποσότητες ενέργειας. Καθώς προχωράμε από το μακρόκοσμο στο μικρόκοσμο, συναντάμε την κινητική και δυναμική ενέργεια των μορίων, την ενέργεια των χημικών δεσμών στο εσωτερικό των μορίων (χημική ενέργεια), την ενέργεια των ατόμων και των πυρήνων τους (ατομική και πυρηνική ενέργεια).

Ειδική εσωτερική ενέργεια u (ή απλά εσωτερική ενέργεια) ενός σώματος καλείται η ενέργεια που περιέχεται στη μονάδα μάζας του σώματος.

Ιδιαίτερα χρήσιμη στην ενεργειακή μελέτη των συστημάτων είναι η (ειδική) **ενθαλπία h**, η οποία ορίζεται ως η εσωτερική ενέργεια αυξημένη κατά το γινόμενο της πίεσεως επί τον ειδικό όγκο:

$$h = u + p \cdot u = u + \frac{p}{\rho} \tag{1.9}$$

Μονάδα της εσωτερικής ενέργειας και της ενθαλπίας στο SI είναι το J/Kg.

Για την ολική εσωτερική ενέργεια και την ολική ενθαλπία σώματος μάζας m, ισχύουν:

$$U = m \cdot u \quad (1.10\alpha)$$

$$H = m \cdot h = U + p \cdot V \quad (1.10\beta)$$

Όταν εξετάζουμε μία διεργασία, δεν μας ενδιαφέρει το σύνολο της αποθηκευμένης στην ύλη ενέργειας, αλλά η μεταβολή της. Στις διεργασίες που εξετάζει η Μηχανική των Ρευστών, η χημική, η πυρηνική και η ατομική ενέργεια δεν μεταβάλλονται. Άρα **η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας οφείλεται στη μεταβολή της δυναμικής και κινητικής ενέργειας των μορίων.**

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας και της ενθαλπίας, εξαρτάται από την αρχική και τελική κατάσταση και όχι από την πορεία της διεργασίας (δηλ. τα u και h είναι καταστατικές θερμοδυναμικές ιδιότητες).

Σύμφωνα με τον **Πρώτο Νόμο της Θερμοδυναμικής**, για κλειστό σύστημα ισχύει:

$$q - w = \Delta u \quad (1.11\alpha)$$

αφού για ανοικτό (ροή μάζας):

$$q - w = \Delta h + \frac{\Delta v^2}{2} + g \cdot \Delta y \quad (1.11\beta)$$

όπου: q και w η θερμότητα και το έργο ανά μονάδα μάζας που ανταλλάσσει το σύστημα με το περιβάλλον, v η ταχύτητα ροής και y το ύψος.

Μία σημαντική ιδιότητα των σωμάτων που σχετίζεται με την ανταλλαγή ενέργειας, είναι η **ειδική θερμότητα c** . Αυτή ορίζεται ως η ποσότητα της θερμότητας που χρειάζεται η μονάδα μάζας του σώματος για να ανέλθει η θερμοκρασία του κατά 1°K . Αν η διεργασία θερμάνσεως είναι ισόχωρη, έχομε την **ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο c_v** . Αν είναι ισοπιεστική, την **ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση c_p** . Η ειδική θερμότητα ενός σώματος επηρεάζεται από τη θερμοκρασία και την πίεση, αλλά σε συνηθισμένες μεταβολές των T και p μπορούμε να τη θεωρήσουμε σταθερή. Στον Πίνακα 1.2.7 αναγράφονται οι ειδικές θερμότητες υπό σταθερή πίεση ορισμένων ουσιών, ενώ στον Πίνακα 1.2.8 βλέπομε την επίδραση της θερμοκρασίας στην ειδική θερμότητα του νερού.

Στα **αέρια** (στα οποία η δυναμική ενέργεια των μορίων είναι αμελητέα), οι μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας και της ενθαλπίας δίνονται από τις εξισώσεις:

$$\Delta u = c_u \cdot \Delta T \quad (1.12\alpha)$$

$$\Delta h = c_p \cdot \Delta T \quad (1.12\beta)$$

Ο λόγος $k = c_p/c_v$ είναι ιδιαίτερα χρήσιμος στη μελέτη των αερίων.

Αποδεικνύεται ότι:

$$c_p - c_v = R \quad (1.12\gamma)$$

Ο Πίνακας 1.2.9 ανακεφαλαιώνει τις σχέσεις μεταξύ των ιδιοτήτων των αερίων (T , p , u , ρ , Δu , Δh , c_p , c_v , k , R) και συμπληρώνει με τα ενεργειακά αποτελέσματα των αερίων διεργασιών σε κλειστά συστήματα. Τις διεργασίες της ροής (ανοικτά συστήματα) θα τις εξετάσουμε σε επόμενα κεφάλαια.

Στους **ατμούς**, για τον υπολογισμό της εσωτερικής ενέργειας και της ενθαλπίας χρησιμοποιούμε πίνακες και διαγράμματα.

Στα **υγρά** (στα οποία η πυκνότητα παραμένει πρακτικά σταθερή):

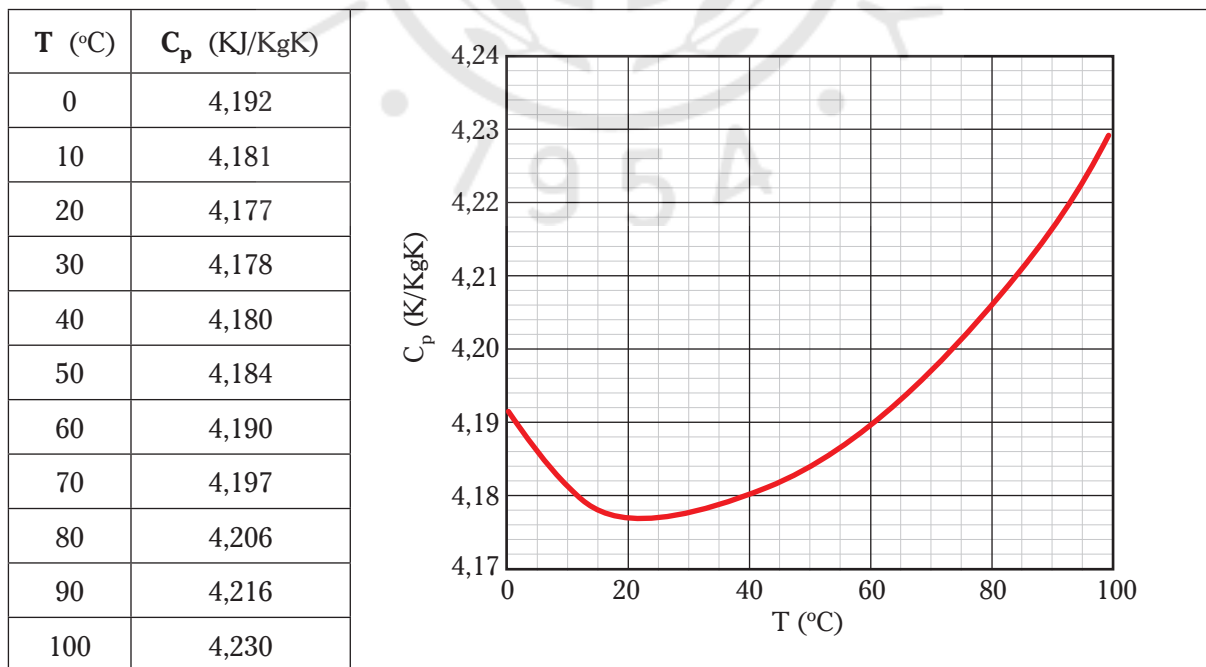
$$\Delta u = c_u \cdot \Delta T \quad (1.13)$$

$$\Delta h = c_p \cdot \Delta T + \frac{\Delta p}{\rho} \quad (1.14)$$

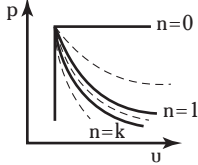
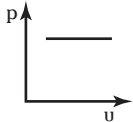
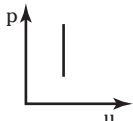
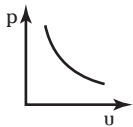
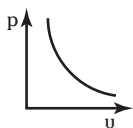
Πίνακας 1.2.7
Ειδικές θερμότητες (σε κανονικές συνθήκες) αερίων και υγρών.

Αέρια	c_p KJ/KgK	$k = c_p / c_v$	Υγρά	c_p KJ/KgK
Αέρας	1,005	1,400	Νερό	4,18
Άζωτο	1,04	1,400	Μεθανόλη	2,55
Οξυγόνο	0,92	1,395	Αιθανόλη	2,46
Διοξείδιο του άνθρακα	0,88	1,289	Ακετόνη	2,13
Χλώριο	0,48	1,324	Οξικό οξύ	2,05
Υδρογόνο	14,31	1,405	Βενζόλιο	1,74
Μεθάνιο	2,26	1,304	Γλυκερίνη	2,62
Αιθάνιο	1,72	1,187	Γκαζολίνη	2,22
Προπάνιο	1,63	1,127	Κηροζίνη	2,09
Αιθυλένιο	1,54	1,240	Castor oil	1,97
Υδραζίνη	1,65	1,195	Ελαιόλαδο	1,97
Αμμωνία	2,09	1,304	Υδράργυρος	0,14

Πίνακας 1.2.8
Ειδική θερμότητα νερού για 0° C ως 100° C ($p = 101,3 \text{ KPa}$).



Πίνακας 1.2.9
Ιδιότητες των αερίων.

Σχέσεις μεταξύ c_p , c_v , k , R		$c_p - c_v = R$ $c_p/c_v = k$	$R = R_w/m_r$ $R_w = 8,314 \text{ J/KmolK}$
Καταστατική εξίσωση		$p \cdot v = R \cdot T \Rightarrow p = \rho \cdot R \cdot T$	
Μεταβολή εσωτερικής ενέργειας και ενθαλπίας		$\Delta u = c_u \cdot \Delta T$ $\Delta h = c_p \cdot \Delta T$	
Διεργασία	Σχέση p , v , T ($\rho = 1/v$)	Κλειστό Σύστημα $q - w = \Delta u$	Διάγραμμα $p - v$
Πολυτροπική (Γενική)	$p_1 \cdot v_1^n = p_2 \cdot v_2^n$ $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{n-1}$	$w = \frac{R \cdot T_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$	
$n = 0$ Ισοπευστική ($p = \text{σταθ.}$)	$p_1 = p_2 = p$ $\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$w = p \cdot (v_2 - v_1)$ $q = \Delta h = c_p \cdot (T_2 - T_1)$	
$n = 1$ Ισόχωρη ($v = \text{σταθ.}$)	$v_1 = v_2 = v$ $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$w = 0$ $q = \Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1)$	
$n = 1$ Ισόθερμη ($T = \text{σταθ.}$)	$T_1 = T_2 = T$ $\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}$	$q = w = R \cdot T \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$	
$n = k$ Αδιαβατική ($q = 0$)	$p_1 \cdot v_1^k = p_2 \cdot v_2^k$ $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1}$	$w = -\Delta u = c_u \cdot (T_1 - T_2)$	

1.2.6 Επιφανειακή τάση – Τάση ατμών.

Η επιφανειακή τάση και η τάση ατμών αποτελούν ιδιότητες των υγρών και σχετίζονται άμεσα με την αλληλεπίδραση μεταξύ των μορίων και τις δυνάμεις, που αναπτύσσονται μεταξύ τους.

α) Μοριακές δυνάμεις.

Όπως γνωρίζουμε, μεταξύ των μορίων ενός σώματος αναπτύσσονται ελκτικές δυνάμεις, καλούμενες **διαμοριακές**. Οι δυνάμεις αυτές είναι ηλεκτροστατικής φύσεως και οφείλονται στη δομή των μορίων.

Αν τα μόρια μιας ουσίας είναι πολωμένα (λόγω πολωμένου ομοιοπολικού δεσμού μεταξύ των ατόμων που τα συγκροτούν), τότε αναπτύσσονται οι λεγόμενοι **δεσμοί** (ή **γέφυρες**) **υδρογόνου** ή γενικότερα, **δυνάμεις διπόλου-διπόλου**. Δηλαδή ελκτικές ηλεκτροστατικές δυνάμεις μεταξύ των αντίθετα φορτισμένων πόλων των μορίων.

Χαρακτηριστική περίπτωση πολωμένου μορίου και συνακόλουθης εμφάνισης δεσμών υδρογόνου συναντάμε στο νερό (σχ. 1.2ιδ και 1.2ιε). Στο δεσμό υδρογόνου οφείλονται μια σειρά από τις ιδιότητες που παρουσιάζει (υψηλό σημείο πήξεως σε σχέση με ομόλογες χημικές ενώσεις, μεγάλη πυκνότητα, ισχυρός διαλύτης, διαστολή κατά τη στερεοποίηση κ.ά.).

Αν μεταξύ των πολωμένων μορίων του υγρού παρεμβάλλονται ιόντα (λόγω διαλύσεως ετεροπολικής ενώσεως), αναπτύσσονται μεταξύ του ιόντος και των πολωμένων μορίων **δυνάμεις ιόντος-διπόλου**, ισχυρότερες απ' αυτές του δεσμού υδρογόνου (σχ. 1.2ιστ). Στις δυνάμεις ιόντος-διπόλου οφείλεται η αύξηση της πυκνότητας όταν στο νερό διαλύεται αλάτι.

Όταν δύο μη πολωμένα μόρια κατά την άτακτη κίνησή τους βρεθούν σε μικρή μεταξύ τους απόσταση, τα ηλεκτρονικά νέφη μετατοπίζονται, δημιουργούνται προσωρινά πλεκτρικά δίπολα και παρουσιάζονται ασθενείς ελκτικές δυνάμεις (**δυνάμεις διασποράς London**, σχ. 1.2ιζ).

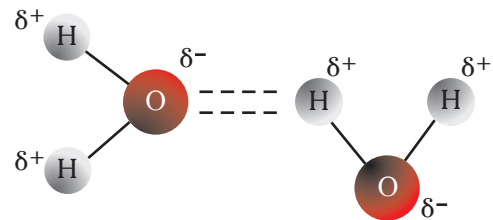
Σε δύο περιπτώσεις υγρών συναντάμε δυνάμεις πολύ πιο ισχυρές από τις προηγούμενες: Σε τήγματα αλάτων, τις δυνάμεις μεταξύ θετικών και αρνητικών ιόντων του ετεροπολικού δεσμού και σε τήγματα μετάλλων (και στον υδράργυρο), τις δυνάμεις του μεταλλικού δεσμού.

Οι διαμοριακές δυνάμεις είναι πολύ μικρότερες από τις ενδομοριακές (δυνάμεις δεσμών). Σε τάξη μεγέθους υπάρχει η ακόλουθη σχέση:

Δυνάμεις δεσμών	1000
Δυνάμεις ιόντος-διπόλου	100
Δυνάμεις διπόλου-διπόλου	10
Δυνάμεις διασποράς	1

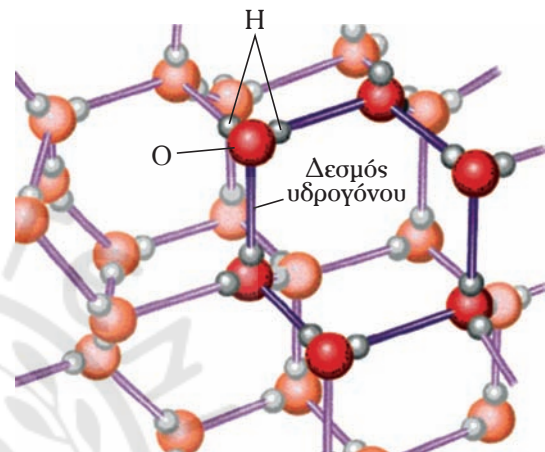
Οι μοριακές δυνάμεις οι οποίες αναπτύσσονται μεταξύ των μορίων του ίδιου σώματος (ή της ίδιας φάσεως) καλούνται **δυνάμεις συνοχής**, ενώ εκείνες μεταξύ μορίων διαφορετικών σωμάτων (ή φάσεων), **δυνάμεις συνάφειας**.

Οι δυνάμεις συνοχής εξαρτώνται από το σώμα και τις συνθήκες στις οποίες αυτό βρίσκεται. Γενικά, είναι πολύ ισχυρές στα στερεά σώματα, με αποτέλεσμα τα μόρια να δεσμεύονται σε συγκεκριμένες θέσεις (η δυναμική ενέργεια των μορίων είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με την κινητική τους ενέργεια). Στα υγρά η έντασή τους είναι σημαντική, αλλά όχι τόσο ώστε να κρατά τα μόρια σε συγκεκριμένες θέσεις. Είναι αρκετή όμως, ώστε να διαμορφώνεται επιφάνεια που περιορίζει τα μόρια σε συγκεκριμένο χώρο (όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο). Στα αέρια είναι πολύ μικρές (οι αποστάσεις μεταξύ των μορίων είναι πολύ μεγαλύτερες σε σχέση με τα υγρά και τα στερεά) και



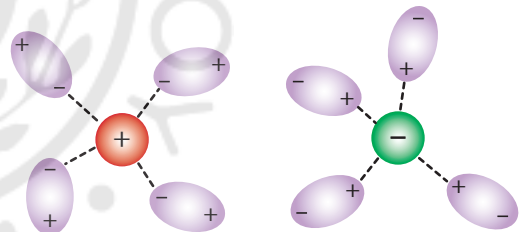
Σχ. 1.2ιδ.

Δεσμός υδρογόνου μεταξύ μορίων νερού.



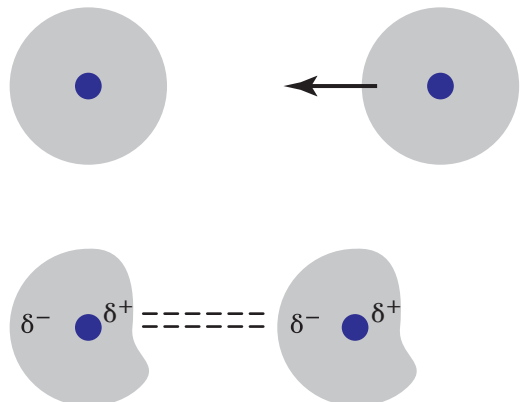
Σχ. 1.2ιε.

Δομή του στερεού νερού.



Σχ. 1.2ιστ.

Δυνάμεις ιόντος-διπόλου.



Σχ. 1.2ιζ.

Δυνάμεις διασποράς London.

γίνονται ακόμα μικρότερες, καθώς τα αέρια απομακρύνονται από τις συνθήκες υγροποιήσεως. Στα ιδανικά αέρια θεωρούνται εξ ορισμού μηδενικές.

β) Επιφανειακή τάση.

Ένα σημαντικό αποτέλεσμα των μοριακών δυνάμεων είναι η επιφανειακή τάση που παρουσιάζεται στα υγρά. Ένα μόριο υγρού που βρίσκεται μέσα στη μάζα του, δέχεται δυνάμεις από όλες τις διευθύνσεις (από όλα τα μόρια του υγρού που το περιβάλλουν), με αποτέλεσμα η συνισταμένη τους να είναι μηδέν. Αντίθετα, ένα μόριο που βρίσκεται στη διαχωριστική επιφάνεια (**διεπιφάνεια**) του υγρού με αέριο (ή με άλλο υγρό μη αναμειξιμο και μικρότερης πυκνότητας), δέχεται ισχυρότερες δυνάμεις από τα μόρια του υγρού που βρίσκονται στο κάτω ημισφαίριο σε σχέση με τις αντίστοιχες από πάνω. Αποτέλεσμα είναι η ύπαρξη συνιστώσας δυνάμεως $\Sigma \vec{F} \neq 0$ με φορά προς το εσωτερικό του υγρού (σχ. 1.21n). Έτσι η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού βρίσκεται υπό τάση και λειτουργεί σαν μια μεμβράνη με δυναμική ενέργεια που περιορίζει τα μόρια του ρευστού.

Στην επιφανειακή τάση οφείλονται αρκετά φαινόμενα που παρατηρούμε στα υγρά (σχ. 1.21θ). Μ' αυτήν εξηγούνται οι σταγόνες των υγρών, η επίπλευση σωμάτων μεγαλύτερης πυκνότητας του νερού, η δημιουργία φυσαλίδων (αφρισμός) κ.ά..

Επιφανειακή τάση υγρού καλείται η δύναμη ανά μονάδα μήκους που ασκεί η επιφανειακή μεμβράνη σε νοητή γραμμή τυχαίας διευθύνσεως:

$$\sigma = F/L \tag{1.15}$$

Μονάδα επιφανειακής τάσεως στο SI είναι το **N/m**.

Η εξωτερική «μεμβράνη» του υγρού ανθίσταται στην αύξηση της επιφάνειάς της. Για να αυξηθεί η επιφάνεια κατά dA απαιτείται κατανάλωση έργου:

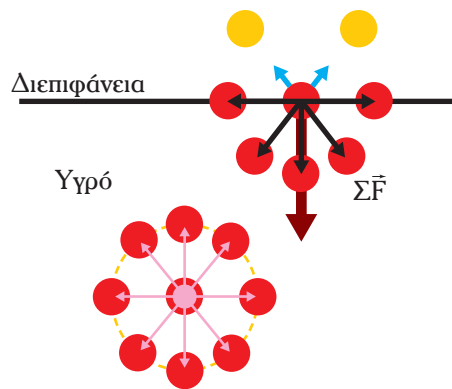
$$\begin{aligned} dW &= F \cdot ds = \sigma \cdot dA \Rightarrow \\ \Rightarrow \sigma &= dW/dA \end{aligned} \tag{1.15a}$$

Μονάδες στο SI είναι: **J/m² = Nm/m² = N/m**.

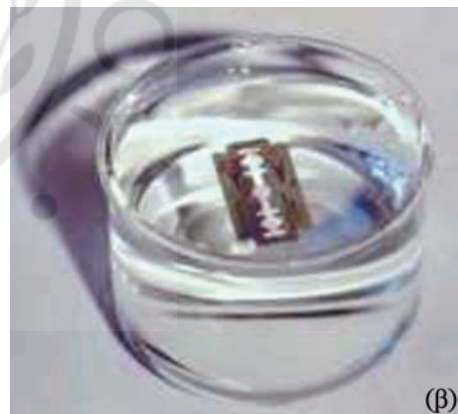
Δηλαδή η επιφανειακή τάση ισούται με το έργο που απαιτείται, ώστε να αυξηθεί η ελεύθερη επιφάνεια κατά μία μονάδα. Άρα **επιφανειακή τάση είναι η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα εμβαδού επιφάνειας**.

Όταν το υγρό βρίσκεται σε επαφή με τον αέρα (ή γενικότερα με αέριο), η επιφανειακή τάση εξαρτάται μόνο από τις δυνάμεις συνοχής του υγρού (οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων υγρού-αερίου είναι αμελητέες) και κατά συνέπεια αποτελεί έμμεσο μέτρο των δυνάμεων συνοχής του υγρού.

Αν όμως η διεπιφάνεια αποτελεί διαχωριστική επιφάνεια δύο μη αναμειξιμων υγρών, η επιφανειακή τάση μειώνεται



Σχ. 1.21n.
Επιφανειακή τάση.



Σχ. 1.21θ.
Αποτελέσματα επιφανειακής τάσεως.

επειδή υπάρχουν υπολογίσιμες δυνάμεις μεταξύ των μορίων των δύο υγρών. Έτσι, αφού η επιφανειακή τάση του υδραργύρου σε επαφή με τον αέρα είναι 0,484 N/m, σε επαφή με το νερό είναι 0,373 N/m. Αντίστοιχα, η επιφανειακή τάση του νερού σε επαφή με τον αέρα είναι 0,0728 N/m, ενώ σε επαφή με το λάδι 0,020 N/m (σε 20°C).

Η επιφανειακή τάση μεταβάλλεται σημαντικά αν στη διεπιφάνεια υπάρχουν –έστω και σε μικρές ποσότητες– μόρια άλλων ουσιών. Υπάρχει μάλιστα και ειδική κατηγορία **επιφανειακά ενεργών ουσιών** (αφριστικά, σάπωνες) που μειώνουν πάρα πολύ (ακόμα και δέκα φορές) την επιφανειακή τάση του νερού, με αποτέλεσμα τη δημιουργία φυσαλίδων (αφρισμού). Παρόμοιες ουσίες συμβάλλουν στη δημιουργία κολλοειδών διαλυμάτων. Το πετρέλαιο π.χ. δεν αναμειγνύεται με το νερό, αλλά η παρουσία ενός μειωτικού της επιφανειακής τάσεως, επιτρέπει το σχηματισμό μικρών σταγονιδίων πετρελαίου, διασκορπισμένων στο νερό (ή αντίστροφα).

Γενικά **η επιφανειακή τάση μειώνεται όταν αυξάνεται η θερμοκρασία** (και μηδενίζεται στο κρίσιμο σημείο του υγρού). Στο σχήμα 1.2κ φαίνεται η μεταβολή της επιφανειακής τάσεως του καθαρού νερού σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία.

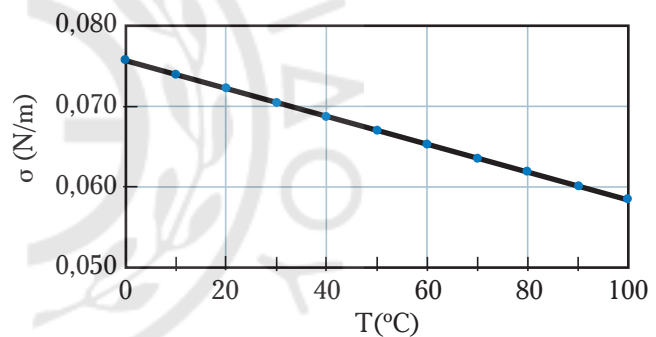
Μία σταγόνα υγρού τείνει να διαμορφώσει σφαιρικό σχήμα, αφού έτσι έχει τη μικρότερη δυνατή ελεύθερη επιφάνεια και κατά συνέπεια μικρότερο επιφανειακό δυναμικό.

Εκτός όμως από τις δυνάμεις συνοχής που ευθύνονται για την επιφανειακή τάση (σε διεπιφάνεια υγρού-αέρα), υπάρχουν και οι δυνάμεις συνάφειας. Αν η σταγόνα βρίσκεται μέσα σε (μη αναμείξιμο) υγρό ή αέριο, οι δυνάμεις συνάφειας κατανέμονται ομοιόμορφα γύρω της και δίνουν μηδενική συνισταμένη. Το σχήμα της σταγόνας θα είναι σφαιρικό. Αν όμως η σταγόνα βρεθεί επάνω σε στερεά επιφάνεια, οι δυνάμεις συνάφειας μεταξύ των μορίων υγρού και στερεού θα διαφοροποιήσουν το σχήμα της (σχ. 1.2κα). Αν οι δυνάμεις συνοχής είναι πολύ μεγάλες σε σχέση με τις δυνάμεις συνάφειας, τότε η σταγόνα ελάχιστα θα μεταβάλλει το σφαιρικό σχήμα της ($\theta > 90^\circ$). Αυτό συμβαίνει όταν μια σταγόνα υδραργύρου βρεθεί πάνω σε στερεά επιφάνεια. Αν αντίθετα, οι δυνάμεις συνάφειας είναι μεγάλες σε σχέση με τις δυνάμεις συνοχής ($\theta < 90^\circ$), η σταγόνα θα απλωθεί στην επιφάνεια [**διαβροχή** της επιφάνειας από το υγρό (σχ. 1.2κα)]. Η χαρακτηριστική γωνία θ (**γωνία επαφής** ή **διαβροχής**), εξαρτάται από τη σχέση μεταξύ των δυνάμεων συνάφειας και συνοχής. Έτσι, το νερό διαβρέχει το σαπούνι αλλά όχι και το κερί. Η επιφάνεια του γυαλιού διαβρέχεται εξαιρετικά από το νερό ($\theta \approx 0^\circ$), αλλά όχι από τον υδράργυρο ($\theta \approx 130^\circ$).

Μία σφαιρική σταγόνα υγρού έχει ελαφρά αυξημένη πίεση στο εσωτερικό της λόγω της επιφανειακής τάσεως. Από το ισοζύγιο δυνάμεων προκύπτει:

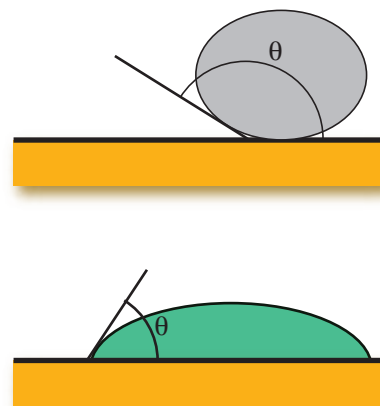
$$p_{εσ} - p_{εξ} = 2\sigma/r \quad (1.16)$$

Για παράδειγμα, σφαιρική σταγόνα υδραργύρου ακτίνας 1 mm, θα έχει σχετική πίεση (σε 20°C και σε επαφή με τον αέρα):



Σχ. 1.2κ.

Μεταβολή της επιφανειακής τάσεως του νερού σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία.



Σχ. 1.2κα.
Διαβροχή.

$$p_{\epsilon\sigma} - p_{\epsilon\xi} = 2 \cdot 0,484/10^{-3} = 968 \text{ Pa}$$

Αντίστοιχα αυξημένη πίεση υπάρχει στο εσωτερικό σφαιρικής φυσαλίδας, με τη διαφορά ότι σ' αυτήν την περίπτωση έχουμε δύο επάλληλες μεμβράνες υγρού (ίδιες ακτίνας):

$$p_{\epsilon\sigma} - p_{\epsilon\xi} = 4\sigma/r \quad (1.16a)$$

Για παράδειγμα, αν σαπουνόνερο έχει $\sigma = 2 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$, η σχετική πίεση στο εσωτερικό φυσαλίδας του, ακτίνας 1 mm, θα είναι:

$$p_{\epsilon\sigma} - p_{\epsilon\xi} = 4 \cdot 2 \cdot 10^{-2}/10^{-3} = 80 \text{ Pa}$$

γ) Τριχοειδή φαινόμενα.

As εξετάσουμε τώρα τι συμβαίνει στα σημεία επαφής της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού με τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο περιέχεται.

Αν οι δυνάμεις συνάφειας είναι μεγαλύτερες από τις δυνάμεις συνοχής ($\theta < 90^\circ$), παρουσιάζεται ανύψωση του υγρού [σχ. 1.2κβ(α)], με αποτέλεσμα την καμπύλωση της ελεύθερης επιφάνειάς του κοντά στο τοίχωμα.

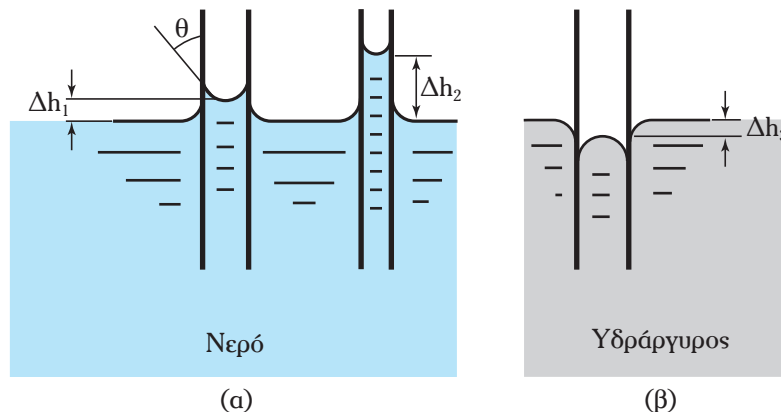
Το φαινόμενο είναι έντονο όταν το δοχείο έχει πολύ μικρό άνοιγμα, οπότε η καμπύλωση επεκτείνεται σε όλη την ελεύθερη επιφάνεια. Αν μάλιστα η διατομή είναι πολύ μικρή, η καμπυλωμένη επιφάνεια θα ανέλθει. Στη στήλη υπερυψωμένου υγρού υπάρχει ισορροπία δυνάμεων. Η δύναμη από την επιφανειακή τάση ισούται με το βάρος της στήλης:

$$\begin{aligned} 2\pi r \cdot \sigma \cdot \cos \theta &= B = \gamma \cdot V = \gamma \cdot \pi r^2 \cdot h \Rightarrow \\ \Rightarrow h &= \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{\gamma \cdot r} \end{aligned} \quad (1.17)$$

όπου: σ η επιφανειακή τάση, $r = d/2$, η ακτίνα του σωλήνα και γ το ειδικό βάρος του υγρού.

Παρατηρούμε πως όσο πιο μικρή είναι η διάμετρος του σωλήνα, τόσο πιο έντονο είναι το φαινόμενο. Έτσι, για σωλήνες τριχοειδών διαστάσεων, το νερό μπορεί να ανέλθει αρκετά μέτρα. Σ' αυτό το φαινόμενο οφείλεται η αναρρόφηση των αναγκαίων υδατικών διαλυμάτων από τα φυτά και τα δένδρα, η διαβροχή ενός πορώδους χαρτιού (ο πολτός του χαρτιού περιέχει τριχοειδή φυτικά αγγεία), καθώς και η άνοδος των υγρών στο φυτίλι.

Στο σχήμα 1.2κβ(α) παρατηρούμε τι συμβαίνει αν εμβαπίσομε γυάλινο σωλήνα πολύ μικρής διαμέτρου σε υγρό, οι δυνάμεις συνοχής του οποίου είναι μικρότερες από τις δυνάμεις συνάφειας ($\theta < 90^\circ$).



Σχ. 1.2κβ.
Τριχοειδή φαινόμενα.

Αν το υγρό είναι νερό ή οινόπνευμα, η γωνία επαφής θ είναι (κατά προσέγγιση) μηδέν ($\theta \approx 0^\circ$).

Αν οι δυνάμεις συνάφειας είναι μικρότερες από τις δυνάμεις συνοχής, το υγρό κατέρχεται και το φαινόμενο αντιστρέφεται ($\theta > 90^\circ$, αρνητικό h). Στο σχήμα 1.2κβ(β) παρατηρούμε τι συμβαίνει αν εμβαπίσουμε γυάλινο σωλήνα μικρής διαμέτρου σε υδράργυρο ($\theta \approx 130^\circ$).

Από τα παραπάνω προκύπτει πως χρειάζεται να είμαστε προσεκτικοί στην ανάγνωση ενδείξεων οργάνων που βασίζονται στη στάθμη υγρών εντός ή εκτός σωλήνων (θερμόμετρα, πυκνόμετρα κ.ά.).

Λόγω του ενδιαφέροντος που παρουσιάζουν τα φαινόμενα αυτά σε αγωγούς τριχοειδών διαστάσεων, ονομάστηκαν **τριχοειδή φαινόμενα**.

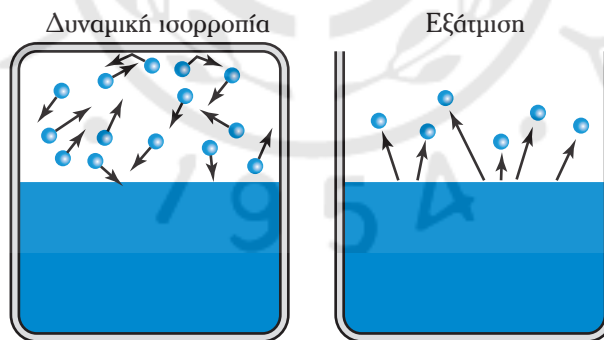
Για αγωγούς μεγάλων διατομών (διαμέτρου μεγαλύτερης των 8 mm), τα τριχοειδή φαινόμενα δεν παίζουν κανέναν ιδιαίτερο ρόλο.

δ) Τάση ατμών.

Όταν ένα υγρό βρίσκεται σε δοχείο, τα μόριά του κινούνται στο χώρο που ορίζουν τα στερεά τοιχώματα και η ελεύθερη επιφάνειά του (δηλ. η διεπιφάνεια υγρού-αέρα). Τα μόρια του υγρού που προσπίπτουν σ' αυτήν, ανακλώνται λόγω του δυναμικού της. Παρόλα αυτά, ορισμένα μόρια κινούμενα με ταχύτητες μεγαλύτερες από τη μέση ταχύτητα (έχοντας επομένως κινητική ενέργεια μεγαλύτερη από τη μέση) και προσπίπτοντα στην ελεύθερη επιφάνεια με κατάλληλη γωνία, τη διαπερνούν και εξέρχονται πάνω από αυτή σαν ατμοί. Ατμοί του ρευστού βρίσκονται πάντοτε πάνω από το υγρό. Αν το δοχείο είναι κλειστό και η θερμοκρασία σταθερή, επέρχεται δυναμική ισορροπία μεταξύ των ατμών και του υγρού (σχ. 1.2κγ). Δηλαδή, όσα μόρια υγρού διαπερνούν την ελεύθερη επιφάνεια στη μονάδα του χρόνου, ακριβώς τόσα εισέρχονται στην υγρή μάζα.

Τάση ατμών του υγρού καλείται η μερική πίεση των ατμών του που (σε συνθήκες ισορροπίας) βρίσκονται πάνω από την ελεύθερη επιφάνειά του.

Τα υγρά τα οποία για ορισμένη θερμοκρασία έχουν μεγάλη τάση ατμών καλούνται **πτητικά**. Έτσι, όπως βλέπουμε στον Πίνακα 1.2.10, η ακετόνη και το οινόπνευμα είναι πτητικότερα από το νερό, αντίθετα από την ανιλίνη και τον υδράργυρο.



Σχ. 1.2κγ.
Τάση ατμών.

Πίνακας 1.2.10
Επιφανειακή τάση και τάση ατμών διαφόρων υγρών.

Υγρό	σ 20° C (10^{-3} N/m)	P_v 25° C (KPa)
Μεθανόλη	22,7	16,7
Αιθανόλη (οινόπνευμα)	22,4	7,8
Προπανόλη	21,7	2,8

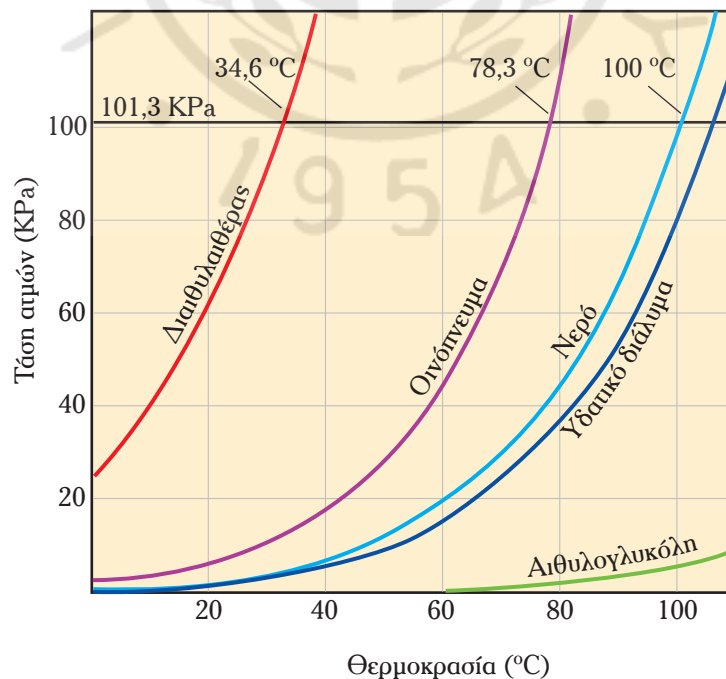
(συνεχίζεται)

Υγρό	σ 20° C (10 ⁻³ N/m)	P_v 25° C (KPa)
Ακετόνη	25,2	30,6
Κυκλοεξάνιο	25,0	13,1
Χλωροφόρμιο	27,0	26,0
Τουλουένιο	28,4	38,0
Βενζόλιο	29,0	12,6
Ανιλίνη	43,0	0,9
Νερό	72,8	3,2
Υδράργυρος	484,0	0,00025

Όταν αυξάνεται η θερμοκρασία, αυξάνεται η μέση ταχύτητα των μορίων, άρα αυξάνεται και η ποσότητα των ατμών.

Η αύξηση της θερμοκρασίας οδηγεί σε αύξηση της τάσεως των ατμών (σχ. 1.2κδ). Όταν η τάση ατμών γίνει ίση με την πίεση που επικρατεί πάνω από το υγρό, αρχίζει ο βρασμός, δηλαδή η ατμοποίηση του υγρού σε όλη τη μάζα του. Αυτό εξηγεί την εξάρτηση του σημείου βρασμού από την πίεση. Για παράδειγμα το νερό σε θερμοκρασία 100°C έχει τάση ατμών ίση με μία φυσική ατμόσφαιρα (101,3 KPa). Αν και η πίεση πάνω από το νερό είναι ατμοσφαιρική, τότε σε 100°C το νερό θα βράσει. Αν όμως η πίεση είναι 120 KPa, η τάση ατμών θα είναι μικρότερη. Πρέπει να αυξηθεί η θερμοκρασία στους 104,8°C για να γίνει η τάση ατμών 120 KPa και να αρχίσει ο βρασμός.

Η τάση ατμών μειώνεται όταν στο υγρό διαλυθεί στερεά ουσία (ή υγρό λιγότερο πτητικό). Άρα το σημείο ζέσεως του διαλύματος αυξάνει σε σχέση με αυτό του διαλύτη στην ίδια πίεση.



Σχ. 1.2κδ.

Μεταβολή της τάσεως ατμών με τη θερμοκρασία.

Αν το δοχείο είναι ανοικτό, τα μόρια που εγκαταλείπουν το υγρό απομακρύνονται από την επιφάνεια και δεν επέρχεται ισορροπία. Η μάζα του υγρού σταδιακά μειώνεται (**εξάτμιση**, σخ. 1.2κγ).

1.2.7 Ιξώδες ή συνεκτικότητα.

Από τον ορισμό των ρευστών προκύπτει ότι το φαινόμενο που τα χαρακτηρίζει (και τα διαχωρίζει από τα στερεά) είναι η **ροή**.

Αίτιο της ροής είναι μία διατμητική δύναμη ασκούμενη σε στοιχειώδες στρώμα του ρευστού. Υπό την επίδρασή της, το στοιχειώδες στρώμα θα κινηθεί, ολισθαίνοντας στο υποκείμενο στρώμα.

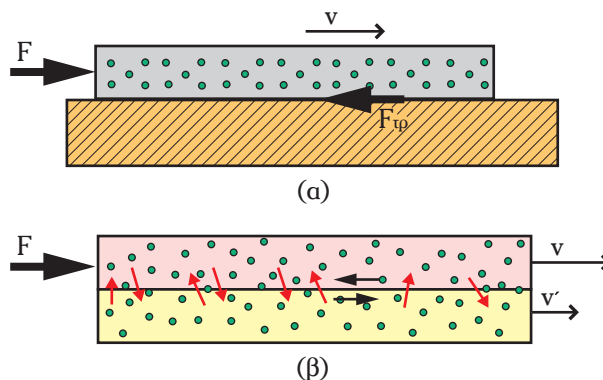
Στην επιταχυνόμενη κίνηση του υπερκείμενου στρώματος, αντιστέκεται το υποκείμενο με δύο τρόπους. Πρώτον, με τις ελκτικές διαμοριακές δυνάμεις συνοχής μεταξύ των μορίων των δύο στρωμάτων [σх. 1.2κε(α)]. Δεύτερον, λόγω της συνεχούς ανταλλαγής μορίων μεταξύ των δύο στρωμάτων και των συνακολούθων μοριακών κρούσεων, μειώνεται η μέση ταχύτητα των μορίων του πάνω στρώματος κατά τη διεύθυνση της ροής [σх. 1.2κε(β)].

Κάποια χρονική στιγμή, το στρώμα το υφιστάμενο τη διατμητική δύναμη, θα αποκτήσει οριακή ταχύτητα v . Αυτό σημαίνει ότι τα μόριά του θα κινούνται με μέση ταχύτητα v κατά τη διεύθυνση της ροής. Η διατμητική δύναμη F θα είναι ίση και αντίθετη με τη δύναμη αντιστάσεως F_{tp} που –μέσω των δύο μηχανισμών– ασκεί το υποκείμενο στρώμα. Έτσι, **αφού η διατμητική δύναμη τείνει να επιταχύνει το στρώμα, οι διαμοριακές δυνάμεις συνοχής και η ανταλλαγή μορίων με το υποκείμενο στρώμα, τείνουν να το επιβραδύνουν, δηλαδή διαμορφώνουν εσωτερική αντίσταση στην κίνηση.**

Αν τώρα εξετάσουμε το υποκείμενο στρώμα, θα διαπιστώσουμε πως η επίδραση των μοριακών δυνάμεων συνοχής και η ανταλλαγή μορίων με το υπερκείμενο, τείνουν να το επιταχύνουν. Πιο συγκεκριμένα, εφόσον ασκεί δύναμη F_{tp} στο υπερκείμενο, σύμφωνα με την αρχή δράσεως-αντιδράσεως, θα δέχεται απ' αυτό δύναμη ίση και αντίθετη της F_{tp} , άρα ίση με τη διατμητική δύναμη F . Δηλαδή **το υπερκείμενο στρώμα μεταδίδει τη διατμητική δύναμη στο υποκείμενο.** Αλλά στην επιτάχυνση θα αντιστέκεται το επόμενο στρώμα. Έτσι, θα συμπαρασύρεται, αλλά με μικρότερη ταχύτητα. (Όπως θα δούμε στο τρίτο κεφάλαιο, υπάρχει ένα στρώμα του ρευστού σε επαφή με το τοίχωμα του αγωγού που παραμένει ακίνητο).

Δυναμικό ιξώδες ή συνεκτικότητα ρευστού μ καλείται η εσωτερική αντίσταση που παρουσιάζει το ρευστό στη ροή.

Παίρνοντας υπόψη πως αίτιο της ροής είναι η διατμητική τάση ($\tau = F/A$) και αποτέλεσμα η διαφορά της ταχύτητας του άνω στρώματος σε σχέση με την ταχύτητα του υποκείμενου, εφαρμόζοντας το γενικό νόμο της κινητικής των διεργασιών που είδαμε στην εισαγωγή, προκύπτει ο **Νόμος του ιξώδους του**



Σх. 1.2κε.

Μηχανισμοί διαμορφώσεως αντιστάσεων στη ροή.

α) Αντίσταση οφειλόμενη στις δυνάμεις συνοχής. β) Αντίσταση οφειλόμενη στην ανταλλαγή μορίων.

Newton, με τον οποίο ορίζεται επακριβώς το (δυναμικό) ιξώδες:

$$\mu = -\frac{\tau}{dv/dy} \quad (1.18)$$

όπου: τ η διατμητική τάση, dv η διαφορά ταχύτητας και dy η υψομετρική διαφορά των δύο στρωμάτων. Ο λόγος dv/dy καλείται **διαφορική κλίση ταχύτητας** (ή ρυθμός διατμήσεως). Το αρνητικό πρόσημο του τύπου δηλώνει ότι η διατμητική τάση είναι αντίθετη της κλίσεως ταχύτητας.

Μονάδα του ιξώδους μ στο SI είναι το $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = \text{Kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$.

Κινηματικό ιξώδες ν καλείται ο λόγος του δυναμικού ιξώδους προς την πυκνότητα του ρευστού:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.19)$$

Το κινηματικό ιξώδες ν , είναι σε πολλές περιπτώσεις πιο εύχρηστο από το (δυναμικό) ιξώδες μ , καθώς απλοποιεί αρκετές εξισώσεις της ρευστομηχανικής και διευκολύνει τους υπολογισμούς.

Μονάδα του κινηματικού ιξώδους στο SI είναι το m^2/s .

α) Νευτώνεια ρευστά.

Τα ρευστά των οποίων το ιξώδες παραμένει σταθερό όταν δεν μεταβάλλεται η πίεση και η θερμοκρασία, ονομάζονται **νευτώνεια**. Σύμφωνα με την εξίσωση (1.18), **στα νευτώνεια ρευστά ο λόγος της διατμητικής τάσεως προς τη διαφορική κλίση ταχύτητας, παραμένει σταθερός**.

Στην κατηγορία των νευτωνείων ρευστών ανήκουν όλα τα αέρια και τα περισσότερα υγρά (καθαρές ουσίες, διαλύματα και μη κολλοειδή υγρά).

Το ιξώδες των νευτωνείων ρευστών, εξαρτάται από τη μοριακή φύση του ρευστού και μεταβάλλεται με την πίεση και τη θερμοκρασία.

Στα **υγρά**, οι δυνάμεις συνοχής είναι ιδιαίτερα σημαντικές και παίζουν καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη της εσωτερικής τριβής. Η ένταση των διαμοριακών δυνάμεων εξαρτάται από το υγρό. Μπορούμε να διαπιστώσουμε αυτήν την εξάρτηση με τον ακόλουθο απλό τρόπο: Στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, τοποθετούμε σταγόνες διαφόρων υγρών (που παρουσιάζουν κάποιες αξιόλογες δυνάμεις συνάφειας με το υλικό του επιπέδου). Αν και όλες οι σταγόνες υφίστανται την ίδια επιτάχυνση βαρύτητας (η συνιστώσα της κατά τη διεύθυνση του επιπέδου διαμορφώνει διατμητική τάση ολισθήσεως), θα κυλήσουν με διαφορετικές ταχύτητες και θα φτάσουν σε διαφορετικούς χρόνους στη βάση του επιπέδου. Αυτό δείχνει πως αναπτύσσονται διαφορετικές διατμητικές τάσεις αντιστάσεως. Γενικά, υπάρχουν υγρά **λεπτόρρευστα** (με μικρό ιξώδες) και **παχύρρευστα** (με μεγάλο ιξώδες).

Στα **αέρια**, οι δυνάμεις συνοχής είναι πολύ μικρές και ο ρόλος των μοριακών ανταλλαγών και συγκρούσεων είναι σημαντικότερος στην ανάπτυξη της εσωτερικής τριβής. Λόγω των ασθενών διαμοριακών δυνάμεων συνοχής, τα αέρια έχουν μικρότερο δυναμικό ιξώδες από τα υγρά. (Αλλά λόγω της μικρής τους πυκνότητας, το κινηματικό τους ιξώδες είναι συνήθως μεγαλύτερο).

Τιμές ιξώδους ορισμένων ρευστών σε κανονικές συνθήκες, βλέπομε στον Πίνακα 1.2.11. Παρατηρούμε ότι το νερό έχει περίπου 55 φορές μεγαλύτερο ιξώδες από τον ατμοσφαιρικό αέρα, αλλά πολύ μικρότερο από τα διάφορα λιπαντικά (για τα οποία οι αναφερόμενες τιμές είναι ενδεικτικές) και την παχύρρευστη γλυκερίνη.

Πίνακας 1.2.11
Δυναμικό και κινηματικό ιξώδες ρευστών (20°C, 101,3 KPa).

Ρευστό	μ 10 ⁻³ Kg/ms	ν 10 ⁻⁶ m ² /s	Ρευστό	μ 10 ⁻³ Kg/ms	ν 10 ⁻⁶ m ² /s
Αέρας	0,018	14,5	Υδράργυρος	1,56	0,12
Αμμωνία	0,22	0,36	Κηροζίνη	1,92	2,4

(συνεχίζεται)

Ρευστό	μ 10 ⁻³ Kg/ms	ν 10 ⁻⁶ m ² /s	Ρευστό	μ 10 ⁻³ Kg/ms	ν 10 ⁻⁶ m ² /s
Βενζίνη	0,65	0,74	Αιθυλενογλυκόλη	21,4	19,1
Τετραχλωράνθρακας	0,967	0,61	Λάδι SAE 10	104	120
Νερό	1,00	1,00	Λάδι SAE 30	290	325
Οινόπνευμα	1,20	1,52	Γλυκερίνη	1490	1182

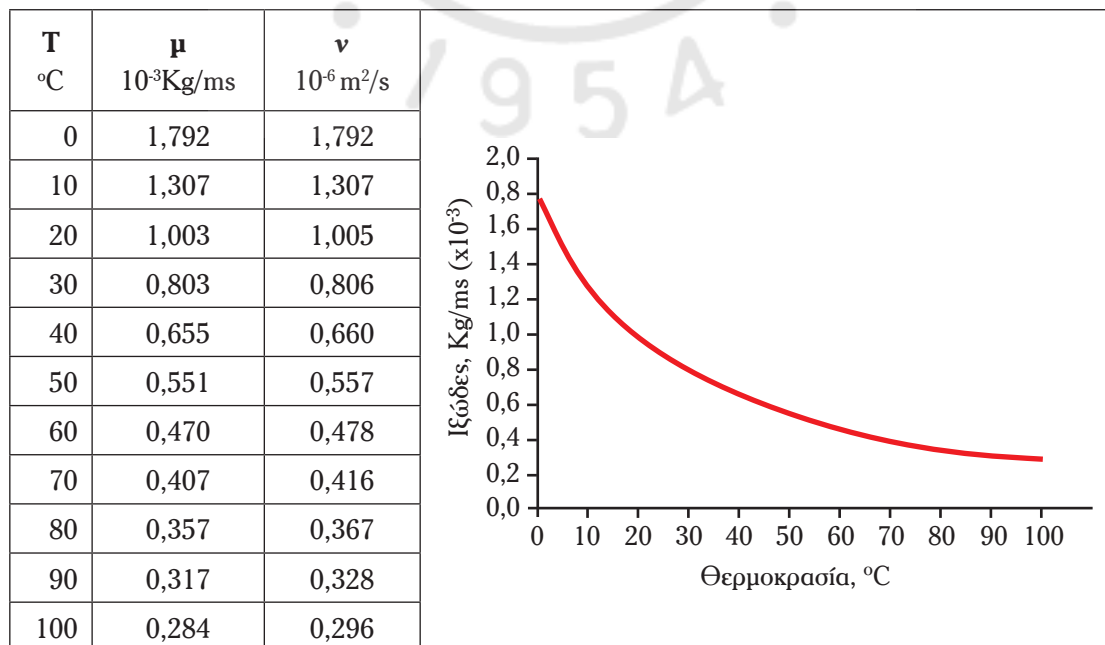
β) Επίδραση της θερμοκρασίας στο ιξώδες.

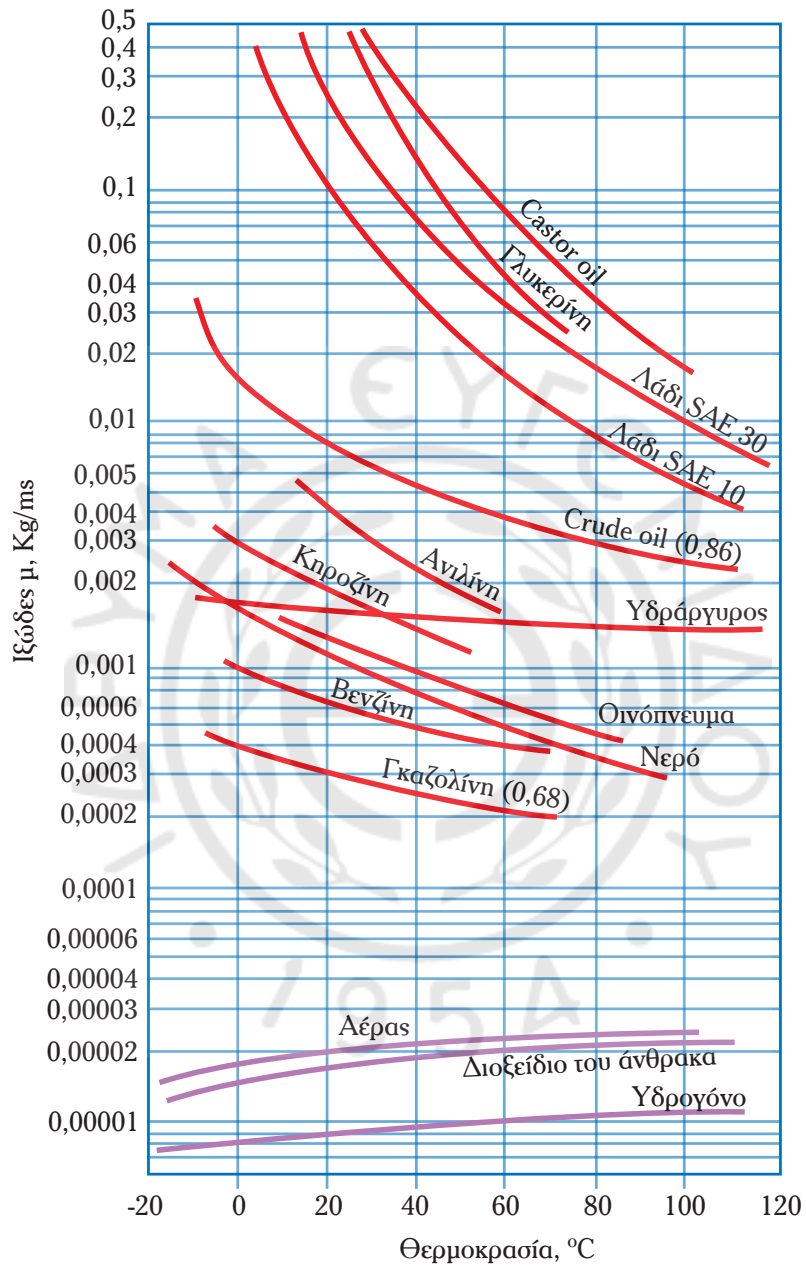
Η **πίεση** επηρεάζει ελάχιστα το ιξώδες των υγρών και περισσότερο το ιξώδες των αερίων. Πιο συγκεκριμένα, για χαμηλές πιέσεις το ιξώδες όλων των ρευστών είναι πρακτικά ανεξάρτητο από την πίεση. Σε υψηλές πιέσεις, το ιξώδες των υγρών αυξάνεται ελάχιστα με την αύξηση της πίεσης, ενώ των αερίων σημαντικά. Για παράδειγμα, αύξηση της πίεσης από 1 bar σε 50 bar προκαλεί αύξηση του ιξώδους του αέρα περίπου κατά 10%, ενώ η αντίστοιχη αύξηση του ιξώδους του νερού είναι μικρότερη του 1%.

Η **θερμοκρασία**, σε αντίθεση με την πίεση, επηρεάζει σημαντικά το ιξώδες των ρευστών. Πιο συγκεκριμένα: **το ιξώδες των υγρών μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας**. Αυτό συμβαίνει επειδή με την άνοδο της θερμοκρασίας, αυξάνεται η μέση απόσταση των μορίων, άρα μειώνονται οι δυνάμεις συνοχής. Αλλά όπως είδαμε, στα υγρά, οι δυνάμεις συνοχής αποτελούν το κύριο αίτιο της εσωτερικής τριβής, δηλαδή του ιξώδους. Είναι χαρακτηριστικό ότι το ιξώδες του νερού σε 0°C, είναι εξαπλάσιο από το ιξώδες του σε 100°C (1,788·10⁻³ Kg/ms και 0,284·10⁻³ Kg/ms αντίστοιχα – Πίνακας 1.2.12).

Αντίθετα από τα υγρά, **το ιξώδες των αερίων αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας**. Αυτό συμβαίνει επειδή καθοριστικό ρόλο στο ιξώδες των αερίων, δεν παίζουν οι δυνάμεις συνοχής (οι οποίες είναι πολύ μικρές), αλλά η ανταλλαγή μορίων και οι μοριακές συγκρούσεις μεταξύ των γειτονικών στρωμάτων του αερίου. Με την αύξηση της θερμοκρασίας, αυτές αυξάνονται, με αποτέλεσμα την αύξηση της εσωτερικής τριβής, δηλαδή του ιξώδους. Για παράδειγμα, το ιξώδες του αέρα σε ατμοσφαιρική πίεση και

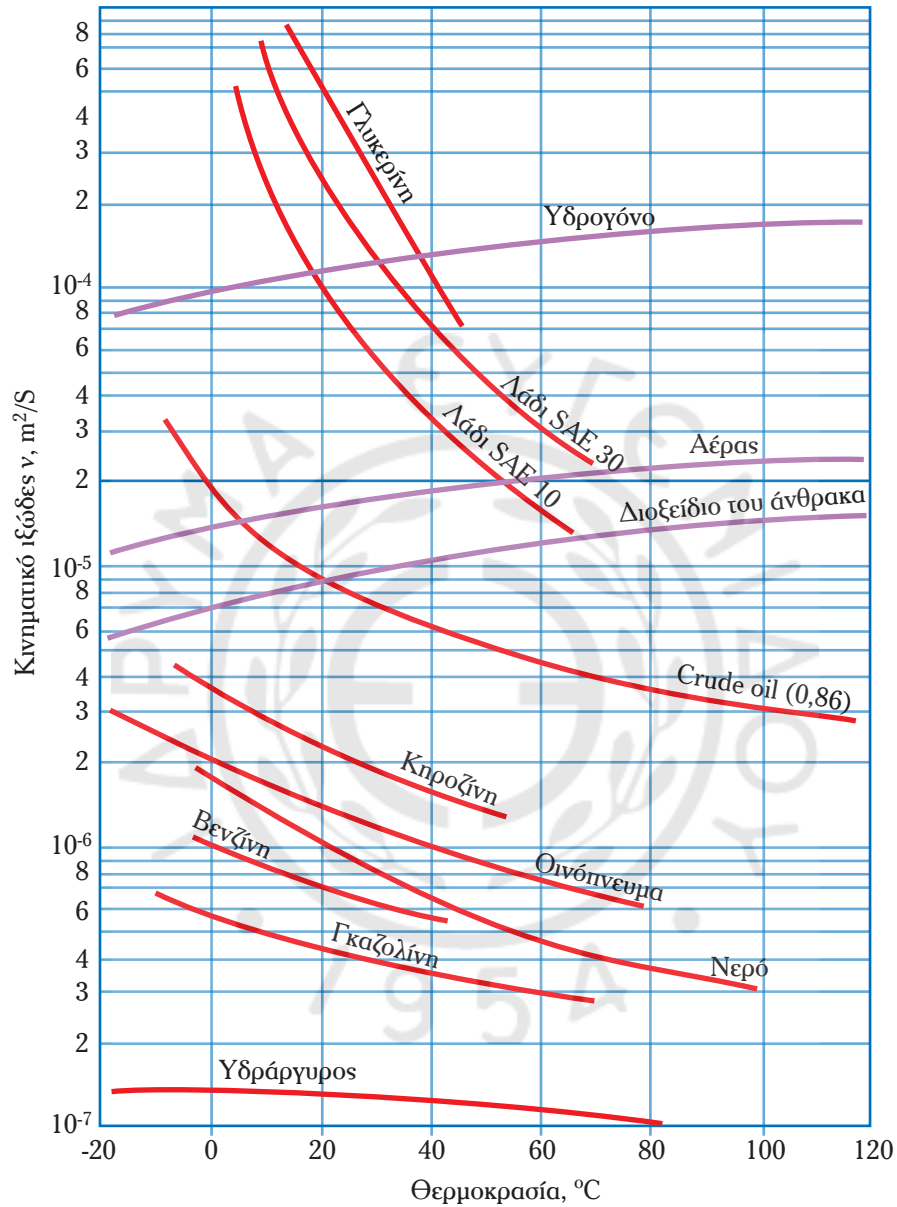
Πίνακας 1.2.12
Ιξώδες νερού (σε 1 atm) από 0°C ως 100°C.





Σχ. 1.2κστ.

Δυναμικό ιξώδες ορισμένων ρευστών σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία ($p = 101,3 \text{ KPa}$).



Σχ. 1.2κζ.

Κινηματικό ιξώδες ορισμένων ρευστών σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία ($p=101,3 \text{ KPa}$).

θερμοκρασία 20° C είναι $1,81 \cdot 10^{-5}$ Kg/ms, αφού στους 100° C γίνεται $2,18 \cdot 10^{-5}$ Kg/ms.

Για τις σχετικά χαμηλές πιέσεις που συναντάμε στις περισσότερες τεχνικές εφαρμογές, υπάρχουν εμπειρικοί τύποι υπολογισμού του ιξώδους σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία.

Για τα **υγρά** έχει προταθεί η σχέση:

$$\ln \frac{\mu}{\mu_0} \approx a + b \left(\frac{T_0}{T} \right) + c \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 \quad (1.20)$$

Για το **νερό**, αν $T_0 = 273^\circ \text{K}$, $\mu_0 = 1,792 \cdot 10^{-3}$ Kg/ms και οι προτεινόμενες τιμές των συντελεστών: $a = -1,94$ $b = -4,8$ και $c = 6,74$.

Για τα **αέρια** αντίστοιχα (σχέση του Sutherland):

$$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \left(\frac{T_0 + S}{T + S} \right) \quad (1.21)$$

Για τον **αέρα**, $S = 110,4 \text{ K}$.

Για το Μηχανικό, πολύ πρακτικά για τον υπολογισμό του ιξώδους διαφόρων ρευστών σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία είναι και τα σχετικά διαγράμματα μεταβολής του ιξώδους με τη θερμοκρασία (σχ. 1.2κστ και 1.2κζ).

γ) Μη νευτώνεια ρευστά.

Υπάρχουν ρευστά τα οποία δεν ακολουθούν τη σχέση ιξώδους του Newton (1.18), δηλαδή τα μεγέθη τ (διατμητική τάση) και dv/dy (διαφορική κλίση ταχύτητας) δεν είναι ανάλογα. Τα ρευστά αυτά καλούνται **μη νευτώνεια**. Ως παραδείγματα μπορούμε να αναφέρουμε τα διάφορα γαλακτώματα, τα ελαστομερή, αρκετά λιπαντικά κ.ά.

Τα μη νευτώνεια ρευστά παρουσιάζουν μεταβαλλόμενη αντίσταση (εσωτερική τριβή) στη ροή. Η εξίσωση (1.18) γίνεται αποδεκτή, αλλά το (φαινόμενο) ιξώδες δεν είναι σταθερό. Ανάλογα με τη μεταβολή του, διακρίνουμε τις εξής κατηγορίες μη νευτωνείων ρευστών (σχ 1.2κη):

- **Ψευδοπλαστικά:** Το ιξώδες μειώνεται με την αύξηση της διατμητικής τάσεως.
- **Διασταλτικά:** Το ιξώδες αυξάνεται με την αύξηση της διατμητικής τάσεως.
- **Πλαστικά:** Για να ξεκινήσει η ροή πρέπει να ασκηθεί κάποια ελάχιστη διατμητική τάση.
- **Ιδανικά πλαστικά:** Είναι τα πλαστικά τα οποία μετά την επιβολή της ελάχιστης τάσεως, διατηρούν σταθερό ιξώδες.

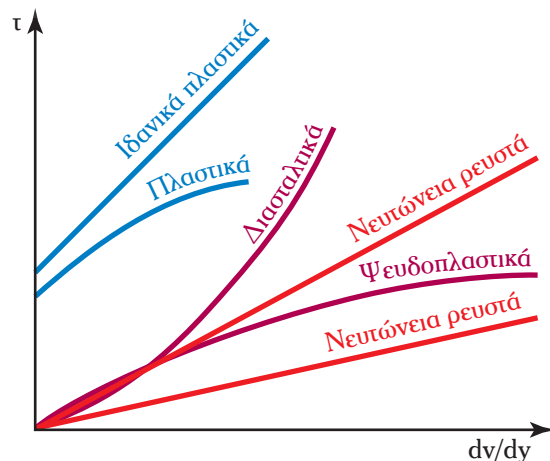
Τέλος, υπάρχουν και δύο άλλες κατηγορίες ρευστών, τα οποία μεταβάλλουν το ιξώδες τους σε συνάρτηση με το χρόνο (αν και η διατμητική τάση παραμένει σταθερή):

- Τα **ρεοπικτικά** (αύξηση του ιξώδους με το χρόνο) και
- τα **θιξοτροπικά** (μείωση του ιξώδους με το χρόνο).

Τα μη νευτώνεια ρευστά εξετάζονται από εξειδικευμένο τμήμα της Ρευστομηχανικής, τη **ρεολογία**.

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με τα νευτώνεια ρευστά.

Το ιξώδες των ρευστών το μετράμε με ειδικά όρ-



Σχ. 1.2κη.
Μη νευτώνεια ρευστά.

γανα καλούμενα **ιξωδόμετρα**. Αυτά βασίζονται στο γεγονός πως ένα στερεό θα κινηθεί (υπό τις ίδιες συνθήκες) πιο αργά σε ρευστό με μεγαλύτερο ιξώδες (αλλά και το ρευστό μεγαλύτερου ιξώδους επί στερεάς επιφάνειας θα κινηθεί πιο αργά, όπως είδαμε στο παράδειγμα με τις σταγόνες). Η αρχή λειτουργίας τους παρουσιάζεται στο σχήμα 1.2κθ.

Το ιξώδες είναι η σημαντικότερη ιδιότητα των ρευστών, που βρίσκονται σε κίνηση. Αναλυτική παρουσίαση και εξέτασή του θα γίνει στο τρίτο κεφάλαιο (Κινηματική των Ρευστών).

1.2.8 Στοιχειώδης όγκος ρευστού.

Όπως αναφέρθηκε, τα μόρια των ρευστών βρίσκονται διασκορπισμένα στο χώρο που αυτά καταλαμβάνουν. Τα μόρια δεν τακτοποιούνται σε ένα σταθερό πλέγμα (όπως στα στερεά) αλλά κινούνται ελεύθερα, συγκρουόμενα μεταξύ τους και με τα τοιχώματα που προσδιορίζουν τον όγκο τους (άτακτη μοριακή κίνηση). Η μέση απόσταση μεταξύ των μορίων των υγρών είναι πολύ μικρότερη από την αντίστοιχη των αερίων (σ' αυτήν τη διαφορά οφείλεται η μεγάλη πυκνότητα των υγρών σε σχέση με τα αέρια). Και στα υγρά όμως, η μέση μοριακή απόσταση είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με τη διάμετρο των μορίων.

Λαμβάνοντας υπόψη την κινητική συμπεριφορά των μορίων ενός ρευστού, η πυκνότητά του, δηλαδή η μάζα του ανά μονάδα όγκου, φαίνεται να μην έχει ακριβή έννοια, αφού τα μόρια που καταλαμβάνουν έναν όγκο (που τον επιλέξαμε ως μονάδα) αλλάζουν συνεχώς. Αυτή η επίδραση όμως γίνεται ασήμαντη εάν ο όγκος είναι επαρκώς μεγάλος σε σχέση με τη μέση απόσταση των μορίων. Τότε ο αριθμός των μορίων που κάθε χρονική στιγμή βρίσκονται μέσα στον όγκο θα παραμένει σχεδόν σταθερός (άρα και η μάζα), παρά τη συνεχή ανταλλαγή μορίων μεταξύ επιλεγμένου όγκου και περιβάλλοντος. Εξετάζοντας **στοιχειώδη όγκο** ρευστού δV η πυκνότητα ισούται με:

$$\rho = \delta m / \delta V$$

όπου: δm η μάζα των μορίων που βρίσκονται στον όγκο δV (αν δN ο αριθμός των μορίων και m_{μ} η μάζα του μορίου, τότε: $\delta m = \delta N \cdot m_{\mu}$).

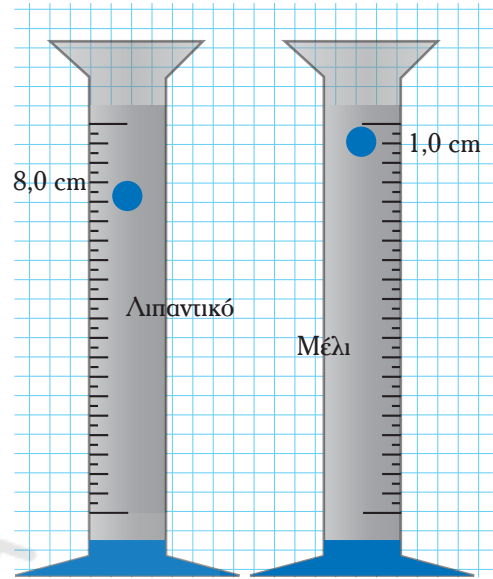
Στατιστικά, η κατανομή των μορίων είναι ομαλή, επομένως αν στο στοιχειώδη όγκο υπάρχει πολύ μεγάλος αριθμός μορίων, οι ανταλλαγές με το περιβάλλον δεν θα τον επηρεάσουν, άρα η πυκνότητα θα έχει συγκεκριμένη τιμή. Στο σχήμα 1.2λ(α) παρατηρούμε πως υπάρχει μια ελάχιστη τιμή του όγκου, για την οποία σταθεροποιείται ο λόγος $\delta m / \delta V$. Ο ελάχιστος στοιχειώδης όγκος έχει τιμή $\delta V_0 = 10^{-9} \text{ mm}^3$. Σε αυτό τον όγκο περιέχονται περίπου $3,3 \cdot 10^{10}$ μόρια νερού ή $2,7 \cdot 10^7$ μόρια αέρα (σε κανονικές συνθήκες).

Εάν ο επιλεγμένος όγκος είναι υπερβολικά μεγάλος, θα μπορούσε να υπάρξει μια αξιοπρόσεκτη αλλαγή στην πυκνότητα των μορίων λόγω της επιδράσεως παραμέτρων όπως η θερμοκρασία (αύξησή της οδηγεί σε αύξηση της μέσης αποστάσεως των μορίων – διαστολή) και η πίεση (για τα αέρια) [σχ. 1.2λ(β)].

Από τα παραπάνω, προκύπτει ακριβέστερος ορισμός της πυκνότητας:

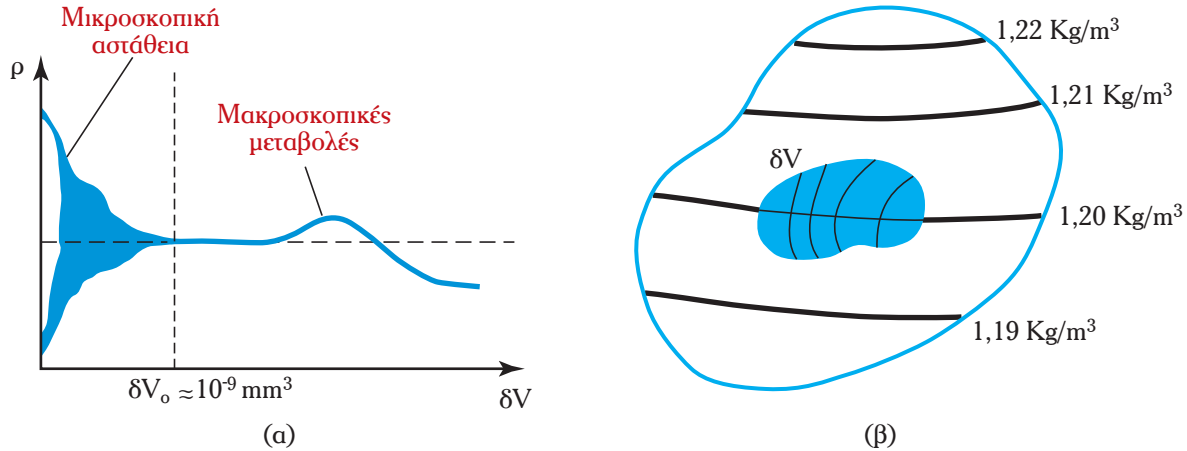
$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V_0} \frac{\delta m}{\delta V}$$

Η έννοια του στοιχειώδους όγκου είναι εξίσου χρήσιμη για τον ακριβή προσδιορισμό της θερμοκρασίας T (η οποία είναι συνάρτηση της μέσης ταχύτητας των μορίων), της πίεσεως, και των άλλων ιδιοτήτων



Σχ. 1.2κθ.

Αρχή λειτουργίας ιξωδομέτρων.



Σχ. 1.2λ.

α) Στοιχειώδης όγκος και β) συνέχεια ρευστού.

των ρευστών. Μπορούμε να πούμε πως όπως τα μόρια είναι φορείς των χημικών ιδιοτήτων του σώματος, έτσι και ο (στατιστικά προσδιορισμένος) στοιχειώδης όγκος είναι φορέας των θερμοδυναμικών ιδιοτήτων του ρευστού.

Αν και **τα ρευστά σε μοριακό επίπεδο είναι ασυνεχή** (αφού μεταξύ των μορίων τους υπάρχει κενό), **όταν τα εξετάζουμε αξιοποιώντας την έννοια του στοιχειώδους όγκου, θεωρούνται συνεχή μέσα**. Όπως βλέπουμε στο σχήμα 1.2λ(β), η μεταβολή της πυκνότητας (αντίστοιχα και των υπολοίπων ιδιοτήτων των ρευστών) είναι συνεχής.

1.3 Μονάδες.

Η ανάγκη μετρήσεως φυσικών μεγεθών εμφανίστηκε από τα πρώτα βήματα της ανθρωπότητας. Όλοι οι μεγάλοι πολιτισμοί ανέπτυξαν και τα μετρητικά τους συστήματα που βασίζονταν σε εμπειρικές μονάδες μετρήσεως. Στην πορεία αναπτύξεως του εμπορίου, των φυσικών επιστημών και των τεχνικών εφαρμογών, η ασυμβατότητα και η έλλειψη συνέπειας που συνεπαγόταν η χρήση των εμπειρικών μονάδων, αποτελούσε σημαντικό πρόβλημα. Για την επίλυσή του αναπτύχθηκαν τα **Συστήματα Μονάδων**, σε μια προσπάθεια να υπάρξει τάξη και επιστημονική συνέπεια. Πολλές από τις παλαιότερες εμπειρικές μονάδες εντάχθηκαν στα συστήματα, άλλες ατόνησαν και σταμάτησαν να χρησιμοποιούνται, ενώ άλλες έδειξαν αξιοσημείωτη αντοχή και σε ορισμένες περιπτώσεις συναντώνται ακόμα και σήμερα.

Ένα σύστημα μονάδων επιλέγει κάποια φυσικά μεγέθη ως θεμελιώδη, αφού όλα τα υπόλοιπα προκύπτουν ως παράγωγα με την εφαρμογή των νόμων της φυσικής. Πρώτο αναπτύχθηκε το Βρετανικό Αυτοκρατορικό Σύστημα (με ρίζες στις ρωμαϊκές μονάδες μετρήσεως), το οποίο εξελίχθηκε στο **Αγγλοσαξωνικό Τεχνικό (English Engineering – EE)** και το **Αγγλοσαξωνικό Μετρικό Σύστημα**. Στην ηπειρωτική Ευρώπη και πιο συγκεκριμένα στη Γαλλία αναπτύχθηκε το **Μετρικό Σύστημα** (1799), το οποίο χρησιμοποιώντας το δεκαδικό σύστημα υποδιαιρέσεων και πολλαπλασίων απλοποιούσε τις μετρητικές και υπολογιστικές διαδικασίες. Παράλληλα αναπτύχθηκαν το **Απόλυτο Σύστημα** ή **CGS** (από τα αρχικά των μονάδων που χρησιμοποιούσε ως θεμελιώδεις: cm, gr, sec) και το **Τεχνικό Σύστημα**. Σταδιακά όμως επικράτησε το Μετρικό Σύστημα, γνωστό αρχικά ως **MKS** και στη συνέχεια **MKSA** (από τα αρχικά των θεμελιωδών του μονάδων: m, Kg, s, A), το οποίο μέχρι το 1900 το είχαν αποδεχθεί επίσημα 35 χώρες. Συνέχισε να εξελίσσεται με διεθνείς αποφάσεις που λαμβάνονταν και λαμβάνονται από τη Γενική Συνδιάσκεψη Μέτρων και Σταθμών (General Conference Weights and Measures – CGPM) και το 1960 αποφασίστηκε η μετονομασία του σε **SI (Système International d'Unités ή International System of Units, στα Αγγλικά)**.

Το Διεθνές Σύστημα Μονάδων έχει καθιερωθεί πλέον σε παγκόσμια κλίμακα και συνεχίζει να εξε-

λίσσεται. Τα διεθνή του όργανα παρακολουθούν τις επιστημονικές εξελίξεις και αντιμετωπίζουν πιθανές ανάγκες για τον καθορισμό νέων και ακριβεστέρων μονάδων.

Το Διεθνές Σύστημα βασίζεται στις παρακάτω αρχές:

α) Υπάρχουν οι **βασικές** (ή **θεμελιώδεις**) και οι **παράγωγες μονάδες**. Οι βασικές μονάδες είναι επτά και καλύπτουν όλο το εύρος της επιστημονικής και τεχνικής δραστηριότητας. Όλες οι υπόλοιπες μονάδες προκύπτουν από αυτές, με την εφαρμογή των φυσικών νόμων και

β) υπάρχει ένα σύνολο πολλαπλασιαστών (θετικών και αρνητικών δυνάμεων του 10) που αντιστοιχούν σε **προθέματα** στις μονάδες. Έτσι, καλύπτεται από τη μια το τεράστιο εύρος μεγεθών που συναντάμε στους διάφορους επιστημονικούς τομείς, και από την άλλη αντιμετωπίζονται προβλήματα που δημιουργούνται από το μέγεθος ορισμένων μονάδων. Για παράδειγμα, στη Μηχανική των Ρευστών η (παράγωγη) μονάδα πίεσεως (Pa) προκύπτει πολύ μικρή και είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται το πολλαπλάσιό της (kPa). Αντίστοιχο είναι το πρόβλημα με τις μονάδες ενέργειας και ισχύος.

Στους Πίνακες 1.3.1 και 1.3.2 παρουσιάζονται οι θεμελιώδεις μονάδες μαζί με το διεθνή συμβολισμό τους, καθώς και τα προθέματα του SI.

Πίνακας 1.3.1
Θεμελιώδεις μονάδες του SI.

Μέγεθος	Μονάδα μετρήσεως	
	Όνομα	Σύμβολο
Μήκος	Μέτρο (meter)	m
Μάζα	Χιλιόγραμμα (Kilogram)	kg
Χρόνος	Δευτερόλεπτο (second)	s
Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	Αμπέρ (Ampere)	A
Θερμοκρασία	Κέλβιν (Kelvin)	K
Ποσότητα ουσίας	Μολ (mole)	mol
Ένταση φωτεινής ακτινοβολίας	Καντέλα (candela)	cd

Πίνακας 1.3.2
Προθέματα του SI.

Πολλαπλάσια			Υποπολλαπλάσια		
deca	da	10^1	deci	d	10^{-1}
hecto	h	10^2	centi	c	10^{-2}
kilo	k	10^3	milli	m	10^{-3}
mega	M	10^6	micro	μ	10^{-6}
giga	G	10^9	nano	n	10^{-9}
tera	T	10^{12}	pico	p	10^{-12}
peta	P	10^{15}	femto	f	10^{-15}
exa	E	10^{18}	atto	a	10^{-18}
zetta	Z	10^{21}	zepto	z	10^{-21}
yotta	Y	10^{24}	yocto	y	10^{-24}

Πρέπει να σημειώσουμε πως παράλληλα με το επιστημονικά καθολικά πλέον αποδεκτό Διεθνές Σύστημα μονάδων, σχετικά αυτοτελείς τομείς επιστημονικών και παραγωγικών δραστηριοτήτων (π.χ. τεχνολογία καυσίμων και λιπαντικών, διεθνείς μεταφορές) έχουν αναπτύξει και ειδικές μονάδες για ορισμένα φυσικά μεγέθη.

Στην παρούσα ανάπτυξη θα χρησιμοποιήσουμε αποκλειστικά τις μονάδες του Διεθνούς Συστήματος (SI). Επειδή όμως συνεχίζουν να χρησιμοποιούνται και άλλες μονάδες, θα πρέπει να είμαστε σε θέση να τις μετατρέπομε σε μονάδες του SI. Οι Πίνακες 1.3.3 και 1.3.4 επιτρέπουν μια τέτοια μετατροπή.

Παράδειγμα 9

Να μετατραπούν σε απλές μονάδες του SI τα ακόλουθα μεγέθη: $4,5 \text{ cm}^3$, $500 \mu\text{s}^{-1}$, 1017 mbar , $1,2 \text{ g/cm}^3$, 100 Km/h .

Λύση:

$$4,5 \text{ cm}^3 = 4,5 (\text{cm})^3 = 4,5 (10^{-2} \text{ m})^3 = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$500 \mu\text{s}^{-1} = 500 (\mu\text{s})^{-1} = 5 \cdot 10^2 \cdot (10^{-6} \text{ s})^{-1} = 5 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$$

$$1017 \text{ mbar} = 1017 \cdot (10^{-3} \text{ bar}) = 1,017 \text{ bar} = 1,017 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$1,2 \text{ g/cm}^3 = 1,2 \cdot (10^{-3} \text{ Kg}) / (10^{-6} \text{ m}^3) = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$$

$$100 \text{ Km/h} = 100 \cdot (10^3 \text{ m}) / (3600 \text{ s}) = 100/3,6 \text{ m/s} = 27,78 \text{ m/s}$$

(οι δύο τελευταίες μετατροπές γίνονται και άμεσα με χρήση των πολλαπλασιαστών των πινάκων).

Παράδειγμα 10

Ένα σώμα ζυγίζει 1000 lbf .

α) Πόση είναι η μάζα του σε Kg;

β) Πόσα N θα ζύγιζε στην επιφάνεια της σελήνης αν $g_{\text{moon}}/g_{\text{earth}} = 1/6$;

Λύση:

$$\text{α) } B = 1000 \text{ lbf} = 1000 (47,88 \text{ N}) = 47880 \text{ N}$$

$$g_{\text{earth}} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$B = m \cdot g \Rightarrow m = B/g \Rightarrow m = 4880,73 \text{ Kg}$$

$$\text{β) } \text{Η μάζα παραμένει σταθερή: } m = B_{\text{earth}}/g_{\text{earth}} = B_{\text{moon}}/g_{\text{moon}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{\text{moon}} = B_{\text{earth}} \cdot g_{\text{moon}}/g_{\text{earth}} = B_{\text{earth}}/6 \Rightarrow B_{\text{moon}} = 7980 \text{ N}$$

Παράδειγμα 11

Σε πίνακα παλαιού εγχειριδίου συναντάμε τις εξής ιδιότητες ενός αερίου:

$$c_v = 4293 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{°R}) \text{ και } c_p = 6010 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{°R}).$$

Να υπολογισθούν οι ειδικές θερμότητες του αερίου σε μονάδες του SI.

Λύση:

$$c_v = 4293 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{°R}) = 4293 \cdot (0,3048 \text{ m})^2/(\text{s}^2 \cdot 5/9 \text{ °K}) = 718 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{°K})$$

$$c_p = 6010 \text{ ft}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{°R}) = 6010 \cdot (0,3048 \text{ m})^2/(\text{s}^2 \cdot 5/9 \text{ °K}) = 1005 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{°K})$$

Σημείωση: Από τον ορισμό της ειδικής θερμότητας (παράγρ. 1.2.5) προκύπτει πως οι °R αναφέρονται σε διαφορά θερμοκρασίας, άρα $\text{°R} = 5/9 \text{ °K}$ (βλ. υποσημείωση Πίν. 1.3.3).

Παράδειγμα 12

Να υπολογισθεί η πυκνότητα του αέρα σε Kg/m^3 αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι 2116 lbf/ft^2 και η θερμοκρασία 60°F .

Πίνακας 1.3.3
Μετατροπές μονάδων άλλων συστημάτων στο SI.

Μέγεθος	Σύμβολο	S.I.	M.T.Σ.	→ si	CGS	→ si	A.A.Σ.	→si	A.T.Σ	→si
Διάστημα	L	m	m	1	cm	10^{-2}	ft (foot)	0,3048	ft	0,3048
Μάζα	m	kg	hyl	9,81	gr	10^{-3}	lb	0,4536	slug	14,59
Χρόνος	t	s	s	1	s	1	s	1	s	1
Θερμοκρασία	T	K	C, K	(*)	grad	1	F, R	(*)	F, R	(*)
Εμβαδόν	A	m ²	m ²	1	cm ²	10^{-4}	ft ²	0,0929	ft ²	0,0929
Όγκος	V	m ³	m ³	1	cm ³	10^{-6}	ft ³	0,0283	ft ³	0,0283
Παροχή όγκου	Q	m ³ /s	m ³ /s	1	cm ³ /s	10^{-6}	ft ³ /s	0,0283	ft ³ /s	0,0283
Ταχύτητα	v	m/s	m/s	1	cm/s	10^{-2}	ft/s	0,3048	ft/s	0,3048
Επιτάχυνση	a	m/s ²	m/s ²	1	cm/s ²	10^{-2}	ft/s ²	0,3048	ft/s ²	0,3048
Δύναμη	F	N	kgf	9,81	dyn	10^{-5}	Pdl	0,1383	lbf	4,448
Πίεση	p	Pa	kgf/m ²	9,81	dyn/cm ²	10^{-1}	pdl/ft ²	1,488	lbf/ft ²	47,88
Ενέργεια	E	J	Kgf·m	9,81	erg	10^{-7}	ft·pdl	0,04214	ft · lbf	1,356
Ισχύς	P	W	Kgf·m/s	9,81	erg/s	10^{-7}	ft·pdl/s	0,04214	ft · lbf/s	1,356
Ορμή	J	Kg·m/s	kgf·s	9,81	gr·cm/s	10^{-5}	lb·ft/s	0,1383	lbf · s	4,448
Πυκνότητα	ρ	kg/m ³	hyl/m ³	9,81	gr/cm ³	10^3	lb/ft ³	16,02	slug/ft ³	515,4
Ειδικό Βάρος	γ	N/m ³	kgf/m ³	9,81	dyn/cm ³	10	pdl/ft ³	4,88	lbf/ft ³	157,1
Ιξώδες	μ	N·s/m	kgf·s/m ²	9,81	poise	10^{-1}	pdl·s/ft ²	1,488	lbf·s/ft ²	47,88
Κινημ. Ιξώδες	ν	m ² /s	m ² /s	1	stokes	10^{-4}	ft ² /s	0,0929	ft ² /s	0,0929

Θερμοκρασία T K () T_K = 273+T_C, T_C = 5/9(T_F-32), T_K = 273+5/9(T_F-32), ΔT_K = ΔT_C, ΔT_K = 5/9 ΔT_R

Πίνακας 1.3.4
Μετατροπή διαφόρων μονάδων σε μονάδες του SI.

Μέγεθος	Σύμβολο	S.I.	Διάφορες μονάδες
Διάστημα	L	m	in (0,0254), mile (1609), Naut Mile (1852), Yard (0,914), Έτος φωτός ($9,46 \cdot 10^{15}$)
Μάζα	m	kg	ounce-oz (0,02835), quarter (12,7), short ton (907,185), tonne (10^3)
Χρόνος	t	s	min (60), h (3600)
Εμβαδόν	A	m ²	in ² ($6,452 \cdot 10^{-4}$), Sq. mile ($2,59 \cdot 10^6$), Εκτάριο ha (10^4), Στρέμμα (10^3), Sq. yard (0,8361)
Όγκος	V	m ³	in ³ ($1,639 \cdot 10^{-5}$), gallon US ($3,785 \cdot 10^{-3}$), quart US ($9,4635 \cdot 10^{-4}$), Barrels Oil (0,159), L (10^{-3})
Παροχή όγκου	Q	m ³ /s	m ³ /h (1/3600), ft ³ /min ($4,719 \cdot 10^{-4}$), gpm ($6,309 \cdot 10^{-5}$), Arce-ft per day (0,0143)
Ταχύτητα	v	m/s	km/h (0,2778), miles/h- MPH (0,447), knot (0,5144), mach (341,39)
Επιτάχυνση	a	m/s ²	g (9,806)
Δύναμη	F	N	ton f (9806), ton f US (8896), ounce-force-ozf (0,278), poundal (0,1383)
Πίεση	p	Pa	Torr=mm Hg (133,3), mm H ₂ O (9,807), Atm ($1,01325 \cdot 10^5$), at ($9,806 \cdot 10^4$), psi (6895), bar (10^5)
Ενέργεια	E	J	cal (4,184), BTU (1055), eV ($1,6 \cdot 10^{-19}$), Wh (3600), KWh ($3,6 \cdot 10^6$)
Ισχύς	P	W	PS (735,5), HP (745,7), kcal/h (1,162), Btu/h (0,2931), horsepower (boiler) (9810)
Ορμή	J	Kg·m/s	
Πυκνότητα	ρ	kg/m ³	oz/in ³ (1730), oz/gal (6,236), oz/gal US (7,489), °Baumé [0,147/(147±B)]
Ειδικό βάρος	γ	N/m ³	
Ιξώδες	μ	N·s/m ²	°E (Engler), RI (Redwood), SUS κλίμακα SAE, κλίμακα ISO (πίνακες)
Κινημ. ιξώδες	ν	m ² /s	

Λύση:

$$p = 2116 \text{ lbf/ft}^2 = 2116 \cdot (47,88 \text{ Pa}) = 101.314 \text{ Pa}$$

$$C = 5/9(F - 32) = 15,56 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 288,7^\circ\text{K}$$

$$\rho = \frac{m_r}{R_w} \cdot \frac{p}{T} \quad (1.5) \Rightarrow \rho = 1,224 \text{ Kg/m}^3$$

$$(R_w = 8,314 \text{ J/mole} \cdot \text{K}, m_r = 29)$$

Παράδειγμα 13

Να υπολογισθεί η πυκνότητα του υδρατμού σε πίεση 100 lbf/in^2 και θερμοκρασία 400°F α) με χρήση των νόμων των αερίων και β) από τους πίνακες ατμού (ASME) της θερμοδυναμικής.

Λύση:

$$p = 100 \text{ lbf/in}^2 = 100 (4,448 \text{ N}) / (0,0254 \text{ m})^2 = 689441 \text{ Pa} = 6,89 \text{ bar}$$

$$T = 273 + 5/9(F - 32) = 477,4^\circ\text{K}$$

$$\rho = \frac{m_r}{R} \cdot \frac{p}{T} \quad (1.5) \Rightarrow \rho = 3,127 \text{ Kg/m}^3$$

Από τους πίνακες του υδρατμού για πίεση $6,89 \text{ bar}$ και θερμοκρασία $477,4^\circ\text{K}$ παίρνουμε: $u = 0,3084 \text{ m}^3/\text{Kg} \Rightarrow \rho = 3,244 \text{ Kg/m}^3$

Αυτή είναι η σωστή τιμή, αφού όπως είπαμε, οι νόμοι των αερίων δεν ισχύουν για τους ατμούς. (Στο παράδειγμα η απόκλιση είναι $3,6\%$).

Παρατηρήσεις για τη χρήση πινάκων μετατροπής μονάδων.

α) $X \rightarrow SI$: Η μετατροπή από μία μονάδα X (εκτός SI) σε αντίστοιχη του SI γίνεται με πολλαπλασιασμό επί τον αναγραφόμενο συντελεστή.

β) $SI \rightarrow \Psi$: Η μετατροπή από μία μονάδα του SI σε αντίστοιχη μονάδα Ψ γίνεται με διαίρεση διά του αναγραφόμενου συντελεστή.

γ) $X \rightarrow \Psi$: Η μετατροπή από μονάδα X σε αντίστοιχη μονάδα Ψ γίνεται με διαδοχικό πολλαπλασιασμό επί το συντελεστή που αναγράφεται δίπλα στο X ($X \rightarrow SI$) και στη συνέχεια με διαίρεση διά του συντελεστή που βρίσκεται δίπλα στο Ψ ($SI \rightarrow \Psi$).

δ) Στις «Διάφορες Μονάδες» οι συντελεστές αναγράφονται σε παρένθεση.

ε) Τις μονάδες L (όγκος) και bar (πίεση) τις αποδέχεται το SI. Αλλά δεν συνίσταται η χρήση τους κατά την αντικατάσταση σε εξισώσεις.

στ) Στη μονάδα του χρόνου (second), χρησιμοποιούνται τα δεκαδικά προθέματα υποπολλαπλασιασμού του Πίνακα 1.3.2 (π.χ. $1 \text{ ms} = 10^{-3} \text{ s}$), αλλά όχι τα αντίστοιχα προθέματα πολλαπλασιασμού. Αντί αυτών, για μεγάλα χρονικά διαστήματα χρησιμοποιούνται το min ($=60 \text{ s}$), h ($=3600 \text{ s}$) κ.λπ..

ζ) Για τη μετατροπή της θερμοκρασίας δεν χρησιμοποιούμε πολλαπλασιαστές, αλλά τύπους. Για τη μετατροπή της διαφοράς θερμοκρασίας έχουμε πολλαπλασιαστές. Π.χ:

$$\text{Αν } T = 60^\circ\text{F} \Rightarrow T_K = 273 + 5/9 (T_F - 32) = 288,6^\circ\text{K}.$$

$$\text{Αν } \Delta T = 60^\circ\text{F} \Rightarrow \Delta T_K = (5/9) \cdot \Delta T_F = 33,3^\circ\text{K}.$$

η) Υπάρχουν και κάποιες εμπειρικές μονάδες ($^\circ\text{Baumé}$, Engler, SAE, ISO κ.ά.) που οι τιμές τους αντιστοιχούν σε ένα εύρος τιμών των αντιστοίχων μονάδων του SI. Γι' αυτές είναι καλύτερα να συμβουλευόμαστε ειδικούς πίνακες. Ειδικά για το ιξώδες τέτοιοι πίνακες υπάρχουν στο Παράρτημα (Πίνακες 3 και 4).

1.4 Ασκήσεις.

1. Νερό μεταφέρεται μέσω σωλήνα από σίδηρο εσωτερικής διαμέτρου 2 in και μήκους 150 m. Αν η θερμοκρασία του νερού μεταβληθεί από τους 10°C στους 70°C, ποιες θα είναι οι αλλαγές στις διαστάσεις του σωλήνα;

$$[\Delta L = 0,108 \text{ m}, \Delta d = 0,000037 \text{ m}]$$

2. Να υπολογισθεί ο όγκος κυλινδρικής δεξαμενής από σίδηρο στους 20°C αν η διάμετρος είναι 4 m και το ύψος 3 m. Αν η θερμοκρασία αυξηθεί στους 80°C, ποια θα είναι η αύξηση του όγκου της δεξαμενής;

$$[V = 37,7 \text{ m}^3, \Delta V = 0,081 \text{ m}^3 \text{ ή } 0,21\%]$$

3. 750 mL υγρού έχει καθαρό βάρος 7 N. Να υπολογισθεί η πυκνότητά του.

$$[\rho = 951,7 \text{ Kg/m}^3]$$

4. Κυλινδρική δεξαμενή διαμέτρου 2 m, περιέχει νερό μέχρι ύψους 0,8 m και πάνω από αυτό στρώμα λαδιού πυκνότητας 910 Kg/m³ ύψους 0,5 m. Να υπολογισθεί το βάρος του περιεχόμενου της δεξαμενής.

$$[W = 38666 \text{ N}]$$

5. Να υπολογισθεί ο όγκος 500 Kg λαδιού σχετικής πυκνότητας 0,925.

$$[V = 0,541 \text{ m}^3]$$

6. Να υπολογισθεί η σχετική πυκνότητα του μεθανίου ($m_r = 16$) ευρισκόμενου σε 20°C και ατμοσφαιρική πίεση, ως προς τον αέρα.

$$[\rho_{ox} = 0,552]$$

7. Μείγμα μεθανίου ($m_r = 16$) και αιθυλενίου ($m_r = 28$) έχει σχετική πυκνότητα 0,935. Να υπολογισθεί η κατ' όγκο αναλογία του μείγματος.

$$[7,37\% \text{ CH}_4, 92,63\% \text{ C}_2\text{H}_4]$$

8. Να υπολογισθεί η πυκνότητα και ο όγκος του μείγματος που προκύπτει από την ανάμειξη 5 l οινοπνεύματος με 10 l νερού.

$$[\rho = 950,3 \text{ Kg/m}^3, V = 14,67 \text{ m}^3]$$

9. Μείγμα νερού και οινοπνεύματος έχει πυκνότητα 950 Kg/m³ σε 20°C. Να υπολογισθεί η αναλογία κατά μάζα αν θεωρηθεί πως ο όγκος του μείγματος είναι ίσος με το άθροισμα των όγκων των δύο συστατικών.

$$[m_o/m_v = 0,314]$$

10. 100 cm³ νερού αναμειγνύονται με ίσο όγκο οινοπνεύματος (σε 20°C). Να υπολογισθεί η πυκνότητα του μείγματος και η σχετική μείωση του όγκου κατά την ανάμειξη.

$$[\rho = 923,3 \text{ Kg/m}^3, \Delta V/V_{\text{αρχ}} = 3,1\%]$$

11. Διάλυμα χλωριούχου νατρίου (NaCl) έχει πυκνότητα 1045 Kg/m³ μετρημένη σε 25°C. Να υπολογισθεί η περιεκτικότητα και η μάζα του NaCl που περιέχεται σε 0,1 m³ διαλύματος.

$$[6,74\% \text{ w/v}, 33,68 \text{ Kg}]$$

12. Να υπολογισθεί η μείωση του όγκου και η πυκνότητα 10 m^3 νερού θερμοκρασίας 30°C , αν η πίεσή του αυξηθεί από 1 σε 50 bar.

$$[\Delta V = 2,35 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3, 993,3 \text{ Kg/m}^3]$$

13. Είκοσι τόνοι πετρελαίου πυκνότητας 850 Kg/m^3 (μετρημένους στους 20°C) βρίσκεται σε κυλινδρική δεξαμενή και ανέρχονται σε ύψος 3 m. α) Να υπολογισθεί η ακτίνα βάσεως της δεξαμενής. β) Αν η θερμοκρασία αυξηθεί από τους 20°C στους 40°C , πόσο θα ανέλθει η στάθμη του πετρελαίου; ($\beta = 9 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$)

$$[\alpha) y = 1,58 \text{ m}, \beta) \Delta y = 0,054 \text{ m}]$$

14. Δεξαμενή τετραγωνικής βάσεως, πλευράς 2 m και ύψους 3 m έχει πληρωθεί με νερό 20°C . Να υπολογισθεί η μάζα υπερχειλίσεως αν η θερμοκρασία αυξηθεί στους 50°C . (Θεωρήστε αμελητέα τη διαστολή της δεξαμενής και την εξάτμιση).

$$[m_{\text{υπερχ}} = 74 \text{ Kg}]$$

15. Αν στο προηγούμενο πρόβλημα λάβομε υπόψη και τη διαστολή της δεξαμενής ($\beta = 36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$), πόση ποσότητα θα υπερχειλίσει;

$$[m_{\text{υπερχ}} = 61,1 \text{ Kg}]$$

16. Να υπολογισθεί η πυκνότητα νερού 100 MPa και 20°C .

$$[\rho = 950,3 \text{ Kg/m}^3]$$

17. Μια κυλινδρική φιάλη διαμέτρου 5 in και ύψους 6 in, ζυγίζει 14 oz όταν είναι άδεια. Αν τη γεμίσουμε με υγρό ζυγίζει 70 oz. Υπολογίστε την πυκνότητα του υγρού σε μονάδες SI.

$$[\rho = 822,35 \text{ Kg/m}^3]$$

18. Κύλινδρος περιέχει 2 kg αέρα σε θερμοκρασία 50°C και πίεση 3 bar. Ο αέρας συμπιέζεται ισόθερμα, ώστε η πίεσή του να φτάσει τα 8 bar. Να υπολογισθεί η αρχική και τελική πυκνότητα.

$$[\rho_1 = 3,24 \text{ Kg/m}^3, \rho_2 = 8,63 \text{ Kg/m}^3]$$

19. Για τον υπολογισμό της πυκνότητας ενός υγρού σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία, έχει προταθεί η εξίσωση $\rho = a + bT + cT^2$, όπου η T σε $^\circ\text{C}$. α) Να υπολογίσετε τις σταθερές a , b , c του νερού αξιοποιώντας τιμές από τον Πίνακα 1.2.4. β) Εφαρμόστε την εξίσωση και υπολογίστε την πυκνότητα του νερού σε θερμοκρασίες που δεν χρησιμοποιήσατε στο (α) ερώτημα. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με τις τιμές του πίνακα.

$$[a = 999,18, b = 0,052, c = -0,005]$$

20. Κυλινδρική δεξαμενή ακτίνας 2 m περιέχει νερό 20°C . Να υπολογισθεί η δυναμική ενέργεια της ελεύθερης επιφάνειας του νερού. Πόση θα γίνει αν η θερμοκρασία αυξηθεί στους 70°C ;

$$[E_8 = 0,91 \text{ J}, E_8' = 0,80 \text{ J}]$$

21. Να υπολογισθεί η δυναμική ενέργεια της ελεύθερης επιφάνειας σφαιρικής σταγόνας υδραργύρου διαμέτρου 4 mm. Ποια η σχετική πίεση στο εσωτερικό της σταγόνας;

$$[E_8 = 0,024 \text{ J}, \Delta p = 484 \text{ Pa}]$$

22. Δύο φυσαλίδες σαπουνιού έχουν ακτίνες 2 mm και 4,5 mm. Να υπολογισθεί η σχετική πίεση στο εσωτερικό της κάθε φυσαλίδας αν η τάση των ατμών του σαπουνιού είναι $0,025 \text{ N/m}$.

$$[\Delta p_1 = 50 \text{ Pa}, \Delta p_2 = 22,2 \text{ Pa}]$$

23. Να υπολογισθεί η διαφορά πίεσης μεταξύ της εσωτερικής και εξωτερικής πλευράς φυσαλίδας αέρα ακτίνας 0,1 mm, η οποία βρίσκεται μέσα σε νερό. Πόση θα είναι η αντίστοιχη διαφορά πίεσης για σταγονίδιο λαδιού ακτίνας 0,02 mm;

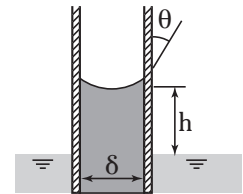
$$[\Delta p = 1456 \text{ Pa}, \Delta p' = 2000 \text{ Pa}]$$

24. Να υπολογισθεί το ύψος που θα ανέλθει νερό 20°C σε ένα τριχοειδή σωλήνα διαμέτρου 1mm ανοικτό στην ατμόσφαιρα, αν η γωνία επαφής του νερού με το υλικό του σωλήνα είναι 10°.

$$[h = 0,025 \text{ m}]$$

25. Στους 60°C η επιφανειακή τάση του υδραργύρου και του νερού είναι 0,47 N/m και 0,0662 N/m αντίστοιχα. Ποια τριχοειδή ύψη θα προκύψουν σ' αυτά τα δύο ρευστά όταν βρίσκονται (σε επαφή με τον αέρα) σε ένα καθαρό γυάλινο αγωγό διαμέτρου 0,4 mm (γωνίες επαφής περίπου 0° και 130° αντίστοιχα);

$$[h_{\text{verg}} = 6,75 \text{ cm}, h_{\text{υδρ}} = -1,3 \text{ cm}]$$



Σχ. 1.4.

26. Εξάγετε μια έκφραση για την αλλαγή του τριχοειδούς ύψους h για ένα ρευστό επιφανειακής τάσεως σ και γωνίας επαφής θ μεταξύ δύο καθέτων παραλλήλων πλακών με απόσταση μεταξύ τους δ , όπως στο σχήμα 1.4. Ποιο θα είναι το h για το νερό στους 20°C εάν $\delta = 0,5 \text{ mm}$ και $\theta \approx 0^\circ$;

$$[h = 2 \cdot \sigma \cdot \cos\theta / (\gamma \cdot \delta), h = 0,0297 \text{ m}]$$

27. Αέριο στους 20°C μπορεί να θεωρηθεί πως σε μεγάλη αραιώση, αποκλίνει από την υπόθεση της συνέχειας, όταν περιέχει λιγότερα από 10^{12} μόρια σε 1 mm^3 . Αν ο αριθμός του Avogadro είναι $6,023 \times 10^{23}$ μόρια/moles, σε πόση απόλυτη πίεση (σε Pa) αντιστοιχεί η παραπάνω αραιώση;

$$[p = 3,77 \text{ Pa}]$$

28. Ένας οικισμός αντλεί από τη δεξαμενή του 1,5 acre-ft νερού την ημέρα. Πόση είναι η παροχή σε α) m^3/h και β) L/s ;

$$[Q = 77,1 \text{ m}^3/\text{h} = 21,41 \text{ L}/\text{s}]$$

29. Όταν στις ΗΠΑ λένε ότι ένα ελαστικό είναι φουσκωμένο σε 32 lb, εννοούν ότι η σχετική του πίεση είναι $32 \text{ lbf}/\text{in}^2$. Αν το ελαστικό στην επιφάνεια της θάλασσας έχει όγκο $3,0 \text{ ft}^3$ σε 75° F , πόση είναι η μάζα του αέρα του σε Kg;

$$[m = 0,116 \text{ Kg}]$$

30. Αθλητής άρσεως βαρών, έχει ρεκόρ στο ζετέ 215 Kg. Να υπολογισθεί η μάζα (σε Kg) και το βάρος (σε N) που σηκώνει στη γη και που θα σήκωνε στη σελήνη ($g_{\text{moon}} = g_{\text{earth}}/6$).

$$[m = 215 \text{ Kg}, B_e = B_m = 2109 \text{ N}, m_m = 1290 \text{ Kg}]$$

31. α) Σε ποια φυσικά μεγέθη αναφέρονται οι παρακάτω ποσότητες;

- (i) 45 in^3 (ii) $3\text{h} + 45 \text{ min}$ (iii) $5 \text{ Btu}/(\text{lb} \cdot ^\circ\text{F})$ (iv) $5,2 \text{ lbf}/\text{in}^3$
(v) $100 \text{ ft}^3/\text{h}$ (vi) $8 \text{ m}^3/\text{min}$ (vii) 25 at (viii) 1000 erg
(ix) 120 Kgf (x) $400 \text{ dyn}/\text{cm}$

- β) Να μετατραπούν σε απλές μονάδες του SI οι παραπάνω ποσότητες.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

2.1 Γενικά

2.2 Υδροστατική πίεση

2.3 Η πίεση της ατμόσφαιρας

2.4 Μέτρηση της πίεσεως

2.5 Δυνάμεις, κέντρο πίεσεως

2.6 Άνωση

2.7 Πλεύση

2.8 Ασκήσεις

2.1 Γενικά.

Λέγοντας πως ένα ρευστό βρίσκεται σε κατάσταση στασιμότητας, εννοούμε πως δεν υπάρχει προσανατολισμένη κίνηση των μορίων του, δηλαδή ροή. Από τη φύση των ρευστών γνωρίζουμε πως υπάρχει η άτακτη μοριακή κίνηση, αλλά ο στοιχειώδης όγκος (όπως προσδιορίστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο) παραμένει σε ακινησία. Σε κατάσταση στατικής ισορροπίας βρίσκεται και ένα ρευστό, το οποίο μετακινείται ως συμπαγές σώμα και δεν υπάρχει σχετική κίνηση ενός στοιχειώδους όγκου του ρευστού σε σχέση με τους γειτονικούς. Παραδείγματος χάριν, ένα υγρό αποθηκευμένο σε δεξαμενή πλοίου που κινείται ή ένα υγρό μέσα σε περιστρεφόμενη φυγοκεντρική συσκευή, βρίσκονται σε κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας. Κατά συνέπεια, **κύριο χαρακτηριστικό της καταστάσεως υδροστατικής ισορροπίας είναι η απουσία οποιασδήποτε διατμητικής τάσεως** (η ύπαρξη της οποίας, σύμφωνα με τον ορισμό των ρευστών, θα προκαλούσε ροή).

Σε κατάσταση στατικής ισορροπίας συναντάμε πολύ συχνά τα ρευστά τόσο στη φύση, όσο και στην παραγωγική διαδικασία. Ο αέρας σε συνθήκες νηνεμίας αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα. Αλλά και η ατμόσφαιρα συνολικά μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύστημα σε κατάσταση ισορροπίας. Αρκεί να μην ξεχνάμε ότι στο εσωτερικό του συστήματος, υπάρχουν υποσυστήματα ευρισκόμενα σε κίνηση. Το ίδιο μπορούμε να ισχυριστούμε για το μεγαλύτερο φυσικό ταμιευτήρα νερού, τον ωκεανό (χωρίς να ξεχνάμε τα κύματα και τα θαλάσσια ρεύματα), καθώς και για τις λίμνες. Μεγαλύτερο ενδιαφέρον από την πλευρά της Μηχανικής των Ρευστών έχουν δεξαμενές μικροτέρων διαστάσεων που κατασκευάζει ο άνθρωπος για να συγκεντρώσει νερό ή για να αποθηκεύσει υγρά και αέρια αναγκαία για την καθημερινή ζωή και για την παραγωγική διαδικασία. Σε κατάσταση στατικής ισορροπίας μελετώνται πιο άνετα και οι περισσότερες ιδιότητες των ρευστών.

Η συμπεριφορά ενός υγρού σε κατάσταση στατικής ισορροπίας, παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες αλλά και πολλές διαφορές από την αντίστοιχη συμπεριφορά ενός αερίου. Τόσο οι ομοιότητες όσο και οι διαφορές αποτελούν λογική συνέπεια των όσων αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο για τις ιδιότητες των ρευστών.

Η μελέτη των υγρών σε κατάσταση ισορροπίας εξετάζεται σε ειδικό κεφάλαιο της Μηχανικής των Ρευστών, την **Υδροστατική**, ενώ η μελέτη των αερίων από την **Αεροστατική**.

Στη συνέχεια, θα επιμείνουμε περισσότερο στα συμπεράσματα και τις εφαρμογές της υδροστατικής, περιοριζόμενοι σε παρατηρήσεις για την αντίστοιχη συμπεριφορά των αερίων. Ιδιαίτερα όμως θα μείνουμε και στα θέματα που σχετίζονται με την πίεση της ατμόσφαιρας, λόγω της γενικότερης σημασίας που αυτή παρουσιάζει.

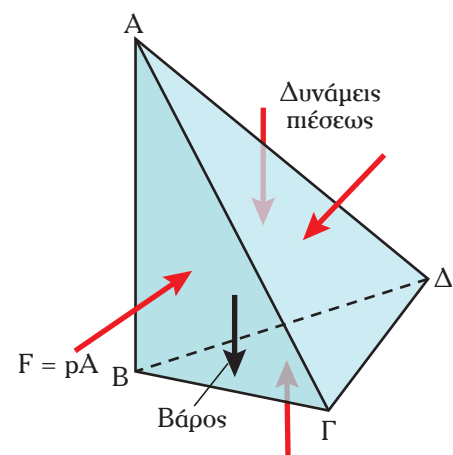
2.2 Υδροστατική πίεση.

2.2.1 Θεμελιώδης εξίσωση της υδροστατικής.

Ένα ρευστό βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας όταν δεν υπάρχει προσανατολισμένη κίνηση των στοιχειωδών όγκων του σε σχέση με τους γειτονικούς (παρά μόνο οι τυχαίες μοριακές κινήσεις). Κατά συνέπεια, για το στοιχειώδη όγκο του ρευστού τον προσδιορισμένο από το τετράεδρο ΑΒΓΔ (σχ. 2.2α) ισχύει:

$$\Sigma F_x=0, \Sigma F_y=0, \Sigma F_z=0 \quad (2.1)$$

Στο στοιχειώδη όγκο ασκείται η δύναμη της βαρύτητας $B=dm \cdot g$ (με σημείο εφαρμογής το κέντρο βάρους του) και οι δυνάμεις αλληλεπιδράσεως του στοιχειώδους όγκου με το υπόλοιπο ρευστό, οι οποίες ασκούνται στις πλευρές του τετραέδρου. Αυτές είναι κάθετες στις αντίστοιχες επιφάνειες, είναι δηλαδή δυ-



Σχ. 2.2α.

νάμεις που οφείλονται στην πίεση. (Αν μια δύναμη δεν ήταν κάθετη στο αντίστοιχο επίπεδο, θα αναλυόταν σε μία κάθετη και μία κατά τη διεύθυνση του επιπέδου. Η δεύτερη θα ήταν διατμητική και το ρευστό θα έχανε την κατάσταση ισορροπίας).

Τα παραπάνω ισχύουν οποιοδήποτε σχήμα και αν έχει ο στοιχειώδης όγκος του ρευστού.

Ας υποθέσουμε τριγωνικό ορθογώνιο με πρίσμα πάχους b , ύψους Δy και βάσεως Δx . Στο πρίσμα ασκούνται οι δυνάμεις πίεσεως και το βάρος του ρευστού (σχ. 2.2β).

Τη δύναμη πίεσεως F_s την αναλύουμε σε οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα F_{sx} και F_{sy} αντίστοιχα:

$$F_{sx} = F_s \cdot \sin\theta$$

$$F_{sy} = F_s \cdot \cos\theta$$

Κατά τη διεύθυνση του άξονα z (κάθετη στην τομή του σχήματος), ασκούνται ίσες και αντίθετες δυνάμεις πίεσεως, για τα μέτρα των οποίων ισχύει:

$$F_z - F'_z = 0$$

Αντίστοιχα κατά τη διεύθυνση του άξονα x :

$$F_x - F_{sx} = 0 \Rightarrow p_x \cdot \Delta y \cdot b = F_s \cdot \sin\theta = p_s \cdot s \cdot b \cdot \sin\theta \quad (1)$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος:

$$\Delta y = s \cdot \sin\theta \Rightarrow p_x = p_s$$

Δηλαδή η πίεση δεν εξαρτάται από τη διεύθυνση της επιφάνειας.

Κατά τη διεύθυνση του άξονα y :

$$F_y - (F_{sy} + B) = 0 \Rightarrow p_y \cdot \Delta x \cdot b = F_s \cdot \cos\theta + B = p_s \cdot s \cdot b \cdot \cos\theta + B \quad (2)$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος:

$\Delta x = s \cdot \cos\theta$ και η εξίσωση (2) γίνεται:

$$(p_y - p_s) \cdot \Delta x \cdot b = B$$

Το βάρος του ρευστού ισούται με:

$$B = \gamma \cdot V = \rho \cdot g \cdot V = \rho \cdot g \cdot (\Delta x \cdot \Delta y \cdot b)/2$$

και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (2), η διαφορά πίεσεως προκύπτει ίση με:

$$p_y - p_s = \rho \cdot g \cdot \Delta y/2 \quad (3)$$

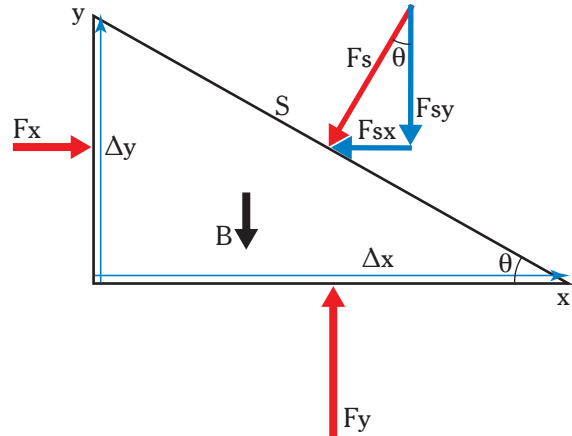
Αν η υψομετρική διαφορά Δy τείνει στο μηδέν (δηλ. αν οι πιέσεις αναφέρονται στο ίδιο ύψος), τότε $p_y = p_s$.

Από τα παραπάνω προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

– Η στατική πίεση του ρευστού σε ορισμένο ύψος είναι ανεξάρτητη του προσανατολισμού της επιφάνειας στην οποία ασκείται:

$$p_x = p_y = p_z = p \quad (2.2)$$

– Αν το ρευστό βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας τότε $g = 0$ και η πίεση θα είναι σταθερή



Σχ. 2.2β.

Ισορροπία στοιχειώδους πρίσματος πάχους b .

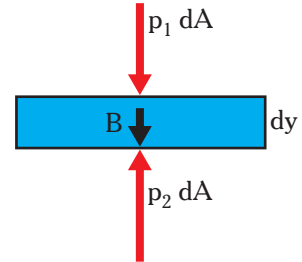
σε όλα τα σημεία του ρευστού (ίση με την πίεση που ασκούν στο ρευστό τα τοιχώματά του). Μία τέτοια περίπτωση, ελάχιστα ενδιαφέρει την εφαρμοσμένη ρευστομηχανική.

– **Ρευστό ευρισκόμενο στο πεδίο βαρύτητας**, υφίσταται τη δύναμη του βάρους του. Επομένως, για να ισορροπεί ο στοιχειώδης όγκος του, πρέπει οι δυνάμεις πίεσης να δίνουν κατά την κατακόρυφο διεύθυνση, συνισταμένη ίση και αντίθετη με το βάρος του στοιχειώδους όγκου. Αυτό σημαίνει ότι η πίεση που ασκείται στην κάτω πλευρά είναι μεγαλύτερη από την πίεση που ασκείται στην άνω.

Εξετάζοντας το ισοζύγιο δυνάμεων κατά τη διεύθυνση της κατακόρυφου στο πρίσμα του σχήματος 2.2γ (ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με εμβαδόν βάσεως dA και ύψος dy) έχουμε:

$$\begin{aligned} F_1 + B &= F_2 \Rightarrow F_1 - F_2 = -B \Rightarrow \\ \Rightarrow p_1 \cdot dA - p_2 \cdot dA &= -m \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow (p_1 - p_2) \cdot dA &= -\rho \cdot g \cdot V \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow dp = -\rho \cdot g \cdot dy \quad (2.3)$$



Σχ. 2.2γ.

Το πρόσημο (-) της εξίσωσης (2.3) σημαίνει πως η πίεση αυξάνεται όταν το ύψος μειώνεται. Δηλαδή: **Η στατική πίεση ενός ρευστού αυξάνεται με το βάθος.**

Η εξίσωση (2.3) ολοκληρώνεται εύκολα αν η πυκνότητα του ρευστού είναι σταθερή. Όπως είδαμε, σταθερή θεωρείται η πυκνότητα για τα ασυμπίεστα ρευστά, δηλαδή για τα υγρά (και αν εξαιρεθούν οι μεγάλες υψομετρικές διαφορές και για τα αέρια).

Για τα υγρά, ολοκληρώνοντας την εξίσωση (2.3) μεταξύ ενός ύψους y_0 γνωστής πίεσης p_0 και ενός τυχαίου ύψους, προκύπτει:

$$\begin{aligned} p - p_0 &= -\rho \cdot g \cdot (y - y_0) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{p}{\gamma} + y &= \frac{p_0}{\gamma} + y_0 = \text{σταθ.} \end{aligned} \quad (2.4)$$

όπου: $\gamma = \rho \cdot g$ το ειδικό βάρος του υγρού.

Η εξίσωση (2.4) εκφράζει τη **συνθήκη υδροστατικής ισορροπίας**.

Ο λόγος p/γ εκφράζεται σε μονάδες μήκους [$\text{Pa}/(\text{N}/\text{m}^3) = (\text{N}/\text{m}^2)/(\text{N}/\text{m}^3) = \text{m}$] και καλείται **ύψος πίεσης**.

Αν ορίσουμε ως επίπεδο αναφοράς την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ($y_0 = 0$) στην οποία η πίεση είναι $p_0 = p_{εξ}$, η εξίσωση (2.4) δίνει:

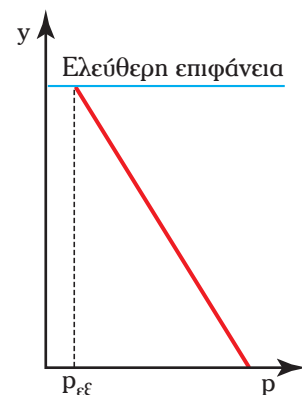
$$p = p_{εξ} - \gamma \cdot y = p_{εξ} - \rho \cdot g \cdot y \quad (2.5)$$

Επισημαίνουμε ότι σ' αυτήν τη σχέση, **το y λαμβάνει αρνητικές τιμές**, αφού τα σημεία του υγρού στα οποία υπολογίζουμε την πίεση αξιοποιώντας την εξίσωση (2.5) βρίσκονται χαμηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού (για την οποία θεωρήσαμε $y_0 = 0$).

Η εξίσωση (2.5) εκφράζει το **θεμελιώδη νόμο της υδροστατικής**. Σύμφωνα μ' αυτόν, **η στατική πίεση ενός υγρού αυξάνεται γραμμικά καθώς αυξάνεται το βάθος (άρα μειώνεται το ύψος)** (σχ. 2.2δ).

Συνήθως στην ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση: $p_{εξ} = p_{ατμ}$.

Τα παραπάνω προέκυψαν με την υπόθεση πως το ρευστό υφίσταται μόνο το πεδίο (και την επιτάχυνση) της βαρύτητας g . Όπως θα δούμε στη συνέχεια, αν το ρευστό δέχεται την επίδραση και άλλου πεδίου δυνάμεων (μένο-



Σχ. 2.2δ.

Αύξηση της πίεσης υγρού με το βάθος.

ντας σε κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας), θα πρέπει να το λάβουμε υπόψη.

Σημείωση: Στην παραπάνω ανάλυση, ο άξονας yy' είναι κατακόρυφος, άρα το y συμβολίζει ύψος. Αν οι ανάγκες κάποιου προβλήματος επιβάλλουν την αλλαγή του συστήματος συντεταγμένων, στη θέση του y στους παραπάνω τύπους, θέτομε το σύμβολο του ύψους, π.χ. h (βλ. και παράγρ. 2.5.2δ).

Παράδειγμα 1

Να υπολογισθεί η υδροστατική πίεση στον ωκεανό σε βάθη 10, 100 και 1000 m κάτω από την επιφάνεια ($\rho = 1025 \text{ Kg/m}^3$).

Λύση:

$$p_0 = 101,3 \text{ KPa} \quad y_0 = 0 \text{ m} \quad \rho = 1025 \text{ Kg/m}^3$$

$$y = -10 \text{ m} \quad (2.5) \Rightarrow p_1 = 201,8 \text{ KPa}$$

$$y = -100 \text{ m} \quad (2.5) \Rightarrow p_2 = 1106,8 \text{ KPa}$$

$$y = -1000 \text{ m} \quad (2.5) \Rightarrow p_1 = 10.156,5 \text{ KPa}$$

Παρατηρούμε πως σε βάθος 10 m η πίεση σχεδόν διπλασιάζεται. Γενικότερα, στη θάλασσα όταν το βάθος αυξάνεται κατά 10 m, η πίεση αυξάνεται περίπου κατά 100 KPa.

Σημείωση: Σε ορισμένα συγγράμματα, αντί της υψομετρικής διαφοράς ($y - y_0$), χρησιμοποιείται το βάθος ($h = y - y_0$). Σ' αυτήν την περίπτωση η εξίσωση (2.5) παίρνει τη μορφή:

$$p = p_{εξ} + \gamma \cdot h = p_{εξ} + \rho \cdot g \cdot h$$

2.2.2 Πορίσματα και εφαρμογές.

α) Διαφορά πιέσεως σημείων υγρού με υψομετρική διαφορά Δy .

Αξιοποιώντας τη θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής, μπορούμε να υπολογίσουμε τη διαφορά πιέσεως μεταξύ δύο σημείων που βρίσκονται μέσα σε ένα υγρό. Έστω τα σημεία 1 και 2 με ύψη y_1 και y_2 αντίστοιχα (σχ. 2.2ε). Οι πιέσεις των δύο σημείων θα είναι:

$$p_1 = p_{εξ} - \gamma \cdot y_1$$

$$p_2 = p_{εξ} - \gamma \cdot y_2$$

και η διαφορά πιέσεως: $p_2 - p_1 = \gamma (y_1 - y_2)$

Γενικότερα:

$$\Delta p = -\gamma \cdot \Delta y = -\rho \cdot g \cdot \Delta y \quad (2.5a)$$

Το πρόσημο (-) δηλώνει πως μεγαλύτερη πίεση έχει το σημείο με το μικρότερο ύψος.

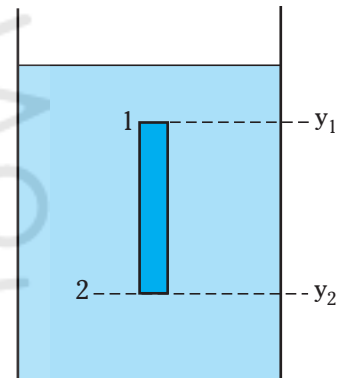
Το γινόμενο $\gamma \cdot \Delta y$ εκφράζει το βάρος στήλης υγρού με ύψος την υψομετρική διαφορά των δύο σημείων (Δy) και εμβαδόν βάσεως ίσο με τη μονάδα:

$$-\gamma \cdot \Delta y = \gamma \cdot (-\Delta y) = \gamma \cdot (-\Delta y) \cdot A/A = \gamma \cdot V/A = B_{\text{στήλης}}/A$$

Άρα: **η διαφορά πιέσεως μεταξύ δύο σημείων υγρού με υψομετρική διαφορά Δy , ισούται με το βάρος στήλης ρευστού ύψους Δy και εμβαδού μιας μονάδας.**

β) Υδροστατικό παράδοξο.

Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής, η πίεση εξαρτάται από την εξωτερική πίεση, την πυκνότητα του υγρού και το ύψος. Κατά συνέπεια, αν σε διαφορετικές δεξαμενές ανοιχτές στην ατμόσφαιρα ($p_{εξ} = p_{atm}$) έχουμε το ίδιο υγρό, οι πιέσεις που ασκούνται στον πυθμένα των δεξαμενών, εξαρτώ-



Σχ. 2.2ε.
Διαφορά πιέσεως
λόγω βάρους.

νται μόνο από τα ύψη του υγρού. Αν τα ύψη είναι ίσα, τότε είναι ίσες και οι πιέσεις (σχ. 2.2στ):

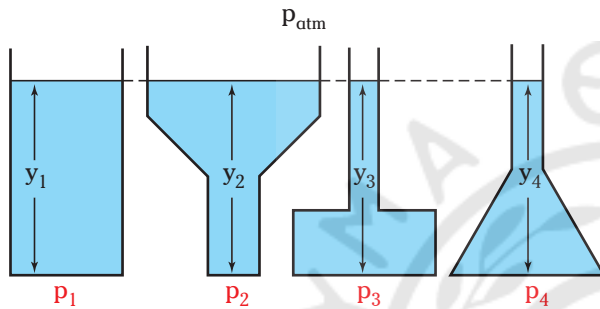
$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_{εξ} + \rho \cdot g \cdot y \quad (2.5\beta)$$

Αυτό σημαίνει ότι οι δυνάμεις ανά μονάδα επιφάνειας που δέχονται οι πυθμένες των δεξαμενών του σχήματος είναι ίσες. Οι διαστάσεις και το σχήμα των δεξαμενών (κατά συνέπεια και οι χωρητικότητές τους) δεν παίζουν απολύτως κανένα ρόλο.

γ) Αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (2.5α) μεταξύ δύο σημείων υγρού με μηδενική υψομετρική διαφορά, συμπεραίνουμε πως έχουν την ίδια πίεση. Αλλά και αντίστροφα:

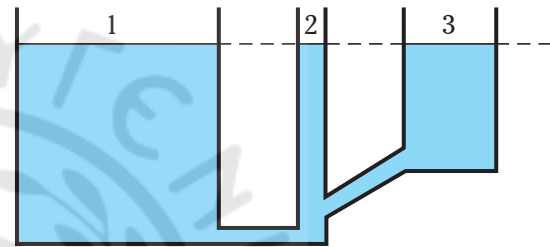
$$\Delta y = 0 \Leftrightarrow \Delta p = 0 \quad (2.5\gamma)$$



Σχ. 2.2στ.

Υδροστατικό παράδοξο:

$$y_1 = y_2 = y_3 = y_4 \text{ ή } p_1 = p_2 = p_3 = p_4$$



Σχ. 2.2ζ.

Συγκοινωνούντα δοχεία.

Σε ένα υγρό που βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας, τα σημεία τα οποία βρίσκονται στο ίδιο ύψος (στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο), έχουν ίση πίεση. Και αντίστροφα: Τα σημεία που έχουν ίση πίεση βρίσκονται στο ίδιο ύψος.

Όλα τα σημεία της ελεύθερης επιφάνειας ενός υγρού ευρισκόμενου σε κατάσταση ισορροπίας, έχουν ίδια πίεση ($p_{εξ}$). Κατά συνέπεια βρίσκονται στο ίδιο ύψος. Επομένως:

Η ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού σε κατάσταση στατικής ισορροπίας, που βρίσκεται στο πεδίο βαρύτητας, είναι επίπεδο κάθετο στην κατακόρυφη (οριζόντιο επίπεδο).

Σημείωση: Στην πραγματικότητα, η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού είναι τμήμα σφαίρας με ακτίνα την ακτίνα της Γης όμως αυτό μόνο για πολύ μεγάλες επιφάνειες έχει σημασία. Ακόμη και στους ωκεανούς, η καμπυλότητα της ελεύθερης επιφάνειας γίνεται αντιληπτή μόνο έμμεσα. Βλέποντας όμως τη Γη από ένα δορυφόρο, διαπιστώνουμε πως η επιφάνεια των ωκεανών κάθε άλλο παρά επίπεδη είναι.

Αν έχουμε **συγκοινωνούντα δοχεία** τα οποία περιέχουν το ίδιο υγρό και πάνω από αυτό επικρατεί η ίδια πίεση (σχ. 2.2ζ), οι ελεύθερες επιφάνειές τους θα έχουν ίδια πίεση ($p_1 = p_2 = p_3 = p_{εξ}$) και κατά συνέπεια θα βρίσκονται στο ίδιο ύψος (στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο).

Το πόρισμα αυτό της θεμελιώδους εξίσωσης της υδροστατικής είναι γνωστό ως **Αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων**:

Συγκοινωνούντα δοχεία που περιέχουν το ίδιο υγρό, εκτεθειμένα στην ίδια εξωτερική πίεση, έχουν τις ελεύθερες επιφάνειές τους στο ίδιο επίπεδο.

Δύο σημεία εντός συγκοινωνούντων δοχείων, τα οποία έχουν υψομετρική διαφορά $\Delta y \neq 0$, θα έχουν διαφορά πίεσης που δίνεται από την εξίσωση (2.5α):

$$\Delta p = -\gamma \cdot \Delta y = -\rho \cdot g \cdot \Delta y$$

δ) Ισορροπία διαφορετικών υγρών σε συγκοινωνούντα δοχεία.

Η αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων ισχύει με τρεις προϋποθέσεις:

- Επί του υγρού επιδρά μόνο το πεδίο βαρύτητας.
- Πάνω από τα δοχεία επικρατεί ίδια πίεση.
- Στα δοχεία περιέχεται ίδιο υγρό (άρα η πυκνότητα είναι ίδια).

Αν μία από αυτές τις προϋποθέσεις δεν ισχύει, τότε δεν ισχύει και η αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων. Έτσι, αν το σύστημα των συγκοινωνούντων δοχείων επιταχύνεται με επιτάχυνση a ή στις ελεύθερες επιφάνειες έχουμε διαφορετική πίεση, τότε αυτές δεν θα βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Εδώ θα εξετάσουμε την περίπτωση που δεν ισχύει η τρίτη προϋπόθεση:

Δύο μη αναμείξιμα υγρά διαφορετικής πυκνότητας, ευρισκόμενα σε συγκοινωνούντα δοχεία, δεν έχουν τις ελεύθερες επιφάνειές τους στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο (σχ. 2.2n).

Τα σημεία της διαχωριστικής επιφάνειας BB' ανήκουν και στα δύο υγρά. Επομένως τα σημεία A και B του σχήματος έχουν ίση πίεση (ανήκουν στο υγρό 1 και βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο):

$$P_A = P_B$$

Αν η εξωτερική πίεση είναι ίδια,

$$P_1 = P_2 = P_{εξ}$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (2.5):

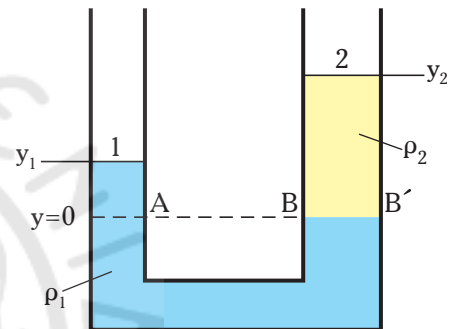
$$P_A = P_{εξ} + \rho_1 \cdot g \cdot y_1$$

$$P_B = P_{εξ} + \rho_2 \cdot g \cdot y_2$$

οπότε προκύπτει:

$$P_{εξ} + \rho_1 \cdot g \cdot y_1 = P_{εξ} + \rho_2 \cdot g \cdot y_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y_1}{y_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (2.5\delta)$$



Σχ. 2.2n.

Μη αναμείξιμα υγρά σε συγκοινωνούντα δοχεία.

όπου: y_1 και y_2 οι υψομετρικές διαφορές των ελευθέρων επιφανειών από τη διαχωριστική επιφάνεια.

Παράδειγμα 2

Στα συγκοινωνούντα δοχεία του σχήματος 2.2n το ρευστό (1) είναι θαλασσινό νερό ($\rho = 1024 \text{ Kg/m}^3$). Αν $y_1 = 32 \text{ cm}$ και $y_2 = 40 \text{ cm}$, να υπολογισθεί: α) η πυκνότητα του υγρού (2) και β) η πίεση στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υγρών.

Λύση:

$$\alpha) (2.5\delta) \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 \cdot y_1/y_2 \Rightarrow \rho_2 = 819,2 \text{ Kg/m}^3$$

$$\beta) P_A = P_B = P_{εξ} + \rho_1 \cdot g \cdot y_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_A = 101,3 \text{ KPa} + (1024 \cdot 9,807 \cdot 0,32)/1000 \text{ KPa} = 104,5 \text{ KPa}$$

ε) Διαχωριστής βαρύτητας συνεχούς λειτουργίας.

Αν σε ένα δοχείο τοποθετήσουμε δυο υγρά μη αναμείξιμα διαφορετικής πυκνότητας (π.χ. νερό και λάδι), το υγρό μεγαλύτερης πυκνότητας (νερό) θα σχηματίσει τη σιβάδα του χαμηλά και πάνω από τη διαχωριστική επιφάνεια θα σχηματίσει τη δική του σιβάδα το υγρό μικρότερης πυκνότητας, άρα μικρότερου ειδικού βάρους (λάδι).

Η πίεση στο πρώτο υγρό θα μεταβάλλεται σύμφωνα με την εξίσωση (2.5):

$$P = P_{εξ} - \rho_1 \cdot g \cdot y$$

Η σχέση αυτή θα ισχύει για $y = 0$ ως $y = y_1$ όπου: y_1 το ύψος της επίπεδης διαχωριστικής επιφάνειας

των δύο υγρών. Σ' αυτήν η πίεση θα είναι:

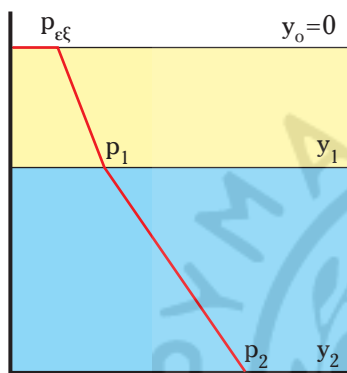
$$p_1 = p_{εξ} - \rho_1 \cdot g \cdot y_1$$

Η πίεση στο δεύτερο υγρό ($y_1 < y < y_2$) θα είναι:

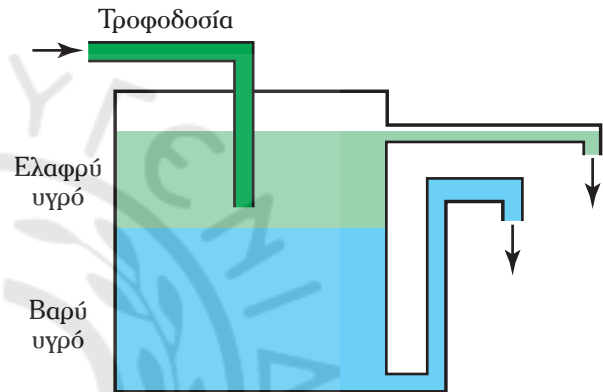
$$p = p_1 - \rho_2 \cdot g \cdot (y - y_1) \Rightarrow p = p_{εξ} - \rho_1 \cdot g \cdot y_1 - \rho_2 \cdot g \cdot (y - y_1)$$

Στο σχήμα 2.20 σημειώνεται η κατανομή πιέσεων σε συνάρτηση με το ύψος.

Στο φαινόμενο αυτό βασίζεται η λειτουργία του **διαχωριστή βαρύτητας** (σχ. 2.21): Το μείγμα των δύο υγρών που θέλουμε να διαχωρίσουμε, εισέρχεται (με μικρή παροχή και ταχύτητα) σε μεγάλων διαστάσεων (και επαρκούς ύψους) δεξαμενή. Από μία έξοδο πλησίον του πυθμένα εξέρχεται το υγρό μεγάλης πυκνότητας, ενώ από δεύτερη έξοδο ευρισκόμενη σε κατάλληλο ύψος, το υγρό χαμηλής πυκνότητας.



Σχ. 2.20.
Κατανομή πιέσεων.



Σχ. 2.21.
Διαχωριστής βαρύτητας.

Για να έχουμε ικανοποιητικό διαχωρισμό των δύο υγρών πρέπει οι πυκνότητές τους να έχουν σημαντική διαφορά, η δεξαμενή να έχει μεγάλες διαστάσεις και οι παροχές να είναι μικρές. Αυτά αποτελούν συνήθως κρίσιμα μειονεκτήματα του διαχωριστή βαρύτητας, ο οποίος όμως διαθέτει το πλεονέκτημα του ελάχιστου κόστους λειτουργίας.

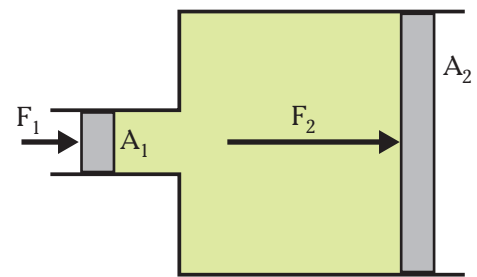
Η ίδια διάταξη χρησιμοποιείται για την κατακρήνη αιωρούμενων στερεών σε ένα υγρό (**δεξαμενές καθιζήσεως**).

στ) Υδραυλικό πιεστήριο.

Όπως προκύπτει από τη θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής, η εξωτερική πίεση μεταδίδεται σε κάθε σημείο εντός της μάζας του υγρού. Από τον ορισμό της πίεσης γνωρίζουμε πως αυτή η πίεση έχει δημιουργηθεί από την άσκηση κάθετης δυνάμεως (όχι κατ' ανάγκη δυνάμεως βαρύτητας) επί της επιφάνειας του υγρού. Αν το υγρό βρισκόταν εκτός πεδίου βαρύτητας, τότε $g = 0$ και $p = p_{εξ}$, δηλαδή όλα τα σημεία του ρευστού θα είχαν ίδια πίεση, ίση με την $p_{εξ}$.

Ας υποθέσουμε σύστημα δύο συνδυασμένων κυλίνδρων διαφορετικών διατομών A_1 και A_2 με $A_1 < A_2$, στεγανοποιημένο με έμβολα αντιστοίχων διατομών (σχ. 2.21α). Ο χώρος που περικλείεται μεταξύ των δύο εμβόλων είναι πληρωμένος με υγρό. Στο έμβολο μικρής διατομής A_1 ασκούμε δύναμη F_1 . Στο υγρό ασκείται επιπλέον πίεση:

$$p = F_1/A_1 = F_1/(\pi d_1^2/4)$$



Σχ. 2.21α.
Υδραυλικό πιεστήριο.

Άρα στο έμβολο μεγάλης διατομής A_2 , ασκείται επιπλέον δύναμη:

$$F_2 = p \cdot A_2 = p \cdot (\pi d_2^2/4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \quad (2.5\epsilon)$$

Με τη διάταξη αυτή (υδραυλικό πιεστήριο), μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε την ασκούμενη επί του μικρού εμβόλου δύναμη. Αν για παράδειγμα η μεγάλη διάμετρος d_2 είναι δέκα φορές μεγαλύτερη από τη μικρή d_1 , τότε $F_2 = 100 \cdot F_1$. Φυσικά δεν υπάρχει κάποιο ενεργειακό παράδοξο, αφού η μετακίνηση του μικρού εμβόλου θα είναι εκατό φορές μεγαλύτερη από του μεγάλου ($W = F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$).

Η διάταξη χρησιμοποιείται στα **συστήματα υδραυλικής υποβοηθήσεως**.

2.2.3 Υδροστατική ισορροπία σε πεδία δυνάμεων.

α) Υδροστατική ισορροπία σε οριζόντια επιταχυνόμενο σύστημα.

Ας εξετάσουμε ένα υγρό που βρίσκεται σε δεξαμενή ακίνητου πλοίου. Οι στοιχειώδεις όγκοι του υγρού υφίστανται μόνο τη δύναμη βαρύτητας και όπως είδαμε, το υγρό βρίσκεται σε κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας. Κάποια στιγμή το πλοίο ξεκινά και για ορισμένο χρονικό διάστημα κινείται με σταθερή επιτάχυνση a . Το υγρό της δεξαμενής κινείται μαζί με το πλοίο ως ενιαίο σώμα, συνεχίζοντας να βρίσκεται σε κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας. Οι στοιχειώδεις όγκοι του υγρού, υφίστανται τώρα, εκτός από τη δύναμη βαρύτητας B και τη δύναμη επιταχύνσεως F . Τα δύο πεδία δυνάμεων καθορίζονται από τα ανύσματα των επιταχύνσεων g και a :

$$\vec{g} = \vec{B}/m \quad \vec{a} = \vec{F}/m$$

Παρατηρητής όρθιος επί του πλοίου, θα νοιώσει δύναμη ίση και αντίθετη της επιταχύνουσας δύναμης να τον ωθεί προς την αντίθετη με την επιτάχυνση φορά. Η δύναμη αυτή καλείται στη φυσική **δύναμη αδράνειας**. Για να μην ανατραπεί από τη ροπή που δημιουργείται, ο παρατηρητής θα δώσει στο σώμα του κλίση, ώστε η συνισταμένη του βάρους και της δυνάμεως αδράνειας να διέρχεται από τη βάση στήριξής του [σχ. 2.21β(α)].

Η δύναμη αδράνειας ασκείται και στο στοιχειώδη όγκο του ρευστού (για τον παρατηρητή, η δεξαμενή παραμένει στη θέση της, άρα ακίνητη). Επομένως, επί του στοιχειώδους όγκου ασκείται συνισταμένη επιτάχυνση:

$$\vec{a}_\Sigma = \vec{g} - \vec{a}$$

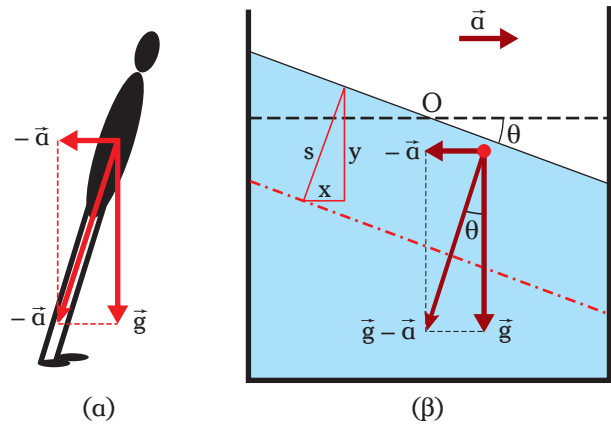
Η υδροστατική ισορροπία του υγρού διαμορφώνεται υπό την επίδραση αυτής της επιταχύνσεως. Κατά συνέπεια η ελεύθερη επιφάνεια είναι κάθετη στην $\vec{g} - \vec{a}$ και όχι στην κατακόρυφο g . Το επίπεδο της σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο [σχ. 2.21β(β)]. Η μεταβολή της πίεσης δίνεται από εξισώσεις ανάλογες των εξισώσεων (2.3) και (2.5):

$$d\mathbf{p} = -\rho \cdot \mathbf{a}_\Sigma \cdot d\mathbf{s} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{p} = p_{\epsilon\xi} + \rho \cdot \mathbf{a}_\Sigma \cdot \mathbf{s} \quad (2.7)$$

όπου: a_Σ το μέτρο της συνισταμένης επιταχύνσεως και s η κάθετη απόσταση από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού. Είναι:

$$a_\Sigma = \sqrt{g^2 + a^2} \quad (2.7a)$$



Σχ. 2.21β.

Οριζόντια επιταχυνόμενο σύστημα.

$$\tan \theta = \frac{a}{g} \quad (2.7\beta)$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος 2.2ιβ):

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.7\gamma)$$

όπου: x και y η οριζόντια και κατακόρυφη προβολή της s .

Με βάση την εξίσωση (2.7), ένα επίπεδο σταθερής πίεσης p_i , είναι παράλληλο με την ελεύθερη επιφάνεια και σε απόσταση s_i απ' αυτήν.

Σημείωση: Στις εξισώσεις (2.6) και (2.7) θα καταλήξουμε αν ξεκινήσουμε από τη διαπίστωση ότι η πίεση μεταβάλλεται κατά τις διευθύνσεις x και y :

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy$$

Παράδειγμα 3

Το δοχείο του σχήματος 2.2ιγ περιέχει υγρό πυκνότητας $\rho = 1010 \text{ Kg/m}^3$ και είναι τοποθετημένο σε αυτοκίνητο το οποίο ξεκινά. Κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση, σε 10 δευτερόλεπτα αποκτά ταχύτητα 100 Km/h. Να υπολογισθεί η ανύψωση, το μέγιστο ύψος του υγρού και η μέγιστη σχετική πίεση που αναπτύσσεται εντός του.

Λύση:

Δεδομένα: $AA' = 0,08 \text{ m}$, $A\Gamma = 0,07 \text{ m}$

$\Delta v = 100 \text{ Km/h} = 27,8 \text{ m/s}$, $t = 10 \text{ s}$, $\rho = 1010 \text{ Kg/m}^3$

Ζητούμενα: y_{\max} , $p_{\sigma x, \max}$

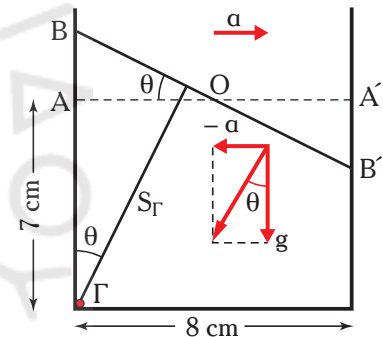
– Υπολογισμός επιταχύνσεως:

$$\Delta v = a \cdot t \Rightarrow a = 2,78 \text{ m/s}^2$$

– Η ελεύθερη επιφάνεια πριν την άσκηση της επιταχύνσεως a ήταν η AA' . Κατά τη διάρκεια της επιταχύνσεως είναι η BB' . Είναι:

$$\tan \theta = \frac{a}{g} = 0,2834 \Rightarrow \theta = 15,82^\circ$$

$$\tan \theta = \frac{AB}{OA} \Rightarrow AB = OA \cdot \tan \theta \Rightarrow AB = 1,13 \text{ cm}$$



Σχ. 2.2ιγ.

– Η μέγιστη πίεση παρουσιάζεται στο σημείο μέγιστης απομακρύνσεως από την ελεύθερη επιφάνεια BB' , δηλαδή στο σημείο Γ . Είναι:

$$s_\Gamma = B\Gamma \cdot \cos \theta \Rightarrow s_\Gamma = 7,82 \text{ cm}$$

$$(2.7\alpha) \Rightarrow a_\Sigma = 10,2 \text{ m/s}^2$$

$$(2.7) \Rightarrow p_{\Gamma, \sigma x} = 0,806 \text{ KPa}$$

β) Υδροστατική ισορροπία σε φυγόκεντρο πεδίο.

Αντίστοιχα συμπεράσματα και τροποποιήσεις της θεμελιώδους εξίσωσης της υδροστατικής έχομε και στην περίπτωση που το υγρό βρίσκεται σε φυγόκεντρο πεδίο.

Μέσα σε ένα δοχείο που περιστρέφεται περί άξονα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω (**φυγόκεντρική συσκευή**), υπάρχει υγρό. Το υγρό περιστρέφεται (μαζί με το δοχείο) ως ενιαίο σώμα, δηλαδή δεν ασκούνται διατμητικές δυνάμεις. Κατά συνέπεια, ένας στοιχειώδης όγκος του υγρού δεν κινείται σε σχέση με τους γειτονικούς. Αφού δεν υπάρχουν διατμητικές τάσεις, το υγρό βρίσκεται σε κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας.

Λόγω της περιστροφής και της συνακόλουθης φυγόκεντρης επιταχύνσεως, η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού δεν είναι επίπεδη. Για σχετικά μικρές γωνιακές ταχύτητες, λαμβάνει τη μορφή παραβολοειδούς

από περιστροφή (τομή της οποίας φαίνεται στο σχήμα 2.2ιδ).

Για να γίνει κατανοητή η υδροστατική ισορροπία στο φυγόκεντρο πεδίο που διαμορφώνεται, ας εξετάσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε στοιχειώδη όγκο μάζας dm , ευρισκόμενο στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού και σε απόσταση r από τον άξονα περιστροφής.

Στη μάζα dm ασκούνται η δύναμη του βάρους ($B = dm \cdot g$) και η δύναμη αντιδράσεως του υποκείμενου στρώματος του υγρού F . Ο στοιχειώδης όγκος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, άρα η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων είναι η κεντρομόλος δύναμη $F_k = dm \cdot a_k$, όπου a_k η κεντρομόλος επιτάχυνση.

Παρατηρητής στρεφόμενος με το σύστημα, θα διαπίστωνε πως στο στοιχειώδη όγκο ασκείται δύναμη αδράνειας (ίση και αντίθετη με την F_k), γνωστή ως φυγόκεντρο δύναμη F_ϕ :

$$F_\phi = dm \cdot a_\phi$$

όπου: a_ϕ η **φυγόκεντρο επιτάχυνση**:

$$a_\phi = \omega^2 \cdot r$$

Η συνισταμένη επιτάχυνση είναι: $\vec{a}_\Sigma = \vec{g} + \vec{a}_\phi$

και το μέτρο της: $a_\Sigma = \sqrt{g^2 + a_\phi^2}$

Η πίεση σε τυχόν σημείο του υγρού:

$$p = p_{εξ} - \rho \cdot a_\Sigma \cdot s = p_{εξ} - \rho \cdot g \cdot y + \frac{1}{2} \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2 \quad (2.8)$$

όπου: r η απόσταση από τον άξονα περιστροφής και y το ύψος με επίπεδο αναφοράς το χαμηλότερο σημείο της ελεύθερης επιφάνειας O : $y_o = 0$.

Το μέγιστο ύψος παρουσιάζεται στο σημείο A του σχήματος 2.2ιδ και είναι:

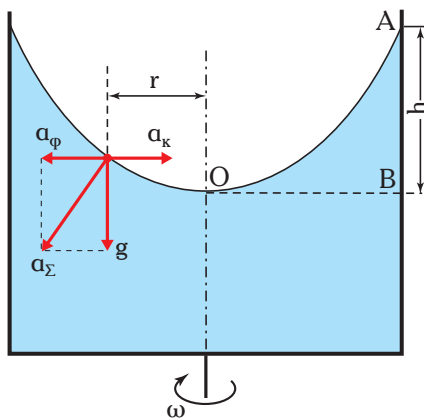
$$p_A = p_{εξ} - \rho g y_A + \frac{1}{2} \rho \omega^2 R^2 = p_{εξ} \Rightarrow y_A = h = \frac{\omega^2 R^2}{2g} \quad (2.9)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τον όγκο του παραβολοειδούς ($V = \pi r^2 h/2$) αποδεικνύεται εύκολα ότι το σημείο O βρίσκεται σε ύψος $h/2$ χαμηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, όταν η συσκευή δεν περιστρέφεται.

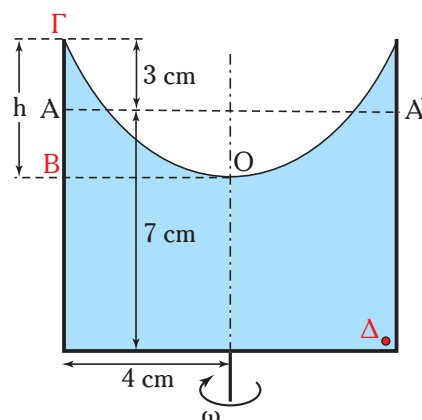
Σημείωση: Φυγόκεντρο πεδίο έχουμε και λόγω περιστροφής της Γης. Αυτό όμως είναι εξαιρετικά ασθενές. Η φυγόκεντρο επιτάχυνση λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της στον ισημερινό (μέγιστη απόσταση από τον άξονα περιστροφής) και είναι μόλις το 0,34% του g .

Παράδειγμα 4

Όταν η φυγόκεντρο συσκευή του σχήματος 2.2ιε δεν περιστρέφεται, η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ($\rho = 1024 \text{ Kg/m}^3$) είναι η AA' .



Σχ. 2.2ιδ.
Φυγόκεντρο πεδίο.



Σχ. 2.2ιε.

Να υπολογισθούν: α) Η μέγιστη ταχύτητα περιστροφής ώστε να μην έχουμε απώλεια υγρού και β) η μέγιστη σχετική πίεση που αναπτύσσεται.

Λύση:

α) Το υγρό φτάνει στο χείλος του δοχείου Γ όταν το σύστημα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω . Άρα:

$$AG = AB = h/2 = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m} \Rightarrow h = 0,06 \text{ m}$$

$$h = \frac{\omega^2 R^2}{2g} \Rightarrow \omega^2 = \frac{2gh}{R^2} \Rightarrow \omega = 27,12 \text{ rad/s}$$

$$(\omega = 2\pi n \Rightarrow n = 4,316 \text{ rps} = 259 \text{ rpm})$$

β) Η μέγιστη πίεση αναπτύσσεται στο σημείο Δ:

$$p_{\Delta,ox} = p_{\Delta} - p_{εξ} = -\rho \cdot g \cdot y_{\Delta} + \frac{1}{2}\rho \cdot \omega^2 \cdot r_{\Delta}^2$$

$$\rho = 1024 \text{ Kg/m}^3, \omega = 27,12 \text{ rad/s}$$

$$y_{\Delta} = -(A\Delta - AB) = -4 \text{ cm} = -0,04 \text{ m}, r_{\Delta} = R = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$$

οπότε: $p_{\Delta,ox} = 1 \text{ KPa}$.

γ) Φυγοκεντρικοί διαχωριστές.

Παρατηρούμε πως στα φυγόκεντρα πεδία η φυγόκεντρο επιτάχυνση a_{ϕ} είναι ανάλογη του τετραγώνου της γωνιακής ταχύτητας ω . Αυξάνοντας λοιπόν την ω , αυξάνεται η a_{ϕ} . Άρα αυξάνεται κατά μέτρο η συνισταμένη a και η κλίση της ως προς το οριζόντιο επίπεδο γίνεται μικρότερη (σχ. 2.2ιστ). Για πολύ μεγάλες ταχύτητες που συναντάμε στις βιομηχανικές φυγόκεντρες συσκευές, η συνιστώσα της επιταχύνσεως της βαρύτητας είναι αμελητέα και το φαινόμενο καθορίζεται μόνο από τη φυγόκεντρο επιτάχυνση: $\vec{a} \approx \vec{a}_{\phi}$.

Υπό την επίδρασή της το υγρό ωθείται προς την περιφέρεια του δοχείου. Αυτό σημαίνει πως η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, για μεγάλες γωνιακές ταχύτητες, γίνεται κυλινδρική με ακτίνα r_o . Ολόκληρη η μάζα του περιστρέφεται σαν συμπαγές σώμα χωρίς ολίσθηση. Πρόκειται επομένως για κατάσταση υδροστατικής ισορροπίας, στην οποία αντί για το πεδίο βαρύτητας έχουμε το πολύ πιο ισχυρό φυγοκεντρικό πεδίο. Η επιτάχυνση a είναι ανάλογη της ακτίνας και λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της στα τοιχώματα του κυλίνδρου. Η εξίσωση μεταβολής της πίεσεως (2.3) γίνεται:

$$dp = -\rho \cdot a \cdot dr = -\rho \cdot \omega^2 \cdot r \cdot dr$$

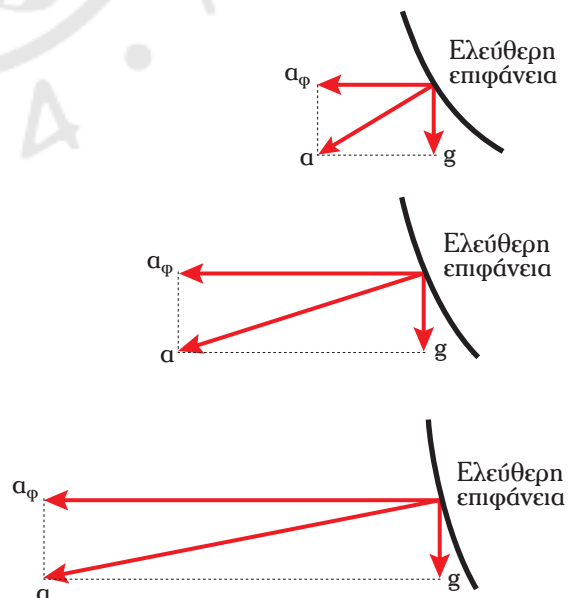
και η ολοκλήρωσή της για απόσταση r από τον άξονα περιστροφής δίνει:

$$p = p_{εξ} + \frac{1}{2}\rho \cdot \omega^2 \cdot (r^2 - r_o^2) \quad (2.10)$$

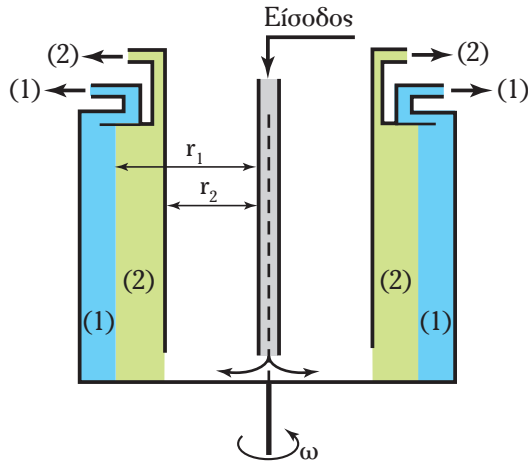
όπου: r_o η απόσταση της ελεύθερης (κυλινδρικής) επιφάνειας του υγρού από τον άξονα περιστροφής και r η αντίστοιχη απόσταση του σημείου πίεσεως p .

Η εξίσωση αυτή αποτελεί τη θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής για ισχυρά φυγοκεντρικά πεδία.

Η ιδιόμορφη αυτή υδροστατική ισορροπία, αξιοποιείται στους **φυγοκεντρικούς διαχωριστές** (centrifugal

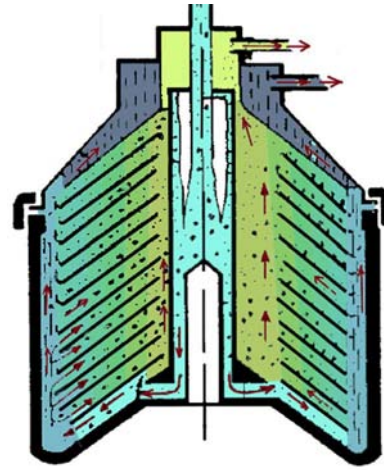


Σχ. 2.2ιστ.
Συνισταμένη επιταχύνσεως σε φυγοκεντρικό διαχωριστή.



Σχ. 2.2ιζ.

Αρχή λειτουργίας φυγοκεντρικού διαχωριστή.



Σχ. 2.2ιη.

Βιομηχανικός φυγοκεντρικός διαχωριστής.

separators) η αρχή λειτουργίας των οποίων παρουσιάζεται στο σχήμα 2.2ιζ. Λόγω της πολύ μεγάλης επιτάχυνσως a (σε σχέση με την επιτάχυνση της βαρύτητας g), επιτυγχάνεται πολύ ταχύτερος και καλύτερος διαχωρισμός υγρών (ακόμη και για μικρές διαφορές πυκνοτήτων), καθώς και αιωρουμένων στερεών, χωρίς σημαντικούς περιορισμούς στις παροχές.

Στο σχήμα 2.2ιη βλέπουμε την τομή ενός βιομηχανικού φυγοκεντρικού διαχωριστή (de Laval).

Παράδειγμα 5

Να υπολογισθεί: α) Η μέγιστη και η ελάχιστη επιτάχυνση του φυγοκεντρικού πεδίου που δημιουργεί κυλινδρική φυγοκεντρική συσκευή ακτίνας 0,2 m αν ο όγκος του υγρού ισούται με το 50% του όγκου του κυλίνδρου και η συσκευή περιστρέφεται στις 8000 rpm (σχ. 2.ιθ) και β) πόση θα είναι η μέγιστη πίεση αν η πυκνότητα του υγρού είναι 850 Kg/m³;

Λύση:

α) Το υγρό καταλαμβάνει το δακτύλιο μεταξύ των ακτίμων r_1 και r_2 . Ο όγκος του κυλίνδρου ισούται με:

$$V = \pi \cdot r_2^2 \cdot h$$

και ο όγκος του κυλινδρικού χώρου που δεν υπάρχει υγρό:

$$V' = \pi \cdot r_1^2 \cdot h$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση: $V'/V = 1 - 0,5 = 0,5 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{V'}{V} = 0,5 \Rightarrow \frac{r_1^2}{r_2^2} = 0,5 \Rightarrow r_1 = \sqrt{0,5} \cdot r_2 \Rightarrow r_1 = 0,707 \cdot r_2$$

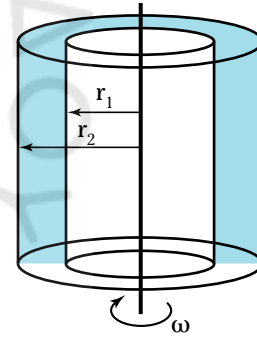
$$\omega = 2\pi \cdot n = 2\pi \cdot (8000/60 \text{ s}^{-1}) = 837,7 \text{ rad/s}$$

$$a_1 = \omega^2 \cdot r_1 = 99.226 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_1 = 10.115 \cdot g$$

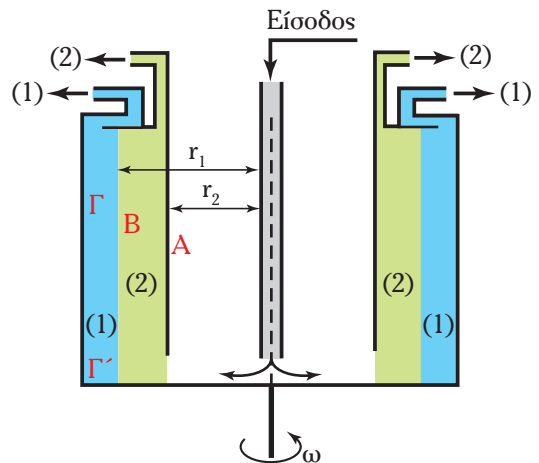
$$a_2 = \omega^2 \cdot r_2 = 140.348 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_2 = 14.307 \cdot g$$

β) Η μέγιστη πίεση αναπτύσσεται στη μέγιστη απομάκρυνση από τον άξονα (r_2).

$$(2.10) \Rightarrow p_{\max} = 6068 \text{ KPa}$$



Σχ. 2.2ιθ.



Σχ. 2.2κ.

Παράδειγμα 6

Ο φυγοκεντρικός διαχωριστής του σχήματος 2.2κ περιέ-

χει νερό (1) και λάδι πυκνότητας 850 Kg/m^3 (2). Αν η εσωτερική διάμετρος της συσκευής είναι 60 cm, το πάχος του στρώματος νερού 5 cm, του λαδιού 10 cm και $\omega = 5000 \text{ rpm}$, να υπολογισθεί η στατική πίεση στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υγρών και η μέγιστη πίεση που αναπτύσσεται στη συσκευή.

Λύση:

Δεδομένα: $\rho_v = 1000 \text{ Kg/m}^3$, $\rho_\lambda = 850 \text{ Kg/m}^3$, $p_A = 101,3 \text{ KPa}$, $n = 5000 \text{ rpm}$

$$R_\Gamma = 0,30 \text{ m}$$

$$R_\Gamma - R_B = 0,05 \text{ m} \Rightarrow R_B = 0,25 \text{ m}$$

$$R_B - R_A = 0,10 \text{ m} \Rightarrow R_A = 0,15 \text{ m}$$

Ζητούμενα: p_B, p_Γ

Για την υδροστατική πίεση σε φυγοκεντρικό πεδίο ισχύει η εξίσωση (2.10):

$$p = p_{εξ} + \frac{1}{2} \rho \cdot \omega^2 \cdot (R^2 - R_o^2)$$

Είναι: $\omega = 2\pi \cdot n = 2\pi \cdot (5000/60 \text{ s}^{-1}) = 523,6 \text{ rad/s}$

$$\text{Λάδι: } p_B = p_A + \frac{1}{2} \rho_\lambda \cdot \omega^2 \cdot (R_B^2 - R_A^2) \Rightarrow p_B = 4762 \text{ KPa}$$

$$\text{Νερό: } p_\Gamma = p_B + \frac{1}{2} \rho_v \cdot \omega^2 \cdot (R_\Gamma^2 - R_B^2) \Rightarrow p_\Gamma = 8532 \text{ KPa}$$

Σημείωση: Αν λαμβάναμε υπόψη και την επίδραση της γήινης βαρύτητας, η μέγιστη πίεση θα παρουσιαζόταν στο σημείο Γ' της μέγιστης ακτίνας και του ελάχιστου ύψους. Αλλά όπως είδαμε, όταν η ταχύτητα περιστροφής είναι μεγάλη, η επίδραση της βαρύτητας είναι αμελητέα. Άρα $p_{\Gamma'} = p_\Gamma$.

2.3 Η πίεση της ατμόσφαιρας.

Στα **αέρια**, όταν υπάρχουν μεγάλες υψομετρικές διαφορές (όπως συμβαίνει στην **ατμόσφαιρα**) η πυκνότητα δεν είναι σταθερή, αλλά μεταβάλλεται σε συνάρτηση με την πίεση και τη θερμοκρασία. Όπως είδαμε στην παράγραφο 1.2.3:

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} \quad (1.5a)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (2.3) παίρνουμε:

$$dp = -\frac{p}{R \cdot T} \cdot g \cdot dy \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{g}{R \cdot T} \cdot dy \quad (2.11)$$

Αν θεωρήσουμε τη θερμοκρασία σταθερή, με ολοκλήρωση της εξισώσεως (2.11) προκύπτει:

$$p = p_o \cdot \exp\left[-\frac{g \cdot y}{R \cdot T}\right] = p_o \cdot e^{-c \cdot y} \quad (2.12)$$

$$\text{όπου: } c = \frac{g}{R \cdot T}$$

Στη γήινη ατμόσφαιρα σταθερή θερμοκρασία συναντάται από ύψος 11 Km ως 20 Km ($T = -56,5^\circ\text{C}$).

Αντίθετα, από την επιφάνεια της θάλασσας ($y = 0$) μέχρι $y \approx 11 \text{ Km}$ (στρατόσφαιρα), η θερμοκρασία μειώνεται γραμμικά σύμφωνα με τη σχέση:

$$T \approx T_o - b \cdot y$$

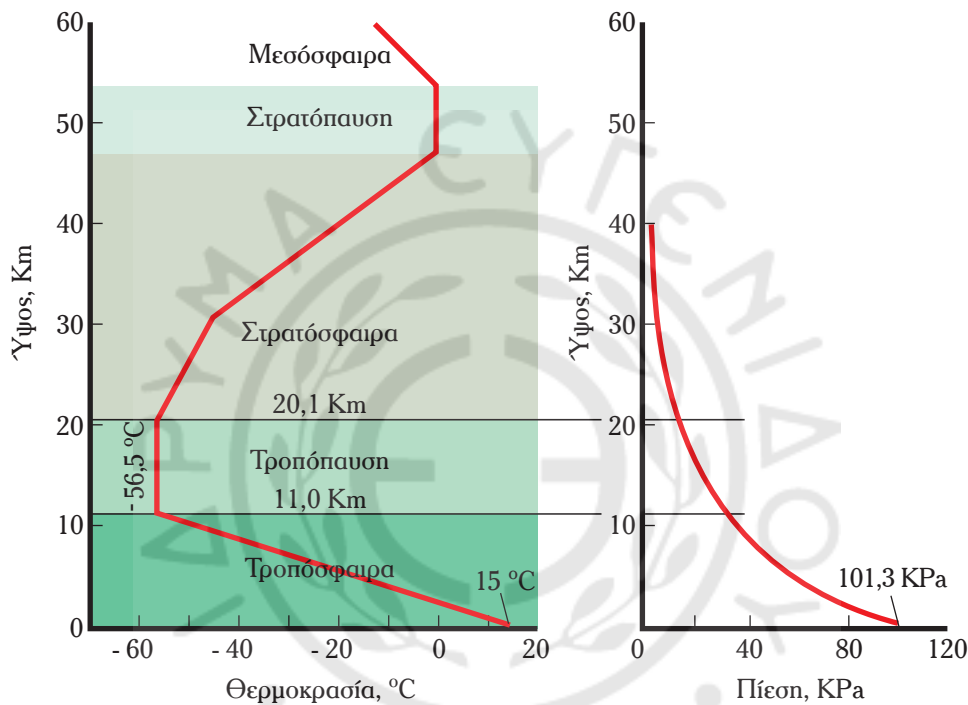
Λαμβάνοντας υπόψη ότι η μέση θερμοκρασία στην επιφάνεια της θάλασσας είναι $T_o = 15^\circ\text{C}$ και για $y = 11000 \text{ m}$, $T \approx -56,5^\circ\text{C}$, προκύπτει: $b = 0,0065 \text{ K/m}$.

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση (2.6) με $T \approx T_0 - 0,0065 \cdot y$, προκύπτει:

$$p = p_0 \cdot \left(1 - \frac{by}{T_0}\right)^{g/(R \cdot b)} = p_0 \cdot \left(1 - \frac{0,0065y}{T_0}\right)^{5,26} \quad (2.12a)$$

Οι εξισώσεις (2.12) και (2.12a) είναι γνωστές ως **βαρομετρικές εξισώσεις**. Χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της πίεσης της ατμόσφαιρας: Η εξίσωση (2.12a) για ύψη από 0 ως 11 Km και η εξίσωση (2.12) από 11 ως 20 Km. Οι μεταβολές της πίεσης και της θερμοκρασίας της ατμόσφαιρας δίνονται στο σχήμα 2.3. (Οι τιμές είναι μέσοι όροι. Διαφοροποιούνται από τον ισημερινό ως τους πόλους).

Σημειώνουμε ότι η σταθερά του ατμοσφαιρικού αέρα είναι $R = 287 \text{ J/KgK}$.



Σχ. 2.3.

Μεταβολές της θερμοκρασίας και της πίεσης της γήινης ατμόσφαιρας.

Παράδειγμα 7

Να υπολογισθεί η ατμοσφαιρική πίεση και η εκατοστιαία μεταβολή της σε ύψη 10m, 100m, 1000m, 11.000m και 20.000 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας.

Λύση:

α) Υπολογισμός στην τροπόσφαιρα (0–11 Km)

$$p_0 = 101,3 \text{ KPa} \quad T_0 = 288^\circ \text{K} \quad R = 287 \text{ J/KgK}$$

$$y_1 = 10 \text{ m} \quad (2.12a) \Rightarrow p_1 = 101,18 \text{ KPa} \Rightarrow \Delta p/p_0 = 0,12\%$$

$$y_2 = 100 \text{ m} \quad (2.12a) \Rightarrow p_2 = 100,10 \text{ KPa} \Rightarrow \Delta p/p_0 = 1,18\%$$

$$y_3 = 1000 \text{ m} \quad (2.12a) \Rightarrow p_3 = 89,84 \text{ KPa} \Rightarrow \Delta p/p_0 = 11,3\%$$

$$y_4 = 11.000 \text{ m} \quad (2.12a) \Rightarrow p_4 = 22,58 \text{ KPa} \Rightarrow \Delta p/p_0 = 77,7\%$$

β) Από 11 ως 20,1 Km ισχύει η εξίσωση (2.12) με:

$$p_0' = p_4 = 22,58 \text{ KPa} \quad T_0' = 273 + (-56,5) = 216,5^\circ \text{K} \quad y' = (y - 11000) \text{ m}$$

$$y_5 = 20.000 \text{ m} \Rightarrow y_5' = (20.000 - 11.000) \text{ m} = 9000 \text{ m}$$

$$(2.12) \Rightarrow p_5 = 5,46 \text{ KPa} \Rightarrow \Delta p/p_0 = 94,6\%$$

Σημείωση 1^η: Αν εφαρμόζαμε την εξίσωση (2.5) των ασυμπίεστων ρευστών για 10m, 100m και 1000 m θέτοντας $\rho_{\text{αέρα}} = 1,205 \text{ Kg/m}^3$, θα παίρναμε τα ακόλουθα αποτελέσματα: $P_1 = 101,18 \text{ KPa}$ (προσέγγιση 100%), $P_2 = 100,12 \text{ KPa}$ (προσέγγιση 99,98%), $P_3 = 89,48 \text{ KPa}$ (προσέγγιση 99,6%). Δηλαδή για σχετικά μικρά υψόμετρα η απόκλιση είναι αμελητέα. Αυξάνει όμως συνεχώς. Μάλιστα, αν ίσχυε η εξίσωση (2.5), η πίεση της ατμόσφαιρας θα μηδενιζόταν σε ύψος $y = p_0/(\rho g) = 8572 \text{ m}$, κάτι που φυσικά δεν συμβαίνει. Επομένως, για τον υπολογισμό της ατμοσφαιρικής πίεσης σε σχετικά μικρά υψόμετρα (μέχρι 1000 m), μπορούμε να χρησιμοποιούμε την εξίσωση (2.5) των ασυμπίεστων ρευστών, χωρίς σημαντικό λάθος

Σημείωση 2^η: Παρατηρούμε πως στα αέρια, όταν δεν υπάρχουν μεγάλες υψομετρικές διαφορές, η στατική πίεση μεταβάλλεται ελάχιστα. Έτσι, στις τεχνικές εφαρμογές, στις οποίες δεν υπεισέρχονται σχεδόν ποτέ σημαντικές υψομετρικές διαφορές, η στατική πίεση των αερίων θεωρείται σταθερή.

Σημείωση 3^η: Επίδραση του ύψους στην επιτάχυνση της βαρύτητας g : Από τη φυσική γνωρίζουμε ότι το g μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη μεταβολή της αποστάσεως από το κέντρο της Γης:

$$g = g_0 \cdot (R_0/R)^2$$

Η ακτίνα της Γης είναι $R_0 \approx 6400 \text{ Km}$ και $g_0 = 9,807 \text{ m/s}^2$.

Σε ύψος 20 Km, $g = 9,807 \cdot (6400/6420)^2 = 9,746 \text{ m/s}^2$, δηλαδή μεταβολή μόλις 0,6%. Αντίστοιχα, έχουμε μικρή αύξηση του g σε μεγάλα βάθη των ωκεανών. Λαμβάνοντας υπόψη ότι το μέγιστο βάθος είναι περίπου 11 Km, η μέγιστη αύξηση του g είναι 0,35% ($9,841 \text{ m/s}^2$). Οι μεταβολές αυτές είναι πολύ μικρές και επιτρέπουν να λαμβάνουμε (με ικανοποιητική ακρίβεια) $g = 9,807 \text{ m/s}^2$.

2.4 Μέτρηση της πίεσης.

2.4.1 Μέτρηση ατμοσφαιρικής πίεσης: Βαρόμετρα.

Σύμφωνα με όσα είπαμε στην παράγραφο 2.3, η Γη περιβάλλεται από την ατμόσφαιρα, η οποία ασκεί πίεση σε όλα τα σώματα που είναι «βυθισμένα» σ' αυτήν. Στην προηγούμενη παράγραφο μελετήσαμε τη μεταβολή της ατμοσφαιρικής πίεσης με το ύψος. Το προφίλ της φαίνεται στο σχήμα 2.3. Λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της στο ελάχιστο ύψος (το μέγιστο ατμοσφαιρικό βάθος), δηλαδή στην επιφάνεια της θάλασσας:

$$p_{\text{ατμ}} = 101,3 \text{ KPa} (=1 \text{ Atm})$$

Για μικρές μεταβολές του υψομέτρου, η $p_{\text{ατμ}}$ παραμένει σταθερή.

Ανάλογα με τις μετεωρολογικές συνθήκες, η $p_{\text{ατμ}}$ μπορεί να είναι λίγο μεγαλύτερη (βαρομετρικό υψηλό) ή χαμηλότερη (βαρομετρικό χαμηλό).

Τα όργανα μέτρησης της πίεσης της γήινης ατμόσφαιρας τα ονομάζουμε **βαρόμετρα**.

Το 1643 ο **Torricelli** με το περίφημο πείραμά του (σχ. 2.4α) όχι μόνο απέδειξε την ύπαρξη της ατμοσφαιρικής πίεσης, αλλά και τη μέτρηση για πρώτη φορά. Ο Torricelli χρησιμοποίησε σωλήνα τον οποίο γέμισε με υδράργυρο, ώστε να μην περιέχει καθόλου αέρα και τον τοποθέτησε ανεστραμμένο σε δοχείο με το ίδιο υγρό, με το ανοιχτό άκρο του βυθισμένο σε αυτό (σωλήνας Torricelli, σχ. 2.4β).

Στο επίπεδο της ελεύθερης επιφάνειας του υδραργύρου ($y=0$) έχουμε: $p = p_{\text{ατμ}}$.

Αν ο σωλήνας έχει αρκετό ύψος, στο πάνω άκρο του θα δημιουργηθεί κενό και η ελεύθερη επιφάνεια του υδραργύρου εντός του σωλήνα θα βρεθεί σε ύψος y .



Σχ. 2.4α.

Το πείραμα του Torricelli.

Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής:

$$p = \gamma \cdot y \Rightarrow p_{\text{ατμ}} = \gamma \cdot y \quad (2.13)$$

Το μήκος L του σωλήνα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από $y = p_{\text{ατμ}}/\gamma$.

Ο χώρος στο πάνω κλειστό τμήμα του (μήκους $L-y$), αν ακριβολογούμε, δεν έχει μηδενική πίεση, αφού υπάρχουν οι ατμοί του υγρού. Η πίεση του χώρου αυτού ισούται με την τάση ατμών του υγρού (η οποία αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας). Άρα η εξίσωση (2.13) πρέπει να διορθωθεί:

$$p_{\text{ατμ}} = p_v + \gamma \cdot y \quad (2.13a)$$

Ο υδράργυρος όμως έχει πολύ μικρή τάση ατμών (για θερμοκρασία 20°C , $p_{v\text{Hg}} = 0,16 \text{ Pa}$), τιμή πρακτικά μηδενική.

Ο υδράργυρος είναι κατάλληλος και λόγω του μεγάλου ειδικού βάρους του (άρα του μικρότερου μήκους σωλήνα που απαιτεί): $\gamma_{\text{Hg}} = 132,84 \text{ KN/m}^3$.

Η ατμοσφαιρική πίεση αντιστοιχεί σε ορισμένο ύψος της στήλης υδραργύρου. Σε κανονικές συνθήκες αυτή μετρήθηκε ίση με 760 mmHg :

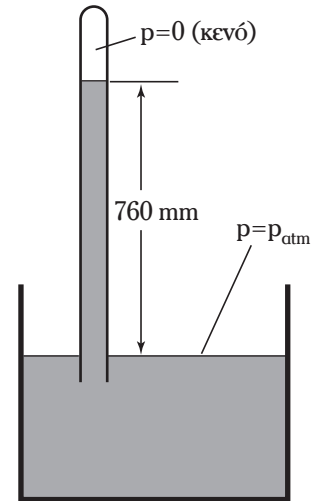
$$p_{\text{ατμ}} = 101,3 \text{ KPa} = 760 \text{ mmHg}$$

Στη θέση του υδραργύρου θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε οποιοδήποτε άλλο υγρό. Αν χρησιμοποιηθεί νερό, το ύψος της στήλης νερού (για κανονική ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια της θάλασσας) θα ανέλθει στα $10,3 \text{ m}$. Πρέπει όμως να λάβουμε υπόψη ότι το νερό έχει μια αξιοσημείωτη τάση ατμών ($p_v = 2,34 \text{ KPa}$ στους 20°C , $3,2 \text{ KPa}$ στους 25°C κ.λπ.) και κατά συνέπεια το βαρόμετρο που θα προέκυπτε, εκτός από το τεράστιο μήκος του σωλήνα του, θα έδινε ύψη στήλης που θα μεταβάλλονταν με τη μεταβολή της θερμοκρασίας.

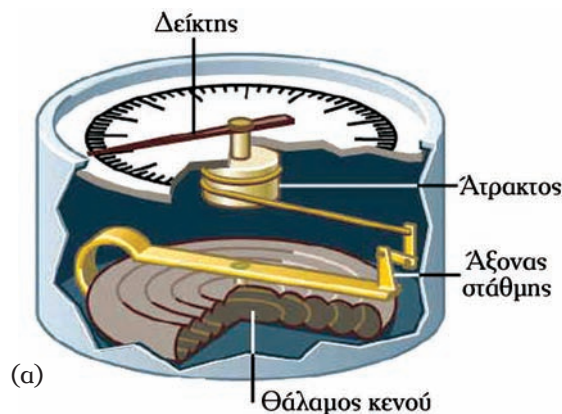
Το ύψος της στήλης υδραργύρου και του νερού αποτελούν εμπειρική μονάδα μετρήσεως της πίεσης. Άρα:

$$p_{\text{ατμ}} = 101,3 \text{ KPa} = 760 \text{ mm Hg} = 10,3 \text{ m H}_2\text{O}.$$

Σημαντικό μειονέκτημα του **βαρομέτρου υδραργύρου** αποτελεί το μεγάλο μήκος σωλήνα που απαιτεί (μεγαλύτερο από 76 cm). Αυτός είναι ο λόγος της ευρύτατης χρήσεως που βρίσκει το **μεταλλικό βαρόμετρο** (αν και οι μετρήσεις του είναι μικρότερης ακρίβειας). Αυτό αποτελείται από αεροστεγώς κλεισμένο μεταλλικό κουτί απ' το οποίο έχει αφαιρεθεί ο αέρας [σχ. 2.4γ(α)(β)]. Η πάνω επιφάνειά του



Σχ. 2.4β.
Βαρόμετρο Torricelli.



Σχ. 2.4γ.

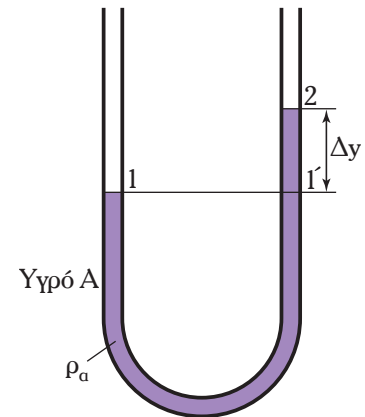
α) Τομή του μεταλλικού βαρομέτρου. β) Μεταλλικό βαρόμετρο.

αποτελείται από εύκαμπτο έλασμα. Στο έλασμα ασκείται η δύναμη της ατμοσφαιρικής πίεσης ($F = p_{\text{atm}} \cdot A$) και το παραμορφώνει τόσο, ώστε να αναπτυχθεί ίση και αντίθετη δύναμη (αντίσταση). Η παραμόρφωση μεταδίδεται μέσω συστήματος ευαισθητών μοχλών σε δείκτη, ο οποίος βρίσκεται μπροστά σε κατάλληλα βαθμολογημένη κλίμακα. Το μεταλλικό βαρόμετρο απαιτεί έλεγχο και ρύθμιση κατά διαστήματα.

2.4.2 Μανόμετρα.

Μία από τις σπουδαιότερες εφαρμογές της θεμελιώδους εξίσωσης της υδροστατικής έχομε στα μανόμετρα.

Τα μανόμετρα είναι **όργανα μετρήσεως της διαφοράς πίεσης** μεταξύ δύο χώρων ή δύο σημείων ενός ρευστού. Ένα τυπικό μανόμετρο αποτελείται από κεκαμμένο σωλήνα τύπου U, έτσι ώστε τα δύο σκέλη του να αποτελούν συγκοινωνούντα δοχεία. Μέσα στο σωλήνα υπάρχει υγρό γνωστής πυκνότητας. Στο σχήμα 2.4δ βλέπουμε μια απλή μορφή του. Τα δύο σκέλη του μανομέτρου συνδέονται με τους χώρους των οποίων θέλουμε να συγκρίνομε τις πιέσεις. Αν οι πιέσεις στα δύο σκέλη του μανομέτρου πάνω από το ρευστό Α είναι ίσες, τότε, σύμφωνα με την αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων, και οι ελεύθερες επιφάνειες θα βρίσκονται στο ίδιο ύψος. Αν υπάρχει διαφορά πίεσης, θα υπάρχει και υψομετρική διαφορά.



Σχ. 2.4δ.
Μανόμετρο τύπου U.

Στο σχήμα 2.4δ τα σημεία 1 και 1' ανήκουν στο ίδιο υγρό με $y_1 = y_1'$ επομένως $p_1 = p_1'$.

$$(2.5) \Rightarrow p_1 = p_1' = p_2 - \gamma \cdot (y_1' - y_2) = p_2 + \gamma \cdot (y_2 - y_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 - p_2 = \gamma \cdot (y_2 - y_1) \quad (2.14)$$

και γενικότερα:

$$\Delta p = -\gamma \cdot \Delta y = -\rho \cdot g \cdot \Delta y \quad (2.14a)$$

Παρατηρούμε πως η διαφορά πίεσης είναι ανεξάρτητη από το ύψος που βρίσκονται τα σημεία 1 και 2 αλλά ανάλογη της υψομετρικής τους διαφοράς:

$$\Delta y = y_2 - y_1 = (p_1 - p_2)/\gamma$$

Από την εξίσωση (2.14) προκύπτει πως αν το ένα σκέλος του μανομέτρου είναι ανοικτό στην ατμόσφαιρα τότε υπολογίζεται άμεσα η σχετική πίεση του άλλου σκέλους:

$$\text{Αν } p_2 = p_{\text{atm}} \Rightarrow p_{1,\text{ox}} = p_1 - p_{\text{atm}} = \gamma \cdot (y_2 - y_1) \quad (2.14\beta)$$

Παρατηρούμε επίσης πως για δεδομένη διαφορά πίεσης, η υψομετρική διαφορά είναι αντιστρόφως ανάλογη με το ειδικό βάρος του υγρού που περιέχει το μανόμετρο:

$$\Delta y = y_2 - y_1 = (p_1 - p_2)/\gamma \quad (2.14\gamma)$$

Αυτό σημαίνει πως όταν θέλουμε να μετρήσουμε αξιόλογες διαφορές πίεσης πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μανόμετρο με υγρό μεγάλου ειδικού βάρους (μανόμετρο υδραργύρου), ώστε να μην υπάρχουν τεράστιες υψομετρικές διαφορές. Αντίθετα, για τη μέτρηση μικρών διαφορών πίεσης, το μανόμετρο υδραργύρου δεν θα επιτρέψει ακριβείς μετρήσεις (θα έχομε πολύ μικρή υψομετρική διαφορά) και είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούνται υγρά με μικρότερο ειδικό βάρος, ώστε να προκύπτει αξιόλογη υψομετρική διαφορά.

Μια πρακτική τροποποίηση του βαρομέτρου τύπου U είναι η προσθήκη δοχείου διαστολής στο ένα σκέλος του (σχ. 2.4ε). Επειδή το εμβαδόν διατομής του δοχείου είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με το εμβαδόν διατομής του σωλήνα, η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού εντός του δοχείου μένει κατά προσέγγιση σταθερή και μεταβάλλεται μόνο το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας του δεύτερου σκέλους. Έτσι, είναι

εύκολη η τοποθέτηση κλίμακας υψών ή πιέσεων και η άμεση ανάγνωσή τους.

Παράδειγμα 8

Αν η διάμετρος του κυλινδρικού δοχείου διαστολής του σχήματος 2.4ε είναι είκοσι φορές μεγαλύτερη από τη διάμετρο του σωλήνα και $\Delta y = 12 \text{ cm}$, να υπολογισθεί πόσο θα ανέλθει η στάθμη στο δοχείο αν εξισωθούν οι πιέσεις στα δύο σκέλη του μανόμετρου. Πόσο είναι το σφάλμα της μετρήσεως %;

Λύση:

Έστω x_1 η άνοδος της στάθμης στο δοχείο. Εφόσον οι δύο στάθμες θα εξισωθούν, η στάθμη του σωλήνα θα κατέλθει κατά $x_2 = \Delta y - x_1$.

Η μείωση όγκου του υγρού στο δεύτερο σκέλος ισούται με την αύξηση όγκου στο δοχείο:

$$\begin{aligned} (\Delta y - x_1) \cdot A_2 &= x_1 \cdot A_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow (\Delta y - x_1) \cdot \pi \cdot d_2^2/4 &= x_1 \cdot \pi \cdot d_1^2/4 \\ d_1 = 20d_2 \Rightarrow \Delta y - x_1 &= 400 \cdot x_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow x_1 &= 0,03 \text{ cm} \end{aligned}$$

Αυτό σημαίνει ότι η πραγματική υψομετρική διαφορά ήταν $\Delta y' = 12,03 \text{ cm}$.

$$(\Delta y' - \Delta y) / \Delta y = 0,0025 \text{ ή } 0,25\%$$

Για μικρές διαφορές πιέσεως χρησιμοποιείται και το επικλινές μανόμετρο (σχ. 2.4στ) το οποίο δίνει ακριβέστερες μετρήσεις. Σ' αυτό, αντί να μετράμε την υψομετρική διαφορά Δy , μετράμε το σημαντικά μεγαλύτερο επικλινές Δx , μειώνοντας έτσι το σφάλμα της μετρήσεως. Άρα:

$$\Delta y = \Delta x \cdot \sin\theta$$

$$\text{Έτσι, αν π.χ. } \theta = 30^\circ \Rightarrow \Delta x = 2 \cdot \Delta y$$

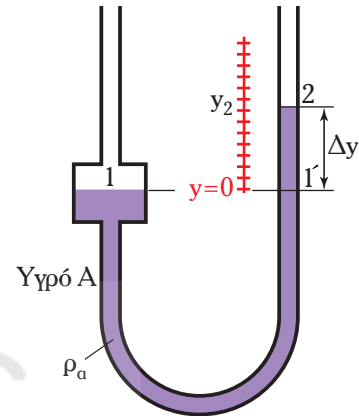
Υπάρχουν και μανόμετρα πιο σύνθετα, κάποια από τα οποία θα συναντήσουμε στα παραδείγματα που ακολουθούν.

Για πολύ μεγάλες πιέσεις, αλλά και για γρήγορες και εύκολες μετρήσεις, χρησιμοποιούνται τα **μεταλλικά μανόμετρα** (τα οποία όμως υπολείπονται σε ακρίβεια). Το πιο διαδομένο είναι το **μανόμετρο Bourdon**, η αρχή λειτουργίας του οποίου παρουσιάζεται στο σχήμα 2.4ζ. Ο καμπυλωμένος σωλήνας ελλειπτικής διατομής μεταβάλλει την καμπυλότητά του όταν μεταβληθεί η πίεση. Η μεταβολή μεταφέρεται στη βελόνα που βρίσκεται μπροστά σε κλίμακα μετρήσεως της πίεσης.

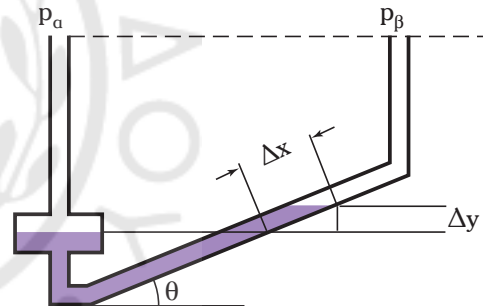
Μανόμετρα διαφόρων τύπων παρουσιάζονται στο σχήμα 2.4η.

2.4.3 Μεθοδολογικές παρατηρήσεις και παραδείγματα υπολογισμού.

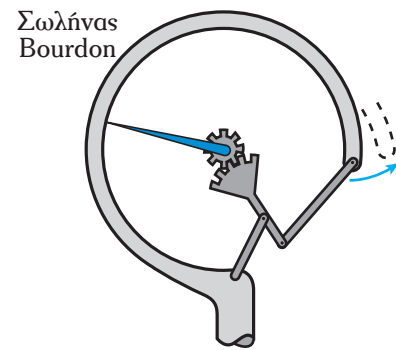
α) Δεν συνίσταται χρήση ειδικών τύπων, λόγω της πολυ-



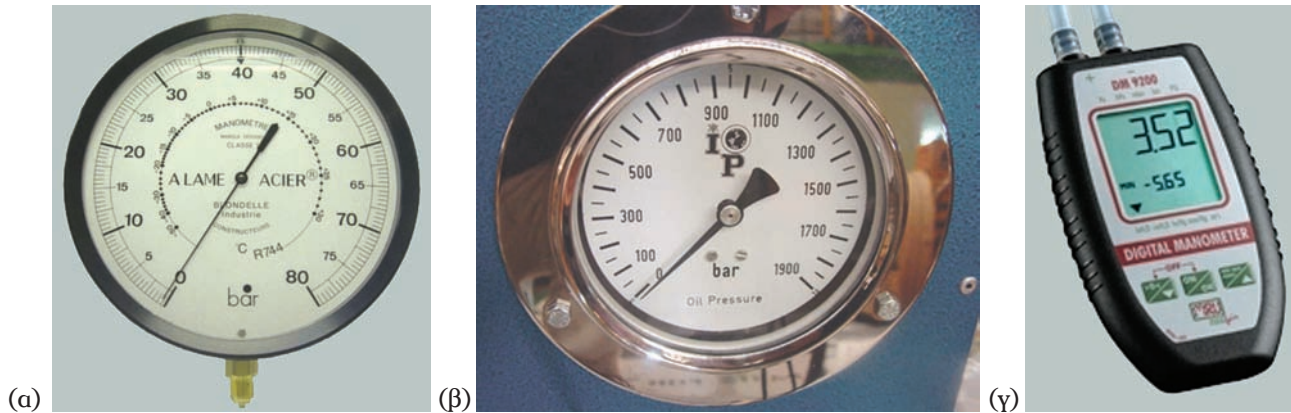
Σχ. 2.4ε.
Μανόμετρο με δοχείο διαστολής.



Σχ. 2.4στ.
Επικλινές μανόμετρο.



Σχ. 2.4ζ.
Αρχή λειτουργίας μανόμετρου Bourdon.



Σχ. 2.4n.

Μανόμετρα. (α), (β) μεταλλικά, (γ) ψηφιακό.

μορφίας που παρουσιάζουν τα μανόμετρα. Αρκεί η σωστή χρήση των σχέσεων που εξετάσαμε στις προηγούμενες παραγράφους (και κυρίως της θεμελιώδους εξίσωσης της υδροστατικής).

β) Τα μανόμετρα υπολογίζουν διαφορές πίεσης αξιοποιώντας τις υψομετρικές διαφορές. Αν όμως γνωρίζουμε την (απόλυτη) πίεση στο ένα σκέλος του μανομέτρου τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την πίεση και στο άλλο σκέλος. Στην περίπτωση αυτή συνίσταται ο υπολογισμός να ξεκινά από την πλευρά γνωστής πίεσης.

γ) Ένα υγρό παρουσιάζει ίδια πίεση σε όλα τα σημεία του που βρίσκονται στο ίδιο ύψος.

δ) Ένα αέριο έχει την ίδια πίεση σε όλα τα σημεία του (ανεξαρτήτως ύψους).

Γενικά, τα προβλήματα υπολογισμού πίεσης (ή διαφοράς πίεσης) με χρήση μανομέτρου, αντιμετωπίζονται με τα ακόλουθα βήματα:

α) Τοποθετούμε αριθμούς (ή γράμματα) σε όλα τα χαρακτηριστικά σημεία του σχήματος, ξεκινώντας από το σκέλος γνωστής πίεσης (αν υπάρχει). Π.χ. A-1-2-3-B. (Στα παραδείγματα που ακολουθούν σημειώνονται με κόκκινα στοιχεία).

β) Σε κάθε υψομετρική διαφορά Δy σε υγρό, εφαρμόζουμε τη θεμελιώδη εξίσωση της υδροστατικής, στη μορφή της εξίσωσης (2.5α):

$$\Delta p = -\gamma \cdot \Delta y = -\rho \cdot g \cdot \Delta y$$

Στα αέρια η πίεση παραμένει σταθερή.

γ) Υπολογίζουμε διαδοχικά τις μεταβολές της πίεσης (αριθμητικά αν υπάρχουν επαρκή στοιχεία) μέχρι να φτάσουμε στο σημείο του οποίου ζητείται η πίεση.

Σημειώνουμε πως αν ζητείται η διαφορά πίεσης $p_A - p_B$ και τα ενδιάμεσα σημεία είναι τα 1, 2, 3, ισχύει:

$$p_A - p_B = (p_A - p_1) + (p_1 - p_2) + (p_2 - p_3) + (p_3 - p_B)$$

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δώσουμε στις μονάδες:

α) Εργαζόμαστε στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI) και κατά συνέπεια αν δεδομένα του προβλήματος εκφράζονται σε μονάδες που δεν ανήκουν στο SI, τα μετατρέπουμε σε αντίστοιχες μονάδες του SI.

β) Ειδικά για την πίεση, η μονάδα Pa ($=N/m^2$) είναι πολύ μικρή και είναι πιο πρακτικό να χρησιμοποιούμε το πολλαπλάσιό της:

$$1 \text{ KPa} = 1000 \text{ Pa} = 1 \text{ KN/m}^2$$

Αλλά η ποσότητα $\rho \cdot g \cdot y$ ($= -\Delta p$) προκύπτει σε Pa: $(\text{Kg/m}^3) \cdot (\text{m/s}^2) \cdot \text{m} = \text{Pa}$. Αν επομένως χρησιμοποιούμε τη μονάδα πίεσης KPa (όπως στα παρακάτω), πρέπει και την ποσότητα $\rho \cdot g \cdot y$ να την εκφράζουμε σε KPa (διαιρώντας το αποτέλεσμα διά 1000).

Στην περίπτωση που αντί για την ποσότητα $\rho \cdot g \cdot y$ χρησιμοποιούμε την $\gamma \cdot y$ ($=\rho \cdot g \cdot y$), αν θέσουμε το ειδικό βάρος γ σε KN/m^3 , η διαφορά πιέσεως προκύπτει σε KPa .

Παράδειγμα 9

Να υπολογισθεί η πίεση στη βάση, το κέντρο και το ανώτερο σημείο της κυλινδρικής δεξαμενής του σχήματος 2.40, και να σχεδιασθεί το διάγραμμα μεταβολής πιέσεως-ύψους. Το δεξί σκέλος του μανομέτρου είναι ανοιχτό στην ατμόσφαιρα.

Λύση:

Σημειώνουμε τα χαρακτηριστικά σημεία 1, 2, 2', 3, 4, 5 (σχ. 2.40).

Δεδομένα: $p_1 = p_{\text{ατμ}} = 101,3 \text{ KPa}$
 $\rho_v = 1000 \text{ Kg/m}^3, \rho_{\text{Hg}} = 13.550 \text{ Kg/m}^3$
 $y_1 - y_2 = 0,32 \text{ m}, y_3 - y_2' = 0,1 \text{ m},$
 $y_3 - y_4 = y_5 - y_3 = 1 \text{ m}$

Ζητούμενα: p_3, p_4, p_5

$$p_2 - p_1 = -\rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (y_2 - y_1) = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (y_1 - y_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = 42.523 \text{ Pa} = 42,523 \text{ KPa} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = 143,8 \text{ KPa}$$

$$p_2 = p_2' = 143,8 \text{ KPa} \quad (y_2' = y_2)$$

$$p_2' - p_3 = -\rho_v \cdot g \cdot (y_2' - y_3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2' - p_3 = 0,98 \text{ KPa} \Rightarrow p_3 = 142,8 \text{ KPa}$$

$$p_4 - p_3 = -\rho_v \cdot g \cdot (y_4 - y_3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_4 - p_3 = 9,81 \text{ KPa} \Rightarrow p_4 = 152,6 \text{ KPa}$$

$$p_5 - p_3 = -\rho_v \cdot g \cdot (y_5 - y_3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_5 - p_3 = -9,81 \text{ KPa} \Rightarrow p_5 = 133 \text{ KPa}$$

Η πίεση στη δεξαμενή νερού μειώνεται με το ύψος, σύμφωνα με την εξίσωση (2.5):

$$p = p_5 - \rho_v \cdot g \cdot (y_5 - y)$$

Η γραφική παράσταση σε διάγραμμα $y - p$ είναι ευθύγραμμο τμήμα που προσδιορίζεται από τα σημεία 4 ($y = 0 \text{ m}, p = 152,6 \text{ KPa}$) και 5 ($y = 1 \text{ m}, p = 133 \text{ KPa}$) και η οποία διέρχεται από το σημείο 3 (σχ. 2.41).

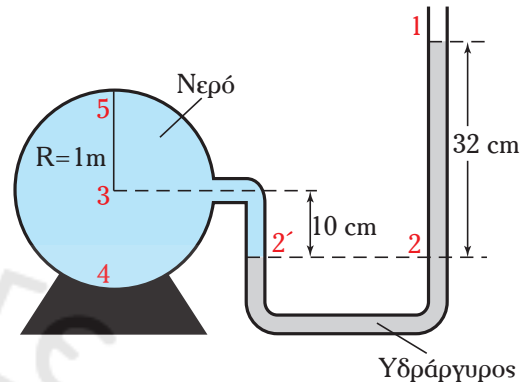
Παράδειγμα 10

Αξιοποιώντας τις ενδείξεις του **διπλού μανομέτρου** του σχήματος 2.41α, να υπολογισθεί η πίεση του αερίου. Το δεξί σκέλος του μανομέτρου είναι ανοιχτό στην ατμόσφαιρα.

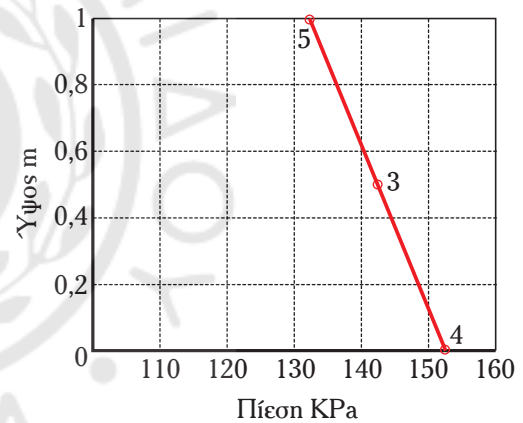
Δίνονται: $\Delta y_1 = 20 \text{ cm}$ και $\Delta y_2 = 40 \text{ cm}$

Λύση:

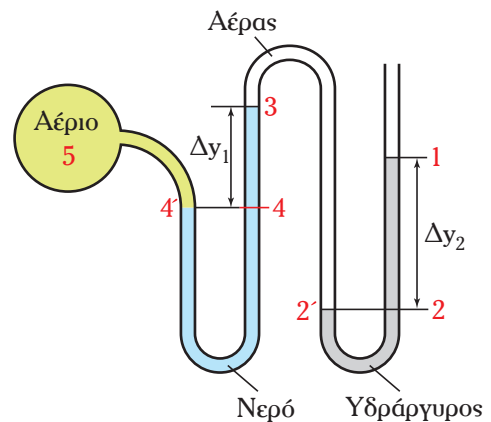
Τοποθετούμε τα σημεία 1, 2, 2', 3, 4, 4', 5 και σημειώνο-



Σχ. 2.40.



Σχ. 2.41.



Σχ. 2.41α.

με τα δεδομένα (προσέχοντας τους δείκτες και τα πρόσημα των υψομετρικών διαφορών):

$$\Delta\text{εδομένα: } p_1 = p_{\text{ατμ}} = 101,3 \text{ KPa}$$

$$\rho_v = 1000 \text{ Kg/m}^3, \rho_{\text{Hg}} = 13.550 \text{ Kg/m}^3$$

$$\Delta y_1 = y_3 - y_4 = 0,2 \text{ m}, \Delta y_2 = y_2 - y_1 = 0,4 \text{ m}$$

Ζητούμενο: p_5

$$p_2 - p_1 = -\rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (y_2 - y_1) = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (y_1 - y_2) = 53,154 \text{ KPa} \Rightarrow p_2 = 154,454 \text{ KPa}$$

$$= p_2 = p_2' = 154,454 \text{ KPa} (y_2 = y_2')$$

$$p_3 = p_2 = 154,454 \text{ KPa} (\text{αέρας})$$

$$p_4 - p_3 = -\rho_v \cdot g \cdot (y_4 - y_3) = \rho_v \cdot g \cdot (y_3 - y_4) = 1961 \text{ Pa} = 1,96 \text{ KPa} \Rightarrow p_4 = 156,4 \text{ KPa}$$

$$p_4 = p_4' = p_5 = 156,4 \text{ KPa}$$

Σημείωση: Η άσκηση (καθώς η προηγούμενη και οι επόμενες) μπορεί να επιλυθεί χωρίς υπολογισμούς ενδιάμεσων πιέσεων:

$$p_5 - p_1 = (p_5 - p_4') + (p_4' - p_4) + (p_4 - p_3) + (p_3 - p_2') + (p_2' - p_2) + (p_2 - p_1) = (p_4 - p_3) + (p_2 - p_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_5 - p_1 = -\rho_v \cdot g \cdot (y_4 - y_3) - \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (y_2 - y_1) = \rho_v \cdot g \cdot (y_3 - y_4) + \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (y_1 - y_2) =$$

$$= 55,1 \text{ KPa} \Rightarrow p_5 = 156,4 \text{ KPa}$$

Προτείνεται όμως ο διαδοχικός υπολογισμός των πιέσεων (όταν έχουμε επαρκή στοιχεία), επειδή έτσι είναι πιο εύκολος ο λογικός έλεγχος.

Παράδειγμα 11

Αν το λάδι του σχήματος 2.41β έχει $\rho_{\text{οx}} = \rho/\rho_{\text{νερού}} = 0,85$:

α) Να υπολογισθεί η πίεση του αερίου και η πίεση στον πυθμένα της δεξαμενής του σχήματος (σχ. 2.41β).

β) Να γραφούν οι εξισώσεις πιέσεως που ισχύουν στα τρία ρευστά της δεξαμενής και να σχεδιαστεί το διάγραμμα μεταβολής της πιέσεως μετά του ύψους.

Λύση:

$$\Delta\text{εδομένα: } p_1 = p_{\text{ατμ}} = 101,3 \text{ KPa}$$

$$y_1 - y_2 = 0,6 \text{ m}, y_3 - y_4 = 0,8 \text{ m}, y_A - y_B = 0,8 \text{ m}, y_B - y_{\Gamma} = 2,7 \text{ m}$$

$$\rho_v = 1000 \text{ Kg/m}^3, \rho/\rho_{\text{νερού}} = 0,85 \Rightarrow \rho = 850 \text{ Kg/m}^3, \rho_{\text{Hg}} = 13.550 \text{ Kg/m}^3$$

Ζητούμενα: p_A, p_{Γ} , Διάγραμμα $y - p$ στη δεξαμενή.

$$\alpha) p_2 - p_1 = -\rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (y_2 - y_1) = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot (y_1 - y_2) \Rightarrow p_2 = 181,03 \text{ KPa}$$

$$p_3 = p_2 (\text{αέριο}) \Rightarrow p_3 = 181,03 \text{ KPa}$$

$$p_4 - p_3 = -\rho_v \cdot g \cdot (y_4 - y_3) = \rho_v \cdot g \cdot (y_3 - y_4) \Rightarrow p_4 = 188,9 \text{ KPa}$$

$$p_A = p_4 (\text{αέριο}) \Rightarrow p_A = 188,9 \text{ KPa}$$

$$p_B - p_A = -\rho \cdot g \cdot (y_{\Gamma} - y_A) = \rho \cdot g \cdot (y_{\Gamma} - y_A) \Rightarrow p_B = 195,6 \text{ KPa}$$

$$p_{\Gamma} - p_B = -\rho_v \cdot g \cdot (y_B - y_{\Gamma}) = \rho_v \cdot g \cdot (y_{\Gamma} - y_B) \Rightarrow p_{\Gamma} = 222,1 \text{ KPa}$$

β) Η μεταβολή της πιέσεως σε κάθε υγρό, αυξάνεται γραμμικά με τη μείωση του ύψους, αλλά με διαφορετικό ρυθμό (λόγω διαφορετικής πυκνότητας) (σχ. 2.41γ). Στο αέριο η πίεση μένει σταθερή.

Θέτοντας $y_{\Gamma} = 0 \text{ m}$, ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\Gamma B (y \text{ από } 0 \text{ ως } 2,7 \text{ m}): \quad p = p_{\Gamma} - \rho_v \cdot g \cdot (y - y_{\Gamma}) = 222,1 - 9,807 \cdot y \text{ KPa}$$

$$B A (y \text{ από } 2,7 \text{ ως } 3,5 \text{ m}): \quad p = p_B - \rho \cdot g \cdot (y - y_B) = 218,1 - 8,336 \cdot y \text{ KPa}$$

$$\text{Αέριο } (y > 3,5 \text{ m}): \quad p = p_A = 188,9 \text{ KPa}$$

Παράδειγμα 12

Να υπολογισθεί η διαφορά πιέσεως μεταξύ των σημείων Α και Β του σχήματος 2.4ιδ αν η πυκνότητα της βενζίνης είναι 780 Kg/m^3 .

Λύση:

$$y_1 - y_{B'} = (0,4 - 0,14) \text{ m} = 0,26 \text{ m}, \quad y_{1'} - y_2 = 0,08 \text{ m}, \quad y_A - y_2 = 0,20 \text{ m}$$

$$\rho_v = 1000 \text{ Kg/m}^3, \quad \rho_\beta = 850 \text{ Kg/m}^3, \quad \rho_{\text{Hg}} = 13.550 \text{ Kg/m}^3$$

Ζητούμενα: $p_A - p_B$

$$p_A - p_B = (p_A - p_2) + (p_2 - p_{1'}) + (p_{1'} - p_1) + (p_1 - p_{B'}) + (p_{B'} - p_B) \quad (1)$$

$$p_A - p_2 = \gamma_\beta \cdot (y_2 - y_A) = -1,53 \text{ KPa}$$

$$p_2 - p_1 = \gamma_{\text{Hg}} \cdot (y_2 - y_1) = 10,64 \text{ KPa}$$

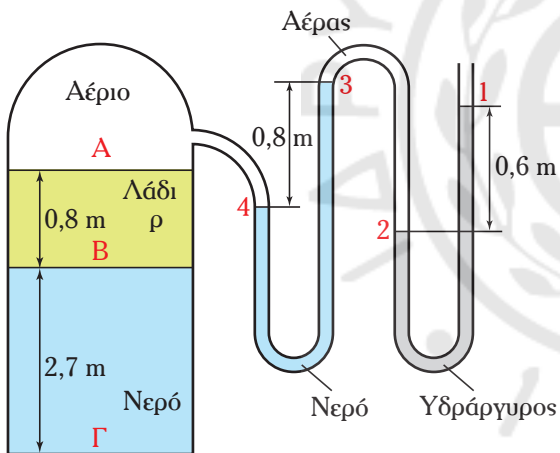
$$p_{1'} - p_1 = 0 \text{ (αέρας)}$$

$$p_1 - p_{B'} = \gamma_v \cdot (y_{B'} - y_1) = -2,55 \text{ KPa}$$

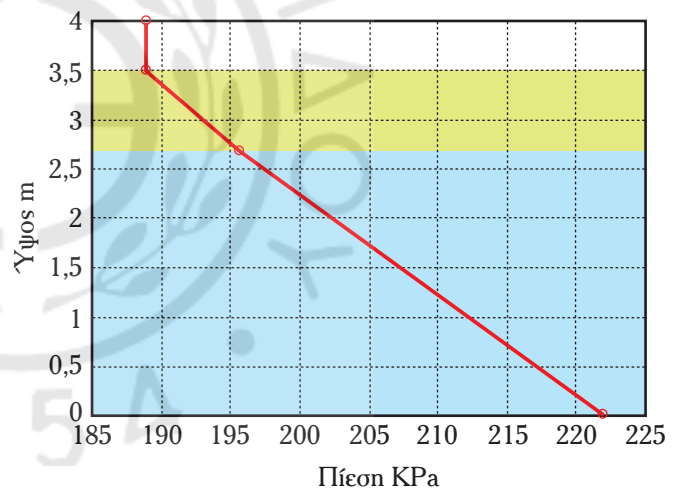
$$p_{B'} - p_B = 0 \text{ (αέρας)}$$

Με αντικατάσταση στην (1):

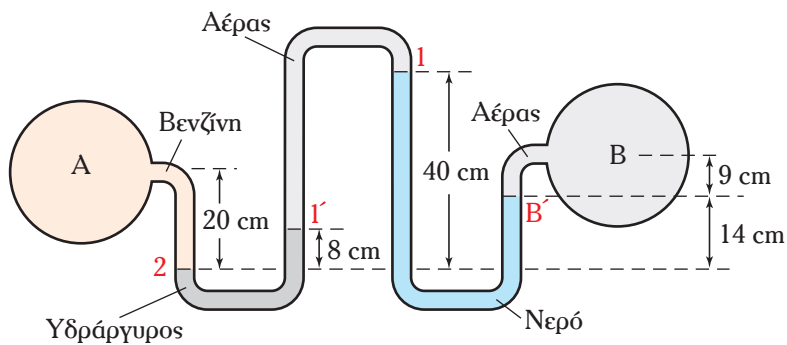
$$p_B - p_A = 6,56 \text{ KPa}$$



Σχ. 2.4ιβ.



Σχ. 2.4ιγ.



Σχ. 2.4ιδ.

Παράδειγμα 13

Το μανόμετρο του σχήματος 2.4ie μετρά τη μεταβολή πίεσεως (λόγω παρεμβολής εξαρτήματος ροής) μεταξύ των σημείων α και β ενός οριζώντιου αγωγού. Αν το ρευστό του αγωγού είναι νερό, το υγρό του μανομέτρου υδράργυρος και $y = 10$ cm, να υπολογισθεί η μεταβολή της πίεσεως από το α ως το β.

Λύση:

Δεδομένα: $\rho_v = 1000 \text{ Kg/m}^3$, $\rho_{Hg} = 13.550 \text{ Kg/m}^3$
 $y_1 - y_2 = 0,1 \text{ m}$, $y_\alpha = y_\beta$

Ζητούμενο: $p_\alpha - p_\beta$

$$p_\alpha - p_\beta = (p_\alpha - p_2) + (p_2 - p_1) + (p_1 - p_\beta) \quad (1)$$

$$p_\alpha - p_2 = -\rho_v \cdot g \cdot (y_\alpha - y_2) \quad (2a)$$

$$p_2 - p_1 = -\rho_{Hg} \cdot g \cdot (y_2 - y_1) \quad (2\beta)$$

$$p_1 - p_\beta = -\rho_v \cdot g \cdot (y_1 - y_\beta) \quad (2\gamma)$$

$$\begin{aligned} (1) &\Rightarrow p_\alpha - p_\beta = -\rho_v \cdot g \cdot (y_\alpha - y_2) - \rho_{Hg} \cdot g \cdot (y_2 - y_1) - \rho_v \cdot g \cdot (y_1 - y_\beta) \Rightarrow \\ &\Rightarrow p_\alpha - p_\beta = -\rho_v \cdot g \cdot (y_1 - y_2) - \rho_{Hg} \cdot g \cdot (y_2 - y_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow p_\alpha - p_\beta = g \cdot (y_1 - y_2) \cdot (\rho_{Hg} - \rho_v) \Rightarrow \\ &\Rightarrow p_\alpha - p_\beta = 12,3 \text{ KPa} \end{aligned}$$

Παράδειγμα 14

Να υπολογισθεί η πίεση του αέρα πάνω από το νερό της κλειστής δεξαμενής του σχήματος 2.4ιστ. Το υγρό του επικλινούς μανομέτρου είναι υδράργυρος.

Λύση:

Δεδομένα: $\rho_v = 1000 \text{ Kg/m}^3$, $\rho_{Hg} = 13.550 \text{ Kg/m}^3$
 $y_\Gamma - y_B = 0,5 \text{ m}$, $\theta = 45^\circ$, $AB = 0,38 \text{ m}$
 $p_A = 101,3 \text{ KPa}$

Ζητούμενο: p_1

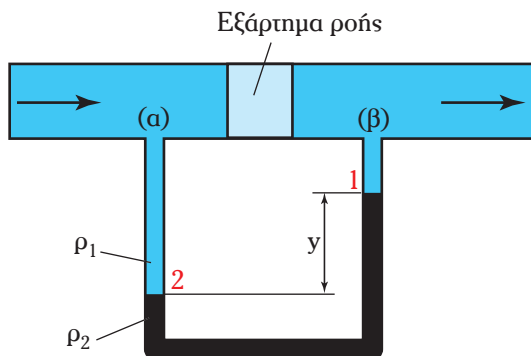
$$y_A - y_B = AB \cdot \sin\theta \Rightarrow y_A - y_B = 0,269 \text{ m}$$

$$p_B - p_A = -\rho_{Hg} \cdot g \cdot (y_B - y_A) = \rho_{Hg} \cdot g \cdot (y_A - y_B) \Rightarrow p_B = 137 \text{ KPa}$$

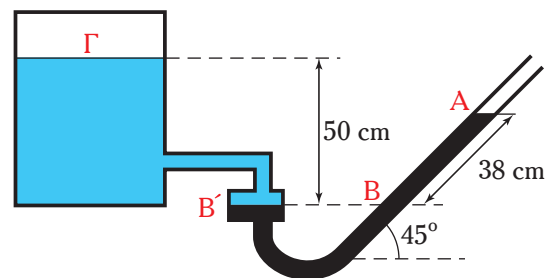
$$p_B = p_{B'} = 137 \text{ KPa}$$

$$p_\Gamma - p_{B'} = -\rho_v \cdot g \cdot (y_\Gamma - y_{B'}) \Rightarrow p_\Gamma = p_{B'} - \rho_v \cdot g \cdot (y_\Gamma - y_{B'}) \Rightarrow p_\Gamma = 132,1 \text{ KPa}$$

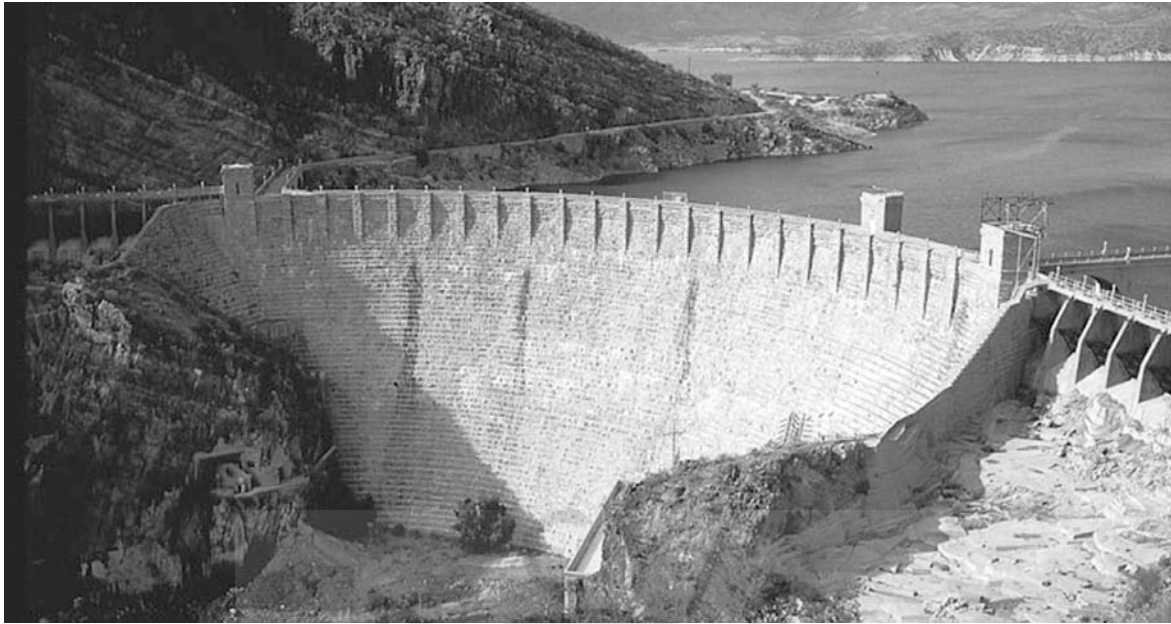
Σημείωση: Αρκετές φορές ένα λάθος στο πρόσημο, οδηγεί σε λάθος υπολογισμό. Δεν ξεχνάμε πως η στατική πίεση σε υγρό ευρισκόμενο στο πεδίο βαρύτητας, αυξάνεται όταν μειώνεται το ύψος. Έτσι, πριν ακόμη αρχίσει ο υπολογισμός, γνωρίζουμε τη σχέση πιέσεων. Στο παράδειγμα 14 $p_B > p_A$ και $p_\Gamma < p_{B'}$.



Σχ. 2.4ie.



Σχ. 2.4ιστ.



Σχ. 2.5α.

2.5 Δυνάμεις, κέντρο πίεσεως.

Ο υπολογισμός των δυνάμεων που ασκούν τα ρευστά σε στερεές επιφάνειες ευρισκόμενες σε επαφή με αυτά, αποτελεί ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα της Στατικής των Ρευστών. Ο σωστός σχεδιασμός και κατασκευή των φραγμάτων (σχ. 2.5α), των δεξαμενών, των δοχείων πίεσεως, των θυρίδων κ.λπ., έχουν ως προϋπόθεση τον υπολογισμό των δυνάμεων που τα ρευστά ασκούν στα στερεά τοιχώματά. Το πρόβλημα αυτό θα μας απασχολήσει στην τρέχουσα παράγραφο.

Όπως είδαμε στην παράγραφο 2.1, σε ένα ρευστό που βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας δεν ασκούνται διατμητικές δυνάμεις. Άρα οι δυνάμεις μεταξύ ρευστού σε ηρεμία και στοιχειώδους επιφάνειας που βρίσκεται σε επαφή μαζί του είναι κάθετες. Το ρευστό ασκεί στην επιφάνεια δύναμη, η οποία οφείλεται στην πίεση. Αν dA η στοιχειώδης επιφάνεια και p η ασκούμενη πίεση το μέτρο της δυνάμεως είναι:

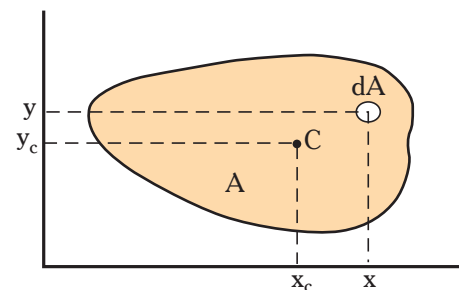
$$dF = p \cdot dA \quad (2.15)$$

Αν η επιφάνεια A είναι επίπεδη, οι στοιχειώδεις δυνάμεις είναι παράλληλες μεταξύ τους (επειδή είναι κάθετες στην επίπεδη επιφάνεια A) και η παραπάνω σχέση ολοκληρώνεται:

$$F = \int p \cdot dA \quad (2.15a)$$

2.5.1 Κεντροειδές και κέντρο πίεσεως.

Κεντροειδές (ή **κέντρο βάρους**) C επιφάνειας καλείται το σημείο εφαρμογής ίσων, παραλλήλων και ομοιόμορφα κατανεμημένων δυνάμεων που ασκούνται στην επιφάνεια. Αν είχαμε στερεό ομογενές σώμα (πρίσμα) με βάση την επιφάνεια και πάχος Δz , ευρισκόμενο στο πεδίο βαρύτητας, το κεντροειδές της επιφάνειας θα ταυτιζόταν με το κέντρο βάρους του στερεού όταν $\Delta z \rightarrow 0$. Η ροπή του ολικού βάρους ως προς τον άξονα y θα ισούται με το άθροισμα των ροπών των στοιχειωδών βαρών (σχ. 2.5β):



Σχ. 2.5β.

Κέντρο βάρους επιφάνειας.

$$B \cdot x_c = \int x \cdot dB \Rightarrow (A \cdot \Delta z \cdot \gamma) \cdot x_c = \int x \cdot (dA \cdot \Delta z \cdot \gamma) \Rightarrow x_c \cdot A = \int x \cdot dA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_c = \frac{1}{A} \int x \cdot dA \quad (2.16a)$$

Αντίστοιχα:

$$y_c = \frac{1}{A} \int y \cdot dA \quad (2.16b)$$

Παρατηρούμε πως το κεντροειδές αποτελεί γεωμετρικό χαρακτηριστικό της επιφάνειας. Έτσι, για παράδειγμα, το κεντροειδές μιας επίπεδης επιφάνειας σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του, αφού το κεντροειδές μιας κυκλικής επίπεδης επιφάνειας είναι το κέντρο του κύκλου. Το κεντροειδές προσδιορίζεται από τις συντεταγμένες του x_c και y_c . Τύποι υπολογισμού των x_c και y_c δίνονται στον Πίνακα 2.5.1 (βλ. σελ. 102).

Κέντρο πίεσεως (P) επιφάνειας καλείται το σημείο εφαρμογής της δυνάμεως πίεσεως στην επιφάνεια. Το κέντρο πίεσεως εξαρτάται από την κατανομή των πιέσεων που το ρευστό ασκεί στα διάφορα σημεία της επιφάνειας, επομένως από τον προσανατολισμό της επιφάνειας και το βάθος στο οποίο αυτή βρίσκεται εντός του ρευστού. Γενικά, είναι διαφορετικό σημείο από το κεντροειδές. Προσδιορίζεται από τις συντεταγμένες του x_p και y_p .

2.5.2 Υπολογισμός δυνάμεων πίεσεως.

Ο υπολογισμός της δυνάμεως που ασκεί ένα ρευστό που βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας σε επιφάνεια που βρίσκεται σε επαφή με αυτό, έχει δύο σκέλη: Τον **υπολογισμό του μέτρου της δυνάμεως** και τον **υπολογισμό του σημείου εφαρμογής της, δηλαδή του κέντρου πίεσεως**.

α) Δύναμη πίεσεως αερίου σε επίπεδη επιφάνεια.

Αν το ρευστό είναι αέριο (και δεν υπάρχουν σημαντικές υψομετρικές διαφορές), η πίεση θεωρείται σταθερή σε όλα τα σημεία του. Κατά συνέπεια, όποιος και αν είναι ο προσανατολισμός της επίπεδης επιφάνειας, όλα τα σημεία της δέχονται σταθερή πίεση p . Η εξίσωση (2.15α) γίνεται:

$$\mathbf{F} = p \cdot \mathbf{A} \quad (2.17)$$

Επειδή οι στοιχειώδεις δυνάμεις πίεσεως είναι παράλληλες και ισοκατανεμημένες επί της επιφάνειας, το σημείο εφαρμογής της F (κέντρο πίεσεως) ταυτίζεται με το κεντροειδές της επιφάνειας.

β) Δύναμη πίεσεως υγρού σε οριζόντια επιφάνεια.

Πρόκειται για την απλούστερη περίπτωση υπολογισμού πίεσεως που ασκεί ένα υγρό σε επιφάνεια, με την οποία βρίσκεται σε επαφή. Στα υγρά η στατική πίεση μεταβάλλεται με το ύψος. Αφού όμως η επιφάνεια είναι οριζόντια, το ύψος παραμένει σταθερό, άρα η πίεση είναι σταθερή σε όλα τα σημεία της επιφάνειας (σχ. 2.5γ). Κατά συνέπεια, για το μέτρο της δυνάμεως ισχύει η ίδια σχέση που ισχύει και για τη δύναμη την ασκούμενη από αέριο:

$$\mathbf{F} = p \cdot \mathbf{A} \quad (2.17)$$

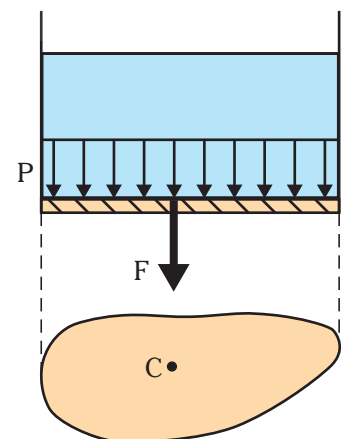
$$F = (p_{εξ} + \gamma \cdot y) \cdot A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = p_{εξ} \cdot A + \gamma \cdot (y \cdot A) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = p_{εξ} \cdot A + \gamma \cdot V_p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = F_{εξ} + B_p \quad (2.17a)$$

Δηλαδή **η κάθετη δύναμη που ασκείται σε οριζόντια επιφάνεια**



Σχ. 2.5γ.
Δύναμη σε
οριζόντια επιφάνεια.

εντός πρεμούντος υγρού, έχει μέτρο ίσο με το βάρος του υγρού που βρίσκεται πάνω από την επιφάνεια, αυξημένο κατά την εξωτερική δύναμη πίεσεως.

Σε οριζόντια επιφάνεια, το κεντροειδές και το κέντρο πίεσεως συμπίπτουν:

$$y_p = y_c \quad (\text{και } x_p = x_c)$$

γ) Δύναμη πίεσεως σε κατακόρυφη επιφάνεια.

Μια επιφάνεια κάθετη στο οριζόντιο επίπεδο, που βρίσκεται σε επαφή με υγρό (σχ. 2.5δ), δέχεται πιέσεις που μεταβάλλονται γραμμικά με το ύψος (παράγρ. 2.2.1, εξίσωση 2.5):

$$p = p_{εξ} - \gamma \cdot y = p_{εξ} - \rho \cdot g \cdot y \quad (2.5)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (2.15α) προκύπτει:

$$F = \int (p_{εξ} - \gamma \cdot y) \cdot dA = p_{εξ} \cdot A - \gamma \int y \cdot dA$$

και λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση (2.16β):

$$F = (p_{εξ} - \gamma \cdot y_c) \cdot A = p_c \cdot A \quad (2.18)$$

όπου: y_c , η υψομετρική διαφορά του κεντροειδούς της επιφάνειας από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ($y_c < 0$) και p_c η πίεση που ασκεί το υγρό στο κεντροειδές της επιφάνειας.

Δηλαδή, η δύναμη που ασκείται σε κατακόρυφη επιφάνεια βυθισμένη σε υγρό, ισούται με τη δύναμη που αντιστοιχεί στην πίεση που επικρατεί στο κεντροειδές της επιφάνειας.

Το σημείο εφαρμογής της δυνάμεως (κέντρο πίεσεως) βρίσκεται σε απόσταση y_p από την ελεύθερη επιφάνεια. Η ροπή της συνισταμένης δυνάμεως F ως προς τον οριζόντιο άξονα x που διέρχεται από το κεντροειδές C , ισούται με το άθροισμα των ροπών των στοιχειωδών δυνάμεων:

$$F \cdot (y_p - y_c) = \int (y - y_c) \cdot dF = \int (y - y_c) \cdot p \cdot dA$$

και μετά από επεξεργασία προκύπτει:

$$y_p - y_c = -\gamma \cdot \frac{I_{xc}}{p_c \cdot A} \quad (2.19)$$

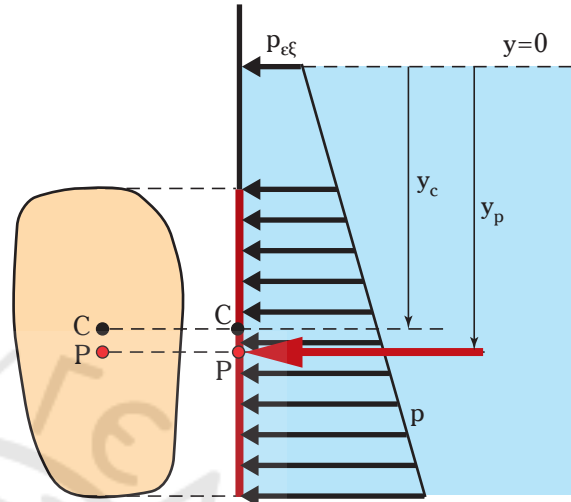
όπου: $I_{xc} = \int y^2 \cdot dA$, η ροπή αδράνειας της επιφάνειας ως προς τον οριζόντιο άξονα xx τον διερχόμενο από το κεντροειδές της. Το πρόσημο (-) δηλώνει πως **το κέντρο πίεσεως βρίσκεται πάντοτε χαμηλότερα από το κεντροειδές της επιφάνειας**. Όσο πιο μεγάλη είναι η εξωτερική πίεση και όσο πιο βαθιά βρίσκεται η επιφάνεια A , τόσο μεγαλύτερη είναι η p_c , άρα το κέντρο πίεσεως πλησιάζει στο κεντροειδές.

Αν $p_{εξ} = 0$, τότε $p_c = \gamma \cdot y_c$ και η σχέση (2.19) γίνεται:

$$y_p - y_c = -\frac{I_{xc}}{y_c \cdot A} \quad (2.19a)$$

Κατ' αντίστοιχο τρόπο υπολογίζεται και η οριζόντια συντεταγμένη του κέντρου πίεσεως σε συνάρτηση με την οριζόντια συντεταγμένη του κεντροειδούς:

$$x_p - x_c = -\gamma \cdot \frac{I_{xyc}}{p_c \cdot A} \quad (2.20)$$



Σχ. 2.5δ.

Δύναμη πίεσεως σε κατακόρυφη επιφάνεια.

όπου: $I_{x_{cy}} = \int x \cdot y \cdot dA$ το γινόμενο αδράνειας της επιφάνειας ως προς άξονες x, y διερχόμενους από το κεντροειδές της.

Σημειώνουμε πως όταν μια επιφάνεια έχει συμμετρία ως προς έναν από τους δύο άξονες, $I_{xy} = 0$ και επομένως: $x_p = x_C$

Ροπές αδράνειας επιφανειών δίνονται στον Πίνακα 2.5.1.

δ) Δύναμη πίεσεως υγρού σε πλάγια επιφάνεια.

Έστω επίπεδη επιφάνεια που σχηματίζει γωνία θ ως προς την οριζόντια (σχ. 2.5ε). Στη στοιχειώδη επιφάνεια dA ασκείται δύναμη πίεσεως:

$$dF = p \cdot dA$$

η οποία αναλύεται σε συνιστώσες dF_o και dF_k (οριζόντια και κατακόρυφη αντίστοιχα). Είναι:

$$dF_o = dF \cdot \sin\theta = p \cdot dA \cdot \sin\theta$$

Αλλά

$$dA \cdot \sin\theta = dA_k$$

η κατακόρυφη προβολή της επιφάνειας dA . Άρα: $dF_o = p \cdot dA_k$ και εφαρμόζοντας για την οριζόντια προβολή την εξίσωση (2.17) και για την κατακόρυφη την εξίσωση (2.18) προκύπτει:

$$F_o = p_c \cdot A_k \quad (2.21a)$$

$$F_k = p_c \cdot A_o \quad (2.21b)$$

Άρα: **Σε πλάγια επιφάνεια βυθισμένη σε ρευστό, η δύναμη πίεσεως αναλύεται σε οριζόντια συνιστώσα, ίση με τη δύναμη που αντιστοιχεί στην κατακόρυφη προβολή της επιφάνειας και κατακόρυφη συνιστώσα ίση με τη δύναμη που αντιστοιχεί στην οριζόντια προβολή της επιφάνειας.**

Η F_k ισούται με το βάρος του ρευστού που βρίσκεται πάνω από την επιφάνεια A αυξημένο κατά την εξωτερική δύναμη πίεσεως που αντιστοιχεί στην A_o .

Η συνισταμένη δύναμη πίεσεως έχει μέτρο:

$$F = \sqrt{F_o^2 + F_k^2} = p_c \cdot \sqrt{A_o^2 + A_k^2} \Rightarrow \mathbf{F} = p_c \cdot \mathbf{A} \quad (2.21)$$

Δηλαδή το μέτρο της δυνάμεως πίεσεως και στην περίπτωση της πλάγιας επίπεδης επιφάνειας, ισούται με το γινόμενο της πίεσεως που επικρατεί στο κεντροειδές, επί το εμβαδόν της επιφάνειας. Το κεντροειδές της επιφάνειας C βρίσκεται σε βάθος h_C (το οποίο υπολογίζεται από τη γεωμετρία του σχήματος).

Για να προσδιορίσουμε το σημείο εφαρμογής της δυνάμεως F (κέντρο πίεσεως P), τοποθετούμε σύστημα καθέτων αξόνων x και y , διερχομένων από το κεντροειδές C , με τον y να σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο (σχ. 2.5στ).

Η ροπή της συνισταμένης δυνάμεως F ως προς τον άξονα x , ισούται με το άθροισμα των ροπών των στοιχειωδών δυνάμεων dF :

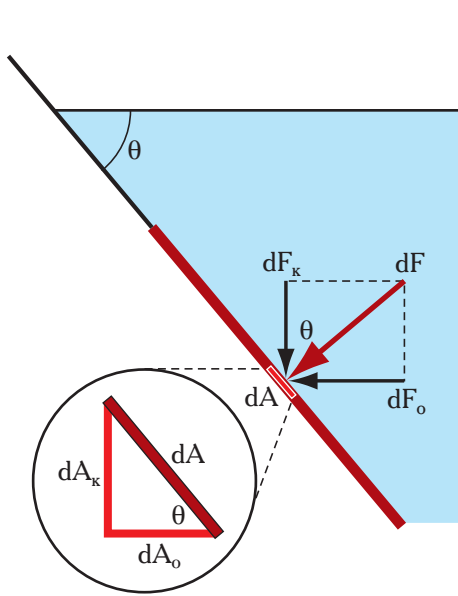
$$F \cdot y_{pc} = \int y \cdot dF = \int y \cdot p \cdot dA$$

και μετά από επεξεργασία προκύπτει:

$$y_{pc} = -\gamma \cdot \sin\theta \cdot \frac{I_{xc}}{p_c \cdot A} \quad (2.22)$$

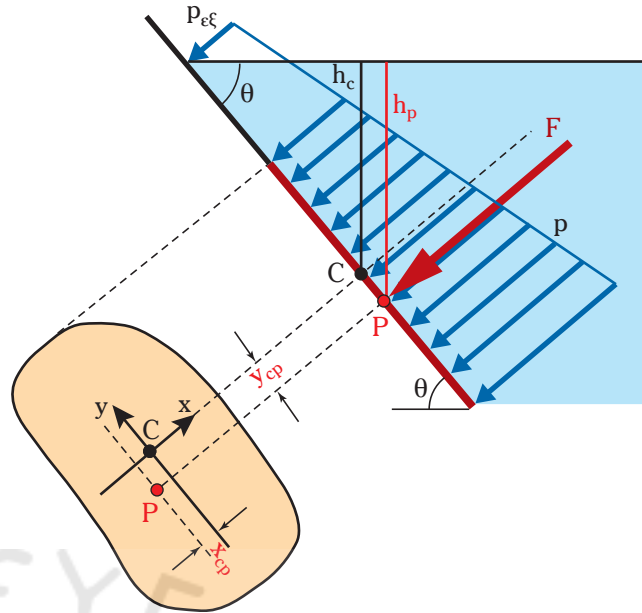
Το κέντρο πίεσεως βρίσκεται χαμηλότερα από το κεντροειδές:

$$\begin{aligned} h_p - h_c &= y_{pc} \cdot \sin\theta \Rightarrow \\ \Rightarrow h_p - h_c &= -\gamma \cdot \sin^2\theta \cdot \frac{I_{xc}}{p_c \cdot A} \quad (2.22a) \end{aligned}$$



Σχ. 2.5ε.

Δύναμη πίεσης σε πλάγια επιφάνεια.



Σχ. 2.5στ.

Δύναμη πίεσης σε πλάγια επιφάνεια.

Αντίστοιχα προκύπτει η απόσταση του κέντρου πίεσης από το κεντροειδές κατά τον άξονα x:

$$x_{cp} = -\gamma \cdot \sin \theta \cdot \frac{I_{xyc}}{\rho_c \cdot A} \quad (2.23)$$

Εύκολα διαπιστώνομε πως η κατακόρυφη επιφάνεια που εξετάσαμε παραπάνω, δύναται να θεωρηθεί ειδική περίπτωση της πλάγιας, με $\theta=90^\circ$.

Σημείωση: Επειδή το ύψος το συμβολίσαμε με h, η πίεση στο κεντροειδές της πλάγιας επιφάνειας είναι: $p_c = p_{εξ} - \gamma \cdot h_c$ με το h_c να λαμβάνει αρνητικές τιμές.

ε) Δυνάμεις πίεσης σε καμπύλες επιφάνειες.

Μέχρι τώρα εξετάσαμε την άσκηση δυνάμεων πίεσης σε επίπεδες επιφάνειες. Οι σχέσεις που προέκυψαν δεν ισχύουν στην περίπτωση μη επιπέδων επιφανειών ευρισκομένων σε επαφή με ρευστό.

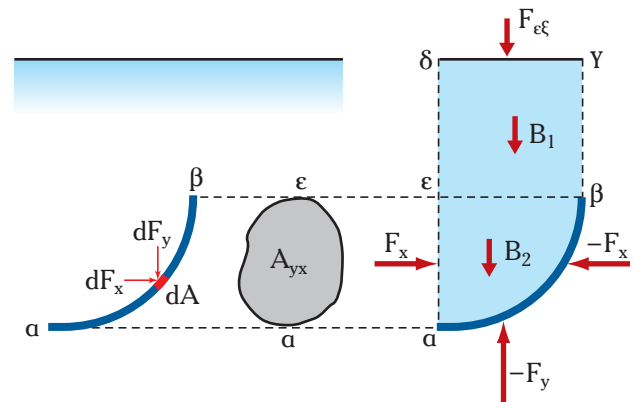
Το πρόβλημα υπολογισμού των δυνάμεων που ασκούν τα ρευστά σε καμπύλες επιφάνειες, είναι πιο περίπλοκο. Αυτό οφείλεται στο ότι οι στοιχειώδεις δυνάμεις πίεσης dF, κάθετες στις αντίστοιχες στοιχειώδεις επιφάνειες dA, δεν είναι παράλληλες μεταξύ τους, αλλά έχουν διαφορετικές κατευθύνσεις.

Ο υπολογισμός διευκολύνεται αν αναλύσουμε κάθε στοιχειώδη δύναμη στην οριζόντια και κάθετη συνιστώσα της.

Οριζόντια συνιστώσα: Το άθροισμα των οριζοντίων στοιχειωδών δυνάμεων ισούται με την οριζόντια συνιστώσα F_x , η οποία ασκείται στην κατακόρυφη προβολή A_y της καμπύλης επιφάνειας:

$$F_x = \int dF_x = \int p \cdot dA_y \quad (2.24)$$

Στο σχήμα 2.5ζ η καμπύλη επιφάνεια (αβ) έχει κατακόρυφο προβολή στο επίπεδο (y, z) την (αε) με εμβαδόν A_{yz} . [Στο σχήμα 2.5ζ ο άξονας z, κάθετος στο επίπεδο (x, y), δεν σημειώνεται, αλλά δίνεται η



Σχ. 2.5ζ.

Δυνάμεις πίεσης σε καμπύλες επιφάνειες.

προβολή ea]. Η πίεση p μεταβάλλεται με το ύψος σύμφωνα με την εξίσωση (2.5):

$$p = p_{εξ} - \gamma \cdot y = p_{εξ} - \rho \cdot g \cdot y$$

Η ολοκλήρωση της εξίσωσης (2.24) θα μας δώσει λοιπόν σχέση παρόμοια μ' αυτή που ισχύει για τις κατακόρυφες επίπεδες επιφάνειες:

$$F_x = p_c \cdot A_{yz} \quad (2.25)$$

όπου $p_c = p_{εξ} - \rho \cdot g \cdot y_c$ η πίεση στο κεντροειδές της κατακόρυφης προβολής ae .

Δηλαδή, **η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης πίεσης που ασκείται σε καμπύλη επιφάνεια, ισούται με τη δύναμη που ασκείται στην κατακόρυφη προβολή της επιφάνειας.**

Αν η καμπύλη επιφάνεια δέχεται από το υγρό και άλλη οριζόντια δύναμη F_z (κάθετη στην F_x), τότε και αυτή θα υπολογισθεί με τον ίδιο τρόπο, λαμβάνοντας την προβολή της επιφάνειας στο κατακόρυφο επίπεδο (y, x):

$$F_z = p_c \cdot A_{yx} \quad (2.25a)$$

Κατακόρυφη συνιστώσα: Η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης πίεσης υπολογίζεται από την ισορροπία της υγρής στήλης του υγρού που βρίσκεται πάνω από την καμπύλη επιφάνεια (σχ. 2.5ζ, η στήλη υγρού που περικλείεται μεταξύ των σημείων $\alpha\beta\gamma\delta$). Με δεδομένη την ισορροπία της στήλης, ισχύει:

$$F_y = B + F_{εξ} = \rho \cdot g \cdot V + p_{εξ} \cdot A_{xz} \quad (2.26)$$

Δηλαδή **η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης πίεσης που ασκείται σε καμπύλη επιφάνεια, ισούται με το βάρος της στήλης υγρού που βρίσκεται πάνω από την επιφάνεια, αυξημένο κατά τη δύναμη της εξωτερικής πίεσης.** Αν η $F_{εξ}$ είναι αμελητέα, η F_y διέρχεται από το κέντρο βάρους της στήλης.

Αν η καμπύλη επιφάνεια δέχεται τη δύναμη πίεσης από κάτω (σχ. 2.5η), το μόνο που αλλάζει είναι η φορά της κατακόρυφης συνιστώσας F_y , η οποία έχει φορά προς τα επάνω. Για τον υπολογισμό της προσδιορίζουμε το βάρος που θα είχε η στήλη η οποία βρίσκεται πάνω από την επιφάνεια αν ήταν πλήρης υγρού και εφαρμόζουμε την εξίσωση (2.26).

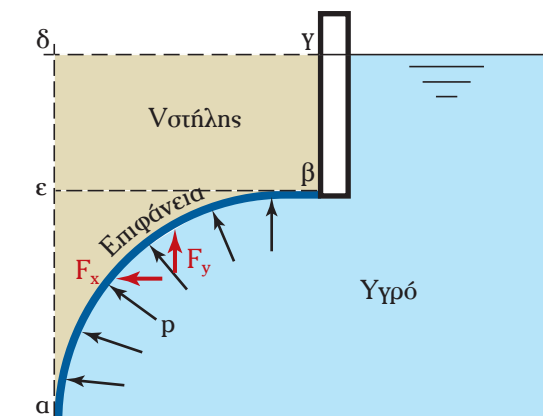
Σύνθεση της οριζόντιας και κατακόρυφης δύναμης μπορεί να γίνει μόνο στην περίπτωση που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

στ) Δυνάμεις πίεσης σε κυλινδρικά τοιχώματα.

Κυλινδρικά τοιχώματα συναντάμε συνεχώς στη Μηχανική των Ρευστών. Οι κυλινδρικές δεξαμενές, οι φυγόκεντρες συσκευές, οι κύλινδροι διαφόρων μηχανών και κυρίως οι κυλινδρικοί αγωγοί (σωλήνες), περιέχουν ρευστά υπό πίεση και υφίστανται αντίστοιχες δυνάμεις, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη ισχυρών εφελκυστικών τάσεων.

Ο υπολογισμός των δυνάμεων πίεσης γίνεται με τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Ευνοϊκή ιδιομορφία αποτελεί η συμμετρία που παρουσιάζουν τα κυλινδρικά τοιχώματα.

Έστω τμήμα οριζοντίου κυλινδρικού τοιχώματος, εσωτερικής ακτίνας r , μήκους L και πάχους b (σχ. 2.5θ), πληρωμένο με ρευστό πυκνότητας ρ . Σχεδιάζοντας την τομή του τοιχώματος κατά το κατακόρυφο επίπεδο το διερχόμενο από τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου, προκύπτει το ημικυλινδρικό τοίχωμα, του οποίου οι προβολές στα επίπεδα (z, y) και



Σχ. 2.5η.

Δύναμη πίεσης από κάτω.

(x, y) φαίνονται στο σχήμα 2.5θ. Η οριζόντια δύναμη πίεσης F ισούται με τη δύναμη που ασκείται στην προβολή σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου:

$$F = p_c \cdot A = 2 \cdot r \cdot L \cdot p_c$$

Το σημείο εφαρμογής της βρίσκεται σε απόσταση από το κεντροειδές:

$$y_{pc} = y_p - y_c = -Y \cdot \frac{I_{xc}}{p_c \cdot A}$$

όπου: $I_{xc} = L \cdot (2r)^3/12 = 2 \cdot L \cdot r^3/3$

Αν το ρευστό είναι αέριο, το κέντρο πίεσης συμπίπτει με το κεντροειδές. Για υψηλές πιέσεις υγρών, μπορούμε να θεωρήσουμε (προσεγγιστικά) ότι συμβαίνει το ίδιο.

Το ημικυλινδρικό τοίχωμα ισορροπεί υπό την επίδραση της δυνάμεως πίεσης F και των δυνάμεων F₁ και F₂ που ασκεί το συμμετρικό τμήμα του τοιχώματος:

$$F = F_1 + F_2$$

Αν το κέντρο πίεσης συμπίπτει με το κεντροειδές, έχουμε:

$$F_1 = F_2 = r \cdot L \cdot p_c$$

Οι εφελκυστικές δυνάμεις F₁ και F₂ ασκούνται σε επιφάνεια πάχους b και μήκους L και διαμορφώνουν εφελκυστική τάση:

$$\tau_{εφ} = F_1 / (b \cdot L) \Rightarrow \tau_{εφ} = p_c \cdot \frac{r}{b} \quad (2.27)$$

Η επιλογή του υλικού και του κατάλληλου πάχους τοιχώματος γίνεται με βάση την εξίσωση (2.27).

Αν το κέντρο πίεσης διαφέρει από το κεντροειδές, οι δυνάμεις F₁ και F₂ είναι διαφορετικές. Στην περίπτωση αυτή υπολογίζουμε ελάχιστη και μέγιστη εφελκυστική τάση (τ_{εφ1} και τ_{εφ2} αντίστοιχα).

Παίρνοντας τις ροπές ως προς το κάτω και άνω σημείο έχουμε αντίστοιχα (τα ύψη σε απόλυτες τιμές):

$$F \cdot (2r - y_p) = F_1 \cdot 2r \Rightarrow F_1 = F \cdot \frac{2r - y_p}{2r}$$

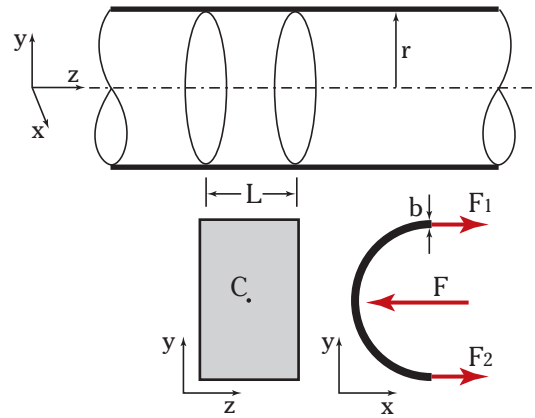
$$F \cdot y_p = F_2 \cdot 2r \Rightarrow F_2 = F \cdot \frac{y_p}{2r}$$

(Παρατηρούμε πως αν $y_p = y_c = r \Rightarrow F_1 = F_2 = F/2$).

2.5.3 Μεθοδολογία υπολογισμού και παραδείγματα.

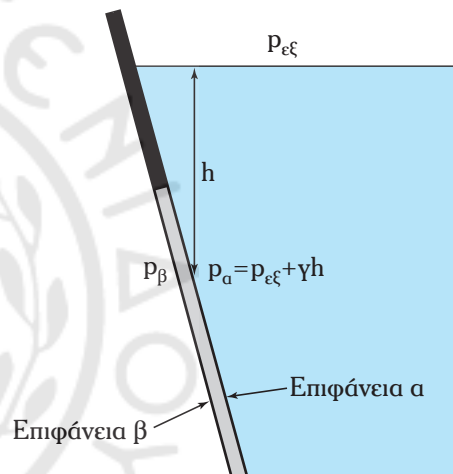
α) Διαχωριστικά τοιχώματα και θύρες.

Στην πράξη καλούμαστε να υπολογίσουμε τη δύναμη πίεσης που ασκείται σε **διαχωριστικό τοίχωμα** ή **πόρτα** (π.χ. φράγμα, τοίχωμα δεξαμενής, στεγανή πόρτα, φινιστρίνι κ.ά.). Το τοίχωμα έχει δύο επιφάνειες (πλευρές) α και β (σχ. 2.5ι). Η δύναμη πίεσης που ασκείται σε στοιχειώδες τμήμα του, ισούται με τη διαφορά δυνάμεων των δύο πλευρών:



Σχ. 2.5θ.

Δυνάμεις πίεσης σε κυκλικά τοιχώματα.



Σχ. 2.5ι.

Διαχωριστικό τοίχωμα.

$$dF = dF_{\alpha} - dF_{\beta} = (p_{\alpha} - p_{\beta}) \cdot dA = \Delta p \cdot dA$$

Άρα για τον υπολογισμό της δυνάμεως πίεσεως σε διαχωριστικό τοίχωμα, χρησιμοποιούμε τη διαφορά πιέσεων στις δυο πλευρές του.

Η πιο συνηθισμένη περίπτωση είναι εκείνη κατά την οποία στη μια πλευρά επικρατεί σταθερή ατμοσφαιρική πίεση και στην άλλη υπάρχει υγρό, οπότε (αν $h = y$) η υδροστατική πίεση είναι:

$$p_{\beta} = p_{\text{ατμ}}$$

$$p_{\alpha} = p_{\text{εξ}} + \gamma \cdot y$$

Η διαφορά των πιέσεων σε ύψος y (κοινό και για τις δύο πλευρές) είναι:

$$\Delta p = p_{\alpha} - p_{\beta} = \gamma \cdot y = p_{\text{οx}}$$

Έτσι, **χρησιμοποιώντας τη σχετική πίεση αντί της απόλυτης**, εφαρμόζουμε στα διαχωριστικά τοιχώματα, τα όσα αναφέρθηκαν προηγούμενα για τις επιφάνειες.

Αν η πίεση πάνω από το υγρό $p_{\text{εξ}}$ είναι διαφορετική από την πίεση $p_{\text{εξ}'}$ στην εξωτερική πλευρά της επιφάνειας (όπως συμβαίνει στις δεξαμενές πίεσεως), η διαφορά πίεσεως θα είναι:

$$\Delta p = (p_{\text{εξ}} - p_{\text{εξ}'}) + \gamma \cdot y$$

β) Μεθοδολογία υπολογισμού.

1. Για τον υπολογισμό της δυνάμεως πίεσεως σε **επίπεδο διαχωριστικό τοίχωμα, από τη μία πλευρά του οποίου υπάρχει υγρό και από την άλλη αέρας**, υπολογίζουμε πρώτα το μέτρο της δυνάμεως και στη συνέχεια το σημείο εφαρμογής της (κέντρο πίεσεως).

– **Υπολογισμός του μέτρου:**

- Υπολογίζουμε την υψομετρική διαφορά του κεντροειδούς της επιφάνειας από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού y_c ($y_c < 0$).
- Υπολογίζουμε τη σχετική πίεση στο κεντροειδές $p_{c,ox}$
- Υπολογίζουμε τη δύναμη: $F = p_{c,ox} \cdot A$

– **Υπολογισμός του κέντρου πίεσεως:**

- Αν η επιφάνεια είναι οριζόντια, το κέντρο πίεσεως ταυίζεται με το κεντροειδές της επιφάνειας.
- Αν η επιφάνεια είναι κατακόρυφη, εφαρμόζουμε τις εξισώσεις (2.19) και (2.20) και υπολογίζουμε την κάθετη ($y_p - y_c$) και οριζόντια ($x_p - x_c$) απόσταση του κέντρου πίεσεως από το κεντροειδές. Το y_p είναι το βάθος, στο οποίο βρίσκεται το κέντρο πίεσεως.
- Αν η επιφάνεια είναι πλάγια, εφαρμόζουμε τις εξισώσεις (2.22) και (2.23) και υπολογίζουμε τις αποστάσεις y_{cp} και x_{cp} του κέντρου πίεσεως από το κεντροειδές. Με εφαρμογή της εξισώσεως (2.22α) υπολογίζουμε το βάθος h_c στο οποίο βρίσκεται το κέντρο πίεσεως.

2. Αν **και στις δύο πλευρές του τοιχώματος υπάρχουν υγρά** διαφορετικής πυκνότητας, αντί για τη σχετική πίεση χρησιμοποιούμε τη διαφορά πιέσεων. Μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε χωριστά τη δύναμη σε κάθε πλευρά και στη συνέχεια να συνθέσουμε τις δύο δυνάμεις.

3. Αν έχουμε **δύο μη αναμειγμένα υγρά** διαφορετικής πυκνότητας, υπολογίζουμε χωριστά τη δύναμη πίεσεως για κάθε υγρό και στη συνέχεια συνθέτουμε τις δύο δυνάμεις.

4. Για **καμπύλο τοίχωμα** υπολογίζουμε χωριστά την κάθετη και την οριζόντια συνιστώσα της δυνάμεως, σύμφωνα με την ανάπτυξη της παραγράφου 2.5.2ε.

Σημείωση: Όλοι οι τύποι της παραγράφου 2.5 έχουν προκύψει λαμβάνοντας το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού ίσο με μηδέν. Επομένως όλα τα σημεία εντός του υγρού (κεντροειδές, κέντρο πίεσεως) έχουν αρνητικό ύψος:

$$0 > h_c > h_p \geq h_{\text{τουθμμένα}}$$

γ) Πρίσμα πίεσεως.

Ένας δεύτερος τρόπος υπολογισμού των δυνάμεων πίεσεως που ασκούνται σε τοίχωμα, βασίζεται στα πρίσματα πίεσεως.

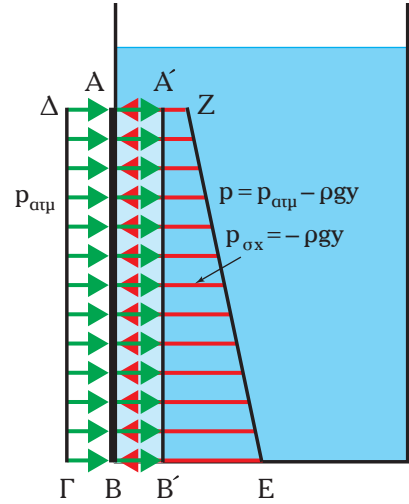
Πρίσμα πίεσεως καλείται το στερεό που προκύπτει από τη γραφική παράσταση των πιέσεων που ασκούνται σε μια επιφάνεια. Αν η πίεση είναι σταθερή (επιφάνεια σε επαφή με αέριο ή οριζόντια επιφάνεια εντός υγρού), το πρίσμα πίεσεως έχει προβολή στο κατακόρυφο επίπεδο (x, y), ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Αν η πίεση μεταβάλλεται γραμμικά με το ύψος, η προβολή είναι ορθογώνιο τραπέζιο (το οποίο αναλύεται σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και ένα ορθογώνιο τρίγωνο).

Σύμφωνα με την εξίσωση (2.5α):

$$F = \int p \cdot dA$$

Δηλαδή η δύναμη πίεσεως αντιστοιχεί (γραφικά) στον όγκο του πρίσματος πίεσεως. Το σημείο εφαρμογής της (κέντρο πίεσεως) είναι η προβολή στην επιφάνεια του κέντρου βάρους του πρίσματος.

Στο σχήμα 2.5α το διαχωριστικό τοίχωμα AB έχει τη μία πλευρά του σε επαφή με την ατμόσφαιρα και επομένως η προβολή του πρίσματος πίεσεως είναι το παραλληλόγραμμο ABΓΔ. Η άλλη πλευρά του έχει πίεση γραμμικά μεταβαλλόμενη και η προβολή του πρίσματος είναι το τραπέζιο ABEZ. Επειδή οι δυνάμεις πίεσεως των δύο πλευρών είναι αντίθετες, τα δύο πρίσματα αφαιρούνται και προκύπτει το A'B'EZ. Η δύναμη πίεσεως που ασκείται στην επιφάνεια αντιστοιχεί στον όγκο αυτού του πρίσματος και το σημείο εφαρμογής της είναι η προβολή επί της AB του κέντρου βάρους του πρίσματος.



Σχ. 2.5α.
Πρίσματα πίεσεως.

δ) Ιδιότητες των επιπέδων επιφανειών.

Για τον υπολογισμό των δυνάμεων πίεσεως που ασκούνται σε επίπεδες επιφάνειες, απαιτείται ο προσδιορισμός των ακόλουθων ιδιοτήτων τους:

- **Κεντροειδές C**, (ή κέντρο βάρους) της επιφάνειας (παράγρ. 2.5.1): Στο κατακόρυφο επίπεδο (x, y) προσδιορίζεται από τις συντεταγμένες του x_{oc} και y_{oc} . Το y_{oc} είναι αναγκαίο για τον υπολογισμό του μέτρου της δυνάμεως, αφού και οι δύο αξιοποιούνται για τον υπολογισμό του σημείου εφαρμογής της. Για επιφάνειες συμμετρικές ως προς τον κατακόρυφο άξονα, $x_{oc} = b/2$ όπου: b το πλάτος.
- **Εμβαδόν επιφάνειας, A**: Ο υπολογισμός του είναι αναγκαίος για τον υπολογισμό του μέτρου και του σημείου εφαρμογής της δυνάμεως.
- **Ροπή αδράνειας της επιφάνειας** ως προς άξονα x διερχόμενο από το κεντροειδές: Ορίζεται στη μηχανική (στατική):

$$I_{xc} = \int y^2 \cdot dA$$

- **Γινόμενο αδράνειας** ως προς τους άξονες x, y διερχόμενους από το κεντροειδές της επιφάνειας:

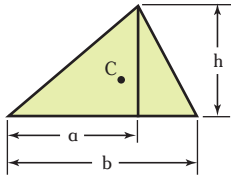
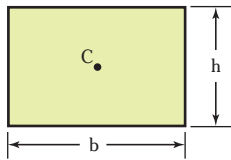
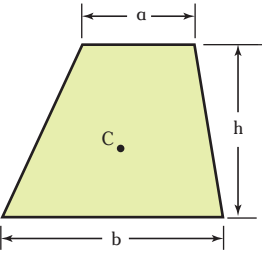
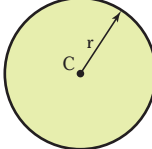
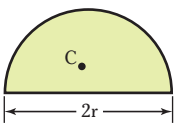
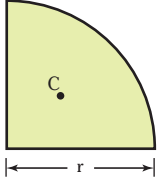
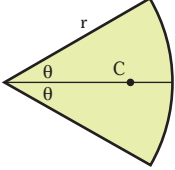
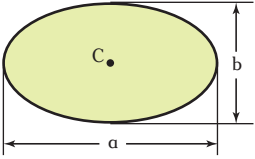
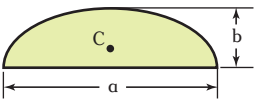
$$I_{xy_c} = \int x \cdot y \cdot dA$$

Ο προσδιορισμός τους είναι αναγκαίος για τον υπολογισμό του σημείου εφαρμογής της δυνάμεως (κέντρου πίεσεως).

Σχέσεις υπολογισμού των παραπάνω ιδιοτήτων για επίπεδες επιφάνειες δίνονται στον Πίνακα 2.5.1.

Ο υπολογισμός των ιδιοτήτων μιας επιφάνειας γίνεται ανεξάρτητα από τη θέση της επιφάνειας στο ρευστό. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στον προσδιορισμό του ύψους, στο οποίο βρίσκεται το κεντροειδές. Έτσι, για επιφάνεια σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με βάση b και ύψος h, έχουμε πάντοτε: $y_{oc} = h/2$. Η τιμή αυτή είναι ίδια για όλα τα προβλήματα υπολογισμού δυνάμεως επί της επιφάνειας. **Για να υπολογίσουμε το ύψος y_c του κεντροειδούς** στο συγκεκριμένο πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε, **πρέπει να λάβουμε υπόψη τη γεωμετρία του προβλήματος.**

Πίνακας 2.5.1
Ιδιότητες επιπέδων επιφανειών.

Επιφάνεια	x_{oc}	y_{oc}	A	I_{Xc}	I_{XYc}
	$\frac{a+b}{3}$	$\frac{h}{3}$	$\frac{bh}{2}$	$\frac{1}{36}bh^3$	$\frac{bh^2(2a-b)}{72}$
	$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$	bh	$\frac{1}{12}bh^3$	0
	$\frac{(2a+b)h}{3(a+b)}$	$\frac{(a+b)h}{2}$	$\frac{h^3(a^2+4ab+b^2)}{36(a+b)}$		
	r	r	πr^2	$\frac{\pi r^4}{4}$	0
	r	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{2}$	$\left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right)r^4$	0
	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{4}$	$\left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right)r^4$	$\left(\frac{1}{8} - \frac{4}{9\pi}\right)r^4$
	$\frac{2a \cdot \sin\theta}{3\theta}$	0	θr^2	$\frac{r^4(\theta - \sin\theta\cos\theta)}{4}$	0
	$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$	$\frac{\pi}{4}bh$	$\frac{\pi}{64}bh^3$	0
	$\frac{b}{2}$	$\frac{4h}{3\pi}$	$\frac{\pi}{4}bh$	$\frac{\pi}{16}bh^3$	0

Αντίστοιχα, για την τριγωνική επιφάνεια του σχήματος 2.51β έχουμε:

$$y_{oc} = h/3 \text{ και } x_{oc} = (a + b)/3$$

Σύμφωνα με το σχήμα, η υψομετρική διαφορά μεταξύ κεντροειδούς και ελεύθερης επιφάνειας είναι:

$$y = H - y_{oc} (< 0)$$

Σημείωση: Στα σχήματα του Πίνακα 2.5.1 δεν σημειώνονται οι άξονες x-y. Η ροπή και το γινόμενο αδράνειας αλλάζουν όταν αλλάξουμε τους άξονες αναφοράς. Στον πίνακα δίνονται οι σχέσεις υπολογισμού των δύο ιδιοτήτων, ως προς άξονες διερχόμενους από το κεντροειδές της επιφάνειας C. Αυτές είναι οι ελάχιστες τιμές τους και οι σχετικοί τύποι (2.19), (2.20), (2.22), (2.23) είναι συμβατοί μ' αυτές τις εξισώσεις. Αν μας ενδιαφέρουν τα αντίστοιχα μεγέθη ως προς άλλους άξονες, παράλληλους με τους άξονες αναφοράς τότε:

$$I_x = I_{x_c} + d_y^2 \cdot A \quad \text{και} \quad I_{xy} = I_{xyc} + d_x \cdot d_y \cdot A$$

όπου: d_x και d_y οι αποστάσεις των αξόνων από τους άξονες τους διερχόμενους από το κέντρο βάρους της επιφάνειας.

ε) Παραδείγματα υπολογισμού.

Παράδειγμα 15

Να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται σε κάθετο τοίχωμα δεξαμενής νερού, αν η επιφάνεια του τοιχώματος είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλάτος 2 m και το νερό την καλύπτει σε ύψος 5 m.

Λύσεις:

1ος τρόπος επίλυσης: Σχεδιάζουμε τομή της δεξαμενής και προβολή της επιφάνειας του τοιχώματος (σχ. 2.51γ).

Δεδομένα: $\rho_v = 1000 \text{ Kg/m}^3$

AB = 5 m, AA' = 2 m

Ζητούμενα: F, y_p , x_p .

1. Υπολογισμός μέτρου:

$$y_c = AC = -2,5 \text{ m}$$

$$p_{ox,c} = -\rho g y_c = 24,525 \text{ KPa}$$

$$A = AB \cdot AA' = 10 \text{ m}^2$$

$$F = p_{c,ox} \cdot A \Rightarrow F = 245,25 \text{ KN}$$

2. Προσδιορισμός σημείου εφαρμογής: Το σημείο που ασκείται η συνισταμένη δύναμη είναι το κέντρο πίεσεως P σε ύψος y_p :

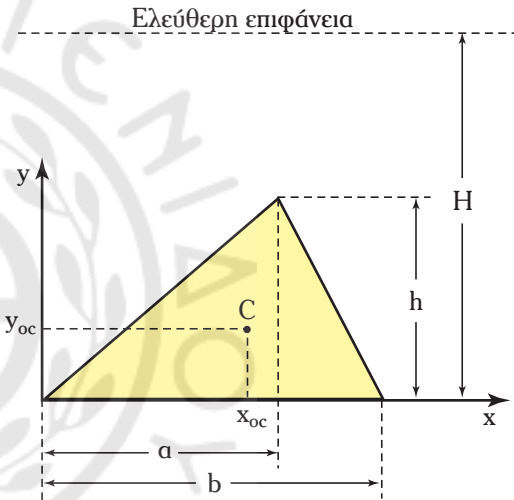
$$y_p - y_c = -Y \cdot \frac{I_{x_c}}{p_{c,ox} \cdot A} \Rightarrow y_p = y_c - Y \cdot \frac{I_{x_c}}{p_{c,ox} \cdot A}$$

$$I_{x_c} = \frac{1}{12}bh^3 \Rightarrow I_c = \frac{1}{12}(AA')(AB)^3 \Rightarrow I_{x_c} = 20,8\text{m}^4$$

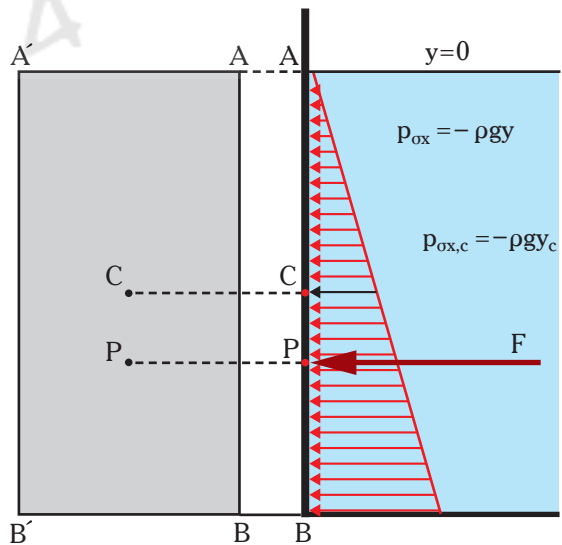
$$y_p = 3,33\text{m}$$

Το σημείο P απέχει από το άκρο της επιφάνειας οριζόντια απόσταση x_p :

$$x_p = b/2 = (AA')/2 \Rightarrow x_p = 1 \text{ m}$$



Σχ. 2.51β.



Σχ. 2.51γ.

2ος τρόπος επίλυσης: Το πρίσμα πίεσεως έχει όγκο ίσο με τη δύναμη:

$$F = b \cdot \rho_{\text{ox},c} \cdot y_c = 245,25 \text{ KN}$$

Η προβολή του πρίσματος στο επίπεδο (x, y) είναι ορθογώνιο τρίγωνο, άρα το κέντρο βάρους του πρίσματος πίεσεων βρίσκεται στα $2/3$ του ύψους.

$$\text{Άρα } y_p = 3,33 \text{ m}$$

Παράδειγμα 16

Αν πάνω από την επιφάνεια της δεξαμενής του παραδείγματος 1 υπάρχει σχετική πίεση 50 KPa, πόση θα είναι η δύναμη και ποιο το σημείο εφαρμογής;

Λύση:

Το κεντροειδές, το εμβαδόν και η ροπή αδράνειας της επιφάνειας δεν μεταβάλλονται και έχουν υπολογισθεί στο προηγούμενο παράδειγμα.

Η διαφορά πίεσεως μεταξύ των δύο πλευρών του τοιχώματος σε τυχαίο ύψος y γίνεται (σχ. 2.5ιδ):

$$\Delta p = p_{1\text{ox}} - \rho g y \Rightarrow \Delta p_c = p_{1\text{ox}} - \rho g y_c \Rightarrow \Delta p_c = 74,525 \text{ KPa}$$

$$F = \Delta p_c \cdot A \Rightarrow F = 745,25 \text{ KN}$$

Το σημείο εφαρμογής βρίσκεται σε ύψος:

$$y_p = y_c - \gamma \cdot \frac{I_{Xc}}{\Delta p_c \cdot A} \Rightarrow y_p = -2,77 \text{ m}$$

(Παρατηρούμε πως το κέντρο πίεσεως πλησίασε το κεντροειδές, μένοντας όμως χαμηλότερα απ' αυτό).

Το x_p δεν μεταβλήθηκε: $x_p = 1 \text{ m}$

Παράδειγμα 17

Η πόρτα AB του σχήματος 2.5ιε(α) στεγανοποιεί χώρο από τη θάλασσα ($\rho = 1024 \text{ Kg/m}^3$). Η πόρτα είναι σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με πλάτος 2 m.

Να υπολογισθούν: α) η δύναμη πίεσεως και β) η απόσταση του σημείου εφαρμογής της από το κεντροειδές.

Λύση:

α) Υπολογισμός του μέτρου [σχ. 2.5ιε(β)]:

Αφού η πόρτα έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου:

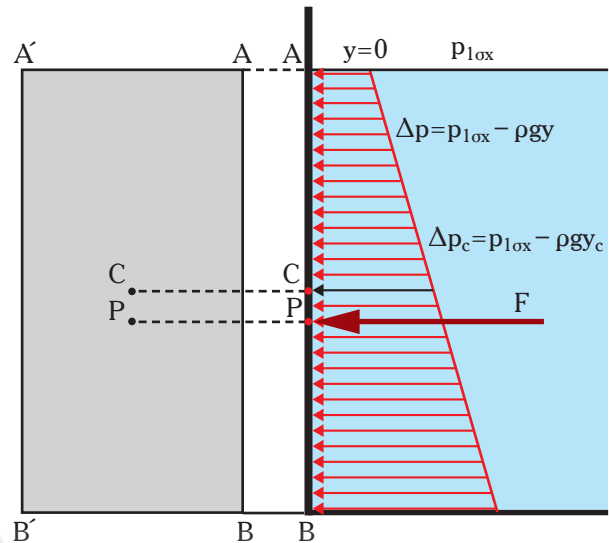
$$y_{AC} = \frac{y_{AB}}{2} = y_{AB} / 2 = 1 \text{ m} \Rightarrow h_C = -(3+1) \text{ m} = -4 \text{ m}$$

$$p_C = -\rho g h_C = 40,17 \text{ m}^2 \text{ KPa}$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 2,5^2} \text{ m} = 3,2 \text{ m}$$

$$A = (3,2 \cdot 2) \text{ m}^2 = 6,4 \text{ m}^2$$

$$F = p_C \cdot A \Rightarrow F = 278 \text{ KPa}$$



Σχ. 2.5ιδ.

β) Υπολογισμός του σημείου εφαρμογής:

$$y_{PC} = -\gamma \cdot \sin \theta \cdot \frac{I_{Xc}}{\rho_c \cdot A}$$

$$I_{Xc} = \frac{1}{12}bh^3 \Rightarrow I_c = \frac{1}{12}2 \cdot 3,2^3 m^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{Xc} = 5,46 m^4$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος 2.5ιε(β):

$$\tan \theta = 2/2,5 = 0,8 \Rightarrow \theta = 38,66^\circ$$

$$y_{CP} = 0,133 m$$

$$h_p - h_c = y_{PC} \cdot \sin \theta \Rightarrow h_p = 4,083 m$$

Σημείωση: $x_{pc} = 0$ λόγω συμμετρίας της επιφάνειας [σχ. 2.5ιε(γ)].

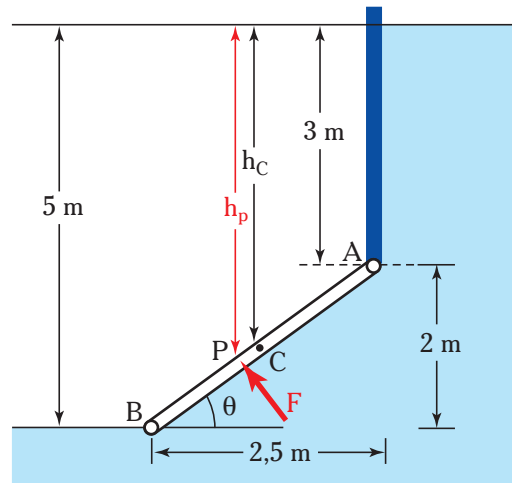
Παράδειγμα 18

Η κυλινδρική δεξαμενή του σχήματος 2.5ιστ περιέχει δύο μη αναμειγμένα υγρά με πυκνότητες $\rho_1 = 800 \text{ Kg/m}^3$ και $\rho_2 = 1000 \text{ Kg/m}^3$. Πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του ελαφρού υγρού επικρατεί πίεση 200 KPa, ενώ έξω από τη δεξαμενή, 1 Atm. Να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται στην πλάγια κυκλική επιφάνεια και το σημείο εφαρμογής της.

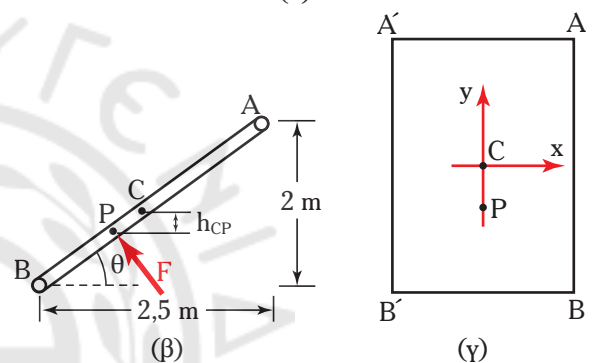
Λύση:

Είναι χρήσιμο να σχεδιάσουμε την προβολή της δεξαμενής (α) στο επίπεδο x-y και (β) στο y-z, καθώς επίσης και τη μεταβολή της πίεσης με το ύψος y (γ). Επίσης, να θέσουμε γράμματα (ή αριθμούς) στα χαρακτηριστικά σημεία (σχ. 2.5ιζ):

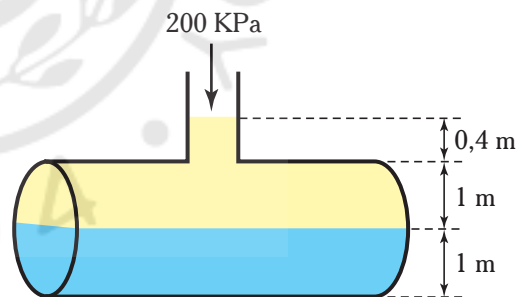
- Δεδομένα: $y_A = 0 \text{ m}$ $y_B = -0,4 \text{ m}$
 $y_\Gamma = -1,4 \text{ m}$ $y_\Delta = -2,4 \text{ m}$
 $\rho_1 = 800 \text{ Kg/m}^3$ $\rho_2 = 1000 \text{ Kg/m}^3$
 $p_{A,ox} = (200 - 101,3) \text{ KPa} = 98,7 \text{ KPa}$



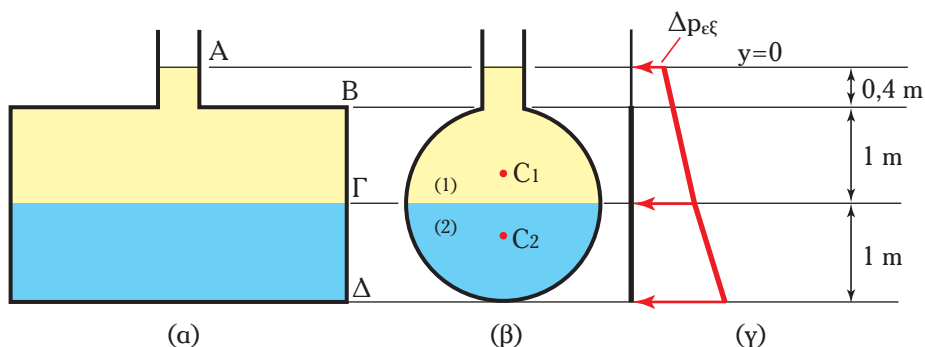
(α)



Σχ. 2.5ιε.



Σχ. 2.5ιστ.



Σχ. 2.5ιζ.

Ζητούμενα: $F_{B\Delta}, y_p$.

Επειδή τα δύο υγρά έχουν διαφορετική πυκνότητα, θα υπολογίσουμε χωριστά τις δυνάμεις και τα σημεία εφαρμογής στα ημικύκλια (1) και (2) και στη συνέχεια θα συνθέσουμε τις δύο δυνάμεις.

1. Ημικύκλιο (1):

– Υπολογισμός μέτρου:

$$F_1 = p_{C1} \cdot A_1 \quad (1)$$

$$A_1 = \pi r^2 / 2 = 1,57 \text{ m}^2$$

$$y_{C1} - y_{\Gamma} = 4r/3\pi = 0,424 \text{ m} \Rightarrow y_{C1} = -0,976 \text{ m}$$

$$p_{C1} = p_{A,ox} - \rho_1 \cdot g \cdot y_{C1} \Rightarrow p_{C1} = 106,4 \text{ KPa}$$

$$(1) \Rightarrow F_1 = 167 \text{ KN}$$

– Υπολογισμός σημείου εφαρμογής:

$$y_{P1} = y_{C1} - Y_1 \cdot \frac{I_{Xc}}{p_{C1,ox} \cdot A_1}$$

$$I_{Xc} = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) r^4 = 0,11 \cdot r^4 = 0,11 \text{ m}^4$$

$$y_{P1} = -0,981 \text{ m}$$

2. Ημικύκλιο (2):

– Υπολογισμός μέτρου:

$$F_2 = p_{C2} \cdot A_2 \quad (2)$$

$$A_2 = A_1 = 1,57 \text{ m}^2$$

$$y_{\Gamma} - y_{C2} = 4r/3\pi = 0,424 \text{ m} \Rightarrow y_{C2} = -1,824 \text{ m}$$

$$p_{C2} = (p_{A,ox} - \rho_1 \cdot g \cdot y_{\Gamma}) - \rho_2 \cdot g \cdot (y_{C2} - y_{\Gamma}) \Rightarrow p_{C2} = 113,83 \text{ KPa}$$

$$(2) \Rightarrow F_2 = 178,7 \text{ KN}$$

– Υπολογισμός σημείου εφαρμογής:

$$y_{P2} = y_{C2} - Y_2 \cdot \frac{I_{Xc}}{p_{C2,ox} \cdot A_2}$$

$$I_{Xc} = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) r^4 = 0,11 \cdot r^4 = 0,11 \text{ m}^4$$

$$y_{P2} = -1,83 \text{ m}$$

3. Σύνθεση.

– Μέτρο δυνάμεως:

$$F = F_1 + F_2 \Rightarrow F = 345,8 \text{ KPa}$$

– **Σημείο εφαρμογής:** Το άθροισμα των ροπών των δύο δυνάμεων (ως προς το σημείο A), ισούται με τη ροπή της συνισταμένης δυνάμεως:

$$F_1 \cdot y_{P1} + F_2 \cdot y_{P2} = F \cdot y_p \Rightarrow y_p = 1,42 \text{ m}$$

Οι παραπάνω υπολογισμοί απεικονίζονται στο σχήμα 2.5m.

Παράδειγμα 19

Να υπολογισθούν η οριζόντια και η κατακόρυφη δύναμη που ασκούνται από το νερό στο τοίχωμα ΑΑ'Β του σχήματος 2.5ιθ ανά μονάδα πλάτους.

Λύση:

1. Υπολογισμός οριζόντιας δυνάμεως F_x :

– **Υπολογισμός μέτρου:**

Η προβολή της μονάδας πλάτους του τοιχώματος στο επίπεδο $y-z$ είναι το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ του σχήματος 2.5κ με:

$$AB = 7 \text{ m}, A\Delta = 1 \text{ m} \Rightarrow y_{Cx} = AB/2 = 3,5 \text{ m}$$

$$A_{yz} = (AB) \cdot (A\Delta) = 7 \text{ m}^2$$

$$p_{Cx,ox} = -\rho g y_{Cx} = 34,265 \text{ KPa}$$

$$F_x = p_{Cx,ox} \cdot A_{yz} \Rightarrow F_x = 239,85 \text{ KN}$$

– **Υπολογισμός σημείου εφαρμογής:**

Το σημείο εφαρμογής P_x , βρίσκεται σε ύψος y_{Px} :

$$y_{Px} = y_{Cx} - \gamma \cdot \frac{I_{Xc}}{p_{Cx,ox} \cdot A_{yz}}$$

$$I_{Xc} = \frac{1}{12}bh^3 \Rightarrow I_c = \frac{1}{12}1 \cdot 7^3 \text{ m}^4 \Rightarrow I_{Xc} = 28,58 \text{ m}^4$$

$$y_{Px} = -4,67 \text{ m}$$

$$x_{Px} = x_{Cx}$$

2. Υπολογισμός κατακόρυφης δυνάμεως F_y :

– **Υπολογισμός μέτρου:** Η F_y ισούται με το βάρος του νερού που βρίσκεται πάνω από την επιφάνεια:

$$F_y = B_{AA'BZE} = B_1 + B_2$$

Το πρίσμα (1) είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο:

$$V_1 = (AE) \cdot (A\Delta) \cdot (AA') \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 = 5 \cdot 1 \cdot 2 \text{ m}^3 = 10 \text{ m}^3$$

$$B_1 = \gamma \cdot V_1 \Rightarrow B_1 = 97,9 \text{ KN}$$

Το πρίσμα (2) είναι τεταρτημόριο κυλίνδρου ακτίνας $ZB = ZA' = 5 \text{ m}$:

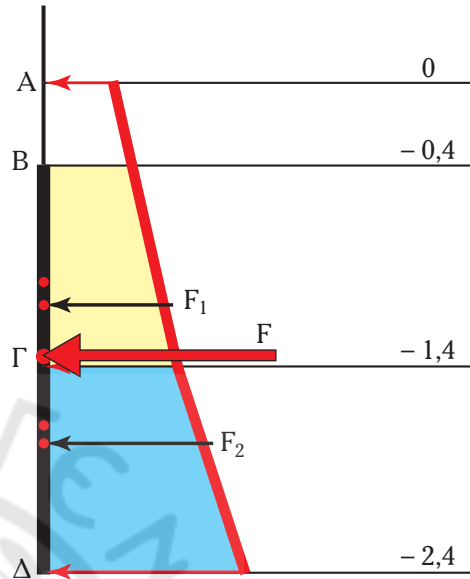
$$V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot L/4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = \pi \cdot 5^2 \cdot 1/4 \text{ m}^3 = 19,625 \text{ m}^3$$

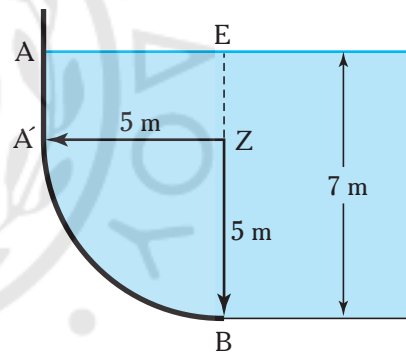
$$B_2 = \gamma \cdot V_2 \Rightarrow B_2 = 192,1 \text{ KN}$$

$$F_y = B_1 + B_2 \Rightarrow F_y = 290 \text{ KN}$$

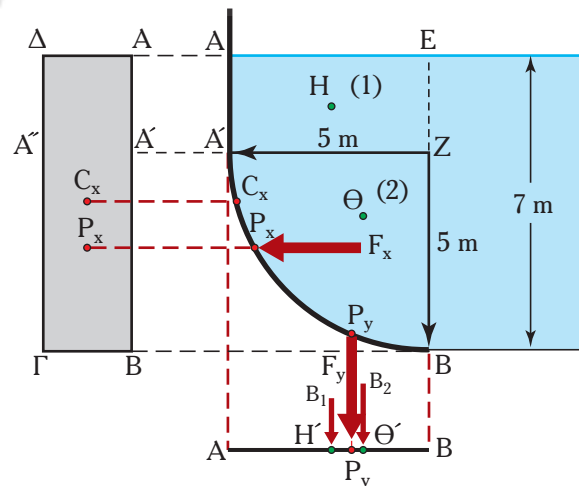
– **Υπολογισμός σημείου εφαρμογής:** Το σημείο εφαρμογής διέρχεται από το κέντρο βάρους του υδάτινου όγκου. Το κέντρο βάρους του (1) είναι



Σχ. 2.5ιθ.



Σχ. 2.5ιθ.



Σχ. 2.5κ.

το σημείο Η και η προβολή του στην επιφάνεια το Η' με $x_{AH'} = 2,5 \text{ m}$.

Το κέντρο βάρους του (2) είναι το σημείο Θ και η προβολή του στην επιφάνεια το Θ'. Σύμφωνα με τον Πίνακα 2.5.1:

$$x_{B\Theta'} = 4r/3\pi \Rightarrow x_{B\Theta'} = 2,12 \text{ m} \Rightarrow x_{A\Theta'} = r - x_{B\Theta'} = 2,88 \text{ m}$$

Αν P_y το σημείο εφαρμογής της F_y , λαμβάνοντας τις ροπές των B_1 , B_2 και F_y ως προς το Α έχουμε:

$$B_1 \cdot x_{AH'} + B_2 \cdot x_{A\Theta'} = F_y \cdot x_{py} \Rightarrow x_{py} = 2,75 \text{ m}$$

2.6 Άνωση.

Οι ίδιες αρχές που μας επέτρεψαν να υπολογίσουμε τις δυνάμεις πίεσεως επί επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή με ρευστό, επιτρέπουν να υπολογίσουμε και τις δυνάμεις πίεσεως που ασκούνται σε σώμα βυθισμένο σε ρευστό ή σε σώμα που ισορροπεί στην επιφάνεια ενός υγρού (που επιπλέει). Τα αποτελέσματα της στατικής μελέτης βυθισμένου σώματος, συνοψίζονται στην **αρχή του Αρχιμήδη**, ο οποίος πρώτος τη διατύπωσε τον 3^ο αιώνα π.Χ.:

Σώμα βυθισμένο σε ρευστό, δέχεται κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω, το μέτρο της οποίας ισούται με το βάρος του ρευστού που το σώμα εκτοπίζει και το σημείο εφαρμογής της βρίσκεται στο κέντρο βάρους του εκτοπιζόμενου όγκου του ρευστού.

Η δύναμη αυτή καλείται **άνωση**:

$$A = \gamma \cdot V = \rho \cdot g \cdot V \tag{2.28}$$

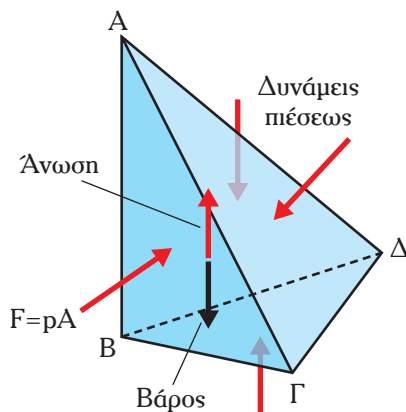
όπου: ρ η πυκνότητα, γ το ειδικό βάρος και V ο όγκος του ρευστού που εκτοπίζεται.

Όπως είδαμε στην παράγραφο 2.2.1, σε ρευστό που βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας, ένας στοιχειώδης όγκος του ισορροπεί κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, υπό την επίδραση δύο αντίθετων δυνάμεων: Του βάρους B και της συνιστώσας των κατακόρυφων δυνάμεων πίεσεως ΣF_y :

$$\Sigma F_y = B \Rightarrow \Sigma F_y = m \cdot g = \rho \cdot g \cdot V = \gamma \cdot V$$

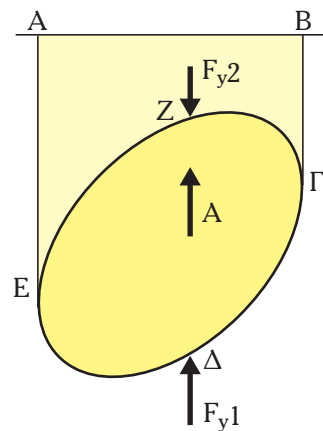
Η δύναμη ΣF_y εξαρτάται μόνο από το σχήμα και τη θέση του πρίσματος και όχι από την περικλειόμενη σ' αυτό ύλη. Η ίδια δύναμη θα ασκείται λοιπόν και στην περίπτωση που στη θέση του στοιχειώδους όγκου του ρευστού βρίσκεται στοιχειώδης όγκος του ίδιου σχήματος, αλλά διαφορετικού σώματος. Άρα το ρευστό ασκεί επί βυθισμένου ξένου σώματος, δύναμη κατακόρυφη, με φορά προς τα άνω και μέτρο ίσο με το βάρος του εκτοπιζόμενου ρευστού (σχ. 2.6α).

Στο σχήμα 2.6β παρουσιάζεται μια αναλυτικότερη απόδειξη της αρχής του Αρχιμήδη. Το σώμα



Σχ. 2.6α.

Δυνάμεις ασκούμενες επί στοιχειώδους όγκου ρευστού.



Σχ. 2.6β.

Απόδειξη της Αρχής του Αρχιμήδη.

(ΓΔΕΖ) βρίσκεται βυθισμένο σε ρευστό πυκνότητας ρ . Οι κατακόρυφες δυνάμεις πίεσεως στις καμπύλες επιφάνειες ΓΔΕ και ΓΖΕ ισούνται με το βάρος στήλης υγρού που βρίσκεται πάνω από αυτές (παράγρ. 2.5.2ε):

$$F_{y1} = \rho \cdot g \cdot V_{\text{ABΓΔΕΑ}}$$

$$F_{y2} = -\rho \cdot g \cdot V_{\text{ABΓΖΕΑ}}$$

όπου: $V_{\text{ABΓΔΕΑ}}$ ο όγκος πάνω από την καμπύλη επιφάνεια ΓΔΕ και $V_{\text{ABΓΖΕΑ}}$ ο όγκος πάνω από την καμπύλη επιφάνεια ΓΖΕ.

$$A = \Sigma F_y = \rho \cdot g \cdot (V_{\text{ABΓΔΕΑ}} - V_{\text{ABΓΖΕΑ}}) = \rho \cdot g \cdot V_{\text{ΓΔΕΖΓ}}$$

Δηλαδή η άνωση ισούται με το βάρος του εκτοπιζόμενου υγρού.

Ενδιαφέροντα φυσικά φαινόμενα βασίζονται στην άνωση (φυσική κυκλοφορία στη μετάδοση θερμότητας, ανοδική πορεία καπνού, κατακόρυφη ανάμειξη νερού ωκεανών κ.ά.). Πολύ περισσότερες και ενδιαφέρουσες είναι οι τεχνικές εφαρμογές του φαινομένου (πλεύση, αερόστατα, υποβρύχια κ.λπ.).

Αξιοποιώντας την αρχή του Αρχιμήδη, μπορούμε να υπολογίσουμε μεταξύ άλλων, τον όγκο ενός στερεού σώματος ακανόνιστου σχήματος, καθώς και την πυκνότητα ομογενών σωμάτων.

2.6.1 Φαινόμενο βάρους βυθισμένου σώματος.

Σώμα που βρίσκεται μέσα σε ρευστό, δέχεται συνισταμένη δύναμη κατά την κατακόρυφο, η οποία οφείλεται στο βάρος του σώματος και στην άνωση:

$$\Sigma F = B - A$$

Η δύναμη αυτή καλείται και **φαινόμενο βάρος** του σώματος (B_ϕ). Αν το σώμα είναι ομογενές με πυκνότητα ρ_σ και βυθίζεται ολόκληρο σε ρευστό πυκνότητας ρ , έχουμε:

$$V_{\text{σώματος}} = V_{\text{εκτοπιζόμενου ρευστού}} = V$$

$$B = \rho_\sigma \cdot g \cdot V$$

$$A = \rho \cdot g \cdot V$$

και η σχέση γίνεται:

$$B_\phi = B - A = (\rho_\sigma - \rho) \cdot g \cdot V \quad (2.29)$$

Το σώμα μέσα στο ρευστό θα κινηθεί υπό την επίδραση του φαινομένου βάρους του. Αν αυτό είναι θετικό ($\rho_\sigma > \rho$) το σώμα θα κινηθεί προς τα κάτω. Αν $B_\phi = 0$ το σώμα θα ισορροπεί (θα αιωρείται μέσα στο ρευστό). Αν $B_\phi < 0$ το σώμα θα ανέρχεται.

Ακριβολογώντας, τα σώματα που βρίσκονται στην επιφάνεια της Γης, έλκονται προς αυτήν με δύναμη ίση με το φαινόμενο βάρος τους, αφού βρίσκονται βυθισμένα στην ατμόσφαιρα και δέχονται δύναμη ανώσεως απ' αυτήν. Αλλά η πυκνότητα του αέρα είναι πολύ μικρή σε σχέση με την πυκνότητα των υγρών και των περισσότερων στερεών και θεωρείται αμελητέα. Γι' αυτά τα σώματα το φαινόμενο βάρος είναι κατά προσέγγιση ίσο με το πραγματικό βάρος τους. Για παράδειγμα, η πυκνότητα του νερού είναι 1000 Kg/m^3 , αφού η πυκνότητα του αέρα σε 20°C , είναι $1,2 \text{ Kg/m}^3$. Κατά συνέπεια $\rho_v - \rho_a \cong \rho_v$.

Αυτό δεν συμβαίνει όμως όταν εξετάζουμε ένα αέριο σώμα παραπλήσιας πυκνότητας μ' αυτήν του ατμοσφαιρικού αέρα. Έτσι, ο ζεστός καπνός ανέρχεται, επειδή έχει πυκνότητα μικρότερη από του αέρα. Αλλά και ένα αερόστατο δύναται –λόγω του μεταβλητού φαινομένου βάρους του– να ανέρχεται, να αιωρείται ή να κατέρχεται. (Το φαινόμενο βάρος του αερόστατου μεταβάλλεται αν μεταβληθεί η πυκνότητα του αέρα, ή η μέση πυκνότητα του αερόστατου $\rho = m/V$).

Στο ίδιο φαινόμενο βασίζεται και η αιώρηση, βύθιση ή άνοδος των υποβρυχίων. Σ' αυτά, η μεταβολή του φαινομένου βάρους επιτυγχάνεται με τη μεταβολή της μάζας τους (άρα και της μέσης πυκνότητάς τους), με εισροή ή εκροή νερού από κατάλληλα διαμορφωμένους στεγανούς χώρους.

Παράδειγμα 20

Ένας άνθρωπος έχει βάρος 800 N και όγκο 85 lt. Να υπολογισθούν:

- Η μάζα και η μέση πυκνότητα του ανθρώπου.
- Η άνωση που δέχεται όταν βρίσκεται στην ατμόσφαιρα.
- Η άνωση που δέχεται όταν βρίσκεται βυθισμένος στο θαλασσινό νερό.
- Δύναται ο άνθρωπος να μείνει πλήρως βυθισμένος στη θάλασσα; Ποιο ποσοστό του όγκου του μένει βυθισμένο σε κατάσταση ισορροπίας;

Λύση:

Δεδομένα: $B = 800 \text{ N}$, $V = 0,085 \text{ m}^3$,

$\rho_a = 1,2 \text{ Kg/m}^3$ (σε 20°C και $101,3 \text{ KPa}$), $\rho_\theta = 1024 \text{ Kg/m}^3$

Ζητούμενα: ρ , A_a , A_θ .

$$\alpha) B = m \cdot g \Rightarrow m = B/g \Rightarrow m = 81,6 \text{ Kg}$$

$$\rho_\mu = m/V \Rightarrow \rho_\mu = 960 \text{ Kg/m}^3$$

$$\beta) A_a = \rho_a \cdot g \cdot V \Rightarrow A_a = 1 \text{ N (μόλις το } 0,12\% \text{ του βάρους του ανθρώπου)}$$

$$\gamma) A_\theta = \rho_\theta \cdot g \cdot V \Rightarrow A_\theta = 853,6 \text{ N}$$

δ) Επειδή $A_\theta > B$ ο άνθρωπος δεν μπορεί να μείνει πλήρως βυθισμένος. Δύναμη $\Sigma F = A_\theta - B = 53,6 \text{ N}$ θα τον ωθήσει στην επιφάνεια και ένα τμήμα του όγκου του θα εξέλθει από το νερό, ώστε:

$$B = A_\theta' = 800 \text{ N}$$

$$A_\theta' = \rho_\theta \cdot g \cdot V' \Rightarrow V' = 0,0797 \text{ m}^3$$

$$V'/V = 0,938 \text{ ή } 93,8\%$$

Παράδειγμα 21

Στερεό ομογενές σώμα έχει βάρος (στην ατμόσφαιρα) 500 Kgf. Βυθισμένο στο νερό το φαινόμενο βάρος του είναι 300 Kgf. Να υπολογισθούν: α) Ο όγκος και β) η πυκνότητα του σώματος.

Λύση:

Δεδομένα: $B_o = 500 \text{ Kgf} = 4905 \text{ N}$, $B_\phi = 300 \text{ Kgf} = 2943 \text{ N}$, $\rho_v = 1000 \text{ Kg/m}^3$

Ζητούμενα: V , ρ_o

$$\alpha) B_\phi = B - A \Rightarrow A = B - B_\phi \Rightarrow A = 1962 \text{ N}$$

$$A = \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow V' = A/(\rho_v \cdot g) \Rightarrow V = 0,2 \text{ m}^3$$

$$\beta) \gamma_o = B_o/V = 24.525 \text{ N/m}^3$$

$$\gamma_o = \rho_o \cdot g \Rightarrow \rho_o = 2500 \text{ Kg/m}^3$$

$$(\text{Επίσης: } B_\phi = (\rho_o - \rho_v) \cdot g \cdot V \Rightarrow \rho_o - \rho_v = B_\phi/(g \cdot V) \Rightarrow \rho_o = 2500 \text{ Kg/m}^3)$$

Παράδειγμα 22

Να υπολογισθεί το έργο που απαιτείται για την ανέλκυση κυλινδρικού σωλήνα μήκους 10 m εξωτερικής διαμέτρου 60 cm και πάχους τοιχώματος 1 cm (σχ. 2.6γ), ο οποίος βρίσκεται βυθισμένος στη θάλασσα σε βάθος 15 m. Το υλικό του σωλήνα έχει πυκνότητα 7200 Kg/m^3 .

Λύση:

Δεδομένα: $L = 10 \text{ m}$, $d_{\epsilon\xi} = 0,60 \text{ m}$,

$$r_{\epsilon\xi} - r_{\epsilon\sigma} = 0,01 \text{ m}, y = 15 \text{ m}$$

$$\rho_o = 7200 \text{ Kg/m}^3, \rho_\theta = 1025 \text{ Kg/m}^3$$

Ζητούμενα: W .

Ο όγκος του υλικού του σωλήνα είναι:

$$\begin{aligned} V &= V_{\epsilon\xi} - V_{\epsilon\sigma} = \pi r_{\epsilon\xi}^2 \cdot L - \pi r_{\epsilon\sigma}^2 \cdot L = \\ &= \pi \cdot L (r_{\epsilon\xi}^2 - r_{\epsilon\sigma}^2) \Rightarrow V = 0,1854 \text{ m}^3 \end{aligned}$$



Σχ. 2.6γ.

$$B_{\sigma} = \gamma_{\sigma} \cdot V = \rho_{\sigma} \cdot g \cdot V \Rightarrow B_{\sigma} = 13.091 \text{ N}$$

$$B_{\varphi\sigma} = B_{\sigma} - A = (\rho_{\sigma} - \rho_{\theta}) \cdot g \cdot V \Rightarrow B_{\varphi\sigma} = 11.230 \text{ N}$$

Η δύναμη ανελκύσεως (F_{av}) είναι τουλάχιστον ίση με το φαινόμενο βάρος.

Το απαιτούμενο έργο:

$$W = F_{av} \cdot y \Rightarrow W = 168.440 \text{ J} = 168,44 \text{ KJ}$$

2.7 Πλεύση.

Όπως είδαμε, ένα σώμα βυθισμένο σε ρευστό, δέχεται κατά την κατακόρυφο, δύο αντίθετες δυνάμεις: Τη **δύναμη βαρύτητας** (βάρος σώματος) και τη **δύναμη ανώσεως** του ρευστού.

– **Αν το βάρος του σώματος είναι μεγαλύτερο από την άνωση**, το σώμα κατέρχεται (βυθίζεται).

Αν η πυκνότητα του ρευστού δεν μεταβάλλεται (**υγρά**), οι δυο δυνάμεις μένουν αμετάβλητες και το σώμα θα συνεχίσει την κάθοδο μέχρι να συναντήσει το βυθό και να δεχτεί την επιπλέον δύναμη αντιστάσεως που θα εξισορροπεί τη διαφορά $\Sigma F = B - A$.

Αν η πυκνότητα του ρευστού αυξάνεται με την κάθοδο (**ατμοσφαιρικός αέρας**), τότε η άνωση αυξάνεται επίσης και υπάρχει ενδεχόμενο να φτάσει την τιμή του βάρους, οπότε το σώμα θα αιωρείται.

– **Αν το βάρος του σώματος είναι μικρότερο από την άνωση**, το σώμα ανέρχεται υπό την επίδραση της συνισταμένης δυνάμεως $\Sigma F = A - B$.

Αν η πυκνότητα του ρευστού δεν μεταβάλλεται (**υγρά**), οι δύο δυνάμεις μένουν αμετάβλητες και το σώμα θα συνεχίσει την άνοδο μέχρι να συναντήσει την ελεύθερη επιφάνεια και να εξέλθει κατά ένα τμήμα του από το υγρό, ώστε να μειωθεί επαρκώς ο όγκος του εκτοπιζόμενου υγρού, ώστε η άνωση να γίνει ίση με το βάρος. Το σώμα επιπλέει, δηλαδή βρίσκεται εν μέρει βυθισμένο στο υγρό, υπό την επίδραση του βάρους του σώματος και της ανώσεως που ασκεί το υγρό: $B = A$. Επομένως το σώμα εκτοπίζει όγκο υγρού που έχει βάρος ίσο με το βάρος του σώματος και κατά την κατακόρυφο υπάρχει ισορροπία.

Αν η πυκνότητα του ρευστού μειώνεται με την άνοδο (**ατμοσφαιρικός αέρας**), τότε η άνωση μειώνεται επίσης και όταν φθάσει την τιμή του βάρους, το σώμα θα **αιωρείται**.

Πλεύση: Σώμα βυθισμένο κατά ένα τμήμα του σε υγρό επιπλέει όταν το βάρος του ισούται με την άνωση (σχ. 2.7α):

$$B = A \quad (2.30)$$

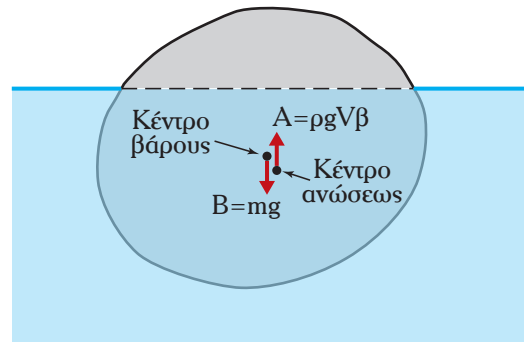
Για να ισορροπεί το σώμα πρέπει επιπλέον η συνισταμένη ροπή να είναι 0:

$$\Sigma M = 0 \quad (2.30a)$$

Επειδή τόσο το βάρος όσο και η άνωση έχουν κατακόρυφη διεύθυνση, για να ισχύει η δεύτερη συνθήκη ισορροπίας ($\Sigma M = 0$) πρέπει να βρίσκονται στον ίδιο κατακόρυφο άξονα.

Τι θα συμβεί όμως αν, λόγω κάποιας παροδικής οριζόντιας δυνάμεως, η ισορροπία διαταραχθεί;

Παρατηρούμε (σχ. 2.7β και 2.7γ) πως αν και το κέντρο βάρους δεν μετατοπίζεται, λόγω μετατοπίσεως του κέντρου ανώσεως το βάρος και η άνωση δε βρίσκονται πλέον στον ίδιο κατακόρυφο άξονα, αλλά απέχουν απόσταση d . Κατά συνέπεια, δημιουργείται ζεύγος δυνάμεων (B, A) με αποτέλεσμα η ροπή $M = B \cdot d$ να τείνει να περιστρέψει το σώμα. Το ερώτημα είναι αν η ροπή θα επαναφέρει το σώμα στην προηγούμενη θέση του ή αν θα το στρέψει προς την αντίθετη κατεύθυνση. Αυτό κρίνεται από τη θέση του κέντρου βάρους του σώματος σε σχέση με το μετάκεντρο. Ως **μετά-**



Σχ. 2.7α.
Πλεύση.

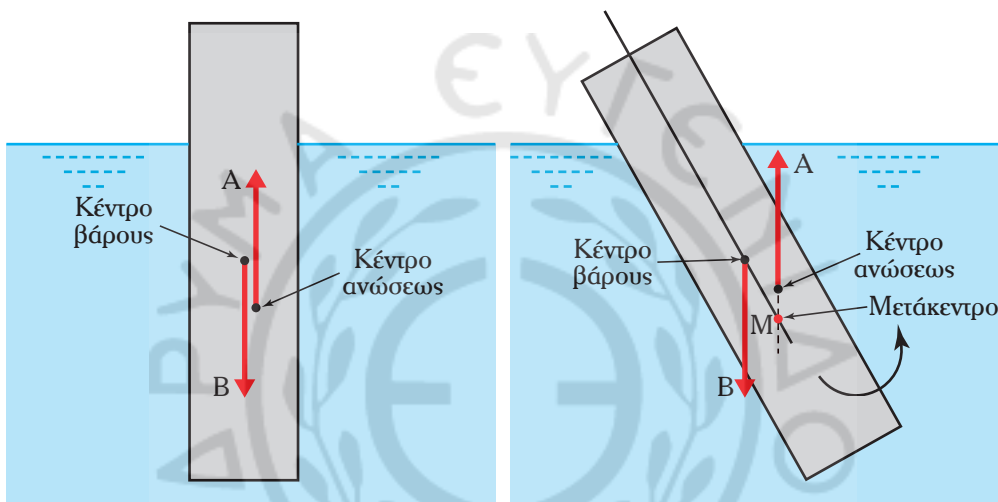
κέντρο M ορίζεται το σημείο τομής της διεύθυνσως της ανώσεως στην τυχαία θέση αποκλίσεως, με τον άξονα του σώματος που ορίζει η διεύθυνση της ανώσεως στη θέση ισορροπίας.

Αν το κέντρο βάρους του σώματος βρίσκεται πάνω από το μετάκεντρο M , το ζεύγος δυνάμεων απομακρύνει οριστικά το σώμα από την προηγούμενη θέση ισορροπίας. Η πλεύση του σώματος είναι ασταθής (σχ. 2.7β).

Αν το κέντρο βάρους του σώματος βρίσκεται κάτω από το μετάκεντρο M , το ζεύγος δυνάμεων δημιουργεί ροπή επαναφοράς και το σώμα επανέρχεται (ταλαντευόμενο) στην προηγούμενη θέση ισορροπίας. Η πλεύση του σώματος είναι ευσταθής (σχ. 2.7γ).

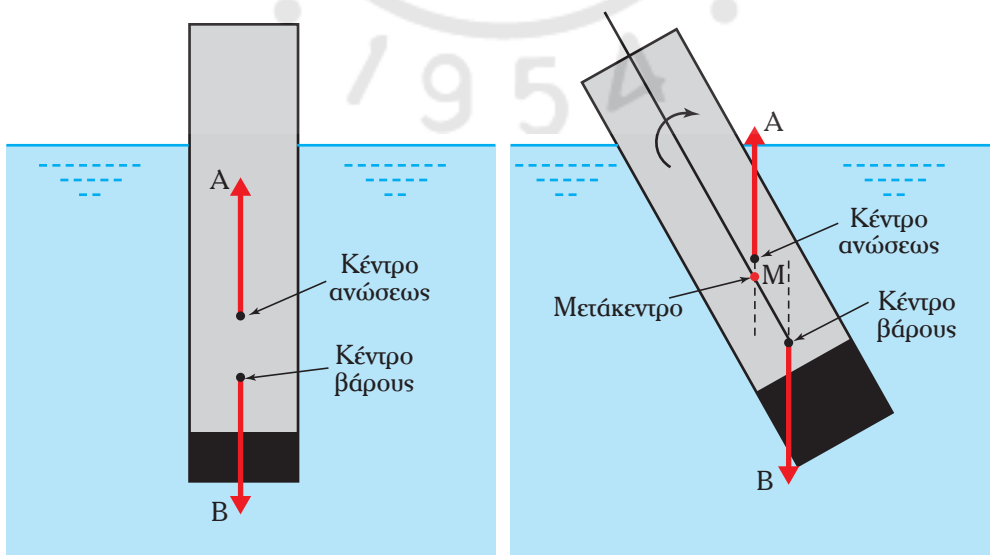
Παρατηρούμε πως όσο χαμηλότερα είναι το κέντρο βάρους του σώματος, τόσο ευνοείται η ευσταθής πλεύση. **Γενικά, όταν το κέντρο ανώσεως βρίσκεται υψηλότερα από το κέντρο βάρους, η πλεύση είναι ευσταθής.**

Ιδιαίτερη σημασία έχει η διατήρηση της ευσταθούς πλεύσεως στα πλοία. Ο σχεδιασμός, αλλά και η



Σχ. 2.7β.

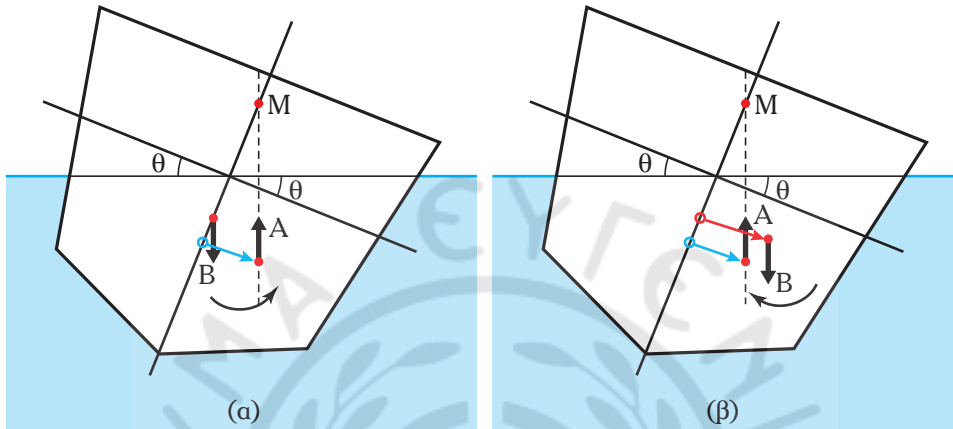
Ασταθής πλεύση: Το Κέντρο Βάρους (Κ.Β.) πάνω από το Μετάκεντρο (M).



Σχ. 2.7γ.

Ευσταθής πλεύση: Το Κέντρο Βάρους (Κ.Β.) κάτω από το Μετάκεντρο (M).

τοποθέτηση των φορτίων γίνεται έτσι, ώστε να παραμένει το κέντρο βάρους όσο το δυνατό χαμηλότερα. Ένα επιπλέον πρόβλημα προκύπτει από την πιθανά σημαντική **μετατόπιση του κέντρου βάρους** του πλοίου, λόγω μετατοπίσεως των φορτίων. Έτσι, η ευσταθής πλεύση που βλέπομε στο σχήμα 2.7δ(α) γίνεται ασταθής στο σχήμα 2.7δ(β) λόγω μετατοπίσεως του κέντρου βάρους του. Για να μην μετακινείται το κέντρο βάρους προς το κέντρο ανώσεως κατά τις διαταραχές (οπότε, ακόμη και αν δεν καταστραφεί η ευσταθής πλεύση, μειώνεται η επανορθωτική ροπή), λαμβάνονται ειδικά μέτρα που εμποδίζουν τη μετακίνηση των φορτίων. Για τα υγρά που μετακινούνται εύκολα προς την πλευρά που γέρνει το σκάφος, χρησιμοποιούνται δεξαμενές με διαμερίσματα ή χωρίσματα.



Σχ. 2.7δ.

α) Ευσταθής πλεύση. β) Ασταθής πλεύση πλοίου λόγω μετατοπίσεως του ΚΒ.

2.7.1 Μέτρηση της πυκνότητας υγρών και στερεών.

Μία σημαντική εφαρμογή της ανώσεως και της πλεύσεως είναι τα **πυκνόμετρα**. Αυτά χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της πυκνότητας των υγρών. Πρόκειται για πλωτήρες κατάλληλου σχήματος με έρμα στο κάτω άκρο (ώστε να έχουν όσο το δυνατόν πιο χαμηλά το κέντρο βάρους), που καταλήγουν σε λεπτό σωλήνα με βαθμολογημένη κλίμακα (σχ. 2.7ε). Όταν το πυκνόμετρο τοποθετείται σε υγρό, επιπλέει υπό την επίδραση των ίσων και αντιθέτων δυνάμεων του βάρους του πυκνόμετρου και της ανώσεως του υγρού. Άρα:

$$B = A = \rho_v \cdot g \cdot V = \rho \cdot g \cdot (V_{\pi} + V_{\sigma}) \Rightarrow P_v \cdot (V_{\pi} + V_{\sigma}) = B/g = m \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_v = m / (V_{\pi} + V_{\sigma}) \quad (2.31)$$

όπου: m η μάζα του πυκνόμετρου, ρ_v η πυκνότητα του ρευστού, V_{π} ο όγκος του πλωτήρα, V_{σ} ο όγκος του βυθισμένου τμήματος του σωλήνα.

Η μάζα του πυκνόμετρου και ο όγκος του πλωτήρα είναι μεγέθη σταθερά. Επομένως, εκείνο που μεταβάλλεται με τη μεταβολή της πυκνότητας, είναι ο όγκος του βυθισμένου τμήματος του σωλήνα:

$$V_{\sigma} = \pi \cdot r^2 \cdot y$$

Δηλαδή η μεταβολή της πυκνότητας οδηγεί σε μεταβολή του ύψους του βυθισμένου τμήματος του σωλήνα (όσο πιο μικρή είναι η πυκνότητα του υγρού τόσο περισσότερο βυθίζεται το πυκνόμετρο). Αυτό επιτρέπει την εκ των προτέρων βαθμολόγηση του σωλήνα σε μονάδες πυκνότητας με τιμές που αυξάνουν εκ των άνω προς τα κάτω.

Το εύρος πυκνότητας που μπορεί να μετρήσει ένα πυκνόμετρο είναι περιορισμένο. Για να λειτουργήσει πρέπει από τη μία να μη βυθίζεται πλήρως στο υγρό και από την άλλη να επιπλέει με την ελεύθερη

επιφάνεια του υγρού να βρίσκεται σε κάποιο σημείο του λεπτού σωλήνα μετρήσεως. Μπορούμε φυσικά να αυξήσουμε τη διάμετρο του σωλήνα μετρήσεως ώστε να εκτοπίζει μεγαλύτερο όγκο υγρού ανά μονάδα βυθίσεώς του. Αλλά τότε μειώνεται η ακρίβεια του πυκνομέτρου.

Το μεγάλο εύρος των πυκνοτήτων των υγρών καλύπτεται από ολόκληρη σειρά πυκνομέτρων. Αυτός είναι και ένας βασικός λόγος που για διάφορα υγρά διαλύματα χρησιμοποιούνται διαφορετικά πυκνόμετρα (αλκοολόμετρα, πυκνόμετρα υγρών μπαταρίας, καυσίμων κ.ά.).

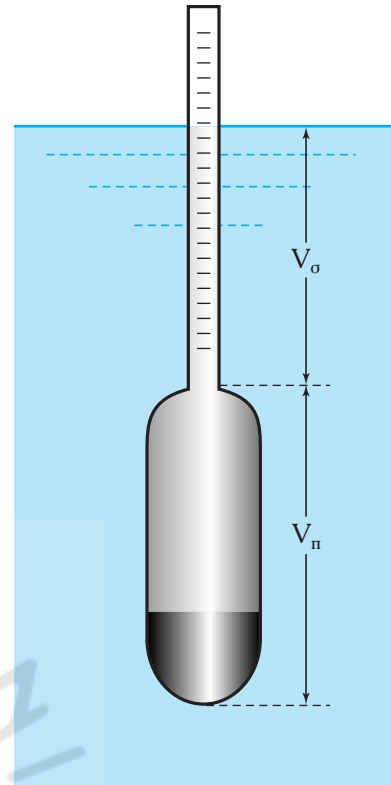
Τα πυκνόμετρα που χρησιμοποιούνται για υγρά πυκνοτήτων μικρότερων της πυκνότητας του νερού, ονομάζονται και **αραιόμετρα**.

Συχνά η βαθμολόγηση των πυκνομέτρων είναι αυθαίρετη. Έτσι, έχουν προκύψει διάφορες κλίμακες πυκνότητας. Η πιο γνωστή είναι η **κλίμακα Baumé** που τη συναντάμε στα ομώνυμα πυκνόμετρα (βαθμοί Baumé πυκνοί και αραιοί). Σε αρκετές περιπτώσεις ειδικών πυκνομέτρων διαλυμάτων, η κλίμακα δίνει απευθείας την περιεκτικότητα του διαλύματος (π.χ. αλκοολόμετρα).

Για τη **μέτρηση της πυκνότητας στερεών ομογενών σωμάτων**, αξιοποιούμε επίσης την άνωση και το φαινόμενο βάρος τους όταν βυθιστούν σε υγρό γνωστής πυκνότητας ($B_{\phi} = B - A$). Είναι:

$$B_{\phi} = B - A = (\rho_{\sigma} - \rho_{\nu}) \cdot g \cdot V = (\rho_{\sigma} - \rho_{\nu}) \cdot B / \rho_{\sigma} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_{\sigma} = \frac{B_{\phi}}{B - B_{\phi}} \cdot \rho_{\nu} \quad (2.32)$$



Σχ. 2.7ε.
Πυκνόμετρο.

2.8 Ασκήσεις.

1. Σε ποιο βάθος της θάλασσας η πίεση είναι 140 KPa; ($\rho = 1025 \text{ Kg/m}^3$). Ποια η μεταβολή της πίεσεως για κάθε μέτρο αυξήσεως του βάθους;
[$y=3,84 \text{ m}$, $\Delta p=10,05 \text{ KPa}$]
2. Το βαρόμετρο δείχνει 1005 mbars και μετρητής προσαρτημένος σε κλειστή δεξαμενή δείχνει κενό 400 mm Hg. Να υπολογισθεί η απόλυτη πίεση μέσα στη δεξαμενή.
[$p=47,18 \text{ KPa}$]
3. Μια ορεινή λίμνη έχει μέγιστο βάθος 60 m. Αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι 98 KPa, να υπολογισθεί η μέγιστη απόλυτη και σχετική πίεση στο βυθό της.
[587 KPa, 685 KPa]
4. Δεξαμενή περιέχει τα μη αναμείξιμα υγρά νερό και λάδι πυκνότητας 780 kg/m^3 . Το στρώμα του νερού έχει ύψος 3 m και το στρώμα του λαδιού 2 m. Αν η δεξαμενή είναι ανοιχτή στην ατμόσφαιρα, να υπολογισθούν οι πιέσεις στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υγρών και στον πυθμένα της δεξαμενής. Να σχεδιασθεί το διάγραμμα της πίεσεως σε συνάρτηση με το ύψος.
[116,6 KPa, 146 KPa]
5. Τα έμβολα ενός υδραυλικού συστήματος υποβοηθήσεως έχουν λόγο διαμέτρων ίσο με 8. Αν στο μικρό έμβολο ασκήσουμε δύναμη 300 N μετακινώντας το σημείο εφαρμογής κατά 20 cm, να υπολογισθεί η δύναμη, το έργο και η μετατόπιση στο μεγάλο έμβολο (οι τριβές να θεωρηθούν αμελητέες).
[$F' = 19.200 \text{ N}$, $W = 60 \text{ J}$, $s' = 3,1 \text{ mm}$]

6. Συγκοινωνούνται δοχεία σε σχήμα U περιέχουν νερό και άγνωστο υγρό μη αναμείξιμο με το νερό. Στο ένα σκέλος, η ελεύθερη επιφάνεια του νερού βρίσκεται 10 cm πάνω από τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υγρών. Η ελεύθερη επιφάνεια του άλλου σκέλους βρίσκεται 3 cm υψηλότερα απ' αυτήν του νερού. Να υπολογισθεί η πυκνότητα του υγρού και η σχετική πίεση στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υγρών.

$$[\rho = 769 \text{ Kg/m}^3, p = 0,98 \text{ KPa}]$$

7. Φυγόκεντρη κυλινδρική συσκευή διαμέτρου 20 cm και ύψους 30 cm, περιέχει νερό μέχρι ύψους 12 cm. Να υπολογισθούν: α) Η γωνιακή ταχύτητα στην οποία το ελάχιστο ύψος του νερού θα μηδενιστεί. β) Αν η συσκευή περιστρέφεται με 3000 rpm, οι σχετικές πιέσεις στο άνω και κάτω άκρο του κυλινδρικού τοιχώματος.

$$[\alpha) 15,34 \text{ rad/s}, \beta) 195,7 \text{ KPa}, 198,7 \text{ KPa}]$$

8. Στη συσκευή της ασκήσεως 7, υπάρχει μείγμα πετρελαίου ($\rho_{\text{ox}} = 0,85$) με 20% κ.ό. νερού μέχρι ύψους 20 cm. Αν η συσκευή περιστρέφεται με 6000 rpm, να υπολογισθούν οι πιέσεις στη διαχωριστική επιφάνεια και στο κυλινδρικό τοίχωμα.

$$[446,5 \text{ KPa}, 709,5 \text{ KPa}]$$

9. Αν η ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια της θάλασσας είναι 101,35 KPa, να υπολογισθεί η πίεση της ατμόσφαιρας σε ύψος 5 Km: α) Για σταθερή θερμοκρασία. β) Για γραμμική μείωση της θερμοκρασίας. Ποια τμή είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα;

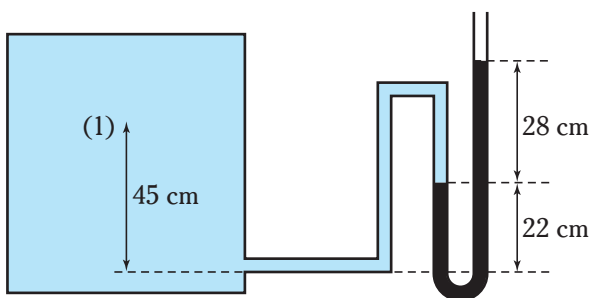
$$[\alpha) 60 \text{ KPa}, \beta) 54 \text{ KPa}]$$

10. Να υπολογισθεί η πίεση στο σημείο 1 της κλειστής δεξαμενής νερού του σχήματος 2.8α αν το μανόμετρο περιέχει υδράργυρο.

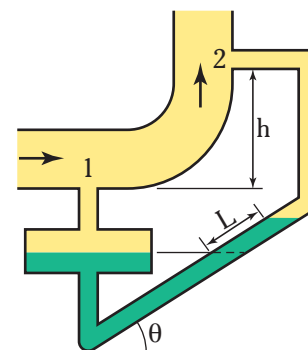
$$[p_1 = 136,37 \text{ KPa}]$$

11. Στο σωλήνα του σχήματος 2.8β κυκλοφορεί λάδι σχετικής πυκνότητας 0,91. Το επικλινές μανόμετρο ($\theta = 20^\circ$) χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της διαφοράς πίεσεως μεταξύ των σημείων 1 και 2 του λαδιού. α) Αν $L = 5 \text{ cm}$, $h = 12 \text{ cm}$ και το υγρό του μανόμετρου είναι νερό, να υπολογισθεί η διαφορά πίεσεως μεταξύ των σημείων 1 και 2 θεωρώντας αμελητέα τη μεταβολή της στάθμης στο δοχείο διαστολής. β) Αν στο σωλήνα σταματήσει η ροή, πόση θα γίνει η διαφορά πίεσεως μεταξύ των σημείων 1 και 2 και τι θα δείξει το μανόμετρο;

$$[\alpha) 1084,3 \text{ Pa}, \beta) 1070,9 \text{ Pa}, L=0]$$



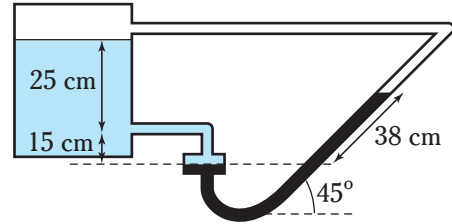
Σχ. 2.8α.



Σχ. 2.8β.

12. Η μανομετρική διάταξη του σχήματος 2.8γ, χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πυκνότητας υγρών. Αν το επικλινές μανόμετρο περιέχει τετρακλωράνθρακα, να υπολογισθεί η πυκνότητα του υγρού της δεξαμενής του σχήματος.

$$[\rho = 1068,1 \text{ Kg/m}^3]$$



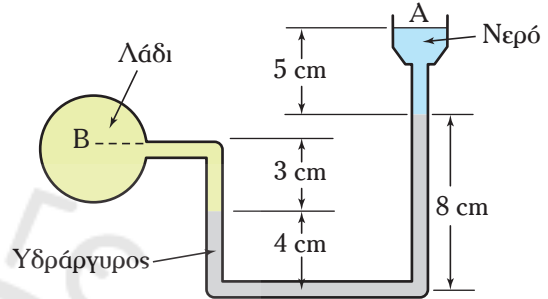
Σχ. 2.8γ.

13. Να υπολογισθεί η απόλυτη πίεση στο σημείο B του σχήματος 2.8δ αν η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού είναι ατμοσφαιρική. Η σχετική πυκνότητα του λαδιού είναι 0,8.

$$[p_B = 106,9 \text{ KPa}]$$

14. Υγρό άγνωστης πυκνότητας βρίσκεται σε δεξαμενή. Δύο πιεσόμετρα τοποθετημένα στο τοίχωμα της δεξαμενής και σε υψομετρική διαφορά 7 ft δείχνουν πιέσεις 12,8 και 15,5 psi. Να υπολογισθεί η πυκνότητα και το ειδικό βάρος του υγρού στο SI.

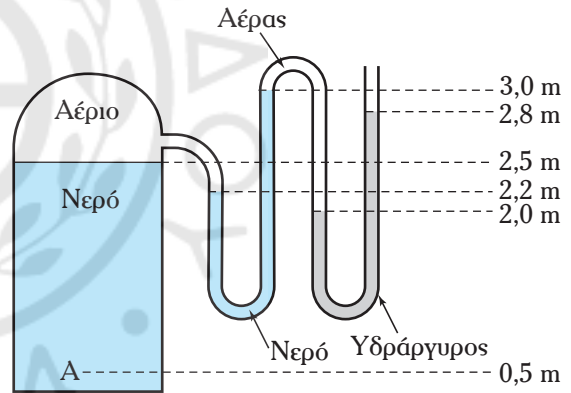
$$[\rho = 890 \text{ Kg/m}^3, \gamma = 8,725 \text{ KN/m}^3]$$



Σχ. 2.8δ.

15. Η κλειστή δεξαμενή του σχήματος 2.8ε περιέχει νερό. Να υπολογισθούν: α) Η πίεση του αερίου που βρίσκεται πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού. β) Η πίεση στο σημείο A. γ) Να σχεδιασθεί το διάγραμμα πίεσης-ύψους της δεξαμενής.

$$[p_{\text{αερίου}} = 215,8 \text{ KPa}, p_A = 235,1 \text{ KPa}]$$

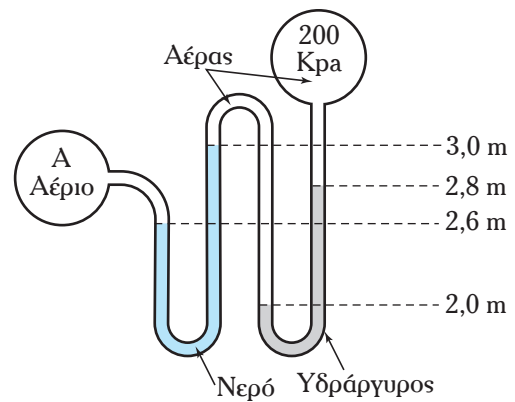


Σχ. 2.8ε.

16. Στο χώρο A σταθερού όγκου του σχήματος 2.8στ, υπάρχει αέριο θερμοκρασίας 20°C.

- α) Να υπολογισθεί η πίεση στο χώρο A.
β) Αν η θερμοκρασία του αερίου αυξηθεί κατά 30°C, πόση θα γίνει η πίεση του αερίου; Ποιες οι υψομετρικές μεταβολές του μανόμετρου; (η πίεση του αέρα διατηρείται σταθερή, ίση με 200 KPa).

$$[P_A = 310,56 \text{ KPa}]$$



Σχ. 2.8στ.

17. Να υπολογισθεί η δύναμη (μέτρο και σημείο εφαρμογής) που ασκείται σε κατακόρυφο διαχωριστικό τοίχωμα σχήματος ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με πλάτος πλευράς 2 m αν το νερό το καλύπτει σε ύψος 5 m.

$$[F = 245,25 \text{ KN}, y_p = -3,33 \text{ m}]$$

18. Στο τοίχωμα της προηγούμενης ασκήσεως, πόση θα ήταν η δύναμη πίεσης και σε τι βάθος θα

εφαρμοζόταν, αν πάνω από το νερό είχαμε σχετική πίεση 50 KPa;

$$[F = 758,25 \text{ KN}, OA = 2,77 \text{ m}]$$

19. Η δεξαμενή του σχήματος 2.8ζ περιέχει νερό σε ύψος 5 m. Στην αριστερή πλευρά υπάρχει θυρίδα AB, σχήματος ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με πλευρές: AB=2,5 m και ΒΓ = 1,2 m.

Να υπολογισθούν: α) Η πίεση σε βάθος 3 m μέσα στη δεξαμενή νερού. β) Η δύναμη πίεσεως στη θυρίδα (μέτρο και σημείο εφαρμογής).

$$[\alpha) p = 130,73 \text{ KPa}, \beta) F = 121 \text{ KN}, y_{CP} = -0,09 \text{ m}]$$

20. Η δεξαμενή του σχήματος 2.8η περιέχει νερό. Αν $\theta = 45^\circ$ και $AB = d = 3 \text{ m}$, να υπολογισθούν: α) Οι πιέσεις στα σημεία A και B. β) Η δύναμη που ασκείται στην κυκλική θυρίδα AB (μέτρο και σημείο εφαρμογής). Αν η πίεση πάνω από το νερό γίνει ατμοσφαιρική, προς τα πού θα μετακινηθεί το κέντρο πίεσεως;

$$[\alpha) p_A = 168,6 \text{ KPa}, p_B = 189,4 \text{ KPa}, \beta) F = 549,2 \text{ KN}, y_{CP} = -0,07 \text{ m}]$$

21. Η δεξαμενή του σχήματος 2.8θ περιέχει νερό ύψους 4 m. Στην κάθετη πλευρά της δεξαμενής υπάρχει κυκλική θυρίδα διαμέτρου 2 m. Να υπολογισθεί η δύναμη πίεσεως η οποία ασκείται στη θυρίδα και το σημείο εφαρμογής της.

$$[F = 253,5 \text{ KN}, y_p = -3,03 \text{ m}]$$

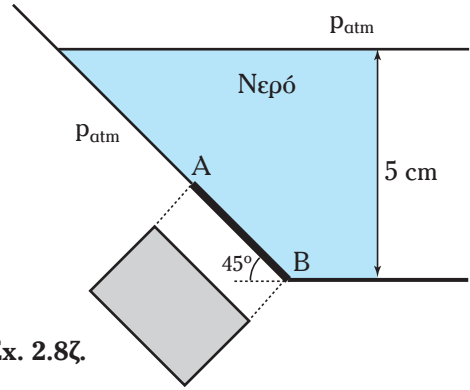
22. Η θυρίδα AB του σχήματος 2.8ι αποτελείται από ένα τετράγωνο πλευράς 2 m και ένα ημικύκλιο ακτίνας 1 m. Να υπολογισθεί η δύναμη πίεσεως και το σημείο εφαρμογής της.

$$[F = 469,9 \text{ KN}, y_p = -8,68 \text{ m}]$$

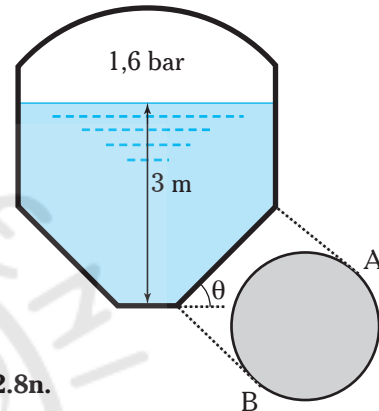
23. Μια δεξαμενή νερού έχει μια κατακόρυφη θυρίδα σχήματος ορθογώνιου τραπέζιου ύψους 5 m, μεγάλης βάσεως 4 m και μικρής 3 m (σχ. 2.8ια). Το πάνω μέρος της θυρίδας βρίσκεται 2 m χαμηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού. Να υπολογισθεί η δύναμη πίεσεως επί της θυρίδας και το σημείο εφαρμογής.

$$[F = 791 \text{ KN}, y_p = -5,07 \text{ m}, x_p = 1,8 \text{ m}]$$

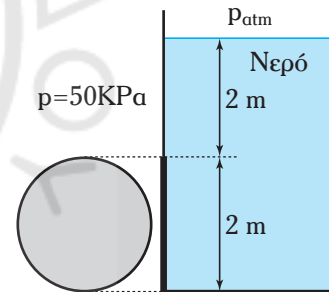
24. Η κυλινδρική δεξαμενή ($D = 8 \text{ m}, L = 12 \text{ m}$) και ο κάθετος σωλήνας τροφοδοσίας της ($d = 8 \text{ cm}$) του σχήματος 2.8ιβ περιέχουν νερό. Να υπολογισθεί η



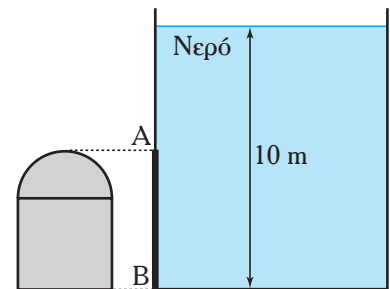
Σχ. 2.8ζ.



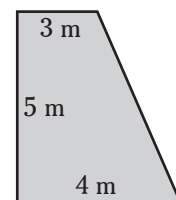
Σχ. 2.8η.



Σχ. 2.8θ.



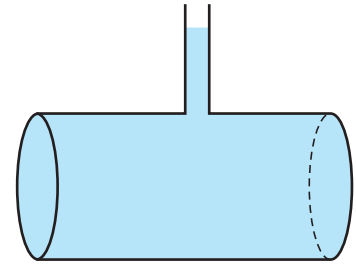
Σχ. 2.8ι.



Σχ. 2.8ια.

δύναμη που ασκείται στην κυκλική πλευρά της δεξαμενής (μέτρο και σημείο εφαρμογής): α) Αν ο κάθετος σωλήνας δεν έχει νερό. β) Αν ο σωλήνας έχει νερό σε ύψος 10 m. γ) Πόσο % αυξήθηκε το βάρος και πόσο η πίεση του νερού; Πώς ονομάζεται το φαινόμενο;

$$\begin{aligned} & [\alpha) F_1 = 1972,4 \text{ KN}, y_p = -5 \text{ m}, \\ & \beta) F_1 = 6902,7 \text{ KN}, y_p = -14,29 \text{ m}, \gamma) 0,0083\%, 250\%] \end{aligned}$$



Σχ. 2.8ιβ.

25. Η κυλινδρική δεξαμενή του σχήματος 2.8ιγ, μήκους 8 m, περιέχει νερό.

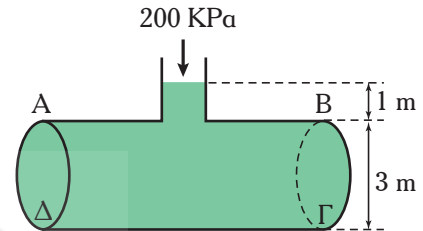
α) Να υπολογισθεί η δύναμη πίεσης που ασκείται στην καμπύλη επιφάνεια ΑΒΓΔ.

β) Ποιες εφελκυστικές τάσεις δημιουργούνται στις μεταλλικές τομές ΑΒ και ΓΔ αν το πάχος του τοιχώματος είναι 2 cm;

$$[\alpha) F_x = 2956 \text{ KN}, \beta) 9052 \text{ KN/m}^2, 9422 \text{ KN/m}^2]$$

26. Ένα ομογενές στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος, διαμέτρου 1 m, επιπλέει στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ νερού και υδραργύρου με το 40% του όγκου του να βρίσκεται στο νερό και το 60% στον υδράργυρο. Να υπολογισθεί η πυκνότητα του σώματος.

$$[\rho = 8534 \text{ Kg/m}^3]$$



Σχ. 2.8ιγ.

27. Ένα μπαλόνι διαμέτρου 5 m περιέχει αέριο ήλιο πίεσης 125 KPa και θερμοκρασίας 15°C. Το μπαλόνι είναι δεμένο με σχοινί και αιωρείται στον ατμοσφαιρικό αέρα, λίγα μέτρα πάνω από τη θάλασσα. Αν η σταθερά του ηλίου είναι 2077 J/(Kg·K) και το βάρος του υλικού του μπαλονιού είναι αμελητέο, ποια δύναμη ασκείται από το σχοινί στο μπαλόνι;

$$[F = 640 \text{ N}]$$

28. Ένα ξύλο σχετικής πυκνότητας 0,6, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου, με διαστάσεις 70, 50 και 10 cm, πάνω στο οποίο είναι τοποθετημένο κομμάτι χάλυβα, επιπλέει σε νερό. Αν το ξύλο προεξέχει 1 cm από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, να βρεθεί το βάρος του αντικειμένου.

$$[B = 45,5 \text{ N}]$$

29. Ένα παγόβουνο πλέει με το 1/7 του όγκου του πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Να υπολογισθεί η πυκνότητά του. Τι τμήμα του όγκου του θα ήταν πάνω από την επιφάνεια αν έπλεε σε γλυκό νερό;

$$[877,7 \text{ Kg/m}^3, 12,2\%]$$



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ

- 3.1 Γενικά περί ροής
- 3.2 Οι βασικές εξισώσεις ροής
- 3.3 Εξίσωση συνέχειας
- 3.4 Ισοζύγιο ενέργειας
- 3.5 Εφαρμογές
- 3.6 Ασκήσεις

3.1 Γενικά περί ροής.

Πάντα ρεῖ...

Ο Ηράκλειτος παίρνει σαν παράδειγμα τη ροή του ποταμού για να εκφράσει τις διαλεκτικές απόψεις του περί αένανς κινήσεως και αλλαγής. Το φαινόμενο της ροής προσφέρεται άμεσα και καθημερινά στην ανθρώπινη εμπειρία. Σπάνια στη φύση συναντάμε τα δύο σημαντικότερα ρευστά του πλανήτη μας σε κατάσταση στατικής ισορροπίας. Ο αέρας βρίσκεται διαρκώς σε προσανατολισμένη κίνηση (άνεμοι), το νερό κάνει το φυσικό του κύκλο (εξάτμιση, συμπύκνωση, βροχές, ποτάμια, θαλάσσια ρεύματα, κυματισμοί κ.λπ.). Η μυθολογία είναι γεμάτη με θεότητες νερών, ποταμών, ωκεανών, ανέμων. Θεότητες που εκτοπίστηκαν από τη λογική σκέψη και την επιστημονική προσέγγιση. Ήδη από τα πρώτα βήματά του ο άνθρωπος, στήριξε τον πολιτισμό του σε έργα αρδεύσεως και υδρεύσεως, τις μακρινές του περιπλανήσεις στην αξιοποίηση της αιολικής ενέργειας. Στην πορεία του χρόνου, η σημασία των φαινομένων ροής και η αναγκαιότητα επιστημονικής τους προσεγγίσεως μεγάλωσαν. Στα φαινόμενα της φυσικής ροής του νερού και του αέρα, προστέθηκαν και πολλά άλλα... Διαπιστώθηκε πως και η βιολογική λειτουργία σχετίζεται άμεσα με τη ροή ρευστών στους φυτικούς και ζωικούς οργανισμούς (οξυγόνο, υδατικά διαλύματα, αίμα) και αναπτύχθηκαν επιστημονικοί κλάδοι εξαιρετικής σπουδαιότητας.

Όπως σημειώσαμε στην εισαγωγή, οποιαδήποτε σύγχρονη παραγωγική διαδικασία, είναι αδιανόητη χωρίς ειδική μέριμνα διακινήσεως ρευστών. Αρκεί να σκεφτούμε τα δίκτυα διακινήσεως ρευστών που συναντάμε σε ένα πλοίο (δίκτυα νερού, καυσίμων, λιπαντικών, ατμού, ψυκτικών μέσων κ.λπ.) ώστε να κατανοήσουμε τη σημασία των φαινομένων ροής και την αναγκαιότητα της μελέτης τους.

Η αναλυτική αντιμετώπιση των προβλημάτων της ροής είναι πολύ πιο επίπονη από την αντιμετώπιση των προβλημάτων της στατικής των ρευστών. Αναπτύχθηκαν στην πορεία, δύο κατευθύνσεις αντιμετώπισής τους. Η πρώτη βασιζόταν στη διαφορική ανάλυση (η οποία άρχισε με τους Euler και Lagrange το 18^ο αιώνα). Η δεύτερη βασιζόταν στο πείραμα και τη διαστατική ανάλυση (που παρουσιάστηκε από τον Rayleigh προς το τέλος του 19^{ου} αιώνα). Οι δύο αυτές κατευθύνσεις αλληλοσυμπληρώνονται. Η σχετικά πρόσφατη εισαγωγή του όγκου ελέγχου ως αναλυτικού εργαλείου αντιμετώπισεως των προβλημάτων ροής (είχε προταθεί από τον Euler, αλλά αναπτύχθηκε ως βασικό εργαλείο μόλις το 1940), οδήγησε σε γόνιμα συμπεράσματα.

Στο κεφάλαιο αυτό θα εξετάσουμε καταρχήν, τις βασικές έννοιες και παραμέτρους που συναντάμε στο φαινόμενο της ροής των ρευστών και θα προσεγγίσουμε τους μηχανισμούς με τους οποίους αυτή πραγματοποιείται. Η προσοχή μας θα εστιαστεί στην κατανόηση των επιμέρους φαινομένων και όχι στην αναλυτική και πλήρη μαθηματική επεξεργασία τους (η οποία, εκτός του ότι λίγο βοηθά στην αντιμετώπιση πρακτικών προβλημάτων, υπερβαίνει τους στόχους του παρόντος). Η προσέγγισή μας, αφορά σε στοιχειώδεις όγκους ρευστών (όπως αυτοί ορίστηκαν στο πρώτο κεφάλαιο) και δεν αφορά στο μοριακό επίπεδο. (Προκειμένου να έχομε μια αίσθηση μεγεθών του μοριακού επιπέδου και της πολυπλοκότητας, σημειώνομε πως 1 mm³ αέρα, περιέχει 3 · 10¹⁶ μόρια, το καθένα εκ των οποίων, στην άτακτη κίνησή του, συγκρούεται με άλλα, έξι δισεκατομμύρια φορές το δευτερόλεπτο, διανύοντας μέση απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων ίση περίπου με 8 · 10⁻⁴ mm).

Στη συνέχεια θα περάσουμε από τη μικροσκοπική στη μακροσκοπική προσέγγιση και θα εξετάσουμε τα ισοζύγια μάζας και ενέργειας κατά τη ροή των ρευστών. Τα ισοζύγια αυτά αποτελούν τη βάση αντιμετώπισεως των προβλημάτων ροής που συναντά ο μηχανικός στην ενασχόληση με το επάγγελμά του.

Πρέπει να σημειώσουμε πως ο τίτλος του κεφαλαίου δεν σημαίνει τον περιορισμό μας στις έννοιες της κλασικής κινηματικής που συναντάμε στη Φυσική. Οι έννοιες και οι νόμοι της δυναμικής, αποτελούν αναγκαίες γνώσεις υποδομής για την κατανόηση των όσων ακολουθούν και για τη δημιουργική τους αξιοποίηση στην αντιμετώπιση προβλημάτων ροής που συναντάμε στην πράξη.

3.1.1 Βασικές έννοιες – Είδη ροής.

α) Βασικές έννοιες.

Λέγοντας **ροή ρευστού**, εννοούμε τη διακίνηση του ρευστού στο χώρο, το φαινόμενο της μετατοπίσε-

ώς του (ή της κυλίσεώς του) μέσα από περιβάλλουσα αυτό επιφάνεια, συνήθως στερεό τοίχωμα (αγωγός ροής). Ο αγωγός μπορεί να είναι ανοικτός (όπως η κοίτη ενός ποταμού) ή κλειστός (π.χ. κυλινδρικός σωλήνας). Σε αρκετές περιπτώσεις δεν υπάρχουν στερεά τοιχώματα (ροή ανέμου, θαλάσσια ρεύματα, πίδακας υγρού κ.ά.).

Όπως αναφέραμε στο πρώτο κεφάλαιο, θεωρούμε πως το ρευστό αποτελείται από στοιχειώδεις όγκους (οι οποίοι βρίσκονται σε αλληλεπίδραση λόγω των διαμοριακών δυνάμεων συνοχής).

Για τη μελέτη της ροής ρευστού αναπτύχθηκαν δύο μέθοδοι. Η **πρώτη**, καλούμενη **θεώρηση κατά Lagrange**, εξετάζει την πορεία ενός στοιχειώδους σωματιδίου του ρευστού (όπως στην κλασική μηχανική) και προσπαθεί να εκφράσει σε κάθε χρονική στιγμή τις μεταβολές της ταχύτητας και των άλλων ιδιοτήτων του. Η πολυπλοκότητα όμως της κινήσεως του στοιχειώδους σωματιδίου (και η συχνά χασοπή συμπεριφορά του) καθιστούν εξαιρετικά δύσκολη ως αδύνατη μια τέτοια ανάλυση. Έτσι, η χρήση της περιορίζεται μόνο σε συγκεκριμένες ειδικές περιπτώσεις.

Η **δεύτερη** μέθοδος, καλούμενη **θεώρηση κατά Euler**, βασίζεται στην έννοια του πεδίου ροής, το οποίο παρουσιάζει αναλογίες με τα άλλα πεδία της φυσικής (βαρυτικό, ηλεκτρομαγνητικό κ.λπ.). Σύμφωνα με αυτή, αντί να επικεντρώνομε στη μελέτη ενός στοιχειώδους σωματιδίου του ρευστού, μελετάμε την ταχύτητα και τις άλλες ιδιότητές του σε συγκεκριμένα σημεία του (τρισιδιάστατου) χώρου, στον οποίο ρέει το ρευστό. Με τη μέθοδο αυτή, αναφερόμαστε σε σημεία του χώρου, και αποφεύγουμε την αναφορά σε στοιχεία του ρευστού. Σήμερα αυτή η μέθοδος είναι η πιο διαδεδομένη και, στις περισσότερες περιπτώσεις, η πιο αποτελεσματική.

Πεδίο ροής (flow field): Σημαντική έννοια για τη μελέτη των φαινομένων της ροής αποτελεί το **πεδίο ροής**. Ως πεδίο ροής χαρακτηρίζεται ο χώρος στον οποίο κινείται (ρέει) το ρευστό. Σε κάθε σημείο του, σύμφωνα με τη θεώρηση κατά Euler, αντιστοιχεί και ένα διάνυσμα ταχύτητας που θα έχει μια στοιχειώδης μάζα του ρευστού η οποία θα βρεθεί σ' αυτό το σημείο.

Η πλήρης γνώση ενός πεδίου ροής σημαίνει ότι για κάθε σημείο του, εκτός από την ταχύτητα γνωρίζουμε την πίεση, τη θερμοκρασία και την πυκνότητα του ρευστού, καθώς και το πώς αυτές μεταβάλλονται με το χρόνο.

Ροϊκή γραμμή (ή **ρευματική γραμμή**, streamline) ονομάζεται κάθε συνεχής γραμμή εντός του πεδίου ροής η οποία έχει την ιδιότητα, σε κάθε σημείο της, το διάνυσμα της ταχύτητας του πεδίου ροής να αποτελεί εφαπτομένη της.

Ροϊκές γραμμές διερχόμενες από μια κλειστή καμπύλη, διαμορφώνουν ένα **ροϊκό σωλήνα** (stream tube) (σχ. 3.1α). Πρόκειται για ένα φανταστικό σωλήνα εντός του πεδίου ροής, ο οποίος περιβάλλεται από ροϊκές γραμμές. Η ροή γίνεται κατά μήκος του σωλήνα και δεν υπάρχει ροή ρευστού διά μέσου των «τοιχωμάτων» (**συνθήκη μη εισχωρήσεως**).

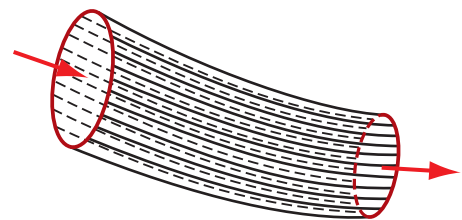
Ο χώρος που περικλείεται σε ένα ροϊκό σωλήνα είναι πλήρης ρέοντος ρευστού και καλείται **φλέβα ροής**.

Η απεικόνιση του πεδίου ροής γίνεται και με δύο ακόμα έννοιες, που προκύπτουν από την πειραματική μελέτη με χρήση χρωστικών ουσιών (ή άλλων υλικών όπως για παράδειγμα σκόνη αλουμινίου) και λήψη φωτογραφιών.

Ινώδης φλέβα ροής (streakline) καλείται η συνεχής γραμμή που συνδέει τα στοιχεία του ρευστού που έχουν περάσει από την ίδια θέση του πεδίου ροής σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.

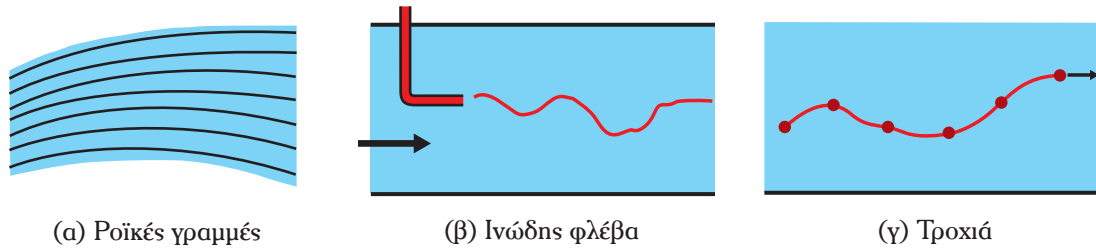
Τροχιά (pathline) καλείται η συνεχής γραμμή που ενώνει τις διαδοχικές θέσεις από τις οποίες διέρχεται ένα στοιχείο του ρευστού κατά την κίνησή του στο πεδίο ροής.

Στο σχήμα 3.1β βλέπομε την περιγραφή (δισδιάστατου) πεδίου ροής με ροϊκές γραμμές (α) ή την πειραματική απεικόνιση διαφορετικών πεδίων ροής με ινώδη φλέβα (β) και τροχιά (γ). Αν η περιγραφή αφορά στο ίδιο πεδίο, οι γραμμές παρουσιάζ-



Σχ. 3.1α.

Ροϊκές γραμμές και ροϊκός σωλήνας.



Σχ. 3.1β.

ζουν μεγαλύτερη ομοιότητα (και ταυτίζονται στην περίπτωση της μόνιμης στρωτής ροής).

Όγκος ελέγχου (control volume) καλείται ένα τμήμα του πεδίου ροής, προσδιορισμένο αυθαίρετα (ή πιο σωστά ανάλογα με τις ανάγκες του προβλήματος). Αποτελεί ανοικτό σύστημα, με μία ή περισσότερες εισόδους και εξόδους. Για τον όγκο ελέγχου γράφονται οι εξισώσεις μεταβολής της μάζας, της ορμής και της ενέργειας, καθώς το ρευστό περνάει μέσα απ' αυτόν. Το όριο του όγκου ελέγχου ονομάζεται **επιφάνεια ελέγχου**.

Όπως και κάθε άλλο φαινόμενο μεταφοράς, έτσι και η ροή ρευστού, έχει ως βασικό χαρακτηριστικό της το ρυθμό με τον οποίο πραγματοποιείται.

Ρυθμός ροής ή **παροχή** καλείται η ποσότητα του ρευστού που διέρχεται από μια διατομή κάθετη στην κατεύθυνση ροής, στη μονάδα του χρόνου.

Αν η ποσότητα του διερχόμενου ρευστού εκφράζεται με τη μάζα του, έχουμε την **παροχή μάζας** (\dot{m}). Αν εκφράζεται με τον όγκο του, έχουμε την **παροχή όγκου** (Q).

Από τους ορισμούς προκύπτουν:

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} \quad (3.1a)$$

$$Q = \frac{dV}{dt} \quad (3.1b)$$

$$\text{Επειδή } m = \rho \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{m} = \rho \cdot Q \quad (3.1\gamma)$$

Δηλαδή, η παροχή μάζας συνδέεται με την παροχή όγκου διά μέσου της πυκνότητας.

Για **μόνιμη ροή**:

$$\dot{m} = \frac{m}{t} \quad (3.1\delta)$$

$$Q = \frac{V}{t} \quad (3.1\epsilon)$$

Στο SI, η παροχή μάζας έχει μονάδα το **Kg/s** και η παροχή όγκου το **m³/s**.

β) Είδη ροής.

Μπορούμε να μελετήσουμε και να ταξινομήσουμε τις ροές με διάφορα κριτήρια: Είτε σε σχέση με τη μεταβολή των χαρακτηριστικών τους στο χρόνο (μόνιμη και μεταβλητή ροή) ή στο χώρο (ομοιόμορφη και ανομοιόμορφη ροή, μονοδιάστατη, δισδιάστατη και τρισδιάστατη ροή), είτε συγκρίνοντας τις ταχύτητες των στοιχειωδών μαζών σε μία διατομή (δυναμική ροή και ροή οριακού στρώματος). Η σημαντικότερη όμως ταξινόμηση (στρωτή και τυρβώδης ροή) σχετίζεται με τον ίδιο το μηχανισμό της ροής. Φυσικά, ανάλογα με το διακινούμενο ρευστό διακρίνουμε τη **ροή των ασυμπίεστων** και **συμπιεστών ρευστών**. Τέλος, ανάλογα με τους αγωγούς, διακρίνουμε τη ροή σε ανοικτούς κλειστούς αγωγούς.

Μόνιμη (ή **σταθερή**) και **μεταβλητή ροή**: Μόνιμη καλείται η ροή όταν σε κάθε σημείο του πεδίου ροής οι συνθήκες ροής (ταχύτητα, θερμοκρασία, πίεση και πυκνότητα ρευστού) δεν μεταβάλλονται με το

χρόνο. Αν κάποια από τα παραπάνω μεγέθη αλλάζουν στην πορεία του χρόνου, έχουμε μεταβλητή ροή. Στο μόνιμο πεδίο ροής οι παράγωγοι όλων των φυσικών μεγεθών ως προς το χρόνο είναι μηδενικές.

Στις εφαρμογές που αφορούν στους μηχανικούς εξετάζονται κυρίως μόνιμα πεδία ροής. Ως τέτοια θεωρούμε την ύδρευση, άρδευση, αποχέτευση, μεταφορά καυσίμων, θέρμανση με ζεστό νερό, αερισμό, κλιματισμό κ.λπ.. Σε όλες αυτές τις εφαρμογές υπάρχουν περίοδοι, που η ροή δεν είναι μόνιμη (π.χ. κατά την έναρξη λειτουργίας ή το κλείσιμο ενός δικτύου), αλλά για τη σχεδίαση και κατασκευή των δικτύων εξετάζουμε τη ροή όταν έχει αποκατασταθεί στη μόνιμη μορφή της. Στη συνέχεια θα μας απασχολήσει κυρίως η μόνιμη ροή.

Ομοιόμορφη και ανομοιόμορφη ροή: Ομοιόμορφη καλείται η ροή όταν σε κάποια χρονική στιγμή, έχουμε την ίδια μέση ταχύτητα σε όλο το πεδίο ροής (σε επόμενη χρονική στιγμή η ταχύτητα πιθανόν να αλλάξει ομοιόμορφα σε όλο το πεδίο). Στην αντίθετη περίπτωση έχουμε ανομοιόμορφη ροή.

Στις περισσότερες περιπτώσεις, η ροή είναι ανομοιόμορφη.

Μονοδιάστατη, δισδιάστατη και τρισδιάστατη ροή: Η ροή εξεταζόμενη από τη σκοπιά της συμπεριφοράς μιας στοιχειώδους ποσότητας ρεόντος ρευστού στο χώρο, είναι γενικά τρισδιάστατη. Σε πολλές όμως περιπτώσεις, μπορεί να θεωρηθεί, με ικανοποιητική προσέγγιση, μονοδιάστατη.

Μονοδιάστατη καλείται η ροή όταν οι παράμετροί της (ταχύτητα, πίεση, θερμοκρασία, πυκνότητα κ.λπ.) μεταβάλλονται μόνο κατά την κύρια διεύθυνση της ροής. Πρέπει να διευκρινιστεί πως ο χαρακτηρισμός μιας ροής ως μονοδιάστατης δεν έχει σχέση με το ευθύγραμμο ή καμπυλόγραμμο των γραμμών ροής ή του αγωγού. Έτσι, η ροή σε κυλινδρικό σωλήνα (και σε κάθε μορφής δίκτυο σωληνώσεων) μπορεί να θεωρηθεί μονοδιάστατη, ανεξάρτητα με το αν ο σωλήνας είναι ευθύγραμμος ή όχι.

Η προσέγγιση όμως της ροής ως μονοδιάστατης, δεν θα είναι ικανοποιητική αν για παράδειγμα πρέπει να πάρουμε υπόψη τη μεταβολή των τοπικών ταχυτήτων σε μια διατομή. Όπως θα δούμε αναλυτικότερα πιο κάτω, το μέτρο των τοπικών ταχυτήτων σε μία διατομή κάθετη στη διεύθυνση ροής, μεταβάλλεται κατά διεύθυνση κάθετη στην κύρια διεύθυνση της ροής (καθώς απομακρυνόμαστε από το τοίχωμα του αγωγού). Επομένως, η ταχύτητα μεταβάλλεται και κατά τον άξονα y . Σ' αυτήν την περίπτωση η ροή θα θεωρηθεί **δισδιάστατη**. Ως δισδιάστατη αντιμετωπίζεται η ροή σε κανάλια, ποταμούς κ.λπ..

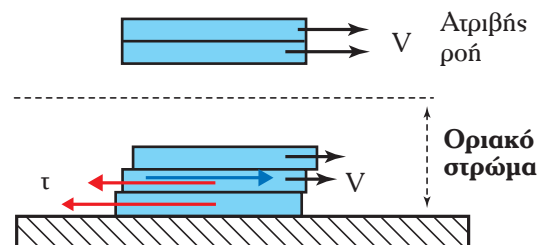
Και αυτή όμως η προσέγγιση θα κατασθεί ανεπαρκής στην περίπτωση που θέλουμε λόγω χάριν να μελετήσουμε ένα στροβιλισμό (δίνη) του ρευστού που δημιουργήθηκε στη φλέβα ροής. Οι ταχύτητες των στοιχειωδών ποσοτήτων εντός της δίνης, θα μεταβάλλονται και προς τις τρεις διευθύνσεις του χώρου (όχι μόνο κατά μέτρο, αλλά και κατά διεύθυνση) και η ροή πρέπει να μελετηθεί ως **τρειςδιάστατη**. Για παράδειγμα, οι κινήσεις των αερίων μαζών στην ατμόσφαιρα εξετάζονται στον τρισδιάστατο χώρο.

Στα περισσότερα προβλήματα της Μηχανικής Ρευστών, που θα μας απασχολήσουν στη συνέχεια, είναι επαρκής η μονοδιάστατη ή δισδιάστατη προσέγγιση.

Η συμπεριφορά ενός ρεόντος πραγματικού ρευστού επηρεάζεται από τα τοιχώματα των αγωγών ροής (είτε – όταν δεν υπάρχουν στερεά τοιχώματα – από άλλα ρευστά με τα οποία βρίσκεται σε επαφή). Μία θεμελιώδης αρχή της Μηχανικής των Ρευστών (η οποία διατυπώθηκε από το Prandtl το 1904) είναι ότι το στερεό τοίχωμα επηρεάζει καθοριστικά τη ροή μιας σιβάδας του ρευστού που βρίσκεται σε άμεση γεινίαση μ' αυτό και η οποία καλείται **οριακό στρώμα** (ή περατωτική σιβάδα, boundary layer).

Τα στερεά τοιχώματα οδηγούν σε ανάπτυξη διατμητικών τάσεων λόγω τριβών, που αντιτίθενται στην κίνηση του ρευστού. Αποτέλεσμα είναι να μειώνεται η ταχύτητα του ρευστού που κινείται κοντά στο τοίχωμα (και να μηδενίζεται για τις στοιχειώδεις ποσότητες που βρίσκονται σε επαφή μ' αυτό). Το φαινόμενο επεκτείνεται σε ένα στρώμα που συνορεύει με το τοίχωμα. Το πλάτος του εξαρτάται από το ρυθμό ροής, την τραχύτητα του τοιχώματος, το ιξώδες του ρευστού κ.ά..

Στο σχήμα 3.1γ παρατηρούμε ότι μεταξύ του τοιχώματος και της ευρισκόμενης σε επαφή με αυτό στοιχειώδους



Σχ. 3.1γ.
Οριακό στρώμα.

στιβάδας του ρευστού, αναπτύσσεται διατμητική τάση τ (η οποία οφείλεται στις δυνάμεις προσφύσεως μεταξύ των μορίων του ρευστού και του τοιχώματος, καθώς και στην τραχύτητα της στερεάς επιφάνειας) που αντιστέκεται στη ροή. Έτσι, μια στοιχειώδης στιβάδα ρευστού θα μένει ακίνητη, προσκολλημένη στο τοίχωμα. (Η πειραματική παρατήρηση που αφορά σε μια στοιχειώδη στιβάδα του ρευστού προσκολλημένη στο τοίχωμα, καλείται **συνθήκη μη ολισθήσεως**– no slip condition). Η επόμενη στιβάδα θα δέχεται **διατμητική τάση αντιστάσεως** από την υποκείμενη και (με την προϋπόθεση πως δέχεται από την υπερκείμενη στιβάδα **διατμητική τάση ολισθήσεως**) θα κινείται με μικρή ταχύτητα. Αλλά και στις επόμενες στιβάδες αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις, λόγω των δυνάμεων συνοχής μεταξύ των μορίων του ρευστού και της ολισθήσεως της κάθε στιβάδας ανάμεσα στην υποκείμενη (μικρότερης ταχύτητας) και την υπερκείμενη (μεγαλύτερης ταχύτητας). Η ροή εντός του οριακού στρώματος καλείται **ιξώδης** (viscid flow). Έξω από το οριακό στρώμα, όταν πλέον οι ταχύτητες των στοιχειωδών στιβάδων εξισώνονται, δεν παρουσιάζεται ολίσθηση και η ροή γίνεται **ατριβής** (inviscid flow). (Η παραπάνω περιγραφή προσεγγίζει την πραγματικότητα στην περίπτωση που η ροή είναι στρωτή).

Τα προβλήματα της ροής αντιμετωπίζονται γενικά, θεωρώντας πως έχουμε δύο τμήματα ρευστού: αυτό του οριακού στρώματος και το τμήμα που βρίσκεται έξω από το οριακό. Σε ορισμένες περιπτώσεις το οριακό στρώμα μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο ενώ σε άλλες, πολύ πιο ενδιαφέρουσες στην πράξη (όπως η ροή σε σωλήνες), το οριακό στρώμα καλύπτει ολόκληρο τον αγωγό.

– Στρωτή και τυρβώδης ροή.

Όπως είδαμε, η ταχύτητα ροής του ρευστού σε μια διατομή κάθετη στη ροή, δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται εντός του οριακού στρώματος. Όταν λοιπόν μιλάμε για ταχύτητα ροής σε έναν αγωγό, εννοούμε τη **μέση ταχύτητα**. Η μέση ταχύτητα ορίζεται σε συνάρτηση με την παροχή (όπως θα δούμε στην παράγρ. 3.3).

Αν η ταχύτητα ροής είναι επαρκώς μικρή, η ροή είναι ομαλή, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1δ. Μπορούμε να θεωρήσουμε με ικανοποιητική προσέγγιση, πως οι γειτονικές στιβάδες απλά ολισθαίνουν η μία στην άλλη, χωρίς εγκάρσια ρεύματα και δίνες. Έτσι, η τροχιά κάθε στοιχειώδους ποσότητας ρευστού είναι γραμμική. Η ροή αυτή ονομάζεται **στρωτή** (ή **γραμμική**) **ροή** (laminar flow). (Ονομάζεται επίσης και φυλλώδης, επειδή η κάθε στοιχειώδης στιβάδα του ρευστού ολισθαίνει στην υποκείμενη, όπως περίπου τα φύλλα της τράπουλας. Τέλος, ονομάζεται και **ιξώδης** ροή επειδή σ' αυτήν ισχύει ο νόμος του ιξώδους του Newton).

Σε μεγαλύτερες ταχύτητες εμφανίζονται διαταραχές της ευθύγραμμης πορείας των στοιχειωδών μαζών και δημιουργούνται στροβιλισμοί (δίνες) που οδηγούν σε πλευρική ανάμειξη. Η ροή αυτή καλείται **τυρβώδης** ή **στροβιλώδης** (turbulent flow).

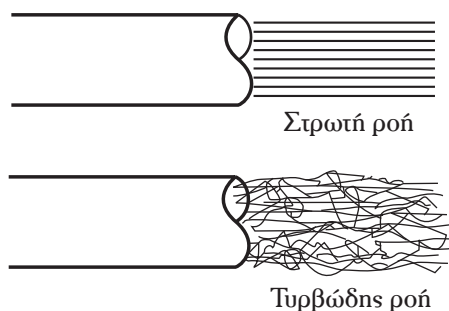
Το πέρασμα από τη στρωτή στην τυρβώδη ροή δεν εξαρτάται μόνο από την ταχύτητα. Σ' αυτό το θέμα αλλά και στην εξαιρετική πολυπλοκότητα της τυρβώδους ροής θα επανέλθουμε πιο κάτω.

3.1.2 Νόμος ιξώδους ροής του Newton.

Στο Πρώτο Κεφάλαιο δώσαμε έναν καταρχήν ορισμό των ουσιών που χαρακτηρίζονται ως ρευστά. Μπορούμε τώρα να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι:

Ρευστό ονομάζεται ένα σώμα η στοιχειώδης ποσότητα του οποίου, υφιστάμενη διατμητική τάση, οσοδήποτε μικρή, δεν παραμένει σε στατική κατάσταση αλλά κινείται σε σχέση με τις στοιχειώδεις ποσότητες που την περιβάλλουν.

Δηλαδή η στοιχειώδης στιβάδα, υπό την επίδραση διατμητικής τάσεως, διαφοροποιεί την ταχύτητά της σε σχέση με τις γειτονικές και ολισθαίνει ανάμεσα σ' αυ-



Σχ. 3.1δ.

Στρωτή και τυρβώδης ροή.

τές. Λόγω των δυνάμεων συνοχής όμως, αυτή η διαφοροποίηση ταχύτητας, έχει ως αποτέλεσμα την άσκηση διατμητικής τάσεως στις γειτονικές στιβάδες, τις οποίες συμπαρασύρει διαφοροποιώντας την κινητική τους κατάσταση.

Προκειμένου να γίνει κατανοητός ο μηχανισμός της στρωτής ροής, ας υποθέσουμε πως έχουμε μικρή ποσότητα ασυμπίεστου ρευστού ανάμεσα σε δύο επίπεδες πλάκες (σχ. 3.1ε). Η κάτω πλάκα είναι πακτωμένη, αφού η επάνω επιπλέει στο υγρό. Το σύστημα βρίσκεται σε στάσιμη κατάσταση. Τη χρονική στιγμή t_0 ασκούμε στην επιπλέουσα πλάκα οριζόντια δύναμη F . Η πλάκα θα ολισθήσει υπό την επίδραση της συνισταμένης:

$$\Sigma F = F - F_\tau$$

όπου: F_τ είναι η αντίσταση του ρευστού στην κίνηση της πλάκας.

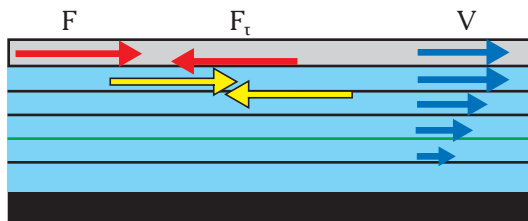
Μπορούμε, μειώνοντας την F όταν η πλάκα έχει αποκτήσει την επιθυμητή ταχύτητα, να έχουμε $F = F_\tau$ και $\Sigma F = 0$, οπότε η πλάκα θα κινείται με σταθερή ταχύτητα v . (Φροντίζουμε η ταχύτητα ολισθήσεως της πλάκας να είναι επαρκώς μικρή, ώστε η ροή να είναι στρωτή). Σύμφωνα με το νόμο δράσεως-αντιδράσεως, η πλάκα θα ασκεί οριζόντια δύναμη στη στοιχειώδη στιβάδα του ρευστού που βρίσκεται σε επαφή μαζί της, ίση και αντίθετη με την F_τ . Έτσι, η στιβάδα θα παρασύρεται και θα κινείται μαζί με την πλάκα (προσκολλημένη σ' αυτήν, σύμφωνα με τη συνθήκη μη ολισθήσεως), ολισθαίνοντας με σταθερή ταχύτητα v στην υποκείμενη στιβάδα. Αν το εμβαδόν της επιφάνειας επαφής είναι A , θα αναπτύσσεται στη στιβάδα του ρευστού διατμητική τάση ολισθήσεως:

$$\tau = F_\tau / A$$

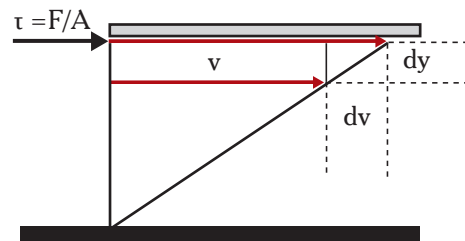
Η διατμητική τάση τ είναι το αίτιο ολισθήσεως της στοιχειώδους στιβάδας.

Λόγω των δυνάμεων συνοχής, η υποκείμενη στιβάδα αντιστέκεται στην ολίσθηση της πάνω στιβάδας. Αφού η πάνω στιβάδα έχει σταθερή ταχύτητα, η δύναμη αντιστάσεως θα είναι $-F_\tau$ και θα δημιουργείται διατμητική τάση αντιστάσεως $-\tau$. Ταυτόχρονα, σύμφωνα με το νόμο δράσεως-αντιδράσεως, η πάνω στιβάδα θα ασκεί στην υποκείμενη διατμητική τάση ολισθήσεως τ .

Το φαινόμενο θα επαναληφθεί στις υποκείμενες στιβάδες (τριβή λόγω των δυνάμεων συνοχής με την επόμενη στιβάδα και νόμος δράσεως-αντιδράσεως). Έτσι, η διατμητική τάση θα μεταβιβάζεται από την κινούμενη πλάκα προς τις κάτω στιβάδες, αφού η ταχύτητα ολισθήσεως θα μειώνεται από στιβάδα σε στιβάδα. Ακριβώς το αντίθετο φαινόμενο θα συμβαίνει στην επαφή με την πακτωμένη πλάκα. Η στιβάδα που βρίσκεται σε επαφή με αυτή, υπό την επίδραση της τριβής που αντιτίθεται στη ροή (οφειλόμενη στις δυνάμεις προσφύσεως και στην τραχύτητα της επιφάνειας), θα παραμένει ακίνητη (προσκολλημένη στην κάτω πλάκα σύμφωνα με τη συνθήκη μη ολισθήσεως) και θα ασκεί (λόγω ιξώδους) διατμητική τάση αντιστάσεως στην υπερκείμενη στιβάδα, η οποία θα ολισθαίνει με μικρή ταχύτητα πάνω της. Συνοπτικά: κάθε στιβάδα δέχεται τάση ολισθήσεως τ από την υπερκείμενη και τάση αντιστάσεως $-\tau$ από την υποκείμενη στιβάδα. Η στιβάδα που βρίσκεται σε επαφή με την κινούμενη πλάκα θα έχει ταχύτητα v , ενώ η στιβάδα που βρίσκεται σε επαφή με την ακίνητη πλάκα, θα έχει μηδενική ταχύτητα. Στις ενδιάμεσες στιβάδες θα έχουμε σταδιακή αύξηση της ταχύτητας από 0 σε v . Το σχήμα 3.1στ δείχνει την κατανομή των



Σχ. 3.1ε.
Ροή ανάμεσα σε πλάκες.



Σχ. 3.1στ.
Κατανομή ταχυτήτων.

ταχυτήτων όταν η κατάσταση έχει πλέον σταθεροποιηθεί.

Το φαινόμενο περιγράφεται από το **Νόμο Ιξώδους Ροής του Newton**:

$$\tau = -\mu \cdot \frac{dv}{dy} \quad (3.2)$$

όπου: μ το **ιξώδες** του ρευστού.

Ο Νόμος Ιξώδους Ροής του Newton έχει γενικότερη ισχύ σε οποιοδήποτε οριακό στρώμα (αρκεί η ροή να είναι στρωτή). Στην περίπτωση της ροής που εξετάσαμε, παρατηρούμε πως ο λόγος dv/dy (**διαφορική κλίση ταχύτητας**) παραμένει σταθερός. Εφόσον και το ιξώδες δεν μεταβάλλεται, η διατμητική τάση παραμένει σταθερή.

Αν εξετάσουμε από ενεργειακής πλευράς το φαινόμενο, παρατηρούμε πως για να αντιμετωπίσουμε τη διατμητική τάση αντιστάσεως στη ροή, ασκούμε στην πάνω πλάκα δύναμη F (που διαμορφώνει ίση και αντίθετη διατμητική τάση) και έτσι η ταχύτητα της πλάκας παραμένει σταθερή και το ρευστό ρέει. Δηλαδή καταναλώνεται ισχύς ($P = F \cdot v$) για να αντιμετωπιστούν οι τριβές (απώλεια ενέργειας λόγω τριβών).

Η **διατμητική τάση** (ή **τάση ολισθήσεως**) που αποτελεί το αίτιο της ροής, αποδεικνύεται πως είναι **ορμή** ανά μονάδα εμβαδού και ανά μονάδα χρόνου:

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot a}{A} = \frac{m \cdot v}{A \cdot t} = \frac{J}{A \cdot t} \quad (3.3)$$

όπου: $J = m \cdot v$ η ορμή και A το εμβαδόν της πλάκας, στην οποία ασκούμε τη δύναμη F .

Στην περίπτωση που εξετάσαμε, η διατμητική τάση τ μεταβιβάζεται από την πάνω πλάκα στην κάτω. Πρόκειται λοιπόν για μεταφορά ορμής από την κινούμενη προς την πακτωμένη πλάκα. Στους αγωγούς ροής, η μεταφορά ορμής γίνεται από την περιοχή εκτός του οριακού στρώματος (ή από την περιοχή των υψηλών ταχυτήτων) προς το τοίχωμα του αγωγού (διά μέσου του οριακού στρώματος). Γενικεύοντας:

Κατά τη ροή ρευστού, μεταφέρεται ορμή από τις περιοχές υψηλής προς τις περιοχές χαμηλής ταχύτητας.

Η σύγχρονη ενοποιημένη προσέγγιση των φαινομένων μεταφοράς, αντιμετωπίζει τη ροή των ρευστών υπό αυτό το πρίσμα.

3.1.3 Ιξώδες ή συνεκτικότητα.

Ιδανικό ρευστό θεωρείται το ρευστό, μεταξύ των μορίων του οποίου δεν υπάρχει καμιά δυναμική αλληλεπίδραση. Αυτό σημαίνει πως τα μόρια κινούνται εντελώς ελεύθερα, δεν ασκούν και δεν δέχονται δυνάμεις από τα άλλα μόρια και κατά συνέπεια δεν διαμορφώνονται διατμητικές τάσεις αντιστάσεως κατά την ολίσθηση μιας στοιχειώδους ποσότητας ανάμεσα σε άλλες.

Στα **πραγματικά ρευστά**, όπως είδαμε, μεταξύ των μορίων υπάρχουν οι **δυνάμεις συνοχής** (σημαντικές στα υγρά, πολύ πιο μικρές στα αέρια) που αντιστέκονται στη σχετική κίνηση των στοιχειωδών ποσοτήτων. Αντίστοιχα, μεταξύ μορίων διαφορετικών σωμάτων, αναπτύσσονται οι δυνάμεις συνάφειας. Οι διαμοριακές αυτές δυνάμεις έχουν ως αποτέλεσμα, την ανάπτυξη διατμητικών τάσεων που αντιστέκονται στην ολίσθηση μιας στοιχειώδους στιβάδας του ρευστού ανάμεσα σε άλλες, άρα και στη διαφορετική ταχύτητα γειτονικών στιβάδων.

Στη ροή ρευστού ανάμεσα στις δύο πλάκες που εξετάσαμε, αίτιο της διαφορικής κλίσεως ταχύτητας dv/dy είναι η εξωτερική διατμητική τάση $\tau = F/A$ (που ασκείται στην πάνω πλάκα και μεταφέρεται από στιβάδα σε στιβάδα) σε συνδυασμό με τη διατμητική τάση αντιστάσεως $\tau (= -F/A)$. Αν μεταξύ των δύο πλάκων τοποθετούσαμε διαδοχικά διαφορετικά υγρά και ασκούσαμε την ίδια τάση τ , η ταχύτητα της πλάκας (άρα και οι ταχύτητες των στιβάδων του υγρού) θα ήταν διαφορετική: μεγαλύτερη για λεπτόρρευστα, μικρότερη για παχύρρευστα. Εκείνο που διαφοροποιείται είναι η εσωτερική αντίσταση των υγρών, την οποία ονομάσαμε (παράγρ. 1.2.7) **ιξώδες** (ή **συνεκτικότητα** – **viscosity**):

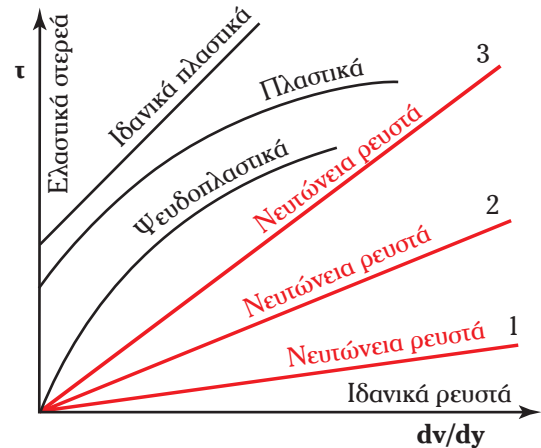
$$\mu = -\frac{\tau}{dv/dy} \quad (3.4)$$

Παρατηρούμε πως ο ορισμός του ιξώδους που προκύπτει από το Νόμο του Newton, συμφωνεί με το γενικότερο ορισμό της «αντιστάσεως»:

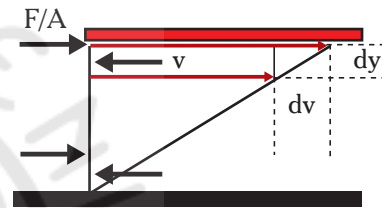
$$\text{ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ} = \frac{\text{ΑΙΤΙΟ}}{\text{ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ}}$$

Τα **ιδανικά ρευστά** έχουν εξ ορισμού μηδενικό ιξώδες: $\mu = 0$.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα ρευστά που διατηρούν σταθερό ιξώδες όταν η θερμοκρασία και η πίεση δεν μεταβάλλονται, δηλαδή τα **νευτώνεια ρευστά**. Στο σχήμα 3.1ζ το ιξώδες των νευτώνειων ρευστών (1, 2, 3) είναι η εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία του ρευστού με τον οριζόντιο άξονα: $\mu_1 < \mu_2 < \mu_3$. Παρατηρούμε πως αν ασκήσουμε μια διατμητική τάση τ , όσο μικρότερο είναι το ιξώδες, τόσο μεγαλύτερη είναι η διαφορική κλίση ταχύτητας (άρα και η μέση ταχύτητα του ρευστού). Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με νευτώνεια ρευστά.



Σχ. 3.1ζ. Ιξώδες ρευστών.



Σχ. 3.1η.

Παράδειγμα 1

Πάνω από ακίνητη πλάκα υπάρχει νερό θερμοκρασίας 20°C. Δεύτερη πλάκα επιπλέει σε αυτό, κινούμενη με σταθερή ταχύτητα 30 cm/s, υπό την επίδραση εξωτερικής δύναμης F (σχ. 3.1η). Οι δύο πλάκες είναι παράλληλες και απέχουν μεταξύ τους 1 cm. Να υπολογισθεί η διατμητική τάση και η μέση ταχύτητα του νερού.

Λύση:

Πρόκειται για τη ροή μεταξύ δύο πλακών που είδαμε στην παράγραφο 3.1.2 και που περιγράφεται από το σχήμα 3.1στ. Ισχύει:

$$\tau = -\mu \cdot \frac{dv}{dy}$$

Επειδή η κατανομή ταχυτήτων του ρευστού μεταξύ των δύο πλακών είναι σταθερή, η σχέση ολοκληρώνεται εύκολα:

$$\tau = -\mu \cdot \frac{dv}{dy} = \text{σταθερή}$$

Το ιξώδες του νερού το παίρνουμε από τον Πίνακα 1.2.11 (σελ. 54, βλ. και Πίνακα 1.2.12 σελ. 58) για 20°C: $\mu = 1,004 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/ms}$.

Σύμφωνα με την εκφώνηση:

$$\Delta y = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \quad \Delta v = v_{\text{max}} - v_{\text{min}} = 30 \text{ cm/s} = 0,3 \text{ m/s}$$

Με αντικατάσταση στον τύπο παίρνουμε: $\tau = -3,012 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}^2$.

Λόγω της γραμμικής κατανομής των τοπικών ταχυτήτων ($v_t = -\tau \cdot y/\mu$), η μέση ταχύτητα του νερού είναι: $v_\mu = v/2 = 0,15 \text{ m/s}$

Παράδειγμα 2

Αν στο προηγούμενο πρόβλημα μεταξύ των δύο πλάκων υπάρχει ρευστό με ιξώδες δέκα φορές μεγαλύτερο από του νερού και η εξωτερική δύναμη F μένει ίδια, με τι ταχύτητα θα κινείται η επάνω πλάκα;

Λύση:

$$\tau = F/A = -3,012 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}^2$$

$$\Delta y = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$$

$$\mu = 1,004 \cdot 10^{-2} \text{ Kg/ms}$$

$$\tau = -\mu \cdot \frac{dv}{dy} \Rightarrow \Delta v = -\tau \cdot \Delta y / \mu \Rightarrow \Delta v = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} \Rightarrow v = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} = 3 \text{ cm/s}$$

Αντίστοιχα, η μέση ταχύτητα του ρευστού θα είναι: $v_{\mu} = v/2 = 0,015 \text{ m/s}$

Παρατηρούμε πως η ταχύτητα μειώθηκε δέκα φορές (όσες αυξήθηκε το ιξώδες).

Μεθοδολογική υπόδειξη: Επειδή σε επαναληπτικές διαδικασίες κατά τις οποίες μεγέθη παραμένουν σταθερά, οι πράξεις και οι προσεγγίσεις μπορεί να αποκρύψουν σημαντικά συμπεράσματα, θα ήταν προτιμότερη η ακόλουθη αντιμετώπιση του προβλήματος:

Όταν ρέει νερό:
$$\tau = -\mu \cdot \frac{dv}{dy}$$

Όταν ρέει υγρό ιξώδους μ' :
$$\tau = -\mu' \cdot \frac{dv'}{dy}$$

Διαιρώντας κατά μέλη: $\mu \cdot \Delta v = \mu' \Delta v' \Rightarrow \Delta v' = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} \Rightarrow v' = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$.

3.1.4 Στρωτή και τυρβώδης ροή – Ο αριθμός Reynolds.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, όταν το φαινόμενο της ροής γίνεται με χαμηλούς ρυθμούς (επαρκώς μικρές ταχύτητες ρευστού), η ροή είναι στρωτή, ενώ όταν οι ρυθμοί γίνουν έντονοι, η ροή γίνεται τυρβώδης.

α) Το πείραμα του Reynolds.

Το πέρασμα από τη στρωτή στην τυρβώδη ροή το μελέτησε πειραματικά με επιτυχία πρώτος ο Osborne Reynolds το 1883. Για τα πειράματά του χρησιμοποίησε τη συσκευή του σχήματος 3.1θ. Το νερό που αρχικά βρίσκεται σε στατική ισορροπία, αρχίζει να ρέει μέσα στο διάφανο γυάλινο σωλήνα (1) με μικρή παροχή (άρα και ταχύτητα) που ρυθμίζεται από τη στρόφιγγα (2). Με κατάλληλη διάταξη στην είσοδο του σωλήνα, αποφεύγονται τυχόν ανεπιθύμητες διαταράξεις της ροής. Μέσω του λεπτού αγωγού (3) με βελονοειδή απόληξη, εγχέουμε στο ρεύμα ροής και στον άξονα του σωλήνα, μικρή ποσότητα χρωστικής ουσίας που παρασύρεται με το ρευστό, δημιουργώντας μία λεπτή χρωματισμένη φλέβα ροής, την οποία μπορούμε να παρατηρούμε.

Όσο η ταχύτητα παραμένει χαμηλή, η χρωματισμένη στοιχειώδης μάζα του νερού κινείται γραμμικά κατά μήκος του σωλήνα και η φλέβα ροής παραμένει ευθύγραμμη. Με την αύξηση της ταχύτητας, η φλέβα λεπταίνει και η ευθύγραμμη πορεία της διαταράσσεται. Η ροή δεν είναι πλέον στρωτή. Η στιγμιαία ταχύτητα της στοιχειώδους μάζας του ρευστού έχει και συνιστώσα κάθετη στη ροή. Βρισκόμαστε στην ενδιάμεση φάση πέρασματος από τη στρωτή στην τυρβώδη ροή. Αν αυξήσουμε και άλλο την ταχύτητα, οι κυματισμοί γίνονται εντονότεροι και παρουσιάζονται κάποιοι στροβιλισμοί. Τέλος, η χρωματισμένη φλέβα, διαχέεται σε όλο το σωλήνα χρωματίζοντας όλο το νερό που ρέει σε αυτόν (σχ. 3.1ι). Η ταχύτητα, στην οποία η έγχρωμη φλέβα εξαφανίζεται ονομάζεται **κρίσιμη ταχύτητα**. Το φαινόμενο οφείλεται στο ότι οι στοιχειώδεις μάζες του ρευστού δεν ρέουν πλέον γραμμικά (ή κυρίως γραμμικά), αλλά κινούνται άτακτα διαμορφώνοντας εγκάρσια ρεύματα και στροβίλους διαφόρων μεγεθών. Η ροή έχει γίνει τυρβώδης (στροβιλώδης).

Η τυρβώδης ροή είναι εξαιρετικά πολύπλοκη. Θεωρείται χαρακτηριστικό παράδειγμα «χαστικού» φαινομένου. Όπως λέει ένας από τους βασικούς εκπροσώπους της σύγχρονης Θεωρίας του Χάους: «Το γεγονός ότι τα συστήματα μπορούν να γίνουν χαστικά δεν είναι κάτι καινούργιο. Το κλασικό παράδειγμα είναι η μετάβαση από τη γραμμική στη στροβιλώδη ροή. Ένα ρευστό είναι ένα περίπλοκο σύστημα το οποίο αντιστοιχεί σε έναν τεράστιο πληθυσμό σωματιδίων σε αλληλεπίδραση. Είναι ένα τόσο περίπλοκο σύστημα, ώστε να μην μπορούμε να ελπίσουμε ότι θα μπορούσαμε να το εκφράσουμε με ατομικές επιμέρους τροχιές» (Ilya Prigogine, Βραβείο Νόμπελ 1977).

Στην τυρβώδη ροή, κάθε στοιχειώδης ποσότητα του ρευστού κινείται και προς τις τρεις διευθύνσεις του χώρου, αλλά η μέση ταχύτητά της στο χρόνο, παραμένει κατά τη διεύθυνση της ροής x. Οι αποκλίσεις της στιγμιαίας ταχύτητας από τη μέση τιμή της κατά τη διεύθυνση x διαμορφώνουν στιγμιαίες μεταβολές της πίεσης που ευαίσθητοι παλμογράφοι μπορούν να καταγράψουν. Έτσι, έχουμε μια (έμμεση) εικόνα αυτών των αποκλίσεων (σχ. 3.11α).

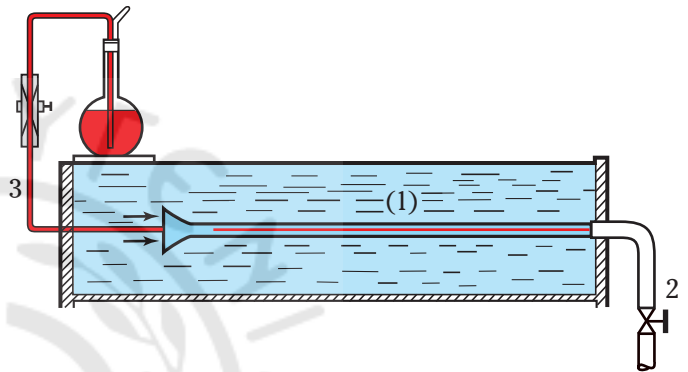
Σημείωση: Η μέση (τοπική) ταχύτητα μιας στοιχειώδους ποσότητας, διαφέρει από τη μέση ταχύτητα στον αγωγό.

β) Ιξώδες δίνες.

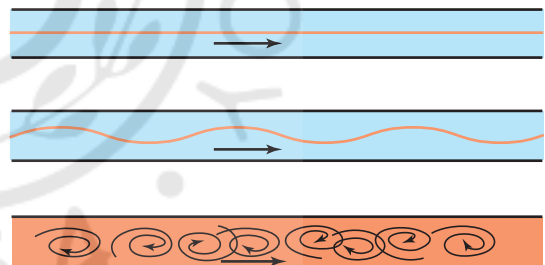
Στην τυρβώδη ροή δημιουργούνται συνεχώς δίνες (στροβίλοι) διαφόρων μεγεθών σε όλη τη μάζα του ρέοντος ρευστού. Αυτές παρασύρονται κατά τη διεύθυνση της ροής. Κάθε δίνη περιέχει ορισμένη ποσότητα κινητικής ενέργειας (εξαρτώμενη από το μέγεθος της δίνης και την ταχύτητα περιστροφής της). Οι μεγαλύτερες δίνες διασπώνται σε ολοένα μικρότερες, μεταδίδοντας σ' αυτές την ενέργεια που μεταφέρουν. Οι πολύ μικρές καταστρέφονται από την ιξώδη διάτμηση (εσωτερική τριβή) και η μηχανική τους ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα. Αυτό εξηγεί γιατί οι ενεργειακές απώλειες στην τυρβώδη ροή είναι σημαντικά μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες που παρουσιάζονται στη στρωτή ροή.

Για να εκφράσουμε τις επιπλέον απώλειες της τυρβώδους ροής, χρησιμοποιούμε το **ιξώδες δίνες** (ή **δινοϊξώδες**) *E* (σε αντιστοιχία με το απόλυτο ιξώδες που είναι υπεύθυνο για τις ενεργειακές απώλειες στη στρωτή ροή). Στην τυρβώδη ροή, εκτός από την ιξώδη διατμητική τάση (τη μόνη που συναντάμε στη στρωτή ροή), υπάρχει (και είναι σημαντικότερη) η **διατμητική τάση στροβιλισμού** (που καλείται και **διατμητική τάση Reynolds**). Για τη διατμητική τάση στροβιλισμού δεχόμαστε εμπειρική σχέση ανάλογη με τη σχέση ιξώδους του Newton:

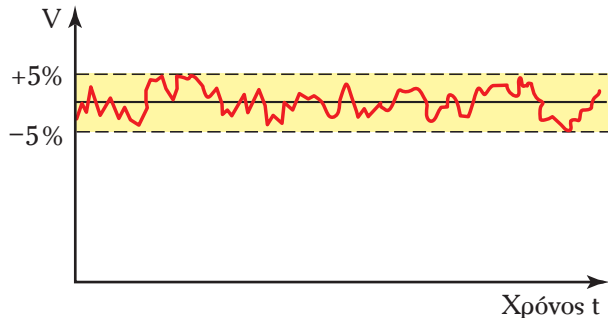
$$\tau_{\sigma\pi\rho} = -E \cdot \frac{dv}{dy} \quad (3.5a)$$



Σχ. 3.10.
Το πείραμα του Reynolds.



Σχ. 3.11.
Με την αύξηση της ταχύτητας η ροή γίνεται από στρωτή, τυρβώδης.



Σχ. 3.11α.
Αποκλίσεις της μέσης τοπικής ταχύτητας στην τυρβώδη ροή.

Αλλά εκτός από την τάση στροβιλισμού, υπάρχει και η ιξώδης τάση (Newton):

$$\tau_i = -\mu \cdot \frac{dv}{dy} \quad (3.5\beta)$$

Άρα η συνολική διατμητική τάση στην τυρβώδη ροή θα είναι:

$$\tau = -(\mu + E) \cdot \frac{dv}{dy} \quad (3.5)$$

Το ιξώδες δίνης δεν αποτελεί ιδιότητα του ρευστού όπως το δυναμικό ιξώδες, αλλά εξαρτάται και από τις συνθήκες ροής και μεταβάλλεται όταν αυτές μεταβληθούν. Ο υπολογισμός του είναι πολύπλοκος και γίνεται πειραματικά.

Ένα πεδίο τυρβώδους ροής χαρακτηρίζεται από την **ένταση του πεδίου** και το **βαθμό στροβιλισμού**. Η ένταση αναφέρεται στην ταχύτητα περιδινήσεως και κατά συνέπεια, στην περιεχόμενη κινητική ενέργεια σε δίνη ορισμένου μεγέθους. Ο βαθμός στροβιλισμού, αναφέρεται στο (μέσο) μέγεθος των δινών.

Στροβιλισμός δημιουργείται όχι μόνο από την αλληλεπίδραση του ρευστού με τα στερεά τοιχώματα των αγωγών, αλλά και από την αλληλεπίδραση ρευστών σιβάδων που κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες. Αυτό γίνεται άμεσα αντιληπτό αν παρατηρήσουμε την πορεία (έγχρωμου) καπνού που παράγεται από καύση σε συνθήκες νηνεμίας. Ο καπνός κινείται ανοδικά, επειδή έχει μεγάλη θερμοκρασία, άρα μικρότερη πυκνότητα από τον αέρα. Στην αρχή η ανοδική του κίνηση είναι γραμμική (στρωτή ροή), κατόπιν διαταράσσεται παρουσιάζοντας κυματισμούς (μεταβατική ροή) και στη συνέχεια γίνεται στροβιλώδης.

Στροβιλισμός επίσης δημιουργείται και όταν ρευστό περιρρέει ένα στερεό σώμα που παρεμβάλλεται στην πορεία του. Το φαινόμενο αυτό θα το μελετήσουμε παρακάτω.

γ) Αριθμός Reynolds.

Ο Reynolds στην πειραματική του μελέτη της μεταβάσεως από τη στρωτή στην τυρβώδη ροή με τη συσκευή του σχήματος 3.1θ, έδειξε πως δεν αρκεί μόνο η ταχύτητα ως κριτήριο αυτής της μεταβάσεως. Παρατήρησε επίσης πως με τη μεταβολή της θερμοκρασίας του νερού (άρα και του ιξώδους του ρευστού), η κρίσιμη ταχύτητα άλλαζε. Το ίδιο συνέβαινε και όταν αντικαθιστούσε το σωλήνα με άλλον διαφορετικής διαμέτρου. Το συμπέρασμά του ήταν πως το σημείο μεταβάσεως επηρεάζεται επίσης από το ιξώδες του ρευστού και από τον αγωγό ροής.

Ο Reynolds με τα πειράματά του κατέληξε σε έναν **αδιάστατο αριθμό** που συσχετίζει αυτές τις παραμέτρους και που προς τιμή του καλείται **αριθμός Reynolds**. Οι πειραματικές μετρήσεις που ακολούθησαν και από άλλους ερευνητές επιβεβαίωσαν ότι: **Κριτήριο για το αν μια ροή είναι στρωτή ή τυρβώδης, αποτελεί ο αριθμός Reynolds**. Αυτός δίνεται από τη σχέση:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot l \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot l}{\nu} \quad (3.6)$$

όπου: v η ταχύτητα ροής, l το χαρακτηριστικό μήκος του αγωγού, ρ η πυκνότητα, μ το απόλυτο ιξώδες και ν το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.

Οι μονάδες των μεγεθών που υπεισέρχονται στην εξίσωση (3.6) πρέπει να είναι συμβατές μεταξύ τους ώστε να απλοποιηθούν. Στο SI είναι: $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) \cdot \text{m} / (\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$.

Όταν ο αριθμός Reynolds είναι μικρός, η ροή είναι στρωτή. Υπάρχει μία τιμή του αριθμού Reynolds πέρα από την οποία παρατηρούνται εγκάρσιες μετακινήσεις και δημιουργία κάποιων στροβιλισμών, άρα η ροή σταματά να είναι στρωτή (**κρίσιμος αριθμός Reynolds**). Η κρίσιμη αυτή τιμή δεν είναι ίδια για όλους τους αγωγούς. Εξαρτάται από το γεωμετρικό σχήμα του αγωγού, αλλά και από την επιλογή του χαρακτηριστικού μήκους l .

Στους κυλινδρικούς αγωγούς (σωλήνες), η κάθετη στη ροή διατομή είναι κυκλική και ως χαρακτηριστικό μήκος επιλέγεται η (εσωτερική) διάμετρος d . Ο αριθμός Reynolds υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad (3.6a)$$

Ο κρίσιμος αριθμός Reynolds είναι περίπου ίσος με 2100. Άρα:

Στους κυλινδρικούς αγωγούς η ροή είναι στρωτή για $Re < 2100$. Ακολουθεί μια **μεταβατική περιοχή** που η ροή μετατρέπεται σταδιακά σε τυρβώδη ($2100 < Re < 4000$ περίπου). Για μεγαλύτερες τιμές του Re ($Re > 4000$) η ροή είναι **τυρβώδης**. (Διαμορφώνοντας ειδικές συνθήκες, επιτυγχάνομε στρωτή ροή και για τιμές Re λίγο μεγαλύτερες από 2100).

Για σωλήνες μη κυκλικής διατομής, χρησιμοποιούμε την έννοια της ισοδύναμης διαμέτρου και εφαρμόζομε ό,τι και στους σωλήνες κυκλικής διατομής που μόλις είδαμε. Η **ισοδύναμη** (ή **υδραυλική διάμετρος**) ισούται με:

$$d_h = \frac{4 \cdot A}{L} \quad (3.6\beta)$$

όπου: A το εμβαδόν διατομής του αγωγού κάθετης στη ροή και L η (εσωτερική) περίμετρος της διατομής (για ανοιχτούς αγωγούς, το τμήμα της που βρίσκεται σε επαφή με το ρευστό). Χρησιμοποιώντας ως χαρακτηριστικό μήκος την ισοδύναμη διάμετρο, ο κρίσιμος αριθμός Reynolds παραμένει ίσος μ' αυτόν των κυλινδρικών αγωγών.

Σε **σωλήνες τετραγωνικής διατομής**, η ισοδύναμη διάμετρος προκύπτει ίση με την πλευρά a της διατομής ($d_h = 4a^2/4a = a$). Άρα το χαρακτηριστικό μήκος είναι η πλευρά a και ο κρίσιμος αριθμός Reynolds ισούται με 2100.

Για **ροή πάνω από επίπεδη πλάκα**, αν ως χαρακτηριστικό μήκος θεωρηθεί η απόσταση από την ακμή εισόδου του ρευστού στην πλάκα, ο κρίσιμος αριθμός Reynolds είναι περίπου: $Re = 5 \cdot 10^5$ (επηρεάζεται και από την τραχύτητα της επιφάνειας) και η ροή είναι πλήρως τυρβώδης για $Re > 5 \cdot 10^6$.

Αλλά και στην περιοχή της τυρβώδους ροής, τα φαινόμενα στροβιλισμού δεν είναι ομοιόμορφα. Αυτά, γίνονται εντονότερα όσο αυξάνεται ο αριθμός Reynolds (αυξάνεται η ένταση πεδίου και ο βαθμός στροβιλισμού).

Ο αριθμός Reynolds υπολογίζεται συνήθως για ολόκληρο το ρεύμα και όχι για κάποιο σημείο. Επομένως στην εξίσωση (3.6) το v είναι η μέση ταχύτητα ροής. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις στις οποίες μας ενδιαφέρει η τοπική τιμή του αριθμού Reynolds (όπως το είδος της ροής στο οριακό στρώμα που εξετάζεται στη συνέχεια). Για τον υπολογισμό της τοπικής τιμής του, χρησιμοποιείται η τοπική ταχύτητα.

Από την εξίσωση (3.6) βλέπομε πως η στρωτή ροή ευνοείται σε μικρές ταχύτητες ρευστού, σε αγωγούς μικρής διατομής και σε υγρά με μεγάλο ιξώδες (όταν η συνεκτικότητα είναι μεγάλη δημιουργούνται πιο δύσκολα στροβιλισμοί).

Στα περισσότερα φαινόμενα ροής ρευστών (στη φύση και στην παραγωγική διαδικασία), η ροή είναι τυρβώδης.

3.1.5 Ροή σε οριακό στρώμα.

Στην παράγραφο 3.1.2 είδαμε την κατανομή ταχυτήτων ρευστού που βρίσκεται ανάμεσα σε δύο πλάκες με μικρή απόσταση μεταξύ τους, εκ των οποίων η πάνω κινείται συμπαρασύροντας το ρευστό. Η ροή ήταν στρωτή, η κατανομή ταχυτήτων γραμμική και η διαφορική κλίση ταχύτητας (dv/dy) σταθερή.

Στην περίπτωση ροής σε αγωγό, η κατάσταση είναι πολύ πιο σύνθετη. Το ρευστό ρέει πάνω από το ακίνητο τοίχωμα και δεν υπάρχει κινούμενη πλάκα επί της οποίας ασκούμε τη διατμητική τάση. **Η διατμητική τάση**, η αναγκαία για τη ροή ρευστού σε αγωγούς σταθερής διατομής, **οφείλεται στη διαφορά πίεσης** (ή και στην **υψομετρική διαφορά**, προκειμένου για αγωγούς ευρισκόμενους υπό κλίση). Πιο συγκεκριμένα, **σε οριζόντιους αγωγούς σταθερής διατομής, η πίεση μειώνεται κατά**

μήκος του αγωγού και κατά τη φορά της ροής, εξασφαλίζοντας έτσι την αναγκαία διατμητική τάση για την υπερνίκηση της αντιστάσεως λόγω τριβών. Η στιβάδα του ρευστού που βρίσκεται σε επαφή με το τοίχωμα, κινείται με μηδενική ταχύτητα. Η ταχύτητα αυξάνει σταδιακά στις επόμενες στιβάδες και λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της σε κάποια απόσταση από το τοίχωμα. Την περιοχή αυτή την ονομάσαμε **οριακό στρώμα** (βλ. παράγρ. 3.1.1). Ο σχηματισμός και η συμπεριφορά του οριακού στρώματος, έχουν σημασία όχι μόνο στην αντιμετώπιση των προβλημάτων ροής, αλλά και σε άλλα φαινόμενα μεταφοράς (με σημαντικότερο, τη μεταφορά θερμότητας).

Ας δούμε τώρα τη διαμόρφωση του οριακού στρώματος, την κατανομή ταχυτήτων σε αυτό, καθώς και τις διαφορές που παρουσιάζονται, ανάλογα με το αν η ροή είναι στρωτή ή τυρβώδης.

α) Ροή πάνω σε επίπεδη πλάκα.

Όταν ρευστό ρέει πάνω σε επίπεδη πλάκα το είδος της ροής διαφοροποιείται ανάλογα με τις συνθήκες. Διακρίνουμε δύο είδη ροών: τη στρωτή και την τυρβώδη.

1) Στρωτή ροή: Σε πεδίο ροής βρίσκεται ακίνητη επίπεδη πλάκα, τοποθετημένη παράλληλα με τις γραμμές ροής (σχ. 3.1β). Η ροή είναι στρωτή και η ταχύτητα του ρευστού πριν την πλάκα είναι ομοιόμορφη και ίση με v .

Η ταχύτητα της στοιχειώδους στιβάδας του ρευστού που βρίσκεται σε επαφή με την επιφάνεια της πλάκας, όπως είδαμε, είναι μηδενική (συνθήκη μη ολισθήσεως).

Η ταχύτητα αυξάνει στις επόμενες στιβάδες με την αύξηση της αποστάσεως y από την πλάκα (όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1β). Σε κάποια απόσταση y_0 αποκτά τη σταθερή τιμή v . Η περιοχή μεταβολής της ταχύτητας αποτελεί το οριακό στρώμα.

Πάχος του οριακού στρώματος y_0 καλείται η απόσταση από το τοίχωμα, στην οποία αποκαθίσταται η μέγιστη ταχύτητα v .

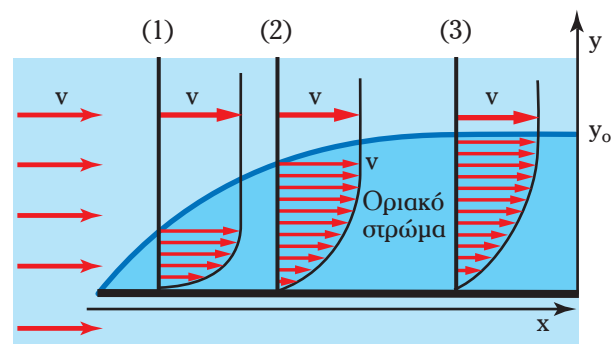
Στο σχήμα 3.1β έχουμε σημειώσει την κατανομή ταχυτήτων σε τρεις εγκάρσιες διατομές που απέχουν αποστάσεις x_1 , x_2 και x_3 από την ακμή εισόδου του ρευστού στην πλάκα.

Παρατηρούμε πως το πλάτος του οριακού στρώματος (η απόσταση y_0) αυξάνει με την αύξηση της αποστάσεως x από την ακμή εισόδου. Για $x = 0$, $y_0 = 0$. Κοντά στην ακμή εισόδου του ρευστού στην πλάκα, το πλάτος αυξάνεται με σχετικά γρήγορους ρυθμούς. Οι ρυθμοί μειώνονται καθώς απομακρυνόμαστε από την ακμή εισόδου.

Με την προϋπόθεση πως ο αριθμός Reynolds παραμένει μικρότερος της κρίσιμης τιμής, η ροή είναι στρωτή. (Όταν ξεετάζουμε τη διαμόρφωση του οριακού στρώματος, η απόσταση x από την ακμή εισόδου αποτελεί το χαρακτηριστικό γεωμετρικό μέγεθος που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό του αριθμού Reynolds: $Re = v \cdot x / \nu$. Κατά συνέπεια, ο αριθμός Reynolds αυξάνεται με την απομάκρυνση από την ακμή εισόδου της πλάκας. Η κρίσιμη τιμή του είναι $5 \cdot 10^5$. Εδώ: $Re < 5 \cdot 10^5$).

Στη στρωτή ροή, η κατανομή ταχυτήτων σε συνάρτηση με την απόσταση από το τοίχωμα, όταν πλέον το οριακό στρώμα έχει σταθεροποιηθεί, φαίνεται στο σχήμα 3.1γ. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται πως καθώς απομακρυνόμαστε από το τοίχωμα η διαφορική κλίση ταχύτητας dv/dy , τείνει στο μηδέν. (Θεωρητικά, η ταχύτητα λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της v , σε άπειρη απόσταση από την πλάκα. Ως πλάτος y_0 του οριακού στρώματος δεχόμαστε συνήθως την απόσταση στην οποία η ταχύτητα είναι το 99% της μέγιστης).

2) Τυρβώδης ροή: Αν η ομοιόμορφη ταχύτητα v είναι επαρκώς μεγάλη, καθώς το ρευστό ρέει πάνω από τη βυθισμένη πλάκα και υφίσταται την αντίσταση από την επιφάνειά της, η ροή



Σχ. 3.1β.

Οριακό στρώμα σε επίπεδη πλάκα (στρωτή ροή).

μπορεί να γίνει τυρβώδης. Αυτό θα συμβεί όταν ο αριθμός Reynolds του ρεύματος πάνω από την πλάκα θα υπερβεί την κρίσιμη τιμή ($Re > 5 \cdot 10^5$). Επειδή χαρακτηριστικό γεωμετρικό μέγεθος είναι η απόσταση από την ακμή εισόδου, ο αριθμός Reynolds ξεκινά από την τιμή 0 (για $x = 0$) και αυξάνεται με την αύξηση του x . Η έναρξη του στροβιλισμού θα γίνει σε κάποια απόσταση x_0 από την ακμή (σχ. 3.11δ) για την οποία θα ισχύει:

$$\frac{v \cdot x_0}{\nu} = 5 \cdot 10^5$$

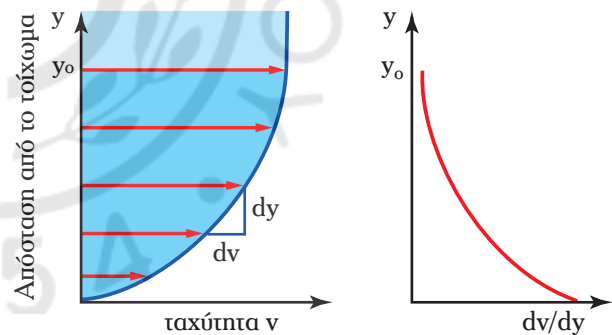
Για το τμήμα της πλάκας που βρίσκεται πριν το x_0 , η ροή είναι στρωτή. Η περιοχή αμέσως μετά το x_0 καθίσταται η έδρα δημιουργίας στροβίλων, οι οποίοι παρασύρονται συνεχώς προς τα πίσω (κατά τη διεύθυνση της ροής).

Η έναρξη στροβιλισμού έχει ως αποτέλεσμα την απότομη και σημαντική αύξηση του πάχους του οριακού στρώματος. Υπολογισμοί και πειραματικές μετρήσεις έδειξαν ότι στο τμήμα πριν την έναρξη του στροβιλισμού, το πάχος της σιβάδας είναι ανάλογο της τετραγωνικής ρίζας της αποστάσεως από την ακμή εισόδου ($x^{1/2}$). Αμέσως μετά την έναρξη του στροβιλισμού και για μικρό διάστημα, καθίσταται ανάλογο του $(x^{1/2})^3 = x^{3/2}$. Αυτή η απότομη διεύρυνση του οριακού στρώματος οφείλεται στην εγκάρσια κίνηση που συνεπάγεται ο σχηματισμός στροβίλων.

Η τυρβώδης ροή, όσο έντονη κι αν είναι, δεν καλύπτει όλο το οριακό στρώμα. Μέσα σε αυτό, διαμορφώνονται τρεις υποσιβάδες:

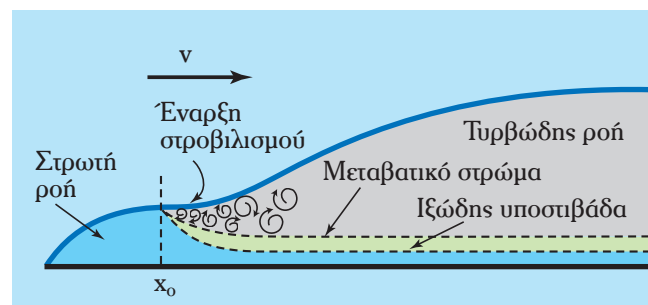
- Στο ρευστό που κινείται κοντά στη στερεή επιφάνεια, συνεχίζουν να επικρατούν μικρές ταχύτητες, άρα ο τοπικός αριθμός Reynolds παραμένει μικρότερος από την κρίσιμη τιμή. Υπάρχει λοιπόν εντός του οριακού στρώματος μια υποσιβάδα, στην οποία η ροή είναι στρωτή (**ιξώδης υποσιβάδα**). (Σε πλήρως ανεπτυγμένη τυρβώδη ροή νερού, η ιξώδης υποσιβάδα έχει πάχος περίπου 0,25 mm).
- Ακολουθεί μια δεύτερη υποσιβάδα με ελαφρά αυξημένες ταχύτητες ρευστού, εντός της οποίας η ροή είναι μεταβατική (**μεταβατική ή προστατευτική υποσιβάδα**).
- Ακολουθεί η **τυρβώδης υποσιβάδα** (πλέον οι ταχύτητες είναι αρκετά μεγάλες, ώστε ο τοπικός αριθμός Reynolds να υπερβαίνει την κρίσιμη τιμή). Η τυρβώδης υποσιβάδα καταλαμβάνει και το μεγαλύτερο τμήμα του οριακού στρώματος.

Το διαμορφωμένο οριακό στρώμα της τυρβώδους ροής, περιέχει στροβίλους διαφόρων μεγεθών που παρασύρονται κατά τη διεύθυνση της ροής, ολισθαίνοντας κατά κάποιον τρόπο, στην ιξώδη υποσιβάδα. Ο Prandtl, ξεκινώντας από την πειραματική παρατήρηση των παρασυρομένων στροβίλων, πρότεινε την υπόθεση των κατά στρώματα κυλιόμενων στροβίλων (σε αναλογία με την κατά στρώματα ολίσθηση του ρευστού στη στρωτή ροή). Παρά το ότι η κατάσταση είναι πολύ πιο πολύπλοκη, η υπόθεση αυτή μας επιτρέπει να κατανοήσουμε καλύτερα το ιξώδες δίνης, καθώς και τη μεταφορά ορμής από τις περιοχές υψηλής ταχύτητας προς το τοίχωμα.



Σχ. 3.1γ.

Κατανομή ταχυτήτων.



Σχ. 3.1δ.

Οριακό στρώμα σε επίπεδη πλάκα (τυρβώδης ροή).

β) Ροή σε σωλήνα.

Όταν το ρευστό εισέρχεται σε κυλινδρικό αγωγό (σωλήνα) διαμορφώνεται, κατά παρόμοιον τρόπο, οριακό στρώμα. Λόγω της γεωμετρίας του αγωγού, το οριακό στρώμα διαμορφώνεται περιμετρικά, όπως φαίνεται στις προβολές των διατομών του σχήματος 3.11ε. Το πάχος του είναι μικρό κοντά στην είσοδο (διατομή σε απόσταση x_1 από την είσοδο), αλλά σε κάποια απόσταση απ' αυτήν, όταν πλέον η ροή στο σωλήνα έχει αναπτυχθεί πλήρως, το οριακό στρώμα καλύπτει όλο τον αγωγό (διατομή στο x_2). Στη θέση αυτή το πάχος του οριακού στρώματος ισούται με την ακτίνα του σωλήνα ($y_0 = d/2$) και δεν γίνεται να επεκταθεί άλλο. Πειραματικές μετρήσεις έδειξαν ότι σε απόσταση μεγαλύτερη από το x_2 , η κατανομή ταχυτήτων παραμένει αμετάβλητη.

Η περιοχή του σωλήνα από την είσοδο ως το x_2 , στο οποίο ολοκληρώνεται και σταθεροποιείται το οριακό στρώμα, καλείται **μεταβατική περιοχή**.

Αν ο αριθμός Reynolds είναι μικρότερος της κρίσιμης τιμής ($Re < 2100$), η ροή στο σωλήνα είναι στρωτή. Για μεγάλες τιμές του αριθμού Reynolds ($Re > 4000$), η ροή είναι τυρβώδης. Στην πλήρως ανεπτυγμένη ροή σε σωλήνα (δηλ. σε απόσταση από την είσοδο μεγαλύτερη του x_2), η κατανομή ταχυτήτων σε συνάρτηση με την απόσταση από το τοίχωμα, είναι διαφορετική στη στρωτή και στην τυρβώδη ροή.

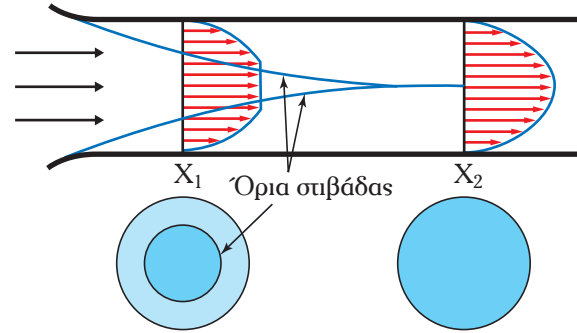
Το σχήμα 3.11στ παριστάνει γραφικά την τιμή της τοπικής ταχύτητας σαν ποσοστό της μέγιστης για τη στρωτή ως και την τυρβώδη ροή. Παρατηρούμε πως στη στρωτή ροή, η κατανομή ταχυτήτων είναι πιο ομαλή από την αντίστοιχη κατανομή στην τυρβώδη. Στη στρωτή ροή, η ύπαρξη μόνο των διατμητικών δυνάμεων που οφείλονται στο ιξώδες, οδηγεί σε ομαλή και βαθμιαία μεταβολή της ταχύτητας. Υπολογίστηκε πως η μέση ταχύτητα στην περίπτωση της στρωτής ροής ισούται με το 50% της μέγιστης ($v = v_{\max}/2$). Στην τυρβώδη ροή, οι τοπικές ταχύτητες αυξάνουν πολύ σε μικρή απόσταση από τα τοιχώματα του αγωγού, ενώ η κατανομή στην κεντρική περιοχή του αγωγού είναι σχεδόν ομοιόμορφη. Ως αποτέλεσμα μιας τέτοιας κατανομής, η μέση ταχύτητα είναι σημαντικά μεγαλύτερη από το μισό της μέγιστης και μπορεί να φθάσει (ανάλογα με την ένταση και το βαθμό στροβιλισμού), ακόμη και στο 80% της μέγιστης ταχύτητας.

Παράδειγμα 3

Νερό θερμοκρασίας 20°C που ρέει με ταχύτητα 2 m/s , συναντά επίπεδη πλάκα τοποθετημένη παράλληλα προς τη διεύθυνση της ροής (σχ. 3.11ζ). Αν η πλάκα έχει μήκος 5 m πώς θα διαμορφωθεί το οριακό στρώμα;

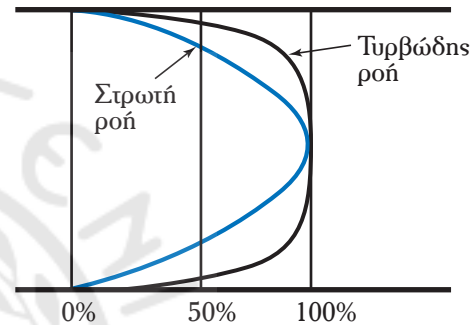
Λύση:

Η ροή εντός του οριακού στρώματος που διαμορφώνεται στην επιφάνεια επαφής με την πλάκα, κοντά



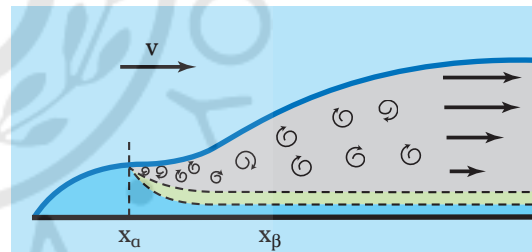
Σχ. 3.11ε.

Οριακό στρώμα σε σωλήνα.



Σχ. 3.11στ.

Κατανομή ταχυτήτων.



Σχ. 3.11ζ

στην ακμή εισόδου του νερού, θα είναι στρωτή. Αν θα μεταπέσει σε τυρβώδη ή όχι, εξαρτάται από την τιμή του αριθμού Reynolds. Αυτός δίνεται από την εξίσωση (3.6) και χαρακτηριστικό μήκος είναι η απόσταση x από την ακμή εισόδου:

$$Re = \frac{v \cdot x \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot x}{\nu} \quad (\alpha)$$

Δηλαδή ο αριθμός Reynolds αυξάνεται σε συνάρτηση με την απόσταση x από την ακμή εισόδου. Ο κρίσιμος αριθμός Reynolds είναι $5 \cdot 10^5$ και η πλήρης ανάπτυξη της τυρβώδους ροής έρχεται για $Re > 5 \cdot 10^6$.

Σύμφωνα με την εκφώνηση, το x μεταβάλλεται από 0 ως 5 m.

Από τον Πίνακα 1.2.12: $\mu = 1,003 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/ms} \approx 10^{-3} \text{ Kg/ms}$

Η πυκνότητα του νερού: $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$

Από την εκφώνηση του προβλήματος: $v = 2 \text{ m/s}$

$$(\alpha) \Rightarrow x = \frac{Re \cdot \mu}{v \cdot \rho}$$

Για $Re = 5 \cdot 10^5 \Rightarrow x_a = 0,25 \text{ m}$

Για $Re = 5 \cdot 10^6 \Rightarrow x_b = 2,5 \text{ m}$

Άρα, η ροή στο οριακό στρώμα θα είναι στρωτή από $x = 0$ ως $x_a = 0,25 \text{ m}$. Αμέσως μετά θα υπάρξει δημιουργία στροβίλων και για $x > x_b = 2,5 \text{ m}$ η τυρβώδης ροή θα έχει αναπτυχθεί πλήρως. (Θα υπάρχει όμως η ιξώδης, καθώς και η μεταβατική υποστιβάδα).

3.1.6 Ροή γύρω από στερεά – Οπισθέλκουσα δύναμη.

Σε προηγούμενη παράγραφο εξετάσαμε πώς δημιουργείται οριακό στρώμα όταν ρευστό κινούμενο με ταχύτητα v συναντά επίπεδη πλάκα τοποθετημένη παράλληλα με τη διεύθυνση της ροής (σχ. 3.1ιβ και 3.1ιγ). Πρόκειται για μια διαταραχή της ροής που διαφοροποιεί τις τοπικές ταχύτητες και στην περίπτωση της τυρβώδους ροής, οδηγεί σε δημιουργία στροβιλισμών. Όταν το ρευστό διαπλεύσει την πλάκα, η διαταραχή διατηρείται για ένα διάστημα, αλλά οι στροβιλισμοί σταδιακά εξασθενούν (λόγω της εσωτερικής τριβής) και σε κάποια απόσταση από την πλάκα, η ροή επανέρχεται στην αρχική της μορφή.

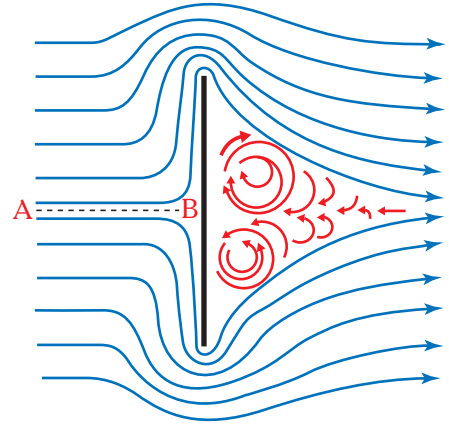
As εξετάσουμε τώρα την περίπτωση κατά την οποία το ρευστό συναντά στην πορεία του ακίνητη πλάκα τοποθετημένη κάθετα στη διεύθυνση ροής. Αν και η ροή πριν την πλάκα είναι στρωτή, οι στοιχειώδεις μάζες του ρευστού πλησιάζοντας αλλάζουν διεύθυνση για να παρακάμψουν το εμπόδιο. (Όπως γνωρίζουμε από τη Φυσική – και θα αναπτύξουμε στο Έκτο Κεφάλαιο – για την αλλαγή της διεύθυνσεως, άρα τη μεταβολή της ορμής, πρέπει να ασκηθεί η κατάλληλη ώθηση). Όταν μια στοιχειώδης μάζα φθάσει στην ακμή της πλάκας, λόγω της ορμής που έχει, δεν δύναται να στραφεί και να κινηθεί πίσω από την πλάκα και σε επαφή μ' αυτή, αλλά συνεχίζει την πορεία της όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1ιν. Πίσω λοιπόν από την πλάκα τείνει να δημιουργηθεί κενό και η πίεση γίνεται πολύ μικρή. Λόγω της υποπίεσεως, θα αναρροφηθεί κάποια ποσότητα οπισθοδρομούτος ρευστού και θα δημιουργηθούν μεγάλοι στροβίλοι (αντίθετης περιστροφής). Αυτοί καταναλώνουν σημαντική ενέργεια.

Λόγω της διαφοράς πίεσεως μεταξύ των δύο πλευρών της, η πλάκα θα δέχεται δύναμη κατά τη διεύθυνση και τη φορά του ρεύματος (και κατά το σχήμα δράσεως-αντιδράσεως, θα ασκεί επί του ρευστού δύναμη ίση και αντίθετη).

Οπισθέλκουσα δύναμη καλείται η κατά τη διεύθυνση και φορά της ροής δύναμη που εξασκεί το ρευστό σε στερεό που συναντά στη ροή του. Στην περίπτωση της επίπεδης πλάκας τοποθετημένης παράλληλα στη διεύθυνση ροής, η μόνη οπισθέλκουσα δύναμη, είναι η δύναμη διατμήσεως του τοιχώματος (**οπισθέλκουσα δύναμη τοιχώματος**). Τώρα που η πλάκα είναι κάθετη ως προς τη ροή, η οπισθέλκουσα δύναμη (που είναι πολύ μεγαλύτερη) οφείλεται στη διαφορά πίεσεως η οποία διαμορφώνεται μεταξύ εμπρόσθιας και οπίσθιας πλευράς της πλάκας (**οπισθέλκουσα δύναμη μορφής**).

Η ρευστοδυναμική γραμμή AB του σχήματος 3.1η χωρίζει το ρευστό σε δύο μέρη, ένα που περιρρέει την πάνω πλευρά του εμποδίου και ένα την κάτω. Στο σημείο B (που ονομάζεται **σημείο ανακοπής** ή **στασιμότητας**) η ταχύτητα είναι μηδέν και η πίεση λαμβάνει τη μέγιστη τιμή (όπως θα δούμε στην παράγρ. 3.5.3).

Το φαινόμενο της **αποκολλήσεως του ρευστού** από τη στερεά επιφάνεια και της δημιουργίας στροβίλων, παρατηρείται όταν το ρευστό, έχοντας κάποια αξιόλογη ταχύτητα, περιρρέει σώματα με απότομη αλλαγή της κλίσεώς τους στην πίσω πλευρά (ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, σφαίρα κ.ά.), αλλά και όταν αλλάζει απότομα η διεύθυνση του αγωγού ροής (απότομη στροφή, απότομη διαστολή ή συστολή κ.ά.).



Σχ. 3.1η.
Ροή γύρω από κάθετη.

Λόγω της απώλειας ενέργειας που συνεπάγεται και της οπισθέλκουσας δυνάμεως που δημιουργείται, το φαινόμενο είναι ανεπιθύμητο. Προσπαθούμε λοιπόν να μειώσουμε την έντασή του, αποφεύγοντας τις απότομες αλλαγές διευθύνσεως στους αγωγούς και δίνοντας το κατάλληλο σχήμα, κυρίως στο πίσω μέρος στερεών σωμάτων που περιρρέει το ρευστό (**ρευσοδυναμικό σχήμα**).

Η οπισθέλκουσα δύναμη είναι ίση και αντίθετη με την αντίσταση του σώματος στη ροή. Το μέτρο της είναι ανάλογο του εμβαδού προβολής του σώματος σε επιφάνεια κάθετη στη ροή, της πυκνότητας του ρευστού και του τετραγώνου της σχετικής ταχύτητας:

$$F_D = C_D \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \cdot A \tag{3.7}$$

Ο C_D καλείται **συντελεστής οπισθέλκουσας** και εξαρτάται από το σχήμα του σώματος [όσο πιο ρευστοδυναμικό είναι το σχήμα, τόσο μικρότερος είναι ο C_D (Πίνακας 3.1.1)], αλλά και από τον αριθ-

Πίνακας 3.1.1
Συντελεστές οπισθέλκουσας για διάφορα σώματα.

Σώμα	Εμβαδόν	Αναλογία διαστάσεων	C_D
	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	L/d = 1 L/d = 2 L/d = 4	0,91 0,85 0,87
	d · L	L/d = 1 L/d = 2 L/d = 5 L/d = 10 L/d = 40	0,65 0,68 0,74 0,82 0,98
	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$		0,34
	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$		1,33
	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	α = 60° α = 30°	0,51 0,34

μό Reynolds. Πιο συγκεκριμένα στην περιοχή της στρωτής ροής ο συντελεστής οπισθέλκουσας ενός σώματος μειώνεται με την αύξηση του Re , στην περιοχή της τυρβώδους παρουσιάζεται σχετικά σταθερός (και αυτήν την τιμή καταγράφουν οι σχετικοί πίνακες). Αλλά για πολύ μεγάλες τιμές του Re , ο C_D παρουσιάζει απότομη πτώση (βλ. σχήματα 5 και 6 του Παραρτήματος).

Ο C_D υπολογίζεται πειραματικά.

Στο σχήμα 3.11θ τα τρία στερεά σώματα έχουν ίση μετωπική επιφάνεια κάθετη στη ροή. Ευρισκόμενα στις ίδιες συνθήκες περιρροής (v και ρ) θα δέχονται οπισθέλκουσα δύναμη, η οποία θα είναι μεγάλη στο (α), μικρότερη στο (β) και ακόμα πιο μικρή στο (γ), λόγω μείωσης του συντελεστή οπισθέλκουσας ($C_{Da} > C_{D\beta} > C_{D\gamma}$).

Πρέπει να σημειώσουμε πως η ταχύτητα v είναι η σχετική ταχύτητα μεταξύ του ρευστού και του στερεού. Τα παραπάνω ισχύουν επομένως και όταν στερεό σώμα κινείται μέσα σε ρευστό. Αφορά λοιπόν σε πάρα πολύ σημαντικούς κλάδους της τεχνικής επιστήμης και της παραγωγικής διαδικασίας (ναυπηγική, αεροναυπηγική, αυτοκινητοβιομηχανία κ.ά.).

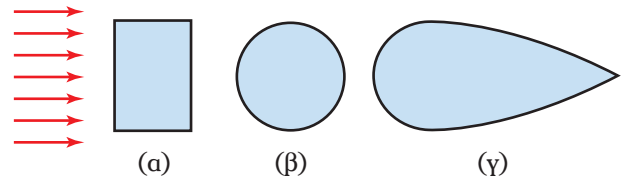
3.2 Οι βασικές εξισώσεις ροής.

Στην προηγούμενη παράγραφο προσεγγίσαμε το φαινόμενο της ροής από τη σκοπιά της συμπεριφοράς των στοιχειωδών ποσοτήτων του και της αλληλεπίδρασης τόσο μεταξύ τους, όσο και με τα τοιχώματα των αγωγών ροής ή άλλων σωμάτων που συναντούν καθώς ρέουν. Η (μικροσκοπική) προσέγγιση της ροής είναι εξαιρετικά χρήσιμη ώστε να κατανοηθούν οι μηχανισμοί της και τα επιμέρους φαινόμενα που συνδέονται μ' αυτή. Όπως είπαμε όμως, η πολυπλοκότητα του φαινομένου θέτει σημαντικούς φραγμούς στην πρακτική αντιμετώπιση των σημαντικότερων προβλημάτων ροής που συναντάμε στην παραγωγική διαδικασία. Για να ξεπεράσουμε τις δυσκολίες και τα αδιέξοδα που τείνουν να εμφανιστούν, απαιτείται και μία πιο μακροσκοπική προσέγγιση. Σ' αυτήν, δεν θα επικεντρώσουμε στη συμπεριφορά των στοιχειωδών ποσοτήτων, αλλά στην αλληλεπίδραση μιας σχετικά μεγάλης ποσότητας ρεόντος ρευστού με το περιβάλλον του. Δηλαδή, από τη «διαφορική» προσέγγιση περνάμε στην «ολοκληρωτική» θεώρηση (αξιοποιώντας φυσικά τα συμπεράσματα της πρώτης). Έτσι, αξιοποιούνται οι νόμοι διατήρησης της φυσικής και προκύπτουν πολύτιμες και άμεσα αξιοποιήσιμες σχέσεις (ισοζύγια μάζας, ενέργειας, ορμής).

Όγκος ελέγχου ροής: Από την εξέταση του πεδίου ροής και της συμπεριφοράς μιας στοιχειώδους ποσότητας ρευστού που διέρχεται από κάποιο σημείο του, περνάμε στην εξέταση ενός τμήματος του πεδίου ροής, ενός **όγκου ελέγχου ροής** όπως ορίστηκε στην παράγραφο 3.1.1.

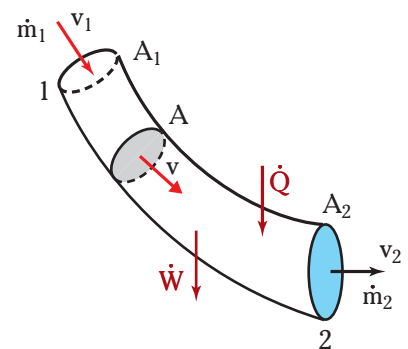
Ο όγκος ελέγχου είναι έννοια αντίστοιχη με το «ανοικτό σύστημα» της θερμοδυναμικής: Δεν εξετάζουμε τι ακριβώς συμβαίνει εντός του, αλλά την αλληλεπίδραση του όγκου ελέγχου με το περιβάλλον του. Τις συμβάσεις που κάνουμε για το θερμοδυναμικό σύστημα θα τις ακολουθήσουμε και στη μελέτη του όγκου ελέγχου. Έτσι, η θερμότητα που τυχόν μεταφέρεται από το περιβάλλον προς τον όγκο ελέγχου και το έργο που μεταφέρεται από τον όγκο ελέγχου προς το περιβάλλον, θα θεωρηθούν θετικά μεγέθη και οι αντίθετες ενεργειακές ροές, αρνητικά. Τα όρια του όγκου ελέγχου ορίζονται «αυθαίρετα» από το μελετητή (ανάλογα με τις ανάγκες του προς αντιμετώπιση προβλήματος).

Έστω λοιπόν ο όγκος ελέγχου του σχήματος 3.2. Επειδή μας ενδιαφέρει κατά κύριο λόγο η μονοδιάστατη ανάλυση, τον επιλέξαμε έτσι ώστε να αποτελεί τμήμα ροϊκού σωλήνα. Υπάρχει μία είσοδος (1) με εμβαδόν διατομής (κάθετης στη ροή) A_1 και μέση ταχύτητα ρευστού



Σχ. 3.11θ.

$$C_{Da} > C_{D\beta} > C_{D\gamma}$$



Σχ. 3.2.

Όγκος ελέγχου.

v_1 και μία έξοδος (2) με εμβαδόν διατομής A_2 και μέση ταχύτητα v_2 . Δεν υπάρχει ροή ρευστού διά μέσου της πλευρικής επιφάνειας ελέγχου.

Αξιοποιώντας τον όγκο ελέγχου που ορίσαμε, μπορούμε να καταστρώσουμε τα ισοζύγια μάζας και ενέργειας.

Ισοζύγια ποσοτήτων: Οι νόμοι της Φυσικής καθορίζουν και τη συμπεριφορά των σε ροή ευρισκομένων ρευστών. Πρόκειται πριν απ' όλα για τις δύο **αρχές διατηρήσεως: της μάζας και της ενέργειας**. Η συγκεκριμένη εφαρμογή τους οδηγεί σε αντίστοιχα **ισοζύγια: μάζας και ενέργειας**. Σ' αυτά, βασίζεται η επίλυση των περισσότερων τεχνικών προβλημάτων, καθώς και των προβλημάτων της Μηχανικής των Ρευστών.

Για να καταστρωθεί το ισοζύγιο μιας διακινούμενης ή ρέουσας ποσότητας (δηλ. ενός ανοικτού συστήματος όπως αυτό ορίζεται στη Θερμοδυναμική), αξιοποιούμε τον όγκο ελέγχου που επιλέξαμε παραπάνω. Σ' αυτόν, σε κάποιο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα (μονάδα χρόνου), ποσότητες θα εισέρχονται και θα εξέρχονται, πιθανόν ποσότητες θα δημιουργούνται ή θα αποθηκεύονται. Η γενικευμένη μορφή ισοζυγίου της ποσότητας που εξετάζουμε θα είναι:

$$ΕΙΣ + ΔΗΜ = ΑΠΟΘ + ΕΞ$$

όπου: ΕΙΣ η εισερχόμενη ποσότητα στη μονάδα του χρόνου, ΔΗΜ η ποσότητα που δημιουργείται εντός του όγκου ελέγχου στη μονάδα του χρόνου, ΑΠΟΘ η ποσότητα που αποθηκεύεται εντός του όγκου ελέγχου στη μονάδα του χρόνου και ΕΞ η εξερχόμενη ποσότητα στη μονάδα του χρόνου.

Αλλά η μάζα και η ενέργεια που μας ενδιαφέρουν, είναι αδύνατο να δημιουργηθούν (ή να καταστραφούν) εντός του όγκου ελέγχου. Επομένως:

$$ΕΙΣ = ΑΠΟΘ + ΕΞ$$

Στα **μόνιμα φαινόμενα** είναι αδύνατη η αποθήκευση (αφού θα έπρεπε –εκ του ορισμού της μόνιμης καταστάσεως– να συνεχίζεται πάντα με τον ίδιο ρυθμό) και το ισοζύγιο ποσότητας παίρνει την απλή μορφή:

$$ΕΙΣ = ΕΞ$$

Εκτός από τα ισοζύγια μάζας και ενέργειας, ιδιαίτερα σημαντικό είναι και το **ισοζύγιο της ορμής**. Η αναλυτική μελέτη του για στοιχειώδεις μάζες του ρέοντος ρευστού, έδωσε ιδιαίτερα πολύπλοκες αλλά χρήσιμες στην ερευνητική διαδικασία εξισώσεις (εξισώσεις Euler, Navier-Stokes κ.ά.). Την ορμή (με τη μακροσκοπική θεώρηση του όγκου ελέγχου) θα την εξετάσουμε αναλυτικά στο Έκτο Κεφάλαιο.

Πρέπει να διευκρινιστεί πως τα ισοζύγια μάζας, ενέργειας και ορμής, έχουν καταστρωθεί και για τις στοιχειώδεις ποσότητες (στοιχειώδεις όγκοι ελέγχου) στη γενική περίπτωση της ροής. Η πληθώρα όμως των μεταβλητών παραγόντων που υπεισέρχονται, καθώς και το αστάθμητο πολλών από αυτούς τους παράγοντες κάνει πολύπλοκες και πρακτικά ανεπίλυτες τις προκύπτουσες εξισώσεις στη γενική τους μορφή. Για την πρακτική αξιοποίηση των παραπάνω βασικών νόμων της φυσικής στα φαινόμενα της ροής, είναι χρήσιμες κάποιες απλοποιήσεις και –κυρίως– η συγκεκριμενοποίηση των ισοζυγίων για τις περιπτώσεις ροής που θα μας απασχολήσουν.

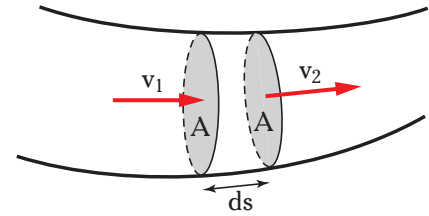
Όπως θα δούμε στην πορεία, οι εξισώσεις που θα προκύψουν δεν είναι αρκετές για την αντιμετώπιση των προβλημάτων που αντιμετωπίζουμε. Είναι αναγκαία η χρήση και εμπειρικών σχέσεων (που προκύπτουν από την πειραματική μελέτη και τη θεωρία της ομοιότητας), προκειμένου να δοθούν ικανοποιητικές προσεγγιστικές απαντήσεις σε προβλήματα που συναντάμε στην πράξη. Οι σχέσεις αυτές έχουν συνήθως περιορισμένο πεδίο εφαρμογής και θα τις μελετήσουμε σε επόμενα κεφάλαια.

Στην παρακάτω ανάπτυξη, θα θεωρήσουμε τη ροή μονοδιάστατη και θα επικεντρώσουμε την προσοχή μας σε φαινόμενα μόνιμης ροής ασυμπίεστων ρευστών.

3.3 Εξίσωση συνέχειας.

α) Ισοζύγιο μάζας στη μονοδιάστατη ροή.

Σε πεδίο (μονοδιάστατης) ροής, θεωρούμε στοιχειώδη όγκο ελέγχου dV με μήκος ds , εμβαδόν διατομής εισόδου κάθετου στη ροή A_1 και αντίστοιχο εμβαδόν εξόδου A_2 , ο οποίος αποτελεί στοιχειώδες τμήμα ροϊκού σωλήνα (σχ. 3.3α). Έστω v_1 η ταχύτητα εισόδου ρευστού στον όγκο ελέγχου και v_2 η ταχύτητα εξόδου. Σύμφωνα με τα προηγούμενα, καθαρή ροή θα υπάρχει μόνο κατά μία διεύθυνση. Επειδή η απόσταση εισόδου και εξόδου στον όγκο ελέγχου είναι απειροελάχιστη, θα είναι:



Σχ. 3.3α.

$$A_1 = A_2 = A$$

Το ισοζύγιο μάζας θα είναι:

$$\dot{m}_{\text{εισ}} = \dot{m}_{\text{εξ}} + d\dot{m}$$

όπου: $\dot{m}_{\text{εισ}}$ η στοιχειώδης μάζα που εισέρχεται στον όγκο ελέγχου σε χρόνο dt (παροχή μάζας εισόδου: $\dot{m}_{\text{εισ}} = dm_{\text{εισ}}/dt$), $\dot{m}_{\text{εξ}}$ η αντίστοιχη ποσότητα για την έξοδο και $d\dot{m}$ η μάζα που αποθηκεύεται στον όγκο ελέγχου ανά μονάδα χρόνου (ρυθμός αποθηκείσεως: $d\dot{m} = (dm_{\text{εξ}} - dm_{\text{εισ}})/dt$).

Η εισερχόμενη παροχή μάζας είναι:

$$\dot{m}_{\text{εισ}} = \dot{V}_{\text{εισ}} \cdot \rho_1 = \frac{ds \cdot A}{dt} \cdot \rho_1 = \frac{ds}{dt} \cdot A \cdot \rho_1 \Rightarrow \dot{m}_{\text{εισ}} = \rho_1 \cdot v_1 \cdot A$$

Αντίστοιχα, η εξερχόμενη παροχή μάζας είναι: $\dot{m}_{\text{εξ}} = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A$ και η μεταβολή μάζας ανά μονάδα χρόνου: $d\dot{m} = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A - \rho_1 \cdot v_1 \cdot A$

Η συσσώρευση μάζας στον όγκο ελέγχου dV , οδηγεί σε μεταβολή της πυκνότητας του ρευστού:

$$\begin{aligned} d\rho &= \frac{d\dot{m}_{\text{εισ}} - d\dot{m}_{\text{εξ}}}{dV} \Rightarrow \frac{d\rho}{dt} = -\frac{d\dot{m}}{dV} = \frac{\rho_1 \cdot v_1 \cdot A - \rho_2 \cdot v_2 \cdot A}{A \cdot ds} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\rho_1 \cdot v_1 - \rho_2 \cdot v_2}{ds} = \frac{d\rho}{dt} \Rightarrow \frac{d(\rho \cdot v)}{ds} = -\frac{d\rho}{dt} \end{aligned} \tag{3.8}$$

Η εξίσωση (3.8) εκφράζει την αρχή διατηρήσεως της μάζας στην περίπτωση της μονοδιάστατης (μόνιμης ή μεταβλητής) ροής.

Στη γενικότερη (και μεγαλύτερης ακρίβειας) θεώρηση της ροής ως τρισδιάστατης, η αντίστοιχη εξίσωση είναι:

$$\frac{\partial (\rho \cdot v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho \cdot v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho \cdot v_z)}{\partial z} = -\frac{d\rho}{dt} \tag{3.8a}$$

β) Μόνιμη ροή.

Στη **μόνιμη** ή **σταθερή ροή**, το ισοζύγιο μάζας απλοποιείται: Η παροχή της εισερχόμενης μάζας στον όγκο ελέγχου ισούται με την παροχή της εξερχόμενης μάζας του ρευστού. Αυτό προκύπτει άμεσα, αφού είναι αδύνατο να αυξάνει ή να μειώνεται συνεχώς η μάζα του ρευστού που βρίσκεται στον όγκο ελέγχου. Εξάλλου και από τον ορισμό της μόνιμης ροής, γνωρίζουμε πως η πυκνότητα σε κάποιο σημείο δεν μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο. Για το στοιχειώδη όγκο ελέγχου θα ισχύουν κατά συνέπεια:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{d\dot{m}}{dV} = 0$$

$$(3.8) \Rightarrow d(\rho \cdot v) = 0 \Rightarrow \rho \cdot dv = -v \cdot dp$$

$$\text{και} \quad \dot{m}_{\text{εισ}} = \dot{m}_{\text{εξ}} = \dot{m} = \rho \cdot v \cdot A$$

Γενικεύοντας για ρευματικό σωλήνα και λαμβάνοντας επιφάνεια A_i κάθετη στη ροή στην οποία η μέση ταχύτητα είναι v_i και η πυκνότητα ρ_i :

$$\dot{m} = \rho_i \cdot v_i \cdot A_i = \text{σταθ} \quad (3.9)$$

Δηλαδή στη μόνιμη ροή η παροχή μάζας παραμένει σταθερή και ίση με το γινόμενο της πυκνότητας επί την ταχύτητα, επί το εμβαδόν της κάθετης στην ταχύτητα διατομής σε κάποιο σημείο του αγωγού (σχ. 3.3β).

Επιλύοντας την εξίσωση (3.9) ως προς την ταχύτητα προκύπτει:

$$v_i = \frac{\dot{m}}{\rho_i \cdot A_i} = \dot{m} \cdot \frac{v_i}{A_i} \quad (3.9a)$$

Παρατηρούμε πως η ταχύτητα εξαρτάται τόσο από το εμβαδόν διατομής, όσο και από την πυκνότητα (ή τον ειδικό όγκο $v = 1/\rho$) του ρευστού.

Η εξίσωση (3.9) (εξίσωση συνέχειας) εκφράζει την αρχή διατηρήσεως της μάζας στην περίπτωση της μόνιμης ροής (συμπιεστών και ασυμπίεστων ρευστών).

Σημείωση: Για να ισχύει η εξίσωση (3.9), χρησιμοποιούμε τη μέση ταχύτητα που έχει το ρευστό στην (κάθετη στη ροή) επιφάνεια A και υποθέτουμε σταθερή την πυκνότητα σε όλα τα σημεία της επιφάνειας αυτής.

γ) Μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού.

Το ασυμπίεστο ρευστό έχει πρακτικά σταθερή πυκνότητα. Επιλύοντας την εξίσωση (3.9) ως προς τα σταθερά μεγέθη παίρνουμε:

$$\frac{\dot{m}}{\rho} = v \cdot A = \text{σταθ}$$

Αλλά το πηλίκον της παροχής μάζας προς την πυκνότητα ισούται με την παροχή όγκου Q :

$$\rho = \frac{\dot{m}}{V} = \frac{\dot{m}}{Q} \Rightarrow Q = \frac{\dot{m}}{\rho} .$$

$$\text{Άρα:} \quad \mathbf{Q = A_i \cdot v_i = \text{σταθ}} \quad (3.10)$$

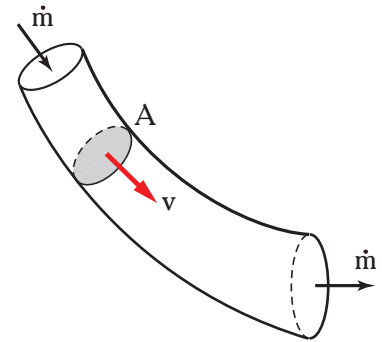
Δηλαδή, στη μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού, η παροχή όγκου είναι σταθερή και ίση με τη (μέση) ταχύτητα σε κάθετη διατομή του αγωγού επί το εμβαδόν αυτής της διατομής.

Επιλύοντας την εξίσωση (3.10) ως προς την ταχύτητα έχουμε:

$$v_i = \frac{Q}{A_i} \quad (3.10a)$$

Στη μόνιμη ροή ασυμπίεστων ρευστών η ταχύτητα είναι αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού διατομής του αγωγού. Έτσι, αν για παράδειγμα το εμβαδόν διατομής διπλασιαστεί, η ταχύτητα θα μειωθεί στο μισό της αρχικής.

Πρέπει να τονισθεί πως αυτό δεν ισχύει για όλα τα ρευστά. Σε ένα συμπίεστο ρευστό που βρίσκεται σε ροή, δεν είναι καθόλου σίγουρο πως η μείωση του εμβαδού διατομής θα επιφέρει αύξηση της ταχύτητας. Έτσι, στα ακροφύσια αέρα και ατμού (που σκοπό έχουν την αύξηση της ταχύτητας), διακρίνουμε



Σχ. 3.3β.

τμήμα συγκλίνον (σταδιακή μείωση του εμβαδού διατομής) και τμήμα αποκλίνον (σταδιακή αύξηση του εμβαδού διατομής). Και στα δύο τμήματα, η ταχύτητα αυξάνεται. (Αυτό συμβαίνει γιατί μετά από κάποια κρίσιμη πίεση, ο ειδικός όγκος του συμπιεστού ρευστού αυξάνεται με ρυθμούς που υπερβαίνουν την αύξηση του εμβαδού).

Η εξίσωση (3.10) εκφράζει το **Νόμο της Συνέχειας για Μόνιμη Ροή Ασυμπίεστων Ρευστών** και βρίσκει ευρεία εφαρμογή για την αντιμετώπιση τεχνικών προβλημάτων. [Φυσικά για τα ασυμπίεστα ρευστά ισχύει και η εξίσωση (3.9), η οποία καλύπτει και τη μόνιμη ροή συμπιεστών ρευστών].

δ) Μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού σε κυλινδρικό αγωγό.

Στους κυλινδρικούς αγωγούς (σωλήνες) η διατομή η κάθετη στη ροή είναι κυκλική και έχει εμβαδόν:

$$A_i = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (3.10) παίρνουμε:

$$Q = \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \cdot v_i = \text{σταθ} \quad (3.11)$$

και επιλύοντας ως προς την ταχύτητα:

$$v_i = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_i^2} \quad (3.11a)$$

Η εξίσωση (3.11a) δείχνει πως **σε μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού σε σωλήνα, η ταχύτητα είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της διαμέτρου του σωλήνα**. Έτσι, αν η διάμετρος διπλασιαστεί, η ταχύτητα του ρευστού θα μειωθεί τέσσερις φορές.

Παράδειγμα 4

Αργό πετρέλαιο πυκνότητας 887 Kg/m^3 ρέει μέσα στη σωλήνωση του σχήματος 3.3γ. Ο σωλήνας Α έχει εσωτερική διάμετρο 2 in, ο Β 3 in, οι Γ και Δ 1,5 in. Οι σωλήνες Γ και Δ έχουν ίση παροχή όγκου. Αν η παροχή στο σωλήνα Α είναι $7 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν οι ταχύτητες και οι παροχές μάζας σε όλους τους σωλήνες.

Λύση:

Δεδομένα:

$$\rho = 887 \text{ Kg/m}^3$$

$$d_A = 2 \text{ in} = 0,0508 \text{ m}$$

$$d_B = 3 \text{ in} = 0,0762 \text{ m}$$

$$d_\Gamma = d_\Delta = 1,5 \text{ in} = 0,0381 \text{ m}$$

$$Q_A = Q = 7 \text{ m}^3/\text{h} = 7/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

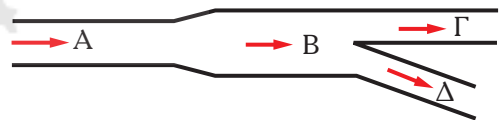
$$Q_\Gamma = Q_\Delta$$

Εφαρμόζοντας το ισοζύγιο μάζας για όλο το σύστημα: $\dot{m}_A = \dot{m}_B = \dot{m}_\Gamma + \dot{m}_\Delta$.

Και επειδή το ρευστό είναι ασυμπίεστο (ρ σταθερό): $Q_A = Q_B = Q_\Gamma + Q_\Delta$

Η εξίσωση της συνέχειας για μόνιμη ροή ασυμπίεστων ρευστών σε κυλινδρικούς αγωγούς (3.11) εφαρμόζεται για κάθε σωλήνα χωριστά:

$$Q = \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \cdot v_i = \text{σταθ} \Rightarrow v_A = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_A^2} \Rightarrow v_A = 0,959 \text{ m/s}$$



Σχ. 3.3γ.

$$\text{Αντίστοιχα: } Q = \frac{\pi d_B^2}{4} \cdot v_B \Rightarrow v_B = 0,426 \text{ m/s}$$

$$\text{και } Q_\Gamma = Q_\Delta = Q/2 \Rightarrow v_\Gamma = v_\Delta = 0,853 \text{ m/s}$$

Για τον υπολογισμό της ροής μάζας χρησιμοποιούμε τη σχέση ορισμού της πυκνότητας (τη σχέση αυτή χρησιμοποιούμε σε κάθε περίπτωση που θέλουμε να περάσουμε από παροχή όγκου σε παροχή μάζας ή αντίστροφα):

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\dot{m}}{Q} \Rightarrow \dot{m} = \rho \cdot Q \Rightarrow \dot{m}_i = \rho_i \cdot Q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{m}_A = \dot{m}_B = 6209 \text{ Kg/h} = 1,725 \text{ Kg/s}$$

$$\dot{m}_\Gamma = \dot{m}_\Delta = 3104,5 \text{ Kg/h} = 0,862 \text{ Kg/s}$$

Παράδειγμα 5

Στο ακροφύσιο του σχήματος 3.36 στο οποίο καταλήγει σωλήνας διαμέτρου 18 cm, θέλουμε να έχουμε ταχύτητα εξόδου νερού 12 m/s. Αν η διάμετρος στην έξοδο είναι 6 cm, να υπολογισθούν: α) Η ταχύτητα που πρέπει να έχει το νερό μέσα στο σωλήνα. β) Πόσα Kg νερού θα εκτοξεύονται σε δέκα λεπτά. γ) Το είδος ροής στο σωλήνα.

Λύση:

Δεδομένα:

$$v_2 = 12 \text{ m/s}$$

$$d_1 = 18 \text{ cm} = 0,18 \text{ m}, \quad d_2 = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$$

Ζητούμενα: v_1 , m/10 min, είδος ροής σωλήνα.

α) Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας στο σημείο 2:

$$Q = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 = \text{σταθ} \Rightarrow Q = 0,0339 \text{ m}^3/\text{s} (= 122 \text{ m}^3/\text{h})$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της συνέχειας στο σημείο 1:

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 1,33 \text{ m/s}$$

$$[\text{Επίσης: } Q = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow v_1 = v_2 / 9 = 1,33 \text{ m/s}]$$

β) Για να υπολογίσουμε την ποσότητα (μάζα ή όγκο) που ρέει σε ορισμένο χρόνο, αξιοποιούμε τις σχέσεις ορισμού των παροχών:

$$V = Q \cdot t \Rightarrow V = 0,0339 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 600 \text{ s} \Rightarrow V = 20,34 \text{ m}^3$$

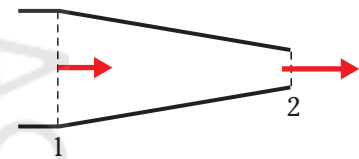
Η πυκνότητα του νερού είναι $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow m = 20.340 \text{ Kg}$$

γ) Το είδος της ροής στο σωλήνα καθορίζεται από τον αριθμό Reynolds: $Re = v_1 \cdot d_1 / \nu$

Δεν αναφέρεται θερμοκρασία νερού και υποθέτουμε πως είναι η συνήθης του περιβάλλοντος, οπότε λαμβάνουμε (Πίν. 1.2.12) $\mu = 10^{-3} \text{ Kg/ms}$ και $\nu = \mu/\rho = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Αντικαθιστώντας: $Re = 2,4 \cdot 10^5$. Άρα η ροή είναι τυρβώδης.

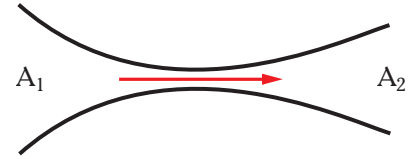


Σχ. 3.36.

Παράδειγμα 6

Αέρας εισέρχεται σε ακροφύσιο με ταχύτητα 60 m/s, πίεση 10 bar και θερμοκρασία 900°C και εξέρ-

χεται με πίεση 1 bar και θερμοκρασία 330°C (σχ. 3.3ε). Αν το εμβαδόν διατομής της εισόδου είναι διπλάσιο από της εξόδου, να υπολογισθεί η ταχύτητα στην έξοδο του ακροφυσίου. (Για τον αέρα ισχύει η καταστατική εξίσωση: $p \cdot v = R \cdot T$ με $R = 0,287 \text{ KJ/KgK}$).



Σχ. 3.3ε.

Λύση:

Στα συμπιεστά ρευστά ισχύει η εξίσωση (3.9):

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{A_1}{A_2} \quad (1)$$

Από την καταστατική εξίσωση, υπολογίζουμε τις πυκνότητες του αέρα στην είσοδο και την έξοδο του προφυσίου:

$$p \cdot v = R \cdot T \Rightarrow p/\rho = R \cdot T \Rightarrow \rho = p/(R \cdot T)$$

$$(p_1 = 10 \text{ bar} = 1000 \text{ KPa}, T_1 = 900 \text{ }^\circ\text{C} = 1173 \text{ K}) \Rightarrow \rho_1 = 2,97 \text{ Kg/m}^3$$

$$(p_2 = 1 \text{ bar} = 100 \text{ KPa}, T_2 = 330 \text{ }^\circ\text{C} = 603 \text{ K}) \Rightarrow \rho_2 = 0,578 \text{ Kg/m}^3$$

Αντικαθιστώντας στην (1): $v_2 = 716 \text{ m/s}$

ε) Μέση ταχύτητα.

Η ταχύτητα σε όλα τα σημεία μιας διατομής ροϊκού σωλήνα κάθετης στη ροή, είναι σταθερή μόνο όταν το ρευστό είναι ιδανικό. Σε διατομές αγωγών που ρέουν πραγματικά ρευστά, αυτό είναι αδύνατο να συμβεί. Όπως είδαμε (παράγρ. 3.1.5), η ταχύτητα σε μια κάθετη διατομή μεταβάλλεται σε όλο το πλάτος του οριακού στρώματος (αυξάνεται με την απόσταση y από το τοίχωμα). Για τους υπολογισμούς της παροχής του ρευστού σε αγωγό (εξισώσεις 3.9 έως 3.11) πρέπει να υπολογίσουμε και να χρησιμοποιήσουμε τη μέση ταχύτητα ροής.

Η παροχή μάζας στο στοιχειώδες εμβαδόν dA , είναι: $\rho \cdot v_r \cdot dA$, όπου: v_r η τοπική ταχύτητα του ρευστού. Ολοκληρώνοντας για όλο το εμβαδόν της κάθετης επιφάνειας A , παίρνομε τη συνολική ροή μάζας. Θεωρώντας την πυκνότητα σταθερή σε όλη την έκταση της επιφάνειας A , προκύπτει:

$$\dot{m} = \rho \cdot \int_A v_r \cdot dA$$

Παίρνοντας υπόψη την εξίσωση (3.9) και επιλύοντας ως προς τη μέση ταχύτητα v :

$$v = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A} = \frac{1}{A} \cdot \int_A v_r \cdot dA \quad (3.12)$$

Αυτή είναι η μέση ταχύτητα ροής στην επιφάνεια A . Με τη χρήση της αντιμετωπίζουμε ικανοποιητικά το ισοζύγιο μάζας (αλλά όπως θα δούμε, δημιουργούνται κάποια υπολογιστικά προβλήματα στα ισοζύγια ενέργειας και ορμής).

3.4 Ισοζύγιο ενέργειας.

Σύμφωνα με την **Αρχή Διατηρήσεως της Ενέργειας** (ή τον Πρώτο Νόμο της Θερμοδυναμικής), η ενέργεια δεν δημιουργείται ούτε καταστρέφεται. Δύναται να αλλάζει μορφές που είναι ποσοτικά ισοδύναμες μεταξύ τους ή να ρέει από σύστημα σε σύστημα.

3.4.1 Μορφές ενέργειας.

Από τη θερμοδυναμική γνωρίζομε ότι ένα σώμα είναι φορέας ενέργειας που βρίσκεται αποθηκευμένη στην ύλη του, έχει κινητική ενέργεια (λόγω κινήσεως) και δυναμική ενέργεια (λόγω θέσεως και αλληλεπιδράσεως με άλλα σώματα). Γνωρίζομε ακόμα πως η ενέργεια δύναται να μεταβιβάζεται από

σύστημα σε σύστημα με τη διαμεσολάβηση των ειδικών μορφών μεταφοράς της: του έργου και της θερμότητας. Πριν προχωρήσουμε στη διαμόρφωση του ισοζυγίου που θα εκφράζει την αρχή διατηρήσεως της ενέργειας, ας εξετάσουμε πιο συγκεκριμένα τις διάφορες μορφές ενέργειας που συναντώνται στη ροή των ρευστών.

α) Κινητική ενέργεια ρέοντος ρευστού.

Ένα σώμα κινούμενο με ταχύτητα v έχει κινητική ενέργεια:

$$E_{\text{κιν}} = m \cdot \frac{v^2}{2}$$

Σε όγκο ελέγχου ροής εισέρχεται στοιχειώδης μάζα ρευστού dm σε χρόνο dt , κινούμενη με τοπική ταχύτητα v . Η κινητική της ενέργεια είναι:

$$E_{\text{κιν}} = dm \cdot \frac{v^2}{2}$$

Παρατηρούμε πως η κινητική ενέργεια στοιχειώδους μάζας m ρευστού είναι **ανάλογη του τετραγώνου της τοπικής ταχύτητας v** .

Στον όγκο ελέγχου ροής, μαζί με τη μάζα εισέρχεται και κινητική ενέργεια με ρυθμό:

$$\frac{E_{\text{κιν}}}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot \frac{v^2}{2} \Rightarrow \dot{E}_{\text{κιν,εισ}} = \dot{m} \cdot \frac{v^2}{2}$$

Η ποσότητα $\dot{m} \cdot \frac{v^2}{2}$ εκφράζει την κινητική **ενέργεια ανά μονάδα χρόνου** που εισέρχεται στον όγκο ελέγχου και στο SI μετρείται σε $J/s = W$ ή $KJ/s = KW$.

Σε ορισμένες περιπτώσεις μας ενδιαφέρει η (εισερχόμενη κινητική) **ενέργεια ανά μονάδα μάζας** ρευστού. Αυτή είναι:

$$\frac{\dot{E}_{\text{κιν,εισ}}}{\dot{m}} = \frac{v^2}{2}$$

και στο SI μετρείται σε $J/Kg = m^2/s^2$ ή KJ/Kg .

Μεγαλύτερο ενδιαφέρον στη Μηχανική των Ρευστών παρουσιάζει η **ενέργεια ανά μονάδα βάρους** ρευστού:

$$\frac{\dot{E}_{\text{κιν,εισ}}}{\dot{m} \cdot g} = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

και στο SI μετρείται σε $J/N = KJ/KN = m$. Δηλαδή **η ενέργεια ανά μονάδα βάρους έχει διαστάσεις μήκους**. Το γεγονός αυτό μας επιτρέπει να μιλάμε για «ύψος ενέργειας».

Τέλος χρήσιμη είναι και η αναγωγή της κινητικής **ενέργειας ανά μονάδα όγκου**:

$$\frac{\dot{E}_{\text{κιν,εισ}}}{Q} = \frac{\dot{E}_{\text{κιν,εισ}}}{\dot{m} / \rho} = \rho \cdot \frac{v^2}{2}$$

Στο SI μετρείται σε $J/m^3 = N \cdot m/m^3 = Pa$ ή $KJ/m^3 = KPa$. Δηλαδή **η ενέργεια ανά μονάδα όγκου έχει διαστάσεις πίεσεως**.

Όλα τα παραπάνω, ισχύουν αντίστοιχα και για την κινητική ενέργεια που εξέρχεται από τον όγκο ελέγχου ροής.

Οι αναγωγές της ενέργειας στη μονάδα του χρόνου ($KJ/s = KW$), στη μονάδα μάζας (KJ/Kg), και κυρίως στη μονάδα βάρους (m) και στη μονάδα όγκου (KPa) είναι ιδιαίτερα χρήσιμες στη Μηχανική των Ρευστών. Φυσικά, δεν περιορίζονται μόνο στην κινητική ενέργεια, αλλά επεκτείνονται σε όλες τις μορφές της.

β) Δυναμική ενέργεια ρέοντος ρευστού.

Εξετάζουμε το φαινόμενο της ροής στο πεδίο βαρύτητας. Κατά συνέπεια η στοιχειώδης μάζα dm που εισέρχεται στον όγκο ελέγχου ροής έχει δυναμική ενέργεια:

$$E_{\delta_{\text{ου},\text{εισ}}} = dm \cdot g \cdot y_1$$

όπου g : η επιτάχυνση της βαρύτητας και y_1 το ύψος της εισόδου στον όγκο ελέγχου. Από την έξοδο του όγκου ελέγχου εξέρχεται ποσότητα δυναμικής ενέργειας που υπολογίζεται από τον ίδιο τύπο.

Σε αντιστοιχία με τις αναγωγές που έγιναν για την κινητική ενέργεια:

Δυναμική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου:

$$\dot{E}_{\delta_{\text{ου},\text{εισ}}} = \dot{m} \cdot g \cdot y_1 \quad (\text{W, KW})$$

Δυναμική ενέργεια ανά μονάδα μάζας:

$$E_{\delta_{\text{ου},\text{εισ}}}/m = g \cdot y_1 \quad (\text{J/Kg, KJ/Kg})$$

Δυναμική ενέργεια ανά μονάδα βάρους:

$$E_{\delta_{\text{ου},\text{εισ}}}/mg = y_1 \quad (\text{m})$$

Δυναμική ενέργεια ανά μονάδα όγκου:

$$E_{\delta_{\text{ου},\text{εισ}}}/V = \gamma \cdot y_1 \quad (\text{Pa, KPa})$$

γ) Εσωτερική ενέργεια ρέοντος ρευστού.

Όπως γνωρίζουμε από τη θερμοδυναμική (και υπενθυμίσαμε στο Πρώτο Κεφάλαιο), κάθε υλικό σώμα περιέχει ενέργεια η οποία οφείλεται στην άτακτη κίνηση των μορίων του –κινητική ενέργεια μορίων– και στις διαμοριακές δυνάμεις –δυναμική ενέργεια μορίων. (Αποθηκευμένη ενέργεια έχει το σώμα και μέσα στα μόρια –χημική ενέργεια– και ακόμα βαθύτερα, στα άτομα και στους πυρήνες των ατόμων. Αυτές όμως οι μορφές ενέργειας στα φαινόμενα που εξετάζουμε δεν μεταβάλλονται και δεν θα μας απασχολήσουν). Η αποθηκευμένη στο σώμα ενέργεια ανά μονάδα μάζας, αποτελεί θερμοδυναμική ιδιότητα του σώματος και καλείται ειδική **εσωτερική ενέργεια u** (στο SI έχει μονάδες J/Kg ή KJ/Kg). Επομένως με την είσοδο της στοιχειώδους μάζας ρευστού dm , στον όγκο ελέγχου εισέρχεται και η εσωτερική της ενέργεια:

$$U = dm \cdot u$$

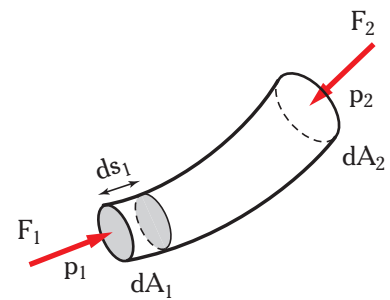
Η εσωτερική ενέργεια μεταβάλλεται όταν μεταβληθεί η θερμοκρασία του σώματος ($\Delta u = c_v \Delta T$). Σε φαινόμενα μόνιμης ροής ρευστών στα οποία η θερμοκρασία παραμένει σταθερή (ισοθερμοκρασιακή ροή), η εσωτερική ενέργεια δεν παίζει ρόλο, αφού όση εισέρχεται στη μονάδα του χρόνου στον όγκο ελέγχου, τόση ακριβώς εξέρχεται από αυτόν. Αλλά και όταν με τις τριβές, ένα μέρος της μηχανικής ενέργειας, μεταβληθεί σε εσωτερική ενέργεια ασυμπίεστου ρευστού, η ενέργεια αυτή δεν είναι ανακτήσιμη ως μηχανική, λόγω της φύσεως του ρευστού. Άρα θεωρείται ενεργειακή απώλεια.

δ) Έργο δυνάμεων πίεσης.

Οι τρεις μορφές ενέργειας που εξετάσαμε, συνοδεύουν τη ρέουσα μάζα και μαζί μ' αυτήν εισέρχονται και εξέρχονται στον όγκο ελέγχου ροής.

Στο φαινόμενο της ροής όμως, παρουσιάζονται και δυνάμεις οι οποίες παράγουν ή καταναλώνουν έργο. Αυτές είναι οι δυνάμεις πίεσης του ρευστού και οι δυνάμεις που αντιστέκονται στη ροή (δυνάμεις τριβής). Οι δυνάμεις αυτές ασκούνται κατά τη διεύθυνση της ροής.

Στην είσοδο του όγκου ελέγχου μονοδιάστατης ροής του σχήματος 3.4α, η δύναμη πίεσης F_1 είναι ίδιας φοράς με την ταχύτητα ροής v_1



Σχ. 3.4α.

και έχει μέτρο: $F_1 = p_1 \cdot dA$

Σε χρόνο dt το σημείο εφαρμογής της μετατοπίζεται κατά απόσταση: $ds = v_1 \cdot dt$

Άρα το έργο της δύναμews πίεσεως είναι: $W_{p1} = F_1 \cdot ds = p_1 \cdot dA_1 \cdot ds_1 = p_1 \cdot dV_1$
όπου: dV_1 ο όγκος του ρευστού που διέρχεται από την είσοδο του όγκου ελέγχου στο χρόνο dt . Είναι (από τον ορισμό της παροχής όγκου):

$$dV_1 = Q_1 \cdot dt \Rightarrow W_{p1} = p_1 \cdot Q_1 \cdot dt \Rightarrow \dot{W}_{p1} = p_1 \cdot Q \Rightarrow \dot{W}_{p1} = \dot{m} \cdot \frac{p_1}{\rho_1}$$

Ο τύπος αυτός εκφράζει το **έργο της δύναμews πίεσεως** ανά μονάδα χρόνου (KW).

Ανά μονάδα μάζας η αντίστοιχη ποσότητα είναι:

$$w = \frac{p}{\rho} = p \cdot u \quad (\text{KJ/Kg})$$

Επειδή η πίεση είναι ιδιότητα του ρέοντος ρευστού, η ποσότητα p/ρ καλείται συνήθως **ενέργεια πίεσεως** (ανά μονάδα μάζας).

Στη θερμοδυναμική, το άθροισμα της ειδικής εσωτερικής ενέργειας και της ενέργειας πίεσεως ορίζει την ειδική ενθαλπία: $h = u + p/\rho = u + p \cdot u$

Το έργο της δύναμews πίεσεως ανά μονάδα όγκου διερχόμενου ρευστού για μόνιμη ροή, ισούται με p ($\text{KJ/m}^3 = \text{KPa}$) και ανά μονάδα βάρους: p/γ ($\text{KJ/KN} = \text{m}$).

Για να υπολογίσουμε το συνολικό έργο των δυνάμewν πίεσεως στον όγκο ελέγχου, πρέπει να εξετάσουμε και το αντίστοιχο έργο της δύναμews πίεσεως στην έξοδο του. Εδώ, η (εξωτερική ως προς τον όγκο ελέγχου) δύναμη πίεσεως έχει φορά αντίθετη από αυτή της ταχύτητας και κατά συνέπεια το έργο της είναι αρνητικό: $W_{p2} = -F_2 \cdot ds = -p_2 \cdot dA_2 \cdot ds_2 = -p_2 \cdot dV_2$

Το συνολικό έργο των δυνάμewν πίεσεως είναι: $W_p = p_1 \cdot dA_1 \cdot ds_1 - p_2 \cdot dA_2 \cdot ds_2 = p_1 \cdot dV_1 - p_2 \cdot dV_2$

Το έργο αυτό καλείται **έργο μετατοπίσεως** ή **έργο ροής** (flow work).

- Έργο τριβής.

Κατά τη ροή ιδανικού ρευστού, δεν υπάρχουν τριβές. Αλλά όπως είδαμε, κατά τη ροή πραγματικών ρευστών σε αγωγούς, ασκούνται διατμητικές τάσεις σε όλο το πλάτος του οριακού στρώματος που αντιστέκονται στη ροή. Αυτές οφείλονται στα τοιχώματα των αγωγών (τραχύτητα τοιχωμάτων και δυνάμεις προσφύσεως μεταξύ τοιχώματος και ρευστού), στο ιξώδες των ρευστών, αλλά και στο δινοϊξώδες που παρουσιάζεται στην τυρβώδη ροή. Αυτές οι δυνάμεις ανά μονάδα επιφάνειας, καταναλώνουν έργο W_t που αφαιρείται από το σύστημα ροής (**ενεργειακές απώλειες λόγω τριβών**).

Ο υπολογισμός των απωλειών μπορεί να γίνει με την αξιοποίηση του ενεργειακού ισοζυγίου. Στην ειδική (αλλά τόσο σημαντική) περίπτωση μόνιμης ροής ασυμπίεστου ρευστού σε σωλήνες, υπάρχουν εμπειρικοί τύποι για τον υπολογισμό των απωλειών ενέργειας, οι οποίοι θα μας απασχολήσουν στο επόμενο κεφάλαιο.

- Έργο αντλίας ή στροβίλου.

Εκτός από το έργο που χάνεται από τον όγκο ελέγχου προς το περιβάλλον λόγω τριβών, είναι πιθανόν να υπάρχει και **έργο προσδιδόμενο** στο σύστημα (π.χ. στα υγρά από μία αντλία, W_p) ή **έργο αφαιρούμενο** από το σύστημα (π.χ. με την παρεμβολή ενός στροβίλου, W_t).

ε) Ανταλλαγή θερμότητας.

Εάν μεταξύ του ρευστού εντός του όγκου ελέγχου ροής και του περιβάλλοντος υπάρχει διαφορά θερμοκρασίας, τότε υπάρχει ανταλλαγή θερμότητας. Αν η θερμοκρασία του ρευστού είναι μεγαλύτερη από αυτή του περιβάλλοντος, θερμότητα ρέει από το σύστημα προς το περιβάλλον. Το αντίθετο συμβαίνει αν

η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι μεγαλύτερη.

Το φαινόμενο μεταφοράς θερμότητας μεταξύ ρέοντος ρευστού και περιβάλλοντος, συναντάται πολύ συχνά στην παραγωγική διαδικασία. Σ' αυτό εντάσσονται και οι εναλλάκτες θερμότητας (ψυγεία μηχανών, συμπυκνωτές, λέβητες, θερμαντικά σώματα κ.λπ.). Η αντιμετώπισή του αποτελεί ιδιαίτερα πολύπλοκο πρόβλημα και εξετάζεται στη θερμοδυναμική (στην ειδική ενότητα που αναφέρεται στη μεταφορά θερμότητας).

Αν και στο γενικό ισοζύγιο ενέργειας θα συνυπολογισθεί και η ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ ρέοντος ρευστού και περιβάλλοντος, στις εφαρμογές που θα μας απασχολήσουν, **θα θεωρήσουμε πως η ανταλλαγή θερμότητας είναι αμελητέα.**

Στον Πίνακα 3.4.1 δίνονται περιληπτικά τα όσα αναπτύχθηκαν παραπάνω.

Πίνακας 3.4.1
Μορφές ενέργειας που συναντάμε στη ροή ρευστού.

	E	E / t	E / m	E / B	E / V	Παρατηρήσεις
	J KJ	W KW	J/Kg KJ/Kg*	m	Pa KPa	* Προσοχή: m ² /s ² = J/Kg
Κινητική ενέργεια	$m \cdot \frac{v^2}{2}$	$\dot{m} \cdot \frac{v^2}{2}$	$\frac{v^2}{2}$	$\frac{v^2}{2 \cdot g}$	$\rho \cdot \frac{v^2}{2}$	Μορφές ενέργειας που μεταφέρονται από το ρευστό
Δυναμική ενέργεια	$m \cdot g \cdot y$	$\dot{m} \cdot g \cdot y$	$g \cdot y$	y	$\gamma \cdot y$	
Εσωτερική ενέργεια	$m \cdot u$	$\dot{m} \cdot u$	u	$\frac{u}{g}$	$\rho \cdot u$	
Ενέργεια πιέσεως	$m \cdot \frac{p}{\rho}$	$\dot{m} \cdot \frac{p}{\rho}$	$\frac{p}{\rho}$	$\frac{p}{\gamma}$	p	
Έργο	$m \cdot w$	$\dot{m} \cdot w$	w	$\frac{w}{g} = h$	$\rho \cdot w$	Ανταλλαγή μεταξύ όγκου ελέγχου και περιβάλλοντος
Θερμότητα	$m \cdot q$	$\dot{m} \cdot q$	q	$\frac{q}{g}$	$\rho \cdot q$	

3.4.2 Ισοζύγιο ενέργειας για μόνιμη ροή.

Θεωρούμε το στοιχειώδη όγκο ελέγχου μόνιμης ροής του σχήματος 3.4β. Το ρευστό εισέρχεται από τη διατομή 1 που βρίσκεται σε ύψος y₁, με ταχύτητα v₁ και πίεση p₁. Εξέρχεται από τη διατομή 2 (y₂, v₂ και p₂ τα αντίστοιχα μεγέθη).

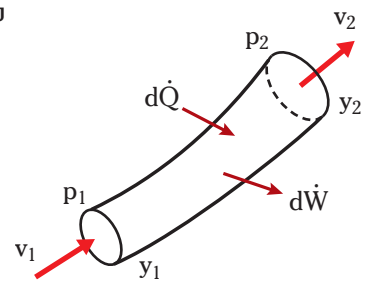
Εφαρμόζοντας το γενικό ισοζύγιο για την ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που ανταλλάσσει το σύστημα ε το περιβάλλον (ΕΙΣ = ΕΞ), θα πάρουμε:

$$\dot{E}_{κιν1} + \dot{E}_{δov1} + \dot{U}_1 + \dot{W}_{p1} + d\dot{Q} = \dot{E}_{κιν2} + \dot{E}_{δov2} + \dot{U}_2 + \dot{W}_{p2} + d\dot{W}_t \Rightarrow$$

$$(\dot{E}_{κιν1} - \dot{E}_{κιν2}) + (\dot{E}_{δov1} - \dot{E}_{δov2}) + (\dot{U}_1 - \dot{U}_2) + (\dot{W}_{p1} - \dot{W}_{p2}) = d\dot{W}_t - d\dot{Q}$$

και επειδή εξετάζουμε στοιχειώδη όγκο ελέγχου:

$$d\dot{E}_{κιν} + d\dot{E}_{δov} + d\dot{U} + d\dot{W}_p = d\dot{Q} - d\dot{W}_t$$



Σχ. 3.4β.

Αντικαθιστώντας με βάση τα προηγούμενα:

$$d \frac{\dot{m} \cdot v^2}{2} + d(\dot{m} \cdot g \cdot y) + d(\dot{m} \cdot u) + d \left(\dot{m} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} \right) = d\dot{Q} - d\dot{W}_t$$

Και αναπτύσσοντας:

$$\dot{m} \cdot (\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v} + \mathbf{g} \cdot d\mathbf{y} + du + p \cdot d\mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot d\mathbf{p}) = d\dot{Q} - d\dot{W} \quad (3.13)$$

όπου: \dot{m} η παροχή μάζας, v η ταχύτητα, y το ύψος, u η ειδική εσωτερική ενέργεια, p η πίεση, \mathbf{u} ο ειδικός όγκος ($u = 1/\rho$), $d\dot{Q}$ η ροή θερμότητας (από το περιβάλλον προς το σύστημα) και $d\dot{W}$ η ροή έργου (από το σύστημα προς το περιβάλλον).

Η εξίσωση (3.13) εκφράζει το ισοζύγιο ενέργειας για σταθερή μονοδιάστατη ροή ρευστού σε στοιχειώδη όγκο ελέγχου.

Ολοκληρώνοντας μεταξύ δύο διατομών αγωγού (με την απλοποίηση πως η ταχύτητα σε κάθε διατομή είναι σταθερή), προκύπτει:

$$\dot{m} \cdot \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \mathbf{g} \cdot (\mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_1) + (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) + \left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_2} \right) \right) = \dot{Q} - \dot{W} \quad (3.14)$$

Σημείωση: Στις εξισώσεις (3.13) και (3.14) θα καταλήγαμε αν εφαρμόζαμε τον Πρώτο Νόμο της Θερμοδυναμικής για μόνιμη ροή σε ανοικτό σύστημα:

Στη γενική του μορφή:

$$\dot{E}_1 + \dot{Q} = \dot{E}_2 + \dot{W} \Leftrightarrow \dot{E}_2 - \dot{E}_1 = \dot{Q} - \dot{W}$$

όπου: $\dot{E}_i = \dot{m} \cdot \left(h_i + \frac{v_i^2}{2} + \mathbf{g} \cdot \mathbf{y}_i \right)$ οι ποσότητες ενέργειας που εισέρχονται και εξέρχονται με το ρευστό στη μονάδα του χρόνου, \dot{Q} η θερμότητα που ανταλλάσσει το σύστημα με το περιβάλλον στη μονάδα του χρόνου (θεωρούμενη θετική όταν εισέρχεται στο σύστημα) και \dot{W} το έργο που ανταλλάσσει το σύστημα με το περιβάλλον στη μονάδα του χρόνου (θεωρούμενο θετικό όταν εξέρχεται από το σύστημα). Αρκεί να λάβουμε υπόψη τον ορισμό της ενθαλπίας από τη θερμοδυναμική:

$$h = u + p \cdot u = u + \frac{p}{\rho}$$

(όπου: u εσωτερική ενέργεια, p πίεση, u ειδικός όγκος, ρ πυκνότητα).

Το ισοζύγιο ενέργειας ρέοντος ρευστού αποτελεί το πεδίο, στο οποίο εφάπτονται η Μηχανική των Ρευστών με τη Θερμοδυναμική. Όσον αφορά στα εφαρμοσμένα προβλήματα, μπορούμε να πούμε πως τη θερμοδυναμική την απασχολούν κυρίως προβλήματα ροής στα οποία καθοριστικό ρόλο παίζουν η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας (και της ενθαλπίας) και οι ανταλλαγές έργου και θερμότητας μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος. Αντίθετα στα περισσότερα προβλήματα που αντιμετωπίζει η Μηχανική των Ρευστών, η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας και η ανταλλαγή θερμότητας είναι αμελητέες.

3.4.3 Η εξίσωση Bernoulli.

Ισοζύγιο ενέργειας για μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού.

Στα ασυμπίεστα ρευστά η πυκνότητα παραμένει σταθερή: $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ και η εξίσωση (3.14) γίνεται:

$$\dot{m} \cdot \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \mathbf{g} \cdot (\mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_1) + (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} \right) = \dot{Q} - \dot{W} \quad (3.14a)$$

Αν η ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον είναι αμελητέα ($\dot{Q} \approx 0$), η θερμοκρασία του ασυμπίεστου ρευστού παραμένει πρακτικά σταθερή και –κατά συνέπεια– η εσωτερική ενέργεια δεν μεταβάλλεται ($u_2 - u_1 \approx 0$). (Κάποια αύξηση της εσωτερικής ενέργειας λόγω τριβών, θεωρείται ενεργειακή απώλεια για το σύστημα – έργο τριβών).

Τακτοποιώντας τους υπόλοιπους όρους της εξίσωσης (3.14a), προκύπτει το ισοζύγιο ενέργειας για αδιάθετη μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού:

$$\dot{m} \cdot \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \mathbf{g} \cdot (\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2) \right) = \dot{W} \quad (3.15)$$

Παρατηρούμε πως οι όροι του ισοζυγίου (ενέργεια πίεσης, κινητική και δυναμική ενέργεια, έργο) είναι μορφές μηχανικής ενέργειας.

Τα επί μέρους ενεργειακά μεγέθη στην εξίσωση (3.15) εκφράζουν ενέργεια **ανά μονάδα χρόνου** (μετρούμενη στο SI σε W ή KW).

– Αν διαιρέσουμε τα δύο μέλη της εξίσωσης (3.15) διά της παροχής μάζας, παίρνουμε αντίστοιχη εξίσωση ισοζυγίου, στην οποία τα ενεργειακά μεγέθη εκφράζονται **ανά μονάδα μάζας** (J/Kg ή KJ/Kg):

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \mathbf{g} \cdot (\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2) = w \quad (3.15a)$$

– Αν διαιρέσουμε τους όρους της εξίσωσης (3.15) διά της παροχής όγκου (που για τα ασυμπίεστα ρευστά είναι σταθερή), παίρνουμε εξίσωση ισοζυγίου στην οποία τα ενεργειακά μεγέθη εκφράζονται **ανά μονάδα όγκου**. Η ενέργεια ανά μονάδα όγκου έχει διαστάσεις πίεσης (SI: $J/m^3 = N \cdot m/m^3 = N/m^2 = Pa$ ή $KJ/m^3 = KPa$):

$$(p_1 - p_2) + \rho \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \gamma \cdot (\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2) = p_w \quad (3.15b)$$

– Τέλος (και σημαντικότερο), αν τους όρους της (3.15) τους διαιρέσουμε διά της παροχής βάρους ($B = \dot{m} \cdot g$), παίρνουμε εξίσωση στην οποία τα ενεργειακά μεγέθη εκφράζονται **ανά μονάδα βάρους**:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2) = \Sigma h \quad (3.16)$$

Η ενέργεια ανά μονάδα βάρους έχει διαστάσεις μήκους (στο SI οι μονάδες είναι: $J/N = N \cdot m/N = m$ ή $KJ/KN = m$). Αυτό καθιστά ιδιαίτερα εύχρηστη την παραπάνω μορφή του ισοζυγίου μηχανικής ενέργειας.

Στην εξίσωση (3.16), ο όρος $\frac{p_1 - p_2}{\gamma}$ εκφράζει τη μεταβολή της ενέργειας πίεσης ανά μονάδα βάρους (ακριβολογώντας, το έργο των δυνάμεων πίεσης ή το έργο ροής), ο $\frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g}$, τη μεταβολή της

κινητικής ενέργειας και ο $(\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2)$, τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα βάρους ρευστού, μεταξύ των σημείων 1 και 2. Ο όρος Σh εκφράζει το έργο που εξέρχεται από τη μονάδα βάρους του ρευστού προς το περιβάλλον λόγω των τριβών, είναι δηλαδή οι ενεργειακές απώλειες. Αν υπάρχει και ωφέλιμο εξερχόμενο έργο h_t (π.χ. από την περιστροφή ενός υδροστροβίλου), αυτό θα προστεθεί, αφού αν στο ρευστό παρέχουμε έργο h_p (με τη χρήση αντλίας), το έργο αυτό θα αφαιρεθεί από το δεύτερο μέλος της εξίσωσης (3.16):

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_2) = \Sigma h + h_t - h_p \quad (3.16a)$$

Στη **ροή ιδανικού ρευστού** δεν υπάρχουν απώλειες τριβών: $\Sigma h = 0$. Το ίδιο ισχύει όταν εξετάζουμε ροϊκό σωλήνα ευρισκόμενο στην περιοχή της ατριβούς ροής (έξω από το οριακό στρώμα). Αλλά και σε αρκετά προβλήματα ροής σε πραγματικούς αγωγούς (π.χ. όταν επικρατούν χαμηλές ταχύτητες και τα

τοιχώματα των αγωγών είναι λεία ή όταν η απόσταση μεταξύ των διατομών 1 και 2 είναι πολύ μικρή), μπορούμε με ικανοποιητική προσέγγιση να θεωρήσουμε $\Sigma h \approx 0$. Τότε η εξίσωση (3.10γ) παίρνει την απλούστερη μορφή:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = 0$$

και τακτοποιώντας κατάλληλα τους όρους:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + y_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + y_2 = \text{σταθ} \quad (3.16\beta)$$

Η εξίσωση αυτή εκφράζει το **Θεώρημα του Bernoulli** (ο οποίος το διατύπωσε πρώτος το 1738): **Σε μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού χωρίς τριβές, το άθροισμα της ενέργειας πίεσεως της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα βάρους ρευστού, παραμένει σταθερό σε οποιαδήποτε διατομή κάθετη στη ροή.**

Συχνά το ισοζύγιο μηχανικής ενέργειας καλείται και **εξίσωση Bernoulli**.

3.4.4 Ενεργειακά ύψη – Πιεζομετρική γραμμή.

α) Ενεργειακά ύψη.

Όπως είδαμε, ο κάθε όρος των εξισώσεων (3.16), (3.16α) και (3.16β) εκφράζει ενέργεια ανά μονάδα βάρους και έχει διαστάσεις μήκους. Αυτό μας επιτρέπει να μιλάμε για **ενεργειακά ύψη**.

- Ο όρος p/γ (ενέργεια πίεσεως ανά μονάδα βάρους ρευστού) καλείται **ύψος πίεσεως** (pressure head).
- Ο όρος $v^2/2g$ (κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους ρευστού) καλείται **ύψος κινητικής ενέργειας** ή απλά, **ύψος ταχύτητας** (velocity head).
- Ο όρος y (δυναμική ενέργεια ανά μονάδα βάρους ρευστού) καλείται **γεωμετρικό ή υψομετρικό ύψος** (elevation head).

Το άθροισμα των τριών ενεργειακών υψών, καλείται **ολικό ύψος** (total head):

$$H = \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \cdot g} + y \quad (3.17)$$

Για τη μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού γενικότερα, η εξίσωση (3.16α) μπορεί να λάβει την ισοδύναμη μορφή:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + y_1 + h_p = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + y_2 + \Sigma h + h_t \quad (3.18)$$

και λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση (3.17):

$$H_1 + h_p = H_2 + \Sigma h + h_t \quad (3.18\alpha)$$

Παρατηρούμε πως με τη χρήση του ολικού ύψους οι εξισώσεις που εκφράζουν το ισοζύγιο ενέργειας αποκτούν πιο σύντομη και κομψή μορφή.

- Το **Θεώρημα Bernoulli** θα γίνει: $H_1 = H_2 = \text{σταθ}$.
- Αν υπάρχουν υπολογίσιμες απώλειες: $H_1 = H_2 + \Sigma h$
- Αν υπάρχει στρόβιλος και αντλία: $H_1 = H_2 + \Sigma h + h_t - h_p$

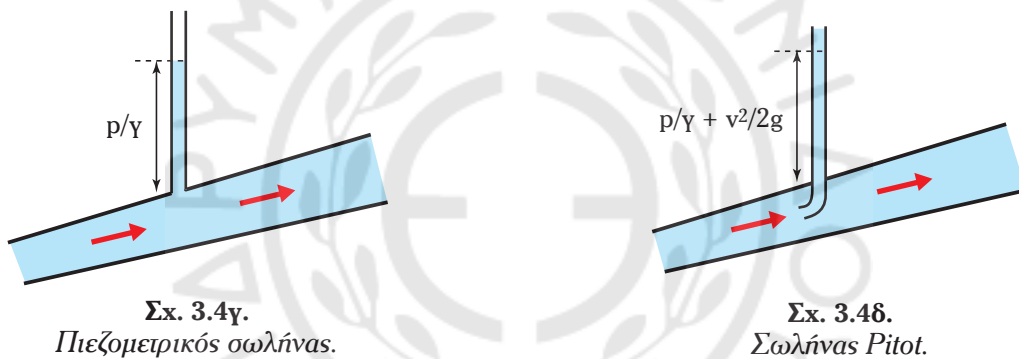
Σε αντιστοιχία με τα προηγούμενα, το Σh καλείται **ύψος απωλειών**, το h_t **αποδιδόμενο σε στρόβιλο ύψος** και το h_p **αποδιδόμενο από την αντλία ύψος**.

β) Πιεζομετρική γραμμή και γραμμή ενέργειας.

Από τα τρία ύψη ενέργειας που χαρακτηρίζουν την ενεργειακή κατάσταση του ρέοντος ρευστού, το ύψος δυναμικής ενέργειας y είναι άμεσα μετρήσιμο, αφού συμπίπτει με το (γεωμετρικό) ύψος του σημείου (ή της διατομής) που εξετάζουμε.

Πειραματικά μπορούμε να μετρήσουμε και το ύψος πίεσεως p/γ σε κάποιο σημείο του αγωγού. Προς τούτο, προσαρμόζουμε στο τοίχωμα κλειστού αγωγού ροής κατακόρυφο σωλήνα ανοιχτό στην ατμόσφαιρα (σχ. 3.4γ). Το ρευστό θα ανέλθει στον κατακόρυφο σωλήνα σε ύψος ίσο με p/γ , δείχνοντας άμεσα το ύψος (σχετικής) πίεσεως του ρευστού στο σημείο που τοποθετήθηκε ο σωλήνας (**πιεζομετρικός σωλήνας**). Κατά την τοποθέτηση προσέχομε να μην εισέρχεται ο σωλήνας στο ρεύμα ροής και να μη δημιουργεί τοπικά εμπόδια στη ροή. Σημειώνουμε πως πρόκειται για το ύψος της σχετικής και όχι της απόλυτης πίεσεως. Αν χρειάζεται η απόλυτη πίεση: $p_{ab} = p + p_{εξ}$

Αν στη θέση του πιεζομετρικού σωλήνα, τοποθετήσουμε σωλήνα βυθιζόμενο στο ρεύμα με κεκλιμένο το κάτω άκρο, ώστε η διατομή εισόδου του να είναι κάθετη και αντίθετα στην ταχύτητα του ρευστού (**σωλήνας Pitot**, σχ. 3.4δ), τότε η στάθμη θα ανέβει υψηλότερα. Αυτό συμβαίνει γιατί στο ύψος πίεσεως p/γ θα προστίθεται και το ύψος κινητικής ενέργειας $v^2/2g$ (βλ. και παράγρ. 3.5.3, παράδειγμα 11). Γνωρίζοντας ήδη το p/γ , υπολογίζεται το $v^2/2g$.



Σχ. 3.4γ.
Πιεζομετρικός σωλήνας.

Σχ. 3.4δ.
Σωλήνας Pitot.

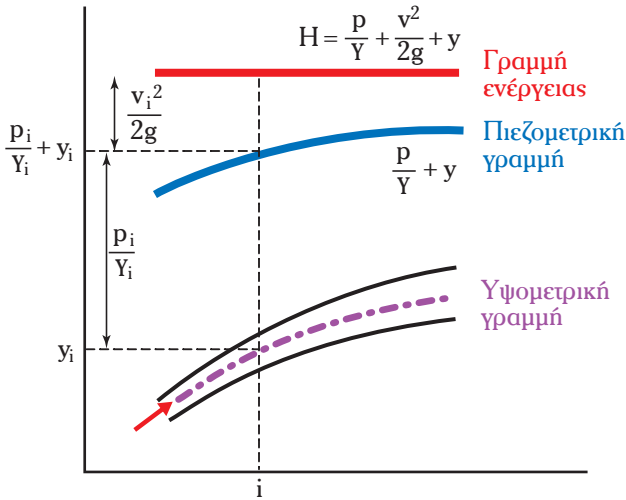
Άρα: **το y μετρείται άμεσα, το p/γ με πιεζομετρικό σωλήνα και τέλος, το $v^2/2g$ υπολογίζεται με αξιοποίηση του σωλήνα Pitot.**

Με τη χρήση των υψών ενέργειας μπορούμε να φτιάξουμε διαγράμματα μεταβολής της ενέργειας κατά μήκος του αγωγού. Στα διαγράμματα αυτά, στον άξονα των τετμημένων αντιστοιχούμε το μήκος του αγωγού ροής και στον άξονα των τεταγμένων τα ύψη ενέργειας.

Ένα τέτοιο είναι το διάγραμμα μεταβολής του αθροίσματος ($y + p/\gamma$) –το οποίο ονομάζεται **πιεζομετρικό** (ή **στατικό**) **ύψος**. Αυτό μας δίνει τη λεγόμενη **πιεζομετρική γραμμή** (σχ. 3.4ε).

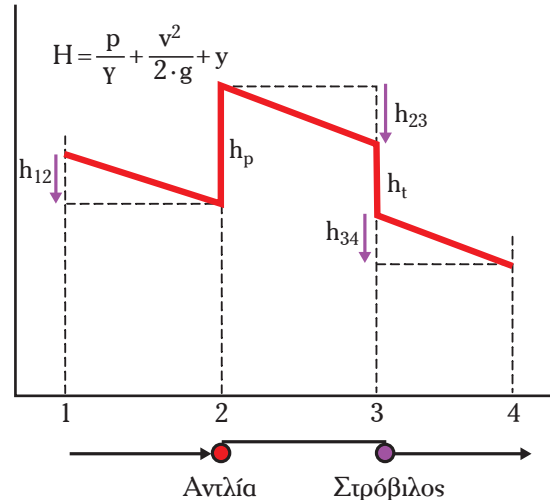
Πιο σημαντικό είναι το διάγραμμα μεταβολής του ολικού ύψους H , δηλαδή τη γραφική παράσταση του **ολικού ύψους ενέργειας** σε συνάρτηση με τη διαδρομή ροής. Αυτό μας δίνει τη **γραμμή ενέργειας** κατά μήκος του αγωγού ροής (σχ. 3.4ε, 3.4στ). Για το σχεδιασμό του διαγράμματος αξιοποιούμε την εξίσωση (3.18) ή τις παράγωγές της.

Στο σχήμα 3.4ε βλέπουμε το ενεργειακό διάγραμμα ροής ασυμπίεστου ρευστού που ρέει χωρίς τριβές σε ροϊκό σωλήνα και επομένως ισχύει το Θεώρημα του Bernoulli. Το ολικό ύψος ενέργειας παραμένει σταθερό, κατά συνέπεια η γραμμή ενέργειας είναι οριζόντια. Η απόσταση μεταξύ της γραμμής ενέργειας και της πιεζομετρικής γραμμής, παριστάνει γραφικά το ύψος κινητικής ενέργειας του ρευστού στο αντίστοιχο σημείο του αγωγού. Η απόσταση μεταξύ της υψομετρικής και της πιεζομετρικής γραμμής παριστάνει το ύψος πίεσεως (είναι το ύψος που θα δείξει πιεζομετρικός σωλήνας τοποθετημένος στο αντίστοιχο σημείο του αγωγού).



Σχ. 3.4ε.

Γραμμή ενέργειας ατριβούς ροής.



Σχ. 3.4στ.

Γραμμή ενέργειας ουσήματος ροής.

Στο σχήμα 3.4στ βλέπουμε τη γραμμή ενέργειας συστήματος ροής στο οποίο υπάρχει αντλία (σημείο 2) και στρόβιλος (σημείο 3). Εκτός από τα ύψη των δύο συσκευών h_p και h_t , παρατηρούμε και τα ύψη απωλειών h_{12} , h_{23} και h_{34} στα τρία τμήματα του αγωγού.

Η γραμμή ενέργειας επιτρέπει την άμεση ενεργειακή περιγραφή του φαινομένου της ροής. Έτσι, στο σύστημα ροής του σχήματος 3.4στ, παρατηρούμε πως στο σωλήνα 1-2 ένα μέρος της ολικής ενέργειας του ρευστού αντιμετωπίζει τις απώλειες λόγω τριβών ($H_1 - H_2 = h_{12}$). Πρόκειται για πτώση του ύψους της ενέργειας πίεσης, είτε της δυναμικής, είτε της κινητικής ενέργειας. Στο σημείο 2 το ολικό ύψος αυξάνεται κατά το αποδιδόμενο από την αντλία ύψος ($H_2' = H_2 + h_p$). Στο σωλήνα 2-3 έχουμε πτώση του ολικού ύψους ενέργειας λόγω τριβών ($H_2' - H_3 = h_{23}$). Στο σημείο 3, τμήμα της ολικής ενέργειας αποδίδεται στην εγκατάσταση στροβίλου ($H_3 - H_3' = h_t$). Τέλος, στο σωλήνα 3-4: $H_3' - H_4 = h_{34}$. Και συνολικά από 1 ως 4:

$$H_1 - H_4 = \Sigma h_{14} - h_p + h_t$$

3.4.5 Διορθωτικοί συντελεστές κινητικής ενέργειας.

Στις προηγούμενες παραγράφους διαμορφώσαμε του ισοζυγίου ενέργειας, για τον υπολογισμό της κινητικής ενέργειας χρησιμοποιήσαμε τη μέση ταχύτητα ροής όπως αυτή ορίστηκε στην παράγραφο 3.3:

$$v = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A} = \frac{1}{A} \cdot \int_A v_t \cdot dA$$

Στην περίπτωση της ατριβούς ροής, η μέση ταχύτητα ταυτίζεται με τη στιγμιαία και ο υπολογισμός της από την εξίσωση συνέχειας είναι αρκετός. Στην περίπτωση όμως της ροής στα οριακά στρώματα (και στους αγωγούς έχουμε πάντα τέτοια), η ταχύτητα μεταβάλλεται με την απόσταση από το τοίχωμα του αγωγού και η χρήση της μέσης ταχύτητας είναι η μόνη λύση για να εφαρμοσθεί το ισοζύγιο μάζας. Αφού όμως η παροχή μάζας είναι ανάλογη της ταχύτητας (εξίσωση 3.9), η κινητική ενέργεια είναι συνάρτηση του τετραγώνου της ταχύτητας. Και σύμφωνα με τα μαθηματικά, το τετράγωνο της μέσης ταχύτητας είναι διαφορετικό απ' το μέσο των τετραγώνων της ταχύτητας. Ένα αριθμητικό παράδειγμα είναι χρήσιμο για την κατανόηση του προβλήματος:

Έστω οι αριθμοί 2, 3, 4 και 5. Ο μέσος όρος τους είναι: $(2+3+4+5)/4 = 3,5$. Το τετράγωνο του μέσου όρου, $3,5^2 = 12,25$. Ο μέσος όρος των τετραγώνων: $(2^2+3^2+4^2+5^2)/4 = 13,5$.

Είναι λοιπόν $\overline{v^2} \neq \overline{v}^2$ (όπου: $\overline{v^2}$ παριστάνει το τετράγωνο της μέσης ταχύτητας και \overline{v}^2 το μέσο όρο

των τετραγώνων των τοπικών ταχυτήτων). Άρα όταν υπολογίζουμε την κινητική ενέργεια χρησιμοποιώντας τη μέση ταχύτητα, υπεισέρχεται κάποιο σφάλμα. Για να το αποφύγουμε, χρησιμοποιούμε τους λεγόμενους **διορθωτικούς συντελεστές κινητικής ενέργειας**. Ο διορθωτικός συντελεστής ισούται με το λόγο του μέσου των τετραγώνων των τοπικών ταχυτήτων σε μια κάθετη διατομή προς το τετράγωνο της μέσης ταχύτητας:

$$\alpha = \frac{\overline{v^2}}{\bar{v}^2} \quad (3.19)$$

Με τη χρήση των διορθωτικών συντελεστών, το ισοζύγιο ενέργειας για μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού (εξίσωση 3.16α) γίνεται:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2 - \alpha_2 v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h + h_t - h_p \quad (3.20)$$

Αντίστοιχη διόρθωση γίνεται σε όλες τις σχέσεις που εκφράζουν την κινητική ενέργεια χρησιμοποιώντας τη μέση ταχύτητα.

Για τον υπολογισμό του διορθωτικού συντελεστή απαιτείται η γνώση της κατανομής ταχυτήτων στη διατομή του αγωγού (η ίδια γνώση δεν είναι αναγκαία για τον ακριβή υπολογισμό της μέσης ταχύτητας, την οποία συνήθως υπολογίζουμε από την εξίσωση της συνέχειας).

Στη στρωτή ροή, ο α υπολογίζεται μαθηματικά και ισούται με 2: $\alpha = 2$.

Στην τυρβώδη ροή ο α υπολογίζεται πειραματικά με τη βοήθεια εμπειρικών τύπων και είναι ελαφρά μεγαλύτερος της μονάδας: μεταβάλλεται από $\alpha = 1,13$ μέχρι $\alpha = 1,04$. Η ακριβής τιμή του εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds.

Για ροή σε σωλήνες με $Re = 10^4 \Rightarrow \alpha = 1,10$, $Re = 10^5 \Rightarrow \alpha = 1,05$, $Re = 10^6 \Rightarrow \alpha = 1,04$.

Λαμβάνοντας υπόψη πως στη στρωτή ροή οι ταχύτητες είναι μικρές, άρα η κινητική ενέργεια λίγο επηρεάζει τη συνολική ενέργεια του ρευστού, ενώ στην τυρβώδη η διόρθωση που προκύπτει είναι ελάχιστη, μπορούμε να εργαστούμε με ικανοποιητική προσέγγιση χρησιμοποιώντας τη μέση ταχύτητα που υπολογίζεται από την εξίσωση της συνέχειας, θεωρώντας δηλαδή $\alpha = 1$.

Παράδειγμα 7

Νερό ρέει σε πειραματικό σωλήνα διαμέτρου 10 cm σε συνθήκες μόνιμης ροής. Οι τοπικές ταχύτητες μετρήθηκαν ανά 1,0 cm από το τοίχωμα ως τον άξονα και βρέθηκαν:

Απόσταση από τοίχωμα	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
Τοπική ταχύτητα (m/s)	0,00	2,05	2,35	2,53	2,63	2,67

Να υπολογισθεί η μέση ταχύτητα και ο διορθωτικός συντελεστής κινητικής ενέργειας.

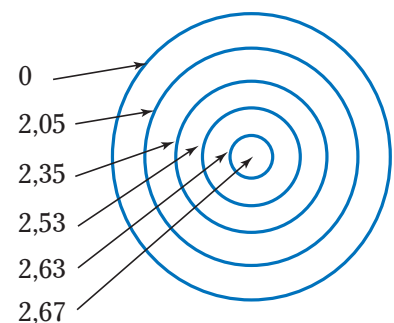
Λύση:

Οι πειραματικές μετρήσεις επιτρέπουν τον κατά προσέγγιση υπολογισμό της μέσης ταχύτητας. Στο σχήμα 3.4ζ βλέπουμε την κάθετη διατομή χωρισμένη σε δακτυλίους ανά 1 cm και τις τοπικές ταχύτητες στα όρια των δακτυλίων. Σε κάθε δακτύλιο έχουμε κατά προσέγγιση (μέση) ταχύτητα το ημίθροισμα των ταχυτήτων στα όριά του [για τον εξωτερικό, $(0+2,05)/2$, για τον επόμενο $(2,05+2,35)/2$ κ.λπ.].

Κατ' αντιστοιχία με την εξίσωση (3.12) παίρνουμε τον προσεγγιστι-

κό: $v = \frac{1}{A} \cdot \sum v_t \cdot \Delta A$ όπου ΔA το εμβαδόν του δακτυλίου:

$$\Delta A = \pi \cdot (r_{εξ}^2 - r_{εσ}^2).$$



Σχ. 3.4ζ.

Κάνοντας τις πράξεις προκύπτει η μέση ταχύτητα για όλη τη διατομή: $v = 1,9 \text{ m/s}$
 Υπολογίζουμε τον αριθμό Reynolds: $Re = v \cdot d/\nu = 1,9 \cdot 10^5$.
 Με βάση τις τιμές που αναφέρονται παραπάνω: $\alpha = 1,05$.

Σημείωση: Όσοι περισσότερες τιμές τοπικών ταχυτήτων έχουμε, τόσο καλύτερη είναι η προσέγγιση της μέσης ταχύτητας.

3.4.6 Δυναμική θεώρηση σε ροή ρευστού: Ισχύς.

Παρά το ότι σ' αυτό το κεφάλαιο επικεντρώσαμε στην κινηματική των ρευστών, πολύ συχνά χρησιμοποιήσαμε έννοιες και νόμους της δυναμικής. Η μελέτη της κινήσεως των ρευστών είναι αδύνατη χωρίς την εξαρχής εισαγωγή και της δυναμικής θεωρήσεως. Μιας θεωρήσεως που είναι ήδη γνωστή από τη Φυσική. Έτσι, αναφερθήκαμε συχνά σε διατηρητικές τάσεις και δυνάμεις και τα αποτελέσματά τους στην κίνηση του ρευστού, είτε για να κατανοήσουμε τους μηχανισμούς της ροής του ρευστού, είτε για να διαμορφώσουμε κατάλληλες σχέσεις χρήσιμες στην επίλυση προβλημάτων ροής. Η ενασχόλησή μας με τα ισοζύγια ενέργειας στην παρούσα παράγραφο, δείχνει με τον καλύτερο τρόπο πως τα προβλήματα ροής απαιτούν την αξιοποίηση όλων των γνώσεων υποδομής της μηχανικής.

Διαμορφώνοντας το ισοζύγιο ενέργειας, συναντήσαμε το έργο δυνάμεων. Πιο συγκεκριμένα, το έργο που καταναλώνει το σύστημα για την αντιμετώπιση των δυνάμεων που αντιστέκονται στη ροή (απώλειες λόγω τριβών), το έργο που αποδίδει μια αντλία στο ρευστό, και το έργο που το ρευστό αποδίδει σε ένα στρόβιλο.

Από τη Φυσική γνωρίζουμε:

$$dW = F \cdot ds$$

και για το έργο εκ περιστροφής:

$$dW = M \cdot d\phi$$

Αυτό που μας ενδιαφέρει περισσότερο, είναι ο ρυθμός παραγωγής ή καταναλώσεως του έργου, δηλαδή η **ισχύς**:

$$P = dW/dt$$

Αντικαθιστώντας το dW από τους παραπάνω τύπους, προκύπτουν:

$$P = F \cdot v$$

$$P = M \cdot \omega$$

αντίστοιχα (όπου: M η ροπή και ω η γωνιακή ταχύτητα).

Την έννοια της μηχανικής ισχύος (και γενικότερα της ροής ενέργειας στη μονάδα του χρόνου) τη χρησιμοποιήσαμε ήδη στη γενική έκφραση του ισοζυγίου ενέργειας (εξισώσεις 3.13 έως 3.15) χρησιμοποιώντας για τη ισχύ P το (ισοδύναμο) σύμβολο \dot{W} (για να τονίσουμε πως πρόκειται για ενεργειακή ροή).

Ας δούμε τώρα τη σχέση της ισχύος με τα ύψη ενέργειας, δηλαδή με την ενέργεια ανά μονάδα βάρους, και ειδικότερα με το ύψος απωλειών (Σh) και τα αποδιδόμενα ύψη αντλίας (h_p) και στρόβιλου (h_t). Είναι:

$$h = W/B \Rightarrow W = h \cdot B = h \cdot m \cdot g = h \cdot V \cdot \rho \cdot g = h \cdot V \cdot \gamma$$

$$P = W/t = h \cdot V \cdot \gamma / t$$

Αλλά: $V/t = Q$, οπότε:

$$P = \gamma \cdot Q \cdot h \quad (3.21)$$

(Αν αντικαταστήσουμε την παροχή όγκου συναρτήσει της παροχής μάζας, προκύπτει ο ισοδύναμος τύπος: $P = \dot{m} \cdot g \cdot h$)

Η εξίσωση (3.21) είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στη μόνιμη ροή ασυμπίεστων ρευστών (στην οποία η παροχή όγκου Q παραμένει σταθερή).

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (3.21) στην αντλία:

$$P_p = \gamma \cdot Q \cdot h_p \quad (3.21\alpha)$$

Πρέπει να σημειώσουμε πως η P_p είναι η ισχύς που από την αντλία μεταβιβάζεται στο ρευστό (αποδιδόμενη ισχύς). Η αντλία καταναλώνει περισσότερη ισχύ P . Όπως θα δούμε πιο αναλυτικά στο σχετικό κεφάλαιο των αντλιών, ο λόγος των δύο μεγεθών είναι ο ολικός βαθμός αποδόσεως της αντλίας n_p :

$$\begin{aligned} n_p &= P_p/P \Rightarrow \\ \Rightarrow P &= \gamma \cdot Q \cdot h_p/n_p \end{aligned} \quad (3.21\beta)$$

Για υδροστρόβιλο έχουμε αντίστοιχα:

$$P_t = \gamma \cdot Q \cdot h_t \quad (3.21\gamma)$$

Πρόκειται για την ισχύ που μεταβιβάζεται από το ρευστό στα πτερύγια του στρόβιλου. Αν ο βαθμός αποδόσεως του στρόβιλου είναι n_t ($n_t = P_{to}/P_t$), η ωφέλιμη ισχύς που παίρνουμε από το στρόβιλο είναι λιγότερη:

$$P_{to} = n_t \cdot \gamma \cdot Q \cdot h_t \quad (3.21\delta)$$

Υπενθυμίζουμε πως στο SI η ισχύς έχει μονάδα το W (J/s). Η μονάδα αυτή είναι σχετικά μικρή και συνήθως χρησιμοποιούμε το πολλαπλάσιό της KW (KJ/s).

3.5 Εφαρμογές.

3.5.1 Θεώρημα του Torricelli.

Το 1643 ο Torricelli διατύπωσε το Θεώρημα, που έκτοτε φέρει το όνομά του, και κατά το οποίο:

Η ταχύτητα εκροής υγρού από δεξαμενή φέρουσα οπή, ισούται με την ταχύτητα που θα αποκτούσε το ρευστό αν έπεφτε ελεύθερα υπό την επίδραση της βαρύτητας:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (3.22)$$

Δηλαδή η ταχύτητα εκροής εξαρτάται μόνο από το βάθος h στο οποίο βρίσκεται η οπή. Έχουμε δηλαδή απλά μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική.

Όπως θα δείξουμε με το παράδειγμα που ακολουθεί, το Θεώρημα του Torricelli αποτελεί εφαρμογή του ισοζυγίου ενέργειας (πιο συγκεκριμένα του θεωρήματος του Bernoulli) και ισχύει με δύο προϋποθέσεις: Πρώτον, οι **απώλειες** κατά τη ροή να είναι **αμελητέες** και δεύτερο, το εμβαδόν της οπής να είναι πολύ μικρό σε σχέση με το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής.

Επειδή όμως οι απώλειες είναι υπαρκτές και αναπόφευκτες, το Θεώρημα του Torricelli δίνει ικανοποιητικό αποτέλεσμα μόνον όσον αφορά τη μέγιστη ταχύτητα (η οποία παρουσιάζεται στο μέσο της εκρέουσας φλέβας). Για τη μέση ταχύτητα, συχνά χρησιμοποιούμε το διορθωτικό συντελεστή n (**συντελεστής παροχής στομίου**). Η εξίσωση (3.22) γίνεται:

$$v = n \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (3.22\alpha)$$

Παράδειγμα 8

Δεξαμενή πλήρης νερού, φέρει στο τοίχωμά της και σε απόσταση από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού $h = 5$ m, μικρό άνοιγμα εμβαδού διατομής A . Να υπολογισθεί η μέγιστη ταχύτητα του εκρέοντος υγρού. Πόση θα είναι η ταχύτητα εκροής αν ο συντελεστής του στομίου ισούται με 0,90;

Λύση:

Το σύστημα ροής ξεκινά από την ελεύθερη επιφάνεια εμβαδού $A_{\text{επιφ}}$. Επειδή όμως η ελεύθερη επιφάνεια δεξαμενής έχει πάρα πολύ μεγάλο εμβαδόν (σε σχέση με το άνοιγμα A), η ταχύτητα είναι πάρα πολύ μικρή, θεωρούμενη κατά προσέγγιση ίση με μηδέν:

$$v_{\text{επιφ}} = \frac{Q}{A_{\text{επιφ}}} = \frac{v_A \cdot A}{A_{\text{επιφ}}} = v_A \cdot \frac{A}{A_{\text{επιφ}}} \approx 0$$

Θεωρούμε μία ρευματική γραμμή εκρέοντος υγρού που ξεκινά από το σημείο (1) της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής και καταλήγει στο μέσο της οπής εξόδου 2 (ρευματική γραμμή 1-2 του σχ. 3.5α). Θεωρώντας αμελητέες τις απώλειες (τριβές), εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli (3.16β):

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + y_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + y_2$$

$$v_1 = 0, p_1 = p_2 = p_{\text{ατμ}}, y_1 - y_2 = h, \text{ οπότε: } y_1 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + y_2 \Rightarrow v = \max = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Αντικαθιστώντας: $v_{\text{max}} = 9,9 \text{ m/s}$.

Η μέση ταχύτητα εκροής: $v = n \cdot v_{\text{max}} = 8,91 \text{ m/s}$

Μεθοδολογική παρατήρηση: Κατά την εφαρμογή του ισοζυγίου ενέργειας, **η ταχύτητα της ελεύθερης επιφάνειας δεξαμενής θεωρείται μηδενική.**

Με την ίδια μέθοδο (εφαρμογή του Θεωρήματος Bernoulli) μπορούν να υπολογισθούν και άλλα προβλήματα ελεύθερης ροής, όπως για παράδειγμα **το πρόβλημα του πίδακα υγρού.**

Παράδειγμα 9

Από σωλήνα πυροσβεστικής αντλίας εξέρχεται νερό με ταχύτητα 20 m/s και γωνία 45° ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Αν θεωρήσουμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα, σε τι ύψος θα φθάσει ο πίδακας νερού και σε ποια οριζόντια απόσταση;

Λύση:

Η φλέβα ροής είναι η 0-1-2 του σχήματος 3.5β (όπου: 1 το σημείο μέγιστου ύψους και 2 το σημείο που η φλέβα συναντά το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο 0). Η πίεση είναι και στα τρία σημεία ίδια:

$$p_0 = p_1 = p_2 = p_{\text{ατμ}}$$

Η ταχύτητα \vec{v}_0 αναλύεται σε v_{0x} και v_{0y} :

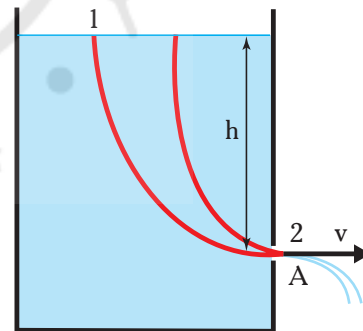
$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 45 = 14,14 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 45 = 14,14 \text{ m/s}$$

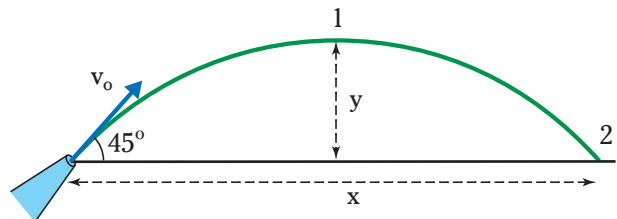
Κατά τα γνωστά από τη φυσική, αφού η μόνη δύναμη που ασκείται στο νερό είναι το βάρος του, η κίνηση κατά την οριζόντια διεύθυνση θα είναι ομαλή ($v_x = v_{0x}$) και η κίνηση κατά την κατακόρυφο, μέχρι το σημείο 1 ομαλά επιβραδυνόμενη με $a = g$.

Στο σημείο 1:

$$v_{1y} = 0 \Rightarrow v_1 = v_x = 14,14 \text{ m/s}$$



Σχ. 3.5α.



Σχ. 3.5β.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 0 και 1 έχομε:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + y_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + y_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2 \cdot g} \Rightarrow y = 10,2 \text{ m}$$

Για τον υπολογισμό της αποστάσεως x_1 χρειάζεται να υπολογίσουμε το χρόνο που απαιτείται για το μηδενισμό της κάθετης συνιστώσας της ταχύτητας. Είναι:

$$v_{1y} = v_{0y} - g \cdot t = 0 \Rightarrow t = 1,44 \text{ s}$$

$$x_1 = v_x \cdot t = 20,38 \text{ m} \Rightarrow x_2 = 40,76$$

3.5.2 Σωλήνας Venturi.

Ο σωλήνας Venturi (σχ. 3.5γ) είναι ένας σωλήνας με στένωμα (όσο το δυνατόν πιο ομαλής κλίσεως, ώστε να αποφεύγονται οι απώλειες) και πιεζομετρικούς σωλήνες τοποθετημένους στα σημεία 1 και 2 για να μετράμε τη διαφορά πίεσεως (εναλλακτικά μπορούμε να τοποθετήσουμε διαφορικό μανόμετρο).

Χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της παροχής. (Αξιοποιούμε και τρίτο πιεζομετρικό σωλήνα –σημείο 3– για τον υπολογισμό των απωλειών: Μετρώντας την πτώση πίεσεως μεταξύ του σημείου 1 και 3, μπορούμε να υπολογίσουμε τις απώλειες λόγω τριβών που συνεπάγεται η χρήση του οργάνου).

Παράδειγμα 10

Ο μετρητής Venturi του σχήματος 3.5γ με διάμετρο σωλήνα 10 cm και διάμετρο στενώματος 6 cm, τοποθετείται οριζόντια σε γραμμή νερού.

Αν $Z_1 = 70 \text{ cm}$ και $Z_2 = 10 \text{ cm}$, να υπολογισθεί η παροχή του νερού και η ταχύτητα ροής. Αν $Z_3 = 66 \text{ cm}$, τι συμπεράσματα βγάζετε;

Λύση:

Δεδομένα: $d_1 = 0,10 \text{ m}$, $d_2 = 0,06 \text{ m}$, $p_1/\gamma = z_1 = 0,70 \text{ m}$, $p_2/\gamma = z_2 = 0,10 \text{ m}$.

Εφαρμόζομε την εξίσωση ενέργειας (3.16) μεταξύ των σημείων 1 και 2:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h \quad (1)$$

Είναι: $y_1 - y_2 = 0$. Υποθέτοντας τις απώλειες αμελητέες ($\Sigma h = 0$), η σχέση γίνεται:

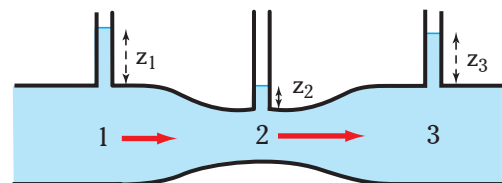
$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \quad (1a)$$

Εφαρμόζομε την εξίσωση συνέχειας για τα σημεία 1 και 2 και υπολογίζομε τις ταχύτητες συναρτήσει της παροχής Q :

$$(2) \quad v_1 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} \quad \text{και} \quad v_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2}$$

Αντικαθιστώντας στην (1a) τις ταχύτητες, μόνος άγνωστος είναι η παροχή Q . Επιλύομε ως προς Q :



Σχ. 3.5γ.
Σωλήνας Venturi.

$$\left(\frac{4Q}{\pi d_2^2}\right)^2 - \left(\frac{4Q}{\pi d_1^2}\right)^2 = 2 \cdot g \cdot \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = 0,0104 \text{ m}^3/\text{s} = 37,43 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$(2) \Rightarrow v_1 = 1,32 \text{ m/s}$$

Στην επίλυση υποθέσαμε αμελητέες απώλειες. Αυτό δεν είναι ακριβές:

Εφαρμόζοντας την εξίσωση ενέργειας μεταξύ των διατομών 1 και 3, έχουμε:

$$\frac{p_1 - p_3}{\gamma} = \Sigma h_{1-3} \Rightarrow \Sigma h_{1-3} = 0,04 \text{ m}$$

Αν υποθέσουμε πως οι μισές περίπου απώλειες αφορούν στο τμήμα 1–2 ($\Sigma h_{1-2} = 0,02 \text{ m}$), εφαρμόζοντας την (1) όπως παραπάνω, η παροχή θα προέκυπτε ελαφρά μικρότερη: $Q = 36,8 \text{ m}^3/\text{h}$ και η ταχύτητα: $v_1 = 1,30 \text{ m/s}$.

3.5.3 Σημείο ανακοπής.

Αναπτύσσοντας τη ροή ρευστού γύρω από βυθισμένο σώμα (παράγρ. 3.1.6) είδαμε πως υπάρχει ένα σημείο στο πρόσθιο μέρος του σώματος στο οποίο η ταχύτητα του ρευστού μηδενίζεται και η πίεση λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της (σημείο ανακοπής ή σημείο στασιμότητας). Τώρα μπορούμε να εξηγήσουμε ενεργειακά το φαινόμενο και να υπολογίσουμε την πίεση που θα αναπτύσσεται σ' αυτό το σημείο.

Παράδειγμα 11

Το στερεό του σχήματος 3.5δ βρίσκεται βυθισμένο στη θάλασσα και κινείται με ταχύτητα 18 Km/h. Να υπολογισθεί η μέγιστη πίεση που ασκείται στο σώμα ($\rho = 1025 \text{ Kg/m}^3$).

Λύση:

$$P_B/\gamma = 6 \text{ m}, \gamma = \rho g = 10 \text{ KN/m}^3$$

$$v = 18 \text{ Km/h} = 5 \text{ m/s}$$

$$y_A = y_B, v_A = 0$$

Σημείωση: Μας ενδιαφέρει η σχετική ταχύτητα μεταξύ ρευστού και στερεού. Για παρατηρητή ευρισκόμενο επί του στερεού, το ρευστό κινείται με ταχύτητα v .

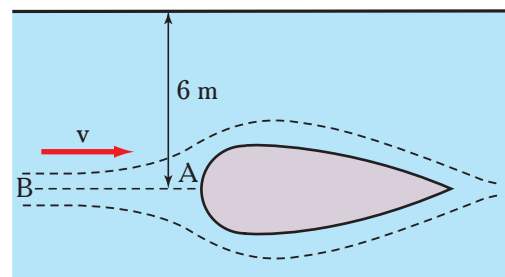
Η μέγιστη πίεση θα εμφανίζεται στο σημείο της ελάχιστης ταχύτητας (Bernoulli), άρα στο σημείο ανακοπής A.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli στη ρευματική γραμμή BA, θεωρώντας το B αρκετά μακριά από το σώμα (ώστε η σχετική ταχύτητά του να είναι v) και τις απώλειες μηδενικές:

$$\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2 \cdot g} + y_A = \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2 \cdot g} + y_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_A}{\gamma} = \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2 \cdot g} \Rightarrow \frac{p_A}{\gamma} = 7,37 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_A = 73,7 \text{ KPa}$$



Σχ. 3.5δ.
Σημείο ανακοπής.

Υπενθυμίζουμε πως πρόκειται για τη σχετική πίεση (αφού δεν λάβαμε υπόψη την ατμοσφαιρική). Η απόλυτη πίεση θα είναι 175 KPa.

3.5.4 Σωλήνας Pitot.

Ακριβώς στην ίδια λογική μελετάμε και το σωλήνα Pitot (παράγρ. 3.4.4). Το σημείο Α στην είσοδο του σωλήνα είναι σημείο στασιμότητας και το ύψος της στήλης δίνει το άθροισμα του ύψους πίεσης και του ύψους κινητικής ενέργειας:

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

Προσθέτοντας σ' αυτό το υψόμετρο y , παίρνομε το ολικό ύψος ενέργειας στο σημείο Α.

Ο σωλήνας Pitot μπορεί να είναι και μανομετρικού τύπου (συνδυασμός με πιεζομετρικό σωλήνα), δίνοντας άμεσα το ύψος κινητικής ενέργειας (σχ. 3.5ε).

Παράδειγμα 12

Λάδι σχετικής πυκνότητας 0,83 ρέει σε σωλήνα όπως δείχνει το σχήμα 3.5στ με $d_1=3$ in και $d_2=4$ in. Αν το υγρό του μανομέτρου είναι νερό και οι απώλειες αμελητέες, να υπολογισθεί η ταχύτητα στο σημείο 2 και η παροχή όγκου του λαδιού.

Λύση:

Δεδομένα: $d_1 = 3$ in = 0,0762 m $d_2 = 4$ in = 0,1016 m

$h = 4$ in = 0,1016 m $\rho_{\text{ox}} = 0,83$ $\rho_{\mu} = 1000$ Kg/m³.

Εφαρμόζομε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + y_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + y_2$$

Είναι: $y_1 = y_2$ και $v_1=0$ (σημείο ανακοπής), οπότε η σχέση γίνεται:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$$

Η εξέταση του μανομέτρου δίνει:

$$p_1 + h \cdot \gamma = h \cdot \gamma_{\mu} + p_2 \Rightarrow p_1 - p_2 = h \cdot (\gamma_{\mu} - \gamma) \quad (2)$$

και η σχέση (1) γίνεται:

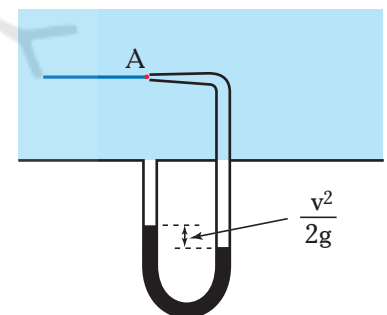
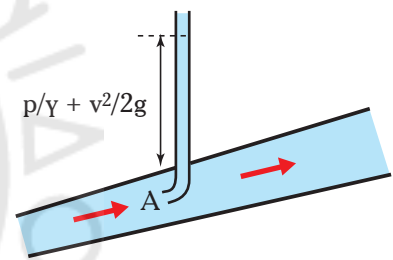
$$h \cdot \frac{\gamma_{\mu} - \gamma}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \Rightarrow v_2 = 0,64 \text{ m/s}$$

Η παροχή δίνεται από την εξίσωση της συνέχειας:

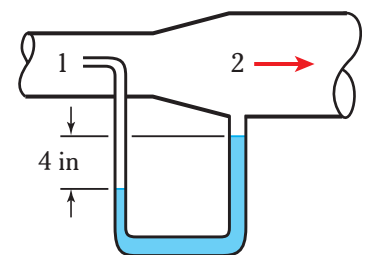
$$Q = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 \Rightarrow Q = 0,0052 \text{ m}^3/\text{s} = 18,7 \text{ m}^3/\text{h}$$

3.5.5 Ύψος απωλειών.

Σε αρκετές από τις προηγούμενες εφαρμογές θεωρήσαμε τις απώλειες λόγω τριβών αμελητέες. Αυτό όμως στις περισσότερες περιπτώσεις δεν ισχύει. Οι απώλειες είναι υπολογίσιμος παράγοντας και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη.



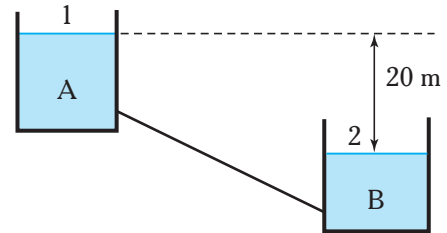
Σχ. 3.5ε.
Σωλήνες Pitot.



Σχ. 3.5στ.

Στη στρωτή ροή οι απώλειες είναι ανάλογες της ταχύτητας. Στην τυρβώδη, ανάλογες του τετραγώνου της ταχύτητας (άρα και του τετραγώνου της παροχής). Εξαρτώνται όμως και από πολλές άλλες παραμέτρους που σχετίζονται με το ρευστό και τον αγωγό.

Αναλυτικά θα εξετάσουμε το ζήτημα των απωλειών σε επόμενο κεφάλαιο.



Σχ. 3.5ζ.

Παράδειγμα 13

Δύο απομακρυσμένες δεξαμενές με υψομετρική διαφορά ελευθέρων επιφανειών 20 m, συνδέονται με σωλήνα διαμέτρου 10 cm (σχ. 3.5ζ). Το ύψος απωλειών στο σωλήνα δίνεται από τη σχέση: $\Sigma h = 10 \cdot v^2/g$ όπου: v η μέση ταχύτητα ροής στο σωλήνα. Να υπολογισθεί η παροχή του ρευστού και η ταχύτητα στο σωλήνα.

Λύση:

Εφαρμόζουμε το ισοζύγιο ενέργειας (εξίσωση 3.16) μεταξύ των ελευθέρων επιφανειών των δεξαμενών:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h$$

Είναι: $v_1 = v_2 = 0$ (ελεύθερες επιφάνειες δεξαμενών),

$y_1 - y_2 = 20$ m, $p_1 = p_2 = p_{atm}$ και η σχέση γίνεται:

$$y_1 - y_2 = \Sigma h \Rightarrow \Sigma h = 20$$
 m

$$\Sigma h = 10 \cdot v^2/g \Rightarrow v^2 = \Sigma h \cdot g/10 \Rightarrow v = 4,43$$
 m/s

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της συνέχειας για σωλήνες, υπολογίζουμε τη ζητούμενη παροχή:

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v \Rightarrow Q = 0,0348$$
 m³/s = 125 m³/h

3.5.6 Έργο και ισχύς αντλίας.

Υπάρχουν περιπτώσεις, στις οποίες η ροή των υγρών γίνεται δυνατή λόγω υψομετρικής διαφοράς (όπως στο προηγούμενο παράδειγμα, στη φυσική ροή ποταμού κ.ά.). Πολύ σπανιότερα, λόγω προϋπάρχουσας διαφοράς πίεσης. Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις διακινήσεως υγρών που αντιμετωπίζουμε στην παραγωγική διαδικασία, χρειάζεται να δώσουμε στο ρευστό ενέργεια για να επιτύχομε τη ροή που απαιτείται. Την αναγκαία ενέργεια για τη διακίνηση των υγρών, την προσφέρει η αντλία. Η ενέργεια ανά μονάδα βάρους ρευστού που παρέχει η αντλία, καλείται **αποδιδόμενο ύψος αντλίας h_p** . Επιλύοντας την εξίσωση (3.16α) ως προς h_p ($h_t = 0$) παίρνουμε:

$$h_p = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + (y_2 - y_1) + \Sigma h \quad (3.23)$$

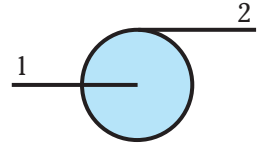
Σύμφωνα με τα όσα αναφέρθηκαν (παράγρ. 3.4.6), η αποδιδόμενη ισχύς της αντλίας είναι:

$$P_p = \gamma \cdot Q \cdot h_p \quad (3.21α)$$

Παρατηρούμε πως το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας, αντιμετωπίζει την αύξηση του ύψους πίεσης (χαρακτηριστικό παράδειγμα, η αντλία τροφοδοσίας λέβητα), την αύξηση του ύψους κινητικής ενέργειας (π.χ. πυροσβεστική αντλία), δυναμικής ενέργειας (π.χ. αντλία γεωτρήσεως) και το ύψος απωλειών. (Στις απώλειες δεν περιλαμβάνονται οι απώλειες λόγω τριβών στο εσωτερικό της αντλίας).

Παράδειγμα 14

Νερό πίεσεως 1 bar εισέρχεται σε αντλία με παροχή $2 \text{ m}^3/\text{min}$ και εξέρχεται με πίεση 6 bar (σχ. 3.5n). Η έξοδος της αντλίας βρίσκεται 20 cm ψηλότερα από την είσοδο. Ο σωλήνας εισόδου έχει διάμετρο 8 cm και ο σωλήνας εξόδου, 7 cm. Αν οι απώλειες θεωρηθούν αμελητέες, να υπολογισθούν το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας, η αποδιδόμενη ισχύς και οι ταχύτητες του νερού στην είσοδο και την έξοδο της αντλίας.



Σχ. 3.5n.

Ποια από τα παραπάνω μεγέθη θα μεταβάλλονταν και πόσο, αν αντί για νερό κυκλοφορούσε υγρό πυκνότητας 800 Kg/m^3 ;

Λύση:

Δεδομένα:

$$p_1 = 1 \text{ bar} = 100 \text{ KPa}, p_2 = 6 \text{ bar} = 600 \text{ KPa}, y_2 - y_1 = 0,2 \text{ m}$$

$$d_1 = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}, d_2 = 7 \text{ cm} = 0,07 \text{ m}$$

$$Q = 1 \text{ m}^3/\text{min} = 1/60 \text{ m}^3/\text{s}, \rho = 1000 \text{ Kg/m}^3, \rho' = 800 \text{ Kg/m}^3$$

Με εφαρμογή της εξίσωσης της συνέχειας για τα σημεία 1 και 2, υπολογίζουμε τις ταχύτητες εισόδου και εξόδου αντίστοιχα:

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 3,32 \text{ m/s}, v_2 = 4,33 \text{ m/s}$$

Το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας θα το υπολογίσουμε με χρήση της εξίσωσης (3.23):

$$h_p = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + (y_2 - y_1) + \Sigma h =$$

$$= (50,97 + 0,39 + 0,20 + 0,0) \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_p = 51,56 \text{ m}$$

$$P_p = \gamma \cdot Q \cdot h_p \Rightarrow P_p = 8,43 \text{ KW}$$

Αν αλλάξει η πυκνότητα του αντλούμενου υγρού, οι ταχύτητες δεν θα μεταβληθούν (εξαρτώνται μόνο από την παροχή όγκου και τις διαμέτρους). Μεταβάλλεται όμως το αποδιδόμενο ύψος (μεταβολή του ύψους πίεσεως αντιστρόφως ανάλογη του γ) και η ισχύς (ανάλογη του γ):

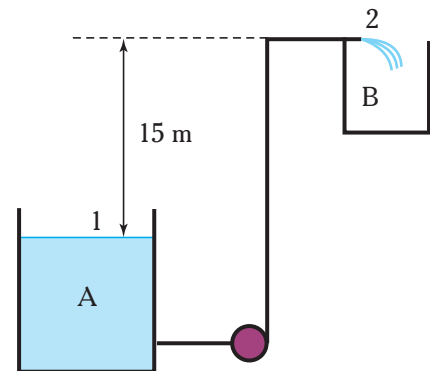
$$\gamma' = \rho'g = 7,848 \text{ KN/m}^2 \Rightarrow h_p' = 64,3 \text{ m και } P_p' = 8,41 \text{ KW}$$

Παρατηρούμε πως από την είσοδο ως την έξοδο της αντλίας, το αποδιδόμενο ύψος μετατρέπεται σχεδόν στο σύνολό του σε ύψος πίεσεως (στο παράδειγμα, το 99%). Αυτό όμως στη συνέχεια του συστήματος αντλήσεως, μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας.

Το παράδειγμα που ακολουθεί δείχνει τον τρόπο με τον οποίο εξετάζουμε στο σύνολό του ένα σύστημα αντλήσεως.

Παράδειγμα 15

Το σύστημα αντλήσεως του σχήματος 3.5θ μεταφέρει νερό από



Σχ. 3.5θ.

τη δεξαμενή A στη B με παροχή $150 \text{ m}^3/\text{h}$. Η διάμετρος του σωλήνα που τροφοδοτεί τη δεξαμενή B (σωλήνας καταθλίψεως) είναι 5 in. Αν οι απώλειες είναι 8 m, και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας 70%, να υπολογισθούν το αποδιδόμενο ύψος και η ισχύς της αντλίας.

Λύση:

Εξετάζουμε το σύστημα αντλήσεως συνολικά: Από το σημείο 1 (ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής A) ως το σημείο 2 (έξοδος του νερού από το σωλήνα καταθλίψεως στην ατμόσφαιρα). Είναι:

$$y_2 - y_1 = 15 \text{ m}$$

$$d_2 = 5 \text{ in} = 0,127 \text{ m}$$

$$p_1 = p_2 = p_{\text{ατμ}}$$

$$Q = 150 \text{ m}^3/\text{h} = 0,0417 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Sigma h = 8 \text{ m}$$

$$v_1 = 0$$

$$\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^2$$

Υπολογίζουμε την v_2 από την εξίσωση της συνέχειας:

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} \Rightarrow v_2 = 3,29 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση (3.23) για τον υπολογισμό του h_p :

$$h_p = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + (y_2 - y_1) + \Sigma h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_p = (0 + 0,55 + 15 + 8) \text{ m} \Rightarrow h_p = 23,55 \text{ m}$$

(Το 63,7% της αποδιδόμενης ενέργειας ανά μονάδα βάρους μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια, το 2,3% σε κινητική και το 34% αντιμετωπίζει τις ενεργειακές απώλειες).

Η αποδιδόμενη ισχύς υπολογίζεται από τη εξίσωση (3.21α): $P_p = \gamma \cdot Q \cdot h_p \Rightarrow P_p = 9,63 \text{ KW}$

Η ισχύς που καταναλώνει η αντλία είναι μεγαλύτερη: $P_p/P = 0,70 \Rightarrow P = 13,76 \text{ KW}$

Με την ίδια λογική αντιμετωπίζουμε και τα προβλήματα ισχύος υδροστροβίλου. Στο στρόβιλο μετατρέπεται ποσότητα ενέργειας του ρευστού σε ωφέλιμο έργο. Το αποδιδόμενο ύψος προκύπτει από τη σχέση (3.16α) της παραγράφου 3.4.3:

$$h_t = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + (y_1 - y_2) - \Sigma h \quad (3.24)$$

και η ισχύς:

$$P_t = \gamma \cdot Q \cdot h_t \quad (3.21\beta)$$

3.6 Ασκήσεις.

1. Νερό θερμοκρασίας 60°C βρίσκεται μεταξύ δύο οριζοντίων πλακών με την κάτω πλάκα ακίνητη και την πάνω κινούμενη με σταθερή ταχύτητα, υπό την επίδραση εξωτερικής οριζόντιας δύναμης F . Αν η θερμοκρασία του νερού μειωθεί στους 20°C και η επί της πλάκας ασκούμενη δύναμη δεν μεταβληθεί, πόσο θα μεταβληθεί η ταχύτητα της πλάκας;

$$[v_{20} = 0,47 \cdot v_{60}]$$

2. Αν στο προηγούμενο πρόβλημα η απόσταση μεταξύ των δύο πλακών είναι 2 cm και η ταχύτητα της

πλάκας για θερμοκρασία νερού $60\text{ }^\circ\text{C}$ είναι 1 m/s , να υπολογισθεί η διατμητική τάση.

$$[\tau = -2,35 \cdot 10^{-2}\text{ N/m}^2]$$

3. Ένα σώμα μάζας 10 Kg και εμβαδού βάσεως $0,2\text{ m}^2$, ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος 3.6α. Μεταξύ σώματος και επιπέδου, υπάρχει λιπαντικό πάχους 1 mm και ιξώδους $0,30\text{ N} \cdot \text{s/m}^2$. Να υπολογισθεί η οριακή ταχύτητα με την οποία θα κινηθεί το σώμα.

$$[0,056\text{ m/s}]$$

4. Νερό θερμοκρασίας $10\text{ }^\circ\text{C}$ που ρέει με ταχύτητα 1 m/s , συναντά επίπεδη πλάκα τοποθετημένη παράλληλα με τη διεύθυνση της ροής. Αν το μήκος της πλάκας (κατά τη διεύθυνση της ροής) είναι 60 cm , η ροή επί του οριακού στρώματος θα είναι τυρβώδης;

$$[\text{όχι} : x_a = 0,68\text{ m} > 0,60\text{ m}]$$

5. Σε σωλήνα διαμέτρου 8 cm ρέει λάδι ιξώδους $150 \cdot 10^{-3}\text{ Kg/ms}$ και πυκνότητας 900 Kg/m^3 . Μέχρι ποια τιμή παροχής παραμένει η ροή στρωτή; Ποια θα ήταν η αντίστοιχη οριακή παροχή αν αντί για λάδι έρεε νερό $20\text{ }^\circ\text{C}$;

$$[79\text{ m}^3/\text{h}, 0,48\text{ m}^3/\text{h}]$$

6. Σωλήνας 6 in καταλήγει σε ακροφύσιο με τελική διάμετρο $1,5\text{ in}$. Αν η παροχή νερού στο σωλήνα είναι $90\text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν οι ταχύτητες και ο αριθμός Reynolds στην είσοδο και την έξοδο του ακροφυσίου. Είναι η ροή στρωτή ή τυρβώδης;

$$[1,37\text{ m/s} - 2,1 \cdot 10^5, 21,9\text{ m/s} - 8,3 \cdot 10^5]$$

7. Στον όγκο ελέγχου του σχήματος 3.6β ρέει υγρό πυκνότητας 800 kg/m^3 . Η ροή είναι σταθερή και δεν υπάρχει ανταλλαγή θερμότητας ή έργου με το περιβάλλον. Αν $A_1 = 0,2\text{ m}^2$, $A_2 = 0,3\text{ m}^2$, $A_3 = 0,2\text{ m}^2$, $v_1 = 2\text{ m/s}$, $v_3 = 4\text{ m/s}$, και στα σημεία 1 και 3 το ύψος ολικής ενέργειας του υγρού είναι 9 m και 12 m αντίστοιχα, να υπολογισθούν η ταχύτητα και το ύψος ολικής ενέργειας του υγρού στην έξοδο.

$$[4\text{ m/s}, 11\text{ m}]$$

8. Νερό ρέει σε σωλήνα διαμέτρου 5 in και μήκους 20 m τοποθετημένου με κλίση 45° ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η παροχή νερού είναι $180\text{ m}^3/\text{s}$. Οι απώλειες λόγω τριβών δίνονται από τη σχέση: $\Sigma h = 2 \cdot v^2/g$. Να υπολογισθεί η διαφορά πίεσης μεταξύ του κάτω και του άνω άκρου του σωλήνα: α) αν το νερό ρέει προς τα πάνω, β) αν το νερό ρέει προς τα κάτω, γ) αν δεν υπάρχει ροή.

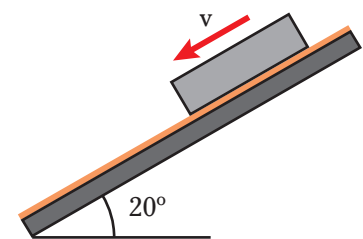
$$[\alpha) 169\text{ KPa}, \beta) 107\text{ KPa}, \gamma) 138\text{ KPa}]$$

9. Να συγκριθούν τα αποτελέσματα της προηγούμενης ασκήσεως και να σχεδιασθούν οι πιεζομετρικές γραμμές και οι γραμμές ενέργειας για τις τρεις περιπτώσεις στο ίδιο διάγραμμα.

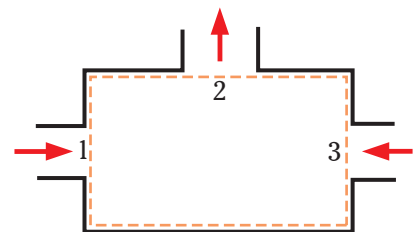
10. Δύο δεξαμενές νερού με υψομετρική διαφορά των ελευθέρων επιφανειών τους 10 m , συνδέονται με σωλήνα διαμέτρου 8 cm . Αν το ύψος απωλειών δίνεται από τη σχέση $\Sigma h = 8 \cdot v^2/g$, να υπολογισθεί η παροχή σε m^3/h . Να σχεδιασθεί η πιεζομετρική γραμμή και η γραμμή ενέργειας.

$$[Q = 63,4\text{ m}^3/\text{h}]$$

11. Νερό ρέει σε οριζόντιο σωλήνα διαμέτρου 3 in , με παροχή $90\text{ m}^3/\text{s}$ (σχ. 3.6γ). Το νερό συνεχίζει την πορεία του σε σωλήνα



Σχ. 3.6α.



Σχ. 3.6β.

Β διπλάσιας διαμέτρου. Αν το ύψος απωλειών που προκαλεί η διαστολή είναι $0,4 \cdot v_A^2/g$, να υπολογισθεί η διαφορά πίεσης μεταξύ των Α και Β (όπου: Α και Β οι διατομές εισόδου και εξόδου της διαστολής). Να σχεδιασθεί η πιεζομετρική γραμμή και η γραμμή ενέργειας. Αν η ροή ήταν αντίστροφη και οι απώλειες ίδιες, πόση θα ήταν η διαφορά πίεσης;

$$[\Delta p_{AB} = -2,1 \text{ KPa}, \Delta p_{BA} = 26,1 \text{ KPa}]$$

12. Δεξαμενή ύψους 2 m φέρει στο χαμηλότερο σημείο της κυκλικό άνοιγμα διαμέτρου 2 cm. Τροφοδοτούμε τη δεξαμενή με νερό παροχής 1,5 L/s. Θα γεμίσει η δεξαμενή; Αν όχι, σε ποιο ύψος θα ανέβει το νερό; (Οι τριβές να μην ληφθούν υπόψη).

$$[1,16 \text{ m}]$$

13. Να υπολογισθεί με πόση ταχύτητα πρέπει να εκτοξευτεί νερό από κατακόρυφο σωλήνα, ώστε να φθάσει σε ύψος 11,5 m. (Οι απώλειες λόγω της αντιστάσεως του αέρα να μην ληφθούν υπόψη).

$$[15 \text{ m/s}]$$

14. Να υπολογισθεί πόση πρέπει να είναι η απόσταση της οπής εκροής του σχήματος 3.6δ από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής, ώστε ο πίδακας νερού να πέφτει πάνω στον τοίχο του σχήματος. Πόση θα είναι η ταχύτητα στην οπή; (Οι απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες).

$$[0,133 \text{ m}, 1,62 \text{ m/s}]$$

15. Υγρό πυκνότητας 1100 Kg/m^3 βρίσκεται σε δεξαμενή, στην ελεύθερη επιφάνεια της οποίας η πίεση είναι 1,4 bar. Σε υψομετρική διαφορά 2 m από την ελεύθερη επιφάνεια υπάρχει στόμιο εξόδου διαμέτρου 4 cm με βαλβίδα. Αν ανοίξουμε τη βαλβίδα, το υγρό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα. Να υπολογισθούν: α) η μέγιστη ταχύτητα εξόδου και β) η παροχή εξόδου αν ανοίξουμε εντελώς τη βαλβίδα. Ο συντελεστής στομίου με ανοικτή βαλβίδα να ληφθεί ίσος με 0,80.

$$[\alpha) 10,47 \text{ m/s}, \beta) 37,9 \text{ m}^3/\text{h}]$$

16. Από ακροφύσιο πυροσβεστικού σωλήνα εξέρχεται νερό με κλίση ως προς το οριζόντιο επίπεδο 30° . Το νερό πρέπει να υπερπηδήσει εμπόδιο ύψους 3 m. Πόση είναι η ελάχιστη ταχύτητα εξόδου του νερού από το ακροφύσιο και σε ποια οριζόντια απόσταση πρέπει να βρίσκεται το εμπόδιο; (Η αντίσταση του αέρα να μην ληφθεί υπόψη).

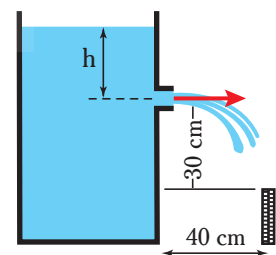
$$[15,4 \text{ m/s}, 10,47 \text{ m}]$$



Σχ. 3.6γ.

17. Με το σιφώνιο του σχήματος 3.6ε, διαμέτρου 2 cm, μεταγγίζουμε υγρό πυκνότητας 900 Kg/m^3 . Αν η πίεση πάνω από τη δεξαμενή είναι ατμοσφαιρική και οι απώλειες στο σιφώνιο αμελητέες, να υπολογισθούν: α) η πίεση του υγρού στο ψηλότερο σημείο του σιφωνίου και β) πόσα Kg υγρού θα παραλάβομε σε 1 λεπτό.

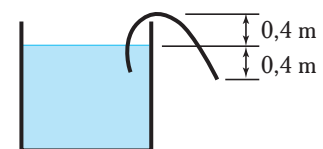
$$[\alpha) 94,2 \text{ KPa}, \beta) 47,5 \text{ Kg}]$$



Σχ. 3.6δ.

18. Πετρέλαιο 20°C και σχετικής πυκνότητας 0,84 αντλείται με σωλήνα διαμέτρου 12 cm, μήκους 1 Km με παροχή $75 \text{ m}^3/\text{h}$. Στην είσοδο του σωλήνα, η απόλυτη πίεση είναι 3,3 atm. Η έξοδος έχει ατμοσφαιρική πίεση και βρίσκεται 15 m υψηλότερα της εισόδου. Να υπολογισθεί το ύψος απωλειών h_f και το ύψος κινητικής ενέργειας.

$$[h_f = 18,3 \text{ m}, v^2/2g = 0,173 \text{ m}]$$



Σχ. 3.6ε.

19. Νερό ρέει μέσω του σωλήνα του σχήματος 3.6στ ($d_1 = 10 \text{ cm}$, $d_2 = 6 \text{ cm}$). Να υπολογισθούν οι ταχύτητες στα σημεία 1 και 2 και η παροχή του νερού.

$$[21,67 \text{ m}^3/\text{h}]$$

20. Νερό ρέει μέσω του σωλήνα του σχήματος 3.6ζ ($d_1=10 \text{ cm}$, $d_2=6 \text{ cm}$) με παροχή $0,015 \text{ m}^3/\text{s}$. Να υπολογισθεί η υψομετρική διαφορά h και οι ταχύτητες εισόδου και εξόδου στο τμήμα του σωλήνα.

$$[h = 0, v_{\text{εισ}} = 1,9 \text{ m/s}, v_{\text{εξ}} = 5,3 \text{ m/s}]$$

21. Ο δεύτερος σωλήνα Pitot του σχήματος 3.6η βρίσκεται τοποθετημένος στην έξοδο του νερού από το σωλήνα στην ατμόσφαιρα. Να υπολογισθεί η ένδειξη του πρώτου σωλήνα h .

$$[h = 0,37 \text{ m}]$$

22. Να υπολογισθεί η ταχύτητα ροής και η παροχή στο σωλήνα του σχήματος 3.6θ διαμέτρου 3 in, αν το ρευστό είναι: α) νερό, β) πετρέλαιο σχετικής πυκνότητας 0,85. Το μανόμετρο περιέχει υδράργυρο.

$$[2,5 \text{ m/s} - 41,1 \text{ m}^3/\text{h}, 2,7 \text{ m/s} - 44,9 \text{ m}^3/\text{h}]$$

23. Στο σωλήνα του σχήματος 3.6ι ($d_1 = 10 \text{ cm}$, $d_2 = 6 \text{ cm}$) ρέει αέρας 20°C . Το υγρό του μανομέτρου είναι λάδι σχετικής πυκνότητας 0,83. Αν $p_1=170 \text{ KPa}$, να υπολογισθούν η πίεση στο σημείο 2 και η παροχή όγκου του αέρα.

$$[169,35 \text{ KPa}, 0,658 \text{ m}^3/\text{s}]$$

24. Υδροστρόβιλος τροφοδοτείται από δεξαμενή νερού ευρισκόμενη 150 m ψηλότερα απ' αυτόν. Ο αγωγός έχει διάμετρο 30 cm και οι απώλειες δίνονται από τη σχέση: $\Sigma h=2 \cdot v^2/g$. Το νερό εξέρχεται από το στρόβιλο (μέσω αγωγού ίδιας διαμέτρου) στην ατμόσφαιρα με ταχύτητα 5 m/s . Αν ο βαθμός αποδόσεως του υδροστρόβιλου είναι 70% , να υπολογισθεί η ισχύς του.

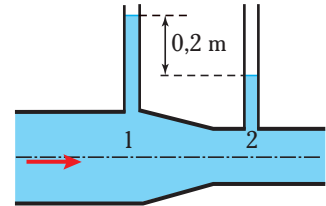
$$[348 \text{ KW}]$$

25. Αεροστρόβιλος παράγει ισχύ 700 hp , τροφοδοτούμενος με αέρα πίεσεως 150 psi , θερμοκρασίας 300°F και ταχύτητας 100 ft/s . Η ροή είναι σταθερή. Ο αέρας εξέρχεται με πίεση 40 psi και θερμοκρασία 35°F . Αν οι διαμέτροι εισόδου και εξόδου είναι 6 in , να υπολογισθούν η ταχύτητα εξόδου και η ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον σε μονάδες του SI ($R = 287 \text{ KJ/KgK}$, $c_p = 1005 \text{ KJ/KgK}$).

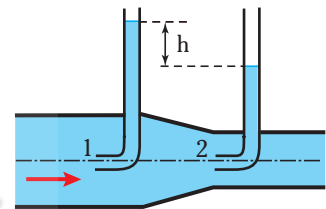
$$[74,37 \text{ m/s}, -169 \text{ KW}]$$

26. Υδροστρόβιλος τροφοδοτείται με νερό παροχής $30 \text{ m}^3/\text{s}$ από τεχνητή δεξαμενή, η ελεύθερη επιφάνεια της οποίας βρίσκεται 100 m ψηλότερα του υδροστρόβιλου. Το νερό εκρέει στην ατμόσφαιρα με ταχύτητα 2 m/s . Οι απώλειες ενέργειας είναι συνολικά 20 m . Να υπολογισθεί η ισχύς του υδροστρόβιλου.

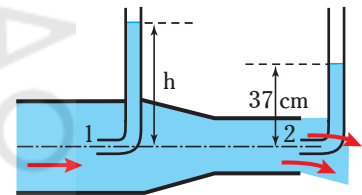
$$[23.145 \text{ KW}]$$



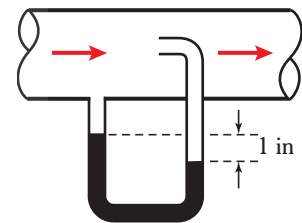
Σχ. 3.6στ.



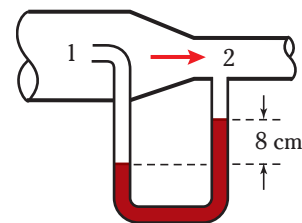
Σχ. 3.6ζ.



Σχ. 3.6η.



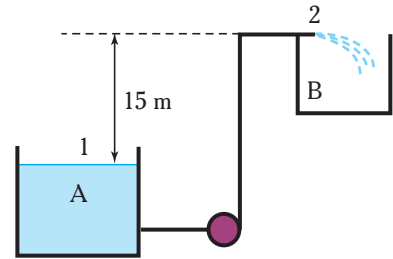
Σχ. 3.6θ.



Σχ. 3.6ι.

27. Αντλία με βαθμό αποδόσεως 70%, αναρροφά νερό από δεξαμενή πίεσεως 5 bar και το καταθλίβει σε δεξαμενή 10 bar, με παροχή $30 \text{ m}^3/\text{h}$. Η ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής καταθλίψεως βρίσκεται 2 m υψηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως. Αν το ύψος απωλειών είναι 3 m, να υπολογισθεί το αποδιδόμενο ύψος και η ισχύς της αντλίας.

[56 m, 6,53 KW]



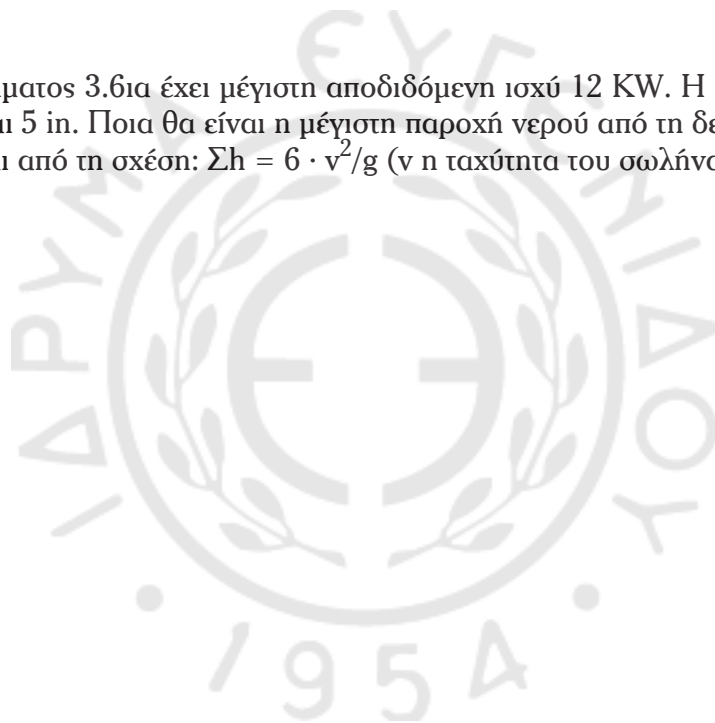
Σχ. 3.6α.

28. Αντλία τροφοδοτεί με νερό παροχής $200 \text{ m}^3/\text{h}$, μηχανή που βρίσκεται 6 m υψηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής τροφοδοσίας της αντλίας. Στο χώρο της μηχανής η πίεση είναι 2 bar. Αν οι ολικές απώλειες δίνονται από τη σχέση $h_f = 7,5 \cdot v_2^2 / (2g)$, και ο σωλήνας τροφοδοσίας έχει διάμετρο 10 cm, να υπολογισθεί η αποδιδόμενη από την αντλία ισχύς.

[19,2 KW]

29. Η αντλία του σχήματος 3.6α έχει μέγιστη αποδιδόμενη ισχύ 12 KW. Η διάμετρος του σωλήνα καταθλίψεως είναι 5 in. Ποια θα είναι η μέγιστη παροχή νερού από τη δεξαμενή A στη B, αν οι απώλειες δίνονται από τη σχέση: $\Sigma h = 6 \cdot v^2/g$ (v η ταχύτητα του σωλήνα καταθλίψεως);

[200,8 m^3/s]





ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ – ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

4.1 Διαστατική ανάλυση

4.2 Ομοιότητα

4.3 Ασκήσεις

4.1 Διαστατική ανάλυση.

4.1.1 Εισαγωγή.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο εξετάσαμε τα ισοζύγια της μάζας και της ενέργειας (αξιοποιώντας τους όγκους ελέγχου σε πεδία ροής), τα οποία μας οδήγησαν σε εκτιμήσεις των γενικών παραμέτρων ροής: πίεσεως, παροχής, ταχύτητας κ.ά. (Η ανάλυση αυτή θα συμπληρωθεί στο Έκτο Κεφάλαιο όπου θα εξετάσουμε το ισοζύγιο της ορμής). Σε αρκετές περιπτώσεις, ο όγκος ελέγχου που χρησιμοποιήσαμε ήταν στοιχειώδης, οδηγώντας σε βασικές επιμέρους διαφορικές εξισώσεις της ροής. Αυτή η αναλυτική μέθοδος (η οποία περιέχει ιδιαίτερα αναπτυγμένες μαθηματικές μεθόδους και τεχνικές πέραν των όσων αναφέρθηκαν), περιορίζεται πρακτικά στην αντιμετώπιση προβλημάτων ροής με αρκετά απλή γεωμετρία και σε σαφώς καθορισμένες επιφάνειες ελέγχου.

Αλλά τα περισσότερα προβλήματα της ροής είναι πάρα πολύ σύνθετα και δεν είναι δυνατό να λυθούν με την αναλυτική μέθοδο. Είναι αναγκαίο να εξετασθούν πειραματικά και να καταγραφούν τα στοιχεία που περιγράφουν τη συμπεριφορά τους. Ήδη αναφερθήκαμε αναλυτικά στην πειραματική διαδικασία του Reynolds που αφορούσε στο πέρασμα από τη στρωτή στην τυρβώδη ροή (παράγρ. 3.1.4), καθώς και στον πειραματικό προσδιορισμό του συντελεστή οπισθέλκουσας (παράγρ. 3.1.6). Γενικά, οι φυσικές παράμετροι που επηρεάζουν τα προβλήματα ροής, είναι αρκετές και η πειραματική μελέτη της κάθε μιας χωριστά, εξαιρετικά επίπονη. Η κατάλληλη ομαδοποίηση των φυσικών παραμέτρων (όπως θα δειξομε, σε αδιάστατες ομάδες), οδηγεί σε απλοποίηση την πειραματική διαδικασία. Μ' αυτόν τον τρόπο τα προς μελέτη στοιχεία είναι λιγότερα και τα αποτελέσματα εκφράζονται με συμπαγή και πρακτικά αξιοποιήσιμη μορφή. Οι εμπειρικές εξισώσεις είναι η πλέον κατάλληλη μορφή. Αλλά και οι γραφικές παραστάσεις (διαγράμματα) είναι ιδιαίτερα χρήσιμες. Τέλος, τα ταξινομημένα σε πίνακες στοιχεία μπορούν να αξιοποιηθούν, αλλά δεν μπορούν να δείξουν άμεσα τις πιθανές νομοτέλειες που αποκαλύπτει η πειραματική διαδικασία.

Μια σημαντική δυσκολία της πειραματικής διαδικασίας, συνδέεται με το κόστος αλλά και τις δυνατότητες πειραματισμού. Για παράδειγμα, είναι ασύμφορη ως πρακτικά αδύνατη η πειραματική διαδικασία της δυναμικής ανώσεως να γίνεται με αληθινά αεροπλάνα. Είναι πολύ πιο πρακτικό να πειραματιστούμε επί ομοιωμάτων (μοντέλων) υπό κατάλληλη κλίμακα. Πρέπει όμως να εξασφαλίσουμε ότι τα ομοιώματα αυτά έχουν παρόμοια συμπεριφορά με το πρωτότυπο. Φυσικά, οι τελικές δοκιμές θα αφορούν στο πρωτότυπο.

Σ' αυτό το κεφάλαιο συζητάμε την προετοιμασία και την ερμηνεία των πειραματικών στοιχείων με τη μέθοδο της διαστατικής ανάλυσεως. Μια τεχνική παραδοσιακή στη Μηχανική των Ρευστών και ταυτόχρονα χρήσιμη σε όλους τους κλάδους εφαρμοσμένης μηχανικής, και τις φυσικές επιστήμες γενικότερα. Παρουσιάζομε επίσης τις βασικές απαιτήσεις, ώστε τα ομοιώματα που θα χρησιμοποιηθούν στην πειραματική διαδικασία, να έχουν παρόμοια συμπεριφορά με το πρωτότυπο ρευστοδυναμικό σύστημα που μελετάμε.

4.1.2 Διαστάσεις και μονάδες.

Όπως γνωρίζομε, κάθε φυσικό μέγεθος προσδιορίζεται ποσοτικά από μία αριθμητική τιμή και τη μονάδα, στην οποία η τιμή αυτή αναφέρεται. Αντίστοιχα, κάθε εξίσωση που φιλοδοξεί να περιγράψει μια φυσική νομοτέλεια, θα πρέπει όχι μόνο να είναι αριθμητικά σωστή (δηλ. να δίνει σωστά αριθμητικά αποτελέσματα όταν εφαρμόζεται), αλλά να εκφράζει σωστά και τη σχέση μεταξύ των μονάδων και των φυσικών μεγεθών. Για παράδειγμα, η εξίσωση $B = 9,807 \cdot m$ (όπου: B το βάρος και m η μάζα), εφαρμοζόμενη στην επιφάνεια της θάλασσας και σε γεωμετρικό πλάτος 45° , με χρήση μονάδων του SI, δίνει σωστά αριθμητικά αποτελέσματα αντιστοιχίσεως του βάρους με τη μάζα ενός σώματος. Δίνει όμως λανθασμένα αποτελέσματα αν λόγου χάριν εκφράσουμε τη μάζα σε lb. Αλλά η εξίσωση αυτή είναι λανθασμένη και από πλευράς μονάδων και διαστάσεων, αφού εξισώνει τη διάσταση του βάρους (δηλ. της δυνάμεως) με την εντελώς διαφορετική διάσταση της μάζας.

Για να διευκολυνθεί η έκφραση των φυσικών νόμων με εξισώσεις γενικής ισχύος, διαμορφώθηκαν, όπως είδαμε στο Πρώτο Κεφάλαιο (παράγρ. 1.3), τα συστήματα μονάδων. Βασικό χαρακτηριστικό τους είναι η επιλογή κάποιων φυσικών μεγεθών ως θεμελιωδών, οπότε όλα τα άλλα προκύπτουν ως παράγωγα. Έτσι, **στο SI** επιλέγονται ως **θεμελιώδη μεγέθη**, επτά, τα οποία καλύπτουν όλους τους τομείς της επιστημονικής και τεχνολογικής δραστηριότητας (Πίν. 1.3.1). Για τις ανάγκες της Μηχανικής των Ρευστών, μας ενδιαφέρουν τέσσερα: Το **μήκος**, η **μάζα** και ο **χρόνος** και –σε ορισμένες περιπτώσεις– η **θερμοκρασία**. Για κάθε θεμελιώδες μέγεθος ορίστηκε αυθαίρετα (κατόπιν συμφωνίας) μια μονάδα, δηλαδή ένα μέτρο **συγκρίσεως**. Κάθε ένα από τα βασικά μεγέθη δύναται να παρασταθεί με ένα γράμμα, το οποίο συμβολίζει γενικά τη φύση του μεγέθους. Το γράμμα τούτο καλείται **διάσταση του μεγέθους**. Έτσι, αν το μήκος γενικά το συμβολίσουμε με **L**, αυτό αποτελεί γενικότερη έννοια από μια συγκεκριμένη απόσταση *s*, ένα συγκεκριμένο μήκος *l*, ένα ύψος *y*, ένα πλάτος *x* κ.λπ.. Η μονάδα του SI για τη διάσταση αυτή είναι το μέτρο (m), για το CGS το cm κ.λπ.. Αντίστοιχα η διάσταση της μάζας **M** είναι έννοια γενικότερη από τη συγκεκριμένη μάζα *m* που συναντάμε σε ένα πρόβλημα, η διάσταση του χρόνου **T** έννοια γενικότερη από το συγκεκριμένο χρόνο *t* και η διάσταση της θερμοκρασίας **Θ**, έννοια γενικότερη από κάποια θερμοκρασία ή θερμοκρασιακή διαφορά.

Από τη στιγμή που καθορίστηκαν οι διαστάσεις των θεμελιωδών μεγεθών, οι διαστάσεις των παραγώγων προκύπτουν από τις θεμελιώδεις, με αξιοποίηση των ορισμών ή των φυσικών νόμων (ακριβώς όπως προκύπτουν για κάθε σύστημα οι παράγωγες μονάδες). Έτσι, η ταχύτητα η οποία ορίζεται ως λόγος μήκους προς χρόνο, θα έχει διάσταση $L/T = L \cdot T^{-1}$, η επιτάχυνση, $L/T^2 = L \cdot T^{-2}$, αφού η δύναμη, η οποία σύμφωνα με το Δεύτερο Νόμο του Newton ισούται με το γινόμενο της μάζας επί την επιτάχυνση, θα έχει διάσταση: $M \cdot L/T^2 = M \cdot L \cdot T^{-2}$. Γενικότερα, η διάσταση ενός παράγωγου μεγέθους **G** ισούται με το γινόμενο των διαστάσεων των θεμελιωδών μεγεθών υψωμένων σε δυνάμεις:

$$[G] = L^{\alpha} \cdot M^{\beta} \cdot T^{\gamma} \cdot \Theta^{\delta} \quad (4.1)$$

όπου: $[G]$ η διάσταση του μεγέθους **G** και $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, μικροί ακέραιοι (θετικοί, αρνητικοί ή μηδέν). Οι εξισώσεις αυτής της μορφής που εκφράζουν σχέση μεταξύ διαστάσεων φυσικών μεγεθών, ονομάζονται **διαστατικές εξισώσεις**.

Η **διάσταση** ενός μεγέθους αναφέρεται στη φυσική του έννοια γενικά. Άρα την ίδια διάσταση είναι δυνατόν να έχουν περισσότερα από ένα (συγγενή) φυσικά μεγέθη (π.χ. ο χρόνος και η περίοδος). Το **σύμβολο**, παριστάνει μία συγκεκριμένη ποσότητα (γνωστή ή άγνωστη) του φυσικού μεγέθους, η οποία υπεισέρχεται στους τύπους. Τέλος, η **μονάδα** αποτελεί το μέτρο συγκρίσεως της ποσότητας του φυσικού μεγέθους και εξαρτάται από το σύστημα μονάδων, στο οποίο εργαζόμαστε. Σε ένα σύστημα μονάδων όλα τα μεγέθη ίδιας διαστάσεως εκφράζονται ποσοτικά στην ίδια μονάδα.

Στον Πίνακα 4.1.1 βλέπομε τις διαστάσεις των φυσικών μεγεθών που συναντάμε στη Μηχανική των Ρευστών.

Πίνακας 4.1.1
Διαστάσεις φυσικών μεγεθών.

Φυσικό μέγεθος	Διάσταση	Σύμβολο	Μονάδες στο SI
Μήκος	L	L, l, s, x, y	m
Μάζα	M	m	kg
Χρόνος	T	t	s
Θερμοκρασία	Θ	T	K
Εμβαδόν	L ²	A, S	m ²
Όγκος	L ³	V	m ³

(συνεχίζεται)

Φυσικό μέγεθος	Διάσταση	Σύμβολο	Μονάδες στο SI
Πυκνότητα	$M \cdot L^{-3}$	ρ	kg/m^3
Ταχύτητα	$L \cdot T^{-1}$	v	m/s
Επιτάχυνση	$L \cdot T^{-2}$	a, g	m/s^2
Γωνία	–	θ	rad
Γωνιακή ταχύτητα	T^{-1}	ω	rad/s
Δύναμη	$M \cdot L \cdot T^{-2}$	F, B	$\text{N} (= \text{Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2})$
Ειδικό βάρος	$M \cdot L^{-2} \cdot T^{-2}$	γ	$\text{N/m}^3 (= \text{Kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-2})$
Πίεση, τάση	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$	p, τ, σ	$\text{Pa} (= \text{Kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2})$
Ορμή	$M \cdot L \cdot T^{-1}$	J	$\text{Kg} \cdot \text{m/s}$
Ενέργεια	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	E, Q, W	$\text{J} (= \text{Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2})$
Ισχύς	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$	P, \dot{Q}, \dot{W}	$\text{W} (= \text{Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3})$
Παροχή μάζας	$M \cdot T^{-1}$	\dot{m}	Kg/s
Παροχή όγκου	$L^3 \cdot T^{-1}$	Q	m^3/s
Ιξώδες	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$	μ	$\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 (= \text{Kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1})$
Κινηματικό ιξώδες	$L^2 \cdot T^{-1}$	ν	m^2/s
Επιφανειακή τάση	$M \cdot T^{-2}$	σ	$\text{N/m} (= \text{Kg} \cdot \text{s}^{-2})$
Ειδική θερμότητα	$L^2 \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$	c_p, c_v	$\text{J}/(\text{KgK}) (= \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1})$

4.1.3 Ομογενείς εξισώσεις.

Μία εξίσωση, η οποία περιγράφει μια φυσική νομοτέλεια, πρέπει να είναι και διαστατικά ορθή (**διαστατικά ομογενής**, dimensionally homogeneous). Αυτό σημαίνει πως έχει και στα δύο σκέλη της τις ίδιες διαστάσεις. Για παράδειγμα η εξίσωση:

$$B = m \cdot g$$

αντιστοιχεί στη διαστατική εξίσωση:

$$M \cdot L \cdot T^{-2} = (M) \cdot (L \cdot T^{-2})$$

Εάν το ένα σκέλος της εξισώσεως αποτελείται από όρους (προσθετέους), κάθε όρος έχει επίσης τις ίδιες διαστάσεις. Παραδείγματος χάριν στην εξίσωση Bernoulli (3.15):

$$\dot{m} \cdot \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \dot{m} \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \dot{m} \cdot g \cdot (y_1 - y_2) = \dot{W} \quad (3.15)$$

το πρώτο σκέλος έχει τρεις προσθετέους, οι διαστάσεις των οποίων είναι αντίστοιχα:

$$(M \cdot T^{-1}) \cdot (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}) / (M \cdot L^{-3}) = M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$$

$$(M \cdot T^{-1}) \cdot (L \cdot T^{-1})^2 = M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$$

$$(M \cdot T^{-1}) \cdot (L \cdot T^{-2}) \cdot (L) = M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$$

δηλαδή διαστάσεις ισχύος, ίδιες μ' αυτές του δεύτερου σκέλους της εξισώσεως.

Αν όλους τους όρους μιας διαστατικά ομογενούς εξισώσεως τους διαιρέσουμε διά ενός φυσικού μεγέθους, τότε και οι διαστάσεις της εξισώσεως διαιρούνται διά των διαστάσεων του μεγέθους (και η διαστατική ομοιογένεια διατηρείται). Έτσι, στην παράγραφο 3.4.3, διαιρώντας τους όρους της εξισώσεως (3.15)

διά της παροχής όγκου προέκυψε η μορφή:

$$(p_1 - p_2) + \rho \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \gamma \cdot (y_1 - y_2) = p_w \quad (3.15\beta)$$

στην οποία όλοι οι όροι εκφράζονται σε διαστάσεις πιέσεως:

$$(M \cdot L^2 \cdot T^{-3}) / (L^3 \cdot T^{-1}) = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$$

Αντίστοιχα, διαιρώντας τους όρους της εξίσωσης (3.15) διά της παροχής βάρους (B/t), προέκυψε η εξίσωση (3.16):

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h \quad (3.16)$$

στην οποία όλοι οι όροι εκφράζονται σε διαστάσεις μήκους:

$$(M \cdot L^2 \cdot T^{-3}) / (M \cdot L \cdot T^{-2}/T) = L$$

Όλες οι εξισώσεις που προκύπτουν με θεωρητική συνέπεια από τους θεμελιώδεις νόμους της Φυσικής, είναι διαστατικά ομογενείς. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο και με κάποιες σημαντικές εξισώσεις που προέκυψαν πειραματικά και αξιοποιήθηκαν σε υπολογιστικές διαδικασίες. Με τέτοιες διαστατικά ανομοιογενείς εξισώσεις, πρέπει να είμαστε προσεκτικοί, ιδιαίτερα σε ό,τι αφορά στις μονάδες.

Παράδειγμα 1

Το 1890 ο Ιρλανδός μηχανικός Robert Manning, πρότεινε μια εμπειρική εξίσωση για τον υπολογισμό της μέσης ταχύτητας ομοιόμορφης ροής υγρού σε ανοιχτό αγωγό, όταν το υγρό ρέει λόγω βαρύτητας. Η εξίσωση του Manning έχει την ακόλουθη μορφή στο Αγγλικό Τεχνικό Σύστημα (BG):

$$v = \frac{1,49}{n} \cdot R^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

όπου: R η υδραυλική ακτίνα του αγωγού, S η κλίση του (αδιάστατο μέγεθος) και n αδιάστατη σταθερά (συντελεστής ποιότητας του Manning).

- Είναι η εξίσωση διαστατικά ομογενής;
- Ποια η μορφή της στο SI;

Λύση:

α) Το πρώτο σκέλος της εξίσωσης έχει διαστάσεις: $L/T = L \cdot T^{-1}$.

Το δεύτερο μέλος έχει διαστάσεις: $L^{2/3}$ (τα S και n είναι αδιάστατα μεγέθη).

Κατά συνέπεια, η εξίσωση είναι διαστατικά ανομοιογενής.

β) Επιλύοντας την εξίσωση ως προς το συντελεστή 1,49 έχουμε:

$$1,49 = n \cdot v \cdot R^{-2/3} \cdot S^{-1/2}$$

Το δεύτερο σκέλος έχει διαστάσεις: $(L \cdot T^{-1}) \cdot (L^{-2/3}) = L^{1/3} \cdot T^{-1}$.

Άρα ο αριθμός 1,49 δεν είναι αδιάστατος, αλλά έχει διαστάσεις: $L^{1/3} \cdot T^{-1}$. Έχει επομένως στο αγγλικό σύστημα (για το οποίο έχει υπολογισθεί) μονάδες: $1,49 \text{ ft}^{1/3}/\text{s}$.

Για να ισχύει η εξίσωση στο SI, πρέπει να μετατρέψουμε το συντελεστή:

$$1,49 \text{ ft}^{1/3} \cdot \text{s} = 1,49 \cdot (0,3048 \text{ m/ft})^{1/3}/\text{s} = 1 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$$

Άρα στο SI η εξίσωση του Manning γίνεται: $v = \frac{1}{n} \cdot R^{2/3} \cdot S^{1/2}$

όπου: n ταχύτητα εκφράζεται σε m/s και n διάμετρος σε m.

Σημείωση: Και σ' αυτήν τη μορφή (στην οποία την έδωσε ο Manning, που ήταν υπέρμαχος του μετρικού συστήματος), η εξίσωση είναι διαστατικά ανομοιογενής.

4.1.4 Αδιάστατοι αριθμοί.

Είναι προφανές από τα προηγούμενα, πως αν διαιρέσουμε όλους τους όρους μίας διαστατικά ομογενούς εξίσωσης διά ενός όρου της (ή γενικότερα διά ενός μεγέθους ιδίων διαστάσεων), η ισοδύναμη εξίσωση που θα προκύψει, θα αποτελείται από αδιάστατους όρους. Αν για παράδειγμα διαιρέσουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης (3.16) διά του Σh θα προκύψει:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma \cdot \Sigma h} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g \cdot \Sigma h} + \frac{(y_1 - y_2)}{\Sigma h} = 1$$

Κάθε όρος αυτής της εξίσωσης είναι αδιάστατος.

Ένας αδιάστατος όρος καλείται **αδιάστατη ομάδα** ή απλά **αδιάστατος αριθμός**. Ο αδιάστατος αριθμός είναι ανεξάρτητος από το σύστημα μονάδων. Δηλαδή, αν σε κάποιο συγκεκριμένο πρόβλημα, αντικαταστήσουμε τα φυσικά μεγέθη που περιλαμβάνει μια αδιάστατη ομάδα με τις τιμές τους (εκφρασμένες στο ίδιο σύστημα μονάδων), θα προκύψει ένας **καθαρός αριθμός**. Ο αριθμός αυτός είναι ίδιος σε όποιο σύστημα μονάδων κι αν εργαστήκαμε (αρκεί να εργαστήκαμε με συνέπεια).

Οι αδιάστατες ομάδες αποτελούν βασικά εργαλεία της διαστατικής ανάλυσης. Ιδιαίτερη σημασία έχουν οι αδιάστατες ομάδες που επαναλαμβάνονται συχνά στη διαδικασία της διαστατικής ανάλυσης προβλημάτων. Έτσι, στη Μηχανική των Ρευστών συναντάμε πολύ συχνά λόγους δυνάμεων και ιδιαίτερα, το λόγο των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις ιξώδους τριβής, ο οποίος είναι γνωστός ως **αριθμός Reynolds**:

$$Re = \frac{F_{\text{αδράνειας}}}{F_{\text{ιξώδους}}} = \frac{m \cdot a}{\mu \cdot (dv/dy) \cdot A} = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot L^2}{\mu \cdot v \cdot L} \Rightarrow Re = \frac{L \cdot v}{\nu}$$

όπου: L χαρακτηριστικό μήκος του αγωγού (για σωλήνες η διάμετρος), v η ταχύτητα ροής και ν το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.

Με τον ίδιο τρόπο έχουν προκύψει και συναντώνται συχνά, ο αδιάστατος αριθμός Froude (δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις βαρύτητας), ο αριθμός Weber (δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις επιφανειακής τάσεως), ο αριθμός Mach (ταχύτητα προς ταχύτητα ήχου) κ.ά..

Στον Πίνακα 4.1.2 αναφέρονται ορισμένοι σημαντικοί αδιάστατοι αριθμοί που συναντάμε στη μηχανική των ρευστών και στη μετάδοση θερμότητας.

Πίνακας 4.1.2
Αδιάστατοι αριθμοί.

Αριθμός	Σύμβολο	Τύπος	Περιγραφή	Σημασία
Reynolds	Re, N_{Re}	$\frac{Lv}{\nu}$	Δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις ιξώδους τριβής.	Παντού.
Froude	Fr, N_{Fr}	$\frac{v^2}{Lg}$	Δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις βαρύτητας.	Επιφανειακή ροή.

(συνεχίζεται)

Αριθμός	Σύμβολο	Περιγραφή	Περιγραφή	Σημασία
Weber	We, N_{We}	$\frac{\rho L v^2}{T}$	Δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις επιφανειακής τάσεως.	Επιφανειακή ροή.
Euler	Eu, N_{Eu}	$\frac{p}{(\rho v^2)}$	Δυνάμεις πίεσεως προς δυνάμεις αδράνειας.	Σππλαιώση.
Mach	M	$\frac{v}{v_{\acute{\eta}\chiου}}$	Ταχύτητα προς ταχύτητα ήχου.	Συμπιεστή ροή.
Λόγος c_p/c_v	k	$\frac{c_p}{c_v}$	Ενθαλπία προς εσωτερική ενέργεια.	Συμπιεστή ροή.
Peclet	Pe, N_{Pe}	$\frac{v L \rho c_p}{k}$	Μεταφορά μεταβιβάσεως προς μεταφορά θερμότητας με αγωγιμότητα.	Μεταφορά θερμότητας.
Prandtl	Pr, N_{Pr}	$\frac{c_p \mu}{k}$	Ορμή προς θερμική διαχυτότητα.	Μεταφορά θερμότητας.
Brinkman	Br, N_{Br}	$\frac{\mu v^2}{k T}$	Θερμότητα λόγω ιξώδους τριβής προς μεταφορά θερμότητας με αγωγιμότητα.	Μεταφορά θερμότητας.
Nusselt	Nu, N_{Nu}	$\frac{h L}{k}$	Ολική μεταφορά θερμότητας προς μεταφορά θερμότητας με αγωγιμότητα.	Μεταφορά θερμότητας.

Σημείωση: Το k που υπεισέρχεται στους αριθμούς Pe, Pr, Br και Nu συμβολίζει το συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας (και όχι τον αδιάστατο $k = c_p/c_v$).

Οι αδιάστατοι αριθμοί παίζουν σημαντικό ρόλο στη μελέτη των φαινομένων της Μηχανικής των Ρευστών, της Μεταδόσεως Θερμότητας και σε πολλών άλλων κλάδων των τεχνικών επιστημών. Ήδη έχουμε χρησιμοποιήσει τον αριθμό Reynolds στο Τρίτο Κεφάλαιο (και θα τον συναντάμε συνέχεια). Επίσης, συναντήσαμε το λόγο $c_p/c_v = k$, καθώς και το συντελεστή οπισθέλκουσας C_D .

Ανακεφαλαιώνοντας, μια διαστατικά ομογενής εξίσωση περιλαμβάνει:

- **Διαστατικές μεταβλητές** (Dimensional variables). Πρόκειται για τα φυσικά μεγέθη, όπως η ταχύτητα, η πίεση, η πυκνότητα κ.λπ. και χωρίς τα οποία δεν νοείται εξίσωση.
- **Διαστατικές σταθερές** (Dimensional constants). Αυτές έχουν σταθερή τιμή, η οποία όμως εξαρτάται από το σύστημα μονάδων, στο οποίο εργαζόμαστε (π.χ. $g = 9,807 \text{ m/s}^2 = 980,7 \text{ cm/s}^2 = 32,18 \text{ ft/s}^2$).
- **Αδιάστατες ομάδες** (Dimensionless groups). Αυτές απαρτίζονται από κάποια φυσικά μεγέθη (διαστατικές μεταβλητές) και η τιμή τους μεταβάλλεται όταν μεταβληθεί ένα από αυτά.
- **Αδιάστατες σταθερές** (Pure constants), όπως το π και το e, με σταθερή τιμή.

4.1.5 Διαστατική ανάλυση.

Η διαστατική ανάλυση αποτελεί χρήσιμο εργαλείο για την προσέγγιση ενός προβλήματος το οποίο δεν δύναται να αντιμετωπισθεί με την αναλυτική χρήση των φυσικών νόμων και της μαθηματικής ανάλυσης.

Τέτοια προβλήματα συναντάμε συχνά στη μηχανική. Και είναι ιδιαίτερα κοινά στη Μηχανική των Ρευστών. Στην προσπάθεια αντιμετώπισής τους, καταφεύγουμε στο πείραμα, προσπαθώντας να δώσουμε ικανοποιητική απάντηση. Αλλά και η εμπειρική πειραματική προσέγγιση, παρουσιάζει μεγάλες δυσκολίες, λόγω των πολλών παραμέτρων που επηρεάζουν το πρόβλημα και πρέπει να μελετηθούν χωριστά. Για παράδειγμα, η πτώση πίεσεως λόγω τριβής σε κυλινδρικό σωλήνα, σύμφωνα με τα δεδομένα της θεωρίας

αι και της εμπειρίας, εξαρτάται από τις ακόλουθες μεταβλητές: το μήκος, τη διάμετρο και την τραχύτητα του αγωγού, την παροχή ροής (ή την ταχύτητα), την πυκνότητα και το ιξώδες του υγρού. Αν μεταβληθεί έστω και μία εκ των παραμέτρων, μεταβάλλεται και η πτώση πίεσης. Η πειραματική διαδικασία με στόχο να διαπιστωθούν οι συσχετίσεις και να προκύψει σχέση χρήσιμη στους υπολογισμούς, είναι επίπονη και δύσκολη. Κάθε παράμετρος πρέπει να μελετηθεί χωριστά και στη συνέχεια, η επίδρασή της στην πτώση πίεσης να συσχετιστεί με την επίδραση των άλλων παραμέτρων. Εδώ παρεμβαίνει η **διαστατική ανάλυση** και απλοποιεί κατά πολύ την πειραματική διαδικασία, οργανώνοντας –όπως θα δούμε– τις παραμέτρους του προβλήματος σε αδιάστατες ομάδες.

Η όλη διαδικασία μπορεί γενικά να περιγραφεί ως εξής:

α) Προσδιορίζουμε όλες τις παραμέτρους που επηρεάζουν ένα υπό μελέτη φαινόμενο, αξιοποιώντας τη θεωρία, την εμπειρία και το πείραμα. Το βήμα αυτό είναι πολύ σημαντικό, αφού συνήθως δεν υπάρχει αποδεικτική διαδικασία για το αν πράγματι λήφθηκαν υπόψη όλες οι παράμετροι.

β) Υποθέτουμε μία άγνωστη γενική συνάρτηση η οποία περιγράφει το φαινόμενο:

$$Q = f(Q_1, Q_2, \dots, Q_k) \quad (4.2)$$

όπου: Q_1, Q_2, \dots, Q_k , τα φυσικά μεγέθη (παράμετροι) που επηρεάζουν το Q και k ο αριθμός των παραμέτρων του προβλήματος.

γ) Με τη **διαστατική ανάλυση** αντικαθιστούμε τα παραπάνω μεγέθη με αδιάστατες ομάδες, οι οποίες είναι σαφώς λιγότερες από τα μεμονωμένα μεγέθη. Έτσι λαμβάνουμε την (επίσης άγνωστη, αλλά με λιγότερες παραμέτρους) συνάρτηση:

$$G = \varphi(G_1, G_2, \dots, G_n) \quad (4.3)$$

όπου: n ο αριθμός των αδιαστάτων ομάδων ($n < k$) και G, G_1, G_2, \dots, G_n , αδιάστατες ομάδες.

δ) Ακολουθεί η πειραματική μελέτη (συνήθως επί ομοιωμάτων) για τον τρόπο που κάθε αδιάστατη ομάδα επηρεάζει το πρόβλημα και του συσχετισμού των αδιαστάτων ομάδων.

Η διαστατική ανάλυση δεν θα δώσει τελική απάντηση στο πρόβλημα (όπως θα δούμε και στη συνέχεια με παραδείγματα), αλλά θα προωθήσει αποφασιστικά την (πειραματική) διαδικασία επιλύσεώς του.

4.1.6 Η μέθοδος Rayleigh.

Υπάρχουν δύο βασικές μέθοδοι διαστατικής αναλύσεως (με αρκετές παραλλαγές). Η μία είναι η μέθοδος του Rayleigh –ο οποίος ήταν και ο πρώτος που εισήγαγε την έννοια της διαστατικής αναλύσεως το 1879. Η δεύτερη, η μέθοδος του Buckingham, την οποία θα εξετάσουμε στην επόμενη παράγραφο.

Η μέθοδος του Rayleigh βασίζεται στην υπόθεση πως το υπό μελέτη φαινόμενο είναι δυνατόν να περιγραφεί από μία διαστατικά ομογενή εξίσωση της μορφής:

$$Q = C \cdot Q_1^a \cdot Q_2^b \dots Q_k^k \quad (4.4)$$

όπου: C αδιάστατη σταθερά, Q, Q_1, Q_2, \dots, Q_k τα φυσικά μεγέθη που αποτελούν παραμέτρους του προβλήματος και a, b, \dots, k , άγνωστοι αριθμητικοί εκθέτες.

Η σχέση (4.4) πιθανόν να μην ισχύει και το Q να ισούται με άθροισμα όρων διαστατικά ομογενών, οπότε η (4.4) αντικαθίσταται από τη γενικότερη:

$$Q = Q_1^a \cdot Q_2^b \dots Q_k^k \cdot \sum G_i \quad (4.4a)$$

όπου: G_i , αδιάστατες ομάδες των μεταβλητών του προβλήματος.

Αν μπορούμε να προσδιορίσουμε την τιμή του C και τις τιμές των εκθετών a, b, \dots, k , το πρόβλημα θα έχει επιλυθεί. Αλλά όπως ήδη αναφέραμε, η διαστατική ανάλυση δεν δίνει την τελική λύση του προβλή-

ματος, αλλά βοηθά προς την κατεύθυνση αυτή, μειώνοντας σημαντικά τους προς περαιτέρω διερεύνηση αγνώστους.

Στην εξίσωση (4.4) αντιστοιχεί η διαστατική εξίσωση:

$$[Q] = [Q_1]^a \cdot [Q_2]^b \dots [Q_k]^k \quad (4.5)$$

Αν οι θεμελιώδεις διαστάσεις είναι j (στη Μηχανική Ρευστών είναι συνήθως $j = 3$: L, M, T), προκειμένου να ισχύει η εξίσωση (4.5), για κάθε θεμελιώδη διάσταση θα πρέπει να ισχύει αριθμητική σχέση μεταξύ των εκθετών a, b, \dots, k :

Ο εκθέτης μιας θεμελιώδους διαστάσεως στο πρώτο μέλος, ισούται με τον εκθέτη της ίδιας διαστάσεως στο δεύτερο.

Εφαρμόζοντας αυτό τον απλό κανόνα, προκύπτουν εξισώσεις μεταξύ των εκθετών a, b, \dots, k . Αξιοποιώντας τις εξισώσεις αυτές, μειώνουμε σημαντικά τον αριθμό των αγνώστων. Αν μάλιστα τους ομαδοποιήσουμε, αξιοποιώντας τους εκθέτες που συνεχίζουν να είναι άγνωστοι, θα προκύψουν αδιάστατες ομάδες που διευκολύνουν την παραπέρα πειραματική επεξεργασία.

Η μέθοδος γίνεται κατανοητή με το ακόλουθο απλό παράδειγμα:

Παράδειγμα 2 (Εξίσωση Torricelli)

Δεξαμενή περιέχει νερό. Σε υψομετρική διαφορά h από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, υπάρχει οπή εκροής (σχ. 4.1α). Να υπολογισθεί η ταχύτητα εξόδου του νερού από την οπή (οι τριβές να αγνοηθούν).

Λύση:

1. **Προσδιορισμός φυσικών παραμέτρων:** Η ταχύτητα εξόδου v εξαρτάται από την επιτάχυνση του πεδίου βαρύτητας g , την υψομετρική διαφορά μεταξύ ανοίγματος και ελεύθερης επιφάνειας h και, πιθανόν, από την πυκνότητα του υγρού ρ .

2. **Καταγραφή διαστατικών δεδομένων:** Για να διευκολυνθούμε στην ανάλυση, καταγράφουμε τα διαστατικά δεδομένα των φυσικών μεγεθών (αξιοποιώντας τον Πίνακα 4.1.1):

Ταχύτητα v : $L \cdot T^{-1}$.

Επιτάχυνση βαρύτητας g : $L \cdot T^{-2}$.

Ύψος h : L

Πυκνότητα ρ : $M \cdot L^{-3}$.

3. **Υποθέτουμε:**

$$v = C \cdot g^a \cdot h^b \cdot \rho^c$$

4. **Διαστατική ανάλυση:** Η διαστατική εξίσωση που αντιστοιχεί στην παραπάνω υποθετική, είναι:

$$L \cdot T^{-1} = (L \cdot T^{-2})^a \cdot L^b \cdot (M \cdot L^{-3})^c \Rightarrow L \cdot T^{-1} = L^{a+b-3c} \cdot M^c \cdot T^{-2a}$$

Για να ισχύει πρέπει οι εκθέτες κάθε μεγέθους να είναι ίσοι:

$$L: 1 = a + b - 3c$$

$$M: 0 = c$$

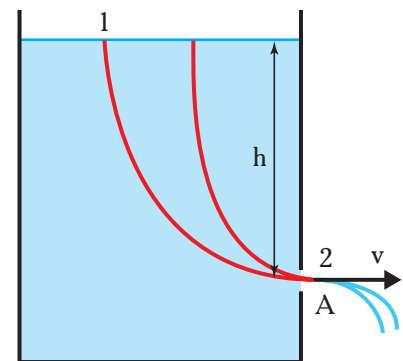
$$T: -1 = -2a$$

Επιλύοντας το σύστημα των τριών εξισώσεων με τους τρεις αγνώστους:

$$a = 1/2, b = 1/2, c = 0$$

Δηλαδή η ταχύτητα εκροής δεν εξαρτάται από την πυκνότητα του υγρού, αλλά μόνο από το πεδίο βαρύτητας και την υψομετρική διαφορά:

$$v = C \cdot g^{1/2} \cdot h^{1/2} = C \cdot \sqrt{g \cdot h} \Rightarrow \frac{v^2}{gh} = C^2$$



Σχ. 4.1α.

Η διαστατική ανάλυση δεν μπορεί να προχωρήσει παραπέρα και να υπολογίσει την αδιάστατη σταθερά C . Τη συνέχεια την αναλαμβάνει το πείραμα (και σε ορισμένες περιπτώσεις, η θεωρία), το οποίο θα μας δώσει $C^2 = 2$.

Σημείωση: Στο εισαγωγικό αυτό παράδειγμα που δίνεται για την κατανόηση της μεθόδου, δεν χρειάζεται η εφαρμογή της διαστατικής ανάλυσης και το πείραμα. Όπως γνωρίζουμε από τη φυσική, εφόσον δεν υπάρχουν απώλειες λόγω τριβών, ισχύει η αρχή διατηρήσεως της μηχανικής ενέργειας, οπότε για μάζα m που βρίσκεται στην επιφάνεια και ακολουθώντας μια ροϊκή γραμμή εκρέει από την οπή, ισχύει:

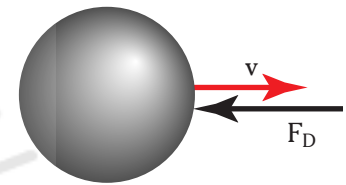
$$mg = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

(Βλ. και παράγρ. 3.5.1, θεώρημα του Torricelli).

Ένα πιο σύνθετο πρόβλημα θα βοηθήσει περισσότερο στην κατανόηση, αλλά και τους περιορισμούς της μεθόδου. Επίσης, θα επιτρέψει να κατανοήσουμε τη σημασία που έχουν οι αδιάστατοι αριθμοί στη διαστατική ανάλυση.

Παράδειγμα 3 (Οπισθέλκουσα δύναμη)

Σφαίρα κινούμενη εντός υγρού που βρίσκεται σε ηρεμία, δέχεται δύναμη αντιστάσεως η οποία καλείται οπισθέλκουσα δύναμη F_D (παράγρ. 3.1.6), όπως φαίνεται στο σχήμα 4.1β. Πειραματικά προσδιορίζεται πως η οπισθέλκουσα εξαρτάται από τη διάμετρο D της σφαίρας, τη σχετική ταχύτητα v της σφαίρας ως προς το υγρό, την πυκνότητα ρ και το ιξώδες μ του υγρού. Βοηθά η διαστατική ανάλυση, ώστε να εξαγάμε σχέση που θα δίνει την εξάρτηση της οπισθέλκουσας δυνάμεως από τις παραπάνω παραμέτρους;



Σχ. 4.1β.

Λύση:

1. **Προσδιορισμός φυσικών παραμέτρων:** Όπως αναφέρονται παραπάνω:

$$F_D, d, v, \rho, \mu$$

2. **Καταγραφή διαστατικών δεδομένων:** Καταγράφουμε (σε πίνακα) τα διαστατικά δεδομένα των φυσικών μεγεθών:

Μέγεθος	Σύμβολο	Διάσταση	Μέγεθος	Σύμβολο	Διάσταση
Δύναμη	F_D	$L \cdot M \cdot T^{-2}$	Πυκνότητα	ρ	$M \cdot L^{-3}$
Διάμετρος	d	L	Ιξώδες	μ	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$
Ταχύτητα	v	$L \cdot T^{-1}$			

3. **Υπόθεση:** Υποθέτουμε (κατά τη μέθοδο Rayleigh) σχέση που δίνει την οπισθέλκουσα δύναμη σε συνάρτηση με τα αναφερόμενα μεγέθη:

$$F_D = C \cdot d^a \cdot v^b \cdot \rho^c \cdot \mu^d \quad (1)$$

4. **Διαστατική ανάλυση:** Οι άγνωστοι είναι 5: a, b, c, d και C .

Από την (1) προκύπτει η διαστατική εξίσωση:

$$\begin{aligned} L \cdot M \cdot T^{-2} &= L^a \cdot (L \cdot T^{-1})^b \cdot (M \cdot L^{-3})^c \cdot (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1})^d \Rightarrow \\ \Rightarrow L \cdot M \cdot T^{-2} &= L^{a+b-3c-d} \cdot M^{c+d} \cdot T^{-b-d} \end{aligned} \quad (2)$$

Εξισώνοντας τους εκθέτες των θεμελιωδών μονάδων:

$$L: 1 = a + b - 3c - d$$

$$M: 1 = c + d$$

$$T: -2 = -b - d$$

Δηλαδή προκύπτουν 3 εξισώσεις με 4 αγνώστους. Επιλύουμε, υπολογίζοντας τους τρεις αγνώστους (έστω τους a, b, c) συναρτήσει του τέταρτου (d):

$$a = 2 - d$$

$$b = 2 - d$$

$$c = 1 - d$$

Αντικαθιστούμε στην (1) και παίρνουμε:

$$F_D = C \cdot d^{2-d} \cdot v^{2-d} \cdot \rho^{1-d} \cdot \mu^d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_D = C \cdot d^2 \cdot d^{-d} \cdot v^2 \cdot v^{-d} \cdot \rho^1 \cdot \rho^{-d} \cdot \mu^d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_D = C \cdot d^2 \cdot v^2 \cdot \rho^1 \cdot (d^{-1} \cdot v^{-1} \cdot \rho^{-1} \cdot \mu)^d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_D = C \cdot d^2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \left(\frac{\mu}{v \cdot d \cdot \rho} \right)^d \quad (3)$$

5. Παραπέρα επεξεργασία: Η ομάδα που βρίσκεται μέσα στην παρένθεση είναι αδιάστατη και ίση με τον αντίστροφο του αριθμού Reynolds:

$$Re = vd\rho/\mu$$

Αν λάβουμε υπόψη την επιφάνεια της σφαίρας την κάθετη στην ταχύτητα:

$$A = \pi d^2/4 \Rightarrow d^2 = 4A/\pi$$

η εξίσωση (3) γίνεται:

$$F_D = \frac{4C}{\pi} \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 \cdot Re^{-d} \quad (4)$$

Η εξίσωση (4) δεν μπορεί να συγκεκριμενοποιηθεί περισσότερο με τη μέθοδο της διαστατικής ανάλυσης. Από εδώ και πέρα συνεχίζουμε πειραματικά.

Πρέπει όμως να σημειώσουμε το παρακινδυνευμένο της αρχικής υποθέσεως (βήμα 3), σύμφωνα με την οποία η δύναμη F_D ισούται με το εκθετικό γινόμενο των παραμέτρων που την επηρεάζουν. Κάτι τέτοιο δεν είναι σίγουρο. Υπάρχει περίπτωση η δύναμη F_D να είναι άθροισμα όρων διαστατικά ομογενών. Σ' αυτήν τη γενικευμένη προσέγγιση, η διαστατική ανάλυση θα μας δώσει (σύμφωνα με την 4.4α):

$$F_D = A \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \sum C_i Re_i^{d_i} \quad (5)$$

όπου: C_i αδιάστατοι συντελεστές και d_i εκθέτες.

Ορίζοντας τέλος το αδιάστατο τμήμα της εξισώσεως ως συντελεστή οπισθέλκουσας C_D :

$$C_D = 2 \sum C_i Re_i^{d_i} = f(Re) \quad (6)$$

εύκολα φθάνουμε στην εξίσωση (3.7) της παραγράφου 3.1.6:

$$F_D = C_D \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \cdot A \quad (7)$$

όπου: $C_D = f(Re)$, ο συντελεστής οπισθέλκουσας, προσδιοριζόμενος πειραματικά (βλ. παράγρ. 3.1.6).

Σημείωση: Το $v^2/2$ εκφράζει την κινητική ενέργεια ανά μονάδα μάζας και συναντάται συχνά στις εξισώσεις της Μηχανικής των Ρευστών. Για τούτο ο C_D ορίστηκε ίσος με το διπλάσιο του αδιάστατου τμήματος της εξισώσεως (5).

4.1.7 Το θεώρημα Π και η μέθοδος Buckingham.

Από το προηγούμενο παράδειγμα φαίνεται ήδη η σημασία των αδιαστάτων αριθμών στη διαστατική

ανάλυση. Ο Buckingham το 1914, επικεντρώνοντας στη σημασία τους, διατύπωσε το επονομαζόμενο θεώρημα Π, στο οποίο βασίζεται η μέθοδος διαστατικής αναλύσεως που ανέπτυξε.

Σύμφωνα με το θεώρημα Π, το πλήθος των αδιαστάτων ομάδων που απαιτούνται για να περιγραφεί ένα πρόβλημα, ισούται με το πλήθος των παραμέτρων του προβλήματος, μείον το πλήθος των ανεξαρτήτων διαστάσεων που περιγράφουν αυτές τις παραμέτρους:

$$k = n - j \quad (4.6)$$

όπου: k το πλήθος των αναγκαίων αδιαστάτων ομάδων, n ο αριθμός των φυσικών μεγεθών που υπεισέρχονται στο πρόβλημα (παραμέτροι) και j ο αριθμός των θεμελιωδών διαστάσεων που απαιτούνται για τη διαστατική περιγραφή των φυσικών παραμέτρων. Υπενθυμίζουμε ότι στα περισσότερα προβλήματα της Μηχανικής των Ρευστών, $j=3$.

Η απόδειξη του θεωρήματος Π βασίζεται στις προκύπτουσες εξισώσεις μεταξύ των εκθετών των φυσικών μεγεθών, η καθεμία των οποίων αντιστοιχεί σε μία θεμελιώδη διάσταση. Ας υποθέσουμε ότι το προς εξέταση πρόβλημα εκφράζεται από μία διαστατικά ομογενή σχέση της μορφής:

$$f(Q_1, Q_2, \dots, Q_n) = C \quad (4.7)$$

όπου: Q_1, Q_2, \dots, Q_n οι φυσικές παράμετροι του προβλήματος και C , αδιάστατη σταθερά. Η διαστατική ομοιογένεια επιβάλλει το πρώτο σκέλος της εξισώσεως να αποτελείται από αδιάστατους όρους της μορφής: $Q_1^a \cdot Q_2^b \dots Q_k^n$. Αν όλες οι παράμετροι εκφράζονται διαστατικά από j θεμελιώδεις διαστάσεις, προκύπτουν j ανεξάρτητες εξισώσεις μεταξύ των n εκθετών. Άρα μπορούμε να αντικαταστήσουμε j εκθέτες συναρτήσει των άλλων, οπότε παραμένουν k άγνωστοι εκθέτες ($n - j = k$). Τακτοποιώντας τα φυσικά μεγέθη ανάλογα με τη δύναμη στην οποία υψώνονται, προκύπτει σχέση μεταξύ των k αδιαστάτων ομάδων, ισοδύναμη με την (4.7):

$$\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k) = C \quad (4.8)$$

Κάθε αδιάστατη ομάδα Π_i έχει τη μορφή:

$$\Pi_i = Q_1^a \cdot Q_2^b \dots Q_k^n \quad (4.9)$$

Στο παράδειγμα 2 που εξετάσαμε, οι παράμετροι του προβλήματος είναι τρεις (v, g, h) και περιγράφονται διαστατικά από δύο θεμελιώδεις διαστάσεις (L, T). Σύμφωνα με το θεώρημα Π: $k = n - j = 3 - 2 = 1$, δηλαδή απαιτείται μία αδιάστατη ομάδα. Πράγματι, όπως είδαμε:

$$v = C \cdot \sqrt{g \cdot h} \Rightarrow \left(\frac{v^2}{g \cdot h} \right)^{1/2} = C$$

δηλαδή $\Pi = v^2 \cdot g^{-1} \cdot h^{-1}$.

Στο παράδειγμα 3, οι παράμετροι είναι πέντε (F_D, d, v, ρ, μ), οι οποίες εκφράζονται διαστατικά από τρεις θεμελιώδεις διαστάσεις (L, M, T). Σύμφωνα με το θεώρημα Π: $k = n - j = 5 - 3 = 2$, δηλαδή απαιτούνται δύο αδιάστατες ομάδες. Πράγματι, όπως είδαμε:

$$F_D = C \cdot d^2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \left(\frac{\mu}{v \cdot d \cdot \rho} \right)^d \Rightarrow \left(\frac{F_D}{d^2 \cdot \rho \cdot v^2} \right) \cdot \left(\frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu} \right)^{-d} = C$$

δηλαδή $\Pi_1 = \frac{F_D}{d^2 \cdot \rho \cdot v^2}$ και $\Pi_2 = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu} = Re$

Σύμφωνα με τα παραπάνω προκύπτει και η μέθοδος διαστατικής αναλύσεως του Buckingham, η

οποία επικεντρώνει στον προσδιορισμό των αδιαστάτων ομάδων που περιγράφουν το πρόβλημα. Όπως θα διαπιστώσουμε, υπάρχουν πολλές (και ισοδύναμες) δυνατές επιλογές των αδιαστάτων ομάδων Π. Γενικά είναι προτιμότερες οι πιο απλές αδιάστατες ομάδες και ιδιαίτερα εκείνες που χρησιμοποιούνται πιο συχνά, έχοντας κάποια φυσική σημασία, δηλαδή οι αδιάστατοι αριθμοί του Πίνακα 4.1.2.

Στο παράδειγμα που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι ομοιότητες και οι διαφορές μεταξύ των δύο κλασικών μεθόδων.

Παράδειγμα 4 (Πτώση πίεσεως σε σωλήνα ροής)

Μελετάμε το πρόβλημα της πτώσεως πίεσεως ρευστού που ρέει σε οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα μεγάλου μήκους με σταθερή ροή, με τη βοήθεια της διαστατικής αναλύσεως. Για απλοποίηση του προβλήματος θεωρούμε πως ο αγωγός είναι λείος, ώστε η τραχύτητα των τοιχωμάτων να μην δημιουργεί επιπλέον απώλειες, πέρα από τις απώλειες λόγω της ιξώδους τριβής.

Λύση:

1. **Γενική συναρτησιακή σχέση:** Οι φυσικές παράμετροι που υπεισέρχονται στο πρόβλημα είναι οι εξής:

Η πτώση πίεσεως Δp , η διάμετρος d και το μήκος l του αγωγού, η (μέση) ταχύτητα ροής v , η πυκνότητα ρ και το ιξώδες μ του υγρού. Δηλαδή $n = 6$.

Η γενική συνάρτηση που περιγράφει το πρόβλημα είναι:

$$f(\Delta p, l, d, v, \rho, \mu) = C \quad (1)$$

2. **Καταγραφή διαστατικών δεδομένων:** Καταγράφουμε σε πίνακα τα διαστατικά δεδομένα των παραπάνω φυσικών μεγεθών:

Μέγεθος		Διάσταση	Μέγεθος		Διάσταση
Πτώση πίεσεως	Δp	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}$	Ταχύτητα ροής	v	$L \cdot T^{-1}$
Μήκος σωλήνα	l	L	Πυκνότητα υγρού	ρ	$M \cdot L^{-3}$
Διάμετρος	d	L	Ιξώδες υγρού	μ	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$

Παρατηρούμε πως απαιτούνται τρεις θεμελιώδεις διαστάσεις (L, M, T): $j = 3$.

3. **Προσδιορισμός αριθμού αδιαστάτων ομάδων:** Σύμφωνα με το **θεώρημα Π** οι αδιάστατες ομάδες που χρειάζονται είναι:

$$k = n - j = 6 - 3 = 3$$

4. **Προσδιορισμός αδιαστάτων ομάδων:** Αυτό το βήμα είναι και το πιο ουσιαστικό της διαστατικής αναλύσεως. Για να προσδιορισθούν οι αδιάστατες ομάδες Π_1 , Π_2 και Π_3 έχουμε διάφορες εναλλακτικές μεθόδους. Για να φανούν οι διαφορές μεταξύ των δύο βασικών, θα εφαρμόσουμε διαδοχικά τόσο τη μέθοδο Rayleigh, όσο και τη μέθοδο Buckingham.

4α. **Μέθοδος Rayleigh:** Εργαζόμαστε όπως στο παράδειγμα 3, υποθέτοντας πως ισχύει η σχέση:

$$\Delta p^a \cdot l^b \cdot d^y \cdot v^\delta \cdot \rho^\epsilon \cdot \mu^\zeta = C \quad (2)$$

Στην εξίσωση αυτή αντιστοιχεί η διαστατική:

$$(M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2})^a \cdot L^b \cdot L^y \cdot (L \cdot T^{-1})^\delta \cdot (M \cdot L^{-3})^\epsilon \cdot (M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1})^\zeta = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow L^{-a+\beta+\gamma+\delta-3\epsilon-\zeta} \cdot M^{a+\epsilon+\zeta} \cdot T^{-2a-\delta-\zeta} = L^0 \cdot M^0 \cdot T^0$$

Και από αυτήν προκύπτουν τρεις εξισώσεις εκθετών:

$$L: -\alpha + \beta + \gamma + \delta - 3\varepsilon - \zeta = 0$$

$$M: \alpha + \varepsilon + \zeta = 0$$

$$T: -2\alpha - \delta - \zeta = 0$$

Επιλύομε ως προς τρεις αγνώστους, για παράδειγμα ως προς δ , ε , ζ :

$$\delta = -2\alpha + \beta + \gamma$$

$$\varepsilon = -\alpha + \beta + \gamma$$

$$\zeta = -\beta - \gamma$$

και η σχέση (2) γίνεται:

$$\begin{aligned} \Delta p^\alpha \cdot l^\beta \cdot d^\gamma \cdot v^{-2\alpha+\beta+\gamma} \cdot \rho^{-\alpha+\beta+\gamma} \cdot \mu^{-\beta-\gamma} &= C \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta p^\alpha \cdot l^\beta \cdot d^\gamma \cdot v^{-2\alpha} \cdot v^\beta \cdot v^\gamma \cdot \rho^{-\alpha} \cdot \rho^\beta \cdot \rho^\gamma \cdot \mu^{-\beta} \cdot \mu^{-\gamma} &= C \Rightarrow \\ \Rightarrow (\Delta p \cdot v^{-2} \cdot \rho^{-1})^\alpha \cdot (l \cdot v \cdot \rho \cdot \mu^{-1})^\beta \cdot (d \cdot v \cdot \rho \cdot \mu^{-1})^\gamma &= C \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{\rho \cdot v^2} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{l \cdot \rho \cdot v}{\mu} \right)^\beta \cdot \left(\frac{d \cdot \rho \cdot v}{\mu} \right)^\gamma &= C \end{aligned}$$

η οποία αν τακτοποιηθεί:

$$\left(\frac{\Delta p}{\rho \cdot v^2} \right)^\alpha \cdot \left(\frac{l}{d} \right)^\beta \cdot \left(\frac{d \cdot \rho \cdot v}{\mu} \right)^{\beta+\gamma} = C \quad (3)$$

Όπως είδαμε στο παράδειγμα 3, πιθανόν να μην ισχύει η υπόθεση του γινομένου, οπότε δε θα ισχύει και η εξίσωση (3), αλλά η γενικότερη συνάρτηση:

$$\Phi \left[\left(\frac{\Delta p}{\rho \cdot v^2} \right), \left(\frac{l}{d} \right), \left(\frac{d \cdot \rho \cdot v}{\mu} \right) \right] = C \quad (4)$$

4β. **Μέθοδος Buckingham:** Έχομε τρεις αδιάστατες ομάδες Π_1 , Π_2 και Π_3 :

$$\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) = C \quad (5)$$

Κάθε αδιάστατη ομάδα έχει τη μορφή:

$$\Pi = \Delta p^\alpha \cdot l^\beta \cdot d^\gamma \cdot v^\delta \cdot \rho^\varepsilon \cdot \mu^\zeta \quad (6)$$

Σ' αυτήν αντιστοιχεί η διαστατική εξίσωση (προκύπτει με την ίδια διαδικασία που προέκυψε και στο 4α):

$$L^{-\alpha+\beta+\gamma+\delta-3\varepsilon-\zeta} \cdot M^{\alpha+\varepsilon+\zeta} \cdot T^{-2\alpha-\delta-\zeta} = L^0 \cdot M^0 \cdot T^0$$

και απ' αυτήν συνεπάγονται οι εξισώσεις εκθετών (όπως στο 4α):

$$-\alpha + \beta + \gamma + \delta - 3\varepsilon - \zeta = 0 \quad (7\alpha)$$

$$\alpha + \varepsilon + \zeta = 0 \quad (7\beta)$$

$$-2\alpha - \delta - \zeta = 0 \quad (7\gamma)$$

Θέτομε αυθαίρετα τιμές σε τρεις ανεξάρτητους συντελεστές και επιλύομε το σύστημα των τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους, υπολογίζοντας τους τρεις άλλους συντελεστές:

$$\alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 0 \Rightarrow \delta = -2, \varepsilon = -1, \zeta = 0$$

και αντικαθιστώντας στη σχέση (6), παίρνομε την πρώτη εκ των τριών αδιαστάτων ομάδων:

$$\Pi_1 = \frac{\Delta p}{\rho \cdot v^2} \quad (\text{αριθμός Euler})$$

Επαναλαμβάνομε με άλλη τριάδα αυθαίρετων (λογικών) τιμών:

$$\alpha = 0, \gamma = -1, \zeta = 0 \Rightarrow \beta = 1, \delta = 0, \varepsilon = 0$$

και αντικαθιστώντας:

$$\Pi_2 = \frac{1}{d}$$

Επαναλαμβάνομε τη διαδικασία για τον προσδιορισμό του Π_3 :

$$\alpha = \beta = 0, \gamma = 1 \Rightarrow \delta = 1, \varepsilon = 1, \zeta = -1$$

$$\Pi_3 = \frac{d \cdot v \cdot \rho}{\mu} \quad (\text{αριθμός Reynolds})$$

Άρα:

$$\Phi \left[\left(\frac{\Delta p}{\rho \cdot v^2} \right), \left(\frac{1}{d} \right), \left(\frac{d \cdot \rho \cdot v}{\mu} \right) \right] = C \quad (8)$$

$$\text{ή} \quad \Delta p = C \cdot \rho \cdot v^2 \cdot F \left[\left(\frac{1}{d} \right), \text{Re} \right] \quad (8a)$$

4.1.8 Μεθοδολογικές παρατηρήσεις.

Παρατήρηση 1^η: Οι αυθαίρετες τιμές που δίνουμε, ώστε να γίνει επιλύσιμο το σύστημα, πρέπει να είναι συμβατές με τις εξισώσεις. Παραδείγματος χάριν δεν μπορούμε να δώσουμε τις τιμές $\alpha = 0, \varepsilon = 1, \zeta = 0$ γιατί δεν είναι συμβατές με την εξίσωση (7β).

Παρατήρηση 2^η: Πρέπει να σημειωθεί πως ανάλογα με τις τιμές που θα δώσουμε σε τρεις συντελεστές, προκύπτει και διαφορετική αδιάστατη ομάδα. Έτσι, αν δίνουμε τις τιμές: $\gamma = \delta = 0, \varepsilon = 1$ και επιλύαμε, θα είχαμε: $\alpha = 1, \beta = 2, \zeta = -2$ και αντικαθιστώντας θα παίρναμε την αδιάστατη ομάδα:

$$\Pi_4 = \frac{\Delta p \cdot l^2 \cdot \rho}{\mu^2}$$

Αυτή δεν είναι ανεξάρτητη από τις τρεις που ήδη χρησιμοποιήσαμε, αλλά συνδυασμός τους: $\Pi_4 = \Pi_1 \cdot \Pi_2^2 / \Pi_3^2$.

Αν δίνουμε $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 0$ θα είχαμε $\delta = -1, \varepsilon = 0, \zeta = -1$ και

$$\Pi_5 = \frac{\Delta p \cdot l}{v \cdot \mu} = \Pi_1 \cdot \Pi_2 \cdot \Pi_3 \quad \text{κ.ο.κ.}$$

Σημειώνομε πως έχουμε το δικαίωμα:

- Να πολλαπλασιάσουμε μία αδιάστατη ομάδα Π επί έναν συντελεστή.
- Να υψώσουμε μία αδιάστατη ομάδα Π σε μια δύναμη.
- Να πολλαπλασιάσουμε δύο αδιάστατες ομάδες μεταξύ τους.

Σε κάθε περίπτωση, προκύπτει μια νέα ομάδα Π , η οποία μπορεί να αντικαταστήσει στη συναρτησιακή σχέση, αυτήν από την οποία προήλθε.

Παρατήρηση 3^η: Σύμφωνα με το θεώρημα Π , στο παράδειγμα που εξετάζομε, χρειαζόμαστε 3 αδιάστατες ομάδες, ανεξάρτητες μεταξύ τους. Μπορούμε να τις πάρουμε τυχαία με τρεις διαφορετικές λύσεις των εξισώσεων (7). Όμως **προτιμούμε αδιάστατες ομάδες, οι οποίες χρησιμοποιούνται συχνά**, όπως λόγου χάριν ο αριθμός Reynolds ή ο αριθμός Euler. Έτσι, εξετάζομε αν υπάρχουν στο πρόβλημα οι παράμετροι που συναπαρτίζουν τον αριθμό Reynolds ($\text{Re} = v d \rho / \mu$), και στη συνέχεια, εφόσον υπάρχουν, ποιοι θα έπρεπε να είναι οι εκθέτες στην εξίσωση (6) του παραδείγματος, ώστε να προέκυπτε

$\Pi = \text{Re}$. Παρατηρούμε πως αυτό θα ίσχυε αν: $\alpha = 0, \beta = 0, \gamma = 1, \delta = 1, \varepsilon = 1, \zeta = -1$. Δίνουμε λοιπόν τις τρεις πρώτες τιμές στο σύστημα εξισώσεων των εκθετών και ελέγχουμε αν προκύπτουν και οι υπόλοιπες. (Στην περίπτωση του παραδείγματός μας οι παραπάνω τιμές αποτελούν λύση των εξισώσεων (7), άρα: $\Pi = \text{Re}$).

Αντίστοιχα, για τον αριθμό Euler [$\text{Eu} = \Delta p / (v^2 \rho)$], εξετάσαμε (επιτυχώς) τη λύση: $\alpha = 1, \beta = \gamma = 0, \delta = -2, \varepsilon = -1, \zeta = 0$.

Η διαστατική ανάλυση δεν μπορεί να βοηθήσει στην παραπέρα προσέγγιση του προβλήματος, αλλά μ' αυτήν, καταφέραμε ήδη πολλά: Περιορίσαμε τις έξι προς πειραματική διερεύνηση φυσικές παραμέτρους, σε τρεις αδιάστατες ομάδες. Πλέον, έρχεται η σειρά του πειράματος, με το οποίο προσπαθούμε να προσδιορίσουμε το ρόλο της κάθε αδιάστατης ομάδας και τους μεταξύ τους συσχετισμούς.

Παρά τις μεθοδολογικές παρατηρήσεις, παραμένει μία ασάφεια στον προσδιορισμό των αδιαστάτων ομάδων. Η γνώση και η εμπειρία είναι πολύτιμοι βοηθοί στην αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος.

Μια παραλλαγή της μεθόδου που φιλοδοξεί να αντιμετωπίσει αποτελεσματικότερα το ζήτημα, βασίζεται στις **επαναληπτικές μεταβλητές**. Σύμφωνα μ' αυτήν, από το σύνολο των φυσικών παραμέτρων, επιλέγουμε ορισμένες, ίσες σε αριθμό με τις θεμελιώδεις διαστάσεις j . Αυτές τις χρησιμοποιούμε σε όλες τις αδιάστατες ομάδες Π . Κάθε μία από τις υπόλοιπες ($n - j = k$), χρησιμοποιείται μόνο σε μια αδιάστατη ομάδα.

Η δυσκολία της μεθόδου βρίσκεται στην επιλογή των επαναληπτικών μεταβλητών. Κριτήρια γι' αυτό είναι:

- Να μην δύνανται να διαμορφώσουν αδιάστατη ομάδα.
- Να καλύπτονται όλες οι θεμελιώδεις διαστάσεις.
- Να έχουν όσο το δυνατόν πιο απλή διαστατική έκφραση.
- Να μην υπάρχουν δύο με τις ίδιες διαστάσεις.

Η ταξινόμηση των φυσικών παραμέτρων βοηθά στην επιτυχή επιλογή.

Τη μέθοδο αυτή, την οποία θεωρούμε και την πλέον αποτελεσματική, την παρουσιάζουμε με τη βοήθεια των δύο παραδειγμάτων που ακολουθούν.

Παράδειγμα 5 (Τριχοειδής ανύψωση)

Η τριχοειδής ανύψωση h ενός υγρού σε σωλήνα εξαρτάται από τη διάμετρο d του σωλήνα, την επιτάχυνση της βαρύτητας g , την πυκνότητα ρ του υγρού, την επιφανειακή τάση σ και τη γωνία επαφής θ (σχ. 4.1γ). α) Να βρεθεί μια αδιάστατη έκφραση γι' αυτήν τη σχέση. β) Αν $h = 3 \text{ cm}$ σε ένα πείραμα, πόσο θα είναι το h σε ένα παρόμοιο σύστημα, αν η διάμετρος του σωλήνα ισούται με το μισό της προηγούμενης διαμέτρου, η πυκνότητα του υγρού διπλάσια, η επιφανειακή τάση ίση με το μισό της προηγούμενης, και η γωνία επαφής ίδια;

Λύση:

α) Διαστατική ανάλυση.

1. **Γενική συναρτησιακή σχέση:**

$$h = f(d, g, \rho, \sigma, \theta) \quad (1)$$

$n = 6$ μεταβλητές.

2. **Ταξινόμηση και καταγραφή διαστατικών δεδομένων:**

θ – (αδιάστατο μέγεθος)

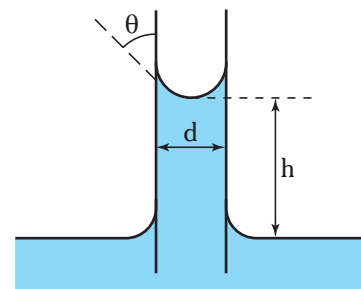
h L

d L

g $L \cdot T^{-2}$

ρ $M \cdot L^{-3}$

σ $M \cdot T^{-2}$.



Σχ. 4.1γ.

3. Προσδιορισμός αριθμού αδιαστάτων ομάδων (θεώρημα Π): Οι αδιάστατες ομάδες που απαιτούνται είναι:

$$k = n - j = 6 - 3 = 3$$

Μία από αυτές είναι η γωνία θ : $\Pi_3 = \theta$ (η οποία είναι έτοιμη ως αδιάστατη μεταβλητή και δεν υπεισέρχεται στη διαστατική ανάλυση).

4. Προσδιορισμός αδιαστάτων ομάδων.

– Επιλέγουμε τις επαναληπτικές μεταβλητές με βάση τα κριτήρια που αναφέραμε παραπάνω: d, g, ρ .

– **Διαμόρφωση αδιαστάτων ομάδων:**

$$\Pi_1 = \theta \tag{2}$$

$$\Pi_2 = h(d^a g^b \rho^c) \Rightarrow (L)(L^a L^b T^{-b} M^c L^{-3c}) = L^0 M^0 T^0 \Rightarrow b = c = 0, a = -1 \Rightarrow \Pi_2 = \frac{h}{d} \tag{3}$$

$$\Pi_3 = \sigma(d^a g^b \rho^c) \Rightarrow (M \cdot T^{-2})(L^a L^b T^{-b} M^c L^{-3c}) = L^0 M^0 T^0 \Rightarrow a = -2, b = -1, c = -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Pi_3 = \frac{\sigma}{\rho g d^2} \tag{4}$$

$$\text{Άρα: } \frac{h}{d} = f_2 \left(\frac{\sigma}{\rho g d^2}, \theta \right) \tag{5}$$

Υπενθυμίζουμε ότι η θεωρητική μελέτη του προβλήματος (παράγρ. 1.2.6) έδωσε την εξίσωση (1.17), η οποία γράφεται στη μορφή:

$$\frac{h}{d} = 2 \cdot \frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot d^2} \cdot \cos \theta$$

δηλαδή επιβεβαιώνει το συμπέρασμα της διαστατικής ανάλυσης (αλλά δείχνει και τα όριά της).

β)

$$\frac{h_1}{d_1} = f_2 \left(\frac{\sigma_1}{\rho_1 g d_1^2}, \theta_1 \right)$$

$$\frac{h_2}{d_2} = f_2 \left(\frac{\sigma_2}{\rho_2 g d_2^2}, \theta_2 \right)$$

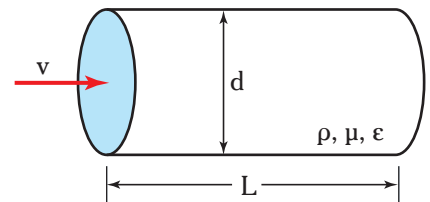
$$d_2 = d_1/2, \sigma_2 = \sigma_1/2, \rho_2 = 2\rho_1, \theta_1 = \theta_2 \Rightarrow \frac{h_2}{d_2} = f_2 \left(\frac{\sigma_2}{\rho_2^2 g d_2^2}, \theta_2 \right) =$$

$$= f_2 \left(\frac{1/2 \sigma_1}{2\rho_1 g \cdot 1/4 d_1^2}, \theta_1 \right) = \frac{h_1}{d_1} \Rightarrow h_2 = 1,5 \text{ cm}$$

Σημείωση: Τα δύο συστήματα δεν θα ήταν συγκρίσιμα αν δεν είχαν τις αδιάστατες ομάδες τους ίσες.

Παράδειγμα 6 (Ενεργειακές απώλειες σε σωλήνα ροής)

Οι ενεργειακές απώλειες ανά μονάδα μάζας ρευστού w_f σε σωλήνα που ρέει ένα υγρό, εξαρτώνται από το μήκος L και τη διάμετρο d του σωλήνα, την τραχύτητα ϵ των τοιχωμάτων του, την ταχύτητα ροής v , την πυκνότητα ρ και το ιξώδες μ του υγρού (σχ. 4.1δ). Να γίνει διαστατική ανάλυση.



Σχ. 4.1δ.

Λύση:

Το w_f (απώλειες ενέργειας ανά μονάδα μάζας), έχει διαστάσεις $[E/m]=L^2 \cdot T^{-2}$

1. Συναρτησιακή σχέση:

$$w_f = f_1(L, d, v, \rho, \nu, \epsilon). \quad (1)$$

2. Ταξινόμηση και καταγραφή διαστατικών δεδομένων:

Γεωμετρία αγωγού:	L	L
	d	L
	ϵ	L
Ιδιότητες ροής:	v	$L \cdot T^{-1}$
	w_f	$L^2 \cdot T^{-2}$
Ιδιότητες ρευστού:	ρ	$M \cdot L^{-3}$
	μ	$M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$

3. Προσδιορισμός αριθμού αδιαστάτων ομάδων (θεώρημα Π): Οι αδιάστατες ομάδες που απαιτούνται είναι:

$$k = n - j = 7 - 3 = 4$$

4. Προσδιορισμός αδιαστάτων ομάδων.

– **Επιλέγουμε τις επαναληπτικές μεταβλητές.** Από τα μεγέθη που εκφράζονται σε διάσταση μήκους, επιλέγουμε τη **διάμετρο d** (το πείραμα, αλλά και η θεωρία δείχνουν πως οι ενεργειακές απώλειες είναι πιο ευαίσθητες στις μεταβολές της διαμέτρου). Άρα αποκλείουμε από τις επαναληπτικές μεταβλητές τα L και ϵ . Η διάσταση του χρόνου υπεισέρχεται στα v , w_f και μ . Επιλέγουμε την **ταχύτητα v** λόγω της απλούστερης διαστατικής της εκφράσεως. Η διάσταση M συναντάται στα ρ και μ . Επιλέγουμε την **πυκνότητα ρ** .

Αυτές οι μεταβλητές δεν μπορούν να διαμορφώσουν αδιάστατη ομάδα:

$$\begin{aligned} \Pi &= d^a \cdot v^b \cdot \rho^c \Rightarrow L^a L^b T^{-b} M^c L^{-3c} = L^0 M^0 T^0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow a = b = c = 0 \Rightarrow \Pi = 0 \end{aligned}$$

– **Διαμορφώνουμε τις αδιάστατες ομάδες** συνδυάζοντας τις επαναληπτικές μεταβλητές με κάθε μία χωριστά από τις υπόλοιπες μεταβλητές:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= w_f \cdot (d^a \cdot v^b \cdot \rho^c) \Rightarrow \\ &\Rightarrow L^2 \cdot T^{-2} \cdot (L^a L^b T^{-b} M^c L^{-3c}) = L^0 M^0 T^0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow L^{a+b-3c+2} M^c T^{-b-2} = L^0 M^0 T^0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow a = 0, b = -2, c = 0 \Rightarrow \Pi_1 = \frac{w_f}{v^2} \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= L \cdot (d^a \cdot v^b \cdot \rho^c) \Rightarrow \\ &\Rightarrow L(L^a L^b T^{-b} M^c L^{-3c}) = L^0 M^0 T^0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow L^{a+b-3c+1} M^c T^{-b} = L^0 M^0 T^0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = -1, b = c = 0 \Rightarrow \Pi_2 = \frac{L}{d} \quad (3)$$

$$\Pi_3 = \varepsilon \cdot (d^a \cdot v^b \cdot \rho^c) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow L(L^a L^b T^{-b} M^c L^{-3c}) &= L^0 M^0 T^0 \Rightarrow L^{a+b-3c+1} M^c T^{-b} = \\ &= L^0 M^0 T^0 \Rightarrow a = -1, b = c = 0 \Rightarrow \Pi_3 = \frac{\varepsilon}{d} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Pi_4 = \mu \cdot (d^a \cdot v^b \cdot \rho^c) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1} (L^a L^b T^{-b} M^c L^{-3c}) &= L^0 M^0 T^0 \Rightarrow \\ \Rightarrow L^{a+b-3c-1} M^{c+1} T^{-b-1} &= L^0 M^0 T^0 \Rightarrow \\ \Rightarrow a = b = c = -1 \Rightarrow \Pi_4 &= \frac{\mu}{vd\rho} \end{aligned} \quad (5)$$

Την αδιάστατη ομάδα Π_4 μπορούμε να την αντικαταστήσουμε με την αντίστροφή της:

$$\Pi_4 = \left(\frac{\mu}{vd\rho} \right)^{-1} = \frac{vd\rho}{\mu} = Re \quad (5a)$$

Άρα η σχέση (1) γίνεται:

$$\frac{w_f}{v^2} = f_2 \left(\frac{L}{d}, \frac{\varepsilon}{d}, Re \right) \quad (6)$$

Σημείωση: Είναι: $w_f = g \cdot h_f$, όπου h_f το ύψος απωλειών (ενεργειακές απώλειες ανά μονάδα βάρους, βλ. παράγρ. 3.4.3). Με αντικατάσταση η (6) γίνεται:

$$\frac{g \cdot h_f}{v^2} = f_2 \left(\frac{L}{d}, \frac{\varepsilon}{d}, Re \right) \quad \text{ή} \quad h_f = \frac{v^2}{g} \cdot f_2 \left(\frac{L}{d}, \frac{\varepsilon}{d}, Re \right) \quad (6a)$$

Τα αποτελέσματα της διαστατικής ανάλυσης είναι πολύτιμα για την καθοδήγηση των πειραμάτων (συχνά και της θεωρητικής έρευνας) και είναι χρήσιμα για την υπόδειξη ενός τρόπου για συσχετισμούς πειραματικών δεδομένων, καταλλήλων για χρήση στη Μηχανική.

4.2 Ομοιότητα.

4.2.1 Γενικά για την ομοιότητα.

Η έννοια της ομοιότητας είναι πολύ παλιά. Λέγεται πως ο εισηγητής της γεωμετρικής ομοιότητας Θαλής ο Μιλήσιος (640-546 π.Χ.), την αξιοποίησε κατά το ταξίδι του στην Αίγυπτο και κατάφερε, με απλές μετρήσεις, να υπολογίσει με εξαιρετική για την εποχή του ακρίβεια, το ύψος της πυραμίδας του Χέοπα.

Η ανάπτυξη όμως της θεωρίας της φυσικής ομοιότητας και η ευρεία πειραματική αξιοποίηση της σε πολύπλοκα φυσικά φαινόμενα όπως αυτά που συναντάμε στη Μηχανική των Ρευστών, είναι προϊόν της σύγχρονης εποχής.

Η σημασία της μεθόδου είναι τεράστια τόσο για τη Μηχανική των Ρευστών, όσο και για κλάδους που συνδέονται με αυτή (ναυπηγία, αεροναυπηγική, αυτοκινητοβιομηχανία, μετεωρολογία κ.ά.), αλλά και για πολλούς άλλους επιστημονικούς και τεχνικούς κλάδους.

Γενικά μπορούμε να διακρίνουμε τέσσερα βασικά είδη ομοιότητας που ενδιαφέρουν το μηχανικό:

α) **Γεωμετρική ομοιότητα:** Ύπαρξη αναλογίας μηκών.

β) **Μηχανική ομοιότητα**, δηλαδή:

– Στατική ομοιότητα: Ύπαρξη αναλογίας παραμορφώσεων.

– Κινηματική ομοιότητα: Ύπαρξη αναλογίας χρόνου.

– Δυναμική ομοιότητα: Ύπαρξη αναλογίας δυνάμεων.

γ) **Θερμική ομοιότητα:** Ύπαρξη αναλογίας θερμοκρασιών.

δ) **Χημική ομοιότητα:** Ύπαρξη αναλογίας συγκεντρώσεων.

Η κεντρική ιδέα της θεωρίας της ομοιότητας, είναι να κατασκευάσουμε ένα «αντίγραφο» υπό κλίμακα του υπό μελέτη συστήματος, διαμορφώνοντας έτσι ελεγχόμενες συνθήκες αναλυτικής πειραματικής μελέτης. Το σύστημα καλείται **πρωτότυπο** και το αντίγραφο **ομοίωμα** ή **μοντέλο**. Εφόσον έχει επιτευχθεί **ομοιότητα** μεταξύ μοντέλου και πρωτοτύπου, είναι δυνατή η δημιουργία πειραματικών διατάξεων υπό κλίμακα (ομίκρυση) για τη μελέτη των προβλημάτων που μας απασχολούν, π.χ. προβλημάτων ροής. Αν εξασφαλιστεί η διατήρηση των γενικότερων χαρακτηριστικών της ροής στο μοντέλο, τα συμπεράσματα της μελέτης ισχύουν και για το πρωτότυπο, άρα δύνανται να εφαρμοσθούν σε μεγέθη που δεν μελετήθηκαν ή που δεν είναι δυνατό να μελετηθούν. Η γενίκευση αυτή έχει τεράστια πρακτική σημασία. Αποδεικνύει καταρχήν ότι δεν είναι αναγκαία η μελέτη κάθε μεμονωμένης περιπτώσεως, αλλά ότι δυναμικώς όμοιες περιπτώσεις δύνανται να καταταγούν σε κατηγορίες, κάθε μία από τις οποίες έχει κοινά χαρακτηριστικά και εμφανίζει εν δυνάμει κοινή λύση. Στην προσέγγιση αυτής της λύσεως, όπως είδαμε, συμβάλλει κατά πολύ η διαστατική ανάλυση.

Πότε όμως ένα μοντέλο θεωρείται όμοιο με το πρωτότυπο;

Προϋπόθεση για πλήρη συμβατότητα μεταξύ μοντέλου και πρωτοτύπου είναι η ισότητα όλων των σχετικών τιμών των αδιαστάτων παραμέτρων που έχει αναδείξει η διαστατική ανάλυση. Αν:

$$\begin{aligned} \Pi_m &= f(\Pi_{m1}, \Pi_{m2}, \dots, \Pi_{mk}) \text{ και} \\ \Pi_p &= f(\Pi_{p1}, \Pi_{p2}, \dots, \Pi_{pk}), \end{aligned}$$

η πλήρης ομοιότητα απαιτεί:

$$\Pi_{m1} = \Pi_{p1}, \Pi_{m2} = \Pi_{p2}, \dots, \Pi_{mk} = \Pi_{pk}$$

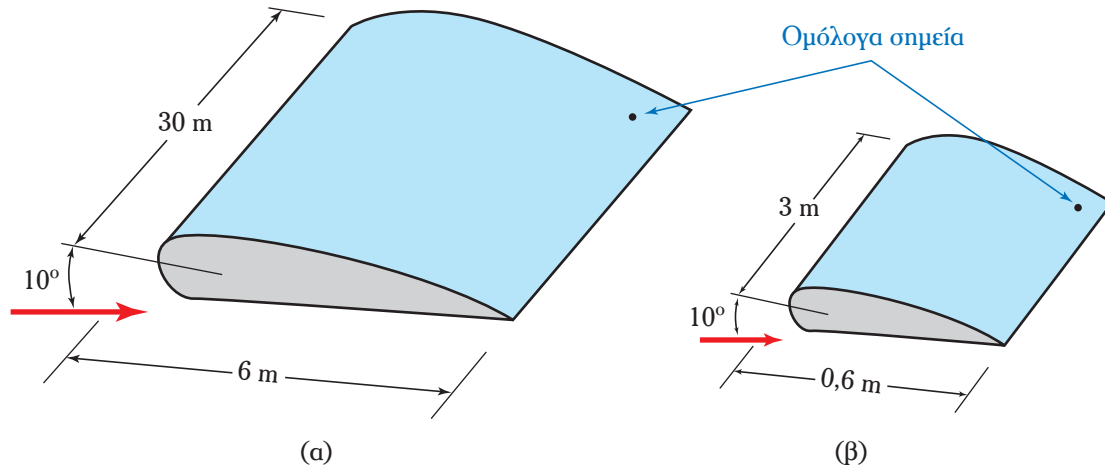
Αλλά, όπως θα διαπιστώσουμε στη συνέχεια, κάτι τέτοιο δεν είναι εύκολο.

Στη Μηχανική των Ρευστών υπάρχουν τρεις διαδοχικές απαιτήσεις ομοιότητας: **Γεωμετρική ομοιότητα**, **κινηματική ομοιότητα** και **δυναμική ομοιότητα**.

4.2.2 Γεωμετρική ομοιότητα.

Η γεωμετρική ομοιότητα αποτελεί αναγκαία προϋπόθεση της φυσικής ομοιότητας. **Ένα μοντέλο και ένα πρωτότυπο είναι γεωμετρικά όμοια αν και μόνο αν όλα τα μήκη των σωμάτων και στις τρεις συντεταγμένες του χώρου έχουν τον ίδιο λόγο** (ο οποίος καλείται **κλίμακα μήκους** ή απλά, κλίμακα). Δηλαδή, υπάρχει αναλογία των γεωμετρικών διαστάσεων μοντέλου και πρωτοτύπου. Ο λόγος των γραμμικών διαστάσεων (μήκη πλευρών, ύψη κ.λ.π.) είναι σταθερός και ίσος με την κλίμακα του μοντέλου. Από αυτό συνάγεται ότι ο λόγος των εμβαδών θα ισούται με το τετράγωνο της κλίμακας και ο λόγος των όγκων με την κλίμακα στην τρίτη:

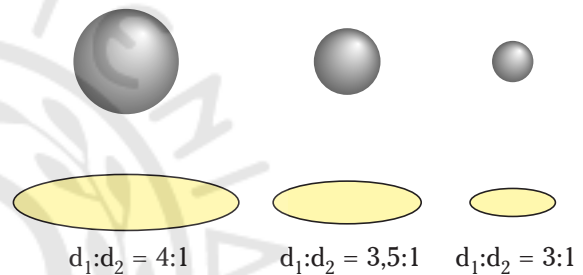
$$\frac{L_m}{L_p} = \frac{y_m}{y_p} = \alpha \quad (4.10)$$



Σχ. 4.2α.
Πρωτότυπο και μοντέλο 1:10.

$$\frac{S_m}{S_p} = a^2 \quad (4.10\alpha)$$

$$\frac{V_m}{V_p} = a^3 \quad (4.10\beta)$$



Σχ. 4.2β.
Γεωμετρικά όμοιες σφαίρες
και ανόμοια ελλειφοειδή.

όπου: a η κλίμακα (ο λόγος γεωμετρικής ομοιότητας).

Πρέπει να λάβουμε υπόψη πως δεν μιλάμε για απλά γεωμετρικά σχήματα αλλά για πολύπλοκα συστήματα. Για τούτο είναι ιδιαίτερα χρήσιμη η **έννοια των ομολόγων σημείων**, δηλαδή χαρακτηριστικών σημείων του μοντέλου και του πρωτοτύπου που έχουν την ίδια σχετική θέση.

Στο σχήμα 4.2α βλέπουμε την αναλογία που παρουσιάζεται μεταξύ των γραμμικών μεγεθών ομοιώματος με κλίμακα 1:10 ως προς το πρωτότυπο. Τα εμπρόσθια πλάτη των πτερυγίων, καθώς και τα μήκη τους, έχουν λόγο:

$$L_m : L_p = 3 : 30 = 6 : 0,6 = L_m : L_p = 1 : 10.$$

Αυτό όμως δεν συμβαίνει με τις αντίστοιχες γωνίες κλίσεως των πτερυγίων ως προς τη διεύθυνση ροής του αέρα που είναι και στις δύο περιπτώσεις 10° . **Στη γεωμετρική ομοιότητα οι γωνίες μοντέλου και ομοιώματος είναι ίσες.**

Θα μπορούσαμε να παρομοιάσουμε την όλη διαδικασία δημιουργίας μοντέλου γεωμετρικά όμοιου με το πρωτότυπο, με την επιθυμητή σμίκρυνση φωτογραφίας του πρωτοτύπου. Πρέπει όμως να συμπληρώσουμε με κάποια επιπλέον σημαντικά για τη Μηχανική των Ρευστών γεωμετρικής φύσεως στοιχεία που δεν είναι δυνατόν να τα ανιληφθούμε από το σχήμα. Η τραχύτητα της επιφάνειας του μοντέλου πρέπει να διατηρεί την κλίμακα, άρα να ισούται με το 1:10 της τραχύτητας του πρωτοτύπου. Επίσης, πρέπει να διατηρείται η κλίμακα στους συνδέσμους (πλώσεις) κ.λπ.. Κάθε απομάκρυνση από αυτές τις λεπτομέρειες, παραβιάζει τη γεωμετρική ομοιότητα και καθιστά την πειραματική διαδικασία επισφαλή.

Σημειώνουμε πως μοντέλα που μακροσκοπικά φαίνονται όμοια, ίσως να παραβιάζουν τις παραπάνω αρχές της γεωμετρικής ομοιότητας με το πρωτότυπο και κατά συνέπεια να μην είναι συγκρίσιμα μ' αυτό. Στο σχήμα 4.2β, οι σφαίρες είναι γεωμετρικά όμοιες, με κλίμακα ίση με το λόγο των ακτίνων τους. Κατά

συνέπεια μπορούμε να προχωρήσουμε εξετάζοντας και τις άλλες απαιτήσεις ομοιότητας. Όμως τα ελλειψοειδή, αν και φαίνονται γεωμετρικά όμοια, στην πραγματικότητα δεν είναι, αφού οι λόγοι της μεγάλης προς τη μικρή διάμετρό τους είναι διαφορετικοί.

4.2.3 Κινηματική ομοιότητα.

Για να υπάρχει κινηματική ομοιότητα μεταξύ μοντέλου και πρωτοτύπου, απαιτείται εκτός από τη σταθερή αναλογία μηκών (δηλ. τη γεωμετρική ομοιότητα) και σταθερή αναλογία χρόνων, άρα και ταχυτήτων. Κατά αντιστοιχία με τα ομόλογα χωρικά, έχουμε και τα **ομόλογα χρονικά σημεία**.

Ένας περιεκτικός ορισμός της κινηματικής ομοιότητας, είναι ο ακόλουθος: **Δύο συστήματα είναι κινηματικά όμοια, αν ομόλογες στοιχειώδεις μάζες βρίσκονται σε ομόλογες θέσεις σε ομόλογους χρόνους.**

Η γεωμετρική ομοιότητα προκύπτει σχετικά εύκολα από την κλίμακα των μηκών. Όμως η αναλογία χρόνου μεταξύ μοντέλου και πρωτοτύπου, συνήθως απαιτεί επιπλέον μέτρα και εκτιμήσεις.

Μία απλή αλλά ιδανική περίπτωση είναι η ατριβής ροή χωρίς την ύπαρξη ελεύθερης επιφάνειας, όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα 4.2γ. Τέτοιες ροές είναι κινηματικά όμοιες με ανεξάρτητες κλίμακες μήκους και χρόνου.

Αν όμως στην ατριβή ροή υπάρχει και ελεύθερη επιφάνεια, απαιτείται εκτός από τη γεωμετρική ομοιότητα, πρωτότυπο και μοντέλο να έχουν τον ίδιο αριθμό Froude (ο οποίος περιλαμβάνει μόνο διαστάσεις μήκους και χρόνου, δηλ. είναι μια καθαρά κινηματική παράμετρος που καθορίζει τη σχέση μεταξύ μήκους και χρόνου):

$$\mathbf{Fr}_p = \frac{v_p^2}{L_p g} = \frac{v_m^2}{L_m g} = \mathbf{Fr}_m \quad (4.11)$$

Κατά συνέπεια, υπάρχει σχέση μεταξύ της κλίμακας μήκους και της κλίμακας ταχύτητας. Πιο συγκεκριμένα, αν η κλίμακα μήκους είναι:

$$L_m/L_p = \alpha \quad (4.11a)$$

η παραπάνω εξίσωση δίνει για την κλίμακα της ταχύτητας:

$$\frac{v_m}{v_p} = \left(\frac{L_m}{L_p} \right)^{1/2} = \sqrt{\alpha} \quad (4.11\beta)$$

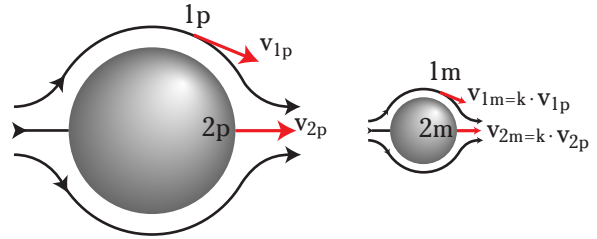
και η κλίμακα του χρόνου:

$$\frac{T_m}{T_p} = \frac{L_m/v_m}{L_p/v_p} = \sqrt{\alpha} \quad (4.11\gamma)$$

Αν η ροή δεν είναι ατριβής, δηλαδή το ιξώδες, η επιφανειακή τάση και η συμπίεσιότητα είναι σημαντικά, η επίτευξη κινηματικής ομοιότητας εξαρτάται από την επίτευξη δυναμικής ομοιότητας.

4.2.4 Δυναμική ομοιότητα.

Δυναμική ομοιότητα υπάρχει όταν το μοντέλο και το πρωτότυπο έχουν αναλογία μηκών, αναλογία χρόνων, και αναλογία δυνάμεων. Δηλαδή, όταν υπάρχει γεωμετρική και κινηματική ομοιότητα και επιπλέον οι λόγοι των ομολόγων δυνάμεων είναι ίσοι.



Σχ. 4.2γ.

Κινηματική ομοιότητα: Ατριβής ροή χωρίς την ύπαρξη ελεύθερης επιφάνειας.

Και εδώ, η γεωμετρική ομοιότητα είναι η πρώτη προϋπόθεση. Χωρίς αυτή δεν έχει έννοια να μιλάμε για δυναμική ομοιότητα και η πειραματική διαδικασία δεν προχωρά. Η δυναμική και κινηματική ομοιότητα στα πραγματικά προβλήματα ροής, είναι συνήθως αλληλένδετες.

Από τη μέχρι τώρα ανάπτυξη, μπορούμε να ομαδοποιήσουμε τις δυνάμεις που επιδρούν στο ρέον ρευστό ως εξής:

- Δυνάμεις αδράνειας F_i .
- Δυνάμεις βαρύτητας F_g .
- Δυνάμεις πιέσεως F_p .
- Δυνάμεις ιξώδους τριβής F_f .
- Δυνάμεις επιφανειακής τάσεως F_σ .

Ανάλογα με το πρόβλημα, κάποιες από αυτές είναι σημαντικές και κάποιες μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Για να επιτευχθεί σταθερή αναλογία των ομολόγων δυνάμεων πρέπει να λάβουμε υπόψη τους λόγους των σημαντικών δυνάμεων που επηρεάζουν τη ροή. Οι λόγοι αυτοί, όπως είδαμε, εκφράζονται με αδιάστατους αριθμούς (παράγρ. 4.1.4, Πίνακας 4.1.2). Η δυναμική ομοιότητα επομένως μεταξύ μοντέλου και πρωτοτύπου εξαρτάται από την ισότητα ορισμένων χαρακτηριστικών αδιαστάτων αριθμών. Πιο συγκεκριμένα:

α) **Συμπιεσμη ροή:** Προκειμένου να υπάρχει δυναμική ομοιότητα, πρέπει οι αριθμοί Reynolds (δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις ιξώδους τριβής) και Mach, καθώς και ο λόγος ειδικών θερμοτήτων του μοντέλου και του πρωτοτύπου να είναι ίσοι.

β) **Ασυμπιεσμη ροή:** Όταν δεν υπάρχει ελεύθερη επιφάνεια (όπως στη ροή σε σωλήνα), για να υπάρχει δυναμική ομοιότητα, πρέπει το μοντέλο και το πρωτότυπο να έχουν τον ίδιο αριθμό Reynolds.

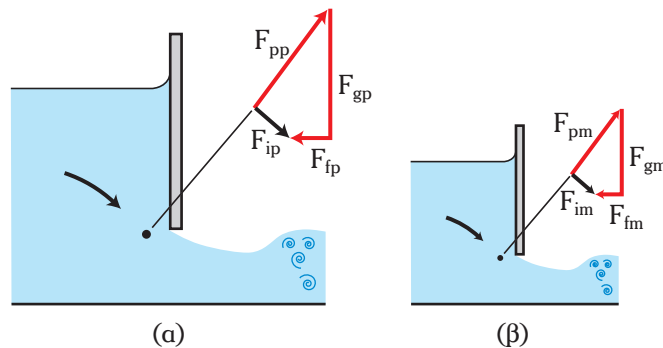
Όταν υπάρχει ελεύθερη επιφάνεια (π.χ. ροή σε κανάλι) πρέπει εκτός από τον ίδιο αριθμό Reynolds, το μοντέλο να έχει και ίδιο αριθμό Froude (δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις βαρύτητας) με το πρωτότυπο. Σε πιο σύνθετες περιπτώσεις υπάρχει απαίτηση ισότητας και για τον αριθμό Weber (δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις επιφανειακής τάσεως) καθώς επίσης και του αριθμού Euler (δυνάμεις πιέσεως προς δυνάμεις αδράνειας).

Από μαθηματική άποψη, ο νόμος του Newton για οποιοδήποτε στοιχειώδη όγκο ρευστού απαιτεί το (διανυσματικό) άθροισμα της δυνάμεως πιέσεως, της δυνάμεως βαρύτητας, και της δυνάμεως τριβής να είναι ίσο με τη δύναμη επιταχύνσεως ή τη δύναμη αδράνειας:

$$\vec{F}_p + \vec{F}_g + \vec{F}_f = \vec{F}_i$$

Οι νόμοι της δυναμικής ομοιότητας που αναφέρονται παραπάνω, εξασφαλίζουν ότι κάθε μια από αυτές τις δυνάμεις θα είναι στην ίδια αναλογία, όσον αφορά στο μέτρο και θα έχει την ίδια διεύθυνση και φορά όταν εξετάζουμε ομολόγους στοιχειώδεις όγκους στο μοντέλο και το πρωτότυπο.

Το σχήμα 4.2δ παρουσιάζει ένα παράδειγμα για τη ροή μέσω θυροφράγματος. Η επίδραση της επιφα-



Σχ. 4.2δ.
Δυναμική ομοιότητα.

νειακής τάσεως είναι εμφανώς αμελητέα. Τα πολύγωνα δυνάμειως στα δύο ομόλογα σημεία του σχήματος, θα έχουν ακριβώς την ίδια μορφή, εάν οι αριθμοί Reynolds και Froude του πρωτοτύπου (α) και του μοντέλου (β) είναι ίσοι. Σ' αυτήν την περίπτωση εξασφαλίζεται και η κινηματική ομοιότητα.

Όμως πρακτικά είναι αδύνατο να μην παραβιαστούν εν μέρει οι νόμοι της δυναμικής ομοιότητας. Για να επιτευχθεί η ισότητα των αριθμών Reynolds και Froude πρωτοτύπου και μοντέλου, πρέπει το ρευστό που χρησιμοποιούμε στο μοντέλο να έχει ριζικά διαφορετικές ιδιότητες από τις ιδιότητες του ρευστού που ρέει στο πρωτότυπο. Έτσι, αν η κλίμακα μηκών είναι α (γεωμετρική ομοιότητα), η κλίμακα ταχυτήτων θα πρέπει να είναι $\alpha^{1/2}$ για να υπάρχει κινηματική ομοιότητα (εξίσωση 4.11β). Ισότητα αριθμών Reynolds θα σήμαινε:

$$\text{Re}_p = \frac{v_p \cdot L_p}{\nu_p} = \frac{v_m \cdot L_m}{\nu_m} = \text{Re}_m \Rightarrow \frac{v_m}{v_p} = \frac{v_m}{v_p} \cdot \frac{L_m}{L_p} = \alpha^{1/2} \cdot \alpha \Rightarrow v_m = \alpha^{3/2} \cdot v_p \quad (4.12)$$

όπου: v_m και v_p τα κινηματικά ιξώδη μοντέλου και πρωτοτύπου αντίστοιχα.

Αυτό σημαίνει πως αν θέλουμε να κατασκευάσουμε ένα μοντέλο σε κλίμακα (μήκους) 1:10, θα έχουμε:

$$\alpha = 0,1 \Rightarrow \alpha^{3/2} = 0,0316 \Rightarrow v_m = 0,0316 \cdot v_p$$

Δηλαδή, αν το ρευστό του πρωτοτύπου είναι νερό, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε στο μοντέλο, ένα υγρό με κινηματικό ιξώδες ίσο με το 3,16% του ιξώδους του νερού, δηλαδή $\nu_m = 3,16 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$. Αλλά τέτοιο υγρό δεν υπάρχει. Όπως βλέπουμε στον Πίνακα 1.2.11, ακόμα και ο υδράργυρος (ο οποίος δεν δύναται να χρησιμοποιηθεί για πολλούς λόγους) έχει κινηματικό ιξώδες 4 φορές μεγαλύτερο από το απαιτούμενο. Έτσι, πρέπει να εγκαταλείψουμε την απαίτηση ισότητας των αριθμών Reynolds μοντέλου και πρωτοτύπου. Στην πράξη θα χρησιμοποιήσουμε ως ρευστό το νερό και στο μοντέλο. Θα εξασφαλίσουμε την ισότητα του αριθμού Froude, του οποίου ο ρόλος είναι πολύ σημαντικός στη ροή του παραδείγματος. Αναπόφευκτα, ο αριθμός Reynolds του μοντέλου θα είναι σημαντικά μικρότερος από τον αντίστοιχο του πρωτοτύπου και θα πρέπει να πάρουμε υπόψη αυτήν την απόκλιση διατυπώνοντας τα συμπεράσματα του πειράματος. Αντίστοιχες αποκλίσεις των αριθμών Reynolds (άρα και αποκλίσεις από την πλήρη δυναμική ομοιότητα) συναντάμε και στις αεροδυναμικές δοκιμές (αεροδυναμική σήραγγα).

Παρά την αβεβαιότητα που συνεπάγεται η αδυναμία πλήρους δυναμικής ομοιότητας, ο ρόλος της πειραματικής διαδικασίας με τη δημιουργία ομοιωμάτων, είναι αναντικατάστατος και η σημασία της συνεχώς αυξάνεται. Τα τελευταία χρόνια ενισχύεται και με τις προσομοιώσεις των φυσικών φαινομένων σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές.

4.3 Ασκήσεις.

1. Μία εξίσωση για τον υπολογισμό της παροχής νερού Q πάνω από ένα υδροφράκτη μήκους L , είναι η ακόλουθη:

$$Q = 3,09 \cdot L \cdot h^{3/2}$$

όπου: h το ύψος του νερού πάνω από την ακμή του υδατοφράκτη. Η σχέση δίνει την παροχή σε ft^3/s όταν τα L και h είναι σε ft. α) Τι διαστάσεις έχει η σταθερά 3,09; β) Ποια θα είναι η αντίστοιχη σχέση στο SI;

$$[\alpha] L^{1/2} T^{-1}, \beta) Q = 1,71 \cdot L \cdot h^{3/2}$$

2. Η πώση πίεσεως σε μια δικλείδα δίνεται (στο εγχειρίδιο χρήσεώς της) από την ακόλουθη σχέση:

$$h_L = \frac{522 \cdot K \cdot Q}{d^4}$$

όπου: h_L η απώλεια ύψους σε ft, K ο αδιάστατος συντελεστής απωλειών της δικλείδας, Q η παροχή σε ft^3/s και d η διάμετρος της δικλείδας σε in.

α) Είναι η εξίσωση διαστατικά ομογενής; β) Ποιες είναι οι διαστάσεις της σταθεράς 522; γ) Ποια θα είναι η τιμή της σταθεράς στο SI;

$$[\alpha) \text{όχι}, \beta) L^2T, \gamma) 2,34 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2\text{s}]$$

3. Για την παροχή νερού σε ευθύ λείο σωλήνα, έχει προταθεί η παρακάτω εμπειρική σχέση (εξίσωση Hazen-Williams):

$$Q = 61,9 \cdot d^{2,63} \cdot \left(\frac{dp}{dx}\right)^{0,54}$$

όπου: d η διάμετρος και dp/dx η κλίση πίεσεως κατά μήκος του σωλήνα.

Να εξετασθεί αν η σχέση είναι διαστατικά ομογενής. Ποιες οι διαστάσεις της σταθεράς 61,9;

$$[L^{1,43}M^{-0,53}T^{0,06}]$$

4. Μια βασική σχέση της μεταδόσεως θερμότητας είναι η ακόλουθη:

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot \Delta T$$

όπου: \dot{Q} η θερμότητα ανά μονάδα χρόνου, A το εμβαδόν της επιφάνειας θερμικής ανταλλαγής, ΔT η διαφορά θερμοκρασίας και h ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας.

Σε παλαιότερα βιβλία μεταδόσεως θερμότητας, συναντάμε την ακόλουθη εμπειρική εξίσωση για τη μετάδοση θερμότητας με φυσική κυκλοφορία:

$$h = 1,42 \cdot \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$$

όπου: L , το μήκος της θερμής επιφάνειας.

α) Ποιες οι διαστάσεις του h ;

β) Είναι η εμπειρική εξίσωση ομογενής;

γ) Ποιες οι διαστάσεις της σταθεράς 1,42;

$$[\alpha) MT^{-3}\Theta, \gamma) L^{1/4} MT^{-3}\Theta^{3/4}]$$

5. Η μέση θερμοκρασία της ατμόσφαιρας της γης σχετίζεται με το υψόμετρο με τη βοήθεια της σχέσεως: $T = \alpha - \beta \cdot y$

όπου: T η θερμοκρασία και y το υψόμετρο από την επιφάνεια της θάλασσας. Τι διαστάσεις έχουν οι συντελεστές α και β ;

$$[\Theta, L^{-1}\Theta]$$

6. Να εξετασθεί αν τα παρακάτω μεγέθη συνδυασμένα κατάλληλα (όλα μαζί ή κάποια από αυτά) μπορούν να σχηματίσουν αδιάστατη ομάδα:

α) ρ, ν, L, c_p

β) d, γ, Q, h, μ

$$[\alpha) -, \beta) \frac{h}{d}, \frac{\gamma}{Q \cdot \mu}, \dots]$$

7. Η απόσταση s που διανύει ένα αντικείμενο στο κενό εξαρτάται από την επιτάχυνση της βαρύτητας g και το χρόνο t . Βρείτε με διαστατική ανάλυση τον τρόπο με τον οποίο συνδέεται η απόσταση s από τα g, t .

$$[s = C \cdot g \cdot t^2]$$

8. Η ισχύς που καταναλώνει μία αντλία εξαρτάται από το ειδικό βάρος του υγρού, την παροχή και το αποδιδόμενο από την αντλία ύψος. Να βρεθεί σχέση μεταξύ της ισχύος και των παραπάνω μεγεθών.

$$[P = C \cdot \gamma \cdot Q \cdot H]$$

9. Να υπολογισθεί με διαστατική ανάλυση, η δύναμη F που ασκείται από ένα ρευστό με ιξώδες μ που κινείται με μικρή ταχύτητα v , σε ένα μικροσκοπικό κόκκο άμμου διαμέτρου d . Υποθέσατε ότι η δύναμη εξαρτάται από τα παραπάνω μεγέθη: $F = f(d, v, \mu)$.

$$[F = C \cdot \mu \cdot d \cdot v]$$

10. Η ταχύτητα του ήχου σε κάποιο αέριο εξαρτάται από την πίεση και την πυκνότητα του αερίου. Να εξαχθεί με διαστατική ανάλυση, σχέση που εκφράζει την ταχύτητα του ήχου.

$$[a^2 = f\left(\frac{P}{\rho}\right)]$$

11. Η περίοδος ταλαντώσεως ενός εκκρεμούς (T) εξαρτάται από τη μάζα του (m), το μήκος του νήματος (l), την επιτάχυνση της βαρύτητας (g) και τη μέγιστη γωνία εκτροπής από τη θέση ισορροπίας (θ). Να εξαχθεί με διαστατική ανάλυση, σχέση που να εκφράζει την περίοδο.

$$[T^2 = (l/g) \cdot f(\theta)]$$

12. Η ισχύς P που καταναλώνει ένας ανεμιστήρας εξαρτάται από τη διάμετρό του D , την πυκνότητα του ρευστού ρ , την περιστροφική ταχύτητα ω , και την παροχή όγκου Q . Να βρεθεί συνάρτηση που να εκφράζει την ισχύ σε συνάρτηση με τις παραπάνω παραμέτρους σε αδιάστατες ομάδες.

$$\left[\frac{P}{D^5 \rho \omega^3} = f\left(\frac{Q}{D^3 \omega}\right)\right]$$

13. Η αύξηση της πίεσεως Δp , υγρού διερχόμενου από αντλία, εξαρτάται από τη διάμετρο της φτερωτής D , την πυκνότητα του ρευστού ρ , την ταχύτητα περιστροφής ω και την παροχή όγκου Q . Να υπολογισθεί η πώση πίεσεως ως συνάρτηση των παραπάνω.

$$\left[\frac{\Delta p}{D^2 \rho \omega^2} = f\left(\frac{Q}{D^3 \omega}\right)\right]$$

14. Η δύναμη F , που απαιτείται για την περιστροφή έλικα, εξαρτάται από τη διάμετρο του έλικα (D), την πυκνότητα του ρευστού (ρ), την ταχύτητα περιστροφής (ω), και την παροχή όγκου (Q) που δημιουργεί η κίνηση του έλικα. Να υπολογισθεί η δύναμη F ως συνάρτηση των παραπάνω μεγεθών.

$$\left[\frac{F}{D^4 \rho \omega^2} = f\left(\frac{Q}{D^3 \omega}\right)\right]$$

15. Άξονας περιστρέφεται στηριζόμενος σε τριβέα εντός λιπαντικού. Η ροπή λόγω τριβής (M) εξαρτάται από την κάθετη δύναμη φορτίσεως του άξονα (F), την ταχύτητα περιστροφής (ω), τη διάμετρο του άξονα (D) και το ιξώδες του λιπαντικού (μ). Να γίνει διαστατική ανάλυση του προβλήματος και να εξαχθεί σχέση μεταξύ των παραπάνω μεγεθών.

$$\left[\frac{M}{DF} = f\left(\frac{D^2 \omega \mu}{F}\right)\right]$$

16. Η παροχή ενός ορθογωνικού ανοικτού αγωγού στο σημείο εκροής του, εξαρτάται από το πλάτος του αγωγού, το ύψος του υγρού στον αγωγό, την πυκνότητα και το ιξώδες του υγρού και την επιτάχυνση

της βαρύτητας. Να γίνει διαστατική ανάλυση.

$$[Q = L \cdot g^{1/2} \cdot H^{3/2} \cdot f\left(\frac{g^{1/2} \cdot H^{3/2} \cdot \rho}{\mu}, \frac{h}{L}\right)]$$

17. Η περίοδος ταλαντώσεως T ενός επιφανειακού κύματος νερού εξαρτάται από την πυκνότητα ρ , το μήκος κύματος λ , το βάθος h , την επιτάχυνση της βαρύτητας g και την επιφανειακή τάση σ .
α) Να διατυπωθεί συνάρτηση με αδιάστατους όρους. (Χρησιμοποιήστε τα λ , ρ , και g ως επαναληπτικές μεταβλητές). β) Ποια είναι η συνάρτηση αν η επιφανειακή τάση θεωρηθεί αμελητέα;

$$[\alpha) \frac{T \cdot g}{\lambda} = f\left(\frac{h}{\lambda}, \frac{\sigma}{\lambda^2 \cdot \rho \cdot g}\right), \beta) \frac{T \cdot g}{\lambda} = f\left(\frac{h}{\lambda}\right)]$$

18. Η παροχή Q ενός αερίου εξερχόμενου από μια καμινάδα είναι συνάρτηση της πυκνότητας του αέρα του περιβάλλοντος ρ_a , της πυκνότητας του αερίου στο εσωτερικό της καμινάδας ρ , της επιταχύνσεως της βαρύτητας g , του ύψους h και της διαμέτρου d της καμινάδας. Να βρεθεί συνάρτηση μεταξύ των παραπάνω μεγεθών.

$$\left[\frac{Q^2}{gd^5} = f\left(\frac{\rho}{\rho_a}, \frac{h}{d}\right)\right]$$

19. Η ταχύτητα πτώσεως σφαίρας εντός υγρού, εξαρτάται από τη διάμετρο της σφαίρας, την πυκνότητα της σφαίρας και του υγρού, το ιξώδες του υγρού και την επιτάχυνση της βαρύτητας. Να γίνει διαστατική ανάλυση του προβλήματος και να βρεθεί σχέση μεταξύ των παραπάνω μεγεθών.

$$\left[\frac{v^2}{dg} = f\left(\frac{\mu^2}{d^3 \rho^2 g}, \frac{\rho_s}{\rho}\right)\right]$$

20. Η απαιτούμενη ισχύς P για την περιστροφή του έλικα αεροπλάνου, εξαρτάται από τη διάμετρο περυγίων D , την ταχύτητα περιστροφής ω , την πυκνότητα ρ και το ιξώδες μ του αέρα, την ταχύτητα του αεροπλάνου v και την ταχύτητα του ήχου a . Να βρεθεί συνάρτηση που να εκφράζει την ισχύ σε συνάρτηση με τις παραπάνω παραμέτρους.

$$\left[\frac{P}{D^2 \rho v^3} = f\left(\frac{v}{D\omega}, \frac{D\rho v}{\mu}, \frac{v}{a}\right)\right]$$

21. Σε μοντέλο ροής πειραματιζόμαστε διαδοχικά με αέρα και με νερό σε θερμοκρασία 20°C . Να υπολογισθεί ο λόγος των ταχυτήτων των δύο ρευστών, ώστε οι δύο ροές να έχουν τον ίδιο αριθμό Reynolds.

$$[v_a/v_v = 15,1]$$

22. Λάδι με κινηματικό ιξώδες $5,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ θα διακινηθεί μέσω αγωγού 6 in με παροχή $250 \text{ m}^3/\text{h}$. Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα σε μοντέλο ροής με κλίμακα μήκους 1:3, στο οποίο αντί για λάδι ρέει νερό 20°C , ώστε να υπάρχει δυναμική ομοιότητα με το πρωτότυπο;

$$[2,04 \text{ m/s}]$$

23. Καράβι μήκους 200 m έχει μέγιστη ταχύτητα 35 κόμβους (knots). Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα (σε κόμβους και m/s) γεωμετρικού ομοιώματός του μήκους 10 m, ώστε να υπάρχει κινηματική ομοιότητα;

$$[2,47 \text{ Knots} = 0,35 \text{ m/s}]$$

24. Η μελέτη δυναμικής ομοιότητας μοντέλου και πρωτοτύπου υποβρυχίου, οδήγησε στη σχέση:

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot \left(\frac{v_m}{v_p} \right)^2 \cdot \left(\frac{L_m}{L_p} \right)^2$$

Αν μοντέλο με κλίμακα 1:30, κινούμενο σε θαλάσσιο νερό με ταχύτητα 3 m/s συναντά αντίσταση 16 Kgf, να υπολογισθεί η ισχύς προώσεως (σε KW) του πρωτοτύπου αν η ταχύτητά του είναι 15 m/s.

[52.974 KW]





ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΡΟΗ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ ΣΕ ΣΩΛΗΝΕΣ

5.1 Εισαγωγή

5.2 Στρωτή και τυρβώδης ροή σε σωλίνες

5.3 Οι βασικές εξισώσεις ροής σε σωλίνες

5.4 Γραμμικές απώλειες

5.5 Τοπικές απώλειες

5.6 Ολικές απώλειες

5.7 Υπολογισμός ροής σε σωλήνα

5.8 Ασκήσεις

5.1 Εισαγωγή.

Στο Τρίτο Κεφάλαιο ασχοληθήκαμε με τη ροή των ρευστών γενικά. Αναφερθήκαμε σε βασικές έννοιες και ταξινομήσεις της ροής, στις βασικές παραμέτρους που την επηρεάζουν, και εξετάσαμε τους γενικούς νόμους που τη διέπουν (ισοζύγια μάζας και ενέργειας). Στο Τέταρτο Κεφάλαιο, επισημάναμε ότι η αξιοποίηση των νόμων της φυσικής δεν είναι αρκετή για την αντιμετώπιση των προβλημάτων ροής που συναντάμε στην πράξη. Χρειάζεται να επιστρατεύσουμε και την πειραματική διαδικασία, ώστε να προκύψουν συμπληρωματικές εμπειρικές σχέσεις (εξισώσεις ή διαγράμματα).

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε συγκεκριμένα με ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα που αντιμετωπίζει κάθε μηχανικός: τη ροή των ρευστών **σε κυλινδρικούς αγωγούς** (κυλινδρικούς σωλήνες ή απλά **σωλήνες**). Οι αγωγοί αυτοί είναι οι πλέον διαδεδομένοι στη διακίνηση των ρευστών.

Το πρότυπο του σωλήνα ως κυλινδρικού κοίλου αγωγού, διά μέσω του οποίου ρέουν υγρά ή αέρια, το προσφέρει η ίδια η φύση: Οι σωλήνες κυριαρχούν τόσο στους φυτικούς, όσο και στους ζωικούς οργανισμούς. Είναι λοιπόν φανερό η σημασία της μελέτης της ροής σε σωλήνες για τις αντίστοιχες επιστημονικές περιοχές και, κυρίως, για την ιατρική.

Η σημασία των σωλήνων στην εξέλιξη του ανθρώπινου πολιτισμού, χαρακτηρίζεται από πολλούς ίσως σημασίας με αυτήν του τροχού. Η χρήση τους χάνεται στα βάθη των αιώνων. Βέβαια, τα υλικά που χρησιμοποιούσε ο άνθρωπος έβραζαν στην αρχή σημαντικούς περιορισμούς. Ο πηλός στην αρχαιότητα (Μινωικός πολιτισμός, αρχαία Ελλάδα), τα μέταλλα στη βιομηχανική εποχή, μαζί με τα πλαστικά στη σύγχρονη, αποτέλεσαν τα βασικά υλικά κατασκευής τους.

Σήμερα, η καθημερινή μας ζωή, αλλά και οποιαδήποτε παραγωγική διαδικασία, είναι αδιανόητες χωρίς τα πολύμορφα δίκτυα σωληνώσεων (ύδρευση, θέρμανση, αποχέτευση, ψυκτικές εγκαταστάσεις, αεραγωγοί, διακίνηση καυσίμων, διακίνηση αερίων και ατμών κ.λπ.).

Μελετώντας τη ροή σε κυλινδρικούς αγωγούς, θα επικεντρώσουμε στη **σταθερή ροή των ασυμπίεστων ρευστών σε κλειστούς αγωγούς**.

- Δεν θα μας απασχολήσουν τα φαινόμενα της μεταβλητής (ή μεταβατικής) ροής, κατά την οποία η παροχή αλλάζει με το χρόνο, αλλά τα μόνιμα, δηλαδή φαινόμενα στα οποία η παροχή σε οποιαδήποτε διατομή παραμένει σταθερή.
- Δεν θα ασχοληθούμε επίσης με τη ροή αερίων και ατμών, των οποίων η πυκνότητα μεταβάλλεται κατά μήκος της γραμμής ροής. Θα ασχοληθούμε με τα ασυμπίεστα ρευστά, χαρακτηριστικό γνώρισμα των οποίων αποτελεί η σταθερή πυκνότητα.

(Σημείωση: Εκτός από τα υγρά, ασυμπίεστα κατά προσέγγιση θεωρούνται και τα αέρια, όταν κατά τη διάρκεια της ροής τους ο αριθμός Mach δεν υπερβαίνει την τιμή 0,4).

- Τέλος, δεν θα ασχοληθούμε με ανοικτούς αγωγούς (κανάλια) αλλά μόνο με κλειστούς. Λέγοντας πως ένας αγωγός είναι κλειστός, δεν εννοούμε μόνο ότι η διατομή του είναι κλειστή, αλλά και ότι το διακινούμενο ρευστό καλύπτει πλήρως αυτήν τη διατομή. Αυτό σημαίνει ότι το ρευστό δεν έχει ελεύθερη επιφάνεια και ρέει υπό πίεση.

Ξεκινάμε λοιπόν το κεφάλαιο με τις ακόλουθες παραμέτρους:

α) Εξετάζουμε τη **ροή σε κλειστούς κυλινδρικούς αγωγούς**.

β) Η **ροή** είναι **μόνιμη**, άρα η παροχή σταθερή: **$Q = \text{σταθ.}$**

γ) Το **ρευστό** είναι **ασυμπίεστο**, άρα η πυκνότητα σταθερή: **$\rho = \text{σταθ.}$**

Σημειώνουμε ακόμα ότι για τις ανάγκες αντιμετώπισης των προβλημάτων ροής σε σωλήνες, στις περισσότερες περιπτώσεις είναι επαρκής η μονοδιάστατη θεώρηση (κατά μήκος του αγωγού).

Τα φυσικά μεγέθη τα οποία επηρεάζουν τη ροή σε κυλινδρικούς αγωγούς, δύνανται να ταξινομηθούν σε τέσσερις ομάδες:

- **Μεγέθη σωλήνα:** διάμετρος (d), μήκος (L), τραχύτητα (ϵ).
- **Μεγέθη ρευστού:** πυκνότητα (ρ), ειδικό βάρος (γ), κινηματικό ιξώδες (ν).
- **Μεγέθη ροής:** παροχή (Q), ταχύτητα (v).

– **Ενεργειακά μεγέθη:** γεωμετρικό ύψος (y), πίεση (p), ταχύτητα (v), ύψη απωλειών (Σh , h_f , h_k), ύψος αντλίας (h_p) ή στροβίλου (h_r).

Στην περίπτωση που μεταβάλλεται η θερμοκρασία ή που μας ενδιαφέρει η ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ σωλήνα και περιβάλλοντος, υπεισέρχονται και άλλες παράμετροι (θερμοκρασίες, ειδικές θερμότητες κ.ά.). Όμως τα σχετικά προβλήματα, αποτελούν αντικείμενο της Μεταδόσεως Θερμότητας και δεν θα μας απασχολήσουν στη Μηχανική των Ρευστών.

5.2 Στρωτή και τυρβώδης ροή σε σωλήνες.

α) Διαχωρισμός της ροής σε στρωτή και τυρβώδη.

Στο τρίτο κεφάλαιο (παράγρ. 3.1.4) διαχωρίσαμε τη ροή, ανάλογα με τον τρόπο που κινούνται οι στοιχειώδεις όγκοι, σε δύο είδη: τη στρωτή και την τυρβώδη. Βασικό χαρακτηριστικό που διαχωρίζει τα δύο αυτά είδη, είναι η ύπαρξη ή μη στροβιλισμών. Στη στρωτή ροή δεν υπάρχουν, ενώ αποτελούν το χαρακτηριστικό γνώρισμα της τυρβώδους (σχ. 5.2α).

Το αν η ροή ενός υγρού σε κλειστό κυλινδρικό αγωγό είναι στρωτή ή τυρβώδης, καθορίζεται, όπως είδαμε, από τον αδιάστατο αριθμό Reynolds:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad (5.1)$$

όπου: v η ταχύτητα του υγρού, d η διάμετρος του σωλήνα και ν το κινηματικό ιξώδες. Για τιμές του αριθμού Reynolds μικρότερες του 2100 ($Re < 2100$), η ροή είναι **στρωτή**. Ακολουθεί μια **κρίσιμη περιοχή** στην οποία η ροή μετατρέπεται σταδιακά σε τυρβώδη ($2100 < Re < 4000$ περίπου). Για μεγαλύτερες τιμές του Re ($Re > 4000$) η ροή είναι **τυρβώδης**.



Σχ. 5.2α.

Στρωτή και τυρβώδης ροή.

Η σχέση (5.1) δείχνει πως **η στρωτή ροή εννοείται σε σωλήνες μικρής διαμέτρου, με χαμηλές ταχύτητες ροής και ρευστά μεγάλου ιξώδους (παχύρρευστα)**. Στην περίπτωση που μελετάμε τη ροή κάποιου συγκεκριμένου ρευστού (άρα ορισμένου κινηματικού ιξώδους ν) σε σωλήνα διαμέτρου d , θα έχουμε στρωτή ροή για χαμηλές ταχύτητες v ($Re < 2100$). Αυξάνοντας την ταχύτητα, η στρωτή ροή διαταράσσεται, καθώς δημιουργούνται σποραδικές δίνες (μεταβατική περιοχή, $2100 < Re < 4000$). Με επιπλέον αύξηση της ταχύτητας, η ροή θα γίνει τυρβώδης ($Re > 4000$), με διαμόρφωση στροβιλισμών σε όλο το χώρο της ροής, με εξαίρεση ένα πολύ λεπτό στρώμα που βρίσκεται σε επαφή με τα τοιχώματα του σωλήνα (ιξώδης υποστιβάδα, παράγρ. 3.1.5). Αλλά και στην τυρβώδη ροή υπάρχουν διαβαθμίσεις. Έτσι, για πολύ μεγάλες ταχύτητες, άρα και μεγάλους αριθμούς Reynolds, περνάμε στην πλήρως τυρβώδη ροή.

Αντίστοιχα συμπεράσματα προκύπτουν αν δεν μεταβάλλεται η ταχύτητα, αλλά η διάμετρος του σωλήνα ή το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.

Σημειώνουμε ότι τα όρια μεταβάσεως από τη στρωτή στην τυρβώδη ροή δεν δύνανται να προσδιοριστούν με ακρίβεια. Σε κατάλληλες συνθήκες (έλλειψη διαταραχών από αντλίες και από τα διάφορα εξαρτήματα ροής), πιθανόν να έχουμε στρωτή ροή και για τιμές του αριθμού Reynolds λίγο μεγαλύτερες από 2100, αφού η κρίσιμη περιοχή πιθανόν να επεκταθεί ως και την τιμή $Re=10000$. Τις συνθήκες όμως αυτές δεν τις συναντάμε στην πράξη. Επιπλέον, στις περισσότερες περιπτώσεις υπάρχουν υψηλές απαιτήσεις παροχής και ο αριθμός Reynolds είναι σημαντικά μεγαλύτερος από τις παραπάνω τιμές.

Η σημασία του αριθμού Reynolds ως καθοριστικού παράγοντα στη ροή σε κλειστούς αγωγούς, οφείλεται στο γεγονός ότι ουσιαστικό ρόλο στη ροή που εξετάζουμε, παίζουν οι δυνάμεις αδράνειας και οι δυνάμεις ιξώδους διατμήσεως. Υπενθυμίζουμε ότι ο αδιάστατος αριθμός Reynolds αποτελεί το λόγο αυτών των δυνάμεων:

$$Re = \frac{F_{\text{αδράνειας}}}{F_{\text{ιξώδους}}} \quad (5.1a)$$

Παράδειγμα 1

Να υπολογισθούν οι μέγιστες ταχύτητες νερού και λαδιού SAE 10, 20°C, που ρέουν σε σωλήνες διαμέτρου 8 cm, ώστε η ροή τους να παραμένει στρωτή.

Λύση:

Δεδομένα: $d_v = d_\lambda = 0,08$ m.

Η μέγιστη τιμή του αριθμού Reynolds για να έχουμε στρωτή ροή είναι: $Re_v = Re_\lambda = 2100$.

Από τον Πίνακα 1.2.11 έχουμε: $\nu_v = 1 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\nu_\lambda = 120 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \Rightarrow v = \frac{Re \cdot \nu}{d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_v = 0,026 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_\lambda = 3,15 \text{ m/s.}$$

Παράδειγμα 2

Λιπαντικό άγνωστου ιξώδους ρέει με στρωτή ροή και ταχύτητα 5 m/s σε σωλήνα διαμέτρου 4 cm. Για ταχύτητα 10 m/s, η ροή είναι τυρβώδης. Τι συμπέρασμα προκύπτει για το ιξώδες του λαδιού;

Λύση:

Στην πρώτη περίπτωση ο αριθμός Reynolds είναι μικρότερος ή ίσος με 2100. Στη δεύτερη, μεγαλύτερος ή ίσος του 4000:

$$Re \leq 2100 \Rightarrow \frac{v_1 \cdot d}{\nu} \leq 2100 \Rightarrow \nu \geq 95,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Re_2 \geq 4000 \Rightarrow \frac{v_2 \cdot d}{\nu} \geq 4000 \Rightarrow \nu \geq 10^{-4} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Άρα για το κινηματικό ιξώδες του λιπαντικού ισχύει: $95,3 \cdot 10^{-6} \leq \nu \leq 100 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

β) Περιοχή εισόδου.

Στο σημείο αυτό πρέπει να υπενθυμίσουμε πως, όπως είδαμε στην παράγραφο 3.1.5, για μικρή σχετικά απόσταση L_e από την είσοδο του σωλήνα, εκτείνεται μια «μεταβατική περιοχή», στην οποία αναπτύσσεται το οριακό στρώμα (σχ. 5.2β). Για αποστάσεις από την είσοδο μεγαλύτερες του L_e , το οριακό στρώμα καλύπτει όλη τη διατομή του σωλήνα.

Το μήκος L_e εξαρτάται από τη διάμετρο του σωλήνα, την ταχύτητα ροής, την πυκνότητα και το ιξώδες του ρευστού: $L_e = F(d, v, \rho, \nu)$.

Η διαστατική ανάλυση δείχνει πως ο λόγος L_e/d εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds:

$$\frac{L_e}{d} = F\left(\frac{v \cdot d}{\nu}\right) = F(Re) \quad (5.2)$$

Η πειραματική διαδικασία έδωσε τις ακόλουθες προσεγγιστικές σχέσεις:

Για στρωτή ροή:

$$\frac{L_e}{d} \cdot 0,06 \cdot Re \quad (5.2\alpha)$$

Για τυρβώδη ροή:

$$\frac{L_e}{d} \cdot 4,4 \cdot Re^{1/6} \quad (5.2\beta)$$

Σημείωση: Αντί της εξίσωσης (5.2β), έχει προταθεί η σχέση:

$$\frac{L_e}{d} \cdot 0,693 \cdot Re^{1/4} \quad (\text{Latzko})$$

καθώς και η πιο προσεγγιστική:

$$L_e = (25 \sim 40) \cdot d \quad (\text{Nikuradse})$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, στη στρωτή ροή μπορούμε να έχουμε μέγιστο μήκος εισόδου (για $Re = 2.100$): $L_{e,max} = 126 \cdot d$.

Στην τυρβώδη ροή, η τιμή του L_e/d κυμαίνεται μεταξύ 18 και 95.

Παράδειγμα 3

Σε σωλήνα διαμέτρου 3 cm και μήκους 20 m συνδεδεμένο με δεξαμενή, ρέει νερό με ταχύτητα 3,5 m/s. Να υπολογισθεί το μεταβατικό μήκος εισόδου (από τη δεξαμενή στο σωλήνα).

Λύση:

Δεδομένα: $d = 0,03 \text{ m}$, $L = 20 \text{ m}$,
 $v = 3,5 \text{ m/s}$,
 $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (Πίνακας 1.2.11).

Ζητούμενο: L_e

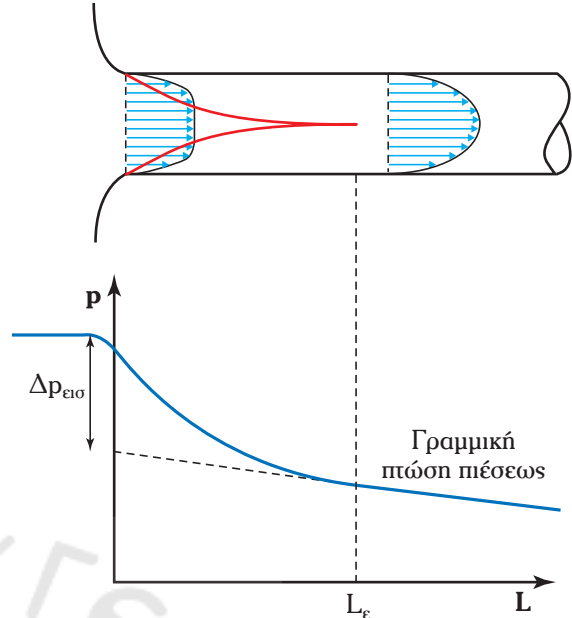
$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \Rightarrow Re = 105000 = 1,05 \cdot 10^5$$

Επομένως η ροή είναι τυρβώδης. Εφαρμόζοντας την εξίσωση (5.2β):

$$L_e/d = 4,4 \cdot Re^{1/6} \Rightarrow L_e/d = 30,2 \Rightarrow L_e = 0,91 \text{ m}$$

Παρατηρούμε ότι το μήκος L_e συχνά δεν είναι αμελητέο σε σχέση με το συνολικό μήκος του σωλήνα (στο παραπάνω παράδειγμα, αποτελεί το 4,5%).

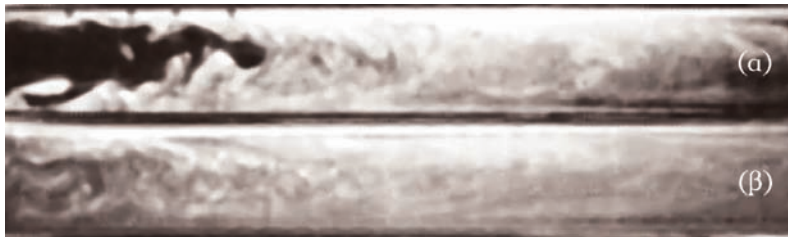
Η σημαντικότερη συνέπεια της υπάρξεως αυτής της περιοχής εισόδου, είναι οι αυξημένες απώλειες λόγω τριβών. Στο σχήμα 5.2β, βλέπουμε πως αφού μακριά από την περιοχή εισόδου η πτώση πίεσης (έκφραση των ενεργειακών απωλειών λόγω τριβών) είναι γραμμική, στην περιοχή εισόδου υπάρχει



Σχ. 5.2β.
Είσοδος ρευστού σε σωλήνα.

επιπλέον πτώση πίεσεως $\Delta p_{\text{εισ}}$. Στο σχήμα 5.2γ εικονίζεται φωτογραφική πειραματική αποτύπωση του φαινομένου.

Στη συνέχεια, θα θεωρήσουμε πολύ μεγάλο το μήκος του σωλήνα σε σχέση με τη διάμετρο, ώστε η ροή εντός αυτού να θεωρείται πλήρως διαμορφωμένη. Τις επιπλέον ενεργειακές απώλειες που υπάρχουν στην είσοδο του σωλήνα, θα τις αντιμετωπίσουμε ως τοπικές απώλειες.



Σχ. 5.2γ.

Είσοδος ρευστού σε σωλήνα (τηρβώδης ροή): α) Κονιά στην είσοδο. β) Σε κάποια απόσταση από την είσοδο.

γ) Μέση ταχύτητα και κατανομή ταχυτήτων.

Σε απόσταση μεγαλύτερη από το μήκος εισόδου L_e , το οριακό στρώμα καλύπτει όλο το σωλήνα. Αυτό σημαίνει πως σε μια διατομή κάθετη στη ροή, η ταχύτητα μεταβάλλεται από σημείου σε σημείο. Πιο συγκεκριμένα, όπως είδαμε και στο Τρίτο Κεφάλαιο (παράγρ. 3.1.5), η ταχύτητα αυξάνεται με την απόσταση από το τοίχωμα και λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της στο κέντρο του αγωγού.

Αν συμβολίσουμε με u την τοπική ταχύτητα και με r την απόσταση από το κέντρο της κυκλικής διατομής, έχουμε:

- Για $r = R$ (επαφή με τοίχωμα): $u = 0$
- Για $r = 0$ (κέντρο σωλήνα): $u = u_{\text{max}}$

Η κατανομή ταχυτήτων σε μια διατομή κυλινδρικού αγωγού, υπολογίζεται με ακρίβεια μόνο στην περίπτωση της στρωτής ροής. Πιο συγκεκριμένα, στη **στρωτή ροή**, η τιμή της τοπικής ταχύτητας ισούται με:

$$u = u_{\text{max}} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (5.3)$$

Στην **τηρβώδη ροή**, η τοπική ταχύτητα αυξάνει με πιο ταχείς ρυθμούς καθώς απομακρυνόμαστε από το τοίχωμα. Για την κατανομή ταχυτήτων, ισχύει η εμπειρική σχέση:

$$u \approx u_{\text{max}} \cdot \left(1 - \frac{r}{R} \right)^n \quad (5.3a)$$

όπου: ο εκθέτης n κυμαίνεται μεταξύ των τιμών $1/9$ και $1/5$: $1/9 \leq n \leq 1/5$.

Όπως ήδη αναφέραμε, για τους υπολογισμούς χρησιμοποιούμε τη μέση ταχύτητα ροής v , η οποία ορίζεται από την εξίσωση της συνέχειας:

$$v = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A}$$

Η σχέση της μέσης ταχύτητας με την τοπική είναι:

$$v = \frac{1}{A} \cdot \int_A u \cdot dA \quad (5.4)$$

Στη στρωτή ροή έχουμε: $v = 0,5 \cdot u_{\max}$
 Στην τυρβώδη ροή: $0,5 \cdot u_{\max} < v \leq 0,8 \cdot u_{\max}$
 Στη συνέχεια, εφόσον δεν διευκρινίζεται διαφορετικά, θα χρησιμοποιούμε τη μέση ταχύτητα v .

δ) Πτώση πίεσης κατά μήκος οριζόντιου αγωγού.

Έστω κυλινδρικός αγωγός σταθερής διαμέτρου d , στον οποίο ρέει ασυμπίεστο ρευστό ειδικού βάρους γ , με σταθερή ταχύτητα v (μόνιμη ροή). Αν τοποθετήσουμε πιεζομετρικούς σωλήνες μακριά από την είσοδο (εκτός της μεταβατικής περιοχής εισόδου), διαπιστώνουμε **γραμμική μείωση της πίεσης κατά μήκος του αγωγού** (σχ. 5.28). Αυτή η πτώση πίεσης οφείλεται στις τριβές (μεταξύ των μορίων του ρευστού και μεταξύ ρευστού και τοιχώματος) και αποτελεί αναγκαία προϋπόθεση για τη διατήρηση της μόνιμης ροής.

Για να κατασθεί κατανοητό το φαινόμενο, ας εξετάσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε έναν κυλινδρικό όγκο ελέγχου μεταξύ των σημείων 1 και 2, ομοαξονικό ως προς τον κύριο αγωγό, ακτίνας $r \leq R$ (σχ. 5.2ε):

– Στην κυκλική διατομή εισόδου στον όγκο ελέγχου, ασκείται η δύναμη F_{p1} :

$$F_{p1} = p_1 \cdot A_k = \pi \cdot r^2 \cdot p_1$$

– Αντίστοιχα, στη διατομή εξόδου, ασκείται η δύναμη F_{p2} αντίθετης φοράς:

$$F_{p2} = p_2 \cdot A_k = \pi \cdot r^2 \cdot p_2$$

– Τέλος, σε όλη την κυλινδρική επιφάνεια, ασκείται η διατμητική δύναμη αντιστάσεως στη ροή F_τ , η οποία οφείλεται στο ιξώδες του ρευστού:

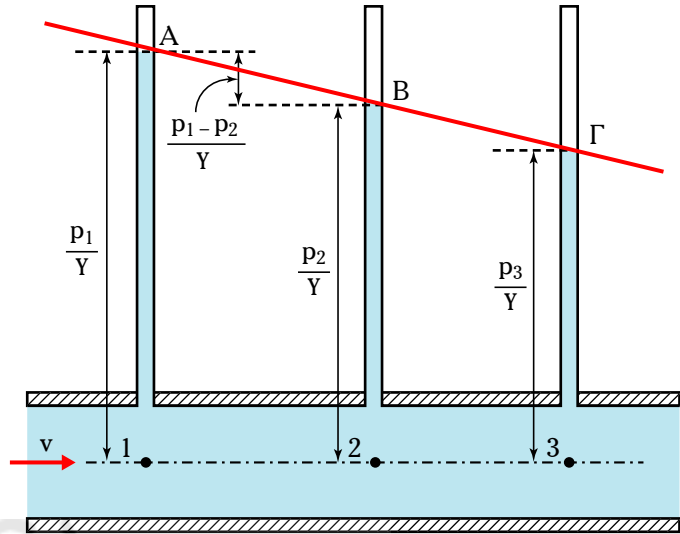
$$F_\tau = \tau \cdot A = 2\pi \cdot r \cdot L_{12} \cdot \tau$$

Αφού η ροή είναι μόνιμη (επομένως η ταχύτητα παραμένει σταθερή), η συνισταμένη των τριών αυτών δυνάμεων ισούται με μηδέν:

$$F_{p1} - F_{p2} - F_\tau = 0 \Rightarrow \pi \cdot R^2 \cdot (p_1 - p_2) = 2\pi \cdot r \cdot L_{12} \cdot \tau \Rightarrow$$

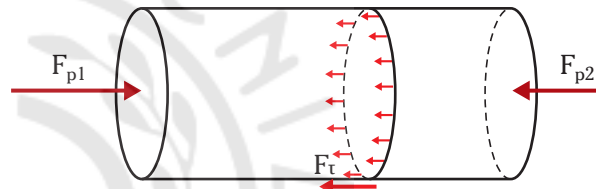
$$\Rightarrow p_1 - p_2 = 2 \cdot \tau \cdot \frac{L_{12}}{r} \quad (5.5)$$

Παρατηρούμε ότι εφόσον υπάρχει διατμητική τάση αντιστάσεως στη ροή (ιξώδης διάτμηση), υπάρχει και πτώση πίεσης, ανάλογη του μήκους L_{12} . Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, όλα τα πραγματικά ρευστά παρουσιάζουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα του ιξώδους. Έτσι, κατά τη ροή τους εντός του οριακού στρώματος, παρουσιάζουν διατμητική τάση αντιστάσεως τ . Όπως είδαμε στο Τρίτο Κεφάλαιο, στους κλειστούς κυλινδρικούς αγωγούς, το οριακό στρώμα καλύπτει όλο το πεδίο ροής.



Σχ. 5.28.

Πτώση πίεσης κατά μήκος του αγωγού.



Σχ. 5.2ε.

Ισορροπία δυνάμεων.

Η διατμητική τάση τ μειώνεται καθώς απομακρυνόμαστε από το τοίχωμα του σωλήνα και μηδενίζεται στο κέντρο του (για $r=0$). Σημειώνουμε ότι στην περίπτωση της τυρβώδους ροής, η διατμητική τάση τ είναι αυξημένη, επειδή εκτός από τις αντιστάσεις λόγω ιξώδους, έχουμε και τις αντιστάσεις λόγω στροβιλισμού (βλ. παράγρ. 3.1.4):

$$\tau = -(\mu + E) \cdot dv/dy$$

όπου: μ το ιξώδες του ρευστού και E το δινοϊξώδες.

5.3 Οι βασικές εξισώσεις ροής σε σωλήνες.

Η μελέτη της σταθερής ροής ασυμπίεστων ρευστών σε αγωγούς, βασίζεται στους δύο νόμους διατηρήσεως: Το νόμο διατηρήσεως της μάζας (που εκφράζεται με την **εξίσωση συνέχειας**) και το νόμο διατηρήσεως της ενέργειας (που εκφράζεται με τη γενικευμένη **εξίσωση Bernoulli**). Τα παραπάνω ισοζύγια μελετήθηκαν αναλυτικά στο Τρίτο Κεφάλαιο (παράγρ. 3.3 και 3.4). Ανακεφαλαιώνουμε τα συμπεράσματα για την περίπτωση της μόνιμης ροής ασυμπίεστου ρευστού σε κυλινδρικούς αγωγούς.

5.3.1 Εξίσωση συνέχειας.

Σε μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού σε αγωγό, η παροχή όγκου Q είναι σταθερή σε οποιαδήποτε διατομή του αγωγού:

$$Q = A_i \cdot v_i = \text{σταθ} \quad (5.6)$$

όπου: Q η παροχή όγκου, v_i η ταχύτητα του ρευστού και A_i το εμβαδόν διατομής στο σημείο i του αγωγού.

Για κυλινδρικούς αγωγούς (σωλήνες) είναι: $A = \pi \cdot d^2/4$ οπότε:

$$Q = \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \cdot v_i = \text{σταθ} \quad (5.7)$$

Επιλύοντας ως προς την ταχύτητα του ρευστού, προκύπτει:

$$v_i = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_i^2} \quad (5.7a)$$

Δηλαδή, **η ταχύτητα είναι ανάλογη της παροχής και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της διαμέτρου**. Για ορισμένη παροχή Q , η αύξηση της διαμέτρου οδηγεί σε σημαντική μείωση της ταχύτητας και αντίστροφα. Αν για παράδειγμα, η διάμετρος διπλασιαστεί, η ταχύτητα θα μειωθεί κατά τέσσερεις φορές. Στη μόνιμη ροή, όταν η διάμετρος δεν μεταβάλλεται, η ταχύτητα παραμένει σταθερή σε όλο το μήκος του αγωγού.

Παράδειγμα 4

Στη σωλήνωση του σχήματος 5.3α ρέει λάδι κινηματικού ιξώδους $6 \cdot 10^5 \text{ m}^2/\text{s}$, σταθερής παροχής $180 \text{ m}^3/\text{h}$. Δίνονται: $d_1 = 4 \text{ in}$, $d_2 = 7 \text{ in}$, $d_3 = 2 \text{ in}$.

Να υπολογισθούν οι ταχύτητες και το είδος της ροής στα σημεία 1, 2 και 3.

Λύση:

Δεδομένα: $d_1 = 4 \text{ in} = 0,1016 \text{ m}$, $d_2 = 7 \text{ in} = 0,1778 \text{ m}$, $d_3 = 2 \text{ in} = 0,0508 \text{ m}$
 $Q = 180 \text{ m}^3/\text{h} = 180/3600 \text{ m}^3/\text{s} = 0,05 \text{ m}^3/\text{s}$, $\nu = 7 \cdot 10^5 \text{ m}^2/\text{s}$

Ζητούμενα: v_1, v_2, v_3 , είδη ροής

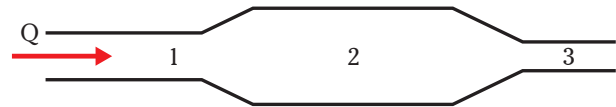
(5.5a) $\Rightarrow v_1 = 1,54 \text{ m/s}$

$v_2 = 0,50 \text{ m/s}$

$v_3 = 6,17 \text{ m/s}$

Το είδος της ροής, καθορίζεται από τον αριθμό Reynolds:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \Rightarrow \begin{aligned} Re_1 &= 2607: \text{μεταβατική ροή} \\ Re_2 &= 1482 < 2100: \text{στρωτή ροή} \\ Re_3 &= 5223 > 4000: \text{τυρβώδης ροή.} \end{aligned}$$



Σχ. 5.3α.

Σημείωση: Η *σταθερότητα της παροχής όγκου* που δηλώνει η σχέση (5.7), *δεν ισχύει για τα συμπιεστά ρευστά*. Στην περίπτωση αυτή, σταθερή παραμένει η παροχή μάζας, αλλά όχι και η παροχή όγκου (λόγω μεταβολής της πυκνότητας του συμπιεστού ρευστού). Επομένως, στα αέρια και τους ατμούς, η αύξηση της διαμέτρου δεν συνεπάγεται υποχρεωτικά και μείωση της ταχύτητας. Έτσι, στα προφύσια αέρα και ατμού, η ταχύτητα αυξάνει στο συγκλίνον τμήμα τους (όπου έχουμε μείωση της διαμέτρου), αλλά συνεχίζει να αυξάνεται και στο αποκλίνον (όπου έχουμε αύξηση της διαμέτρου).

5.3.2 Εξίσωση ενέργειας.

Το ισοζύγιο ενέργειας το εξετάσαμε αναλυτικά στην παράγραφο 3.4. Προσθέτομε εδώ κάποιες διευκρινήσεις που αφορούν στη ροή που εξετάζομε.

Σε μία διατομή 1 του σωλήνα, το ρευστό έχει ενέργεια ανά μονάδα βάρους:

$$\frac{\dot{E}_1}{\dot{m}g} = \frac{\dot{E}_1}{\gamma \cdot Q} = y_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\gamma} \quad (5.8)$$

Κάθε όρος της εξίσωσης (5.8) εκφράζεται σε διαστάσεις μήκους:

$$(M \cdot L^2 \cdot T^{-3}) / (M \cdot T^{-1} \cdot L \cdot T^{-2}) = L$$

Δηλαδή, στο SI ο κάθε όρος έχει μονάδα το μέτρο ($J/N = N \cdot m/N = m$).

Αυτός είναι ο λόγος που οι παραπάνω όροι ονομάζονται **ενεργειακά ύψη**:

$$y_1 : \text{Ύψος δυναμικής ενέργειας.}$$

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} : \text{Ύψος κινητικής ενέργειας.}$$

$$\frac{p_1}{\gamma} : \text{Ύψος ενέργειας πίεσεως.}$$

Μεταξύ των διατομών 1 και 2 του σωλήνα, υπάρχουν οι απώλειες ενέργειας ανά μονάδα βάρους ρευστού (λόγω τριβών) Σh , το οποίο καλείται **ύψος απωλειών**. Επομένως, αν το ρευστό ρέει από τη διατομή 1 προς τη 2, το ολικό ύψος ενέργειας μειώνεται κατά Σh :

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + y_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + y_2 \right) = \Sigma h$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h \quad (5.9)$$

Παρατηρούμε ότι η εξίσωση ενέργειας, γνωστή και ως **εξίσωση Bernoulli**, δεν έχει κάποια ιδιαίτερη μορφή για τους κυλινδρικούς αγωγούς. Εφαρμόζεται στη γενική της μορφή που τη συναντήσαμε στο Τρίτο Κεφάλαιο (παράγρ. 3.4). Γενικεύοντας, αν μεταξύ των σημείων 1 και 2, υπάρχει αντλία (η οποία προσθέτει ενέργεια στο ρευστό) ή στρόβιλος (ο οποίος αφαιρεί ενέργεια), η εξίσωση ενέργειας γίνεται:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h + h_t - h_p \quad (5.9a)$$

όπου: h_p και h_t τα ύψη ενέργειας αντλίας και στροβίλου αντίστοιχα.

Ιδιαίτερη σημασία έχει η επιλογή των σημείων μεταξύ των οποίων εφαρμόζουμε την εξίσωση ενέργειας.

– Αν μεταξύ αυτών δεν υπάρχει αξιόλογη υψομετρική διαφορά: $y_1 - y_2 \approx 0$.

– Αν δεν υπάρχει αξιόλογη μεταβολή πίεσεως: $p_1 - p_2 \approx 0$.

– Ομοίως για αμελητέα μεταβολή ταχύτητας: $v_1^2 - v_2^2 \approx 0$.

Σε κάθε περίπτωση, ο αντίστοιχος όρος της εξίσωσης (5.9) μηδενίζεται. Έτσι, αν για παράδειγμα εφαρμόζουμε την εξίσωση ενέργειας σε σύστημα ροής μεταξύ δύο ανοικτών δεξαμενών υψομετρικής διαφοράς H , οι οποίες συνδέονται με σωλήνα, επιλέγοντας ως διατομές 1 και 2 τις ελεύθερες επιφάνειες των δεξαμενών, έχουμε:

$$p_1 = p_2 = p_{\text{atm}}, v_1 = v_2 \cong 0$$

και η εξίσωση (5.9) γίνεται:

$$y_1 - y_2 = \Sigma h \Rightarrow H = \Sigma h$$

Αν εφαρμόσουμε την εξίσωση ενέργειας μεταξύ των σημείων 1 και 2 ενός σωλήνα σταθερής διαμέτρου, στον οποίο ρέει ασυμπίεστο ρευστό με σταθερή ροή (σχ. 5.3β), έχουμε:

$$v_1 = v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2}$$

και η εξίσωση (5.9) γίνεται:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (y_1 - y_2) = \Sigma h$$

Αν ο σωλήνας είναι οριζόντιος, όπως στο σχήμα 5.2δ, τότε $y_1 = y_2$ και η σχέση λαμβάνει τη μορφή:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \Sigma h$$

Σημείωση: Όπως είδαμε στην παράγραφο 3.4, ανάλογα με την ποσότητα στην οποία ανάγονται τα ενεργειακά μεγέθη, η εξίσωση ενέργειας μπορεί να πάρει και άλλες μορφές:

– Ενέργεια ανά μονάδα χρόνου (μετρούμενη στο SI σε W ή KW):

$$\rho \cdot Q \cdot \left(\frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + g \cdot (y_1 - y_2) \right) = \dot{W}_{\text{αν}} = \gamma \cdot Q \cdot \Sigma h \quad (5.9\beta)$$

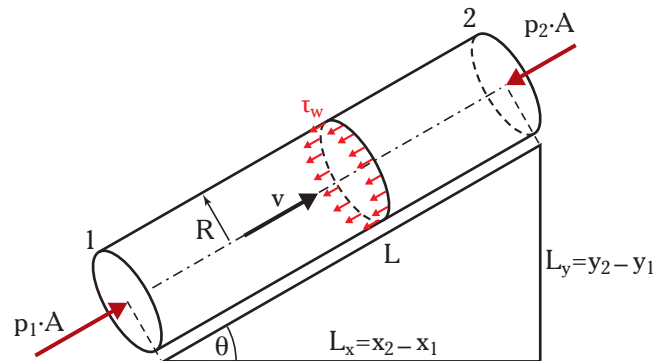
– Ενέργεια ανά μονάδα μάζας (SI: J/Kg):

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + g \cdot (y_1 - y_2) = w_{\text{αν}} = g \cdot \Sigma h \quad (5.9\gamma)$$

– Ενέργεια ανά μονάδα όγκου (SI: $\text{J}/\text{m}^3 = \text{N} \cdot \text{m}/\text{m}^3 = \text{Pa}$ ή $\text{KJ}/\text{m}^3 = \text{KPa}$):

$$(p_1 - p_2) + \rho \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \gamma \cdot (y_1 - y_2) = p_w = \gamma \cdot \Sigma h \quad (5.9\delta)$$

Τη μορφή της εξίσωσης (5.9) (ενέργεια ανά μονάδα βάρους, μονάδες στο SI: m) θα χρησιμοποιήσουμε αποκλειστικά στη συνέχεια.



Σχ. 5.3β.

Δυνάμεις ασκούμενες κατά τη ροή ρευστού σε σωλήνα.

Παράδειγμα 5

Στο σωλήνα του σχήματος 5.3γ ρέει νερό.

α) Να υπολογισθεί η πίεση στη διατομή 2, αν η πίεση στη διατομή 1 είναι 240 KPa και το ύψος απωλειών 3 m.

β) Πόση είναι η πτώση πίεσεως λόγω τριβών;

Λύση:

Δεδομένα: $L=20$ m, $\gamma=9,81$ KN/m³,
 $\Sigma h=3$ m.

α) Είναι: $v_1 = v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2}$

Η εξίσωση ενέργειας λαμβάνει τη μορφή:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (y_1 - y_2) = \Sigma h \quad (1)$$

$$y_1 - y_2 = L \cdot \sin\theta \Rightarrow y_1 - y_2 = 10 \text{ m}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = -7 \text{ m} \Rightarrow p_1 - p_2 = -68,7 \text{ KPa} \Rightarrow p_2 = 308,7 \text{ KPa.}$$

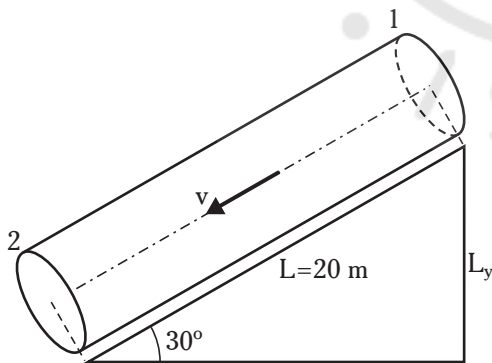
β) Αν δεν υπήρχαν απώλειες τριβών ($\Sigma h=0$):

$$\frac{p_1 - p_2'}{\gamma} + (y_1 - y_2) = 0 \Rightarrow \frac{p_1 - p_2'}{\gamma} = -10 \text{ m} \Rightarrow p_1 - p_2' = -98,8 \text{ KPa} \Rightarrow p_2' = 338,8 \text{ KPa.}$$

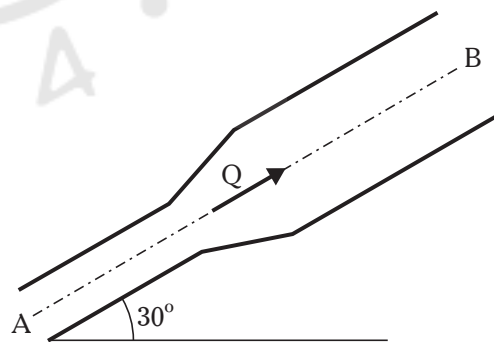
Άρα: $p_2' - p_2 = 30,1$ KPa.

$$[\text{Είναι: } \frac{p_2' - p_2}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} - \frac{p_1 - p_2'}{\gamma} = \Sigma h - (y_1 - y_2) + (y_1 - y_2) \Rightarrow \frac{p_2' - p_2}{\gamma} = \Sigma h]$$

Δηλαδή η διαφορά πίεσεως $p_2' - p_2$ οφείλεται στις απώλειες λόγω τριβών].



Σχ. 5.3γ.



Σχ. 5.3δ.

Παράδειγμα 6

Στο σωλήνα του σχήματος 5.3δ ρέει νερό παροχής 150 m³/h. Δίνονται: AB=20 m, $d_A=10$ cm, $d_B=15$ cm. Να υπολογισθεί η μεταβολή πίεσεως από το A στο B:

(α) Αν το ύψος απωλειών είναι 6,5 m.

(β) Αν η ροή είναι ιδανική.

(γ) Αν δεν υπάρχει ροή.

Λύση:

Δεδομένα: $AB = 20 \text{ m}$, $d_A = 0,10 \text{ m}$, $d_B = 0,15 \text{ m}$

$$\theta = 30^\circ,$$

$$(\alpha) Q = 150/3600 \text{ m}^3/\text{s}, \Sigma h = 6,5 \text{ m}$$

$$(\beta) Q = 150/3600 \text{ m}^3/\text{s}, \Sigma h = 0$$

$$(\gamma) Q = 0.$$

Ζητούμενο: $p_A - p_B$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων A και B:

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2 \cdot g} + (y_A - y_B) = \Sigma h. \quad (1)$$

α) Στην περίπτωση αυτή μεταβάλλονται και οι τρεις όροι (ενέργεια πίεσης, κινητική και δυναμική ενέργεια). Είναι:

$$v_i = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_i^2} \Rightarrow v_A = 5,3 \text{ m/s}, \quad v_B = 2,36 \text{ m/s}$$

$$y_A - y_B = -AB \cdot \sin\theta \Rightarrow y_A - y_B = -10 \text{ m}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{p_A - p_B}{\gamma} = 6,5 - 1,15 - (-10) = 15,35 \text{ m} \Rightarrow p_A - p_B = 150,6 \text{ KPa}$$

β) Το μόνο που αλλάζει από τα παραπάνω, είναι οι απώλειες ($\Sigma h = 0$):

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} = 0 - 1,15 - (-10) = 8,85 \text{ m} \Rightarrow p_A - p_B = 86,8 \text{ KPa}$$

γ) Αν δεν υπήρχε ροή ($v_A = v_B = 0 \Rightarrow \Sigma h = 0$):

$$\frac{p_A - p_B}{\gamma} + (y_A - y_B) = 0 \Rightarrow \frac{p_A - p_B}{\gamma} = 10 \text{ m} \Leftrightarrow$$

$$p_A - p_B = 98,1 \text{ KPa}$$

5.4 Γραμμικές απώλειες.

Το σημαντικότερο πρόβλημα, το οποίο εισάγει η ενεργειακή μελέτη της ροής (εξίσωση της ενέργειας), είναι ο υπολογισμός του ύψους απωλειών. Οι απώλειες ενέργειας σε έναν αγωγό ροής διακρίνονται σε **κύριες** ή **γραμμικές h_f** και **δευτερεύουσες** ή **τοπικές h_k** .

Οι γραμμικές απώλειες οφείλονται στην εσωτερική τριβή του ρευστού και αναπτύσσονται σε όλο το μήκος του αγωγού. Οι τοπικές απώλειες οφείλονται σε εμπόδια (συνήθως εξαρτήματα της σωληνογραμμής) που συναντά το ρευστό στην πορεία του και διαταράσσουν τη ροή (είσοδος στο σωλήνα, συστολές, διαστολές, γωνίες, δικλείδες κ.λπ.).

5.4.1 Εξίσωση γραμμικών απωλειών.

Καθώς το ρευστό κινείται μέσα στο σωλήνα, συναντά αντίσταση λόγω της επαφής με τα τοιχώματα και της εσωτερικής τριβής, η οποία οφείλεται στο ιξώδες του ρευστού και, όταν η ροή είναι τυρβώδης, στη δημιουργία στροβίλων (δινοϊξώδες).

Γενικά, οι γραμμικές απώλειες εξαρτώνται από τους ακόλουθους παράγοντες: τη διάμετρο d , το μήκος L και την τραχύτητα ϵ του αγωγού, την ταχύτητα ροής, την πυκνότητα ρ και το κινηματικό ιξώδες ν του ρευστού, καθώς και από την επιτάχυνση του πεδίου βαρύτητας g :

$$h_f = F(d, L, \varepsilon, v, \rho, \nu, g) \quad (5.10)$$

Η διαστατική ανάλυση (παράγρ. 4.1.8, παράδειγμα 6) οδηγεί στη συνάρτηση:

$$h_f = \frac{v^2}{g} \cdot G\left(\frac{L}{d}, \frac{\varepsilon}{d}, Re\right) \quad (5.10a)$$

Δηλαδή οι γραμμικές απώλειες είναι ανάλογες του τετραγώνου της ταχύτητας του ρευστού και εξαρτώνται από τους αδιάστατους όρους L/d , ε/d , Re .

Έστω ευθύγραμμος κυλινδρικός αγωγός σταθερής διαμέτρου d και μήκους L , στον οποίο ρέει υγρό πυκνότητας ρ με ταχύτητα v (σχ. 5.4α). Εφαρμόζοντας το ισοζύγιο ενέργειας (εξίσωση 5.9) μεταξύ των διατομών 1 και 2 του αγωγού ($v_1 = v_2$), λαμβάνομε:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (y_1 - y_2) = h_f \quad (5.11)$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος 5.4α: $y_1 - y_2 = L \cdot \sin\theta$

Η κινητική κατάσταση δεν μεταβάλλεται, επομένως το άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται στον κυλινδρικό όγκο του ρευστού ισούται με μηδέν. Κατά τη διεύθυνση της ροής υπάρχουν οι ακόλουθες δυνάμεις:

– Οι δυνάμεις πίεσης:

$$p_1 \cdot A = p_1 \cdot \pi R^2$$

$$p_2 \cdot A = p_2 \cdot \pi R^2$$

– Η δύναμη τριβής:

$$F_\tau = \tau_w \cdot (2\pi R)$$

όπου: τ_w η διατμητική τάση του τοιχώματος.

– Η συνισταμένη του βάρους: $m \cdot g \cdot \sin\theta = (\rho \cdot \pi R^2 L) \cdot g \cdot \sin\theta = \rho g \cdot \pi R^2 \cdot (y_2 - y_1)$

Λαμβάνοντας υπόψη τη φορά των δυνάμεων, έχουμε:

$$p_1 \cdot \pi R^2 - p_2 \cdot \pi R^2 - \rho g \cdot \pi R^2 \cdot (y_2 - y_1) - \tau_w \cdot (2\pi R) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (y_1 - y_2) = \frac{2 \cdot L \cdot \tau_w}{\rho \cdot g \cdot R} \quad (5.11a)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

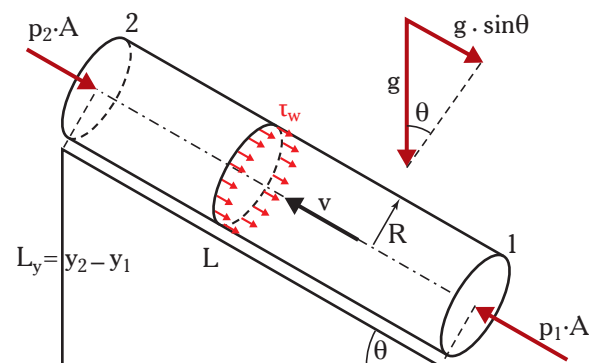
$$h_f = \frac{2 \cdot L \cdot \tau_w}{\rho \cdot g \cdot R} = \frac{4 \cdot L \cdot \tau_w}{\rho \cdot g \cdot d} \quad (5.12)$$

Η σχέση (5.12) είναι αξιοποιήσιμη μόνο στην περίπτωση που μπορούμε να υπολογίσουμε τη διατμητική τάση αντιστάσεως του τοιχώματος (τ_w). Εδώ όμως είμαστε και πάλι αναγκασμένοι να καταφύγουμε στη διαστατική ανάλυση.

Η διατμητική τάση τ_w εξαρτάται από τη διάμετρο d του σωλήνα, την τραχύτητα ε των τοιχωμάτων του, την ταχύτητα ροής v , την πυκνότητα ρ και το κινηματικό ιξώδες ν του ρευστού:

$$\tau_w = F(d, \varepsilon, v, \rho, \nu)$$

Η διαστατική ανάλυση δίνει:



Σχ. 5.4α.
Ροή ρευστού σε σωλήνα.

$$\frac{\tau_w}{\rho \cdot v^2} = G\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \quad (5.13)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (5.12) λαμβάνουμε:

$$h_f = \frac{4 \cdot L}{g \cdot d} \cdot v^2 \cdot G\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right)$$

και τακτοποιώντας τους όρους καλύτερα:

$$h_f = \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \cdot 8 \cdot G\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \quad (5.14)$$

Θέτουμε:

$$f = \frac{8 \cdot \tau_w}{\rho \cdot v^2} = 8 \cdot G\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right) = F\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{d}\right) \quad (5.15)$$

Ο αδιάστατος συντελεστής f καλείται **συντελεστής τριβής του Darcy**. Όπως φαίνεται από τη σχέση (5.15), ο f εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds ($\text{Re} = vd/\nu$) και το λόγο ε/d (σχετική τραχύτητα του αγωγού).

Αντικαθιστώντας στη σχέση (5.14) λαμβάνουμε την τελική μορφή της εξίσωσης υπολογισμού των γραμμικών απωλειών:

$$h_f = f \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (5.16)$$

Η σχέση (5.16), γνωστή ως **εξίσωση των Darcy-Weisbach**, ισχύει τόσο για τη στρωτή όσο και για την τυρβώδη ροή.

Παράδειγμα 7

Σε ευθύγραμμο κυλινδρικό αγωγό διαμέτρου 6 cm και μήκους 25 m ρέει νερό με παροχή 60 m³/h. Να υπολογισθούν οι απώλειες ύψους αν ο συντελεστής τριβής ισούται με 0,03.

Λύση:

Δεδομένα: $L = 25 \text{ m}$, $d = 0,06 \text{ m}$

$Q = 60/3600 \text{ m}^3/\text{s}$, $f = 0,03$

Ζητούμενο: h_f

Από την εξίσωση της συνέχειας υπολογίζουμε την ταχύτητα:

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow v = \frac{4 \cdot (60 / 3600 \text{ m}^3 / \text{s})}{\pi \cdot (0,06)^2} \Rightarrow v = 5,7 \text{ m/s}$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (5.16) υπολογίζουμε τις γραμμικές απώλειες:

$$h_f = f \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h_f = 0,03 \cdot \frac{25\text{m}}{0,06\text{m}} \cdot \frac{(5,7 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} \Rightarrow h_f = 22,14\text{m}$$

5.4.2 Συντελεστής τριβής f – Διάγραμμα Moody.

Η πρακτική αξιοποίηση της εξίσωσης Darcy-Weisbach (5.16) για τον υπολογισμό των γραμμικών απωλειών, προϋποθέτει τη γνώση του συντελεστή τριβής f . Ο υπολογισμός του, ιδιαίτερα στην περίπτωση της τυρβώδους ροής, αποδείχθηκε εξαιρετικά δύσκολο εγχείρημα και απασχόλησε έντονα τη θεωρητική και πειραματική Μηχανική Ρευστών ως τα μέσα του 20ού αιώνα. Αξιοποιήθηκαν η διαστατική

ανάλυση, η θεωρία της ομοιότητας, αλλά και η αναλυτική διαφορική προσέγγιση. Τα συμπεράσματα που προέκυψαν και που εκτίθενται στη συνέχεια, απλοποιούν σημαντικά τα προβλήματα της ροής.

α) Στρωτή ροή.

Ο θεωρητικός υπολογισμός του συντελεστή τριβής, είναι δυνατός μόνο στην περίπτωση της στρωτής ροής. Προς τούτο αξιοποιούμε τις σχέσεις (5.12) και (5.16) σύμφωνα με τις οποίες:

$$h_f = \frac{4 \cdot L \cdot \tau_w}{\rho \cdot g \cdot d} \quad (5.12)$$

$$h_f = f \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (5.16)$$

Εξισώνοντας:

$$\frac{4 \cdot \tau_w}{\rho} = f \cdot \frac{v^2}{2} \quad (5.17)$$

Σύμφωνα με τη σχέση ιξώδους του Newton (παράγρ. 1.2.7):

$$\mu = - \frac{\tau}{dv/dy} \Rightarrow \tau = - \mu \cdot \frac{dv}{dy}$$

Επειδή $dy = -dr$ (y η απόσταση από το τοίχωμα, r η απόσταση από το κέντρο):

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dr} \Rightarrow \tau \cdot dr = \mu \cdot dv$$

Ολοκληρώνοντας και λαμβάνοντας υπόψη ότι στη στρωτή ροή, $v_{\max} = v/2$ (παράγρ. 3.1.5), αποδεικνύεται τελικά ότι:

$$f_{\text{σπ}} = \frac{64}{\text{Re}} \quad (5.18)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (5.16), προκύπτει η εξίσωση υπολογισμού των γραμμικών απωλειών στη στρωτή ροή:

$$h_f = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{32 \cdot v \cdot L}{g \cdot d^2} \cdot v \quad (5.19)$$

Η εξίσωση (5.19) δείχνει πως οι **γραμμικές απώλειες στη στρωτή ροή είναι ανάλογες της ταχύτητας ροής v** .

Διευκρινιστική σημείωση: Από την εξίσωση (5.17) προκύπτει ένας ακόμα αδιάστατος αριθμός, ίσος με το λόγο της διατμητικής τάσεως που ασκεί το τοίχωμα προς την κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου. Ο αριθμός αυτός καλείται **συντελεστής τριβής Fanning**:

$$f_f = \frac{\tau_w}{\rho \cdot v^2 / 2} = \frac{f}{4} \quad (5.20)$$

Όπως βλέπομε ο συντελεστής τριβής Fanning ισούται με το $1/4$ του συντελεστή τριβής Darcy–Weisbach και κατά συνέπεια, δεν υπάρχει λόγος να τον χρησιμοποιήσουμε. Σημειώνομε όμως ότι ορισμένα βιβλία χρησιμοποιούν ως f , το συντελεστή τριβής Fanning. Φυσικά, ανάλογη τροποποίηση επέρχεται στους τύπους και στα διαγράμματα. Στο σημείο αυτό πρέπει να είμαστε προσεκτικοί: Για τη στρωτή ροή η χρήση του συντελεστή Darcy–Weisbach οδηγεί στη σχέση (5.19), αφού η χρήση του συντελεστή τριβής Fanning, οδηγεί στην:

$$f_{f,\text{σπ}} = \frac{16}{\text{Re}} \quad (5.20\alpha)$$

Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε αποκλειστικά το συντελεστή τριβής Darcy–Weisbach.

Παράδειγμα 8

Σε οριζόντιο σωλήνα μήκους 100 ft και διαμέτρου 2 in ρέει λάδι σχετικής πυκνότητας 0,87 και ιξώδους 0,1 Kg/(m·s). Να υπολογισθεί το ύψος απωλειών αν η παροχή του λαδιού είναι 60 ft³/min.

Λύση:

Δεδομένα: $L=100 \text{ ft}=30,48 \text{ m}$, $d=2 \text{ in}=0,0508 \text{ m/s}$
 $\rho_{\text{ox}}=0,87 \Rightarrow \rho=870 \text{ Kg/m}^3$ $\mu=0,1 \text{ Kg/ms}$,
 $Q=15 \text{ ft}^3/\text{min}=0,25 \text{ ft}^3/\text{s}=0,0071 \text{ m}^3/\text{s}$.

Ζητούμενο: h_f

Υπολογίζουμε την ταχύτητα ροής:

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow v = 3,5 \text{ m/s}$$

Υπολογίζουμε τον αριθμό Reynolds για να διαπιστώσουμε το είδος ροής:

$$Re = \frac{v \cdot d}{\mu} = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu} \Rightarrow Re = 1543$$

Επομένως, η ροή είναι στρωτή ($Re = 1543 < 2300$) και για το ύψος γραμμικών απωλειών ισχύει η σχέση (5.19):

$$h_f = \frac{32 \cdot v \cdot L}{g \cdot d^2} \cdot v = \frac{32 \cdot (0,1/870) \cdot 30,48}{9,81 \cdot (0,0508)^2} \cdot 3,5 \text{ m} \Rightarrow h_f = 15,5 \text{ m}$$

(Υπενθύμιση: $v = \mu/\rho = (0,1 \text{ Kg/ms})/(870 \text{ Kg/m}^3)$).

Παράδειγμα 9

Στο σωλήνα του σχήματος 5.4β, διαμέτρου 6 cm, ρέει λάδι πυκνότητας 850 Kg/m³ και κινηματικού ιξώδους $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$. Οι πιέσεις στα σημεία 1 και 2 είναι 250 και 150 KPa αντίστοιχα. Αν $L_{12}=10 \text{ m}$:

- Να υπολογισθεί το ύψος απωλειών και να προσδιορισθεί η φορά της ροής.
- Να υπολογισθεί η ταχύτητα ροής και η παροχή του λαδιού.

Λύση:

Δεδομένα: $d = 0,06 \text{ m}$ $L_{12} = 10 \text{ m}$ $\theta = 30^\circ$
 $\rho = 850 \text{ Kg/m}^3$ $\nu = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
 $p_1 = 250 \text{ KPa}$ $p_2 = 150 \text{ KPa}$.

Ζητούμενα: (α) h_f , (β) v , Q .

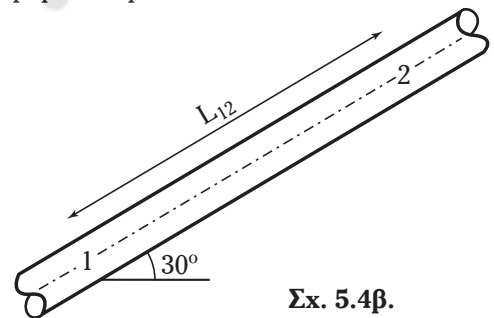
α) Υποθέτουμε ροή από το σημείο 1 στο 2, οπότε η εξίσωση ενέργειας δίνει:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = h_f, \quad v_1 = v_2 \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + (y_1 - y_2) = h_f \quad (1)$$

$$y_1 - y_2 = -L_{12} \cdot \sin 30^\circ = -5 \text{ m}$$

$$\gamma = \rho \cdot g = 8338,5 \text{ N/m}^3 = 8,3385 \text{ KN/m}^3$$

$$(1) \Rightarrow h_f = 7 \text{ m}.$$



Σχ. 5.4β.

Άρα η υπόθεση είναι σωστή: Το λάδι ρέει από το 1 στο 2 και το ύψος απωλειών ισούται με τη μείωση του ύψους ενέργειας από το 1 ως το 2: $h_f = 7 \text{ m}$.

Σημείωση: Αν το λάδι έρρεε από το 2 στο 1, η σχέση (1) θα έδινε αρνητικό ύψος απωλειών (αφού στο 1 θα είχαμε μικρότερο ύψος ενέργειας). Αλλά το ύψος απωλειών είναι πάντα θετικό (πάντα το σύστημα κάνει ενέργεια λόγω τριβών), άρα η ροή θα είχε αντίθετη φορά.

β) Υποθέτουμε πως η ροή είναι στρωτή, οπότε ισχύει η σχέση (5.19):

$$h_f = \frac{32 \cdot \nu \cdot L}{g \cdot d^2} \cdot v \Rightarrow v = h_f \cdot \frac{g \cdot d^2}{32 \cdot \nu \cdot L} \Rightarrow v = (7\text{m}) \cdot \frac{\left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot (0,06\text{m})}{32 \cdot \left(2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right) \cdot (10\text{m})} \Rightarrow v = 3,86 \text{ m/s}$$

Ελέγχουμε την υπόθεση της στρωτής ροής:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} \Rightarrow \text{Re} = 1159 < 2300, \text{ άρα η ροή είναι στρωτή.}$$

– Υπολογισμός παροχής:

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v \Rightarrow Q = 0,0191 \text{ m}^3/\text{s} = 39,3 \text{ m}^3/\text{h}$$

β) Τυρβώδης ροή.

Και στην τυρβώδη ροή ισχύει η εξίσωση απωλειών Darcy–Weisbach (5.16). Αλλά ο ακριβής υπολογισμός του συντελεστή τριβής είναι πολύ πιο πολύπλοκος από ό,τι στη στρωτή. Πειραματικές έρευνες σημαντικών μελετητών, έδωσαν ημιεμπειρικές ή εμπειρικές σχέσεις, οι οποίες συνοψίστηκαν από τον Moody το 1944 στο ομώνυμο διάγραμμα.

Σωλήνες με λεία τοιχώματα: Η μελέτη της τυρβώδους ροής σε **σωλήνες με λεία τοιχώματα**, οδήγησε στη διαπίστωση ότι ο συντελεστής τριβής εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds. Αλλά η εξάρτηση αυτή κάθε άλλο παρά απλή είναι. Την πιο ικανοποιητική απάντηση την έδωσε ο **Prandtl** το 1935 με την ακόλουθη λογαριθμική σχέση:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 2 \cdot \log \left(\text{Re} \cdot f^{1/2} \right) - 0,8 \quad (5.21)$$

Η εξίσωση (5.21) είναι εξαιρετικά δύσχρηστη. Υπάρχουν όμως προσεγγιστικές σχέσεις οι οποίες δίνουν ικανοποιητική ακρίβεια. Έτσι, ο H. Blasius (1913) πρότεινε για περιοχή τιμών του αριθμού Reynolds από 4000 ως 10^5 :

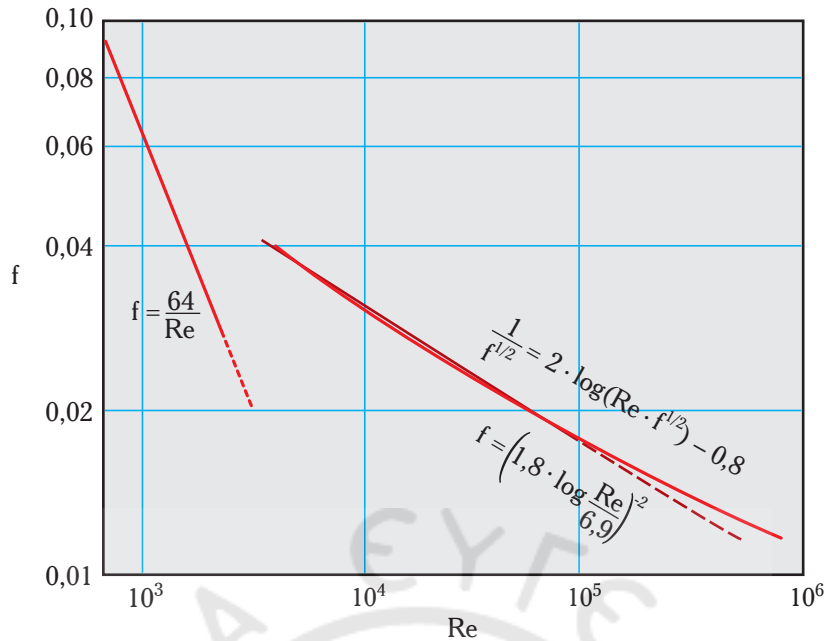
$$f = 0,316 \cdot \text{Re}^{-1/4} \quad (4000 < \text{Re} < 10^5) \quad (5.22)$$

Προτάθηκε επίσης η γενικότερη σχέση:

$$f = \left(1,8 \cdot \log \frac{\text{Re}}{6,9} \right)^{-2} \quad (5.22a)$$

Στο σχήμα 5.4γ δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων (5.18) (στρωτή ροή), (5.21) και (5.22a) (τυρβώδης ροή) για λείους σωλήνες.

Παρατίθεται επίσης πίνακας αποτελεσμάτων (Πίνακας 5.4.1) που δίνουν οι τρεις σχέσεις για διάφορες τιμές του αριθμού Reynolds ($\text{Re} \geq 4000$).



Σχ. 5.4γ.
Συντελεστές τριβής (λείοι σωλίνες).

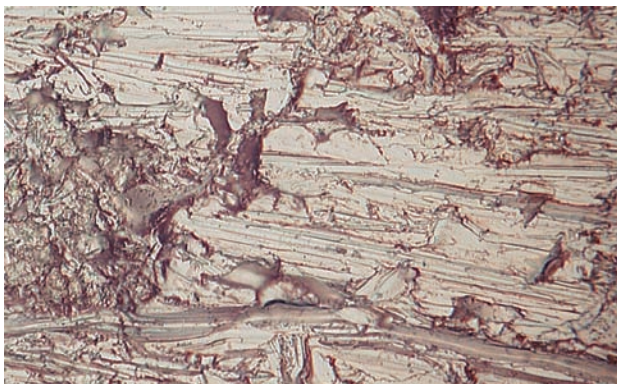
Πίνακας 5.4.1
Συντελεστές τριβής σε λείους σωλίνες.

Σχέσεις υπολογισμού του συντελεστή τριβής (τυρβώδης ροή, λείοι σωλίνες)	Αριθμός Reynolds					
	4000	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶	10 ⁷	10 ⁸
$\frac{1}{f^{1/2}} = 2 \cdot \log\left(\text{Re} \cdot f^{1/2}\right) - 0,8$	0,0399	0,0309	0,0180	0,0116	0,0081	0,0059
$f = 0,316 \cdot \text{Re}^{-1/4}$	0,0397	0,0316	0,0178	0,0100		
$f = \left(1,8 \cdot \log \frac{\text{Re}}{6,9}\right)^{-2}$	0,0404	0,0309	0,0178	0,0116	0,0081	0,0060

γ) **Τραχύτητα τοιχωμάτων.**

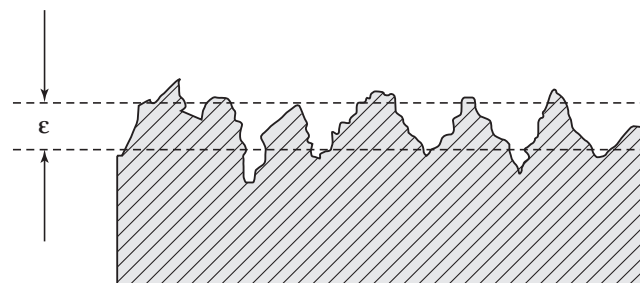
Οι προηγούμενες σχέσεις αφορούν σε σωλίνες με λεία τοιχώματα. Όμως οι αγωγοί που χρησιμοποιούμε στην πράξη, δεν πληρούν αυτό τον περιορισμό όπως φαίνεται στο σχήμα 5.4δ (με προσεγγιστική εξαίρεση, τους γυάλινους σωλίνες και ορισμένους ειδικής κατεργασίας μεταλλικούς). Τα τοιχώματά τους παρουσιάζουν ανωμαλίες, οι οποίες εκφράζονται με την ιδιότητα της τραχύτητας.

Τραχύτητα ε ενός τοιχώματος, καλείται το μέσο ύψος των ανωμαλιών, τις οποίες παρουσιάζει ένα ευθύγραμμο τμήμα του (σχ. 5.4ε). Έχει επομένως διαστάσεις μήκους. Η τραχύτητα εξαρτάται από το υλικό κατασκευής του αγωγού και την επεξεργασία που αυτό έχει υποστεί. Αποτελεί επομένως χαρακτηριστική ιδιότητα του αγωγού ροής. Ο προσδιορισμός της δεν είναι εύκολος, επειδή στην επιφάνεια των αγωγών εμπορίου συναντάμε περιοχές με μεγαλύτερες ή μικρότερες ανωμαλίες (σχ. 5.4δ). Όπως έχει δείξει το πείραμα, η κατανομή των ανωμαλιών, αλλά και το σχήμα τους, επηρεάζουν την τιμή της τραχύτητας. Στον



Σχ. 5.4δ.

Τραχύτητα μεταλλικού τοιχώματος (μεγέθυνση 700x).



Σχ. 5.4ε.

Τραχύτητα ϵ .

Πίνακα 5.4.2 βλέπομε τυπικές τιμές τραχύτητας διαφόρων υλικών κατασκευής σωλήνων. Σημειώνομε ότι οι τραχύτητες παλιών σωλήνων, είναι σημαντικά μεγαλύτερες από τις αναγραφόμενες στον πίνακα (π.χ. ο σκουριασμένος χάλυβας παρουσιάζει $\epsilon = 0,2 \pm 50\%$).

Πίνακας 5.4.2
Τραχύτητα υλικών κατασκευής σωλήνων.

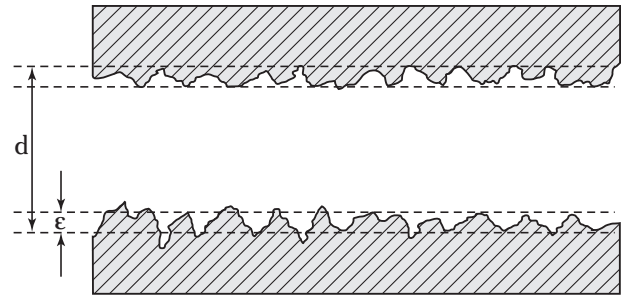
Υλικό	Τραχύτητα ϵ cm	Απόκλιση $\pm\%$
Ανοξείδωτος χάλυβας	0,0002	50
Εμπορικός χάλυβας	0,0046	30
Χαλυβδοέλασμα	0,005	60
Χάλυβας με πλώσεις	0,3	70
Σφυρήλατος σίδηρος	0,0046	20
Γαλβανισμένος σίδηρος	0,015	40
Ασφαλτωμένος χυτοσίδηρος	0,012	50
Χυτοσίδηρος	0,026	50
Ορείχαλκος	0,0002	50
Χαλκός	0,00015	50
Πλαστικό	0,00015	60
Λάστιχο	0,001	60
Σκυρόδεμα	0,018–0,06	60

Η τραχύτητα των τοιχωμάτων των αγωγών, είναι μία παράμετρος η οποία αυξάνει την αντίσταση στη ροή. Και αν στη στρωτή ροή η επίδρασή της είναι αμελητέα, δεν συμβαίνει το ίδιο και στην τυρβώδη. Αυτό εξηγείται από τη σημαντική διαφορά πάχους του ιξώδους στρώματος της στρωτής ροής από το ιξώδες υπόστρωμα της τυρβώδους (βλ. παράγρ. 3.1.5). Στη στρωτή ροή το ιξώδες στρώμα καλύπτει τις ανωμαλίες του τοιχώματος, ενώ αυτό δεν συμβαίνει με το πολύ λεπτό ιξώδες υπόστρωμα της τυρβώδους ροής.

Εκείνο που επηρεάζει το συντελεστή τριβής, δεν είναι η απόλυτη τιμή της τραχύτητας, αλλά η σχέση της με τη διάμετρο. Αυτή εκφράζεται από το λόγο της τραχύτητας προς τη διάμετρο (ϵ/d). Ο λόγος ϵ/d

είναι αδιάστατος και καλείται **σχετική τραχύτητα** (σχ. 5.4στ).

Ο Nikuradse τοποθέτησε κόκκους άμμου (ορισμένης μέσης διαμέτρου) στο εσωτερικό λείων σωλήνων και έτσι διαμόρφωσε αγωγούς συγκεκριμένης σχετικής τραχύτητας. Πειραματιζόμενος με διάφορες ταχύτητες (άρα διάφορους αριθμούς Reynolds), διαπίστωσε την απόκλιση που παρουσιάζει ο συντελεστής τριβής των σωλήνων με τραχύτητα από τον αντίστοιχο των λείων. Οι πειραματικές μετρήσεις του αποτυπώνονται στο σχήμα 5.4ζ.

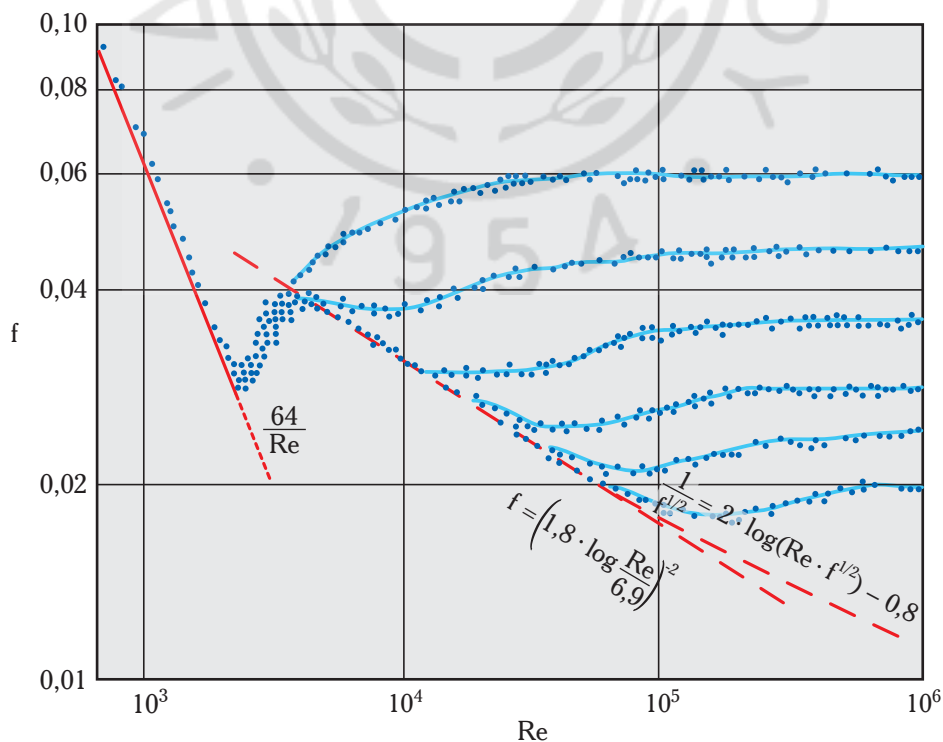


Σχ. 5.4στ.
Σχετική τραχύτητα.

Παρατηρούμε ότι η απόκλιση του συντελεστή τριβής f για την περιοχή της στρωτής ροής, είναι αμελητέα. Όμως, καθώς περνάμε στην τυρβώδη ροή και ο αριθμός Reynolds συνεχίζει να αυξάνει, οι τιμές που δίνουν οι σχέσεις (5.21) και (5.22α) για ροή σε λείους σωλήνες δεν ισχύουν. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχει μια κρίσιμη τιμή του αριθμού Reynolds εξαρτώμενη από τη σχετική τραχύτητα, στην οποία η καμπύλη «αποκολλάται» απ' αυτήν που ισχύει για τους λείους σωλήνες και ακολουθεί άλλη πορεία με σημαντικά μεγαλύτερο συντελεστή τριβής. Έτσι, ανάλογα με τη σχετική τραχύτητα, έχουμε και διαφορετική καμπύλη. Όπως βλέπομε στο σχήμα 5.4ζ, όσο μεγαλύτερη είναι η σχετική τραχύτητα, τόσο πιο γρήγορα (δηλ. σε μικρότερο αριθμό Reynolds) αποκολλάται η καμπύλη.

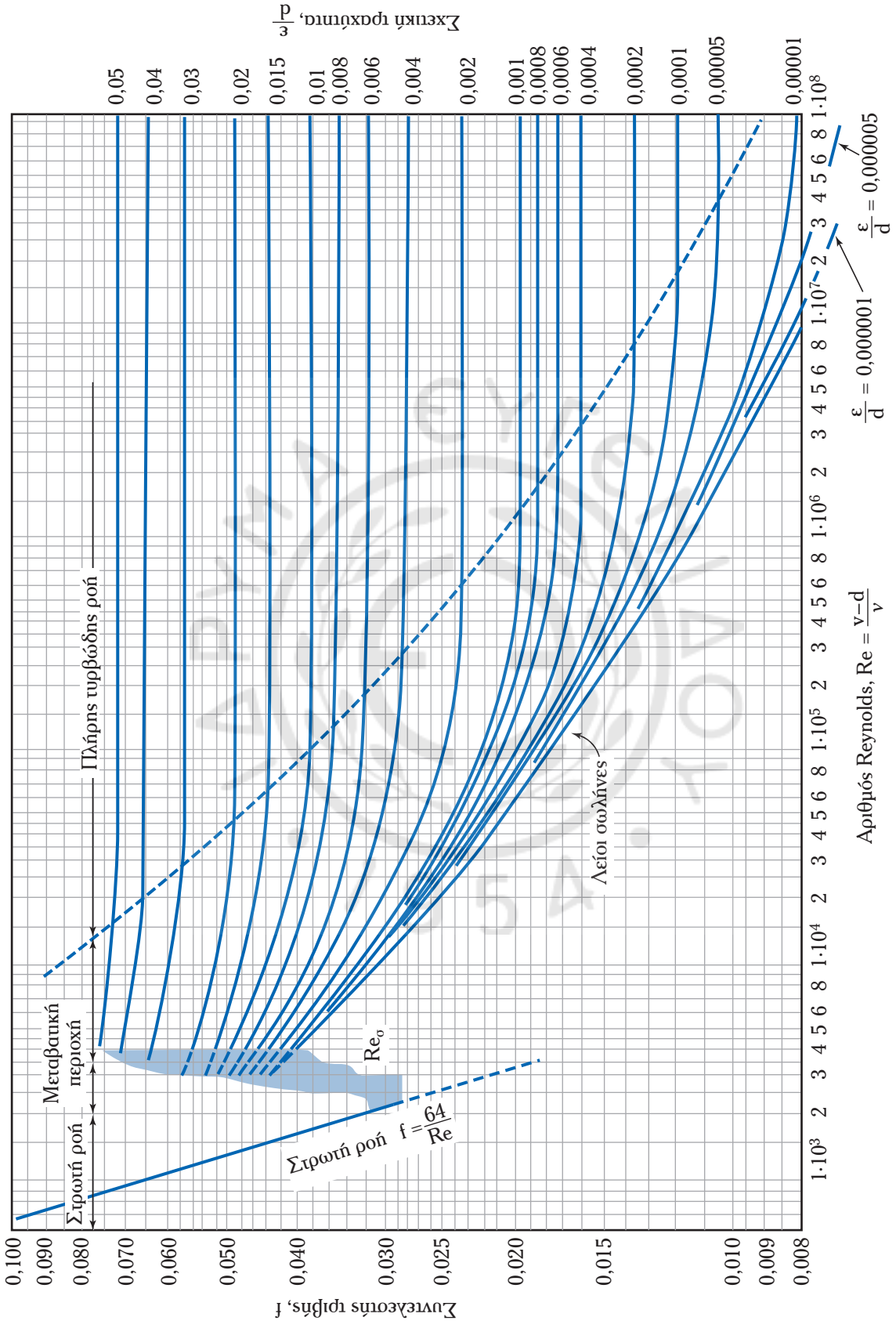
δ) Διάγραμμα Moody.

Οι πειραματικές μετρήσεις του Nikuradse έγιναν σε σωλήνες με τεχνητά διαμορφωμένη τραχύτητα. Ο Moody, αξιοποιώντας τις εμπειρικές σχέσεις και τις πειραματικές μετρήσεις σε σωλήνες που χρησιμοποιούνται στην πράξη, κατέληξε το 1944 στη διαμόρφωση του ομώνυμου διαγράμματος (σχ. 5.4η).



Σχ. 5.4ζ.

Επίδραση της τραχύτητας στο συντελεστή τριβής (Nikuradse, 1933).



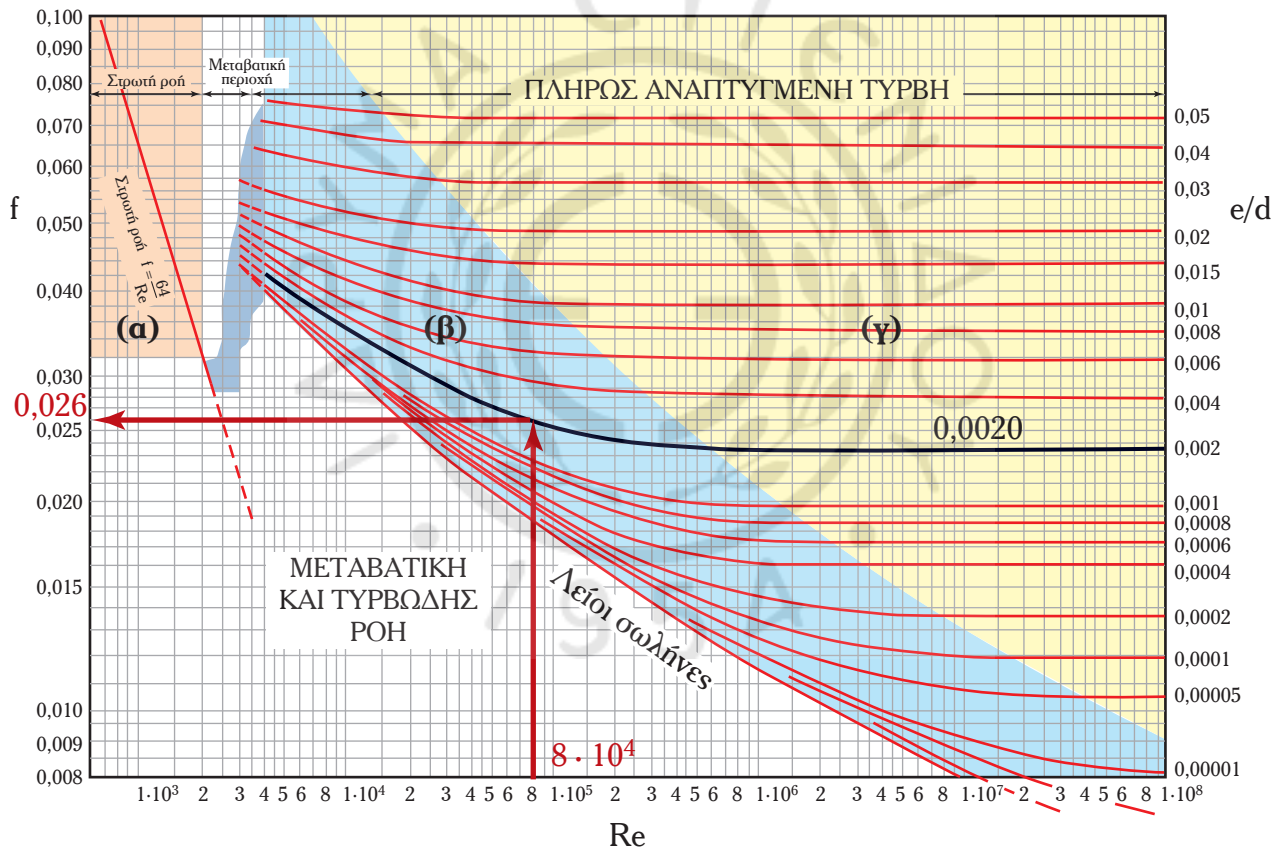
Σχ. 5.4n.
Διάγραμμα Moody.

Το **διάγραμμα Moody** είναι πλήρως αποδεκτό και χρησιμοποιείται από τους μηχανικούς για το γρήγορο υπολογισμό του συντελεστή τριβής f . Πρόκειται ουσιαστικά για μία σχέση με τη μορφή διαγράμματος που εκφράζει το συντελεστή τριβής f (άξονας τεταγμένων) σε συνάρτηση με τον αριθμό Reynolds (άξονας τετημένων) και τη σχετική τραχύτητα ϵ/d (καμπύλες):

$$f = F\left(\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}, \frac{\epsilon}{d}\right) \quad (5.23)$$

Η τυπική χρήση του διαγράμματος φαίνεται στο σχήμα 5.40:

- Υπολογίζομε τη σχετική τραχύτητα ϵ/d και εντοπίζομε την αντίστοιχη καμπύλη στο διάγραμμα (π.χ. $\epsilon/d=0,0020$).
- Υπολογίζομε τον αριθμό Reynolds (π.χ. $\text{Re}=8 \cdot 10^4$).
- Βρίσκομε το σημείο τομής της καμπύλης ϵ/d και της τετημένης Re .
- Διαβάζομε στο διάγραμμα την τιμή του συντελεστή τριβής που αντιστοιχεί στο σημείο τομής ($f=0,026$).



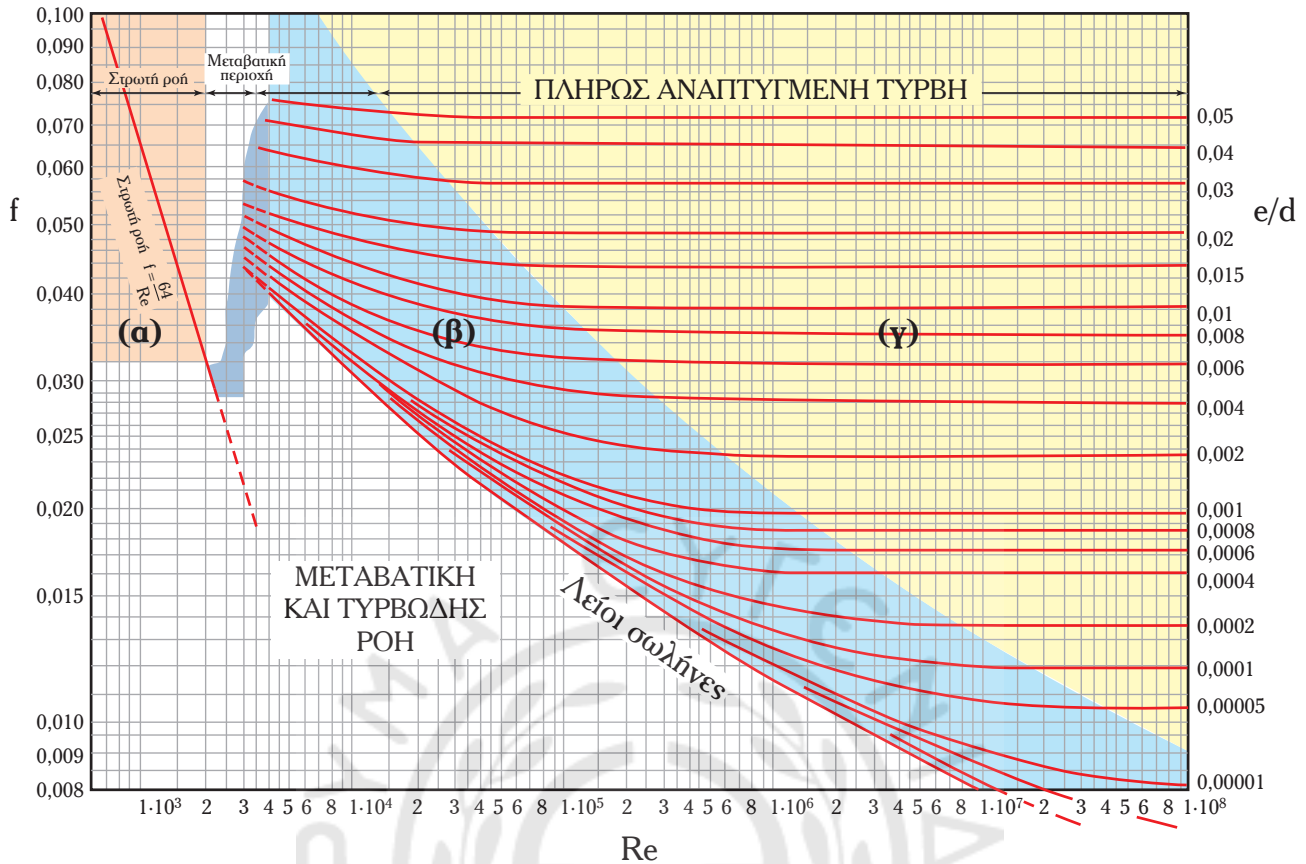
Σχ. 5.40.

Χρήση του διαγράμματος Moody.

Ευδιάκριτες είναι τρεις περιοχές του διαγράμματος Moody:

– **Περιοχή στρωτής ροής (α)** [περιοχή (α) (σχ. 5.4)]. Η τιμή του συντελεστή τριβής εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds (σχέση (5.18)): $f = 64/\text{Re}$.

Μεταξύ της πρώτης και δεύτερης περιοχής, για τιμές του αριθμού Reynolds από 2100 ως περίπου 4000, υπάρχει όπως είδαμε, η **κρίσιμη περιοχή**, στην οποία η στρωτή ροή μετατρέπεται σταδιακά σε τυρβώδη.



Σχ. 5.4i.

Οι τρεις περιοχές του διαγράμματος Moody.

– **Μεταβατική περιοχή (β)** [περιοχή (β) (σχ. 5.4i)]. Σ' αυτήν, η ροή είναι τυρβώδης, αλλά όχι πλήρως αναπτυγμένη. Η τιμή του συντελεστή τριβής f εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds και τη σχετική τραχύτητα του αγωγού.

– **Περιοχή πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδους ροής (γ)** [περιοχή (γ) (σχ. 5.4i)]. Εδώ η τιμή του συντελεστή τριβής, εξαρτάται πρακτικά μόνο από τη σχετική τραχύτητα.

Μεταξύ των δύο τελευταίων περιοχών, δεν υπάρχουν σαφή όρια. Συνήθως ως τυπικό διαχωριστικό όριο, αποτελεί μια καμπύλη (διακεκομμένη γραμμή στο διάγραμμα του σχήματος 5.4η), η οποία σχεδιάστηκε από τον Pigott με βάση την εξίσωση:

$$Re = \frac{3500}{\varepsilon/d} \quad (5.24)$$

Η επίδραση της τραχύτητας ε στο συντελεστή τριβής, εξαρτάται από τη σχέση της με το πάχος του ιξώδους υποστρώματος y_0 . Πειραματικά έχει διαπιστωθεί ότι:

- Αν $y_0 > 5 \cdot \varepsilon$, το ιξώδες υπόστρωμα εξουδετερώνει την επίδραση της τραχύτητας και ο σωλήνας θεωρείται λείος.
- Αν $5 \cdot \varepsilon > y_0 > 0,3 \cdot \varepsilon$, το ιξώδες υπόστρωμα αντιμετωπίζει μερικώς την τραχύτητα και βρισκόμαστε στη μεταβατική περιοχή.
- Αν $y_0 < 0,3 \cdot \varepsilon$, ο σωλήνας συμπεριφέρεται σαν ολικά τραχύς.

Σημείωση: Το y_0 εξαρτάται από τη διάμετρο και –για ορισμένο αριθμό Reynolds– αυξάνεται με τη διάμετρο (βλ. παράγρ. 3.1.5, κατανομή τοπικών ταχυτήτων σε σωλήνα). Το y_0 μειώνεται όταν αυξάνεται ο αριθμός Reynolds.

Παράδειγμα 10

Σε σωλήνα από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο διαμέτρου 6 cm ρέει νερό 20°C. Να υπολογισθούν οι συντελεστές τριβής με παροχές 20, 40 και 80 m³/h.

Λύση:

Δεδομένα: $d=6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$
 $Q_1=20/3600 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_2=40/3600 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_3=80/3600 \text{ m}^3/\text{s}$.

Ζητούμενα: f_1, f_2, f_3 .

Για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής f , απαιτείται η γνώση της σχετικής τραχύτητας ϵ/d και ο υπολογισμός του αριθμού Reynolds:

$$f = F(\text{Re}, \epsilon/d).$$

– Από τον Πίνακα 5.4.2 παίρνουμε την τραχύτητα του ασφαλωμένου χυτοσιδήρου: $\epsilon=0,012 \text{ cm}$.

– Υπολογίζουμε τη σχετική τραχύτητα:

$$\epsilon/d = 0,002.$$

– Υπολογίζουμε τις ταχύτητες από την εξίσωση της συνέχειας: $v_i = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_i^2} \Rightarrow v_1 = \frac{4 \cdot (20 / 3600)}{\pi \cdot 0,06^2} \text{ m/s} \Rightarrow$

$$v_1 = 1,965 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 3,93 \text{ m/s}$$

$$v_3 = 7,86 \text{ m/s}$$

– Από τον Πίνακα 1.2.11 παίρνουμε το κινηματικό ιξώδες του νερού 20°C: $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

– Υπολογίζουμε τους αριθμούς Reynolds: $\text{Re}_i = \frac{v_i \cdot d}{\nu} \Rightarrow$

$$\text{Re}_1 = 1,18 \cdot 10^5$$

$$\text{Re}_2 = 2,36 \cdot 10^5$$

$$\text{Re}_3 = 4,72 \cdot 10^5$$

Με τα προσδιορισμένα ζεύγη $(\text{Re}, \epsilon/d)$ πηγαίνομε στο διάγραμμα Moody και υπολογίζουμε τα αντίστοιχα f :

$$(\text{Re}_1 = 1,18 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,002) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,025 \quad (\text{τυρβώδης ροή})$$

$$(\text{Re}_2 = 2,36 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,002) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,024 \quad (\text{τυρβώδης ροή})$$

$$(\text{Re}_3 = 4,72 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,002) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0238 \quad (\text{πλήρως τυρβώδης ροή})$$

Παράδειγμα 11

Σε σωλήνα από χυτοσίδηρο διαμέτρου 8 cm ρέει υγρό, κινηματικού ιξώδους $2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, με ταχύτητα 3 m/s. Να υπολογισθεί ο συντελεστής τριβής f .

Λύση:

Δεδομένα: $d = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$,
 $\nu = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$,
 $v = 3 \text{ m/s}$

Ζητούμενο: f

– Από τον Πίνακα 5.4.2 παίρνουμε την τραχύτητα του χυτοσιδήρου: $\epsilon = 0,026 \text{ cm}$.

– Υπολογίζουμε τη σχετική τραχύτητα και τον αριθμό Reynolds: $\epsilon/d = (0,026 \text{ cm})/(10 \text{ cm}) = 0,0026$

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{(3 \text{ m/s}) \cdot (0,1 \text{ m})}{2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 1,5 \cdot 10^4$$

Με τις τιμές αυτές πηγαίνομε στο διάγραμμα Moody:

$$(\text{Re} = 1,5 \cdot 10^4, \epsilon/d = 0,0026) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0325.$$

Παράδειγμα 12

Να υπολογισθεί ο συντελεστής τριβής νερού σε σωλήνα από χυτοσίδηρο διαμέτρου 4 cm αν η ροή είναι πλήρως τυρβώδης.

Λύση:

Δεδομένα: $d=4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$, $\epsilon = 0,026 \text{ cm}$ (Πίνακας 5.4.2).

Ζητούμενο: f

Στην πλήρως τυρβώδη ροή, η τιμή του συντελεστή τριβής εξαρτάται μόνο από τη σχετική τραχύτητα του σωλήνα: $\epsilon/d = 0,0065$.

(Πλήρως τυρβώδης ροή, $\epsilon/d = 0,0065$) $\xrightarrow{\text{Moody}}$ $f = 0,034$.

ε) Εμπειρικές εξισώσεις υπολογισμού του συντελεστή τριβής.

Για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής της τυρβώδους ροής σε σωλήνες με τραχύτητα, προτάθηκαν και ορισμένες αξιόλογες εμπειρικές εξισώσεις. Η πολυπλοκότητά τους όμως δεν επέτρεψε την ευρεία χρήση τους. Τις τελευταίες δεκαετίες, η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών τις καθιστά πρακτικά αξιοποιήσιμες. Αναφέρουμε τις σημαντικότερες:

– Όπως είδαμε, ο **Prandtl** πρότεινε **για λείους σωλήνες** την εξίσωση (5.21), η οποία εφαρμόστηκε και για σωλήνες μικρής τραχύτητας που προσεγγίζουν τους λείους ($y_0 > 5 \cdot \epsilon$):

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 2 \cdot \log \left(\frac{\text{Re} \cdot f^{1/2}}{2,51} \right) = 2 \cdot \log \left(\text{Re} \cdot f^{1/2} \right) - 0,8 \quad (5.21)$$

Παρατηρούμε ότι στους λείους σωλήνες, ο συντελεστής τριβής εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds.

– Ο **von Karman** (1930) πρότεινε για τραχείς σωλήνες και μεγάλους αριθμούς Reynolds (περιοχή πλήρως τυρβώδους ροής, $y_0 < 0,3 \cdot \epsilon$):

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 2 \cdot \log \left(\frac{3,7}{\epsilon/d} \right) = 1,14 - 2 \cdot \log (\epsilon/d) \quad (5.25)$$

Δηλαδή στην πλήρως τυρβώδη ροή ο συντελεστής τριβής εξαρτάται μόνο από τη σχετική τραχύτητα.

– Η **εξίσωση του Colebrook** (1939) συνδυάζει τους υπολογισμούς σε λείους σωλήνες μ' αυτούς σε σωλήνες μεγάλης τραχύτητας και δίνει ακριβείς απαντήσεις και στη μεταβατική περιοχή ($5 \cdot \epsilon > y_0 > 0,3 \cdot \epsilon$):

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \cdot f^{1/2}} + \frac{\epsilon/d}{3,7} \right) \quad (5.26)$$

Η εξίσωση Colebrook καλύπτει γενικά την τυρβώδη ροή:

– Όταν η σχετική τραχύτητα είναι πολύ μικρή και ο αριθμός Reynolds όχι υπερβολικά μεγάλος, ο πρώτος όρος της εξίσωσης καθίσταται αμελητέος σε σχέση με το δεύτερο και η εξίσωση Colebrook δίνει τη σχέση (5.21).

– Αντίθετα, όταν ο αριθμός Reynolds είναι πολύ μεγάλος (περιοχή πλήρως τυρβώδους ροής) και η σχετική τραχύτητα αξιόλογη, ο πρώτος όρος της εξίσωσης (5.26) γίνεται αμελητέος σε σχέση με το δεύτερο και προκύπτει η εξίσωση (5.25).

– Στη μεταβατική περιοχή και οι δύο όροι της εξίσωσης (5.26) είναι σημαντικοί.

Η εξίσωση Colebrook είναι γενικής αποδοχής για την τυρβώδη ροή και χρησιμοποιείται για τον προγραμματισμό προβλημάτων με υπολογιστή. Σημειώνουμε ότι αυτήν την εξίσωση αξιοποίησε ο Moody για τη διαμόρφωση του διαγράμματός του.

Παρά την ακρίβειά της, η εξίσωση Colebrook είναι δύσχρηστη και πρακτικά μη αξιοποιήσιμη χωρίς τη βοήθεια υπολογιστή. Έτσι, έχουν προταθεί με σχετική επιτυχία και άλλες προσεγγιστικές εξισώσεις. Η πιο σημαντική, με απόκλιση μικρότερη από 2%, είναι η ακόλουθη (**εξίσωση Haaland**):

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -1,8 \cdot \log \left[\frac{6,9}{Re} + \left(\frac{\varepsilon/d}{3,7} \right)^{1,11} \right] \quad (5.27)$$

– Η **εξίσωση Swamee–Jain** (1976) είναι παραπλήσιας μορφής:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2 \cdot \log \left(\frac{5,74}{Re^{0,9}} + \frac{\varepsilon/d}{3,7} \right) \quad (5.28)$$

Έχει προταθεί επίσης και η εξίσωση:

$$f = \left[A^{12} + (B^{-8} + C^{-8})^{-1,5} \right]^{1/12} \quad (5.29)$$

όπου:

$$A = \frac{64}{Re}$$

$$B = \left(\frac{Re}{12900} \right)^2$$

$$C = \left\{ -0,8687 \cdot \ln \left[\left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} + 0,27 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{d} \right) \right] \right\}^{-2}$$

Όπως είπαμε, οι παραπάνω εξισώσεις είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για επίλυση προβλημάτων ροής με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή και του σχετικού λογισμικού. Ως παράδειγμα και με σκοπό την ενθάρρυνση προς αυτή την κατεύθυνση, θα συγκρίνομε τις τιμές που δίνουν οι σχέσεις αυτές με χρήση του διαδομένου προγράμματος της Microsoft, του Excel. Φυσικά, τα ίδια αποτελέσματα θα προκύψουν αν χρησιμοποιήσομε κάποιο άλλο υπολογιστικό πρόγραμμά (όπως το Calc του Open Office) ή πιο εξειδικευμένο λογισμικό.

Παράδειγμα 13

Να υπολογισθούν με χρήση των εξισώσεων (5.27), (5.28) και (5.29) οι συντελεστές τριβής για ροή νερού (20°C) με ταχύτητες 1, 3, 5, 7 m/s:

- Σε σωλήνα από χυτοσίδηρο με διάμετρο 6 cm,
- σε σωλήνα από ανοξείδωτο χάλυβα διαμέτρου 8 cm.

Λύση:

Δεδομένα:

Ρευστό	$\nu = 10^{-6}$							
Σωλήνας	$\varepsilon = 0,026 \text{ cm} = 0,00026 \text{ m}$ (Πίν. 5.4.2)				$\varepsilon = 0,0002 \text{ cm} = 0,000002 \text{ m}$ (Πίν. 5.4.2)			
	d = 6 cm = 0,06 m				d = 8 cm = 0,08 m			
Ροή: $\nu =$	1 m/s	3 m/s	5 m/s	7 m/s	1 m/s	3 m/s	5 m/s	7 m/s

Η υπολογιστική διαδικασία για κάθε μία από τις οκτώ συνολικά περιπτώσεις, απαιτεί τον υπολογισμό της σχετικής τραχύτητας (ϵ/d) και του αριθμού Reynolds ($Re = vd/\nu$).

- Εισάγουμε τις τιμές των δεδομένων της πρώτης περιπτώσεως στα κελιά του Excel (B1 – B4) (σχ. 5.4α).
- Εισάγουμε τους υπολογισμούς της σχετικής τραχύτητας και του αριθμού Reynolds (στα κελιά B6 και B7) (σχ. 5.4β).
- Γράφουμε (στη «γλώσσα» του προγράμματος) τους τύπους υπολογισμού του f (κελιά B9, B10 και B11).

Ήδη έχουμε πάρει την απόκριση των τριών σχέσεων για το f .

	A	B	C
1	$\nu =$	0,000001	m^2/s
2	$d =$	0,06	m
3	$\epsilon =$	0,00026	m
4	$v =$	1	m/s

Σχ. 5.4α.

6	$\epsilon/d =$	0,00433
7	$Re =$	6,0E+04
8		
9	(5.27) $f =$	0,0307
10	(5.28) $f =$	0,0311
11	(5.29) $f =$	0,0311

Σχ. 5.4β.

Αντιγράφουμε τις τιμές σε πίνακα που διαμορφώνουμε στην ίδια υπολογιστική σελίδα και επαναλαμβάνουμε, αλλάζοντας όσα αρχικά δεδομένα χρειάζεται (στην 2η, 3η και 4η περίπτωση μόνο την ταχύτητα). Σε κάθε αλλαγή, αντιγράφουμε τις τιμές, συντάσσοντας σχετικό πίνακα, ο οποίος αποτελεί και την απάντηση στο πρόβλημα.

	Χυτοσίδηρος 6 cm				Ανοξείδωτος κάλυβας 8 cm			
	1 m/s	2 m/s	5 m/s	7 m/s	1 m/s	2 m/s	5 m/s	7 m/s
(5.27) f	0,0307	0,0297	0,0295	0,0294	0,0188	0,0151	0,0139	0,0131
(5.28) f	0,0311	0,0299	0,0296	0,0295	0,0189	0,0152	0,0140	0,0132
(5.29) f	0,0311	0,0298	0,0296	0,0294	0,0189	0,0153	0,0140	0,0133

Παρατηρούμε ότι οι τιμές που υπολογίζονται με χρήση των τύπων, έχουν μέγιστη απόκλιση της τάξεως του 1,5%.

Σημείωση 1n: Οι τύποι που χρησιμοποιήθηκαν μεταγράφηκαν ως ακολούθως (τα κελιά δηλώνουν αντίστοιχες τιμές)

$$\epsilon/d = B3/B2$$

$$Re = B4*B2/B1$$

$$f = (1/(-1,8*LOG(6,9/B7 + (B6/3,7) ^ 1,11))) ^ 2$$

$$f = (1/(-1,8*LOG(6,9/B7 ^ 0,9 + (B6/3,7)))) ^ 2$$

$$f = ((64/B7)^{12} + ((B7/12900)^{-16} + ((-0,8687*LN((7/B7)^{0,9} + 0,27*B6))^{-2})^{-8})^{-1,5})^{(1/12)}.$$

Σημείωση 2n: Λίγο πιο πολύπλοκη είναι η διαδικασία που ακολουθείται με την εξίσωση Colebrook (5.26), η οποία απαιτεί επαναληπτική αριθμητική διαδικασία. Σημειώνουμε όμως ότι μία αξιόπιστη εξίσωση, την εισάγουμε στο πρόγραμμα μία φορά και στη συνέχεια, απλά δίνουμε τα στοιχεία και λαμβάνουμε τα αποτελέσματα.

Παράδειγμα 14

Να προσδιορισθούν το είδος της ροής και οι συντελεστές τριβής του παραδείγματος 5.10 με χρήση του διαγράμματος Moody.

Λύση:

Για κάθε περίπτωση υπολογίζουμε τη σχετική τραχύτητα και τον αριθμό Reynolds (αξιοποιούμε τον πίνακα δεδομένων):

α) ($Re=6,0 \cdot 10^4$, $\epsilon/d = 0,0043$)	$\frac{\text{Moody}}{\text{---}}$	$f = 0,031$	τυρβώδης.
β) ($Re=1,8 \cdot 10^5$, $\epsilon/d = 0,0043$)	$\frac{\text{Moody}}{\text{---}}$	$f = 0,030$	τυρβώδης.
γ) ($Re=3,0 \cdot 10^5$, $\epsilon/d = 0,0043$)	$\frac{\text{Moody}}{\text{---}}$	$f = 0,023$	πλήρης τυρβώδης.
δ) ($Re=4,2 \cdot 10^5$, $\epsilon/d = 0,0043$)	$\frac{\text{Moody}}{\text{---}}$	$f = 0,023$	πλήρης τυρβώδης.
ε) ($Re=8,0 \cdot 10^4$, $\epsilon/d = 0,000025$)	$\frac{\text{Moody}}{\text{---}}$	$f = 0,019$	τυρβώδης.
ζ) ($Re=2,4 \cdot 10^5$, $\epsilon/d = 0,000025$)	$\frac{\text{Moody}}{\text{---}}$	$f = 0,0153$	τυρβώδης.
η) ($Re=4,0 \cdot 10^5$, $\epsilon/d = 0,000025$)	$\frac{\text{Moody}}{\text{---}}$	$f = 0,014$	τυρβώδης.
θ) ($Re=5,6 \cdot 10^5$, $\epsilon/d = 0,000025$)	$\frac{\text{Moody}}{\text{---}}$	$f = 0,0135$	τυρβώδης.

(Από το διάγραμμα βλέπουμε ότι ο δεύτερος σωλήνας είναι κατά προσέγγιση λείος).

Σημείωση 3η: Το διάγραμμα Moody, όπως όλα τα διαγράμματα, δεν δίνει ακριβείς τιμές, αλλά ικανοποιητικές προσεγγίσεις. Εφόσον εργαζόμαστε προσεκτικά, η προσέγγιση του f είναι της τάξεως του 1%.

5.5 Τοπικές απώλειες.

Όπως είπαμε, εκτός από τις γραμμικές (ή κύριες) ενεργειακές απώλειες, σε μία σωλήνωση συναντάμε και τις τοπικές (ή δευτερεύουσες). Αυτές οφείλονται σε διαταραχές της ροής που συνήθως προκαλούνται από τα αναγκαία εξαρτήματα της σωληνώσεως. Ήδη συναντήσαμε τη διαταραχή της ροής στην περιοχή εισόδου από δεξαμενή σε σωλήνα και τις επιπλέον απώλειες που συνεπάγεται (σχ. 5.2β). Αντίστοιχες διαταραχές της ροής και ενεργειακές απώλειες παρατηρούνται στην έξοδο από σωλήνα σε δεξαμενή, στις περιοχές μεταβολής διεύθυνσεως της ροής (γωνίες), στα εξαρτήματα μεταβολής της διαμέτρου (συστολές και διαστολές), συναρμογής των σωληνώσεων (σύνδεσμοι), στις βαλβίδες και άλλα παρεμβαλλόμενα εξαρτήματα.

Συνήθως οι τοπικές απώλειες είναι μικρότερες από τις γραμμικές (και γι' αυτό καλούνται και δευτερεύουσες). Σε ορισμένες όμως περιπτώσεις μπορεί να είναι πολύ σημαντικές. Για παράδειγμα, οι απώλειες ύψους που προκαλεί μια μερικώς ανοικτή βαλβίδα, είναι συνήθως μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες γραμμικές απώλειες.

Πειραματικά αποδεικνύεται ότι το ύψος μιας τοπικής απώλειας, είναι ανάλογο του τετραγώνου της ταχύτητας ροής (επομένως ανάλογο με το ύψος κινητικής ενέργειας $v^2/2g$) και εξαρτάται από τη φύση του εμποδίου που τη δημιουργεί:

$$h_i = K_i \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (5.30)$$

Το K ονομάζεται **συντελεστής τοπικών απωλειών** και είναι αδιάστατο μέγεθος. Η τιμή του εξαρτάται από το είδος της αντιστάσεως (της διαταραχής της ροής), αλλά και από άλλες δευτερεύουσες παραμέτρους. Στις περισσότερες περιπτώσεις υπολογίζεται πειραματικά, με αξιοποίηση της εξίσωσης (5.30):

$$K_i = \frac{h_i}{v^2 / 2g} \quad (5.30a)$$

Για τον (θεωρητικό ή πειραματικό) προσδιορισμό του συντελεστή τοπικών απωλειών, αξιοποιούμε την εξίσωση ενέργειας (5.7). Επειδή το μήκος του εμποδίου που αντιστέκεται στη ροή είναι μικρό, οι γραμμικές απώλειες από την είσοδο στην περιοχή διαταραχής (1) ως την έξοδο (2) είναι αμελητέες (σχ. 5.5α). Το ίδιο και η υψομετρική διαφορά $y_1 - y_2$. Αν δεν αλλάζει και η ταχύτητα (επομένως αν δεν αλλάζει η διάμετρος), η εξίσωση ενέργειας (5.9) θα δώσει:

$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = h_i$ και η εξίσωση (5.30α) θα γίνει:

$$K_i = \frac{h_i}{v^2 / 2 \cdot g} = \frac{\Delta p}{\rho v^2 / 2} \tag{5.30\beta}$$

Σημείωση: Στα εξαρτήματα αλλαγής διαμέτρου (διαστολές και συστολές), η ταχύτητα v αντιστοιχεί στο σωλήνα μικρής διαμέτρου.

Ο συντελεστής τοπικών απωλειών ενός εξαρτήματος, γενικά δεν είναι σταθερός, αφού η τιμή του εξαρτάται και από άλλες παραμέτρους, όπως η διάμετρος και ο αριθμός Reynolds. Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις, η εξάρτηση αυτή είναι μικρή και δύναται να θεωρηθεί αμελητέα (οπότε ο συντελεστής K εξαρτάται μόνο απ' τη φύση του εμποδίου).

Αντί του συντελεστή τοπικών απωλειών K και της εξισώσεως (5.30), μπορεί να χρησιμοποιηθεί η έννοια του **ισοδύναμου μήκους**. Αυτό ορίζεται ως ο λόγος του μήκους του αγωγού που προκαλεί γραμμικές απώλειες ίσες με τις τοπικές απώλειες του εξαρτήματος ροής (L_{eq}), προς τη διάμετρο του σωλήνα (d):

$$\text{Ισοδύναμο μήκος} = \frac{L_{eq}}{d} \tag{5.31}$$

Οι τοπικές απώλειες ισούνται με:

$$h_i = f \cdot \frac{L_{eq}}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \tag{5.31a}$$

Για παράδειγμα, αν σε πίνακα ιδιοτήτων εξαρτημάτων ροής, συναντήσουμε ισοδύναμο μήκος εξαρτήματος ίσο με 30, αυτό σημαίνει ότι: $L_{eq}/d = 30$. Αν η (εσωτερική) διάμετρος του σωλήνα που τοποθετείται το εξάρτημα είναι 5 cm, έχομε: $L_{eq} = 150 \text{ cm} = 1,5 \text{ m}$. Δηλαδή το εξάρτημα θα προκαλέσει απώλειες ίσες με τις γραμμικές απώλειες σωλήνα μήκους 1,5 m.

Η σχέση μεταξύ του συντελεστή τοπικών απωλειών και του ισοδύναμου μήκους προκύπτει από τους ορισμούς των δύο μεγεθών:

$$h_i = f \cdot \frac{L_{eq}}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = K \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow \frac{L_{eq}}{d} = \frac{K}{f} \tag{5.31\beta}$$

Δηλαδή το ισοδύναμο μήκος ισούται με το συντελεστή τοπικών απωλειών διαιρεμένο με το συντελεστή τριβής.

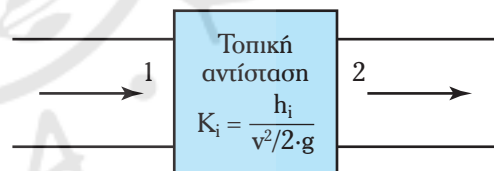
Το ισοδύναμο μήκος είναι αδιάστατο μέγεθος (όπως και ο συντελεστής τοπικών απωλειών).

Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε αποκλειστικά το συντελεστή τοπικών απωλειών K , τον οποίο και εξετάζομε για τις σημαντικότερες περιπτώσεις τοπικών απωλειών.

5.5.1 Είσοδος από δεξαμενή σε σωλήνα.

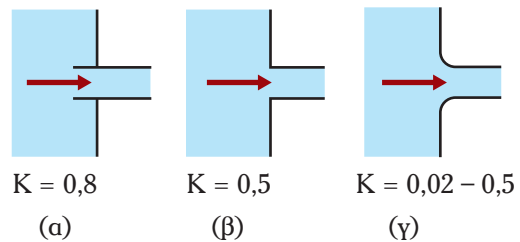
Όπως είδαμε (παράγρ. 5.2 β), κατά την είσοδο του ρευστού από δεξαμενή σε σωλήνα, στην περιοχή εισόδου παρουσιάζονται τοπικές απώλειες. Αυτές εξαρτώνται από τη μορφή εισόδου. Διακρίνομε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις (σχ. 5.5β):

α) **Είσοδος σε σωλήνα που προεξέχει:** Οι τοπικές απώλειες παρουσιάζονται σχετικά αυξημέ-



Σχ. 5.5α.

Υπολογισμός τοπικών απωλειών.



Σχ. 5.5β.

Είσοδος από δεξαμενή σε σωλήνα.

α) Σωλήνας που προεξέχει. β) Σωλήνας με αιχμηρά χείλη. γ) Σωλήνας με στρογγυλεμένα χείλη.

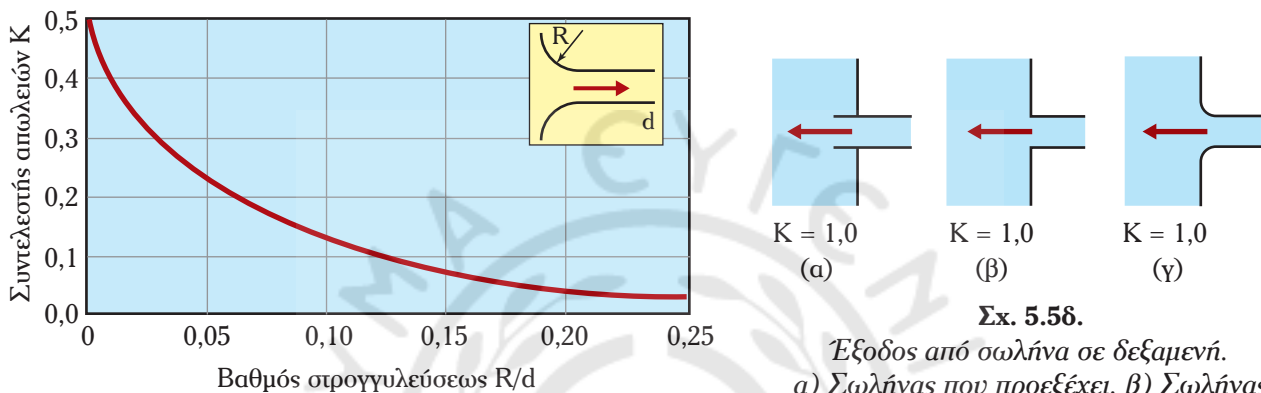
νες. Αυτό εκφράζεται με το μεγάλο συντελεστή τοπικών απωλειών: $K = 0,8$.

β) **Είσοδος σε σωλήνα με αιχμηρά χείλη:** Οι τοπικές απώλειες είναι μικρότερες, αλλά σημαντικές: $K = 0,5$.

Στην περίπτωση κατά την οποία ο σωλήνας σχηματίζει οξεία γωνία με το τοίχωμα της δεξαμενής, ο συντελεστής είναι λίγο μεγαλύτερος.

γ) **Είσοδος σε σωλήνα με στρογγυλεμένα χείλη:** Οι τοπικές απώλειες εισόδου είναι μικρότερες, εξαρτώμενες από το λόγο της ακτίνας καμπυλότητας του χείλους, προς τη διάμετρο του σωλήνα (το βαθμό στρογγυλεύσεως των χείλιών): $K = 0,02-0,5$.

Ακριβείς τιμές του K για είσοδο με στρογγυλεμένα χείλη παίρνομε από την καμπύλη του σχήματος 5.5γ.



Σχ. 5.5γ.

Είσοδος σε σωλήνα με στρογγυλεμένα χείλη.

Σχ. 5.5δ.

Έξοδος από σωλήνα σε δεξαμενή.
α) Σωλήνας που προεξέχει. β) Σωλήνας με αιχμηρά χείλη. γ) Σωλήνας με στρογγυλεμένα χείλη.

5.5.2 Έξοδος από σωλήνα σε δεξαμενή.

Ανεξάρτητα από τη μορφή εξόδου (σχ. 5.5δ), ο συντελεστής τοπικών απωλειών ισούται με 1: $K = 1$.

Αυτό συμβαίνει γιατί το ύψος κινητικής ενέργειας που έχει το ρευστό στο σημείο εξόδου χάνεται, καθώς η ταχύτητα του ρευστού μηδενίζεται εντός της δεξαμενής (λόγω τριβής με το στάσιμο ρευστό της δεξαμενής):

$$\frac{v^2}{2g} = h_{εξ} = K_{εξ} \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow K_{εξ} = 1$$

5.5.3 Αλλαγή διεύθυνσεως, γωνίες.

Το ύψος απωλειών εξαρτάται από τη γωνία (όσο πιο μεγάλη, τόσο μεγαλύτερες και οι απώλειες) και από το πόσο ομαλά αλλάζει η διεύθυνση (όσο πιο απότομα, τόσο μεγαλύτερες οι απώλειες). Διακρίνομε δύο περιπτώσεις:

α) **Απότομη αλλαγή διεύθυνσεως:**

- Γωνία 45° $K = 0,4$
- Γωνία 60° $K = 0,6$
- Γωνία 90° $K = 1,2$.

β) **Αλλαγή διεύθυνσεως με καμπύλες γωνίες:**

Στην περίπτωση αυτή οι απώλειες είναι μικρότερες. Όσο πιο μεγάλη είναι η ακτίνα καμπυλότητας, τόσο μικρότερο προκύπτει το K .

Για στρογγυλεμένη γωνία 90° , το K κυμαίνεται συνήθως μεταξύ 0,2 και 0,7.

Αντίστοιχα, για στρογγυλεμένη γωνία 60° , μεταξύ 0,15 και 0,5 και για 45° , μεταξύ 0,1 και 0,4.

Πιο ακριβής υπολογισμός του συντελεστή τοπικών απωλειών στρογγυλεμένης γωνίας 90° , γίνεται με τη βοήθεια των καμπυλών του σχήματος 5.5ε.

Οι αντίστοιχες τιμές του K για γωνίες 45° και 60° , προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$K_{45} = 0,60 \cdot K_{90}$$

$$K_{60} = 0,78 \cdot K_{90}$$

Σημειώνουμε ότι η ακριβής τιμή του συντελεστή τοπικών απωλειών, εξαρτάται και από τη διάμετρο του σωλήνα, καθώς επίσης και από τον τρόπο συνδέσεως του εξαρτήματος [κοκλιωτό (βιδωτό ή φλαντζωτό)]. Για παράδειγμα, η απλή κοκλιωτή (βιδωτή) γωνία 90° , έχει τις ακόλουθες τιμές συντελεστή απωλειών, ανάλογα με την ονομαστική της διάμετρο:

d (in)	1/2	1	2	4
K	2,0	1,5	0,95	0,64

Για καμπύλη γωνία 90° , συναντάμε τιμές του K από 1 (1/2") ως 0,2 (4") σε κοκλιωτό (βιδωτό) εξάρτημα, αφού οι αντίστοιχες τιμές του K για γωνία συνδεμένη με φλάντζα είναι από 0,4 ως 0,15.

Αξιοσημείωτη είναι και η περίπτωση αναστροφής της ροής, δηλαδή η **γωνία 180°** . Το σχετικό εξάρτημα είναι καμπύλο και μια ικανοποιητική τιμή του συντελεστή τοπικών απωλειών είναι: $K = 2$ (Η εναλλακτική χρήση δύο απλών γωνιών 90° , συνεπάγεται $K = 2 \cdot 1,2 = 2,4$).

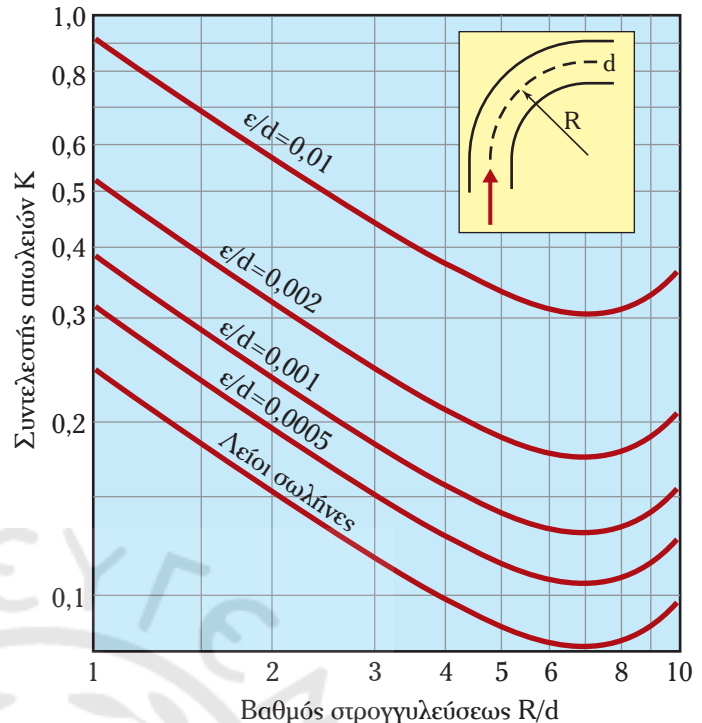
5.5.4 Αλλαγή διαμέτρου, συστολές και διαστολές.

Η αλλαγή της διαμέτρου μπορεί να γίνει απότομα ή βαθμιαία. Και στις δύο περιπτώσεις, ο συντελεστής απωλειών εξαρτάται από το λόγο διαμέτρων.

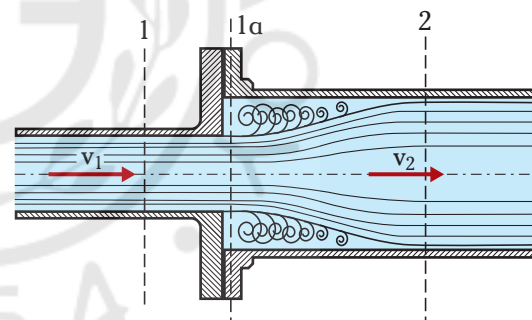
α) Απότομη διεύρυνση διατομής (διαστολή).

Στην περίπτωση αυτή δημιουργείται φλέβα εισβολής από το σωλήνα μικρής διαμέτρου προς το σωλήνα με μεγαλύτερη διάμετρο. Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5στ, δημιουργείται ένα περιφερειακό τμήμα στην είσοδο του σωλήνα μεγάλης διαμέτρου, στο οποίο υπάρχουν έντονοι στροβιλισμοί (πριν η υγρή φλέβα εκτονωθεί και καλύψει όλο το εύρος του σωλήνα). Η εξίσωση ενέργειας μεταξύ των διατομών 1 και 2 δίνει:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = h_i = K \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$



Σχ. 5.5ε.
Στρογγυλεμένη γωνία 90° .



Σχ. 5.5στ.
Απότομη διαστολή.

Σύμφωνα με το θεώρημα ωθήσεως-ορμής (βλ. αναλυτικότερα στο Έκτο Κεφάλαιο):

$$p_1 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} - p_2 \cdot \frac{\pi d_2^2}{4} = \dot{m} \cdot (v_1 - v_2).$$

Είναι:

$$\dot{m} = \rho \cdot Q$$

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot v_2.$$

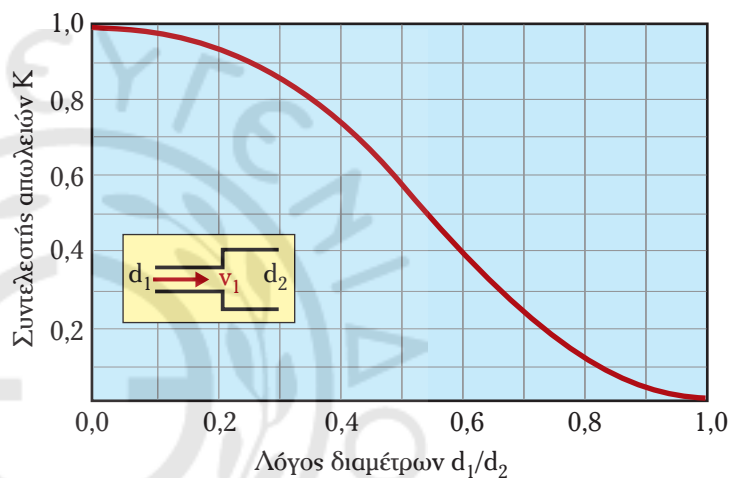
Από τις παραπάνω εξισώσεις, προκύπτει τελικά:

$$K = \left(1 - \frac{d_1^2}{d_2^2}\right)^2 \quad (5.32)$$

Η (θεωρητική) εξίσωση (5.32) καλύπτει ικανοποιητικά την περίπτωση της απότομης διαστολής. Εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το διάγραμμα του σχήματος 5.5ζ.

Τονίζουμε ότι για τον υπολογισμό των τοπικών απωλειών που προκύπτουν από εξαρτήματα διεύρυνσης της διαμέτρου, στην εξίσωση (5.30) χρησιμοποιούμε την ταχύτητα που αντιστοιχεί στη μικρή διάμετρο d_1 :

$$h = K \cdot \frac{v_1^2}{2g} \quad (5.32a)$$



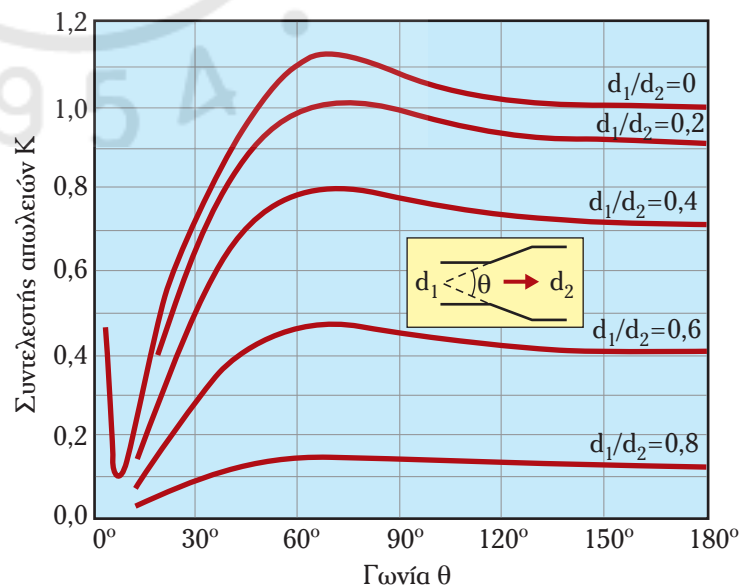
Σχ. 5.5ζ.

Απότομη διαστολή.

β) Βαθμιαία διεύρυνση.

Το πέρασμα σε σωλήνα μεγαλύτερης διατομής δύναται να γίνει και βαθμιαία με τους κωνικούς διαχύτες (εκτονωτές). Σ' αυτήν την περίπτωση, αξιοσημείωτο είναι το φαινόμενο της αποκόλλησης και της δημιουργίας στροβιλισμών. Αυτό συμβαίνει σε κάποια απόσταση από την έναρξη της διεύρυνσης, στο καλούμενο σημείο αποκόλλησης. Η αποκόλληση δύναται να αποφευχθεί μόνο αν η γωνία θ είναι πολύ μικρή (μικρότερη από 14°).

Κατά τη βαθμιαία διεύρυνση της διατομής, οι απώλειες δεν εξαρτώνται μόνο από το λόγο των διαμέτρων, αλλά και από τη γωνία διαχύσεως θ . Το συντελεστή τοπικών απωλειών τον υπολογίζουμε από το διάγραμμα του σχήματος 5.5η. Παρατηρούμε ότι αξιόλογη μείωση των απωλειών προκύπτει μόνο για μικρές γωνίες διαχύσεως ($\theta < 30^\circ$). Αντίθετα, για γωνίες διαχύσεως



Σχ. 5.5η.

Βαθμιαία διεύρυνση.

μεγαλύτερες των 40° , οι τοπικές απώλειες όχι μόνο δεν μειώνονται, αλλά αυξάνονται σε σχέση με τις αντίστοιχες της απότομης διευρύνσεως (η οποία αντιστοιχεί σε γωνία διακύσεως 180°).

γ) Απότομη στένωση.

Η απότομη σμίκρυνση της διατομής (γνωστή και ως συστολή) περιγράφεται στο σχήμα 5.5θ. Οι διαταραχές ροής είναι διαφορετικές από τις αντίστοιχες της απότομης διευρύνσεως. Στη διατομή 1 η ροή στο σωλήνα μεγάλης διαμέτρου είναι πλήρως αναπτυγμένη. Καθώς το ρευστό πλησιάζει στη στένωση, παρουσιάζονται κάποιοι περιμετρικοί στροβιλισμοί. Το σημαντικότερο όμως φαινόμενο είναι η επιτάχυνση του ρευστού, προκειμένου να περάσει από τη μικρή διατομή. Με την ορμή που έρχεται το ρευστό, η φλέβα ροής μικραίνει περισσότερο από το εμβαδό της διατομής του σωλήνα 2 (διατομή 1α). Το φαινόμενο καλείται **vena contracta** και παρουσιάζεται σε κάθε ροή, στην οποία το ρευστό εισέρχεται απότομα σε μικρότερη διατομή (π.χ. είσοδος σε στόμια).

Στην περίμετρο του δεύτερου αγωγού, κοντά στη σύνδεση, δημιουργούνται στροβιλισμοί.

Λόγω του φαινομένου vena contracta, ο θεωρητικός υπολογισμός των απωλειών δεν είναι δυνατός. Τιμές του συντελεστή απωλειών K παίρνουμε από το διάγραμμα του σχήματος 5.5ι.

Μια εμπειρική σχέση για την τυρβώδη ροή και λόγο διαμέτρων $d_2/d_1 < 0,76$ είναι η ακόλουθη:

$$K = 0,42 \cdot \left(1 - \frac{d_2^2}{d_1^2}\right)^2 \quad (5.33)$$

Στη στρωτή ροή, ο συντελεστής τοπικών απωλειών είναι μικρότερος του 0,1 και οι απώλειες δύνανται να θεωρηθούν αμελητέες (αφού στη στρωτή ροή οι ταχύτητες είναι γενικά μικρές).

δ) Βαθμιαία στένωση (συστολή).

Η χρήση βαθμιαίας στενώσεως (σχ. 5.5ια) αντί της απότομης, έχει ως αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση των απωλειών. Χαρακτηριστικό μέγεθος που επηρεάζει το συντελεστή απωλειών, αποτελεί η γωνία στενώσεως θ . Όσο πιο μικρή είναι η θ , τόσο λιγότερες και οι απώλειες.

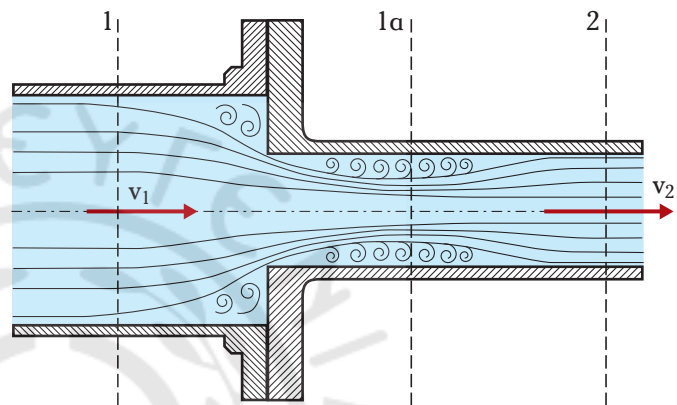
Κατά προσέγγιση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους ακόλουθους συντελεστές τοπικών απωλειών:

$$\text{Για } \theta = 30^\circ, K = 0,02$$

$$\text{Για } \theta = 45^\circ, K = 0,04$$

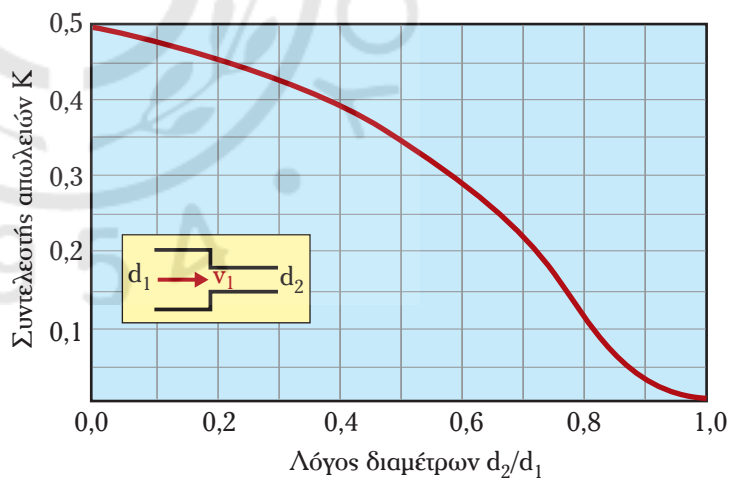
$$\text{Για } \theta = 60^\circ, K = 0,07$$

Αν οι ταχύτητες δεν είναι υπερβολικά μεγάλες, οι απώλειες ύψους των συστολών μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες.



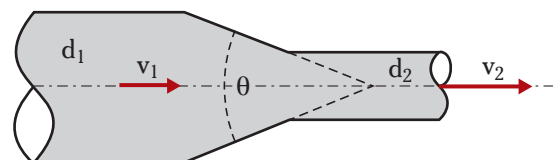
Σχ. 5.5θ.

Απότομη στένωση διατομής.



Σχ. 5.5ι.

Διάγραμμα απότομης στενώσεως διατομής.



Σχ. 5.5ια.

Βαθμιαία στένωση.

Σημειώνουμε ότι για τον υπολογισμό των τοπικών απωλειών που προκύπτουν από εξαρτήματα στενώσεως, στην εξίσωση (5.30) χρησιμοποιούμε την ταχύτητα v_2 (που αντιστοιχεί στη μικρή διάμετρο d_2).

$$h = K \cdot \frac{v_2^2}{2g} \quad (5.33a)$$

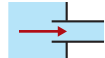





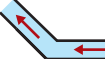


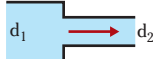
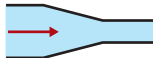
Η τιμή του συντελεστή που αντιστοιχεί στη μεγάλη διάμετρο υπολογίζεται ως εξής:

$$h = K \cdot \frac{v_2^2}{2g} = K' \cdot \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow K \cdot v_2^2 = K' \cdot v_1^2 \Rightarrow K \cdot \left(\frac{4Q}{\pi d_2^2} \right)^2 = K' \cdot \left(\frac{4Q}{\pi d_1^2} \right)^2 \Rightarrow K' = K \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 \quad (5.34)$$

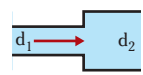
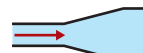
Στον Πίνακα 5.5.1 ανακεφαλαιώνουμε τις τοπικές απώλειες που εξετάσαμε ως τώρα και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για γρήγορους προσεγγιστικούς υπολογισμούς.

Πίνακας 5.5.1

Συντελεστές τοπικών απωλειών K για εισόδους, εξόδους, γωνίες, συστολές, διαστολές.

	Περιγραφή αιτίου τοπικής απώλειας	K_i	
1.	Είσοδος σε σωλήνα που προεξέχει	0,8	
	Είσοδος σε σωλήνα με αιχμηρά χείλη	0,5	
	Είσοδος σε σωλήνα με στρογγυλεμένα χείλη	0,02–0,5	
2.	Έξοδος από σωλήνα σε δεξαμενή	1,0	
3.	Αλλαγή διεύθυνσεως		
	Γωνίες 90°	1,2	
	Γωνίες 60°	0,6	
	Γωνίες 45°	0,4	
	Καμπύλες γωνίες 90°	0,2 – 0,7	
	Καμπύλες γωνίες 180°	2,0	
4.	Μεταβολή διαμέτρου		
	Απότομη στένωση με $d_2/d_1 = 0,2$	0,45	
	Απότομη στένωση με $d_2/d_1 = 0,4$	0,4	
	Απότομη στένωση με $d_2/d_1 = 0,6$	0,3	
	Απότομη στένωση με $d_2/d_1 = 0,8$	0,13	
	Βαθμιαία στένωση	0,05 – 0,25	

(συνεχίζεται)

Απότομη διεύρυνση με $d_1/d_2=0,2$	0,95	
Απότομη διεύρυνση με $d_1/d_2=0,4$	0,75	
Απότομη διεύρυνση με $d_1/d_2=0,6$	0,4	
Απότομη διεύρυνση με $d_1/d_2=0,8$	0,15	
Βαθμιαία διεύρυνση ($\theta < 30^\circ$)	0,10 – 0,60	

5.5.5 Βαλβίδα και λοιπά εξαρτήματα.

Εκτός από την είσοδο σε σωλήνα, την έξοδο σε δεξαμενή, τις αλλαγές διεύθυνσεως (γωνίες) και διατομής (συστολές – διαστολές), μία σωλήνωση περιέχει και πολλά άλλα εξαρτήματα, τα οποία θα δούμε αναλυτικά σε επόμενο κεφάλαιο. Οι συντελεστές τοπικών απωλειών (και τα ισοδύναμα μήκη απωλειών), υπολογίζονται πειραματικά. Συνήθως, εκτός από τη φύση του εμποδίου, τα K εξαρτώνται και από τη διάμετρο, την τραχύτητα και τον αριθμό Reynolds.

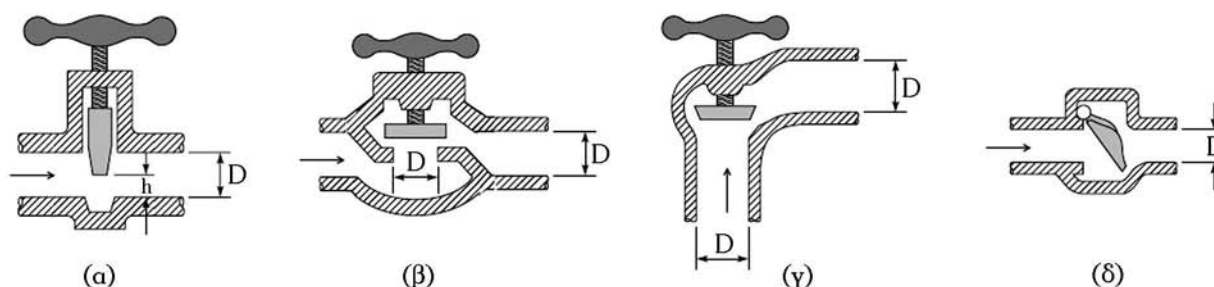
Οι **βαλβίδες** ή **δικλείδες** (valves) τοποθετούνται σε όλες σχεδόν τις σωληνογραμμές. Διακρίνονται σε συρταρωτές, σφαιρικές, γωνιακές, μονόδρομες (ή αντεπιστροφής) (σχ. 5.51β), βαλβίδες με διάφραγμα, με πεταλούδα κ.ά.. Οι βαλβίδες, ακόμα και όταν είναι πλήρως ανοικτές, δημιουργούν αξιοσημείωτες τοπικές απώλειες. Ο συντελεστής τοπικών απωλειών τους εξαρτάται από τον τύπο της βαλβίδας, αλλά και από τη διάμετρο (μεγαλύτερος K για μικρότερους διαμέτρους), την τραχύτητα και τον αριθμό Reynolds. Ο Πίνακας 5.5.2 είναι ενδεικτικός για την εξάρτηση του συντελεστή τοπικών απωλειών από τη διάμετρο:

Πίνακας 5.5.2
Συντελεστής τοπικών απωλειών σε βαλβίδες.

Βαλβίδες, πλήρως ανοικτές	Κοχλιωτές				Φλαντζωτές				
	0,5"	1"	2"	4"	1"	2"	4"	8"	20"
Σφαιρικές	14	8,2	6,9	5,7	13	8,5	6	5,8	5,5
Συρταρωτές	0,3	0,24	0,16	0,11	0,80	0,35	0,16	0,07	0,03
Αντεπιστροφής	5,1	2,9	2,1	2	2	2	2	2	2
Γωνιακές	9	4,7	2	1	4,5	2,4	2	2	2

Όταν μια βαλβίδα είναι μερικώς ανοικτή, οι απώλειες είναι πολύ μεγαλύτερες. Ο συντελεστής K εξαρτάται από το λόγο του ανοίγματος της βαλβίδας h προς τη διάμετρο D . Στο διάγραμμα του σχήματος 5.51γ βλέπουμε αυτήν την εξάρτηση για συρταρωτή (1) και σφαιρική (2) βαλβίδα.

Αντίστοιχα, οι βαλβίδες με πεταλούδα, ο συντελεστής απωλειών των οποίων είναι μικρός όταν είναι πλήρως ανοικτές, παρουσιάζουν σημαντική αύξηση του συντελεστή K όταν μειώνεται η γωνία διελεύσε-



Σχ. 5.51β.

Βαλβίδα α) συρταρωτή, β) σφαιρική, γ) γωνιακή και δ) αντεπιστροφής.

ως του ρευστού:

$\theta=90^\circ \rightarrow K=0,2 - 0,3$ (πλήρως ανοικτή)

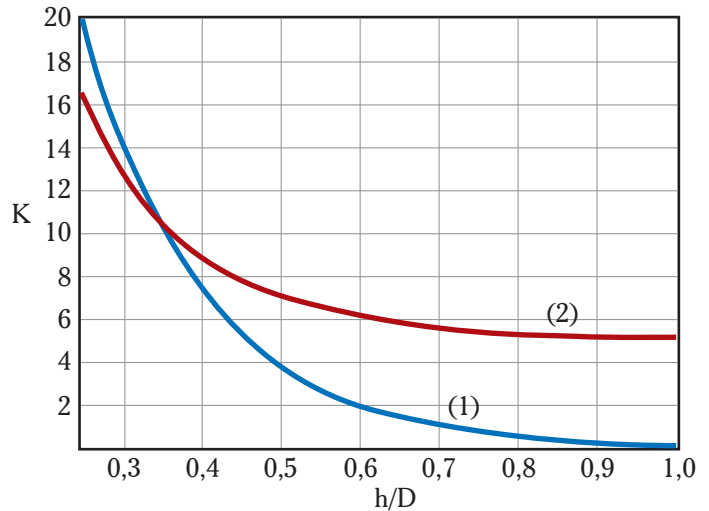
$\theta=60^\circ \rightarrow K=3 - 4$

$\theta=40^\circ \rightarrow K=20 - 30$

Άλλα αξιόλογα εξαρτήματα σωληνώσεων είναι και τα εξαρτήματα διακλαδώσεως, γνωστά ως **ταυ** (από το σχήμα τους). Οι συντελεστές τοπικών απωλειών που δημιουργούν, εξαρτώνται από την πορεία της ροής (ευθύγραμμη ή αλλαγή κατεύθυνσεως κατά 90°), από τη διάμετρο και από τον αριθμό Reynolds. Ενδεικτικές τιμές δίνονται στον Πίνακα 5.5.3.

Αναφέρομε τέλος τις απλές συνδέσεις (μούφες), ο συντελεστής τοπικών απωλειών των οποίων είναι πρακτικά αμελητέος (περίπου 0,04).

Αν λάβομε υπόψη ότι οι τιμές του συντελεστή τοπικών απωλειών των εξαρτημάτων διαφέρουν σημαντικά και από κατασκευαστή σε κατασκευαστή, κατανοούμε γιατί στη βιβλιογραφία δεν υπάρχει πλήρης συμφωνία για τις τιμές που λαμβάνει ο K . Συχνά, οι πειραματικά μετρούμενοι συντελεστές τοπικών απωλειών αποκλίνουν ως και 50% από τις αναγραφόμενες σε πίνακες τιμές. Για τις ανάγκες των υπολογισμών, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις τιμές που αναφέρονται στο συγκεντρωτικό Πίνακα 5.5.4.



Σχ. 5.5ιγ.

Βαλβίδες μερικώς ανοικτές.

Πίνακας 5.5.3
Συντελεστές τοπικών απωλειών σε συνδέσεις ταυ.

Συνδέσεις ταυ	Κοχλιωτές				Φλαντζωτές				
	0,5"	1"	2"	4"	1"	2"	4"	8"	20"
Ευθύγραμμη ροή	0,9	0,9	0,9	0,9	0,24	0,19	0,14	0,10	0,07
Κάθετη ροή	2,4	1,8	1,4	1,1	1,0	0,8	0,64	0,58	0,41

Πίνακας 5.5.4
Συντελεστές τοπικών απωλειών K για βαλβίδες και εξαρτήματα.

Περιγραφή αιτίου τοπικής απώλειας	K_i	Παρατηρήσεις
Βαλβίδες σφαιροειδείς, ανοικτές	0,17	
Βαλβίδες σφαιρικές, ανοικτές (1–20 in)	4,0 – 14	Πίν. 5.5.2
Βαλβίδες σφαιρικές, μερικώς ανοικτές	4 – 60	Σχ. 5.5ιγ
Βαλβίδες συρταρωτές, ανοικτές (1–20 in)	0,03 – 0,8	Πίν. 5.5.2
Βαλβίδες συρταρωτές, μερικώς ανοικτές	0,3 – 60	Σχ. 5.5ιγ
Βαλβίδες γωνιακές, ανοικτές (1–20 in)	1,0 – 9,0	Πίν. 5.5.2
Βαλβίδες μονόδρομες (αντεπιστροφής) (1–20 in)	2,0 – 2,9	Πίν. 5.5.2
Βαλβίδες διαφράγματος, ανοικτές	2,3 – 4,3	
Βαλβίδες πεταλούδας, ανοικτές	0,2 – 0,3	
Βαλβίδες πεταλούδας, μερικώς ανοικτές	0,3 – 60	

(συνεχίζεται)

Περιγραφή αιτίου τοπικής απώλειας	K_i	Παρατηρήσεις
Βαλβίδες τύπου Υ	1-6,5	
Βαλβίδες με πέλμα	15	
Συνδέσεις, ταυ ευθείας ροής	0,07 – 0,9	Πίν. 5.5.3
Συνδέσεις, ταυ κάθετης ροής	0,4 – 2,4	Πίν. 5.5.3
Συζευκτήρας, ένωση	0,04	

Παράδειγμα 15

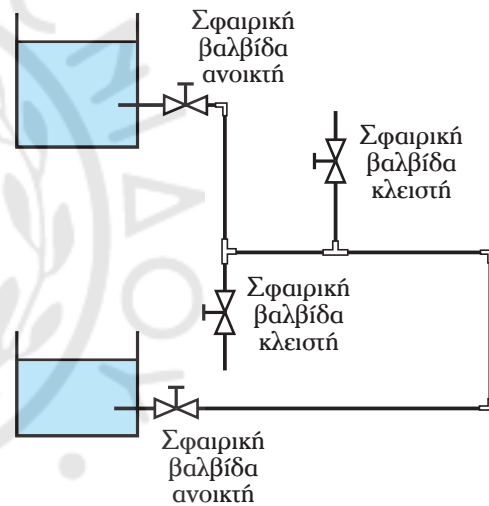
Να υπολογισθεί το άθροισμα των συντελεστών τοπικών απωλειών στη σωλήνωση του σχήματος 5.5.1δ, αν ο σωλήνας έχει διάμετρο 2 in.

Λύση:

Τοπικές διαταραχές της ροής έχουμε στην είσοδο από την πρώτη δεξαμενή στο σωλήνα, στην έξοδο από το σωλήνα στη δεύτερη δεξαμενή, στις δύο ανοικτές σφαιρικές βαλβίδες, στα δύο ταυ (ένα κάθετης και ένα ευθύγραμμης ροής) και στις τρεις (απλές) γωνίες 90°. Η σύνταξη πίνακα διευκολύνει τον υπολογισμό.

Είδος τοπικής διαταραχής	Πηγή	K_i
Είσοδος σε σωλήνα με προεξέχοντα χείλη	Πίν. 5.5.1	0,8
Έξοδος από σωλήνα σε δεξαμενή	Πίν. 5.5.1	1,0
Βαλβίδες σφαιρικές ανοικτές, 2" (δύο)	Πίν. 5.5.2	2-6,9
Ταυ ευθύγραμμης ροής	Πίν. 5.5.3	0,9
Ταυ κάθετης ροής	Πίν. 5.5.3	1,4
Γωνίες 90°, απλές (τρεις)	παράγρ. 5.5.3	3·1,2
ΣΥΝΟΛΟ		ΣΚ=21,5

Άρα: $\Sigma K=21,5$



Σχ. 5.5.1δ.

5.6 Ολικές απώλειες.

Οι συνολικές απώλειες λόγω τριβών Σh που συναντήσαμε στην εξίσωση ενέργειας (παράγρ. 5.3.2) ισούνται, όπως είδαμε, με το άθροισμα των γραμμικών (ή κυρίων) και των τοπικών (ή δευτερευουσών) απωλειών:

$$\Sigma h = h_f + \Sigma h_i$$

Σύμφωνα με την εξίσωση των Darcy – Weisbach:

$$h_f = f \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (5.16)$$

Κάθε τοπική διαταραχή, οδηγεί σε απώλεια η οποία δίνεται από την εξίσωση:

$$h_i = K_i \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (5.30)$$

Στην περίπτωση που η διάμετρος δεν μεταβάλλεται, η ταχύτητα παραμένει σταθερή και η σχέση (5.34) δίνει:

$$\Sigma h = \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (5.35)$$

Το άθροισμα ΣK_i καλείται ολικός συντελεστής τοπικών απωλειών.

Στην περίπτωση αλλαγής διαμέτρου, θεωρούμε πως έχουμε σύνδεση διαφορετικών σωλήνων σε σειρά και ο υπολογισμός των απωλειών πρέπει να γίνεται χωριστά για κάθε σωλήνα σταθερής διαμέτρου.

Στη εξίσωση (5.35) μπορούμε να αντικαταστήσουμε την ταχύτητα σε συνάρτηση με την παροχή:

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \quad (5.7a)$$

Οπότε η εξίσωση (5.35) λαμβάνει τη μορφή:

$$\Sigma h = \frac{8}{\pi^2 \cdot g \cdot d^4} \cdot \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot Q^2 \quad (5.35a)$$

Η εξίσωση (5.35a) δείχνει πως οι απώλειες ύψους είναι ανάλογες του τετραγώνου της παροχής. Υπενθυμίζουμε ότι για μεγάλους αριθμούς Reynolds (περιοχή πλήρως τυρβώδους ροής), ο συντελεστής τριβής f παραμένει πρακτικά σταθερός (εξαρτάται μόνο από τη σχετική τραχύτητα ϵ/d). Αν θέσουμε:

$$a = \frac{8}{\pi^2 \cdot g \cdot d^4} \cdot \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \quad (5.35\beta)$$

η εξίσωση (5.35a) γίνεται:

$$\Sigma h = a \cdot Q^2 \quad (5.35\gamma)$$

Το ύψος απωλειών Σh επηρεάζεται πολύ από τη διάμετρο του σωλήνα, d . Πιο συγκεκριμένα, οι γραμμικές απώλειες είναι αντιστρόφως ανάλογες της πέμπτης δυνάμεως της διαμέτρου:

$$h_f = \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \cdot f \cdot \frac{L}{d^5} \cdot Q^2 \quad (5.36)$$

αφού οι τοπικές, αντιστρόφως ανάλογες της τέταρτης δυνάμεως της διαμέτρου:

$$h_i = \frac{8}{\pi^2 \cdot g \cdot d^4} \cdot K_i \cdot Q^2 \quad (5.37)$$

Αυτό σημαίνει πως για δεδομένη παροχή, διπλασιασμός της διαμέτρου οδηγεί σε μείωση των τοπικών απωλειών κατά $2^4 = 16$ φορές και των γραμμικών κατά $2^5 = 32$ περίπου φορές (η μεταβολή της διαμέτρου έχει ως αποτέλεσμα και τη μεταβολή του συντελεστή τριβών f , η οποία όμως σε καμία περίπτωση δεν είναι τόσο σημαντική).

5.7 Υπολογισμός ροής σε σωλήνα.

Για τη μελέτη της μόνιμης ροής ασυμπίεστου ρευστού σε σωλήνα, έχουμε στη διάθεσή μας 4 εξισώσεις:

– **Εξίσωση συνέχειας:** $Q = \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \cdot v_i = \text{σταθ.}$ (5.7)

– **Εξίσωση ενέργειας (Bernoulli):** $\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h$ (5.9)

$$\text{– Εξίσωση απωλειών (Darcy–Weisbach):} \quad \Sigma h = \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (5.35)$$

$$\dot{n} \quad \Sigma h = \frac{8}{\pi^2 \cdot g \cdot d^4} \cdot \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot Q^2 \quad (5.35a)$$

$$\text{– Διάγραμμα Moody:} \quad f = F \left(\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}, \frac{\epsilon}{d} \right) \quad (5.23)$$

Υπενθυμίζουμε ότι οι δύο πρώτες εξισώσεις (εξίσωση συνέχειας και εξίσωση Bernoulli) έχουν προκύψει με την εφαρμογή των νόμων της φυσικής (αρχές διατηρήσεως της μάζας και της ενέργειας αντίστοιχα). Η τρίτη (εξίσωση απωλειών των Darcy-Weisbach), έχει προκύψει εμπειρικά, με αξιοποίηση της διαστατικής αναλύσεως και πειραματικών μετρήσεων.

Η πιο ιδιόμορφη είναι η τέταρτη σχέση, η οποία δεν είναι εξίσωση, αλλά σχέση διαγράμματος. Αν η ροή είναι στρωτή, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αντί του διαγράμματος, την εξίσωση (5.18) ($f=64/\text{Re}$) και η διαδικασία επιλύσεως απλοποιείται. Όμως στα περισσότερα προβλήματα, η ροή είναι τυρβώδης. Υπάρχει βέβαια η δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε αντί του διαγράμματος Moody, τις εμπειρικές εξισώσεις που συναντήσαμε στην παράγραφο 5.4.2: εξίσωση του Colebrook (5.26) ή μία από τις προσεγγιστικές εξισώσεις (5.27), (5.28), (5.29). Αλλά λόγω της πολυπλοκότητας αυτών των εξισώσεων, η αξιοποίησή τους προϋποθέτει χρήση υπολογιστή και κάποια εξοικείωση με την αριθμητική μέθοδο υπολογισμών. Έτσι, η πιο απλή και ελεγχόμενη διαδικασία υπολογισμού του συντελεστή τριβής f , παραμένει η χρήση του διαγράμματος Moody.

Κατά τη μελέτη της ροής σε σωλήνα, συναντάμε τέσσερις ομάδες μεγεθών:

- **Μεγέθη σωλήνα:** μήκος L , διάμετρος d , τραχύτητα ϵ (Πίν. 5.4.1).
- **Μεγέθη ρευστού:** ειδικό βάρος γ , κινηματικό ιξώδες ν (Πίν. 1.2.3 και 1.2.11 αντίστοιχα).
- **Μεγέθη ροής:** Παροχή Q , ταχύτητα v , αριθμός Reynolds Re , συντελεστής τριβής f , συντελεστές τοπικών απωλειών K_i .
- **Ενεργειακά μεγέθη:** ύψος απωλειών Σh , ύψος μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ($y_1 - y_2$), της κινητικής ενέργειας $(v_1^2 - v_2^2)/2g$ και της ενέργειας πίεσεως $(p_1 - p_2)/\gamma$.

Τα προβλήματα υπολογισμού ροής ρευστού σε σωλήνα ταξινομούνται συνήθως σε τρεις κατηγορίες (ανάλογα με το ζητούμενο):

- Υπολογισμός των απωλειών ύψους Σh (ή της πτώσεως πίεσεως Δp).
- Υπολογισμός της παροχής.
- Υπολογισμός της διαμέτρου του σωλήνα.

Για την επίλυσή τους αξιοποιούμε τις παραπάνω σχέσεις. Ειδικά την εξίσωση ενέργειας τη χρησιμοποιούμε μόνο αν στα δεδομένα ή στα ζητούμενα υπάρχουν, εκτός από τις απώλειες, και άλλα ενεργειακά μεγέθη (π.χ. Δp , Δy).

Ειδικά για την περίπτωση της στρωτής ροής, όπως ήδη αναφέρθηκε, οι υπολογισμοί απλοποιούνται: Αντί για το διάγραμμα Moody χρησιμοποιείται η εξίσωση (5.18), αφού η εξίσωση των απωλειών λαμβάνει τη μορφή (5.19):

$$f_{\text{στρ}} = \frac{64}{\text{Re}} \quad (5.18)$$

$$h_{f,\text{στρ}} = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{32 \cdot \nu \cdot L}{g \cdot d^2} \cdot v \quad (5.19)$$

Σ' αυτήν την περίπτωση, η τραχύτητα του σωλήνα δεν επηρεάζει τη ροή.

Τη μεθοδολογία υπολογισμού στην περίπτωση της στρωτής ροής τη συναντήσαμε στα παραδείγματα 2 και 3 της παραγράφου 5.4.2α.

Στη συνέχεια παραθέτουμε τη γενικευμένη μεθοδολογία υπολογισμού, χρησιμοποιώντας παραδείγματα, τα οποία αντιστοιχούν στις τρεις κατηγορίες προβλημάτων.

5.7.1 Βασικό πρόβλημα: Υπολογισμός απωλειών.

Για τον υπολογισμό των ολικών απωλειών Σh , πρέπει να γνωρίζουμε τα μεγέθη του σωλήνα (διάμετρος, μήκος, τραχύτητα), τις ιδιότητες του ρευστού (κινηματικό ιξώδες, ειδικό βάρος), τους συντελεστές τοπικών απωλειών K_i , καθώς και την παροχή ή την ταχύτητα.

Αξιοποιούμε την εξίσωση απωλειών, την εξίσωση συνέχειας και το διάγραμμα Moody. Αν ζητείται και η πτώση πίεσης (ή κάποια υψομετρική διαφορά), αξιοποιούμε την εξίσωση ενέργειας (Bernoulli).

Παράδειγμα 16

Σωλήνας από χυτοσίδηρο, διαμέτρου 10 cm και μήκους 50 m δίνει παροχή νερού 90 m³/h. Υπάρχουν 4 καμπύλες γωνίες 90°.

α) Να υπολογισθούν οι απώλειες ύψους.

β) Αν $y_1 - y_2 = 2$ m, να υπολογισθεί η πτώση πίεσης.

Λύση:

Δεδομένα: $L = 50$ m, $d = 10$ cm = 0,10 m, $\epsilon = 0,00026$ m (Πίν. 5.4.2)

$\gamma = 9,81$ KN/m³ (Πίν. 1.2.3), $\nu = 10^{-6}$ m²/s (Πίν. 1.2.11)

$Q = 90$ m³/h = 0,025 m³/s

$y_1 - y_2 = 2$ m

Ζητούμενα: (α) Σh , (β) $\Delta p = p_1 - p_2$

Διαθέσιμες σχέσεις:

$$\Sigma h = \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{v_2}{2g} \quad (1)$$

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v \Rightarrow v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \quad (2)$$

$$f = F \left(\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}, \frac{\epsilon}{d} \right) \quad (\text{σχ. 5.4i}) \quad (3)$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h \quad (4)$$

α) Το ύψος απωλειών υπολογίζεται από την εξίσωση Darcy–Weisbach (1). Στη σχέση αυτή υπάρχουν τέσσερις άγνωστοι: Σh , f , ΣK , v . Πρέπει επομένως πρώτα να υπολογισθούν η ταχύτητα v , ο συντελεστής τριβής f και ο ολικός συντελεστής τοπικών απωλειών ΣK_i .

– Υπολογισμός ταχύτητας v (από την εξίσωση της συνέχειας):

$$(2) \Rightarrow v = \frac{4 \cdot 0,025 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot (0,1 \text{ m})^2} \Rightarrow v = 3,18 \text{ m/s}$$

– Υπολογισμός f : $\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} \Rightarrow \text{Re} = 0,318 \cdot 10^6 = 3,18 \cdot 10^5$, $\epsilon/d = 0,0026$

και από το διάγραμμα Moody (σχ. 5.4n): $f = 0,026$.

– Υπολογισμός ΣK : Υπάρχουν 4 καμπύλες γωνίες 90°, για τις οποίες δεν δίνεται η ακτίνα καμπυλό-

τητας. Από το διάγραμμα του σχήματος 5.5ε, παρατηρούμε πως για καμπύλη γωνία 90° με $\epsilon/d = 0,0026$, ο συντελεστής τοπικών απωλειών κυμαίνεται μεταξύ 0,2 και 0,6. Επίσης, στον Πίνακα 5.5.1 ο συντελεστής K κυμαίνεται μεταξύ 0,2 και 0,7. Λαμβάνουμε:

$$K_{90} \cong 0,5 \Rightarrow \Sigma K = 4 \cdot K_{90} = 2.$$

Αντικαθιστούμε στην εξίσωση απωλειών:

$$(1) \Rightarrow \Sigma h = \left(0,026 \cdot \frac{50\text{m}}{0,1\text{m}} + 2 \right) \cdot \frac{(3,18\text{m/s})^2}{2 \cdot 9,81\text{m/s}^2} \Rightarrow \Sigma h = 7,73\text{ m}$$

β) Η πτώση πίεσεως υπολογίζεται με εφαρμογή της εξισώσεως ενέργειας (4).

$$\text{Είναι: } v_1 = v_2 = v (=3,18\text{ m/s}) \Rightarrow v_1^2 - v_2^2 = 0$$

$$(4) \Rightarrow \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \Sigma h - (y_1 - y_2)$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = 5,73\text{m} \Rightarrow p_1 - p_2 = 56,2\text{ KPa}$$

Σημείωση: Για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής f , αντί του διαγράμματος Moody, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση 5.27:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -1,8 \cdot \log \left[\frac{6,9}{\text{Re}} + \left(\frac{\epsilon/d}{3,7} \right)^{1,11} \right] \Rightarrow \frac{1}{f^{1/2}} = 6,25 \Rightarrow f = 0,0256$$

Ανακεφαλαιώνουμε τη **μεθοδολογία του βασικού προβλήματος υπολογισμού των απωλειών Σh** (με δεδομένα : $L, d, \epsilon, Q, \Sigma K, v$):

1. Από την εξίσωση συνέχειας (5.5α), υπολογίζουμε την ταχύτητα v .
2. Από το διάγραμμα Moody, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής f .
3. Από την εξίσωση απωλειών (5.35α), υπολογίζουμε τις απώλειες Σh .
4. Αν ζητείται κάποιο ενεργειακό μέγεθος (πτώση πίεσεως ή υψομετρική διαφορά) αξιοποιούμε την εξίσωση ενέργειας (5.9).

5.7.2 Υπολογισμός παροχής.

Για τον υπολογισμό της παροχής Q , πρέπει να γνωρίζουμε τα μεγέθη του σωλήνα (διάμετρος, μήκος, τραχύτητα), τις ιδιότητες του ρευστού (κινηματικό ιξώδες, ειδικό βάρος), τους συντελεστές τοπικών απωλειών K_i και τις ολικές απώλειες Σh .

Σημειώνουμε ότι οι ολικές απώλειες πιθανόν να μην δίνονται, αλλά να υπάρχουν επαρκή ενεργειακά δεδομένα (υψομετρική διαφορά, πτώση πίεσεως), ώστε να μπορούμε να τις υπολογίσουμε από την εξίσωση Bernoulli.

Αξιοποιούμε τις ίδιες σχέσεις που χρησιμοποιήσαμε και στο βασικό πρόβλημα: την εξίσωση απωλειών, την εξίσωση συνέχειας και το διάγραμμα Moody.

Συγκρίνοντας το πρόβλημα υπολογισμού παροχής με το βασικό πρόβλημα, φαίνεται να έχουμε μια απλή αντιστροφή: Το ζητούμενο Σh είναι τώρα δεδομένο, αφού η παροχή που στο πρώτο πρόβλημα ήταν δεδομένο, τώρα είναι ζητούμενο. Αυτή όμως η αλλαγή διαφοροποιεί ριζικά τη μεθοδολογία υπολογισμού.

Παράδειγμα 17

Οι δεξαμενές του σχήματος 5.7α συνδέονται με σωλήνα από ασφαλτωμένο χυτοσίδηρο διαμέτρου 2 in και μήκους 50 m. Υπάρχουν δύο ανοικτές σφαιρικές βαλβίδες (κοκλιωτές) και δύο (απλές) γωνίες

90°. Να υπολογισθεί η παροχή νερού.

Λύση:

Δεδομένα: $L = 50 \text{ m}$, $d = 2 \text{ in} = 0,0508 \text{ m}$,
 $\epsilon = 0,00012 \text{ m}$ (Πίν. 5.4.2),
 $\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$ (Πίν. 1.2.3),
 $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (Πίν. 1.2.11)
 $y_1 - y_2 = 15 \text{ m}$.

Ζητούμενο: Q .

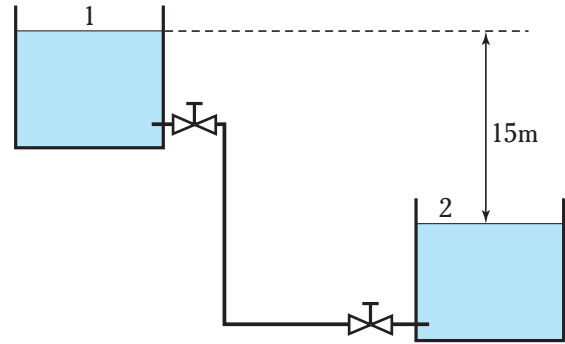
Διαθέσιμες σχέσεις:

$$\Sigma h = \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{v_2}{2g} \quad (1)$$

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v \Rightarrow v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \quad (2)$$

$$f = F \left(\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}, \frac{\epsilon}{d} \right) \quad (\text{σχ. 5.4n}) \quad (3)$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h \quad (4)$$



Σχ. 5.7α.

Διερεύνηση: Η παροχή υπολογίζεται από την εξίσωση συνέχειας (2), αν προηγουμένως έχει υπολογισθεί η ταχύτητα. Αυτή, μπορεί να υπολογισθεί από την εξίσωση Darcy–Weisbach (1). Προς τούτο πρέπει να γνωρίζουμε, εκτός από τη διάμετρο d και το μήκος L του σωλήνα τα οποία δίνονται, τις ολικές απώλειες Σh , το συντελεστή τριβής f και το άθροισμα συντελεστών τοπικών απωλειών ΣK_i . Η δυσκολία βρίσκεται –όπως θα διαπιστώσουμε– στην αδυναμία ακριβούς υπολογισμού του συντελεστή τριβής f .

– Οι ολικές απώλειες Σh υπολογίζονται αν εφαρμόσουμε την εξίσωση ενέργειας (4) μεταξύ των ελεύθερων επιφανειών των δύο δεξαμενών.

Γνωρίζουμε: $y_1 - y_2 = 15 \text{ m}$.

Είναι: $v_1 = v_2 = 0$, $p_1 = p_2 = p_{\text{atm}} \Rightarrow p_1 - p_2 = 0$

$$(4) \Rightarrow (y_1 - y_2) = \Sigma h \Rightarrow \Sigma h = 15 \text{ m}.$$

Σημείωση: Η δεξαμενή θεωρείται ως σωλήνας άπειρης διαμέτρου και κατά συνέπεια, μηδενικής ταχύτητας. Προκειμένου να γίνει κατανοητή αυτή η θεώρηση, αν υποθέσουμε κυλινδρική δεξαμενή διαμέτρου 2 m, η εξίσωση της συνέχειας θα μας δώσει:

$$Q = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v \Rightarrow v_1 = \frac{d^2}{d_1^2} \cdot v \Rightarrow v_1 = 0,0006 \cdot v_1 \cong 0$$

– Ο **ολικός συντελεστής τοπικών απωλειών ΣK_i** , υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη την εκφώνηση (και το σχήμα) της ασκήσεως.

Υπάρχουν οι ακόλουθες τοπικές διαταραχές από το σημείο 1 ως το 2:

– Είσοδος σε σωλήνα που προεξέχει: $K_1 = 0,8$ (Πίν. 5.5.1)

– Έξοδος από σωλήνα σε δεξαμενή: $K_2 = 1,0$ (Πίν. 5.5.1)

– Δύο (απλές) γωνίες 90°: $K_3 = 2 \cdot 1,2$ (Πίν. 5.5.1)

– Δύο σφαιρικές κοχλιωτές βαλβίδες: $K_4 = 2 \cdot 6,9$ (Πίν. 5.5.2)

Αθροίζοντας: $\Sigma K_i = 17,6$.

– Για τον υπολογισμό του συντελεστή τριβής, απαιτείται η γνώση της σχετικής τραχύτητας (ϵ/d) και του αριθμού Reynolds ($Re=vd/\nu$). Παρατηρούμε πως είναι αδύνατος ο υπολογισμός του αριθμού Reynolds, επειδή δεν γνωρίζουμε την ταχύτητα (η εξίσωση της συνέχειας έχει δύο αγνώστους: την ταχύτητα v και την παροχή Q).

Σημειώνουμε πως έχουμε στη διάθεσή μας **τρεις σχέσεις** (εξίσωση συνέχειας, εξίσωση απωλειών και διάγραμμα Moody) **και τρεις αγνώστους** (παροχή Q , ταχύτητα v , συντελεστής τριβής f). Επειδή όμως η τρίτη σχέση δεν είναι εξίσωση, **δεν μπορούμε να επιλύσουμε σύστημα εξισώσεων**. Έτσι, είμαστε υποχρεωμένοι να προχωρήσουμε σε **επαναληπτική διαδικασία υποθέσεως του ζητούμενου και διορθώσεως**.

Πιο συγκεκριμένα, **υποθέτουμε κάποια παροχή Q'** και υπολογίζουμε τις απώλειες $\Sigma h'$ που αντιστοιχούν σ' αυτήν (εφαρμογή του βασικού προβλήματος, παράγρ. 5.7.1). Στη συνέχεια συγκρίνουμε τις απώλειες $\Sigma h'$ με τις γνωστές απώλειες Σh (**κριτήριο**: $\Sigma h = 15$ m) και διαπιστώνουμε αν η ζητούμενη παροχή Q είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από την παροχή Q' . Σύμφωνα με την εξίσωση απωλειών:

$$- \text{Αν } \Sigma h' > \Sigma h \Rightarrow Q' > Q$$

$$- \text{Αν } \Sigma h' < \Sigma h \Rightarrow Q' < Q.$$

Ανάλογα με την περίπτωση, προχωρούμε σε νέα δοκιμή.

Η υπολογιστική διαδικασία ολοκληρώνεται όταν:

$$\Sigma h' \cong \Sigma h \Rightarrow Q' \cong Q$$

As ακολουθήσουμε την παραπάνω μεθοδολογία στο παράδειγμά μας:

α) Πρώτος τρόπος (Αναλυτικός):

$$- \text{Έστω } Q' = 60 \text{ m}^3/\text{h} = 60/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(2) \Rightarrow v' = 8,22 \text{ m/s}$$

$$(\epsilon/d = 0,00236, Re = vd/\nu = 4,18 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,025$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 145,7 \text{ m} > 15 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' > \Sigma h \Rightarrow Q' > Q \Rightarrow Q < 60 \text{ m}^3/\text{h}$$

Επαναλαμβάνουμε μειώνοντας την παροχή Q' :

$$- \text{Έστω } Q = 20 \text{ m}^3/\text{h} = 20/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(2) \Rightarrow v' = 2,74 \text{ m/s}$$

$$(\epsilon/d = 0,00236, Re = vd/\nu = 1,39 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0255$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 16,36 \text{ m} > 15 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' > \Sigma h \Rightarrow Q' > Q \Rightarrow Q < 20 \text{ m}^3/\text{h}.$$

$$- \text{Έστω } Q = 18 \text{ m}^3/\text{h} = 18/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(2) \Rightarrow v' = 2,47 \text{ m/s}$$

$$(\epsilon/d = 0,00236, Re = vd/\nu = 1,25 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0256$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 13,29 \text{ m} < 15 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' < \Sigma h \Rightarrow Q' < Q \Rightarrow Q > 18 \text{ m}^3/\text{h}.$$

Ήδη έχουμε αρχίσει να προσεγγίζουμε την παροχή: $18 \text{ m}^3/\text{h} < Q < 20 \text{ m}^3/\text{h}$. Συνεχίζουμε:

$$- \text{Έστω } Q = 19 \text{ m}^3/\text{h} = 19/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(2) \Rightarrow v' = 2,6 \text{ m/s}$$

$$(\epsilon/d = 0,00236, Re = vd/\nu = 1,32 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0256$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 14,79 \text{ m} < 15 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' < \Sigma h \Rightarrow Q' < Q \Rightarrow Q > 19 \text{ m}^3/\text{h}.$$

$$- \text{Έστω } Q = 19,2 \text{ m}^3/\text{h} = 19,2/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(2) \Rightarrow v' = 2,63 \text{ m/s}$$

$$(\epsilon/d = 0,00236, Re = vd/\nu = 1,34 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0256$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 15,10 \text{ m} > 15 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' > \Sigma h \Rightarrow Q' > Q \Rightarrow Q < 19,2 \text{ m}^3/\text{h}.$$

Παρατηρούμε πως προσεγγίζουμε όλο και περισσότερο την τιμή του Q . Όταν η προσέγγιση είναι ικανοποιητική, όταν δηλαδή $\Sigma h' \cong \Sigma h$, αποδεχόμαστε την τιμή της παροχής: $Q' \cong Q$. Έτσι, αν μας ικανοποιεί η προσέγγιση: $\Sigma h' - \Sigma h \leq 0,01 \text{ m}$, ήδη η τελευταία δοκιμή μας καλύπτει και $Q \cong 19,2 \text{ m}^3/\text{h}$. Αν επιδιώκουμε μεγαλύτερη ακρίβεια (π.χ. $\Sigma h' - \Sigma h \leq 0,01 \text{ m}$), συνεχίζουμε:

$$\text{- Έστω } Q = 19,15 \text{ m}^3/\text{h} = 19,15/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(2) \Rightarrow v' = 2,62 \text{ m/s},$$

$$(\epsilon/d = 0,00236, \text{Re} = vd/v = 1,33 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0256$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 15,02 \text{ m} > 15 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' > \Sigma h \Rightarrow Q' > Q \Rightarrow Q < 19,15 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$\text{- Έστω } Q = 19,14 \text{ m}^3/\text{h} = 19,14/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(2) \Rightarrow v' = 2,62 \text{ m/s},$$

$$(\epsilon/d = 0,00236, \text{Re} = vd/v = 1,33 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0256$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 15,002 \text{ m} \cong 15 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' \cong \Sigma h \Rightarrow Q' \cong Q \Rightarrow Q \cong 19,14 \text{ m}^3/\text{h}.$$

$$\text{Άρα: } Q \cong 19,14 \text{ m}^3/\text{h} = 0,00532 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Σημειώνουμε ότι όσο πιο λογική είναι η πρώτη τυχαία υπόθεση, αλλά και οι επόμενες, τόσο λιγότερες δοκιμές θα χρειαστούν.

Η διαδικασία επιλύσεως ελέγχεται καλύτερα και παρουσιάζεται πιο κομψά, αν συντάξουμε σχετικό πίνακα με συγκεντρωμένα τα αποτελέσματα των δοκιμών:

Q' (m^3/h)	v' (m/s)	Re	f	$\Sigma h'$	$\Sigma h' - \Sigma h$	Q
60	8,223	$4,18 \cdot 10^5$	0,0249	145,07	130,07	$Q < 60$
20	2,741	$1,39 \cdot 10^5$	0,0255	16,36	1,36	$Q < 20$
18	2,467	$1,25 \cdot 10^5$	0,0256	13,29	-1,71	$Q > 18$
19	2,604	$1,32 \cdot 10^5$	0,0256	14,79	-0,21	$Q > 19$
19,2	2,631	$1,34 \cdot 10^5$	0,0256	15,10	0,10	$Q < 19,2$
19,15	2,625	$1,33 \cdot 10^5$	0,0256	15,02	0,02	$Q < 19,15$
19,14	2,623	$1,33 \cdot 10^5$	0,0256	15,002	0,00	$Q = 19,14$

Παρατήρηση: Η διαδικασία επιλύσεως απλοποιείται κατά πολύ με χρήση υπολογιστή και αξιοποίηση υπολογιστικού προγράμματος, όπως το *Calc* του *Open Office*, το *Excel* της *Microsoft* κ.ά. (βλ. και παράγρ. 5.4.2, Παράδειγμα 7).

Αν και η επαναληπτική διαδικασία που παρουσιάσαμε, επιβλήθηκε από την αδυναμία μας να υπολογίσουμε τον αριθμό Reynolds, άρα και το συντελεστή τριβής f , παρατηρούμε ότι στις δοκιμές του παραδείγματος, ο συντελεστής f ελάχιστα μεταβλήθηκε (από 0,0249 ως 0,0256: μεταβολή 2%), αφού από την τρίτη δοκιμή και μετά παραμένει σταθερός ($f = 0,0256$). Αυτό οφείλεται στο ότι η ροή βρίσκεται κοντά στην περιοχή της πλήρως αναπτυγμένης τύρβης. Υπενθυμίζουμε ότι στην περιοχή αυτή, ο συντελεστής τριβής είναι ανεξάρτητος του αριθμού Reynolds και εξαρτάται μόνο από τη σχετική τραχύτητα ϵ/d (η οποία στο πρόβλημα υπολογισμού της παροχής, είναι δεδομένη).

Το γεγονός αυτό το αξιοποιούμε για μια δεύτερη, σημαντικά πιο σύντομη μέθοδο επιλύσεως: Αντί να

κάνομε μεμονωμένες υποθέσεις για την παροχή και στη συνέχεια να υπολογίζομε τον αριθμό Reynolds, υποθέτομε ότι η παροχή είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να έχομε πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή. Έτσι, γνωρίζοντας τη σχετική τραχύτητα, από το διάγραμμα Moody υπολογίζομε τον (υποθετικό) συντελεστή τριβής. Στη συνέχεια, από την εξίσωση των απωλειών, υπολογίζομε την (υποθετική) παροχή. Τέλος, ελέγχομε την υπόθεση της πλήρως αναπτυγμένης τύρβης (επιβεβαιώνομε ή διορθώνομε τα f και Q).

Ακολουθεί η επίλυση του παραδείγματος μ' αυτήν τη μέθοδο.

β) Δεύτερος τρόπος (Υπόθεση Έντονης Τύρβης, YET):

– **Υποθέτομε** ότι βρισκόμαστε στην περιοχή της πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδους ροής. Από το διάγραμμα Moody (ή με χρήση της εξίσωσης 5.25), γνωρίζοντας τη σχετική τραχύτητα, υπολογίζομε το συντελεστή τριβής f :

$$(\varepsilon/d = 0,00236, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f' = 0,0245$$

– **Υπολογίζομε** την (υποθετική) τιμή της παροχής:

$$(1) \Rightarrow 15 = \frac{8}{\pi^2 \cdot 9,81 \cdot 0,0508^4} \cdot \left(0,0245 \cdot \frac{50}{0,0508} + 17,6 \right) \cdot Q^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q' = 0,005384 \text{ m}^3/\text{s} = 19,38 \text{ m}^3/\text{h}$$

– **Ελέγχομε** αν ισχύει η υπόθεση:

$$(2) \Rightarrow v = 2,656 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = vd/\nu = 1,3 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0256$$

Αν $f' \cong f$, η υπόθεση επαληθεύεται και επομένως, $Q = Q'$.

Αν $f' < f$, επαναλαμβάνομε τον υπολογισμό με τη νέα τιμή του f . Στο παράδειγμά μας έχομε μια αξιόλογη απόκλιση (4,5%), άρα συνεχίζομε:

– **Διορθώνομε** την τιμή της παροχής, με χρήση της νέας τιμής του f :

$$(1) \Rightarrow 15 = \frac{8}{\pi^2 \cdot 9,81 \cdot 0,0508^4} \cdot \left(0,0256 \cdot \frac{50}{0,0508} + 17,6 \right) \cdot Q^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = 0,005317 \text{ m}^3/\text{s} = 19,14 \text{ m}^3/\text{h}$$

Θεωρητικά, πρέπει και πάλι να ελέγχομε την τιμή του f και –αν χρειαστεί– να διορθώσομε. Στην πράξη όμως, μετά την πρώτη διόρθωση, η απόκλιση είναι αμελητέα. Ας προχωρήσομε στον έλεγχο:

$$(2) \Rightarrow v = 2,623 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = vd/\nu = 1,33 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0256$$

Κατά συνέπεια, η παραπάνω τιμή της παροχής Q είναι η ζητούμενη:

$$Q = 0,005317 \text{ m}^3/\text{s} = 19,14 \text{ m}^3/\text{h}$$

Ανακεφαλαιώνομε τις δύο εναλλακτικές μεθοδολογίες υπολογισμού της παροχής Q (Δίνονται –άμεσα ή έμμεσα– τα: L , d , ε , Σh , ΣK , ν):

α) Πρώτος τρόπος:

1. Υποθέτομε τυχαία (λογική) τιμή παροχής Q' .
2. Υπολογίζομε τις απώλειες $\Sigma h'$ που αντιστοιχούν (**εφαρμογή βασικού προβλήματος**).
3. Συγκρίνομε το $\Sigma h'$ με το (γνωστό) Σh :
 - Αν $\Sigma h' > \Sigma h \Rightarrow Q' > Q$, \Rightarrow Επιστροφή στο βήμα 2 με μικρότερη τιμή Q' .

- Αν $\Sigma h' < \Sigma h \Rightarrow Q' < Q$, \Rightarrow Επιστροφή στο βήμα 2 με μεγαλύτερη τιμή Q' .
- Όταν $\Sigma h' \cong \Sigma h \Rightarrow Q' \cong Q$ και το πρόβλημα τελειώνει.

β) Δεύτερος τρόπος:

1. Υποθέτουμε πως έχουμε πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή (Υπόθεση έντοννης τυρβής – ΥΕΤ).
2. Υπολογίζουμε το (υποθετικό) f' από το διάγραμμα Moody.
3. Υπολογίζουμε την (υποθετική) Q' από τη σχέση απωλειών.
4. Υπολογίζουμε την v (εξίσωση συνέχειας), τον $Re (= vd/\nu)$ και το f .
5. Ελέγχουμε την υπόθεση:
 - Αν $f \cong f' \Rightarrow Q \cong Q'$ και το πρόβλημα τελειώνει.
 - Αν $f \neq f'$, επανερχόμαστε στο βήμα 3.

5.7.3 Υπολογισμός διαμέτρου.

Το πρόβλημα επιλογής διαμέτρου σωλήνα που πρέπει να τοποθετηθεί σε σύστημα ροής ώστε να ικανοποιούνται συγκεκριμένες απαιτήσεις παροχής και απωλειών, είναι αρκετά συνηθισμένο. Για λόγους οικονομίας, **επιδιώκουμε πάντοτε τη μικρότερη δυνατή διάμετρο που ικανοποιεί τις απαιτήσεις του προβλήματος.**

Οι δυσκολίες του προβλήματος είναι μεγαλύτερες: Εφόσον η διάμετρος είναι άγνωστη, δεν γνωρίζουμε ούτε την ταχύτητα (στην εξίσωση συνέχειας έχουμε δύο αγνώστους) ούτε τον αριθμό Rey-nolds, αλλά ούτε και τη σχετική τραχύτητα ϵ/d . (Σε ορισμένες περιπτώσεις και οι συντελεστές τοπικών απωλειών εξαρτώνται από τη διάμετρο).

Η μέθοδος της δοκιμής και της διορθώσεως (αντίστοιχη με τον πρώτο τρόπο επιλύσεως του προβλήματος υπολογισμού παροχής), είναι μονόδρομος. Επιπρόσθετα, πρέπει να λάβουμε υπόψη τις διαθέσιμες στο εμπόριο διαμέτρους και να επιλέξουμε την αμέσως μεγαλύτερη από αυτή που υπολογίσαμε.

Παράδειγμα 18

Να υπολογισθεί η ελάχιστη διάμετρος σωλήνα από γαλβανισμένο σίδηρο, μήκους 20 m, αν επιδιώκουμε παροχή νερού (20°C) ίση με 60 m³/h, και οι ολικές απώλειες δεν επιτρέπεται να υπερβαίνουν τα 8 m. Δίνεται: $\Sigma K = 4$.

Λύση:

Δεδομένα: $L = 12 \text{ m}$, $\epsilon = 0,00015 \text{ m}$ (Πίν. 5.4.2)
 $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (Πίν. 1.2.11)
 $Q = 60 \text{ m}^3/\text{h} = 60/3600 \text{ m}^3/\text{s}$
 $\Sigma h \leq 8 \text{ m}$, $\Sigma K = 4$.

Ζητούμενο: d

Διαθέσιμες σχέσεις:

$$\Sigma h = \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v \Rightarrow v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \quad (2)$$

$$f = F \left(\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}, \frac{\epsilon}{d} \right) \quad (\text{οx. 5.4i}) \quad (3)$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h \quad (4)$$

Διερεύνηση: Και σ' αυτό το πρόβλημα, σχέση-κλειδί αποτελεί η εξίσωση Darcy–Weisbach (1). Στην εξίσωση αυτή, εκτός από τη διάμετρο d , άγνωστος είναι και ο συντελεστής τριβής f . Το διάγραμμα Moody δεν μας βοηθά να υπολογίσουμε τον f , αφού δεν γνωρίζουμε ούτε τον αριθμό Reynolds, ούτε τη σχετική τραχύτητα ϵ/d . Είμαστε λοιπόν υποχρεωμένοι να κάνουμε δοκιμές: Να υποθέσουμε μία τυχαία (λογική) τιμή της διαμέτρου d' και να υπολογίσουμε τις ολικές απώλειες $\Sigma h'$ που προκύπτουν (πρόβλημα υπολογισμού απωλειών, παράγρ. 5.7.1). Σημειώνουμε ότι δίνεται η μέγιστη τιμή των απωλειών Σh και αυτή θα αποτελέσει το κριτήριο για την πορεία της επιλύσεως. Λαμβάνοντας υπόψη ότι με τη μείωση της διαμέτρου αυξάνουν οι απώλειες, η όποια προσέγγιση θα γίνει προς τα πάνω:

– Αν $\Sigma h' > \Sigma h \Rightarrow d > d'$ (η τιμή d' απορρίπτεται).

– Αν $\Sigma h' < \Sigma h \Rightarrow d \leq d'$ (η τιμή d' είναι αποδεκτή, αλλά πιθανόν να υπάρχει και μικρότερη αποδεκτή διάμετρος).

Παρατηρούμε και πάλι ότι έχουμε τρεις αγνώστους (v , f , d) και τρεις διαθέσιμες σχέσεις (εξίσωση συνέχειας, εξίσωση απωλειών, διάγραμμα Moody). (Η εξίσωση ενέργειας δεν είναι αξιοποιήσιμη, αφού δεν δίνεται, ούτε ζητείται, κάποιο άλλο ενεργειακό μέγεθος).

– Έστω $d' = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$

$$(2) \Rightarrow v' = 2,122 \text{ m/s}$$

$$(Re' = vd'/\nu = 2,1 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,0015) \xrightarrow{\text{Moody}} f' = 0,0227$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 1,96 \text{ m} < 8 \text{ m} \Rightarrow d \leq 10 \text{ cm.}$$

Δοκιμάζουμε μικρότερη διάμετρο:

– Έστω $d' = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$

$$(2) \Rightarrow v = 8,49 \text{ m/s}$$

$$(Re = 4,2 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,003) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0265$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 53,62 \text{ m} > 8 \text{ m} \Rightarrow d > 5 \text{ cm.}$$

– Έστω $d' = 7 \text{ cm} = 0,07 \text{ m}$

$$(2) \Rightarrow v = 4,33 \text{ m/s}$$

$$(Re = 3,0 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,00214) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0244$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 10,49 \text{ m} > 8 \text{ m} \Rightarrow d > 7 \text{ cm.}$$

– Έστω: $d' = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$

$$(2) \Rightarrow v = 3,32 \text{ m/s}$$

$$(Re = 2,7 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,00187) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0237$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 5,56 \text{ m} < 8 \text{ m} \Rightarrow d \leq 8 \text{ cm.}$$

Με τις ως τώρα δοκιμές έχουμε καταλήξει ότι η ζητούμενη διάμετρος βρίσκεται μεταξύ των 7 και 8 cm: $7 \text{ cm} < d \leq 8 \text{ cm}$. Αν η εκφώνηση έλεγε ότι δεν υπάρχουν άλλες διαθέσιμες τιμές διαμέτρων μεταξύ των 7 και 8 cm, θα επιλέγαμε διάμετρο 8 cm (η τιμή $d=7 \text{ cm}$ δεν καλύπτει τις απαιτήσεις του προβλήματος και έχει απορριφθεί). Επειδή όμως κάτι τέτοιο δεν αναφέρεται, συνεχίζουμε για μία πιο ικανοποιητική προσέγγιση, π.χ. 1 mm:

– Έστω: $d = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$

$$(2) \Rightarrow v = 3,77 \text{ m/s}$$

$$(Re = 2,8 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,002) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,024$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 7,55 \text{ m} < 8 \text{ m} \Rightarrow d \leq 7,5 \text{ cm}$$

– Έστω: $d = 7,4 \text{ cm} = 0,074 \text{ m}$

$$(2) \Rightarrow v = 3,875 \text{ m/s}$$

$$(\text{Re} = 2,9 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,00203) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0241$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma h' = 8,05 \text{ m} > 8 \text{ m} \Rightarrow d > 7,4 \text{ cm}$$

$$\text{Άρα: } 7,4 \text{ cm} < d \leq 7,5 \text{ cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = 7,5 \text{ cm}$$

Με αυτήν τη διάμετρο, θα λαμβάνομε παροχή $60 \text{ m}^3/\text{h}$ και θα παρουσιάζονται ολικές απώλειες $\Sigma h = 7,55 \text{ m}$ ($< 8 \text{ m}$).

Όπως και στο πρόβλημα υπολογισμού της παροχής, ενδείκνυται η σύνταξη σχετικού πίνακα:

d' (cm)	v' (m/s)	ϵ/d'	Re'	f'	$\Sigma h'$ (m)	$\Sigma h' - \Sigma h$	d (cm)
10	2,122	0,00150	$2,12 \cdot 10^5$	0,0227	1,96	-6,04	$d \leq 10$
5	8,488	0,00300	$4,24 \cdot 10^5$	0,0265	53,62	45,62	$d > 5$
7	4,331	0,00214	$3,03 \cdot 10^5$	0,0244	10,49	2,49	$d > 7$
8	3,316	0,00188	$2,65 \cdot 10^5$	0,0237	5,56	-2,44	$d \leq 8$
7,5	3,773	0,00200	$2,83 \cdot 10^5$	0,0240	7,55	-0,45	$d \leq 7,5$
7,4	3,875	0,00203	$2,87 \cdot 10^5$	0,0241	8,05	0,05	$d > 7,4$

Στο παράδειγμα που εξετάσαμε, δίνεται η μέγιστη τιμή του επιτρεπόμενου ύψους απωλειών ($\Sigma h \leq 8 \text{ m}$) και αυτό χρησιμοποιήσαμε ως κριτήριο. Σε άλλα προβλήματα υπολογισμού της διαμέτρου, το ύψος απωλειών είναι συγκεκριμένο και ζητείται η κατάλληλη διάμετρος, ώστε η παροχή να μην είναι μικρότερη από μια επιθυμητή τιμή. Το παράδειγμα που ακολουθεί δείχνει πώς τροποποιείται η μεθοδολογία υπολογισμού.

Παράδειγμα 19

Στην ελεύθερη επιφάνεια της κλειστής δεξαμενής του σχήματος 5.7β, επικρατεί πίεση 2 bar. Ο σωλήνας από ασφαλισμένο χυτοσίδηρο, έχει μήκος 25 m.

α) Να υπολογισθεί η διάμετρος (με προσέγγιση 0,5 cm), ώστε η παροχή νερού να είναι τουλάχιστον $40 \text{ m}^3/\text{h}$.

β) Να υπολογισθούν οι ολικές απώλειες και η παροχή.

Λύση:

Δεδομένα: $L = 25 \text{ m}$, $\epsilon = 0,00012 \text{ m}$ (Πίν. 5.4.2)

$$v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ (Πίν. 1.2.11)}$$

$$Q \geq 40 \text{ m}^3/\text{h} = 40/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$p_1 = 2 \text{ bar} = 200 \text{ KPa}, p_2 = 101,3 \text{ KPa},$$

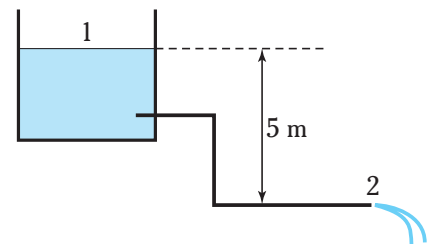
$$y_1 - y_2 = 5 \text{ m}$$

Ζητούμενα: (α) d (β) Σh , Q .

Διαθέσιμες σχέσεις:

$$\Sigma h = \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v \Rightarrow v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \quad (2)$$



Σχ. 5.7β.

$$f = F\left(\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}, \frac{\epsilon}{d}\right) \quad (\text{οχ. 5.4n}) \quad (3)$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) = \Sigma h \quad (4)$$

α) Για την αξιοποίηση της σχέσεως απωλειών (1), πρέπει να υπολογισθεί το ΣK και οι απώλειες Σh .

– Υπολογισμός ΣK :

- Είσοδος σε σωλήνα που προεξέχει: $K_1 = 0,8$ (Πίν. 5.5.1)

- Δύο (απλές) γωνίες 90° : $K_2 = 2 \cdot 1,2$ (Πίν. 5.5.1)

Αθροίζοντας: $\Sigma K_i = 3,2$.

– Για τον υπολογισμό του Σh , εφαρμόζουμε την εξίσωση ενέργειας μεταξύ των σημείων 1 και 2 ($v_1 = 0$, $v_2 = v$):

$$\begin{aligned} (4) \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} - \frac{v^2}{2 \cdot g} + (y_1 - y_2) &= \Sigma h \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma h &= \frac{(200 - 101,3) \text{KPa}}{9,81 \text{KN/m}^3} - \frac{v^2}{2 \cdot g} + 5\text{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma h &= 15,06 - \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (\text{SI}) \quad (5) \end{aligned}$$

Αν και δεν γνωρίζουμε την ακριβή τιμή του Σh , η σχέση (5) είναι αρκετή. Με αντικατάσταση στην (1), προκύπτει:

$$\begin{aligned} 15,06 - \frac{v^2}{2 \cdot g} &= \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i\right) \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow \\ \Rightarrow 15,06\text{m} &= \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i + 1\right) \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (1a) \end{aligned}$$

Θέτοντας τυχαία (λογική) τιμή d' , προκύπτει το πρόβλημα υπολογισμού της παροχής. Θα το επιλύσουμε με το δεύτερο τρόπο (υπόθεση έντονης τύρβης):

– Έστω $d' = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$

$$(\epsilon/d = 0,0012, \text{YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0205$$

$$(1a) \Rightarrow v' = 5,626 \text{ m/s}$$

$$(2) \Rightarrow Q' = 159,1 \text{ m}^3/\text{h} > 40 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow d \leq 10 \text{ cm}$$

Στο σημείο αυτό θα έπρεπε να ελέγξουμε την υπόθεση της πλήρως αναπτυγμένης τύρβης και ίσως να διορθώσουμε την τιμή της Q' . Επειδή όμως η τιμή της διαμέτρου (άρα και της παροχής) δεν είναι η τελική, παρακάμπτομε αυτό το βήμα. Θα το εφαρμόσουμε μόνο όταν οι τιμές της παροχής πλησιάζουν το όριο των $40 \text{ m}^3/\text{h}$.

– Έστω $d' = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$

$$(\epsilon/d = 0,0024, \text{YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0246$$

$$(1a) \Rightarrow v' = 4,232 \text{ m/s}$$

$$(2) \Rightarrow Q' = 29,9 \text{ m}^3/\text{h} < 40 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow d > 5 \text{ cm}$$

- Έστω $d' = 7 \text{ cm} = 0,07 \text{ m}$

$$(\epsilon/d = 0,0017, \text{YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0225$$

$$(1a) \Rightarrow v' = 4,915 \text{ m/s}$$

$$(2) \Rightarrow Q' = 68,1 \text{ m}^3/\text{h} > 40 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow d \leq 7 \text{ cm}$$

- Έστω $d' = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$

$$(\epsilon/d = 0,002, \text{YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0234$$

$$(1a) \Rightarrow v' = 4,60 \text{ m/s}$$

$$(2) \Rightarrow Q' = 46,8 \text{ m}^3/\text{h}$$

Έλεγχος YET: $Re=vd/\nu = 2,8 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,024$

$$(1a) \Rightarrow v' = 4,56 \text{ m/s}$$

$$(2) \Rightarrow Q' = 46,4 \text{ m}^3/\text{h} > 40 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow d \leq 6 \text{ cm}$$

- Έστω $d' = 5,5 \text{ cm} = 0,055 \text{ m}$

$$(\epsilon/d = 0,00218, \text{YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,024$$

$$(1a) \Rightarrow v' = 4,424 \text{ m/s}$$

$$(2) \Rightarrow Q' = 37,8 \text{ m}^3/\text{h}$$

Έλεγχος YET: $Re=vd/\nu = 2,4 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0246$

$$(1a) \Rightarrow v' = 4,38 \text{ m/s}$$

$$(2) \Rightarrow Q' = 37,47 \text{ m}^3/\text{h} < 40 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow d > 5,5 \text{ cm}$$

Επομένως: $5,5 \text{ cm} < d \leq 6 \text{ cm} \Rightarrow d = 6 \text{ cm}$

Και πάλι ενδείκνυται η σύνταξη σε πίνακα:

$d' \text{ (cm)}$	ϵ/d'	$f' \text{ (YET)}$	$v' \text{ (m/s)}$	Q'	$Q'-Q$	d
10	0,00120	0,0205	5,626	159,08	119,08	$d \leq 10$
5	0,00240	0,0246	4,232	29,91	-10,09	$d > 5$
7	0,00171	0,0225	4,915	68,09	28,09	$d \leq 7$
6	0,00200	0,0234	4,601	46,83	6,83	$d \leq 6$
5,5	0,00218	0,0240	4,424	37,84	-2,16	$d > 5,5$

β) Οι ολικές απώλειες δίνονται από την εξίσωση (5):

$$\Sigma h = 15,06 - \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (\text{SI}) \Rightarrow \Sigma h = 14 \text{ m}$$

Η παροχή Q έχει ήδη υπολογισθεί για διάμετρο 6 cm:

$$Q = 46,4 \text{ m}^3/\text{h}$$

Ανακεφαλαιώνουμε τη **μεθοδολογία υπολογισμού της διαμέτρου d** :

Περίπτωση 1^η: Δίνονται –άμεσα ή έμμεσα– τα: L , ϵ , Q , ΣK , ν και η μέγιστη τιμή των απωλειών Σh_{\max} :

1. Υποθέτουμε τυχαία (λογική) τιμή διαμέτρου, d' .
2. Υπολογίζουμε τις απώλειες $\Sigma h'$ που αντιστοιχούν (**εφαρμογή του βασικού προβλήματος**).
3. Συγκρίνουμε το $\Sigma h'$ με τη μέγιστη τιμή που δύναται να λάβει Σh_{\max} :
 - Αν $\Sigma h' > \Sigma h_{\max} \Rightarrow d > d'$. Επιστροφή στο βήμα 2 με μεγαλύτερη τιμή d' .
 - Αν $\Sigma h' \leq \Sigma h_{\max} \Rightarrow d \leq d'$. Η d' δεν απορρίπτεται, αλλά ελέγχουμε μήπως μπορούμε να τοποθετήσουμε μικρότερη διάμετρο. Επιστρέφουμε στο βήμα 2 και δοκιμάζουμε μικρότερη τιμή d' .

Περίπτωση 2^η: Δίνονται –άμεσα ή έμμεσα– τα: L , ϵ , Σh , ΣK , ν και η ελάχιστη τιμή της παροχής Q_{\min} :

1. Υποθέτουμε τυχαία (λογική) τιμή διαμέτρου, d' .
2. Υπολογίζουμε την παροχή Q' που αντιστοιχεί (**εφαρμογή του προβλήματος υπολογισμού παροχής**. Συστήνεται ο δεύτερος τρόπος).
3. Συγκρίνουμε το Q' με την ελάχιστη τιμή που δύναται να λάβει Q_{\min} :
 - Αν $Q' < Q_{\min} \Rightarrow d > d'$. Επιστροφή στο βήμα 2 με μεγαλύτερη τιμή d' .
 - Αν $Q' \leq Q_{\min} \Rightarrow d \leq d'$. Η d' δεν απορρίπτεται, αλλά ελέγχουμε μήπως μπορούμε να τοποθετήσουμε μικρότερη διάμετρο. Επιστρέφουμε στο βήμα 2 και δοκιμάζουμε μικρότερη τιμή d' .

Και στις δύο περιπτώσεις, το πρόβλημα τελειώνει όταν επιτύχομε την επιθυμητή προσέγγιση διαμέτρου. Υπενθυμίζουμε πως για λόγους οικονομίας υλικού, υπολογίζουμε την ελάχιστη διάμετρο, η οποία ικανοποιεί τις απαιτήσεις του προβλήματος.

5.8 Ασκήσεις.

1. Ρευστό 20°C ρέει σε σωλήνα διαμέτρου 8 cm με παροχή 5 m³/h. Να υπολογισθεί ο αριθμός Reynolds και το είδος της ροής αν το ρευστό είναι: α) γλυκερίνη, β) λάδι SAE 10, γ) κηροζίνη, δ) νερό, ε) υδράργυρος, στ) αέρας.

[Re: 19, 184, 9210, 22105, 184207, 1524]

2. Λάδι SAE 10 ρέει σε σωλήνα διαμέτρου 2 in. Να υπολογισθεί η μέγιστη ταχύτητα για την οποία η ροή παραμένει στρωτή αν η θερμοκρασία του λαδιού είναι: α) 20°C, β) 60°C.

[α) 5 m/s, β) 1 m/s]

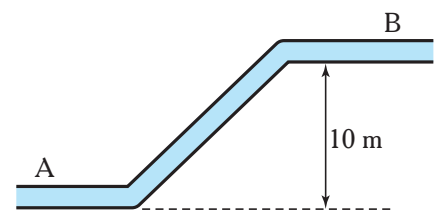
3. Σωλήνας μήκους 60 ft και διαμέτρου 1 in μεταφέρει νερό 20°C, με παροχή 30 l/min. Να προσδιορισθεί το είδος της ροής και να υπολογισθεί η περιοχική εισόδου ως ποσοστό του μήκους του σωλήνα.

[Re = 2,5 · 10⁴, 3,3%]

4. Στο σωλήνα του σχήματος 5.8α, διαμέτρου 6 cm ρέει γλυκερίνη 20°C με παροχή 100 l/min. Οι πιέσεις στα σημεία A και B μετρήθηκαν ίσες με 2,1 και 3,7 bar αντίστοιχα. Να εκτιμηθεί η φορά που ρέει το υγρό και να υπολογισθούν ο αριθμός Reynolds, το ύψος απωλειών και το μήκος AB (δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

[B→A, Re = 29,9, $h_f = 22,94$ m, L = 36,34 m]

5. Σωλήνας διαμέτρου 6 in μεταφέρει νερό με παροχή 150 m³/h. Στην άκρη του σωλήνα έχει προσαρμοσθεί ακροφύσιο (σχ. 5.8β) με τελική διάμετρο 1 in. Να υπολογισθούν η ταχύτητα και η πίεση του νερού στην είσοδο του προφυσίου και η ταχύτητα εξόδου του νερού: α) αν οι απώλειες θεωρηθούν



Σχ. 5.8α.

αμελητέες, β) αν λάβουμε υπόψη το ύψος τοπικών απωλειών του προφυσίου.

$$[v_1 = 2,284 \text{ m/s}, v_2 = 82,23 \text{ m/s}, \alpha) p_1 = 3480 \text{ KPa}, \beta) p_1 = 3547 \text{ KPa}]$$

6. Σε λεπτό σωλήνα διαμέτρου 2 mm και μήκους 30 cm, ρέει υγρό με παροχή $3 \text{ cm}^3/\text{s}$. Αν το κινηματικό ιξώδες του υγρού είναι $1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, να υπολογισθεί το ύψος απωλειών.

$$[h_f = 25,7 \text{ cm}]$$

7. Λάδι SAE 30, θερμοκρασίας 20°C , ρέει σε οριζόντιο σωλήνα διαμέτρου 5 in. Μανόμετρο τοποθετημένο μεταξύ δύο σημείων του σωλήνα που απέχουν 1 m, δείχνει πτώση πίεσης ίση με 2,5 KPa. Να υπολογισθούν ο αριθμός Reynolds, η ταχύτητα και η παροχή μάζας.

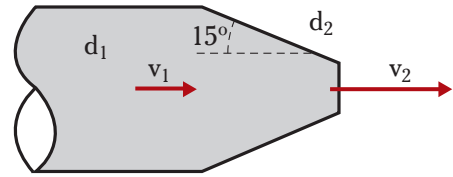
$$[Re = 1698, v = 4,35 \text{ m/s}, \dot{m} = 49,1 \text{ Kg/s}]$$

8. Σε οριζόντιο σωλήνα διαμέτρου 5 mm ρέει λάδι πυκνότητας 950 Kg/m^3 . Όταν η παροχή είναι $1,2 \text{ l/min}$, η πτώση πίεσης είναι 380 kPa ανά μέτρο σωλήνα. Να υπολογισθεί το κινηματικό ιξώδες του λαδιού και ο αριθμός Reynolds.

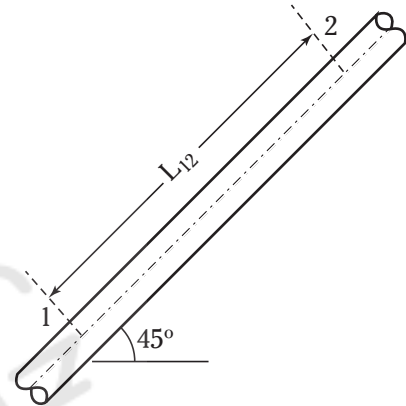
$$[v = 3,07 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}, Re = 16,6]$$

9. Λάδι πυκνότητας 900 Kg/m^3 και κινηματικού ιξώδους $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ρέει σε σωλήνα διαμέτρου 2 in με κλίση 45° ως προς το οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα 5.8γ. Αν $p_1 - p_2 = 100 \text{ KPa}$, $y_2 - y_1 = 7,5 \text{ m}$, να υπολογισθούν:

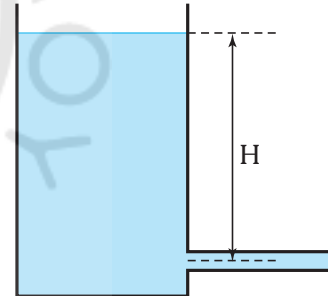
- Η φορά της ροής.
- Το είδος της ροής.
- Το ύψος απωλειών.
- Η παροχή και η ταχύτητα ροής.



Σχ. 5.8β.



Σχ. 5.8γ.



Σχ. 5.8δ.

$$[1 \rightarrow 2, Re = 362,5, h_f = 3,83 \text{ m}, v = 1,43 \text{ m/s}, Q = 10,4 \text{ m}^3/\text{s}]$$

10. Υγρό σχετικής πυκνότητας 0,9 εκρέει από τη δεξαμενή του σχήματος 5.8δ μέσω του σωλήνα με παροχή $16,5 \text{ l/min}$. Ο σωλήνας έχει μήκος 2 m και διάμετρο 0,5 in. Αν $H = 3,5 \text{ m}$, να υπολογισθούν το ύψος απωλειών, ο αριθμός Reynolds και το κινηματικό ιξώδες του υγρού.

$$[\Sigma h = 3,26 \text{ m}, Re = 742, v = 3,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}]$$

11. Λάδι SAE 10, 20°C , πυκνότητας 870 Kg/m^3 , ρέει σε ευθύγραμμο σωλήνα διαμέτρου 2 cm, ο οποίος έχει κλίση 30° ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Αν η πίεση κατά μήκος του σωλήνα παραμένει σταθερή, να εκτιμηθεί η φορά και να υπολογισθούν το ύψος απωλειών ανά μέτρο σωλήνα, ο αριθμός Reynolds και η παροχή του λαδιού (σε m^3/h).

$$[h_f/L = 0,5, Re = 85,2, Q = 0,578 \text{ m}^3/\text{h}]$$

12. Λάδι SAE 10, 20°C, ρέει σε κατακόρυφο σωλήνα διαμέτρου 2 cm με προσαρμοσμένο μανόμετρο υδραργύρου, όπως δείχνει το σχήμα 5.8ε. Να εκτιμηθεί η φορά του λαδιού και να υπολογισθούν η παροχή, το ύψος απωλειών και ο αριθμός Reynolds.

$$[Q = 2,36 \text{ m}^3/\text{h}, h_f = 4,08 \text{ m}, Re = 348]$$

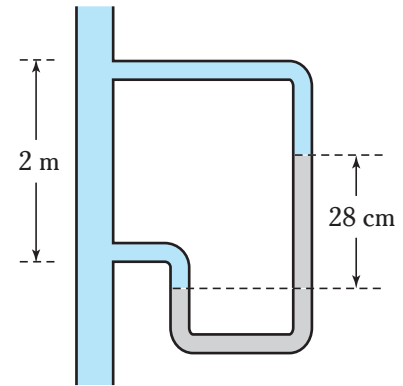
13. Δύο σωλήνες ίδιου μήκους χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά νερού μεταξύ δύο δεξαμενών. Αν και οι δύο έχουν κατά προσέγγιση την ίδια τιμή συντελεστή τριβής f , να υπολογισθεί ο λόγος των παροχών αν οι δευτερεύουσες απώλειες θεωρηθούν αμελητέες.

$$[Q_1/Q_2 = (d^1/d_2)^{5/2}]$$

14. Σε οριζόντιο κυλινδρικό αγωγό από σφυρήλατο σίδηρο, μήκους 800 m και διαμέτρου 3 in, ρέει νερό 20°C. Αν η παροχή είναι 60 m³/h, να υπολογισθούν το ύψος απωλειών και η πτώση πίεσεως.

$$[\Sigma h = 133,9 \text{ m}, \Delta p = 1313,5 \text{ KPa}]$$

15. Σε σωλήνα από ασφατωμένο χυτοσίδηρο μήκους 150 m και διαμέτρου 6 in, ρέει λάδι σχετικής πυκνότητας 0,88 και κινηματικού ιξώδους $4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Ο σωλήνας έχει ανοδική κλίση 8° σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο. Αν η παροχή είναι 150 m³/h, να υπολογισθούν το ύψος απωλειών και η πτώση πίεσεως.



Σχ. 5.8ε.

16. Σε οριζόντιο κυλινδρικό αγωγό από χυτοσίδηρο, μήκους 500 m και διαμέτρου 18 cm, ρέει κηροζίνη 20°C, πυκνότητας 800 Kg/m³ με παροχή 400 m³/h. Να υπολογισθούν το ύψος απωλειών και η ισχύς που αποδίδουν οι χρησιμοποιούμενες αντλίες στο σύστημα ροής.

$$[\Sigma h = 59,85 \text{ m}, P = 52,2 \text{ KW}]$$

17. Στο σύστημα του σχήματος 5.8στ, η ροή εξασφαλίζεται από την υψηλή πίεση της δεξαμενής. Είναι: $H_1 = 5 \text{ m}$, $H_2 = 45 \text{ m}$, $L_1 = 60 \text{ m}$, $L_2 = 30 \text{ m}$, $d = 2 \text{ in}$.

Ο σωλήνας είναι από σφυρήλατο σίδηρο.

Αν το υγρό είναι νερό 20°C, να υπολογισθεί η πίεση p_1 , ώστε η παροχή να ισούται με 40 m³/h. Πόσο θα είναι το ύψος απωλειών;

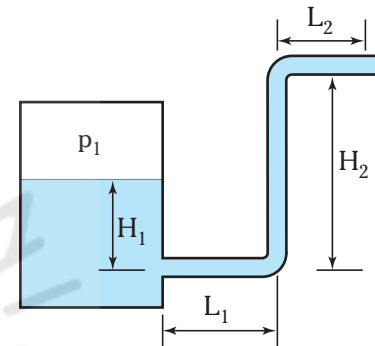
$$[p_1 = 1337 \text{ KPa}, \Sigma h = 84,45 \text{ m}]$$

18. Να υπολογισθούν το ύψος απωλειών και η πτώση πίεσεως σε οριζόντιο σωλήνα από ασφατωμένο χυτοσίδηρο μήκους 180 ft και διαμέτρου 5 in, στον οποίο ρέει νερό με ταχύτητα 2,5 m/s.

$$[\Sigma h = 2,79 \text{ m}, \Delta p = 27,33 \text{ KPa}]$$

19. Αργό πετρέλαιο με κινηματικό ιξώδες $7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ και σχετική πυκνότητα 0,86, μεταφέρεται με κυλινδρικό αγωγό από χυτοσίδηρο διαμέτρου 15 in, σε απόσταση 5 Km με παροχή είναι 0,1 m³/s. Να υπολογισθούν οι ενεργειακές απώλειες σε KW: α) αν $\Sigma K = 25$, β) αν $\Sigma K = 0$.

$$[\alpha) 40,5 \text{ KW}, \beta) 39,7 \text{ KW}]$$



Σχ. 5.8στ.

20. Λάδι πυκνότητας 900 Kg/m^3 και κινηματικού ιξώδους $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, ρέει με παροχή $0,2 \text{ m}^3/\text{s}$ σε σωλήνα από χυτοσίδηρο μήκους 500 m και διαμέτρου 20 cm . Να υπολογισθούν το ύψος απωλειών και η πώση πίεσης, αν ο σωλήνας έχει κλίση -10° ως προς το οριζόντιο επίπεδο και ο ολικός συντελεστής τοπικών απωλειών ισούται με 25.

$$[\Sigma h = 147,6 \text{ m}, \Delta p = 536,4 \text{ KPa}]$$

21. Σωλήνας από ασφαλιωμένο χυτοσίδηρο έχει διάμετρο 8 cm και μήκος 60 m . Η παροχή νερού είναι $60 \text{ m}^3/\text{h}$. Αν ο ολικός συντελεστής τοπικών απωλειών είναι 5, να υπολογισθούν οι απώλειες στο σωλήνα.

$$[\Sigma h = 12,26 \text{ m}]$$

22. Αγωγός μεταφοράς πετρελαίου, διαμέτρου 4 ft , κατασκευασμένος από γαλβανισμένο σίδηρο, μεταφέρει $2,7 \cdot 10^5 \text{ m}^3$ την ημέρα πετρέλαιο, πυκνότητας 910 Kg/m^3 και κινηματικού ιξώδους $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Κατά μήκος του αγωγού υπάρχουν αντλίες. Κάθε αντλία αυξάνει την πίεση του υγρού από τα 200 KPa (αναγκαία για την είσοδο στην αντλία) στα 2 MPa . Θεωρώντας τον αγωγό οριζόντιο, να υπολογισθεί η απόσταση που καλύπτει κάθε αντλία και το ύψος απωλειών μεταξύ δύο αντλιών.

$$[\Sigma h = 201,6 \text{ m}, L = 44,1 \text{ Km}]$$

23. Αν στο σύστημα της ασκήσεως 17, η πίεση στη δεξαμενή είναι $p_1 = 700 \text{ KPa}$, να υπολογισθούν η παροχή και το ύψος απωλειών. (Τα λοιπά δεδομένα δεν αλλάζουν).

$$[Q = 19,4 \text{ m}^3/\text{s}, \Sigma h = 20,67 \text{ m}]$$

24. Ευθύγραμμος σωλήνας από εμπορικό χάλυβα μήκους 500 m και διαμέτρου 8 cm , είναι τοποθετημένος σε επικλινές έδαφος με σταθερή κλίση 6° ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Ο σωλήνας είναι συνδεδεμένος με δεξαμενή νερού, η οποία βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο, με την επιφάνειά της 5 m πάνω από την είσοδο του σωλήνα. Να υπολογισθεί η παροχή του νερού.

$$[Q = 56,1 \text{ m}^3/\text{h}]$$

25. Δεξαμενή νερού, η ελεύθερη επιφάνεια της οποίας βρίσκεται 10 m πάνω από το έδαφος, τροφοδοτεί σωλήνα από γαλβανισμένο σίδηρο, διαμέτρου 2 in και μήκους 12 m . Ο σωλήνας έχει δύο απλές γωνίες 90° , μία σφαιρική βαλβίδα πλήρως ανοικτή, και η είσοδός του προεξέχει στη δεξαμενή. Η έξοδός του βρίσκεται 1 m πάνω από το έδαφος. Να υπολογισθεί η παροχή (σε m^3/h).

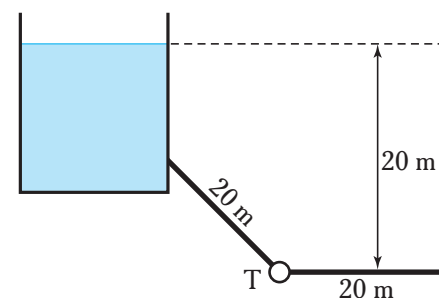
$$[Q = 23,9 \text{ m}^3/\text{h}]$$

26. Νερό 20°C αντλείται από μία δεξαμενή σε άλλη που βρίσκεται 40 m υψηλότερα. Ο σωλήνας είναι από χυτοσίδηρο διαμέτρου 6 in και μήκους 700 m . Αν ο ολικός συντελεστής τοπικών απωλειών είναι 15 και το προσδιδόμενο ύψος της αντλίας στο νερό είναι 80 m , να υπολογισθούν το ύψος απωλειών, η παροχή και η ισχύς που η αντλία προσδίδει στο νερό.

$$[\Sigma h = 40 \text{ m}, Q = 167,6 \text{ m}^3/\text{s}, P = 36,5 \text{ KW}]$$

27. Οι σωλήνες του σχήματος 5.8ζ είναι από ασφαλιωμένο χυτοσίδηρο διαμέτρου 6 cm . Η τουρμπίνα Τ που παρεμβάλλεται, απορροφά από το σύστημα ροής ισχύ 2 KW . Να υπολογισθεί η παροχή νερού αν ο συνολικός συντελεστής τοπικών απωλειών ισούται με 10.

$$[Q = 316 \text{ m}^3/\text{s}]$$



Σχ. 5.8ζ.

28. Το σύστημα ροής του σχήματος 5.8η αποτελείται από χυτοσίδηρο σωλήνα μήκους 1200 m και διαμέτρου 5 cm , ο οποίος συνδέεται με δεξαμενή. Υπάρχουν δύο γωνίες 45° , 4 καμπύ-

λες γωνίες 90° και μία πλήρως ανοικτή σφαιρική βαλβίδα με φλάντζα. Αν η ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής βρίσκεται 100 m ψηλότερα από το άκρο του σωλήνα (σημείο 1), να υπολογισθούν η παροχή νερού (σε m^3/h) και το ύψος γραμμικών απωλειών.

$$[Q = 11,23 \text{ m}^3/\text{h}, h_f = 98,35 \text{ m}]$$

29. Νερό ρέει σε σωλήνα μήκους 3 Km και διαμέτρου 12 in, ο οποίος συνδέει δύο δεξαμενές με υψομετρική διαφορά των ελευθέρων επιφανειών τους, 60 m. Αν ο σωλήνας είναι από χυτοσίδηρο και οι δευτερεύουσες απώλειες θεωρηθούν αμελητέες, να υπολογισθεί η παροχή.

$$[Q = 629 \text{ m}^3/\text{h}]$$

30. Λάδι πυκνότητας $950 \text{ Kg}/\text{m}^3$ και κινηματικού ιξώδους $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, ρέει σε σωλήνα από γαλβανισμένο σίδηρο, διαμέτρου 30 cm και μήκους 100 m. Αν το ύψος απωλειών είναι 8 m, να υπολογισθούν η ταχύτητα ροής και η παροχή.

$$[v = 2,54 \text{ m/s}, Q = 287,5 \text{ m}^3/\text{s}]$$

31. Σωλήνας διαμέτρου 15 cm, μήκους 120 m και τραχύτητας 0,001 cm, καταλήγει σε ακροφύσιο 45° τελικής διαμέτρου 5 cm. Αν ο σωλήνας τροφοδοτείται με νερό από δεξαμενή που βρίσκεται 30 m ψηλότερα από το ακροφύσιο, να υπολογισθούν η παροχή και η ταχύτητα του νερού στην έξοδο του ακροφυσίου.

$$[Q = 320 \text{ m}^3/\text{h}, v_{\text{εξ}} = 45,3 \text{ m/s}]$$

32. Δεξαμενή νερού 12 m^3 τροφοδοτείται από οριζόντιο σωλήνα από εμπορικό χάλυβα, μήκους 20 m και διαμέτρου 1 in. Να υπολογισθεί ο χρόνος που απαιτείται να γεμίσει η δεξαμενή αν η πίεση του δικτύου είναι 30 m στήλης νερού και οι δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες.

$$[1 \text{ h } 30 \text{ min } 10 \text{ sec}]$$

33. Σωλήνας από ασφαλισμένο χυτοσίδηρο, μήκους 100 m θα τοποθετηθεί σε οριζόντιο επίπεδο για μεταφορά νερού 20°C . Αν η πτώση πίεσης δεν πρέπει να υπερβαίνει τα 40 kPa και η επιδιωκόμενη παροχή είναι $60 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθεί η διάμετρος που θα επιλέξουμε (σε mm).

$$[d \geq 44 \text{ mm}]$$

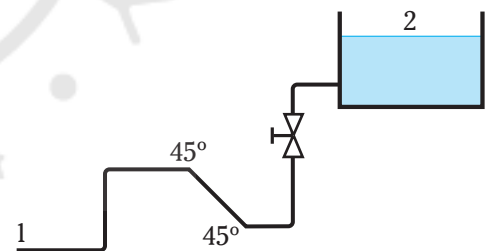
34. Σωλήνας από εμπορικό χάλυβα, μήκους 120 m, πρόκειται να μεταφέρει βενζίνη 20°C , από μία δεξαμενή σε άλλη, η ελεύθερη επιφάνεια της οποίας βρίσκεται 8 m χαμηλότερα από της πρώτης. Τι διάμετρο σωλήνα θα επιλέξουμε αν επιδιώκουμε παροχή ίση τουλάχιστον με $30 \text{ m}^3/\text{h}$; ($\Sigma K = 10$)

$$[d \geq 73 \text{ mm}]$$

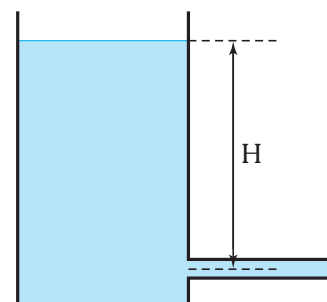
35. Το υγρό της δεξαμενής του σχήματος 5.8θ είναι κηροζίνη 20°C . Αν $H = 30 \text{ ft}$, τι διάμετρο σωλήνα από εμπορικό χάλυβα, μήκους 10 m πρέπει να χρησιμοποιήσουμε, ώστε η παροχή να είναι τουλάχιστον $0,015 \text{ ft}^3/\text{s}$ (σε mm);

$$[d \geq 15 \text{ mm}]$$

36. Πρόκειται να συνδέσουμε με σωλήνα από γαλβανισμέ-



Σχ. 5.8n.



Σχ. 5.8θ.

νο σίδηρο δύο δεξαμενές υψομετρικής διαφοράς 5 m. Το απαιτούμενο μήκος σωλήνα είναι 100 m. Όταν η βαλβίδα του σωλήνα είναι εντελώς ανοικτή, ο ολικός συντελεστής τοπικών απωλειών ισούται –κατά προσέγγιση– με 10. Αν επιδιώκουμε ελάχιστη παροχή νερού 10 l/s, να υπολογισθεί η ελάχιστη διάμετρος του σωλήνα που θα χρησιμοποιήσουμε (με προσέγγιση χιλιοστού) και η παροχή που αντιστοιχεί.

$$[d_{\min} = 89 \text{ mm}, Q = 10,2 \text{ l/s}]$$





ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

- 6.1 Θεώρημα ωθήσεως-ορμής
- 6.2 Η εξίσωση της ορμής
- 6.3 Διορθωτικοί συντελεστές ορμής
- 6.4 Δυνάμεις ασκούμενες σε αγωγούς
- 6.5 Εφαρμογές
- 6.6 Η εξίσωση της στροφορμής
- 6.7 Γενίκευση των ισοζυγίων ποσοτήτων
- 6.8 Ασκήσεις

6.1 Θεώρημα ωθήσεως – ορμής.

Στο Τρίτο Κεφάλαιο ασχοληθήκαμε με τους δύο βασικούς νόμους διατηρήσεως της φυσικής (νόμοι διατηρήσεως της μάζας και της ενέργειας) και τα ισοζύγια που προκύπτουν απ' αυτούς. Η εφαρμογή τους στη μόνιμη ροή των ρευστών, οδήγησε σε δύο εξαιρετικής σπουδαιότητας εξισώσεις: Την εξίσωση της συνέχειας (ισοζύγιο μάζας) και την εξίσωση Bernoulli (ισοζύγιο ενέργειας).

Εκτός από τα ισοζύγια μάζας και ενέργειας, ιδιαίτερα σημαντικό για τη μελέτη της ροής των ρευστών είναι και το **ισοζύγιο της ορμής**. Αυτό βασίζεται στο **Δεύτερο Νόμο του Newton**, σύμφωνα με τον οποίο, αποτέλεσμα της αλληλεπιδράσεως και της ασκήσεως εξωτερικής δυνάμεως σε ένα σύστημα, είναι η μεταβολή της κινητικής του καταστάσεως, δηλαδή της ορμής.

Πρέπει εδώ να υπενθυμίσουμε ότι η ορμή είναι διανυσματικό μέγεθος, αντίθετα με τη μάζα και την ενέργεια, τα οποία είναι μονόμετρα μεγέθη. Αυτό συνεπάγεται πολύ μεγαλύτερες δυσκολίες. Η αναλυτική διαφορική τρισδιάστατη μελέτη του ισοζυγίου που προκύπτει για στοιχειώδεις όγκους του ρέοντος ρευστού, οδηγεί σε ιδιαίτερα πολύπλοκες εξισώσεις, οι οποίες είναι χρήσιμες στην ερευνητική διαδικασία, αλλά δεν είναι αξιοποιήσιμες στην αντιμετώπιση πρακτικών προβλημάτων ροής. Η μακροσκοπική θεώρηση με χρήση των όγκων ελέγχου (θεωρουμένων ως ανοικτών συστημάτων, βλ. και παράγρ. 3.3) είναι οπωσδήποτε πιο αποτελεσματική. Υπό το πρίσμα της, η προσεγγιστική μονοδιάστατη ή δισδιάστατη αντιμετώπιση μιας σειράς προβλημάτων, μας παρέχει τη δυνατότητα να προχωρήσουμε σε εξαιρετικά χρήσιμους υπολογισμούς για τις αναπτυσσόμενες δυνάμεις στα συστήματα ροής. Τέτοια είναι τα προβλήματα που σχετίζονται με τη διαμόρφωση και στήριξη των σωληνώσεων, την επιλογή τρόπων συναρμοσολογήσεως, τη λειτουργικότητα, την απαιτούμενη ισχύ κ.ά..

Σύμφωνα με το Δεύτερο Νόμο του Newton, σε ένα σώμα (ή σύστημα) η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων, εφόσον είναι διάφορη του μηδενός, έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της κινητικής καταστάσεως του σώματος:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d(\mathbf{m} \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{J}}{dt} \quad (6.1)$$

Το γινόμενο της μάζας επί την ταχύτητα είναι η ορμή:

$$\vec{J} = \mathbf{m} \cdot \vec{v} \quad (6.2)$$

Το πρώτο πόρισμα που προκύπτει από τη σχέση (6.1), είναι η **αρχή διατηρήσεως της ορμής: Σε ένα σύστημα, στο οποίο η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων ισούται με μηδέν, η ορμή παραμένει σταθερή.**

Από τη σχέση (6.1) άμεσα προκύπτει η ακόλουθη:

$$\vec{J}_2 - \vec{J}_1 = \int_1^2 \Sigma \vec{F} \cdot dt \quad (6.3)$$

Η ποσότητα:

$$\vec{\Omega} = \int_1^2 \Sigma \vec{F} \cdot dt \quad (6.4)$$

καλείται **ώθηση** και η προηγούμενη σχέση εκφράζει το **Θεώρημα ωθήσεως-ορμής: Η μεταβολή της ορμής ενός συστήματος ισούται με την ώθηση, η οποία ασκείται στο σύστημα:**

$$\vec{J}_2 - \vec{J}_1 = \vec{\Omega} \quad (6.5)$$

Οι παραπάνω σχέσεις είναι διανυσματικές. Η αξιοποίησή τους στους υπολογισμούς, γίνεται συνήθως με ανάλυση σε άξονες συντεταγμένων (είτε γεωμετρικά). Έτσι, στη γενική περίπτωση τρισδιάστατου φαινομένου, αναλύοντας τα διανύσματα που συμμετέχουν στη σχέση (6.3) σε άξονες x, y και z, προκύπτει το σύστημα των ισοδυνάμων σχέσεων:

$$J_{2x} - J_{1x} = \int_1^2 \Sigma F_x \cdot dt \quad (6.3\alpha)$$

$$J_{2y} - J_{1y} = \int_1^2 \Sigma F_y \cdot dt \quad (6.3\beta)$$

$$J_{2z} - J_{1z} = \int_1^2 \Sigma F_z \cdot dt \quad (6.3\gamma)$$

Αν το φαινόμενο είναι δισδιάστατο, αρκούν οι δύο πρώτες σχέσεις, ενώ αν τα διανύσματα δεν μεταβάλλονται κατά διεύθυνση, αρκεί μόνο η πρώτη.

Αν η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή (κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά), η εξίσωση (6.3) παίρνει την απλούστερη (διανυσματική) μορφή:

$$\vec{J}_2 - \vec{J}_1 = \Sigma \vec{F} \cdot \Delta t \quad (6.3\delta)$$

Οι δυσκολίες που συναντάμε στην εφαρμογή του Θεωρήματος ωθήσεως-ορμής, όταν μεταβάλλεται και η διεύθυνση των διανυσμάτων, φαίνονται στο παράδειγμα που ακολουθεί.

Παράδειγμα 1

Αυτοκίνητο μάζας 1000 Kg, κινούμενο με ταχύτητα 100 Km/h, εισέρχεται σε στροφή 30°, ακτίνας καμπυλότητας 20 m. α) Να υπολογισθεί η οριζόντια δύναμη που πρέπει να ασκηθεί από το οδόστρωμα στο αυτοκίνητο, ώστε να ακολουθήσει την πορεία του οδοστρώματος. Να συγκριθεί αυτή η δύναμη με το βάρος του αυτοκινήτου. β) Να υπολογισθεί η μεταβολή της ορμής.

Λύση:

$$\text{Δεδομένα: } v_1 = v_2 = 100 \text{ m/h} = 27,78 \text{ m/s}$$

$$(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 30^\circ, m = 1000 \text{ Kg}, R = 20 \text{ m}$$

Ζητούμενο: \vec{F} .

α) Όσο το κινητό αλλάζει διεύθυνση με σταθερή επιτροχία ταχύτητα, η \vec{F} λειτουργεί ως κεντρομόλος δύναμη, άρα έχει διεύθυνση κάθετη στο διάνυσμα της ταχύτητας και παραμένει σταθερή κατά μέτρο:

$$F = m \cdot v^2 / R \Rightarrow F = 38.580 \text{ N} = 38,58 \text{ KN}$$

Το βάρος του αυτοκινήτου είναι:

$$B = m \cdot g \Rightarrow B = 9810 \text{ N} = 9,81 \text{ KN}$$

Άρα: $F = 3,93 \cdot B$

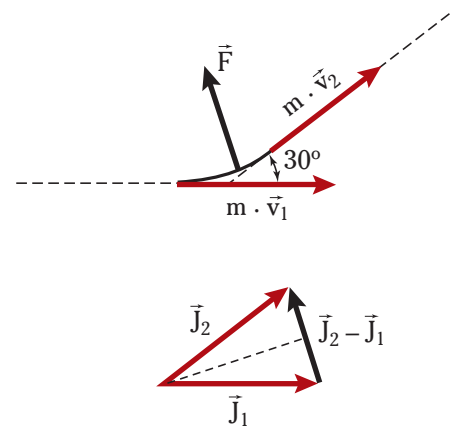
β) Τα διανύσματα της ταχύτητας και της δυνάμεως (κατά συνέπεια και της ορμής και της ωθήσεως) αλλάζουν διεύθυνση, παραμένοντας πάντα στο ίδιο (οριζόντιο) επίπεδο. Άρα η ανάλυσή μας περιορίζεται στους άξονες x και y.

Η διεύθυνση της ορμής (και της ταχύτητας) μεταβάλλεται κατά 30° (όπως φαίνεται στο σχ. 6.1), αφού το μέτρο της παραμένει σταθερό:

$$J_1 = J_2 = m \cdot v = 27.778 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

Από το σχήμα υπολογίζουμε και την κλίση του διανύσματος:

$$\vec{J}_1, \vec{J}_2 - \vec{J}_1 = 180 - 75 = 105^\circ$$



Σχ. 6.1.

– Υπολογισμός με ανάλυση σε άξονες:

Αναλύουμε την ορμή σε οριζόντια και κάθετη συνιστώσα (για γωνία θ):

$$J_{1x} = J_1 = 27.778 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

$$J_{1y} = 0$$

$$J_{2x} = J_2 \cdot \cos 30^\circ = 24.056 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

$$J_{2y} = J_2 \cdot \sin 30^\circ = 13.889 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Omega_x = J_{2x} - J_{1x} = -3722 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\Omega_y = J_{2y} - J_{1y} = 13.889 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

Συνθέτουμε:

$$\Omega = \sqrt{\Omega_x^2 + \Omega_y^2} \Rightarrow \Omega = 14.379 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\tan(\vec{J}_1, \vec{\Omega}) = \frac{\Omega_y}{\Omega_x} \Rightarrow (\vec{J}_1, \vec{\Omega}) = -75^\circ$$

Σημείωση: Ένα συνηθισμένο λάθος είναι η άμεση χρήση της εξίσωσης (6.3), θεωρώντας τη δύναμη σταθερή. Η δύναμη είναι σταθερή μόνο κατά μέτρο, αλλά η διεύθυνσή της μεταβάλλεται. Αν και το παράδειγμα είναι δανεισμένο από τη μηχανική των στερεών σωμάτων, δεν είναι καθόλου άσχετο με τη Μηχανική των Ρευστών. Όπως αλλάζει διεύθυνση το αυτοκίνητο στις στροφές, έτσι αλλάζει διεύθυνση και ένα ρέον ρευστό στις γωνίες, με αποτέλεσμα τη μεταβολή της ορμής του. Επίσης, πολύ συχνά το ρευστό μεταβάλλει το μέτρο της μέσης ταχύτητας (για μόνιμη ροή σε σωλήνες, στα εξαρτήματα αλλαγής διαμέτρου). Οι διαταραχές ροής που δημιουργούνται, κάνουν τα αντίστοιχα φαινόμενα οπωσδήποτε πιο πολύπλοκα, αφού οι στοιχειώδεις μάζες του ρευστού μπορεί να έχουν διαφορετικές μεταξύ τους κινήσεις (π.χ. κάποιες στοιχειώδεις μάζες στροβιλίζονται, ενώ κάποιες άλλες κινούνται κατά προσέγγιση γραμμικά).

6.2 Η εξίσωση της ορμής.

Σύμφωνα με την εξίσωση (6.1), ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος ή συστήματος, ισούται με τη συνισταμένη επί αυτού δύναμη. Η σχέση αυτή, εφαρμοζόμενη στη ροή των ρευστών, οδηγεί στην εξίσωση της ορμής. Στη γενική της μορφή παρουσιάζει εξαιρετική πολυπλοκότητα. Στην παρακάτω ανάλυση, θα θεωρήσουμε τη ροή μονοδιάστατη (σύμφωνα με τον ορισμό που δώσαμε στο Τρίτο Κεφάλαιο, παράγρ. 3.1.1) και θα επικεντρώσουμε στη μόνιμη ροή ασυμπίεστων ρευστών.

Έστω πεδίο μόνιμης ροής ασυμπίεστου ρευστού και εντός αυτού ο στοιχειώδης ροϊκός σωλήνας 1–2 του σχήματος 6.2α. Σύμφωνα με τη συνθήκη μη εισχωρήσεως (παράγρ. 3.1.1) δεν υπάρχει πλευρική ανταλλαγή μάζας μεταξύ του ροϊκού σωλήνα και του περιβάλλοντος. Υπάρχει λοιπόν μία είσοδος εμβαδού dA_1 , στην οποία η ταχύτητα είναι \vec{v}_1 (κάθετη στην επιφάνεια dA_1) και μία έξοδος, εμβαδού dA_2 και ταχύτητας \vec{v}_2 (κάθετη στην dA_2). Στο χρονικό διάστημα dt εισέρχεται από τη διατομή dA_1 του ροϊκού σωλήνα, ρευστό μάζας dm_1 και εξέρχεται από τη διατομή dA_2 , ρευστό μάζας dm_2 . Κατά συνέπεια, η εισερχόμενη στοιχειώδης μάζα κατά το χρόνο dt , έχει ορμή διαφορετική από την εξερχόμενη:

$$d\vec{J}_1 = dm_1 \cdot \vec{v}_1 \quad \text{και} \quad d\vec{J}_2 = dm_2 \cdot \vec{v}_2$$

Άρα η ορμή της φλέβας ροής 1–2 μεταβλήθηκε:

$$d\vec{J}_2 - d\vec{J}_1 = dm_2 \cdot \vec{v}_2 - dm_1 \cdot \vec{v}_1$$

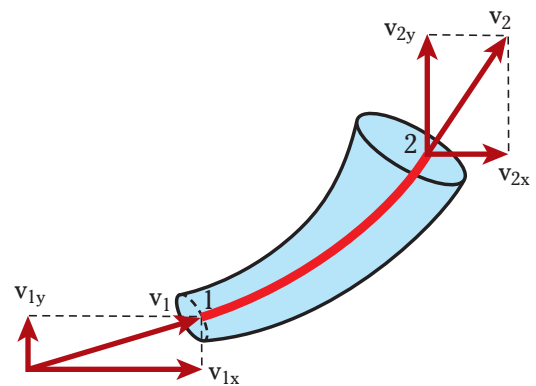
Σύμφωνα με το Θεώρημα ωθήσεως–ορμής:

$$d\vec{J}_2 - d\vec{J}_1 = d\vec{F} \cdot dt$$

και εξισώνοντας προκύπτει:

$$d\vec{F} \cdot dt = dm_2 \cdot \vec{v}_2 - dm_1 \cdot \vec{v}_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d\vec{F} = \frac{dm_2 \cdot \vec{v}_2 - dm_1 \cdot \vec{v}_1}{dt}$$



Σχ. 6.2α.

Μεταβολή της ορμής σε ροϊκό σωλήνα.

$$d\vec{F} = d\dot{m}_2 \cdot \vec{v}_2 - d\dot{m}_1 \cdot \vec{v}_1 \quad (6.6)$$

Είναι: $d\dot{m} = \rho \cdot dQ$

και $dQ = v \cdot dA$

οπότε η εξίσωση (6.6) γίνεται:

$$d\vec{F} = (\rho \cdot v_2) \cdot \vec{v}_2 \cdot dA_2 - (\rho \cdot v_1) \cdot \vec{v}_1 \cdot dA_2 \cdot dA_1 \quad (6.7)$$

Και ολοκληρώνοντας για τον ευρύτερο ροϊκό σωλήνα του σχήματος 6.2α:

$$\Sigma F = \int_{A_2} (\rho \cdot v_2) \cdot \vec{v}_2 \cdot dA_2 - \int_{A_1} (\rho \cdot v_1) \cdot \vec{v}_1 \cdot dA_1 \quad (6.8)$$

Αν υποθέσουμε ότι η ταχύτητα \vec{v}_1 είναι κοινή για όλη τη διατομή A_1 και αντίστοιχα η \vec{v}_2 για τη διατομή A_2 , από την εξίσωση (6.8) προκύπτει:

$$\Sigma F = (\rho \cdot v_2) \cdot \vec{v}_2 \cdot A_2 - (\rho \cdot v_1) \cdot \vec{v}_1 \cdot A_1 \quad (6.8a)$$

Επειδή η ροή είναι μόνιμη, ισχύει:

$$Q_1 = Q_2 = Q \Rightarrow v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 = Q$$

Αντικαθιστώντας:

$$\Sigma \vec{F} = \rho \cdot Q \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \quad (6.9)$$

Δηλαδή, η συνισταμένη δύναμη, η οποία ασκείται σε φλέβα μόνιμης ροής ασυμπίεστου ρευστού, έχει διεύθυνση τη διεύθυνση μεταβολής της ταχύτητας και το μέτρο της είναι ανάλογο της παροχής όγκου, της πυκνότητας του ρευστού και του μέτρου της μεταβολής της ταχύτητας.

Η εξίσωση (6.9) είναι γνωστή ως **εξίσωση της ορμής για μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού**.

Η εξίσωση της ορμής είναι διανυσματική. Μπορούμε να αναλύσουμε τα διανυσματικά μεγέθη που συναντάμε σ' αυτή (δύναμη και ταχύτητα) σε συνιστώσες κατά τους (κάθετους) άξονες x, y και z και να πάρουμε μη διανυσματικές εξισώσεις που περιγράφουν το φαινόμενο και που είναι ιδιαίτερα χρήσιμες στους υπολογισμούς:

$$\Sigma F_x = \rho \cdot Q \cdot (v_{2x} - v_{1x}) \quad (6.9a)$$

$$\Sigma F_y = \rho \cdot Q \cdot (v_{2y} - v_{1y}) \quad (6.9\beta)$$

$$\Sigma F_z = \rho \cdot Q \cdot (v_{2z} - v_{1z}) \quad (6.9\gamma)$$

Σε πολλά προβλήματα (όπως π.χ. μία σωλήνωση αναπτυγμένη σε ένα επίπεδο), η ανάλυση σε δύο άξονες (x, y) είναι αρκετή, επομένως αξιοποιούνται οι δύο από τις παραπάνω σχέσεις. Όταν μάλιστα έχουμε μία διεύθυνση ροής (π.χ. ευθύγραμμος αγωγός), η εξίσωση κατά τον άξονα x είναι αρκετή για την αντιμετώπιση του προβλήματος.

Από την παραπάνω ανάλυση, προκύπτει και ο ρυθμός με τον οποίο διέρχεται η ορμή ενός ρεύματος από μία διατομή κάθετη στη ροή. Αυτός, για μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού είναι:

$$\frac{\vec{J}}{dt} = \rho \cdot Q \cdot \vec{v} \quad (6.10)$$

Η σχέση αυτή είναι χρήσιμη στην περίπτωση κατά την οποία έχουμε **σύστημα με περισσότερες από μία εισόδους ή εξόδους** (π.χ. διακλάδωση ροής). Σ' αυτήν την περίπτωση η εξίσωση της ορμής δεν καλύπτεται από τη εξίσωση (6.9). Πιο συγκεκριμένα, το Θεώρημα ωθήσεως-ορμής δίνει:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Sigma \vec{J}_{εξ} - \Sigma \vec{J}_{εισ}}{dt} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = \rho \cdot \sum_{εξ} Q_i \vec{v}_i - \rho \cdot \sum_{εισ} Q_j \vec{v}_j \quad (6.11)$$

Η εξίσωση (6.11) αποτελεί τη γενικευμένη εξίσωση της ορμής για μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού. Όπως και η ειδικότερη εξίσωση (6.9), η ανάπτυξή της σε άξονες συντεταγμένων είναι εξαιρετικά χρήσιμη για την υπολογιστική διαδικασία.

Παράδειγμα 2

Δεξαμενή νερού, εκρέει στην ατμόσφαιρα μέσω μικρού σωλήνα διαμέτρου 3 cm, προσαρμοσμένου στο τοίχωμά της και σε υψομετρική διαφορά 2 m από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού (σχ. 6.2β). Να υπολογισθούν η ταχύτητα εξόδου, η εξερχόμενη ορμή ανά μονάδα χρόνου και η δύναμη που ασκείται στο υγρό.

Λύση:

Δεδομένα: $h=2$ m, $\gamma=9,81$ KN/m³, $d=0,03$ m.

Ζητούμενα: v_2 , J_2/t , ΣF .

– Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα εξόδου, εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 (ελεύθερη επιφάνεια δεξαμενής) και του σημείου 2 (εκροή σωλήνα). Επειδή ο σωλήνας έχει μικρό μήκος, θεωρούμε τις γραμμικές απώλειες αμελητέες:

$$(y_1 - y_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \Sigma h \quad (1)$$

$$y_1 - y_2 = h$$

$$p_1 = p_2 = p_{\text{atm}} \Rightarrow p_1 - p_2 = 0$$

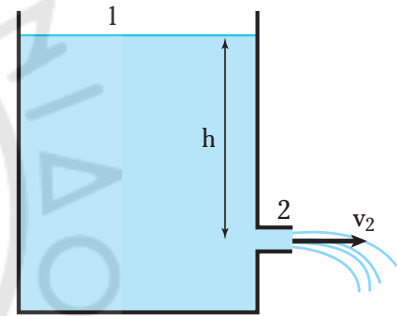
$$v_1 = 0$$

$$\Sigma h \cong K \cdot \frac{v_2^2}{2g}$$

$$(1) \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{K+1}} \quad (2)$$

$$K = 0,5 \text{ (παράγρ. 5.5.2, έξοδος από δεξαμενή)}$$

$$(2) \Rightarrow v_2 = 5,11 \text{ m/s.}$$



Σχ. 6.2β.

Σημείωση: Αν θεωρούσαμε τις απώλειες αμελητέες, θα υπολογίζαμε:

$$v_2 = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_2 = 6,26 \text{ m/s}$$

Η τιμή αυτή παρουσιάζει σημαντική απόκλιση από την ταχύτητα που υπολογίσαμε παραπάνω.

– Στην ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής, η ταχύτητα είναι μηδενική, άρα και η ορμή. Επομένως, η μεταβολή της ορμής ισούται με την εξερχόμενη με το ρευστό ορμή. Η διεύθυνση της ταχύτητας v_2 , άρα και της ορμής J_2 , είναι οριζόντια, και για τούτο αναφερόμαστε στον άξονα x:

$$J_{2x} - J_{1x} = J_{2x} = J_2.$$

Σύμφωνα με το Δεύτερο Νόμο του Newton (εξίσωση 6.1):

$$dJ/dt = \Sigma F \Rightarrow J_2/t = \Sigma F$$

Από την εξίσωση της συνέχειας υπολογίζουμε την παροχή:

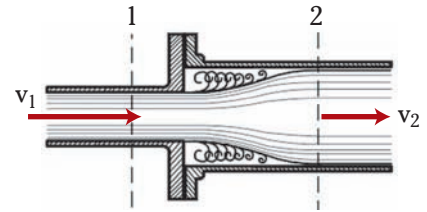
$$Q = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 \Rightarrow Q = 0,0036 \text{ m}^3/\text{s}$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της ορμής (6.9α):

$$\Sigma F_x = \rho \cdot Q \cdot (v_{2x} - v_{1x}) \Rightarrow \Sigma F = 18,5 \text{ N}$$

$$\text{Άρα: } J_2/t = \Sigma F = 18,5 \text{ N.}$$

Σημειώνουμε ότι ίση και αντίθετη οριζόντια δύναμη θα ασκεί το εξερχόμενο υγρό στη δεξαμενή (Αρχή δράσεως-αντιδράσεως).



Σχ. 6.2γ.

Παράδειγμα 3

Νερό ρέει σε σωλήνα διαμέτρου 2 in, με σταθερή παροχή 420 L/min. Σε κάποιο σημείο, υπάρχει η απότομη διαστολή του σχήματος 6.2γ και το ρευστό συνεχίζει τη ροή σε σωλήνα διπλάσιας διαμέτρου. Να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται στη διαστολή.

Λύση:

$$\text{Δεδομένα: } d_1 = 2 \text{ in} = 0,0508 \text{ m}, \quad d_2 = 2 \cdot d_1 = 0,1016 \text{ m}$$

$$Q = 420 \text{ L/min} = 0,07 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3.$$

Ζητούμενο: ΣF

Η ροή γίνεται κατά τη διεύθυνση του (οριζόντιου) άξονα x. Δεν υπάρχει μεταβολή ταχύτητας, άρα και ορμής κατά άλλη διεύθυνση. Επομένως:

$$\Sigma F = \Sigma F_x, \quad v_1 = v_{1x}, \quad v_2 = v_{2x}$$

Σύμφωνα με την εξίσωση της ορμής:

$$\Sigma F_x = \rho \cdot Q \cdot (v_{2x} - v_{1x}) \Rightarrow \Sigma F = \rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) \quad (1)$$

Οι ταχύτητες υπολογίζονται από την εξίσωση της συνέχειας:

$$v_i = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_i^2} \Rightarrow v_1 = 3,454 \text{ m/s}, \quad v_2 = 0,863 \text{ m/s.}$$

Αντικαθιστώντας στην (1) λαμβάνουμε: $\Sigma F = -18,13 \text{ N}$.

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η φορά της δυνάμεως είναι αντίθετη προς τη φορά των ταχυτήτων (τις οποίες θεωρήσαμε θετικές, προσημαίνοντας έτσι τον άξονα x).

Παράδειγμα 4

Σε σωλήνα διαμέτρου 3 in, ρέει κηροζίνη σχετικής πυκνότητας 0,8 με παροχή 60 m³/h. Αν η διεύθυνση ροής μεταβάλλεται κατά 90°, να υπολογισθεί η δύναμη που ασκεί ο αγωγός στο υγρό.

Λύση:

$$\text{Δεδομένα: } d = 3 \text{ in} = 0,0762 \text{ m}, \quad Q = 60 \text{ m}^3/\text{h} = 60/3600 \text{ m}^3/\text{h},$$

$$\rho_{\text{ox}} = 0,8, \quad \text{γωνία } 90^\circ.$$

Ζητούμενο: ΣF

Έχομε αλλαγή διευσθύνσεως της ροής, επομένως η επίλυση πρέπει να γίνει είτε διανυσματικά, είτε αναλύοντας τα διανυσματικά μεγέθη σε κάθετους άξονες x και y. Προτείνουμε τη δεύτερη μέθοδο.

Σχεδιάζουμε το σχετικό σκαρίφημα. (Στο συγκεκριμένο πρόβλημα δεν μας ενδιαφέρουν οι τοπικές απώλειες, επομένως και η καμπυλότητα της γωνίας. Αρκεί ο όγκος ελέγχου 1-2 να περιλαμβάνει την αλλαγή κατευθύνσεως).

Οι εξισώσεις της ορμής για τους δύο άξονες είναι:

$$\Sigma F_x = \rho \cdot Q \cdot (v_{2x} - v_{1x}) \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = \rho \cdot Q \cdot (v_{2y} - v_{1y}) \quad (2)$$

Οι ταχύτητες στις διατομές 1 και 2 έχουν ίδιο μέτρο v, αλλά διαφορετική διεύθυνση. Οι προβολές τους

στους άξονες του σχήματος 6.26 είναι:

$$\begin{aligned} v_{1x} &= v & v_{1y} &= 0 \\ v_{2x} &= 0 & v_{2y} &= v \end{aligned}$$

Το μέτρο της ταχύτητας υπολογίζεται από την εξίσωση συνέχειας:

$$v_i = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_i^2} \Rightarrow v = 3,655 \text{ m/s}$$

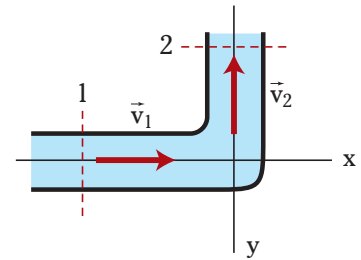
$$(1) \Rightarrow \Sigma F_x = (0,8 \cdot 1000) \cdot \left(\frac{60}{3600} \right) \cdot (0 - 3,655) \text{ N} \Rightarrow \Sigma F_x = -48,73 \text{ N}$$

$$(2) \Rightarrow \Sigma F_y = (0,8 \cdot 1000) \cdot \left(\frac{60}{3600} \right) \cdot (3,655 - 0) \text{ N} \Rightarrow \Sigma F_y = \pm 48,73 \text{ N}$$

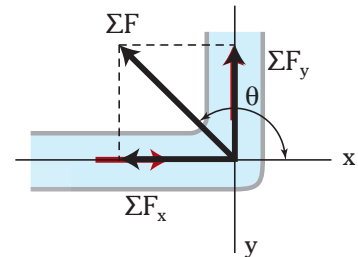
Τοποθετούμε τις δυνάμεις στους άξονες και συνθέτουμε (σχ. 6.2ε):

$$\Sigma F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow \Sigma F = 68,9 \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \Rightarrow \tan \theta = -1 \Rightarrow \theta = -135^\circ$$



Σχ. 6.26.



Σχ. 6.2ε.

6.3 Διορθωτικοί συντελεστές ορμής.

Η εξίσωση της ορμής για μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού [διανυσματική εξίσωση 6.9 είτε εξισώσεις (6.9α), (6.9β), (6.9γ)], παρουσιάζει το μεγαλύτερο πρακτικό ενδιαφέρον όταν ο ροϊκός σωλήνας είναι πραγματικός αγωγός. Σ' αυτήν την περίπτωση όμως, παρουσιάζεται ένα πρόβλημα, το οποίο σχετίζεται με τις ταχύτητες των ρευστών.

Οι παραπάνω σχέσεις προέκυψαν με την υπόθεση ότι οι ταχύτητες είναι σταθερές σε όλα τα σημεία της αντίστοιχης διατομής. Αλλά, όπως είδαμε στο Τρίτο Κεφάλαιο, στο οριακό στρώμα η ταχύτητα μεταβάλλεται: Σε μία διατομή κάθετη στη διεύθυνση ροής, αυξάνεται καθώς απομακρυνόμαστε από το τοίχωμα. Στους σωλήνες που το ρευστό ρέει υπό πίεση, το οριακό στρώμα καλύπτει όλη τη διατομή. Άρα σε μία κάθετη διατομή, η ταχύτητα μεταβάλλεται. Για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα αυτό, στις εξισώσεις που περιγράφουν τα φαινόμενα της ροής, χρησιμοποιούμε τη **μέση ταχύτητα** στις αντίστοιχες διατομές των αγωγών. Αυτό όμως δεν είναι ακριβές στην περίπτωση της εξίσωσης της ορμής. Υπενθυμίζουμε ότι παρόμοιο πρόβλημα ακρίβειας συναντήσαμε και στην εξίσωση ενέργειας (παράγρ. 3.4.5). Το αντιμετωπίσαμε εισάγοντας τους διορθωτικούς συντελεστές κινητικής ενέργειας α.

Αποδεικνύεται πως η ορμή που μεταφέρεται κατά τη διεύθυνση της ροής, είναι μεγαλύτερη απ' αυτήν που υπολογίζεται με τη χρήση της μέσης ταχύτητας. Γι' αυτό, όταν απαιτείται μεγάλη ακρίβεια υπολογισμών, χρησιμοποιούμε **συντελεστές διορθώσεως της ορμής β** (αντίστοιχους με τους συντελεστές διορθώσεως της κινητικής ενέργειας α).

Για να προσεγγίσουμε το πρόβλημα, συμβολίζουμε με u την τοπική ταχύτητα και με v τη μέση. Σύμφωνα με την εξίσωση (6.8), ο ρυθμός με τον οποίο διέρχεται η ορμή μέσα από μια διατομή A κάθετη στη ροή, ισούται με:

$$\dot{J} / t = \rho \cdot \int_A \mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{u}} \cdot dA \quad (6.12)$$

(Το ρευστό είναι ασυμπίεστο, άρα η πυκνότητα ρ είναι σταθερή).

Αν συμβολίσουμε με $\bar{\mathbf{n}}$ το μοναδιαίο διάνυσμα το κάθετο στην (επίπεδη) διατομή A , έχουμε:

$$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{n}}$$

και η εξίσωση (6.10) γίνεται:

$$\bar{J}/t = \rho \cdot \bar{n} \cdot \int_A u^2 \cdot dA \quad (6.12\alpha)$$

Χρησιμοποιώντας το μέτρο της μέσης ταχύτητας v , λαμβάνουμε:

$$\bar{J}/t = \rho \cdot v^2 \cdot \bar{n} \cdot A = \rho \cdot v \cdot Q \cdot \bar{n} \quad (6.12\beta)$$

Εξισώνοντας:

$$\int_A u^2 \cdot dA = v \cdot Q$$

Επειδή όμως ο μέσος όρος των τετραγώνων είναι διαφορετικός από το τετράγωνο του μέσου όρου, η παραπάνω εξίσωση δεν είναι ακριβής. Για να αποκατασταθεί η ακρίβεια, πρέπει η μέση ταχύτητα v να πολλαπλασιασθεί επί έναν συντελεστή β :

$$\int_A u^2 \cdot dA = \beta \cdot v \cdot Q = \beta \cdot v^2 \cdot A$$

Έτσι προκύπτει ο διορθωτικός συντελεστής της ορμής β :

$$\beta = \frac{1}{v^2 \cdot A} \cdot \int_A u^2 \cdot dA \quad (6.13)$$

Η ακριβής επομένως έκφραση της εξισώσεως της ορμής (6.9) για μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού, είναι:

$$\Sigma \bar{F} = \rho \cdot Q \cdot (\beta_2 \cdot \bar{v}_2 - \beta_1 \cdot \bar{v}_1) \quad (6.14)$$

Αντίστοιχες διορθώσεις γίνονται και στις εξισώσεις (6.10) και (6.11).

Για τον υπολογισμό του διορθωτικού συντελεστή, απαιτείται η γνώση της κατανομής ταχυτήτων στην επιφάνεια A της κάθετης διατομής. Αυτή είναι γνωστή στην περίπτωση της στρωτής ροής (παράγρ. 5.2γ):

$$u = u_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (5.3)$$

Σ τ n v τυρβώδη ροή, δίνεται προσεγγιστικά από την εμπειρική εξίσωση:

$$u \approx u_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)^n \quad \text{με } \frac{1}{9} \leq n \leq \frac{1}{5} \quad (5.3\alpha)$$

Για **στρωτή ροή** σε κυλινδρικό σωλήνα προκύπτει: $\beta = 4/3$

= 1,33.

Στην **τυρβώδη ροή** ο συντελεστής διορθώσεως είναι σημαντικά μικρότερος, προσεγγίζοντας τη μονάδα: $\beta = 1,04$ (για $n = 1/5$) ως $\beta = 1,01$ (για $n = 1/9$).

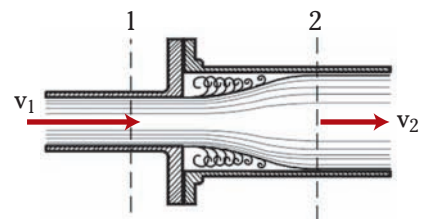
Στη συνέχεια, στα προβλήματα τυρβώδους ροής, θα θεωρήσουμε $\beta=1$ (εκτός αν δίνεται άλλη τιμή).

Παράδειγμα 5

Γλυκερίνη σχετικής πυκνότητας 1,26 και κινηματικού ιξώδους $1,18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ ρέει σε σωλήνα διαμέτρου 2 in, με σταθερή παροχή 420 L/min. Σε κάποιο σημείο υπάρχει η απότομη διαστολή του σχήματος 6.3 και το ρευστό συνεχίζει τη ροή σε σωλήνα διπλάσιας διαμέτρου. Να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται στη διαστολή.

Λύση:

Δεδομένα: $d_1 = 2 \text{ in} = 0,0508 \text{ m}$, $d_2 = 2 \cdot d_1 = 0,1016 \text{ m}$



Σχ. 6.3

$$Q = 420 \text{ L/min} = 0,07 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\rho_{\text{ox}} = 1,26 \Rightarrow \rho = 1260 \text{ Kg/m}^3, \quad \nu = 1,18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Ζητούμενο: ΣF

Όπως και στο παράδειγμα 3, από την εξίσωση της συνέχειας υπολογίζουμε τις μέσες ταχύτητες:

$$v_i = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_i^2} \Rightarrow v_1 = 3,454 \text{ m/s}, \quad v_2 = 0,863 \text{ m/s}$$

Οι αριθμοί Reynolds που αντιστοιχούν είναι:

$$Re = \frac{v_i \cdot d_i}{\nu} \Rightarrow Re_1 = 148,7 \quad Re_2 = 74,3$$

Άρα η ροή και στους δύο σωλήνες είναι στρωτή. Εφαρμόζουμε την εξίσωση ορμής με τους διορθωτικούς συντελεστές $\beta_1 = \beta_2 = 4/3$ (εξίσωση 6.12):

$$\Sigma F = \rho \cdot Q \cdot (\beta_2 \cdot v_2 - \beta_1 \cdot v_1) \Rightarrow \Sigma F = -30,46 \text{ N}$$

Σημείωση: Αν δεν χρησιμοποιούσαμε τους διορθωτικούς συντελεστές β , θα υπολογίζαμε: $\Sigma F = -22,85 \text{ N}$, δηλαδή θα είχαμε απόκλιση 25%. Γενικά συνίσταται, στην περίπτωση της στρωτής ροής, να χρησιμοποιούμε τους διορθωτικούς συντελεστές ορμής.

6.4 Δυνάμεις ασκούμενες σε αγωγούς.

Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της εξισώσεως της ορμής, βρίσκεται στο ότι μας επιτρέπει να υπολογίσουμε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε μια ρέουσα ποσότητα υγρού, γνωρίζοντας μόνο τις ταχύτητες εισόδου και εξόδου στο τμήμα του αγωγού που επιλέγουμε.

Τα υπολογιστικά προβλήματα όμως δεν τελειώνουν σ' αυτό το σημείο. Συνήθως δεν μας απασχολεί η συνισταμένη δύναμη, αλλά κάποια εκ των συνιστωσών της. Επομένως, κατά την εφαρμογή της εξισώσεως της ορμής, πρέπει να αναγνωρίζουμε και να λαμβάνουμε υπόψη όλες τις συνιστώσες δυνάμεις που δρουν επί του ρευστού. Τέτοιες δυνάμεις συνήθως είναι:

α) Οι **δυνάμεις πίεσεως** κατά τη διεύθυνση της ροής στις διατομές A_1 και A_2 (σχ. 6.4α):

$$\vec{F}_{p1} = p_1 \cdot A_1 \cdot \vec{n}_1 \quad (6.15\alpha)$$

$$\vec{F}_{p2} = -p_2 \cdot A_2 \cdot \vec{n}_2 \quad (6.15\beta)$$

όπου: \vec{n}_1 και \vec{n}_2 τα μοναδιαία διανύσματα τα κάθετα στις επιφάνειες A_1 και A_2 αντίστοιχα (οι δυνάμεις πίεσεως είναι πάντοτε κάθετες στις επιφάνειες) και p_1, p_2 οι πιέσεις στις διατομές 1 και 2.

Τα μέτρα των δυνάμεων πίεσεως δίνονται από τις εξισώσεις :

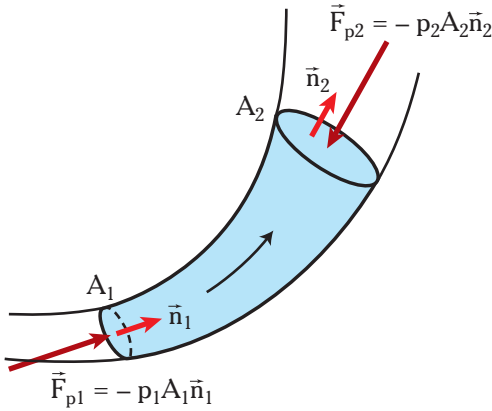
$$F_{p1} = p_1 \cdot A_1 \quad (6.15\alpha)$$

$$F_{p2} = p_2 \cdot A_2 \quad (6.15\beta)$$

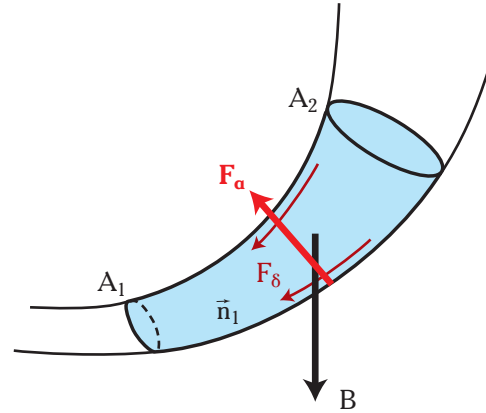
Επισημαίνουμε ότι η φορά της F_{p2} στην έξοδο, είναι πάντοτε αντίθετη της ταχύτητας ροής v_2 .

Σημείωση: Επειδή αυτό που τελικά μας ενδιαφέρει, είναι ο υπολογισμός της δυνάμεως που δέχεται ο αγωγός, πρέπει να λάβουμε υπόψη και να χρησιμοποιήσουμε στις παραπάνω σχέσεις, τη σχετική πίεση (και όχι την απόλυτη), όπως ακριβώς κάναμε και κατά τον υπολογισμό των δυνάμεων υδροστατικής πίεσεως επί διαχωριστικών τοιχωμάτων (παράγρ. 2.5.3).

β) **Οι δυνάμεις του πεδίου βαρύτητας, B** (σχ. 6.4β) (οι οποίες παίζουν ρόλο, όταν ο αγωγός έχει κλίση ως προς το οριζόντιο επίπεδο) είναι:



Σx. 6.4α.
Δυνάμεις πίεσεως.



Σx. 6.4β.
Δυνάμεις βαρύτητας, διατμήσεως, αντιδράσεως.

$$B = m \cdot g = \gamma \cdot V = \gamma \cdot Q \cdot t \tag{6.16}$$

όπου: γ το ειδικό βάρος του ρευστού, V ο όγκος που επιλέξαμε, Q η παροχή όγκου και t ο χρόνος διελεύσεως μιας στοιχειώδους μάζας από τον επιλεγμένο όγκο ελέγχου.

Αν η διατομή του αγωγού δεν μεταβάλλεται, η ταχύτητα παραμένει σταθερή (κατά μέτρο) και έχουμε: $t = L/v$ (όπου: L το μήκος). Η εξίσωση (6.16) γίνεται:

$$\begin{aligned} B &= \gamma \cdot Q \cdot L / v \Rightarrow \\ \Rightarrow B &= \gamma \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot L \end{aligned} \tag{6.16a}$$

Υπενθυμίζουμε ότι το βάρος έχει πάντοτε κατακόρυφο διεύθυνση και φορά προς τα κάτω.

Σε ορισμένες ειδικές περιπτώσεις έχουμε να αντιμετωπίσουμε και δυνάμεις ασκούμενες από άλλα πεδία (π.χ. φυγοκεντρικό πεδίο).

γ) **Οι δυνάμεις που ασκούν τα τοιχώματα του αγωγού, F_t .** Αυτές μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες:

- **Δυνάμεις ιξώδους διατμήσεως, F_δ** (αντιστάσεως στη ροή), που ασκεί το τοίχωμα του αγωγού (ή το περιρρέον τη φλέβα ροής ρευστό). Στα ιδανικά ρευστά ισούνται με μηδέν, αλλά στα πραγματικά είναι πάντα παρούσες (αν και σχετικά μικρές). Η διεύθυνσή τους ταυτίζεται πάντοτε με τη διεύθυνση της ταχύτητας ροής, αλλά έχουν αντίθετη φορά. Οι δυνάμεις αυτές είναι υπεύθυνες για τις ενεργειακές απώλειες λόγω τριβών.
- **Δυνάμεις αντιδράσεως των τοιχωμάτων, F_a .** Τα στερεά τοιχώματα των αγωγών αντιδρούν στις δυνάμεις πίεσεως του ρευστού και στο βάρος του (όταν η ροή δεν είναι κατακόρυφη). Επίσης, τα τμήματα των τοιχωμάτων που εμποδίζουν την ευθύγραμμη κίνηση του ρευστού, όπως ένα εξάρτημα αλλαγής διευθύνσεως ή μειώσεως διαμέτρου, ασκούν δυνάμεις στις στοιχειώδεις μάζες του ρευστού που κινούμενα ευθύγραμμα, προσπίπτουν επί αυτών. Σε μία στοιχειώδη επιφάνεια του τοιχώματος, η (στοιχειώδης) δύναμη αντιδράσεως είναι κάθετη επί αυτής. Πρόκειται δηλαδή για δυνάμεις πίεσεως. Η δυσκολία χωριστού υπολογισμού των δυνάμεων διατμήσεως και αντιδράσεως, μας αναγκάζει να τις αντιμετωπίζουμε ενιαία ως δυνάμεις τοιχώματος:

$$\vec{F}_t = \vec{F}_\delta + \vec{F}_a$$

Η **συνισταμένη δύναμη** που ασκείται στο ρευστό, αποτελεί το διανυσματικό άθροισμα των παραπάνω δυνάμεων:

$$\Sigma \vec{F} = (\vec{F}_{p1} + \vec{F}_{p2}) + \vec{B} + \vec{F}_\tau \quad (6.17)$$

Και στην περίπτωση συνθέσεως δυνάμεων, η ανάλυση σε άξονες συντεταγμένων είναι η ενδεικνυόμενη μέθοδος εργασίας. Από την εξίσωση (6.15) παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = (F_{p1x} + F_{p2x}) + B_x + F_{\tau x} \quad (6.17\alpha)$$

$$\Sigma F_y = (F_{p1y} + F_{p2y}) + B_y + F_{\tau y} \quad (6.17\beta)$$

$$\Sigma F_z = (F_{p1z} + F_{p2z}) + B_z + F_{\tau z} \quad (6.17\gamma)$$

Όσον αφορά στον υπολογισμό των δυνάμεων, σημειώνουμε τα ακόλουθα:

- Η συνισταμένη δύναμη ΣF υπολογίζεται, όπως αναφέραμε, από την εξίσωση της ορμής (εξίσωση 6.9).
- Οι δυνάμεις πίεσεως F_{p1} και F_{p2} δύνανται να υπολογισθούν από τις εξισώσεις (6.15), εφόσον γνωρίζουμε τα εμβαδά διατομής και τις πιέσεις στην είσοδο και την έξοδο του όγκου ελέγχου που μελετάμε.
- Το βάρος υπολογίζεται επίσης ανεξάρτητα από την εξίσωση (6.16).
- Η δύναμη F_τ που ασκεί ο αγωγός, δεν είναι δυνατόν να υπολογισθεί ανεξάρτητα από τις παραπάνω δυνάμεις. Θα υπολογισθεί με εφαρμογή των εξισώσεων (6.17).

Ένα πρόβλημα, το οποίο συναντάμε συχνά στην πράξη, είναι ο υπολογισμός της σπριζέως των σωληνώσεων (και γενικότερα των τοιχωμάτων τα οποία δέχονται δυνάμεις από τα ρευστά). Για την αντιμετώπισή του είναι αναγκαίος ο **υπολογισμός των δυνάμεων F που ασκεί το ρευστό στον αγωγό**. Αυτές είναι ίσες και αντίθετες με τις δυνάμεις F_τ , τις οποίες ασκεί ο αγωγός στο ρευστό (αρχή δράσεως-αντιδράσεως ή Τρίτος Νόμος του Newton).

Η προτεινόμενη **μεθοδολογία** είναι σε γενικές γραμμές η ακόλουθη:

1. **Υπολογίζουμε τη συνισταμένη δύναμη** με εφαρμογή της εξισώσεως της ορμής. Είναι προτιμότερο να εργαστούμε με τις εξισώσεις (6.9α), (6.9β) και (6.9γ), δηλαδή με τις προβολές σε άξονες συντεταγμένων, επιλέγοντας τους κατάλληλους προς τούτο άξονες.
2. Σημειώνουμε όλες τις ασκούμενες δυνάμεις (συνιστώσες) και **υπολογίζουμε τις δυνάμεις πίεσεως και το βάρος** (αν υπεισέρχεται στο πρόβλημα).
3. **Υπολογίζουμε τη δύναμη F_τ** , που ασκεί ο αγωγός στο ρευστό από τις εξισώσεις (6.17).
4. **Εφαρμόζουμε την αρχή δράσεως-αντιδράσεως**, σύμφωνα με την οποία, η ασκούμενη δύναμη στον αγωγό είναι ίση και αντίθετη με την F_τ :

$$\vec{F} = -\vec{F}_\tau$$

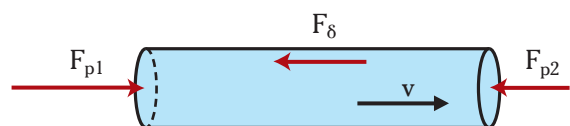
Φυσικά, η χρησιμότητα της εξισώσεως της ορμής, καθώς και ο υπολογισμός δυνάμεων που ασκούνται σε ρέοντα ρευστά, δεν εξαντλείται στους σχετικούς υπολογισμούς επί σωληνών πίεσεως.

6.5 Εφαρμογές.

6.5.1 Ευθύγραμμος αγωγός σταθερής διατομής.

Έστω οριζόντιος ευθύγραμμος σωλήνας, μήκους L και διαμέτρου d , στον οποίο ρέει ασυμπίεστο ρευστό με σταθερή παροχή Q (σχ. 6.5α). Κατά τον κατακόρυφο άξονα y , ισορροπούν οι δυνάμεις βάρους του ρευστού και αντιδράσεως του τοιχώματος.

Γενικά, αν σε κάποιον άξονα οι προβολές των ταχυτήτων είναι μηδενικές, οι προβολές των δυνάμεων ισορροπούν και δεν υπάρχει λόγος να περιλάβουμε τον άξονα αυτό στη μελέτη μας.



Σχ. 6.5α.

Ευθύγραμμος αγωγός σταθερής διατομής.

Οι δυνάμεις οι οποίες ασκούνται στο ρευστό κατά τον άξονα ροής x , είναι οι δυνάμεις πίεσεως και οι δυνάμεις ιξώδους διατμήσεως. Οι δυνάμεις αυτές δίνουν τη συνισταμένη δύναμη που μεταβάλλει την ορμή του ρευστού. Στη συγκεκριμένη όμως περίπτωση που εξετάζουμε, η ταχύτητα ροής παραμένει σταθερή (κατά μέτρο και φορά). Επομένως, και η ορμή παραμένει σταθερή. Σύμφωνα με την εξίσωση της ορμής, η συνισταμένη δύναμη ισούται με μηδέν:

$$\begin{aligned} \Sigma F = 0 &\Rightarrow F_{p1} - F_{p2} - F_{\delta} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_{\delta} = (p_1 - p_2) \cdot A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (p_1 - p_2) \end{aligned} \quad (6.18)$$

Επειδή δεν αλλάζει το εμβαδόν διατομής και η ταχύτητα, η συνισταμένη δύναμη πίεσεως εξαρτάται από τη διαφορά πιέσεων μεταξύ δύο διατομών του σωλήνα. Αυτή, υπολογίζεται από την εξίσωση Bernoulli.

$$\begin{aligned} \text{Είναι:} \quad y_1 - y_2 &= 0 && \text{(οριζόντιος σωλήνας)} \\ v_1 &= v_2 = v && \text{(μόνιμη ροή με σταθερή διατομή)} \\ \Sigma h &= h_f && \text{(δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες)} \end{aligned}$$

Οπότε η εξίσωση Bernoulli δίνει:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h_f \Rightarrow p_1 - p_2 = \gamma \cdot h_f$$

Οι γραμμικές απώλειες υπολογίζονται από την εξίσωση Darcy–Weisbach:

$$\begin{aligned} h_f &= \frac{8}{\pi^2 g} \cdot f \cdot \frac{L}{d^5} \cdot Q^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow p_1 - p_2 = \rho \cdot \frac{8}{\pi^2} \cdot f \cdot \frac{L}{d^5} \cdot Q^2 \end{aligned}$$

Με αντικατάσταση στην εξίσωση (2), προκύπτει:

$$F_{\delta} = \rho \cdot \frac{2}{\pi} \cdot f \cdot \frac{L}{d^3} \cdot Q^2 \quad (6.19)$$

Δηλαδή η δύναμη ιξώδους διατμήσεως σε οριζόντιο ευθύγραμμο σωλήνα, είναι ανάλογη του τετραγώνου της παροχής, ανάλογη του μήκους και αντιστρόφως ανάλογη της τρίτης δυνάμεως της διαμέτρου.

Κατ' ανάλογο τρόπο αντιμετωπίζονται τα προβλήματα υπολογισμού δυνάμεων σε ευθύγραμμους σωλήνες, με κλίση ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Σ' αυτήν την περίπτωση, όπως βλέπομε και στο παράδειγμα που ακολουθεί, στον υπολογισμό των δυνάμεων λαμβάνομε υπόψη και τη συνιστώσα του βάρους του ρευστού, κατά τη διεύθυνση της ροής.

Παράδειγμα 6

Σε ευθύγραμμο σωλήνα από ασφαλιωμένο χυτοσίδηρο, διαμέτρου 2,5 in, μήκους 20 m και κλίσεως 30°, ρέει νερό (προς τα πάνω) με παροχή 60 m³/h. Να υπολογισθούν η δύναμη ιξώδους διατμήσεως και η δύναμη που ασκεί το υγρό στον αγωγό λόγω ροής.

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{Δεδομένα:} \quad d &= 2,5 \text{ in} = 0,0635 \text{ m,} \\ L &= 20 \text{ m, } \epsilon = 0,00012 \text{ m, } \theta = 30^\circ \\ \rho &= 1000 \text{ Kg/m}^3 \\ Q &= 60 \text{ m}^3/\text{h} = 60/3600 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

Ζητούμενα: F_δ, F

Το πρόβλημα θα το μελετήσουμε κατά τον άξονα ροής x (με κλίση 30° ως προς το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 6.5β).

Βήμα 1^ο: Σύμφωνα με την εξίσωση της ορμής: $\Sigma F = 0$.

Βήμα 2^ο: Κατά τον άξονα x συναντάμε τις δυνάμεις της ιξώδους διατμήσεως, της πίεσεως και την προβολή του βάρους B_x . Είναι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{p1} - F_{p2} - F_\delta - B_x = 0 \quad (1)$$

– Υπολογίζουμε την προβολή του βάρους στον άξονα x :

$$B = \gamma \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot L \quad (\text{εξίσωση 6.16α}) \Rightarrow B = 621,4 \text{ N}$$

$$B_x = B \cdot \sin 30^\circ = B \cdot 0,5 \Rightarrow B_x = 310,7 \text{ N}$$

– Η πτώση πίεσεως υπολογίζεται από την εξίσωση Bernoulli, αφού πρώτα υπολογίσουμε τις γραμμικές απώλειες:

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow v = 5,26 \text{ m/s}$$

$$(\epsilon/d = 0,0019, Re = 4,18 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0236$$

$$\Sigma h = h_f = \frac{8}{\pi^2 g} \cdot f \cdot \frac{L}{d^5} \cdot Q^2 \Rightarrow h_f = 10,5 \text{ m}$$

$$(y_1 - y_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \Sigma h \quad (2)$$

$$y_1 - y_2 = -L \cdot \sin \theta \Rightarrow y_1 - y_2 = -10 \text{ m}$$

$$(2) \Rightarrow -10 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = 10,5 \quad (\text{SI}) \Rightarrow p_1 - p_2 = 201.105 \text{ Pa}$$

$$F_{p1} - F_{p2} = (p_1 - p_2) \cdot A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (p_1 - p_2) \Rightarrow F_{p1} - F_{p2} = 636,9 \text{ N}$$

Βήμα 3^ο: Υπολογίζουμε τη δύναμη που ασκεί ο αγωγός στο ρευστό:

$$(1) \Rightarrow F_\delta = F_{p1} - F_{p2} - B_x \Rightarrow F_\delta = 15,5 \text{ N}$$

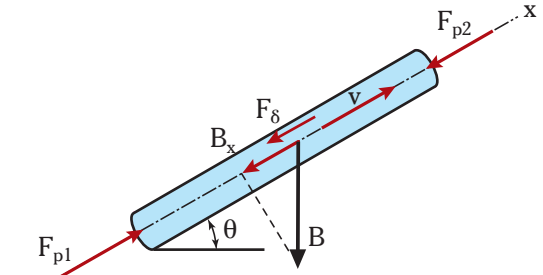
Βήμα 4^ο: Σύμφωνα με την αρχή δράσεως-αντιδράσεως, ο αγωγός θα δέχεται κατά τον άξονα x δύναμη ίση και αντίθετη: $F = -F_\delta = -15,5 \text{ N}$

Σημείωση: Η δύναμη F του παραδείγματος, είναι αρκετά μικρή, και για τούτο δεν απαιτούνται ιδιαίτερα μέτρα αντιμετώπισής της. Πολύ πιο αξιόλογη είναι η δύναμη του βάρους του υγρού του σωλήνα (η οποία υφίσταται ανεξαρτίτως της ροής) και αυτή στην προκείμενη περίπτωση είναι που πρέπει να αντιμετωπισθεί.

6.5.2 Ακροφύσιο.

Έστω οριζόντιος σωλήνας διαμέτρου d_1 , ο οποίος καταλήγει σε ακροφύσιο με τελική διάμετρο d_2 (σχ. 6.5γ). Το ρευστό που ρέει στο σωλήνα, καθώς διέρχεται από το ακροφύσιο, παρουσιάζει έντονη πτώση πίεσεως και αύξηση ταχύτητας. Αν παραβλέψουμε τις απώλειες λόγω τριβών, πρόκειται για μετατροπή ενός μέρους της ενέργειας πίεσεως σε κινητική ενέργεια.

Λόγω της μεταβολής της ταχύτητας (κατά μέτρο), κατά τη διέλευση από το ακροφύσιο μεταβάλλεται (αυξάνεται) και η ορμή. Εφαρμόζοντας την εξίσωση της ορμής στον άξονα ροής x (στους άλλους άξονες



Σχ. 6.5β.

δεν παρουσιάζεται μεταβολή της ορμής), έχουμε: $\Sigma F = \rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1)$.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο ρευστό που διέρχεται από το ακροφύσιο, είναι οι δυνάμεις πίεσεως F_{p1} , F_{p2} και η δύναμη του τοιχώματος F_t . Η τελευταία οφείλεται κατά κύριο λόγο στην αντίδραση του τοιχώματος F_a . Αυτή, αν και για κάθε στοιχειώδες τμήμα του τοιχώματος του ακροφυσίου είναι κάθετη (ίση και αντίθετη με τη δύναμη πίεσεως που ασκεί το υγρό στη στοιχειώδη επιφάνεια), έχει συνισταμένη οριζόντια και φορά αντίθετη της ροής. Στο σχήμα 6.5δ φαίνεται πως οι στοιχειώδεις δυνάμεις dF_y αλληλοεξουδετερώνονται και προκύπτει:

$$F_a = \int dF_x$$

Υπενθυμίζουμε ότι επειδή στο ακροφύσιο έχουμε μεταβολή της διαμέτρου, άρα και του εμβαδού διατομής, για τον υπολογισμό των δυνάμεων πίεσεως χρησιμοποιούμε τις σχετικές πιέσεις.

Το παράδειγμα που ακολουθεί παρουσιάζει τον τρόπο υπολογισμού των δυνάμεων που ασκούνται στο ακροφύσιο, καθώς και τη σπουδαιότητα κάθε μιας.

Σημείωση: Το ακροφύσιο είναι μία εφαρμογή των εξαρτημάτων βαθμιαίας στενώσεως. Επειδή στα εξαρτήματα αυτά παρουσιάζεται αύξηση ταχύτητας και σημαντική πτώση πίεσεως, καλούνται και μειωτήρες πίεσεως. Στα εξαρτήματα αυτά, εργαζόμαστε όπως και στο ακροφύσιο.

Παράδειγμα 7

Ευθύγραμμος οριζόντιος σωλήνας, διαμέτρου 2,5 in, καταλήγει σε ακροφύσιο με διάμετρο εξόδου 3/4 in. Στο σωλήνα ρέει νερό το οποίο εξέρχεται στην ατμόσφαιρα με ταχύτητα 30 m/s.

α) Αν ο συντελεστής τοπικών απωλειών είναι $K = 0,05$ και οι γραμμικές απώλειες στο ακροφύσιο αμελητέες, να υπολογισθεί η δύναμη που ασκεί το ρεύμα νερού στο ακροφύσιο.

β) Πόση θα είναι η αντίστοιχη δύναμη αν το ρευστό θεωρηθεί ιδανικό;

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{Δεδομένα: } d_1 &= 2,5 \text{ in} = 0,0635 \text{ m} & d_2 &= 3/4 \text{ in} = 0,019 \text{ m} \\ v_2 &= 30 \text{ m/s} & p_2 &= 101,3 \text{ KPa} \\ K &= 0,05 & \rho &= 1000 \text{ Kg/m}^3 \end{aligned}$$

Ζητούμενο: F

α) Η ροή θεωρείται ευθύγραμμη. Αρκεί λοιπόν να εξετάσουμε το σύστημα κατά τον οριζόντιο άξονα x .

Βήμα 1^ο: Σύμφωνα με την εξίσωση της ορμής:

$$\Sigma F = \rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) \quad (1)$$

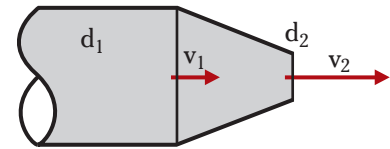
Η παροχή Q και η ταχύτητα v_1 υπολογίζονται με εφαρμογή της εξισώσεως της συνέχειας:

$$Q = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 \Rightarrow Q = 0,00855 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 2,7 \text{ m/s}$$

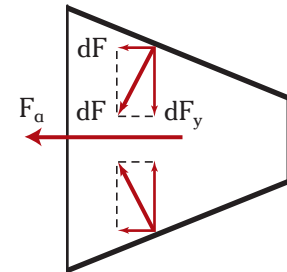
$$(1) \Rightarrow \Sigma F = \Sigma F_x = 233,4 \text{ N}$$

Βήμα 2^ο: Οι δυνάμεις οι οποίες ασκούνται στο ρευστό που ρέει στον όγκο ελέγχου κατά τον άξονα



Σχ. 6.5γ.

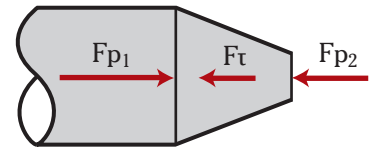
Σωλήνας με ακροφύσιο.



Σχ. 6.5δ.

Δυνάμεις ασκούμενες από ακροφύσιο.

x , είναι οι δύο δυνάμεις πιέσεως F_{p1} και F_{p2} , καθώς και η δύναμη τοιχώματος F_{τ} . Η φορά τους φαίνεται στο σχήμα 6.5ε και είναι:



Σχ. 6.5ε.

$$\Sigma F = F_{p1} - F_{p2} - F_{\tau} \quad (2)$$

$$F_{p2} = p_{2ox} \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \Rightarrow F_{p2} = 0$$

$$F_{p1} = p_{1ox} \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \quad (3)$$

Η πίεση p_1 υπολογίζεται με εφαρμογή της εξισώσεως Bernoulli, και είναι.

$$(y_1 - y_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \Sigma h \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = K \cdot \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 = p_2 + \rho \cdot \frac{(K+1) \cdot v_2^2 - v_1^2}{2} \Rightarrow p_1 = 101,3 \cdot 10^3 + 1000 \cdot \frac{(0,05+1) \cdot 30^2 - 2,7^2}{2} \text{ Pa} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 = 570.155 \text{ Pa} \Rightarrow p_{1ox} = 468.855 \text{ Pa}$$

$$(3) \Rightarrow F_{p1} = 1485 \text{ N}$$

Βήμα 3^ο: Υπολογίζουμε τη δύναμη που ασκεί ο αγωγός στο ρευστό:

$$(2) \Rightarrow F_{\tau} = F_{p1} - F_{p2} - \Sigma F \Rightarrow F_{\tau} = 1251,5 \text{ N}$$

Βήμα 4^ο: Η δύναμη F_{τ} ασκείται από το ακροφύσιο στο νερό. Σύμφωνα με την αρχή δράσεως-αντιδράσεως, το νερό ασκεί στο ακροφύσιο δύναμη ίση και αντίθετη, επομένως κατά τη διεύθυνση της ροής:

$$F = 1251,5 \text{ N}$$

β) Αν το ρευστό θεωρηθεί ιδανικό, είναι: $\Sigma h = 0$. Το μόνο που αλλάζει στην παραπάνω επίλυση, είναι η εφαρμογή της εξισώσεως Bernoulli:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = 0 \Rightarrow p_1' = 547.655 \text{ Pa} \Rightarrow p_{1ox}' = 446.355 \text{ Pa}$$

$$(3) \Rightarrow F_{p1}' = 1414 \text{ N}$$

$$(2) \Rightarrow F_{\tau}' = F_a = 1180 \text{ N}$$

Δηλαδή στο (α) ερώτημα, η δύναμη διατμήσεως είναι:

$$F_{\delta} = F_{\tau} - F_a = 71,5 \text{ N}$$

6.5.3 Αλλαγή διευθύνσεως (γωνίες).

Όταν το ρευστό που ρέει σε σωλήνα διέρχεται από γωνία και αλλάζει διεύθυνση, η ορμή του μεταβάλλεται και ασκούνται σημαντικές δυνάμεις από το ρευστό στο εξάρτημα αλλαγής διευθύνσεως. Συνήθως η διάμετρος δεν μεταβάλλεται και κατά συνέπεια, δεν μεταβάλλεται και το μέτρο της ταχύτητας. Μεταβάλλεται όμως η διεύθυνση (σχ. 6.5στ).

Όπως είδαμε στο παράδειγμα 4, για την εφαρμογή της εξισώσεως της ορμής χρησιμοποιούμε δύο άξονες (x και y) στους οποίους προβάλλουμε τα διανύσματα των ταχυτήτων. Με εφαρμογή των εξισώσεων (6.9α) και (6.9β), υπολογίζουμε τις προβολές της συνισταμένης δυνάμεως ΣF_x και ΣF_y . (Στην

περίπτωση που η διεύθυνση της ροής μεταβάλλεται και κατά την τρίτη διάσταση, η ανάλυση πρέπει να περιλάβει και τον άξονα z).

Την ίδια μεθοδολογία ακολουθούμε και για τον υπολογισμό των συνιστωσών δυνάμεων. Στο σχήμα 6.5ζ σημειώνονται και αναλύονται στους άξονες x και y, οι δυνάμεις που ασκούνται σε οριζόντιο αγωγό, ο οποίος αλλάζει διεύθυνση κατά γωνία θ . Πρόκειται για τις δύο δυνάμεις πίεσης F_{p1} και F_{p2} (στην είσοδο και στην έξοδο του όγκου ελέγχου αντίστοιχα) και τη δύναμη του τοιχώματος του αγωγού F_t . Αν ο αγωγός δεν βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο (υπάρχει δηλ. υψομετρική διαφορά), στον υπολογισμό υπεισέρχεται και το βάρος B.

Παράδειγμα 8

Οριζόντιος σωλήνας διαμέτρου 12 cm, μεταφέρει νερό με παροχή $180 \text{ m}^3/\text{h}$. Σε κάποιο σημείο της διαδρομής, αλλάζει διεύθυνση με γωνία 45° , παραμένοντας στο οριζόντιο επίπεδο. Η πίεση στην έξοδο της γωνίας είναι 210 KPa. Να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται στο ρευστό και η δύναμη που ασκείται στο εξάρτημα αλλαγής διεύθυνσης.

Λύση:

Δεδομένα: $d = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$,
 $Q = 180 \text{ m}^3/\text{h} = 0,05 \text{ m}^3/\text{s}$,
 $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$, $\theta = 45^\circ$, $p_2 = 210 \text{ KPa}$

Ζητούμενα: ΣF , F

Βήμα 1^ο: Εφαρμογή εξίσωσης της ορμής.

– Τα μέτρα των ταχυτήτων v_1 και v_2 είναι ίσα. Τα υπολογίζουμε από την εξίσωση της συνέχειας:

$$v_1 = v_2 = v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow v = 4,42 \text{ m/s}$$

– Επιλέγουμε το σύστημα αξόνων x–y και προβάλλουμε τις ταχύτητες σε αυτούς (σχ. 6.5n) (γενικά, φροντίζουμε ο ένας άξονας να συμπίπτει με τη μία διεύθυνση ροής):

$$\begin{aligned} v_{1x} &= v_1 = 4,42 \text{ m} & v_{1y} &= 0, \\ v_{2x} &= v_2 \cdot \cos\theta = 3,126 \text{ m} & v_{2y} &= v_2 \cdot \sin\theta = 3,126 \text{ m} \end{aligned}$$

– Εφαρμόζουμε την εξίσωση της ορμής για τους άξονες x και y (εξισώσεις 6.9α, 6.9β) και υπολογίζουμε τις ΣF_x και ΣF_y αντίστοιχα (σχ. 6.5θ):

$$\Sigma F_x = \rho \cdot Q \cdot (v_{2x} - v_{1x}) \Rightarrow \Sigma F_x = -64,7 \text{ N}$$

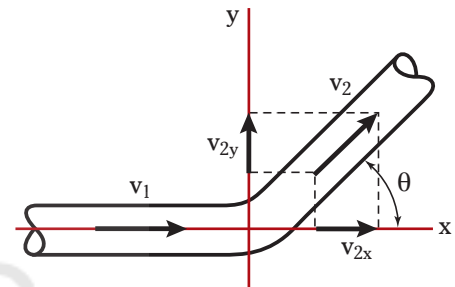
$$\Sigma F_y = \rho \cdot Q \cdot (v_{2y} - v_{1y}) \Rightarrow \Sigma F_y = +156,3 \text{ N}$$

Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο:

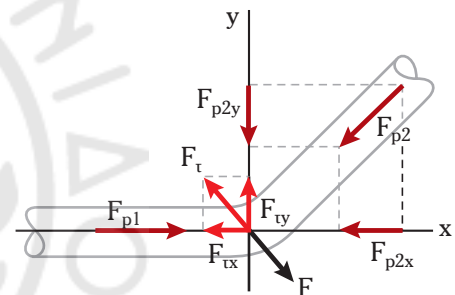
$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} \Rightarrow \Sigma F = 169,2 \text{ N}$$

Η διεύθυνσή της καθορίζεται από τη γωνία φ :

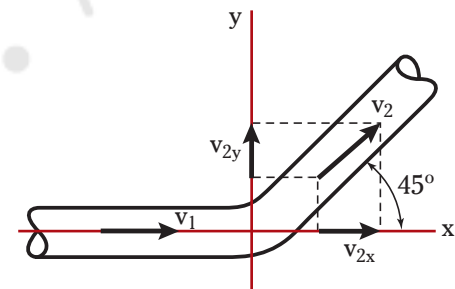
$$\tan \varphi = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \Rightarrow \tan \varphi = -2,414 \Rightarrow \varphi = 112,5^\circ$$



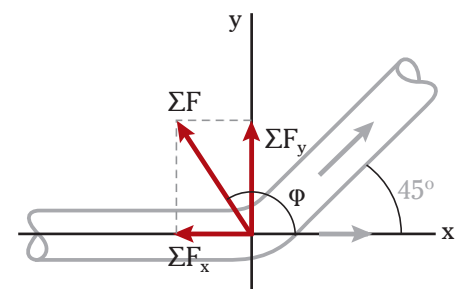
Σχ. 6.5στ.



Σχ. 6.5ζ.



Σχ. 6.5n.



Σχ. 6.5θ.

Βήμα 2^ο: Υπολογισμός δυνάμεων πίεσης.

– Υπολογίζουμε την πτώση πίεσης στη γωνία, με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli. (Υπενθυμίζουμε πως η ενέργεια είναι μονόμετρο μέγεθος, επομένως η εξίσωση ενέργειας εφαρμόζεται σε τμήμα του σωλήνα, ανεξάρτητα από τη διεύθυνση των ταχυτήτων). Είναι: $K = 0,4$ (παράγρ. 5.5.3):

$$(y_1 - y_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \Sigma h \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = K \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 - p_2 = 5.863 \text{ Pa} \Rightarrow p_1 = 215.863 \text{ Pa} \Rightarrow p_{1ox} = 114.563 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow p_2 = 210.000 \text{ Pa} \Rightarrow p_{2ox} = 108.700 \text{ Pa}$$

– Οι συνιστώσες δυνάμεις είναι οι δυνάμεις πίεσης F_{p1} και F_{p2} (τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε) και η (άγνωστη) δύναμη F_t που ασκεί ο αγωγός στο ρευστό. Τις αναλύουμε στους άξονες x και y (σχ. 6.5i).

– Υπολογίζουμε τις δυνάμεις πίεσης και τις προβολές τους:

$$F_{p1} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot p_1 \Rightarrow F_{p1} = 1295,7 \text{ N}$$

$$F_{p1x} = F_{p1} \Rightarrow F_{p1x} = 1295,7 \text{ N}$$

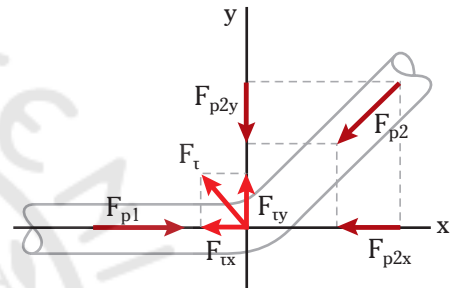
$$F_{p1y} = 0$$

$$F_{p2} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot p_2 \Rightarrow F_{p2} = -1229,4 \text{ N}$$

$$F_{p2x} = -F_{p2} \cdot \cos\theta \Rightarrow F_{p2x} =$$

-869,3 N

$$F_{p2y} = -F_{p2} \cdot \sin\theta \Rightarrow F_{p2y} = -869,3 \text{ N}$$



Σχ. 6.5i.

Προσοχή πρέπει να δώσουμε στη σωστή προσήμανση των προβολών στους άξονες. Το πρόσημο (-) στις προβολές στον άξονα x δείχνει φορά προς τα αριστερά και στον άξονα y , φορά προς τα κάτω. (Εναλλακτικά, μπορούμε να υπολογίσουμε τις προβολές κατά απόλυτη τιμή και να διαμορφώσουμε τα ισοζύγια δυνάμεων, συμβουλευόμενοι το σχήμα 6.5i).

Βήμα 3^ο: Υπολογισμός δυνάμεως τοιχώματος.

– Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις (6.17α) και (6.17β) (ισοζύγια δυνάμεων):

$$\Sigma F_x = (F_{p1x} + F_{p2x}) + F_{tx} \Rightarrow -64,7 = 1295,7 + (-869,3) + F_{tx} \text{ (SI)} \Rightarrow F_{tx} = -491,1 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = (F_{p1y} + F_{p2y}) + F_{ty} \Rightarrow 156,3 = 0 + (-869,3) + F_{ty} \text{ (SI)} \Rightarrow F_{ty} = 1025,6 \text{ N}$$

Οπότε η δύναμη που ασκεί το τοίχωμα στο ρευστό είναι:

$$F_t = \sqrt{F_{tx}^2 + F_{ty}^2} \Rightarrow F_t = 1137 \text{ N}$$

Και η κλίση της:

$$\tan \omega = \frac{F_{ty}}{F_{tx}} \Rightarrow \tan \omega = -2,09 \Rightarrow \omega = 115,6^\circ$$

Βήμα 4^ο: Υπολογισμός δυνάμεως επί του τοιχώματος.

– Η δύναμη που ασκεί το ρευστό επί του αγωγού είναι ίση και αντίθετη με την F_t όπως φαίνεται στο σχήμα 6.5ια:

$$\vec{F} = -\vec{F}_t$$

με μέτρο: $F = 1137 \text{ N}$

6.5.4 Διακλάδωση ροής.

Στη διαμόρφωση ενός συστήματος ροής ή ενός δικτύου σωληνώσεων, οι διακλαδώσεις είναι αναπόφευκτες. Ο χωρισμός του ενιαίου ρεύματος σε δύο ή περισσότερα διαφορετικών διευθύνσεων (και αντίστροφα, η σύγκλιση ρευμάτων σε ένα), οδηγούν γενικά σε μεταβολή της ορμής.

Σ' αυτήν την περίπτωση, όπως είδαμε, η εξίσωση της ορμής δεν καλύπτεται από την εξίσωση (6.9) (η οποία αναφέρεται σε ενιαίο ρεύμα ροής), αλλά από την εξίσωση (6.11). Για τη διακλάδωση του σχήματος 6.5ιβ ισχύει:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{J}_{\text{εισ}}}{dt} &= \rho \cdot Q_1 \cdot \bar{v}_1 \\ \frac{\bar{J}_{\text{εξ}}}{dt} &= \rho \cdot (Q_2 \cdot \bar{v}_2 + Q_3 \cdot \bar{v}_3) \end{aligned}$$

και η εξίσωση (6.11) γίνεται:

$$\Sigma \vec{F} = \rho \cdot (Q_2 \cdot \bar{v}_2 + Q_3 \cdot \bar{v}_3 - Q_1 \cdot \bar{v}_1) \quad (6.20)$$

Από την εξίσωση της ορμής (6.20), εφόσον γνωρίζουμε τις παροχές και τις ταχύτητες, υπολογίζουμε τη συνισταμένη δύναμη ΣF. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις συνιστώσες, ακολουθώντας τη μεθοδολογία που αναπτύξαμε.

Μια σημαντική σχέση που αξιοποιούμε στη διαδικασία επιλύσεως, είναι το ισοζύγιο μάζας, το οποίο για ασυμπιεστά ρευστά σε μόνιμη ροή, οδηγεί στο ισοζύγιο παροχών όγκου:

$$\Sigma Q_{\text{εισ}} = \Sigma Q_{\text{εξ}}$$

Για τη διακλάδωση του σχήματος 6.5ιβ:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

Η διαδικασία επιλύσεως διευκολύνεται εξαιρετικά αν εφαρμόσουμε τις σχέσεις σε κατάλληλους άξονες συντεταγμένων, στους οποίους προβάλλουμε τα διανυσματικά μεγέθη (ταχύτητες και δυνάμεις).

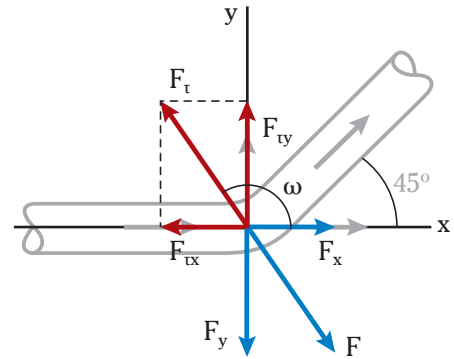
Η διακλάδωση σωληνών θα μας απασχολήσει αναλυτικά σε επόμενο κεφάλαιο. Προς το παρόν περιορίζομαστε στο παράδειγμα που ακολουθεί και που αφορά στον υπολογισμό δυνάμεων.

Παράδειγμα 9

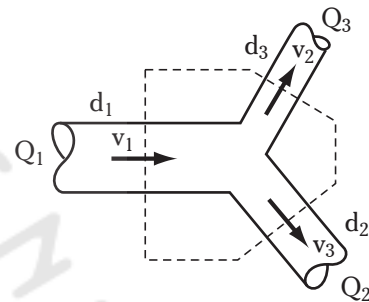
Στη διακλάδωση του σχήματος 6.5ιγ, το νερό εισέρχεται με παροχή $120 \text{ m}^3/\text{h}$. Οι τρεις αγωγοί είναι οριζόντιοι με διαμέτρους $d_1 = 4 \text{ in}$, $d_2 = d_3 = 3 \text{ in}$. Οι σχετικές πιέσεις στις εξόδους της διακλαδώσεως είναι $p_2 = p_3 = 120 \text{ Kpa}$. Να υπολογισθεί η δύναμη στηρίξεως της διακλαδώσεως, αν οι παροχές εξόδου από τους σωληνές 2 και 3 είναι ίσες και οι απώλειες θεωρηθούν αμελητέες.

Λύση:

Δεδομένα: $d_1 = 4 \text{ in} = 0,1016 \text{ m}$, $d_2 = d_3 = 3 \text{ in} = 0,0762 \text{ m}$

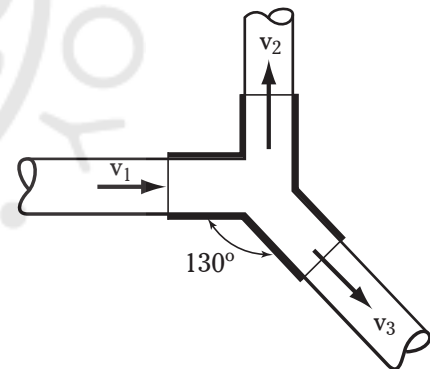


Σχ. 6.5ια.



Σχ. 6.5ιβ.

Διακλάδωση σωληνών.



Σχ. 6.5ιγ.

$$Q_1 = 120/3600 \text{ m}^3/\text{s} \quad Q_2 = Q_3 \quad \rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

$$p_2 = p_3 = 120.000 \text{ Pa} \quad \Sigma h = 0$$

Ζητούμενα: F

Βήμα 1^ο: Εφαρμογή της εξίσωσης της ορμής.

Είναι: $Q = Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_3 = Q_3 = 60/3600 \text{ m}^3/\text{s}.$

– Τα μέτρα των ταχυτήτων v_1 , v_2 και v_3 των τριών αγωγών τα υπολογίζουμε από την εξίσωση της συνέχειας:

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow v_1 = 4,112 \text{ m/s},$$

$$v_2 = v_3 = 3,656 \text{ m/s}$$

– Θα εφαρμόσουμε την εξίσωση της ορμής (6.20) στους άξονες x και y. Οι προβολές των ταχυτήτων σε αυτούς είναι (σχ. 6.5ιδ):

$$v_{1x} = v_1 = -4,112 \text{ m/s}$$

$$v_{1y} = 0$$

$$v_{2x} = 0$$

$$v_{2y} = v_2 = 3,656 \text{ m/s}$$

$$v_{3x} = v_3 \cdot \cos 50^\circ = 2,35 \text{ m/s}$$

$$v_{3y} = v_3 \cdot \sin 50^\circ = -2,8 \text{ m/s}$$

Η εξίσωση (6.20) δίνει:

$$\Sigma F_x = \rho \cdot (Q_2 \cdot v_{2x} + Q_3 \cdot v_{3x} - Q_1 \cdot v_{1x}) \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = \rho \cdot (Q_2 \cdot v_{2y} + Q_3 \cdot v_{3y} - Q_1 \cdot v_{1y}) \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow \Sigma F_x = -97,90 \text{ N}$$

$$(2) \Rightarrow \Sigma F_y = 14,25 \text{ N}$$

Βήμα 2^ο: Υπολογισμός δυνάμεων πίεσης.

Στη διακλάδωση ασκούνται μόνο οι τρεις δυνάμεις πίεσης και η δύναμη του τοιχώματος. Σχεδιάζουμε πρόχειρα τις προβολές τους στους άξονες x και y.

Την πίεση p_1 την υπολογίζουμε με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli:

$$\frac{p_{\text{εισ}} - p_{\text{εξ}}}{\gamma} + \frac{v_{\text{εισ}}^2 - v_{\text{εξ}}^2}{2g} = 0 \Rightarrow p_1 = 118.226 \text{ Pa}$$

Τα μέτρα των δυνάμεων πίεσης είναι:

$$F_{p_i} = A_i \cdot p_i = \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \cdot p_i \Rightarrow F_{p_1} = 958,5 \text{ N}$$

$$F_{p_2} = F_{p_3} = 547,2 \text{ N}$$

Οι δυνάμεις πίεσης φαίνονται στο σχήμα 6.5ιε. Τις προβάλλουμε στους άξονες:

$$F_{p_{1x}} = F_{p_1} = 958,5 \text{ N}$$

$$F_{p_{2y}} = 0$$

$$F_{p_{2x}} = 0$$

$$F_{p_{2y}} = F_{p_2} = -547,2 \text{ N}$$

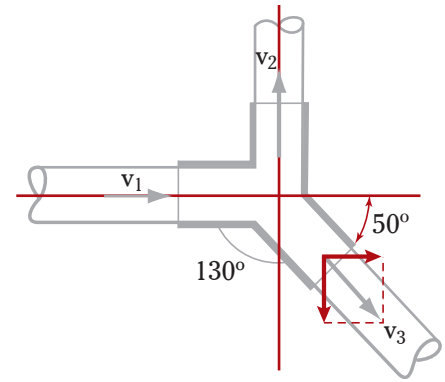
$$F_{p_{3x}} = F_{p_3} \cdot \cos 50^\circ = -351,8 \text{ N}$$

$$F_{p_{3y}} = F_{p_3} \cdot \sin 50^\circ = 419,2 \text{ N}$$

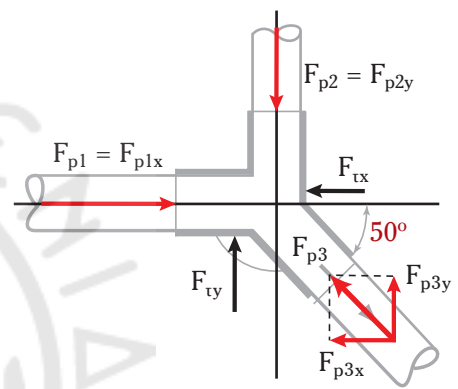
Βήμα 3^ο: Υπολογισμός δυνάμεως τοιχώματος.

– Τοποθετούμε στους άξονες τις προβολές της δυνάμεως που ασκεί το τοίχωμα. Η φορά των F_{tx} και F_{ty} είναι υποθετική (εκτίμηση).

– Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις (6.17α) και (6.17β) (ισοζύγια δυνάμεων):



Σχ. 6.5ιδ.



Σχ. 6.5ιε.

$$\Sigma F_x = (F_{p1x} + F_{p2x} + F_{p3x}) + F_{tx} \Rightarrow -97,9 = 958,5 + 0 - 351,8 + F_{tx} \quad (\text{SI}) \Rightarrow F_{tx} = -704,6 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = (F_{p1y} + F_{p2y} + F_{p3y}) + F_{ty} \Rightarrow 14,25 = 0 - 547,2 + 419,2 + F_{ty} \quad (\text{SI}) \Rightarrow F_{ty} = 142,3 \text{ N}$$

Άρα η δύναμη που ασκεί το τοίχωμα στο ρευστό είναι: $F_t = \sqrt{F_{tx}^2 + F_{ty}^2} \Rightarrow F_t = 719 \text{ N}$
και η κλίση της:

$$\tan \omega = \frac{F_{ty}}{F_{tx}} \Rightarrow \tan \omega = -2,02 \Rightarrow \omega = 168,6^\circ$$

Βήμα 4^ο: Υπολογισμός δυνάμεως επί της διακλαδώσεως.

– Η δύναμη που ασκεί το ρευστό επί της διακλαδώσεως είναι ίση και αντίθετη με την F_t όπως φαίνεται στο σχήμα 6.5ιστ:

$$\vec{F} = -\vec{F}_t$$

με μέτρο: $F = 719 \text{ N}$

6.5.5 Ροή σε ανακλαστήρα.

Μια ενδιαφέρουσα ομάδα προβλημάτων που αντιμετωπίζονται με τη βοήθεια της εξισώσεως της ορμής, είναι εκείνα στα οποία, το ρεύμα του ρευστού, εξερχόμενο από αγωγό με ταχύτητα v , προσπίπτει πάνω σε ένα στερεό εμπόδιο. Η διεύθυνση της ροής μεταβάλλεται.

Για απλοποίηση, θα εξετάσουμε την περίπτωση που το εμπόδιο είναι μία επίπεδη πλάκα. Αν η επιφάνεια προσπίψεως είναι κάθετη στη διεύθυνση του ρεύματος και η πλάκα ακίνητη, η ροή προς αυτήν την κατεύθυνση μηδενίζεται και οι στοιχειώδεις όγκοι του ρευστού κινούνται ακτινικά προς διάφορες διευθύνσεις, παράλληλες με το επίπεδο της πλάκας και με συμμετρική κατανομή των επιμέρους παροχών. Αν η γωνία της επιφάνειας με τη διεύθυνση του προσπίπτοντος ρεύματος δεν είναι ορθή, η συμμετρία δεν υφίσταται. Σε κάθε περίπτωση όμως, εφόσον το ρευστό είναι ασυμπίεστο, η ολική παροχή όγκου διατηρείται. Το προσπίπτον ρευστό ασκεί επί της πλάκας δύναμη ΣF , την οποία υπολογίζουμε με εφαρμογή της εξισώσεως της ορμής. Για τη στήριξη της πλάκας, πρέπει να εφαρμόσουμε δύναμη F ίση και αντίθετη με τη ΣF .

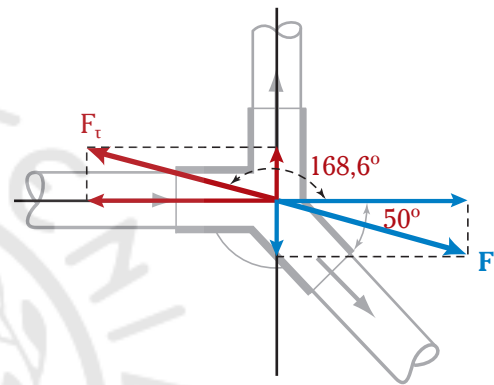
Κατά τον υπολογισμό, πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι η πίεση του ασυμπίεστου ρευστού, από τη στιγμή που εξέρχεται από τον αγωγό, είναι ατμοσφαιρική (και να μην υπάρξει σύγχυση μεταξύ της πίεσεως του ρευστού και της ασκούμενης επί της πλάκας πίεσεως, λόγω της δυνάμεως ΣF).

Παράδειγμα 10

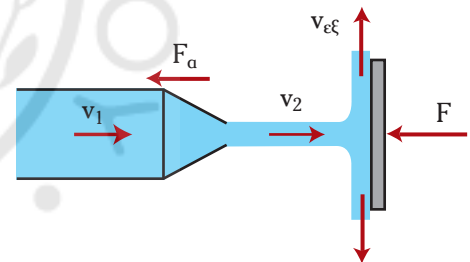
Οριζόντιος σωλήνας πυροσβέσεως διαμέτρου 10 cm, καταλήγει σε ακροφύσιο τελικής διαμέτρου 4 cm. Το νερό που εξέρχεται με παροχή $100 \text{ m}^3/\text{h}$, προσκρούει πάνω σε επίπεδη επιφάνεια, κάθετη στη ροή (σχ. 6.5ιζ).

α) Να υπολογισθεί η δύναμη που χρειάζεται να ασκηθεί στην επιφάνεια, προκειμένου να μην μετακινηθεί.

β) Να συγκριθεί η παραπάνω δύναμη, με τη δύναμη συγκρατήσεως του ακροφυσίου επί του σωλήνα. (Οι τριβές και η επίδραση του βάρους του ρευστού να μην ληφθούν υπόψη).



Σχ. 6.5ιστ.



Σχ. 6.5ιζ.

Λύση:

Δεδομένα: $d_1 = 0,10 \text{ m}$, $d_2 = 0,04 \text{ m}$, $Q = 100/3600 \text{ m}^3/\text{s}$,
 $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ $p_2 = p_{\text{ατμ}}$

Ζητούμενα: (α) F (β) F/F_a

α) Το μέτρο της ταχύτητας v_1 υπολογίζεται από την εξίσωση της συνέχειας:

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow v_1 = 3,58 \text{ m/s} \quad v_2 = 22,1 \text{ m/s}$$

Άρα το ρευστό προσπίπτει με ταχύτητα $v_2 = 22,1 \text{ m/s}$ επί της επιφάνειας.

Οι ταχύτητες εξόδου μετά την πρόσκρουση, έχουν συμμετρική κατανομή επί του επιπέδου yz της επιφάνειας, όπως φαίνεται στο σχήμα 6.5in. Για να εργαστούμε στο επίπεδο xy , το κάθετο στην επιφάνεια προσκρούσεως, μπορούμε να θεωρήσουμε πως έχουμε δύο ίσες και αντίθετες ταχύτητες εξόδου, κάθετες στην v_2 και μέτρου $v_3 = v_4 = v_{εξ}$. Αντίστοιχα, δύο παροχές εξόδου $Q/2$.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της ορμής για τους άξονες x και y από το σημείο 2 ως την έξοδο:

$$\Sigma F_x = \rho \cdot (Q_3 \cdot v_{3x} + Q_4 \cdot v_{4x} - Q_2 \cdot v_{2x})$$

$$\Sigma F_y = \rho \cdot (Q_3 \cdot v_{3y} + Q_4 \cdot v_{4y} - Q_2 \cdot v_{2y})$$

Είναι: $Q_2 = Q$, $Q_3 = Q_4 = Q/2$

$$v_{2x} = v_2 \quad v_{3x} = v_{4x} = 0$$

$$v_{2y} = 0 \quad v_{3y} = v_3 \quad v_{4y} = v_4$$

και οι εξισώσεις γίνονται:

$$\Sigma F_x = \rho \cdot Q \cdot v_2 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = \rho \cdot \frac{Q}{2} (v_3 + v_4) \quad (2)$$

Με αντικατάσταση στην (1) λαμβάνομε: $\Sigma F_x = 614 \text{ N}$

Από την (2), επειδή $v_3 = -v_4$, προκύπτει: $\Sigma F_y = 0$

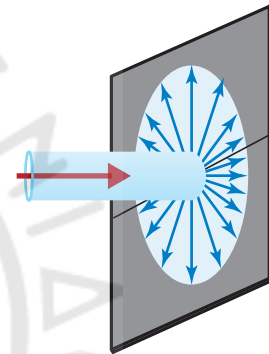
Άρα: $\vec{\Sigma F} = \Sigma F_x = 614 \text{ N}$

Οι πιέσεις στα σημεία 2, 3 και 4 είναι ίσες με την ατμοσφαιρική πίεση:

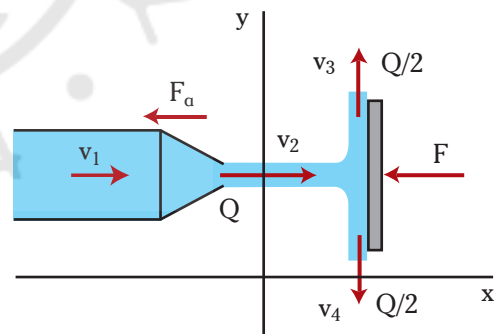
$$P_2 = P_3 = P_4 = P_{\text{ατμ}}$$

Δηλαδή οι δυνάμεις πίεσεως δεν επηρεάζουν την ισορροπία της πλάκας. Επειδή δεν υπάρχει και υψομετρική διαφορά, η μόνη δύναμη που μένει είναι η δύναμη F με την οποία στηρίζομε την πλάκα (σχ. 6.5iθ). Επομένως:

$$\vec{F} = -\Sigma \vec{F}$$



Σχ. 6.5in.



Σχ. 6.5iθ.

β) Για τον υπολογισμό της δυνάμεως που ασκεί το ακροφύσιο επί του σωλήνα, εργαζόμαστε στο τμήμα 1-2, όπως στο παράδειγμα 7 της παραγράφου 6.5.2.

– Εφαρμόζομε την εξίσωση της ορμής από την έναρξη του ακροφυσίου 1 ως την έξοδο 2 κατά τον άξονα της ροής x :

$$\Sigma F = \rho \cdot Q \cdot (v_2 - v_1) \Rightarrow \Sigma F = \Sigma F_x = 233,4 \text{ N}$$

– Οι δυνάμεις, οι οποίες ασκούνται στο ρευστό που ρέει στον όγκο ελέγχου κατά τον άξονα x , είναι οι δύο δυνάμεις πίεσεως F_{p1} και F_{p2} , καθώς και η δύναμη τοιχώματος F_τ . Είναι:

$$\Sigma F = F_{p1} - F_{p2} - F_{\tau} \quad (3)$$

$$F_{p2} = p_{2ox} \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \Rightarrow F_{p2} = 0$$

$$F_{p1} = p_{1ox} \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \quad (4)$$

Η πίεση p_1 υπολογίζεται με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli. Είναι:

$$(y_1 - y_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \Sigma h \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = 0 \Rightarrow p_1 = p_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 = 339.358 \text{ Pa} \Rightarrow p_{1ox} = 238.058 \text{ Pa}$$

$$(4) \Rightarrow F_{p1} = 1354 \text{ N}$$

– Υπολογίζουμε τη δύναμη που ασκεί ο αγωγός στο ρευστό:

$$(3) \Rightarrow F_{\tau} = F_{p1} - F_{p2} - \Sigma F \Rightarrow F_{\tau} = 1354 \text{ N}$$

– Άρα η δύναμη F_a με την οποία συγκρατείται το ακροφύσιο στο σωλήνα (κατά φορά αντίθετη της ροής) είναι:

$$F_a = 1354 \text{ N}$$

$$\text{και } F/F_a = 0,453$$

6.5.6 Ροή σε πτερύγιο.

Η εξίσωση της ορμής είναι το σημαντικότερο εργαλείο για την αντιμετώπιση προβλημάτων στα οποία το ρεύμα του ρευστού, εξερχόμενο από αγωγό, προσπίπτει επί πτερυγίου κάποιας μηχανής.

Συνήθως, σκοπός είναι η περιστροφή της συνδεδεμένης με το πτερύγιο ατράκτου (σιρόβιλοι) ή, αντίστροφα, η μεταβίβαση ορμής και ενέργειας από την άτρακτο στο προσπίπτον ρευστό (αντλίες, ανεμιστήρες, έλικες κ.ά.). Τα πτερύγια κινούνται (περιστρέφονται) μαζί με την άτρακτο. Η αντιμετώπιση αυτής της κατηγορίας προβλημάτων, απαιτεί τη χρήση των σχετικών ταχυτήτων, αλλά και των νόμων της περιστροφικής κινήσεως. Το θέμα θα μας απασχολήσει πιο κάτω, στις αντλίες (βλ. Δωδέκατο Κεφάλαιο: Ροή στις δυναμικές αντλίες).

Προς το παρόν θα περιοριστούμε στην περίπτωση κατά την οποία τα πτερύγια είναι ακίνητα ή κινούνται με σταθερή ταχύτητα (αδρανειακό σύστημα).

Το προσπίπτον επί του σταθερού πτερυγίου ρεύμα, αλλάζει διεύθυνση (γι' αυτό και τα σταθερά πτερύγια ονομάζονται και **πτερύγια διευθύνσεως**), επομένως μεταβάλλεται η ορμή του και αναπτύσσονται δυνάμεις. Ο υπολογισμός τους, ακολουθεί τη μεθοδολογία που αναπτύξαμε. Μια σημαντική απλοποίηση (την οποία συναντήσαμε και στην προηγούμενη εφαρμογή) βρίσκεται στον υπολογισμό των πιέσεων: Από τη στιγμή που το ρευστό εξέλθει από τον αγωγό, έχει ατμοσφαιρική πίεση (τόσο πριν όσο και μετά την πρόσκρουσή του επί του πτερυγίου):

$$p_1 = p_2 = p_{atm} \Rightarrow p_{1ox} = p_{2ox} = 0.$$

Παράδειγμα 11

Ρεύμα νερού εξερχόμενο από ακροφύσιο, διαμέτρου 4 cm, με παροχή 40 m³/h προσπίπτει στο πτερύγιο κατευθύνσεως του σχήματος 6.5κ, γωνίας αποκλίσεως 40°. Η ροή γίνεται στο οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα εξόδου ισούται με το 90% της ταχύτητας εισόδου.

α) Να υπολογισθεί το ύψος απωλειών και η δύναμη που απαιτείται για να μείνει το πτερύγιο σταθερό.

β) Πόση είναι η αντίστοιχη δύναμη αν το περυγίο κινείται με σταθερή ταχύτητα 3 m/s κατά τη διεύθυνση και φορά του εξερχόμενου από το ακροφύσιο ρεύματος;

Λύση:

Δεδομένα: $d = 0,04 \text{ m}$, $Q = 40/3600 \text{ m}^3/\text{s}$,
 $\theta = 40^\circ$, $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$

$$v_2 = 0,9 \cdot v_1$$

$$(\alpha) v_{\text{πρ}} = 0 \quad (\beta) v_{\text{πρ}} = 3 \text{ m/s.}$$

Ζητούμενα: α) F , Σh β) F .

α) Επιλέγουμε ως όγκο ελέγχου το τμήμα ροής επί του περυγίου (στο σχ. 6.5κα περικλείεται από τη διακεκομμένη γραμμή).

Βήμα 1^ο: Εφαρμογή εξίσωσης της ορμής.

– Το μέτρο της ταχύτητας v_1 υπολογίζεται από την εξίσωση της συνέχειας:

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow v_1 = 8,84 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 0,9 \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = 7,96 \text{ m/s.}$$

– Επιλέγουμε το σύστημα αξόνων x - y και προβάλλουμε τις ταχύτητες σε αυτούς:

$$v_{1x} = v_1 = 8,84 \text{ m/s} \quad v_{1y} = 0,$$

$$v_{2x} = v_2 \cdot \cos\theta = 6,1 \text{ m/s} \quad v_{2y} = v_2 \cdot \sin\theta = 5,12 \text{ m/s.}$$

– Εφαρμόζουμε την εξίσωση της ορμής για τους άξονες x και y (εξισώσεις 6.9α, 6.9β) και υπολογίζουμε τις ΣF_x και ΣF_y αντίστοιχα:

$$\Sigma F_x = \rho \cdot Q \cdot (v_{2x} - v_{1x}) \Rightarrow \Sigma F_x = -30,5 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = \rho \cdot Q \cdot (v_{2y} - v_{1y}) \Rightarrow \Sigma F_y = 56,8 \text{ N.}$$

Βήμα 2^ο: Προσδιορισμός δυνάμεων.

Οι πιέσεις στα σημεία εισόδου και εξόδου είναι ίσες:

$$P_1 = P_2 = P_{\text{ατμ}}$$

Δηλαδή οι δυνάμεις πίεσης δεν επηρεάζουν την ορμή του όγκου ελέγχου. Επειδή δεν υπάρχει και υψομετρική διαφορά, η μόνη δύναμη που μένει είναι η δύναμη του τοιχώματος F_t .

Βήματα 3^ο-4^ο: Υπολογισμός δυνάμεως τοιχώματος (σχ. 6.5κβ).

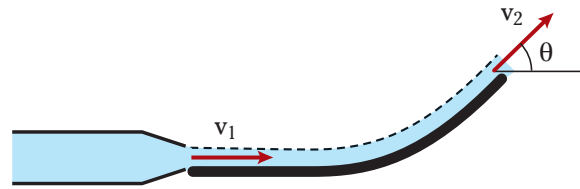
– Από το τοίχωμα στο υγρό:

$$\Sigma F_x = F_{tx} \Rightarrow F_{tx} = -30,5 \text{ N}$$

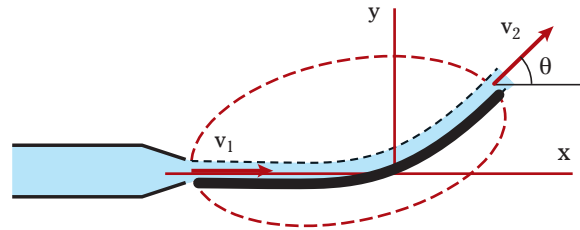
$$\Sigma F_y = F_{ty} \Rightarrow F_{ty} = 56,8 \text{ N}$$

$$F_t = \sqrt{F_{tx}^2 + F_{ty}^2} \Rightarrow F_t = 64,5 \text{ N}$$

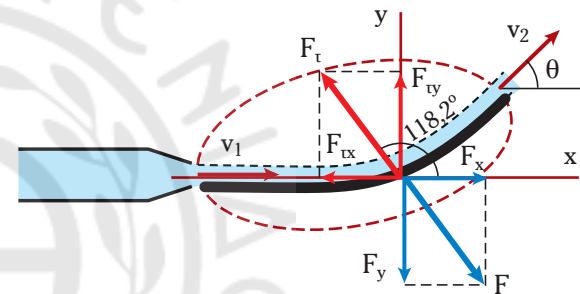
$$\tan \omega = \frac{F_{ty}}{F_{tx}} \Rightarrow \tan \omega = -1,86 \Rightarrow \omega = 118,2^\circ$$



Σχ. 6.5κ.



Σχ. 6.5κα.



Σχ. 6.5κβ.

– Από το τοίχωμα στο υγρό:

$$F_x = -F_{tx} \Rightarrow F_{tx} = 30,5 \text{ N}$$

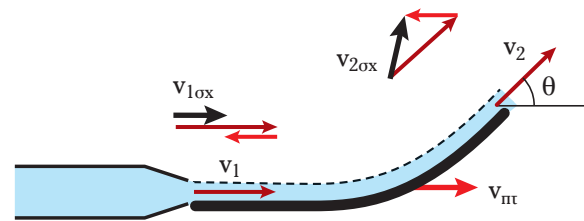
$$F_y = -F_{ty} \Rightarrow F_{ty} = -56,8 \text{ N}$$

$$\text{και } \vec{F} = -\vec{F}_t$$

Οι από- **λειες Σh** υπολογίζονται από την εξίσωση Bernoulli. Είναι:

$$y_1 - y_2 = 0 \text{ και } p_1 - p_2 = 0, \text{ οπότε:}$$

$$\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \Sigma h \Rightarrow \Sigma h = 0,76 \text{ m}$$



Σχ. 6.5κγ.

β) **Αν το περύγιο κινείται** (σχ. 6.5κγ) κατά τη φορά της ροής, δηλαδή προς τα δεξιά του άξονα x με $v_{\pi x} = 3 \text{ m/s}$, τότε χρησιμοποιούμε τις σχετικές ταχύτητες του ρευστού ως προς το περύγιο:

$$v_{\pi x} = 3 \text{ m/s}$$

$$v_{\pi y} = 0$$

$$v_{1x,ox} = v_1 - v_{\pi x} = 5,84 \text{ m/s}$$

$$v_{1y,ox} = 0,$$

$$v_{2x,ox} = v_2 \cdot \cos\theta - v_{\pi x} = 3,1 \text{ m/s}$$

$$v_{2y,ox} = v_2 \cdot \sin\theta = 5,12 \text{ m/s}$$

Η παροχή προς το περύγιο είναι μειωμένη. Υπολογίζεται με χρήση της ταχύτητας $v_{1ox} = v_{1x,ox} = 5,84 \text{ m/s}$:

$$Q' = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v_{1ox} \Rightarrow Q' = 0,00734 \text{ m}^3/\text{s} (= 26,43 \text{ m}^3/\text{h})$$

Εργαζόμαστε όπως παραπάνω και λαμβάνομε:

$$\Sigma F_x = \rho \cdot Q \cdot (v_{2x,ox} - v_{1x,ox}) \Rightarrow \Sigma F_x = -20,16 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = \rho \cdot Q \cdot (v_{2y,ox} - v_{1y,ox}) \Rightarrow \Sigma F_y = 37,55 \text{ N}$$

$$F_{tx} = -20,16 \text{ N}$$

$$F_{ty} = 37,55 \text{ N}$$

$$F_t = \sqrt{F_{tx}^2 + F_{ty}^2} \Rightarrow F_t = 42,6 \text{ N}$$

$$\tan \omega = -1,86 \Rightarrow \omega = 118,2^\circ$$

$$\text{και } \vec{F} = -\vec{F}_t$$

Υπάρχουν και πολλές άλλες εφαρμογές της εξίσωσης της ορμής στη Μηχανική των Ρευστών και τους σχετιζόμενους μ' αυτήν κλάδους. Μερικές απ' αυτές θα συναντήσουμε στις ασκήσεις του παρόντος κεφαλαίου.

6.6 Η εξίσωση της στροφορμής.

Στις περιπτώσεις που ένα ρευστό βρίσκεται σε περιστροφική κίνηση, τα προβλήματα που προκύπτουν αντιμετωπίζονται με τη βοήθεια και της εξίσωσης της στροφορμής (ή στροφικής ορμής – angular momentum).

Η σημασία της στροφορμής για την περιστροφική κίνηση, είναι αντίστοιχη με τη σημασία της ορμής (linear momentum) για τη μεταφορική.

Η **στροφορμή** ορίζεται ως το γινόμενο της ροπής αδράνειας του περιστρεφόμενου σώματος ή συστήματος, επί τη γωνιακή του ταχύτητα:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad (6.21)$$

Είναι δηλαδή διανυσματικό μέγεθος με διεύθυνση και φορά ίδια με αυτήν της γωνιακής ταχύτητας και μέτρο ίσο με το γινόμενο της ροπής αδράνειας του σώματος επί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

Για στοιχειώδη μάζα m περιστρεφόμενου σώματος, ισχύουν:

$$L = I \cdot \omega$$

$$I = m \cdot r^2$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Από τις οποίες προκύπτει:

$$L = r \cdot (m \cdot v)$$

όπου: r , η απόσταση της στοιχειώδους μάζας από τον άξονα περιστροφής.

Γενικεύοντας, εύκολα αποδεικνύεται ότι:

$$\vec{L} = \vec{r} \times (m \cdot \vec{v}) \quad (6.21a)$$

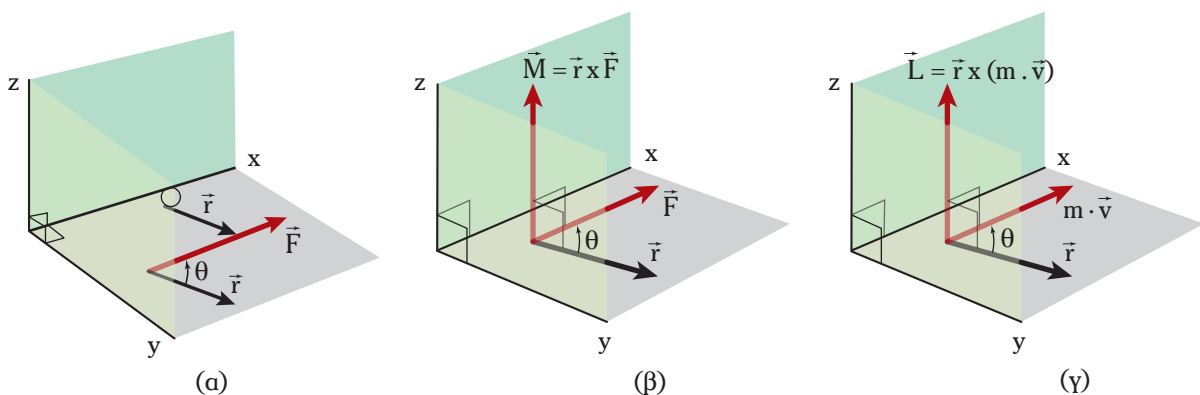
Σημείωση: Τα διανυσματικά μεγέθη που περιγράφουν την περιστροφική κίνηση και τις μεταβολές της (γωνιακή ταχύτητα, γωνιακή επιτάχυνση, ροπή δυνάμεως, στροφορμή) είναι διανύσματα κάθετα στο επίπεδο περιστροφής. Γι' αυτό πολύ συχνά συναντάμε το εξωτερικό γινόμενο δύο διανυσματικών μεγεθών, όπως λόγου χάριν στις εξισώσεις (6.21a), (6.23) και (6.24).

Υπενθυμίζουμε την έννοια του εξωτερικού γινομένου και τον τρόπο που το υπολογίζουμε, παίρνοντας ως παράδειγμα τον ορισμό της ροπής μιας δυνάμεως ως προς σημείο O :

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Το r είναι το διάνυσμα της αποστάσεως του σημείου O από τη δύναμη F (ή γενικότερα, διάνυσμα με έναρξη το O και πέρας κάποιο σημείο του διανύσματος F , με γωνία των δύο διανυσμάτων θ). Μετακινούμε παράλληλα το διάνυσμα r , έτσι ώστε να έχει κοινή αρχή με το F [σχ. 6.6a(α)]. Το εξωτερικό γινόμενο M είναι διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν τα δύο διανύσματα [σχ. 6.6a(β)]. Η φορά του καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού (ή του δεξιόστροφου κοκλίου). Το μέτρο του νέου διανύσματος είναι:

$$M = r \cdot F \cdot \sin \theta$$



Σχ. 6.6α.

Η ροπή και η στροφορμή ως εξωτερικά γινόμενα διανυσμάτων.

όπου: θ η γωνία των δύο διανυσμάτων.

Θέτοντας στη θέση της δύναμης, την ορμή, στη θέση της ροπής προκύπτει το διάνυσμα της στροφορμής [σχ. 6.6α(γ)] με μέτρο:

$$L = r \cdot (m \cdot v) \cdot \sin \theta \quad (6.21\beta)$$

Αρχή διατηρήσεως της στροφορμής: Σε αντιστοιχία με την αρχή διατηρήσεως της ορμής, έχουμε την αρχή διατηρήσεως της στροφορμής.

Κατά την περιστροφική κίνηση ενός σώματος (ή συστήματος), αν η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών που ασκούνται σ' αυτό ισούται με μηδέν, η στροφορμή του παραμένει σταθερή.

Εξίσωση της στροφορμής: Ο Δεύτερος Νόμος του Newton, εφαρμοζόμενος στην περιστροφική κίνηση ενός συστήματος, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι **αίτιο της μεταβολής της στροφορμής του συστήματος, αποτελεί η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών** που ασκούνται σ' αυτό:

$$\Sigma \vec{M} = \frac{d[\vec{r} \times (m \cdot \vec{v})]}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} \Rightarrow \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \int_1^2 \Sigma \vec{M} \cdot dt \quad (6.22)$$

Εφαρμόζοντας αυτήν τη σχέση σε όγκο ελέγχου ρευστού που εκτελεί περιστροφική κίνηση και εργαζόμενοι κατά τρόπο ανάλογο με αυτόν της παραγράφου 6.2, καταλήγουμε στην εξίσωση:

$$\Sigma \vec{M} = \sum_{\text{εξ}} \dot{m}_i \cdot \vec{r}_i \times \vec{v}_i - \sum_{\text{εισ}} \dot{m}_j \cdot \vec{r}_j \times \vec{v}_j \quad (6.23)$$

Για μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού:

$$m_i = \rho \cdot Q_i, \quad m_j = \rho \cdot Q_j \quad \text{και} \quad \sum_{\text{εξ}} Q_i = \sum_{\text{εισ}} Q_i$$

Αν ο όγκος ελέγχου έχει μία είσοδο και μία έξοδο:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} = \rho \cdot Q \quad \text{και η σχέση γίνεται:}$$

$$\Sigma \vec{M} = \rho \cdot Q \cdot (\vec{r}_2 \times \vec{v}_2 - \vec{r}_1 \times \vec{v}_1) \quad (6.24)$$

Τα μεγέθη που εισάγει η εξίσωση της στροφορμής, αντιμετωπίζονται στον τρισδιάστατο χώρο. Πιο συγκεκριμένα, λαμβάνοντας τις προβολές των διανυσμάτων της αποστάσεως και της ταχύτητας στο επίπεδο xy , προκύπτει η προβολή της ροπής στον άξονα z . Κατ' αντίστοιχο τρόπο προκύπτουν οι προβολές της ροπής κατά τους άξονες x και y :

$$\Sigma M_z = \rho \cdot Q \cdot (\vec{r}_{2xy} \times \vec{v}_{2xy} - \vec{r}_{1xy} \times \vec{v}_{1xy}) \quad (6.24\alpha)$$

$$\Sigma M_y = \rho \cdot Q \cdot (\vec{r}_{2xz} \times \vec{v}_{2xz} - \vec{r}_{1xz} \times \vec{v}_{1xz}) \quad (6.24\beta)$$

$$\Sigma M_x = \rho \cdot Q \cdot (\vec{r}_{2yz} \times \vec{v}_{2yz} - \vec{r}_{1yz} \times \vec{v}_{1yz}) \quad (6.24\gamma)$$

Είναι προφανές ότι μας συμφέρει (όταν είναι δυνατόν) να επιλέγουμε έτσι τους άξονες συντεταγμένων, ώστε η διεύθυνση του διανύσματος της συνισταμένης ροπής να συμπίπτει με τον έναν από αυτούς, συνήθως τον z . Σ' αυτήν την περίπτωση, η εξίσωση (6.24α) είναι επαρκής για τον υπολογισμό της συνισταμένης ροπής.

Στα προβλήματα στροφορμής πρέπει να υπολογίζουμε προσεκτικά τη ροπή όλων των εξωτερικών δυνάμεων. Επίσης, τις εισερχόμενες και εξερχόμενες ροές ορμής, φροντίζοντας να προσημαίνουμε σωστά τα μεγέθη.

Με τη βοήθεια της εξισώσεως της στροφορμής, επιλύονται και προβλήματα αντιμετώπισης ροπών, οι οποίες οφείλονται στις δυνάμεις πίεσεως που αναπτύσσονται κατά τη ροή. Όπως θα διαπιστώσουμε με

το παράδειγμα που ακολουθεί, η μεθοδολογία που ακολουθούμε για τον υπολογισμό των ροπών, είναι ανάλογη με τη μεθοδολογία υπολογισμού δυνάμεων.

Παράδειγμα 12

Η διπλή γωνία του σχήματος 6.6β, συνδέεται με εύκαμπτες συνδέσεις στα σημεία 1 και 2 με το σύστημα ροής και στηρίζεται στο σημείο Α. Στη διατομή 1 έχουμε σχετική πίεση 290 ΚΡα και στη 2, 220 ΚΡα. Η παροχή νερού είναι 90 m³/h και η διάμετρος, 3 in. Να υπολογισθεί η ροπή που ασκείται στο σημείο Α αν $h_1 = 10$ cm, $h_2 = 30$ cm.

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{Δεδομένα: } d &= 3 \text{ in} = 0,0762 \text{ m} & Q &= 90 \text{ m}^3/\text{h} = 0,025 \text{ m}^3/\text{s} \\ p_{1,\text{ox}} &= 290 \text{ ΚΡα} & p_{2,\text{ox}} &= 220 \text{ ΚΡα} & h_1 &= 0,1 \text{ m} & h_2 &= 0,3 \text{ m} \end{aligned}$$

Ζητούμενα: M_A

– Από την εξίσωση της συνέχειας, υπολογίζουμε την ταχύτητα:

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow v_1 = v_2 = v = 5,48 \text{ m/s}$$

– Εφαρμόζουμε την εξίσωση της στροφορμής (6.24) μεταξύ των 1 και 2 ως προς το σημείο στηρίξεως Α:

$$\Sigma \vec{M} = \rho \cdot Q \cdot (\vec{r}_2 \times \vec{v}_2 - \vec{r}_1 \times \vec{v}_1) \quad (1)$$

Επειδή οι ταχύτητες και το σημείο Α βρίσκονται στο επίπεδο xy, η συνισταμένη ροπή θα είναι κάθετη σ' αυτό: $\Sigma \vec{M} = \Sigma M_z$

Το μέτρο του διανύσματος $\vec{r} \times \vec{v}$ ισούται με $h \cdot v$, όπου h η απόσταση του διανύσματος της ταχύτητας από το σημείο Α. Από την εξίσωση (1) προκύπτει για το μέτρο της συνισταμένης ροπής:

$$\Sigma M = \rho \cdot Q (h_2 \cdot v_2 - h_1 \cdot v_1) = \rho \cdot Q \cdot v \cdot (h_2 - h_1)$$

Και αντικαθιστώντας: $\Sigma M = 27,4 \text{ Nm}$.

– Η συνισταμένη ροπή στο σημείο Α, ισούται με το άθροισμα των ροπών των δυνάμεων πίεσεως στις διατομές 1 και 2 του αγωγού και της ροπής που ασκείται στο Α. (**Προσοχή:** η δύναμη πίεσεως στη διατομή εξόδου έχει αντίθετη φορά από τη δύναμη στη διατομή εισόδου):

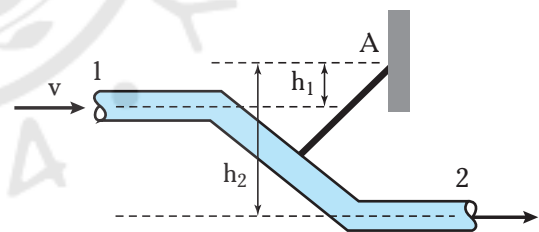
$$\Sigma M = F_{p1} \cdot h_1 - F_{p2} \cdot h_2 + M_A \quad (2)$$

$$F_{p1} = \frac{\pi d^2}{4} p_1 \Rightarrow F_{p1} = 1322,5 \text{ N}$$

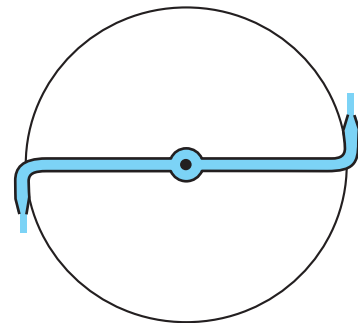
$$F_{p2} = \frac{\pi d^2}{4} p_2 \Rightarrow F_{p2} = 1003,3 \text{ N}$$

$$(2) \Rightarrow M_A = F_{p2} \cdot h_2 - F_{p1} \cdot h_1 + \Sigma M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_A = 196 \text{ Nm}$$



Σχ. 6.6β.



Σχ. 6.6γ.

Παράδειγμα 13

Ένα μικρό περιστρεφόμενο ποτιστήρι κλόνης λειτουργεί όπως στο σχήμα 6.6γ. Η παροχή εισόδου είναι 10 L/min με σχετική πίεση εισόδου 30 kPa. Τα δύο ακρο-

φύσια έχουν διάμετρο 5 mm και το ρευστό εξέρχεται από αυτά προς τα άνω, με γωνία 40° ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογισθούν:

- Η ταχύτητα ροής στα ακροφύσια.
- Η ροπή που απαιτείται για να μείνει ο βραχίονας του ποτιστηριού ακίνητος.
- Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα αν οι τριβές είναι αμελητέες.
- Οι τριβές ροπής αν ο βραχίονας του ποτιστηριού περιστρέφεται με 35 rpm.

Λύση:

Δεδομένα: $R = 0,16 \text{ m}$ $d = 0,005 \text{ m}$ $Q = 10 \text{ L/min} = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$
 $p_{o,ox} = 30 \text{ KPa}$ $\theta = 40^\circ$

Ζητούμενα: α) $v_{εξ}$, β) M για $\omega = 0$, γ) ω_{\max} , δ) M_t αν $\omega = 35 \text{ rpm}$.

α) **Υπολογισμός ταχύτητας εξόδου.**

Για κάθε ακροφύσιο, λόγω συμμετρίας:

$$Q_{εξ} = Q/2 = 8,33 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \Rightarrow v = 4,24 \text{ m/s}$$

β) Για να μείνει ο βραχίονας ακίνητος πρέπει το άθροισμα των ροπών να ισούται με μηδέν. Αν $\vec{\Sigma M}$ η ροπή του συστήματος και \vec{M} η ροπή που εφαρμόζουμε επί του βραχίονα:

$$\vec{M} + \vec{\Sigma M} = 0 \quad (1)$$

– **Εφαρμογή της εξισώσεως της στροφορμής:** Τη ροπή του συστήματος λόγω ροής την υπολογίζουμε με εφαρμογή της εξισώσεως της στροφορμής.

Οι ταχύτητες των δύο ακροφυσίων έχουν φορά προς τα πάνω με κλίση 40° . Άρα το μέτρο της προβολής τους στο οριζόντιο επίπεδο xy είναι (σχ. 6.6δ):

$$v_{xy} = v \cdot \cos\theta = 3,25 \text{ m/s}.$$

Αλλά οι προβολές των ταχυτήτων των δύο ακροφυσίων στο επίπεδο xy είναι αντίθετες (όπως φαίνεται στο σχήμα 6.6ε):

$$\vec{v}_{1xy} = \vec{v}_{2xy}$$

Οι προβολές των ταχυτήτων στον άξονα z είναι ίσες κατά μέτρο και φορά: $\vec{v}_{1z} = \vec{v}_{2z}$

Τα διανύσματα αποστάσεως των ακροφυσίων από τον άξονα περιστροφής είναι ίσα και αντίθετα: $r_1 = r_2 = R$, $\vec{r}_1 = -\vec{r}_2$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της στροφορμής. Έχουμε μία είσοδο και δύο εξόδους, οπότε η εξίσωση (6.23) γίνεται:

$$\vec{\Sigma M} = \dot{m}_1 \cdot \vec{r}_1 \times \vec{v}_1 + \dot{m}_2 \cdot \vec{r}_2 \times \vec{v}_2 - \dot{m}_0 \cdot \vec{r}_0 \times \vec{v}_0 \Rightarrow$$

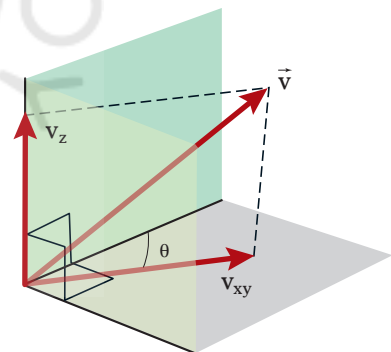
$$\Rightarrow \vec{\Sigma M} = \rho \cdot (Q_1 \cdot \vec{r}_1 \times \vec{v}_1 + Q_2 \cdot \vec{r}_2 \times \vec{v}_2 - Q_0 \cdot \vec{r}_0 \times \vec{v}_0)$$

όπου: οι δείκτες 1 και 2 αναφέρονται στις δύο εξόδους (ακροφύσια) και το 0 στην είσοδο στον άξονα.

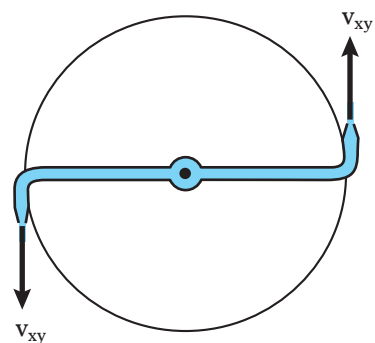
Είναι: $Q_1 = Q_2 = Q/2$, $r_0 = 0$, οπότε η σχέση γίνεται:

$$\vec{\Sigma M} = \rho \cdot \frac{Q}{2} \cdot (\vec{r}_1 \times \vec{v}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{v}_2)$$

και αναλύοντας τα διανύσματα ταχυτήτων στο επίπεδο xy και στον άξονα z :



Σχ. 6.6δ.



Σχ. 6.6ε.

$$\Sigma \vec{M} = \rho \cdot \frac{Q}{2} \cdot (\vec{r}_1 \times \vec{v}_{1xy} + \vec{r}_2 \times \vec{v}_{2xy} + \vec{r}_1 \times \vec{v}_{1z} + \vec{r}_2 \times \vec{v}_{2z})$$

$$\text{Είναι: } \vec{r}_1 \times \vec{v}_{1z} + \vec{r}_2 \times \vec{v}_{2z} = \vec{r}_1 \times \vec{v}_{1z} + (-\vec{r}_2) \times \vec{v}_{2z} = 0$$

$$\vec{r}_1 \times \vec{v}_{1xy} + (-\vec{r}_1) \times (\vec{v}_{1xy}) = 2 \cdot \vec{r}_1 \times \vec{v}_{1xy}$$

Και η σχέση γίνεται τελικά:

$$\Sigma \vec{M} = \rho \cdot Q \cdot \vec{r}_1 \times \vec{v}_{1xy} \quad (2)$$

$$\Sigma M = 0,0864 \text{ Nm}$$

Η **διεύθυνση του** $\Sigma \vec{M}$ είναι κάθετη στο οριζόντιο επίπεδο περιστροφής και η **φορά** του, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, προς τα άνω (σχ. 6.6στ).

– Για να μείνει ακίνητος ο βραχίονας του ποτιστηριού, πρέπει να ασκηθεί επ' αυτού ροπή ίση και αντίθετη: (1) $\Rightarrow \vec{M} = -\Sigma \vec{M}$.

γ) Η $\Sigma \vec{M}$ τείνει να περιστρέψει το βραχίονα με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$, ίδιας φοράς. Αν ο βραχίονας περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω , τότε η επιτρόχια ταχύτητα ($v_e = \omega \cdot R$), είναι αντίθετης φοράς από την v_{xy} (σχ. 6.6ζ). Η προβολή της σχετικής ταχύτητας εξόδου από το κάθε ακροφύσιο στο επίπεδο χγ είναι:

$$v_{1xy,ox} = v_{1xy} - v_e = v_{1xy} - R \cdot \omega$$

και η σχέση (2) γίνεται:

$$\Sigma \vec{M} = \rho \cdot Q \cdot \vec{r}_1 \times (\vec{v}_{1xy} - \vec{v}_e) \quad (3)$$

$$\text{με μέτρο: } \Sigma M = \rho \cdot Q \cdot R \cdot (v_{1xy} - R \cdot \omega) \quad (4)$$

Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα είναι εκείνη που αναπτύσσεται όταν δεν ασκείται καμία άλλη ροπή επί του βραχίονα (εξωτερική ή λόγω τριβής). Τότε:

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow v_{1xy} - R \cdot \omega = 0 \Rightarrow v_{1xy} = R \cdot \omega \Rightarrow \omega = v_{1xy}/R \Rightarrow \omega = 20,3 \text{ rad/s} = 193,9 \text{ rpm}$$

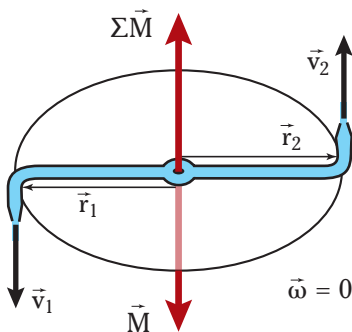
$$\delta) \omega = 30 \text{ rpm} = 30 \cdot 2\pi/60 \text{ rad/s} = \pi \text{ rad/s}$$

Αν υπάρχει ροπή τριβής M_t (σχ. 6.6ν), η συνθήκη ισορροπίας γίνεται:

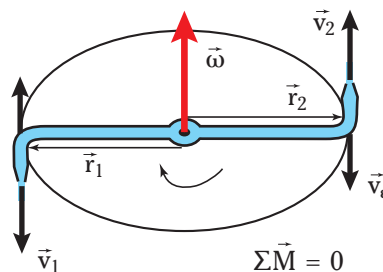
$$\Sigma \vec{M} + \vec{M}_t = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_t = \Sigma M = \rho \cdot Q \cdot R \cdot (v_{1xy} - R \cdot \omega) \quad (4)$$

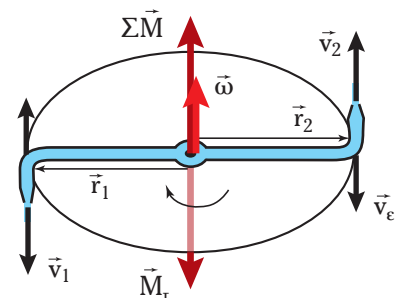
$$M_t = 1000 \cdot 1,67 \cdot 10^{-4} \cdot 0,16 \cdot (3,25 - 0,16 \cdot \pi) \text{ (SI)} \Rightarrow M_t = 0,073 \text{ Nm}$$



Σχ. 6.6στ.



Σχ. 6.6ζ.



Σχ. 6.6ν.

6.7 Γενίκευση των ισοζυγίων ποσοτήτων.

Στο Τρίτο Κεφάλαιο αναφερθήκαμε –αρκετά διεξοδικά– στα ισοζύγια μάζας και ενέργειας των ασυμπίεστων ρευστών σε μόνιμη ροή. Από το ισοζύγιο μάζας προέκυψε η εξίσωση της συνέχειας και από το ισοζύγιο ενέργειας, η εξίσωση Bernoulli. Τη χρησιμότητα των δύο αυτών σχέσεων για την επίλυση προβλημάτων Μηχανικής Ρευστών, την είδαμε τόσο στις εφαρμογές και τα παραδείγματα του ίδιου κεφαλαίου, όσο και στους υπολογισμούς στους σωλήνες (Πέμπτο Κεφάλαιο: Ροή ασυμπίεστων ρευστών σε σωλήνες). Στην παρούσα ενότητα, εξετάσαμε τα ισοζύγια της ορμής, και της στροφορμής σε μόνιμη ροή ασυμπίεστων ρευστών. Κλείνοντας τη μελέτη των ισοζυγίων, κρίνεται σκόπιμη μία γενίκευση, ως ερέθισμα για όποιον θα ήθελε να ασχοληθεί πιο διεξοδικά με το θέμα.

6.7.1 Θεώρημα μεταφοράς του Reynolds.

Ξεκινώντας τη μελέτη των ισοζυγίων (παράγρ. 3.2), είχαμε σημειώσει ότι για μία εκτακτική φυσική ποσότητα Φ (όπως η μάζα, η ενέργεια, η ορμή και η στροφορμή), το γενικό ισοζύγιο για επιλεγμένο σύστημα είναι:

$$\Phi_{\Delta HM} = \Phi_{\text{ΑΠΟΘ}} + \Phi_{\text{ΕΞ}} - \Phi_{\text{ΕΙΣ}}$$

Ας δούμε τώρα πιο συγκεκριμένα το γενικό ισοζύγιο.

Επιλέγουμε όγκο ελέγχου (control volume, cv) του ρευστού. Εφόσον έχουμε ροή, το σύστημά μας είναι ανοικτό, δηλαδή μάζες ρευστού εισέρχονται και εξέρχονται (επομένως και ποσότητες Φ).

Στη στοιχειώδη μάζα του ρευστού dm αντιστοιχεί ποσότητα $d\Phi$. Αν συμβολίσουμε με ϕ την ποσότητα ανά μονάδα μάζας ρευστού, έχουμε:

$$\phi = \frac{d\Phi}{dm} \Rightarrow \quad (6.25)$$

$$\Rightarrow d\Phi = \phi \cdot dm = \phi \cdot \rho \cdot dV$$

Επομένως, η ποσότητα Φ_{sys} του συστήματος που εξετάζουμε, ισούται με:

$$\Phi_{\text{sys}} = \int_{\text{sys}} \phi \cdot \rho \cdot dV \quad (6.26)$$

Μελετώντας τη μεταβολή της ποσότητας Φ του συστήματος σε ορισμένο χρόνο, διαπιστώνουμε ότι αυτή οφείλεται:

α) Στη μεταβολή του Φ της ποσότητας ύλης, η οποία κατά το χρόνο t αποθηκεύτηκε εντός του όγκου ελέγχου: $\Delta\Phi_{\text{cv}}$ (υπενθυμίζουμε ότι στην περίπτωση της μόνιμης ροής, αυτός ο όρος είναι μηδενικός).

β) Στην είσοδο νέας ποσότητας ύλης, άρα και $\Phi_{\text{εισ}}$, στον όγκο ελέγχου.

γ) Στην έξοδο ποσότητας ύλης, άρα και $\Phi_{\text{εξ}}$ από τον όγκο ελέγχου.

$$\Delta\Phi_{\text{sys}} = \Delta\Phi_{\text{cv}} + \Sigma\Phi_{\text{εξ}} - \Sigma\Phi_{\text{εισ}}$$

Άρα ο ρυθμός μεταβολής είναι:

$$\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_{\text{sys}} = \left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_{\text{cv}} + \Sigma \frac{d\Phi_{\text{εξ}}}{dt} - \Sigma \frac{d\Phi_{\text{εισ}}}{dt}$$

Και μετά από επεξεργασία:

$$\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_{\text{sys}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\text{cv}} \phi \cdot \rho \cdot dV + \int_{\text{Αεξ}} \phi_{\text{εξ}} \cdot \rho_{\text{εξ}} \cdot \mathbf{v}_{\text{εξ}} \cdot d\mathbf{A}_{\text{εξ}} - \int_{\text{Αεισ}} \phi_{\text{εισ}} \cdot \rho_{\text{εισ}} \cdot \mathbf{v}_{\text{εισ}} \cdot d\mathbf{A}_{\text{εισ}} \quad (6.27)$$

Η εξίσωση (6.27) εκφράζει το θεώρημα μεταφοράς του Reynolds. Όπως είπαμε, στη θέση του Φ μπορεί να τοποθετηθεί κάθε ποσότητα που διατηρείται, για παράδειγμα μάζα, ενέργεια, ορμή, στροφορμή.

Μπορούμε τώρα να εφαρμόσουμε αυτό το θεώρημα για κάθε ένα από τα παραπάνω μεγέθη, επιλέγοντας τον κατάλληλο όγκο ελέγχου ως ισοδύναμο του ανοικτού θερμοδυναμικού συστήματος.

6.7.2 Ισοζύγιο μάζας.

Αντικαθιστώντας το Φ με τη μάζα m , έχουμε: $\phi = \frac{dm}{dm} = 1$

και λαμβάνοντας υπόψη ότι η μάζα της ύλης του συστήματος δεν μεταβάλλεται, από την εξίσωση (6.27) προκύπτει:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho \cdot dV + \int_{A_{εξ}} \rho_{εξ} \cdot \mathbf{v}_{εξ} \cdot d\mathbf{A}_{εξ} - \int_{A_{ειο}} \rho_{ειο} \cdot \mathbf{v}_{ειο} \cdot d\mathbf{A}_{ειο} = 0 \quad (6.28)$$

όπου: ο πρώτος όρος εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της μάζας στον όγκο ελέγχου και οι άλλοι δύο την εξερχόμενη και εισερχόμενη μάζα αντίστοιχα. Σημειώνουμε ότι αν υπάρχουν περισσότερες της μίας εξοδοί ή εισοδοί, θα πρέπει να υπολογισθούν και αντίστοιχοι όροι.

– **Στη μόνιμη ροή** η μάζα του όγκου ελέγχου παραμένει σταθερή και επομένως η εξίσωση (6.28) δίνει:

$$\int_{A_{ειο}} \rho_{ειο} \cdot \mathbf{v}_{ειο} \cdot d\mathbf{A}_{ειο} = \int_{A_{εξ}} \rho_{εξ} \cdot \mathbf{v}_{εξ} \cdot d\mathbf{A}_{εξ} \quad (6.28α)$$

– Για **μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού** ισχύει, $\rho_{εξ} = \rho_{ειο} = \rho$ οπότε (6.28α) γίνεται:

$$\int_{A_{ειο}} \mathbf{v}_{ειο} \cdot d\mathbf{A}_{ειο} = \int_{A_{εξ}} \mathbf{v}_{εξ} \cdot d\mathbf{A}_{εξ} \quad (6.28β)$$

η οποία μας οδηγεί στην εξίσωση της συνέχειας (παράγρ. 3.3).

6.7.3 Ισοζύγιο ενέργειας.

Θέτοντας $\Phi = E$ προκύπτει $\phi = e$ (ενέργεια ανά μονάδα μάζας ρευστού). Από τη θερμοδυναμική γνωρίζουμε ότι ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ενός ανοικτού συστήματος ισούται με τη ροή θερμότητας προς το σύστημα μείον τη ροή έργου προς το περιβάλλον: $(dE/dt)_{sys} = Q - \dot{W}$. Η εξίσωση (6.27) δίνει:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \mathbf{e} \cdot \rho \cdot dV + \int_{A_{εξ}} \mathbf{e}_{εξ} \cdot \rho_{εξ} \cdot \mathbf{v}_{εξ} \cdot d\mathbf{A}_{εξ} - \int_{A_{ειο}} \mathbf{e}_{ειο} \cdot \rho_{ειο} \cdot \mathbf{v}_{ειο} \cdot d\mathbf{A}_{ειο} \quad (6.29)$$

Από τη θερμοδυναμική: $e = u + v^2/2 + g \cdot y$

Και με την ανάλυση της παραγράφου 3.4.3 για την περίπτωση της μόνιμης ροής ασυμπίεστου ρευστού, οδηγούμαστε στην εξίσωση Bernoulli.

6.7.4 Ισοζύγιο ορμής.

Η ορμή είναι διανυσματικό μέγεθος, οπότε θέτουμε: $\vec{\Phi} = \vec{J} = m \cdot \vec{v}$ και κατά συνέπεια, $\vec{\phi} = \vec{v}$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταφοράς του Reynolds σε συνδυασμό με την εξίσωση της ορμής, λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= \left(\frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} \right)_{sys} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{v} \cdot \rho \cdot dV + \int_{A_{εξ}} \vec{v}_{εξ} \cdot \rho_{εξ} \cdot \vec{v}_{εξ} \cdot d\mathbf{A}_{εξ} - \int_{A_{ειο}} \vec{v}_{ειο} \cdot \rho_{ειο} \cdot \vec{v}_{ειο} \cdot d\mathbf{A}_{ειο} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Sigma \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{v} \cdot \rho \cdot dV + \int_{A_{εξ}} \vec{v}_{εξ} \cdot d\dot{m}_{εξ} - \int_{A_{ειο}} \vec{v}_{ειο} \cdot d\dot{m}_{ειο} \end{aligned} \quad (6.30)$$

Η εξίσωση της ορμής είναι διανυσματική. Μπορούμε, όπως είδαμε, να την αναπτύξουμε στους τρεις άξονες συντεταγμένων. Για τον άξονα x έχουμε:

$$\Sigma \vec{F}_x = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{v}_x \cdot \rho \cdot dV + \int_{A_{εξ}} \vec{v}_{εξx} \cdot d\dot{m}_{εξ} - \int_{A_{ειο}} \vec{v}_{ειοx} \cdot d\dot{m}_{ειο} \quad (6.30α)$$

Για μόνιμη ροή, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής εντός του όγκου ελέγχου ισούται με μηδέν:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho \cdot \vec{v} \cdot dV = 0$$

Και η εξίσωση γίνεται:

$$\Sigma \vec{F} = \int_{A_{εξ}} \vec{v}_{εξ} \cdot d\dot{m}_{εξ} - \int_{A_{ειο}} \vec{v}_{ειο} \cdot d\dot{m}_{ειο} \quad (6.30β)$$

Από την εξίσωση (6.30β), για **μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού** προκύπτει η εξίσωση της ορμής (6.9), (παράγρ. 6.2).

Η σχέση (6.30) ισχύει όταν ο όγκος ελέγχου είναι ακίνητος ή κινείται με σταθερή ταχύτητα (αποτελεί δηλ. αδρανειακό σύστημα). Στην περίπτωση που ο όγκος ελέγχου κινείται με επιτάχυνση a , ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} - \int_{cv} \vec{a} \cdot d\mathbf{m}_{cv} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{v} \cdot \rho \cdot dV + \int_{\Lambda_{εξ}} \vec{v}_{εξ} \cdot d\mathbf{m}_{εξ} - \int_{\Lambda_{εισ}} \vec{v}_{εισ} \cdot d\mathbf{m}_{εισ} \quad (6.30γ)$$

6.7.5 Ισοζύγιο στροφορμής.

Θέτοντας τη στροφορμή στη θέση του Φ έχουμε:

$$\vec{\Phi} = \vec{L} = \vec{r} \times (m\vec{v}) \Rightarrow \vec{\Phi} = \vec{r} \times \vec{v}$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταφοράς του Reynolds παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{M} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{r} \times \vec{v} \cdot \rho \cdot dV + \int_{\Lambda_{εξ}} \vec{r} \times \vec{v}_{εξ} \cdot d\mathbf{m}_{εξ} - \int_{\Lambda_{εισ}} \vec{r} \times \vec{v}_{εισ} \cdot d\mathbf{m}_{εισ} \quad (6.31)$$

Για **μόνιμη ροή**:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{r} \times \vec{v} \cdot \rho \cdot dV = 0 \quad \text{και η εξίσωση γίνεται:}$$

$$\Sigma \vec{M} = \int_{\Lambda_{εξ}} \vec{r} \times \vec{v}_{εξ} \cdot d\mathbf{m}_{εξ} - \int_{\Lambda_{εισ}} \vec{r} \times \vec{v}_{εισ} \cdot d\mathbf{m}_{εισ} \quad (6.31α)$$

Απ' αυτήν τη σχέση, στην περίπτωση ασυμπίεστου ρευστού, προκύπτει η εξίσωση (6.24).

Υπενθυμίζουμε ότι στην περίπτωση που ο επιλεγμένος όγκος ελέγχου έχει περισσότερες από μία εισόδους ή εξόδους, στις παραπάνω εξισώσεις πρέπει να συνηπολογισθούν όλες (με τη σχετική τροποποίηση των τύπων και της μεθοδολογίας που είδαμε στο παράδειγμα 11 της παραγράφου 6.5.6).

6.7.6 Διαφορικές εξισώσεις ισοζυγίων.

Αν εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταφοράς σε στοιχειώδη όγκο ελέγχου τρισδιάστατης ροής, προκύπτουν οι διαφορικές εξισώσεις ισοζυγίων, οι οποίες καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις ροής, αλλά είναι εξαιρετικά δύσκληρες και ακατάλληλες για επίλυση προβλημάτων της πράξης. Παραθέτουμε τις εξισώσεις μάζας και ορμής:

– **Εξίσωση συνέχειας:**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u}_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + \mathbf{u}_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + \mathbf{u}_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{u}_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (6.32)$$

Για ασυμπίεστο ρευστό ισχύει, $\rho = \text{σταθερό}$ οπότε η εξίσωση συνέχειας γίνεται:

$$\frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{u}_z}{\partial z} = 0 \quad (6.32α)$$

– **Εξίσωση ορμής:**

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial t} + \mathbf{u}_x \frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial x} + \mathbf{u}_y \frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial y} + \mathbf{u}_z \frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial z} \right) \quad (6.33α)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} - \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial t} + \mathbf{u}_x \frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial x} + \mathbf{u}_y \frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial y} + \mathbf{u}_z \frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial z} \right) \quad (6.33β)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}_z}{\partial t} + \mathbf{u}_x \frac{\partial \mathbf{u}_z}{\partial x} + \mathbf{u}_y \frac{\partial \mathbf{u}_z}{\partial y} + \mathbf{u}_z \frac{\partial \mathbf{u}_z}{\partial z} \right) \quad (6.33γ)$$

– **Εξισώσεις των Navier–Stokes:**

Για ασυμπίεστα νευτώνεια ρευστά οι Navier και Stokes έδειξαν ότι οι παραπάνω εξισώσεις της ορμής παίρνουν τη μορφή:

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \quad (6.34a)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \quad (6.34\beta)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \quad (6.34\gamma)$$

Οι εξισώσεις Navier–Stokes δείχνουν πως οι μεταβολές στην ορμή ενός απειροστού όγκου του ρευστού είναι το αθροιστικό αποτέλεσμα της βαρύτητας, των μεταβολών της πίεσης και των δυνάμεων ιξώδους του ρευστού. Η «κομψότητα» τους όμως κρύβει μια εξαιρετική πολυπλοκότητα. Μόνο σε απλές περιπτώσεις ροής μπορούν να επιλυθούν. Για πιο σύνθετα προβλήματα, έχουν αναπτυχθεί διάφορα προγράμματα υπολογιστών που χρησιμοποιούν προσεγγιστικές αριθμητικές μεθόδους. Αλλά στη γενική τους μορφή, δεν επιλύονται.

6.8 Ασκήσεις.

1. Οριζόντιος κρουνός διαμέτρου 1 in, είναι προσαρμοσμένος στο τοίχωμα δεξαμενής και σε υψομετρική διαφορά 3 m από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού (σχ. 6.8α). Να υπολογισθούν η ταχύτητα εξόδου του νερού και η δύναμη που ασκείται στη δεξαμενή: α) αν η ροή θεωρηθεί ιδανική και β) αν $K = 0,5$.

$$[\alpha) 7,67 \text{ m/s}, 29,8 \text{ N}, \beta) 6,26 \text{ m/s}, 19,9 \text{ N}]$$

2. Υγρό σχετικής πυκνότητας 0,8 και κινηματικού ιξώδους $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, ρέει σε ευθύγραμμο αγωγό από γαλβανισμένο σίδηρο, διαμέτρου 3 in και μήκους 20 m με κλίση 30° ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Αν η παροχή προς τα πάνω είναι $60 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό, κατά τον άξονά του και κάθετα σ' αυτόν.

$$[F_x = 174 \text{ N}, F_y = 620 \text{ N}]$$

3. Σωλήνας διαμέτρου 12 cm καταλήγει σε ακροφύσιο εκτοξεύσεως με διάμετρο εξόδου 5 cm. Η παροχή νερού είναι $80 \text{ m}^3/\text{h}$ και ο συντελεστής τοπικών απωλειών στο ακροφύσιο 0,05. Να υπολογισθεί η δύναμη, την οποία ασκεί το ρευστό στο ακροφύσιο.

$$[F=2123 \text{ N}]$$

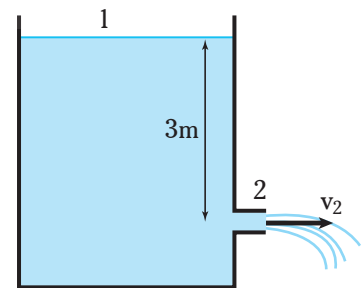
4. Σωλήνας νερού, διαμέτρου 3 in, καταλήγει σε ακροφύσιο τελικής διαμέτρου 1,5 in το οποίο εκρέει στην ατμόσφαιρα. Η σχετική πίεση στην αρχή του ακροφυσίου είναι 2 bar. Αν $K = 0,05$, να υπολογισθούν: α) η παροχή νερού (σε m^3/h) και η ταχύτητα εκροής, και β) η δύναμη με την οποία τείνει να αποκολληθεί το ακροφύσιο από το σωλήνα.

$$[\alpha) Q = 82,6 \text{ m}^3/\text{h} \quad v_{\text{εξ}} = 20,1 \text{ m/s}, \beta) F = 565,7 \text{ N}]$$

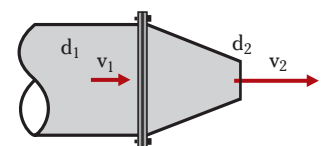
5. Το οριζόντιο ακροφύσιο του σχήματος 6.8β έχει $d_1 = 12 \text{ in}$ και $d_2 = 6 \text{ in}$, με πίεση εισόδου 2,6 bar και ταχύτητα εξόδου 16 m/s. Να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται στη φλάντζα αν το ρευστό είναι νερό.

$$[F = 11767 \text{ N}]$$

6. Σε μια απότομη συστολή με $d_1 = 6 \text{ cm}$ και $d_2 = 4 \text{ cm}$, ρέει νερό με



Σχ. 6.8α.



Σχ. 6.8β.

ταχύτητα $v_2 = 8 \text{ m/s}$. Η σχετική πίεση αμέσως μετά τη συστολή είναι 500 KPa . Να υπολογισθεί η ταχύτητα εισόδου στη συστολή, η παροχή μάζας, και η δύναμη που ασκείται στον αγωγό.

$$[v_1 = 3,56 \text{ m/s}, \dot{m} = 10 \text{ Kg/s}, F = 836 \text{ N}]$$

7. Για το σύστημα του σχήματος 6.8γ είναι: $d_1 = 8 \text{ cm}$, $d_2 = 5 \text{ cm}$, $p_2 = 1,3 \text{ bar}$. Στο σωλήνα κυκλοφορεί νερό και το υγρό του μανομέτρου είναι υδράργυρος. Αν το μανόμετρο δείχνει $h = 58 \text{ cm}$, να υπολογισθεί η δύναμη αντιστάσεως στη φλάντζα.

$$[F = 191,2 \text{ N}]$$

8. Το εξάρτημα ροής του σχήματος 6.8δ (orifice) οδηγεί σε μεγάλη πτώση πίεσεως. Για διάμετρο σωλήνα 10 cm και οπής 6 cm και παροχή νερού 1900 L/min , η πτώση πίεσεως είναι 145 KPa . Να υπολογισθεί η δύναμη στο orifice και ο συντελεστής τοπικών απωλειών.

$$[F = 912 \text{ N}, K = 1,4]$$

9. Αντλία αναρροφά νερό πίεσεως 90 KPa από σωλήνα διαμέτρου 8 cm , και το καταθλίβει με πίεση 500 KPa σε σωλήνα διαμέτρου 5 cm (σχ. 6.8ε). Αν η παροχή είναι $80 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθεί η αναγκαία δύναμη για τη στήριξή της και το ύψος που προσδίδει στο νερό.

$$[F = 1108 \text{ N}, h_p = 46 \text{ m}]$$

10. Σε σωλήνα διαμέτρου 5 cm ρέει νερό με ταχύτητα 6 m/s . Σε κάποιο σημείο, παρεμβάλλεται απότομη διαστολή που οδηγεί το νερό σε σωλήνα διαμέτρου 8 cm . Η σχετική πίεση αμέσως μετά τη διαστολή είναι 300 KPa . Να υπολογισθεί η παροχή μάζας και η δύναμη που ασκείται στον αγωγό.

$$[\dot{m} = 11,78 \text{ Kg/s}, F = -904 \text{ N}]$$

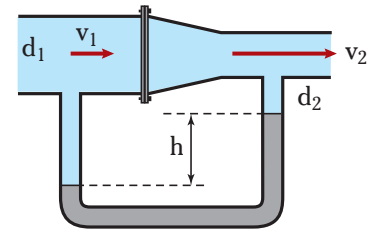
11. Αγωγός διαμέτρου 15 cm , αλλάζει διεύθυνση κατά 30° . Ο αγωγός μεταφέρει νερό παροχής $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ και πριν την αλλαγή διεύθυνσεως η πίεση είναι 130 kPa . Να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται στον αγωγό αν αυτός βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και οι απώλειες θεωρηθούν αμελητέες.

$$[F = 1482 \text{ N}, \theta = 105^\circ]$$

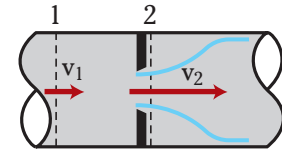
12. Νερό ρέει σε σωλήνα διαμέτρου 5 cm . Μία γωνία 180° με ακτίνα καμπυλότητας 24 cm , αντιστρέφει την πορεία του (σχ. 6.8στ). Όταν η παροχή είναι $45 \text{ m}^3/\text{h}$, η πίεση στο σημείο 1 είναι 165 KPa . Θεωρώντας αμελητέα την επίδραση του βάρους του νερού και λαμβάνοντας $K=2$, να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται στον αγωγό και η κατανομή της στις φλάντζες 1 και 2.

$$[F = 329,7 \text{ N}, \theta = 180^\circ, F_1 = 241,7 \text{ N}, F_2 = 88 \text{ N}]$$

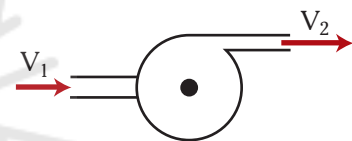
13. Νερό ρέει μέσα από τη γωνία του σχήματος 6.8ζ και εξέρχεται



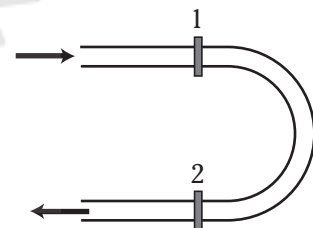
Σχ. 6.8γ.



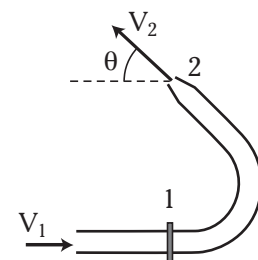
Σχ. 6.8δ.



Σχ. 6.8ε.



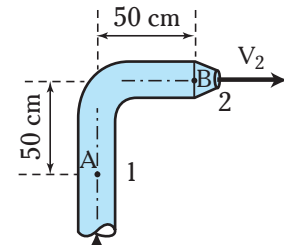
Σχ. 6.8στ.



Σχ. 6.8ζ.

στην ατμόσφαιρα με $\theta = 40^\circ$. Η διάμετρος του σωλήνα είναι 10 cm και της εξόδου του ακροφυσίου 3 cm. Για παροχή 50 m³/h η σχετική πίεση στο σημείο 1 είναι 2,3 bar. Να υπολογισθεί η πίεση στη φλάντζα 1 (η επίδραση του βάρους να θεωρηθεί αμελητέα).

$$[F = 2060 \text{ N}, \varphi = 175,6^\circ]$$



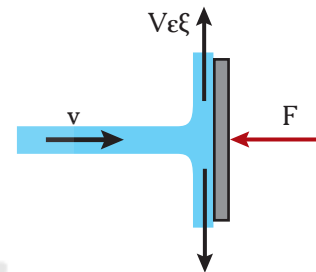
Σχ. 6.8n.

14. Ο σωλήνας του σχήματος 6.8n έχει $d_1 = 30 \text{ cm}$, $d_2 = 15 \text{ cm}$. Όταν στο σωλήνα ρέει νερό με παροχή 15 m³/min, η σχετική πίεση στο σημείο 1 είναι 190 KPa. Να υπολογισθεί η δύναμη που δέχεται ο αγωγός και η ροπή που πρέπει να ασκηθεί στο σημείο A για τη στήριξή του.

$$[F = 14.745 \text{ N}, \varphi = -76^\circ, M = 1768 \text{ Nm}]$$

15. Ρεύμα νερού, διαμέτρου 3 cm, προσπίπτει σε πλάκα όπως φαίνεται στο σχήμα 6.8θ. Αν η δύναμη που απαιτείται για να κρατήσει την πλάκα σταθερή είναι 23 N, πόση είναι η ταχύτητα του ρεύματος;

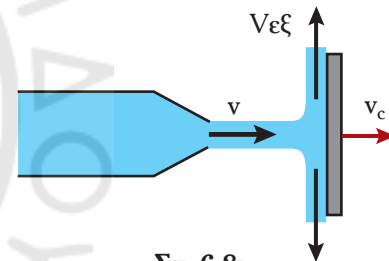
$$[v = 5,7 \text{ m/s}]$$



Σχ. 6.8θ.

16. Το ρεύμα νερού του σχήματος της προηγούμενης ασκήσεως, διαμέτρου 10 cm και παροχής 230 m³/h, προσκρούει στη σταθερή επιφάνεια. Να υπολογισθεί η δύναμη στηρίξεως της επιφάνειας.

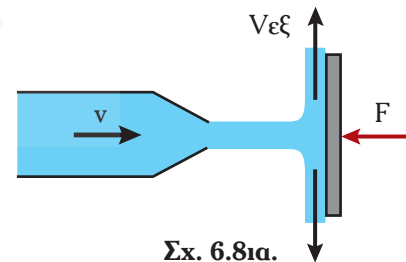
$$[F = 520 \text{ N}]$$



Σχ. 6.8ι.

17. Ένα ρεύμα νερού παροχής 40 m³/h και διαμέτρου 5 cm, χτυπά σε μια επίπεδη επιφάνεια η οποία κινείται με ταχύτητα 15 m/s, όπως δείχνει το σχήμα 6.8ι. Να υπολογισθεί η δύναμη που απαιτείται, ώστε η επιφάνεια να συνεχίσει κινούμενη με σταθερή ταχύτητα.

$$[F = 49,1 \text{ N}]$$



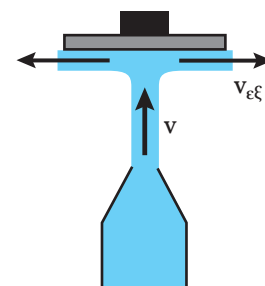
Σχ. 6.8ια.

18. Σε οριζόντιο σωλήνα διαμέτρου 10 cm, ρέει υγρό σχετικής πυκνότητας 0,79. Ο σωλήνας καταλήγει σε ακροφύσιο τελικής διαμέτρου 4 cm. Το εξερχόμενο ρεύμα προσκρούει σε κάθετη επίπεδη πλάκα (σχ. 6.8ια). Η οριζόντια δύναμη που ασκούμε ώστε να μείνει η πλάκα ακίνητη είναι 425 N. Υποθέτοντας πως δεν υπάρχουν απώλειες στο ακροφύσιο, να υπολογισθούν: α) η παροχή μάζας, β) η δύναμη που ασκεί το ακροφύσιο στο σωλήνα.

$$[\alpha) \dot{m} = 20,5 \text{ Kg/s}, \beta) F_{12} = 937 \text{ N}]$$

19. Η πλατφόρμα του σχήματος 6.8ιβ ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους και του ρεύματος νερού διαμέτρου 5 cm που προσπίπτει κάθετα και εκ των κάτω επί αυτής. Αν το βάρος της πλατφόρμας είναι συνολικά 700 N, να υπολογισθεί η ταχύτητα και η παροχή μάζας του ρεύματος.

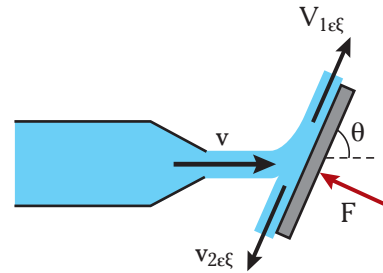
$$[v = 18,9 \text{ m/s}, \dot{m} = 37,1 \text{ Kg/s}]$$



Σχ. 6.8ιβ.

20. Όταν ρεύμα νερού προσκρούει επί της κεκλιμένης πλάκας του σχήματος 6.8ιγ, χωρίζεται σε δύο ρεύματα των οποίων οι ταχύτητες έχουν ίδιο μέτρο, αλλά οι παροχές είναι διαφορετικές. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογισθεί ο λόγος των παροχών εξόδου σε συνάρτηση με τη γωνία θ .

$$[Q_1/Q_2 = (1 + \cos \theta)/(1 - \cos \theta)]$$



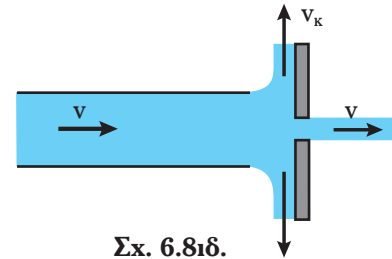
Σχ. 6.8ιγ.

21. Νερό εξέρχεται από ακροφύσιο διαμέτρου 5 cm με παροχή $1,5 \text{ m}^3/\text{min}$ και προσπίπτει σε επίπεδη πλάκα κλίσεως 45° ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται από το ρευστό στην πλάκα.

$$[F = 225 \text{ N}]$$

22. Το ρεύμα νερού του σχήματος 6.8ιδ, διαμέτρου 6 cm, κινούμενο με ταχύτητα 20 m/s, προσκρούει σε επίπεδη πλάκα η οποία έχει μία οπή διαμέτρου 3 cm στον άξονα ροής του ρεύματος. Να υπολογισθεί η δύναμη που ασκείται στην πλάκα.

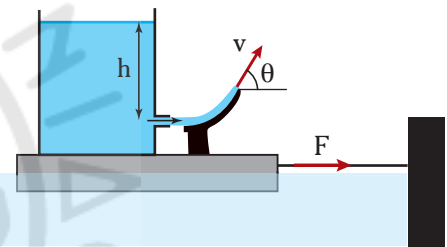
$$[F = 848 \text{ N}]$$



Σχ. 6.8ιδ.

23. Η δεξαμενή του σχήματος 6.8ιε βρίσκεται πάνω σε επιπέδου πλατφόρμα και τροφοδοτεί ένα ρεύμα νερού, διαμέτρου 4 cm και ταχύτητας 8 m/s, το οποίο ανακλάται σε περύγιο στερεωμένο στην πλατφόρμα με κλίση $\theta = 60^\circ$. Να υπολογισθεί η υψομετρική διαφορά h, η δύναμη στο σχοινί που συγκρατεί το σύστημα και η αύξηση της δυνάμεως ανώσεως.

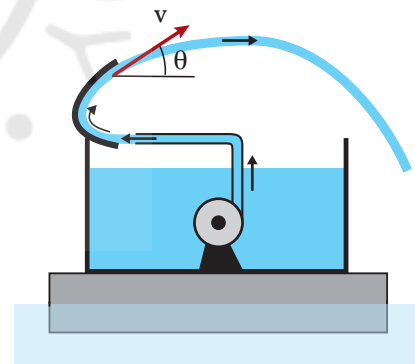
$$[h = 4,9 \text{ m}, F = 40,2 \text{ N}, \Delta A = 69,6 \text{ N}]$$



Σχ. 6.8ιε.

24. Μια αντλία τοποθετημένη σε δεξαμενή, εκτοξεύει ένα ρεύμα νερού με ταχύτητα 45 ft/s και παροχή 200 gal/min σε ένα περύγιο, όπως δείχνει το σχήμα 6.8ιστ. Να υπολογισθούν η οριζόντια και η κάθετη δύναμη που δέχεται το σύστημα, αν το ρεύμα νερού ακολουθεί τη διαδρομή του σχήματος και $\theta = 45^\circ$.

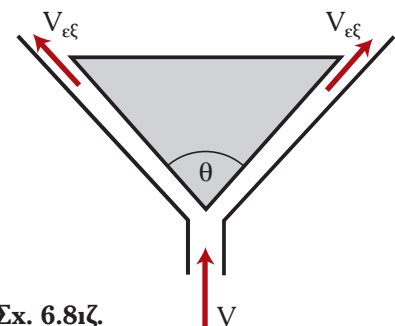
$$[F_x = 356 \text{ N}, F_y = 147,3 \text{ N}]$$



Σχ. 6.8ιστ.

25. Νερό που ρέει σε σωλήνα διαμέτρου 10 cm, εισέρχεται στη βάση ενός κωνικού σώματος, γωνίας $\theta = 75^\circ$ με παροχή μάζας $0,3 \text{ Kg/s}$, όπως δείχνει το σχήμα 6.8ιζ. Αυτό είναι ικανό να στηρίξει το κωνικό σώμα με σταθερή ροή γύρω απ' αυτό. Το μέτρο της ταχύτητας του νερού παραμένει σταθερό. Να υπολογισθεί το βάρος του κωνικού σώματος.

$$[B = 10,5 \text{ N}]$$



Σχ. 6.8ιζ.

26. Στην οριζόντια διακλάδωση του σχήματος 6.8ιν, το νερό διαχωρίζεται σε ίσες παροχές. Οι διαμέτροι των σωλήνων είναι: $d_1 = 6 \text{ in}$, $d_2 = 3 \text{ in}$, $d_3 = 4 \text{ in}$ και οι γωνίες των σωλήνων 2 και 3 με την κάθετη στο σωλήνα 1: $\theta_2 = 30^\circ$, $\theta_3 = 40^\circ$. Αν η ολική παροχή ισούται με $110 \text{ m}^3/\text{h}$ και η πίεση

στο σημείο 1 είναι 170 KPa, να υπολογισθούν: α) οι πιέσεις στις διατομές 2 και 3, και β) η δύναμη που απαιτείται για τη στήριξη της διακλαδώσεως.

$$[\alpha) p_2 = 165,8 \text{ KPa}, p_3 = 169,6 \text{ KPa}, \beta) F = 2083 \text{ N}]$$

27. Η αρθρωτή σύνδεση του σχήματος 6.8ιθ, χωρίζει τη ροή του σωλήνα σε δύο ίσες ποσότητες, οι οποίες εξέρχονται όπως στο σχήμα, σε μια απόσταση R από τον άξονα του σωλήνα. Αν οι δυνάμεις βάρους και τριβής θεωρηθούν αμελητέες, να βρεθεί σχέση για την αναγκαία ροπή, ώστε να διατηρηθεί η περιστροφή του άξονα (άρα και του εξερχόμενου ρευστού) με γωνιακή ταχύτητα ω .

$$[M = \rho \cdot Q \cdot R^2 \cdot \omega]$$

28. Ο οριζόντιος ποιστής χλόνς του σχήματος 6.8κ, ακτίνας 16 cm, έχει παροχή νερού 12 L/min, εισερχόμενη κάθετα στο κέντρο του. Αν η διάμετρος εξόδου των ακροφυσίων είναι 8 mm, να υπολογισθούν: α) η ροπή που απαιτείται για να μείνει ο βραχίονας ακίνητος και β) η περιστροφική ταχύτητα αν δεν ασκείται επιβραδύνουσα ροπή.

$$[\alpha) 0,166 \text{ Nm}, \beta) 310 \text{ rpm}]$$

29. Ένας ποιστής χλόνς με τρεις βραχίονες (σχ. 6.8κα) μήκους 15 cm, οι οποίοι καταλήγουν σε ακροφύσια διαμέτρου 1 cm, τροφοδοτείται στο κέντρο του με νερό παροχής 1,7 m³/h. Αν $\theta = 20^\circ$ (όπου: θ η γωνία της ταχύτητας εξόδου με την εφαπτομένη της τροχιάς του ακροφυσίου), να υπολογισθεί η ταχύτητα περιστροφής του συστήματος (σε rpm): α) αν οι τριβές θεωρηθούν αμελητέες, και β) αν οι τριβές δημιουργούν επιβραδύνουσα ροπή ίση με το 25% της ροπής που δημιουργεί η ροή.

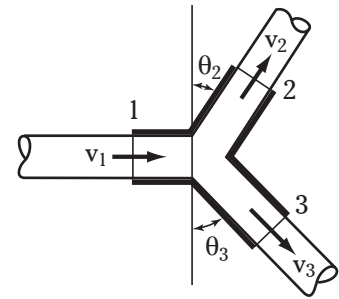
$$[\alpha) \omega = 360 \text{ rpm}, \beta) \omega = 270 \text{ rpm}]$$

30. Νερό ρέει με παροχή 200 L/min μέσα σε σωλήνα διαμέτρου 1 in με διπλή καμπύλη, όπως στο σχήμα 6.8κβ, με $h = 10 \text{ cm}$. Οι σχετικές πιέσεις στις διατομές 1 και 2 είναι 200 KPa και 165 KPa αντίστοιχα. Να υπολογισθεί η ροπή στο σημείο A.

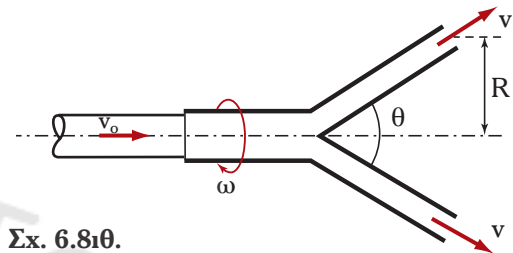
$$[M_A = 10,6 \text{ Nm}]$$

31. Στο σωλήνα του σχήματος 6.8κγ ρέει νερό με παροχή μάζας 30 Kg/s. Ο σωλήνας έχει διάμετρο 8 cm και η έξοδος του ακροφυσίου 4 cm. Αν $K = 0,2$ και οι γραμμικές απώλειες θεωρηθούν αμελητέες, να υπολογισθούν η σχετική πίεση στη διατομή 1 και η ροπή στο σημείο A αν $h = 12 \text{ m}$.

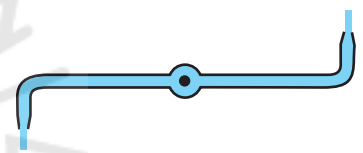
$$[p_{1,ox} = 144 \text{ KPa}, M_A = 96,4 \text{ Nm}]$$



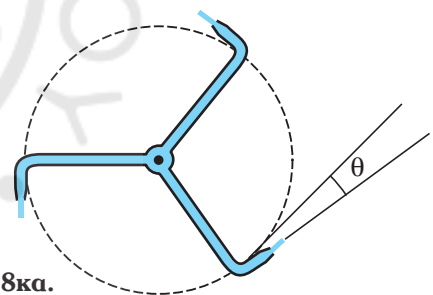
Σχ. 6.8im.



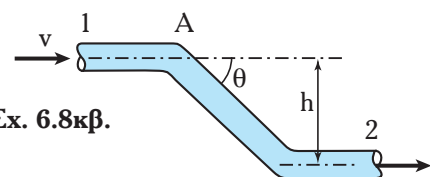
Σχ. 6.8iθ.



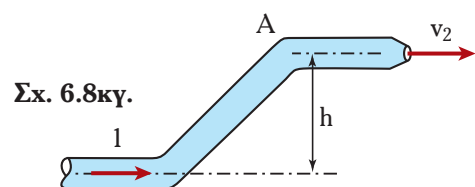
Σχ. 6.8κ.



Σχ. 6.8κα.



Σχ. 6.8κβ.



Σχ. 6.8κγ.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΣΩΛΗΝΕΣ ΚΑΙ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ

7.1 Σωλίνες

7.2 Σύνδεσμοι και εξαρτήματα

7.3 Όργανα μετρήσεως

7.4 Σχεδιαστικός συμβολισμός

7.1 Σωλήνες.

Όπως είπαμε, η μεταφορά των ρευστών γίνεται κυρίως με τους αγωγούς ροής. Υπάρχουν οι **ανοικτοί αγωγοί**, στους οποίους ρέουν υγρά υπό την επίδραση της βαρύτητας και οι **κλειστοί αγωγοί** ή **αγωγοί πίεσεως**, στους οποίους ρέουν υγρά ή αέρια υπό πίεση.

Οι ανοικτοί αγωγοί διακρίνονται σε φυσικούς (χαρακτηριστική περίπτωση αποτελούν τα ποτάμια) και σε τεχνικούς (κανάλια αρδεύσεως, αγωγοί ομβρίων, αποχετευτικοί αγωγοί κ.ά.). Κοινό χαρακτηριστικό των υγρών που ρέουν σ' αυτούς, είναι η ύπαρξη ελεύθερης επιφάνειας. Στους υδραυλικούς υπολογισμούς υπεισέρχεται επομένως και η ιδιότητα της επιφανειακής τάσεως. Οι ανοικτοί αγωγοί συναντώνται ελάχιστα στις βιομηχανικές εφαρμογές και δεν θα μας απασχολήσουν.

Οι κλειστοί αγωγοί έχουν συνήθως κυκλική διατομή. Αυτό οφείλεται στα σημαντικά πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν οι κυλινδρικοί αγωγοί σε σχέση με αγωγούς άλλων διατομών. Αυτά είναι: η μεγαλύτερη μηχανική αντοχή, οι μικρότερες ενεργειακές απώλειες, η ευκολία στη διαμόρφωση και τις επισκευές του αγωγού, το μειωμένο κόστος κ.ά.

Ένας αγωγός, αποτελείται από (ευθύγραμμους) **σωλήνες** και διάφορα **εξαρτήματα**: Εξαρτήματα συνδέσεως σωλήνων, αλλαγής διατομής (συστολές και διαστολές), αλλαγής διευθύνσεως (γωνίες), εξαρτήματα διακλαδώσεως της ροής (ταυ, σταυροί), εξαρτήματα ρυθμίσεως παροχής και ταχύτητας (βαλβίδες, δικλείδες, επιστόμια), όργανα μετρήσεως της ροής και πολλά άλλα που εξυπηρετούν λειτουργικές ανάγκες του αγωγού (φίλτρα, αντικραδασμικά συστήματα, ολισθαίνουσες συνδέσεις κ.λπ.). Οι σωλήνες μαζί με τα εξαρτήματα, αποτελούν μία **σωλήνωση**. Ο αγωγός συμπληρώνεται από τα μηχανήματα που προσφέρουν την ενέργεια, η οποία είναι αναγκαία για τη διακίνηση των ρευστών. Στα υγρά, το ρόλο αυτό τον αναλαμβάνουν οι **αντλίες** (τις οποίες θα εξετάσουμε αναλυτικά σε επόμενα κεφάλαια). Τέλος, ειδική σημασία έχει η στεγανοποίηση των αγωγών στα σημεία συνδέσεως των σωλήνων, εξαρτημάτων και συσκευών. Προς τούτο χρησιμοποιούνται διάφορα **υλικά στεγανοποιήσεως** (ινώδη ή μεταλλικά) και ειδικά συστήματα (στυπιοθλίπτες).

Ο σχεδιασμός και η διαμόρφωση ενός αγωγού, εξαρτάται από το σκοπό, τον οποίο αυτός καλείται να εξυπηρετήσει. Υπάρχουν αγωγοί εκατοντάδων χιλιομέτρων και μεγάλης μεταφορικής ικανότητας, όπως οι αγωγοί μεταφοράς φυσικού αερίου από τη Ρωσία στη Μεσόγειο, οι αγωγοί μεταφοράς πετρελαίου από τον τόπο αντλήσεως σε λιμάνια φορτώσεως, και άλλοι για τη μεταφορά νερού υδρεύσεως σε αστικά κέντρα. Στις βιομηχανικές εγκαταστάσεις, δεκάδες υγρά και αέρια μεταφέρονται με κατάλληλους αγωγούς. Στο πλοίο, αγωγοί τροφοδοτούν τη μηχανή με καύσιμα, λιπαντικά και νερό ψύξεως. Άλλοι χρησιμοποιούνται για τον ερματισμό των δεξαμενών, τη μεταφορά πόσιμου νερού, νερού λάντζας, για τη διακίνηση ατμού, τη φόρτωση κ.λ.π..

Οι σωλήνες αποτελούν τη βάση κάθε σωληνώσεως. Κατασκευάζονται από διάφορα υλικά, μεταλλικά ή μη, και διατίθενται σε διάφορες διατομές (οι διαθέσιμες διάμετροι ξεκινούν από μερικά χιλιοστά και ξεπερνούν το ένα μέτρο, Πίνακας 7.1.6) και διάφορα πάχη τοιχωμάτων.

Η επιλογή των καταλλήλων σωλήνων, καθορίζει σε σημαντικό βαθμό την επιλογή και των λοιπών εξαρτημάτων, δηλαδή τη διαμόρφωση της σωληνογραμμής. Παράμετροι που σχετίζονται με την επιλογή είναι:

α) Η παροχή.

Από την εξίσωση της συνέχειας γνωρίζουμε ότι η παροχή συνδέεται με τη διάμετρο (ανάλογη του τετραγώνου της διαμέτρου). Για μεγάλες παροχές, επιλέγουμε σχετικά μεγάλες διαμέτρους. Μεγάλες παροχές μπορούμε να επιτύχουμε και με μικρότερες διαμέτρους, αλλά σ' αυτήν την περίπτωση αυξάνουν κατά πολύ οι ταχύτητες ροής και οι απώλειες, επομένως οι ενεργειακές απαιτήσεις του συστήματος, καθώς και οι πιέσεις λειτουργίας.

β) Οι απαιτήσεις σε αντοχή.

Οι κλειστοί αγωγοί λειτουργούν υπό πίεση. Αν και οι πιέσεις στη σωληνογραμμή μεταβάλλονται

(πτώση πίεσεως λόγω απωλειών, μεταβολή πίεσεως λόγω αλλαγής διατομής, αύξηση πίεσεως στην έξοδο της αντλίας), διακρίνουμε αγωγούς που λειτουργούν σε υψηλή, μέση ή χαμηλή πίεση. Οι σωλήνες που θα επιλεγθούν θα πρέπει να αντέχουν τις αναπτυσσόμενες πιέσεις. Υπάρχουν και επιπλέον απαιτήσεις αντοχής σε θραύση ή εφελκυσμό, οι οποίες σε ορισμένες περιπτώσεις παίζουν σημαντικό ρόλο. Η αντοχή των σωλήνων σχετίζεται με το υλικό, το πάχος του τοιχώματος και τον τρόπο κατασκευής τους.

γ) Οι απαιτήσεις αντοχής σε θερμοκρασία.

Υπάρχουν ρευστά που διακινούνται σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος (π.χ. νερό υδρεύσεως), άλλα που διακινούνται σε θερμοκρασίες κάτω του μηδενός και άλλα που βρίσκονται σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες (π.χ. νερό λεβήτων). Οι σωλήνες που επιλέγονται θα πρέπει να αντέχουν και να ανταποκρίνονται σωστά στις θερμοκρασιακές απαιτήσεις του συστήματος ροής.

δ) Οι απαιτήσεις αντιστάσεως στη διάβρωση.

Τα ρευστά που κυκλοφορούν στους αγωγούς, διαμορφώνουν στο εσωτερικό των σωλήνων διαβρωτικό περιβάλλον, που σε ορισμένες περιπτώσεις (π.χ. διακίνηση οξίνων υγρών) είναι πολύ έντονο. Ανάλογα με το περιβάλλον αυτό, πρέπει να επιλεγεί και σωλήνας κατασκευασμένος από υλικό που παρουσιάζει αντίσταση στη διάβρωση.

Διαβρωτικό περιβάλλον υπάρχει και στο εξωτερικό του σωλήνα (ατμόσφαιρα, νερό κ.ά.) και πρέπει επίσης να ληφθεί υπόψη (αν και στις περισσότερες περιπτώσεις μπορεί να αντιμετωπισθεί με επιπλέον εργασίες στην εξωτερική επιφάνεια των σωλήνων, για παράδειγμα με χρήση προστατευτικού επιθέματος).

ε) Το κόστος (κατασκευής, λειτουργίας και συντηρήσεως).

Η οικονομική διάσταση είναι αυτονόητη για οποιαδήποτε παραγωγική διαδικασία. Επιλέγουμε τους σωλήνες, λαμβάνοντας υπόψη όλα τα προηγούμενα, αλλά προσπαθώντας να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος. Έτσι, επιλέγουμε λόγω χάριν όχι κάποιον πολύ ακριβό σωλήνα που παρουσιάζει τη μέγιστη αντίσταση στη διάβρωση, αλλά ένα σωλήνα σχετικά φθηνότερο, ο οποίος θα έχει ίσως λιγότερο χρόνο ζωής και θα αντικατασταθεί γρηγορότερα. Ο σωλήνας που θα επιλέξουμε πρέπει να έχει μεγάλη ποικιλία εξαρτημάτων ροής, σχετικά φθηνών και ευκόλων στην τοποθέτηση. Επειδή η τιμή αυξάνει με την αύξηση της διαμέτρου, επιλέγουμε όσο το δυνατόν μικρότερη διάμετρο (ανταποκρινόμενη όμως στις απαιτήσεις παροχής και ενεργειακών απωλειών). Η τιμή αυξάνει επίσης με το πάχος των τοιχωμάτων, για τούτο φροντίζουμε να μην είναι υπερβολικό, ανταποκρινόμενο όμως στις απαιτήσεις αντοχής.

Γενικά, το κόστος των σωλήνων εξαρτάται από το υλικό, τον τρόπο κατασκευής και τις συμπληρωματικές επεξεργασίες που απαιτούνται κατά τη διαμόρφωση της σωληνώσεως. Επειδή όμως η επιλογή του σωλήνα καθορίζει τη διαμόρφωση του αγωγού, πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι τιμές των εξαρτημάτων ροής που συνδυάζονται με το σωλήνα, καθώς επίσης και η ευκολία στις εργασίες συναρμολογήσεως, τροποποιήσεως, συντηρήσεως και αντικαταστάσεως τμημάτων του αγωγού.

7.1.1 Υλικά κατασκευής σωλήνων.

Η πρώτη παράμετρος που σχετίζεται με την επιλογή ενός σωλήνα, είναι το υλικό κατασκευής και η επεξεργασία του. Τα υλικά κατασκευής των σωλήνων είναι κυρίως κράματα του σιδήρου, αλλά χρησιμοποιούνται επίσης και άλλα μέταλλα και μη σιδηρούχα κράματα. Τα παραδοσιακά μη μεταλλικά υλικά σωλήνων (ππλός, κεραμικά) σχεδόν εκτοπίστηκαν από τα μεταλλικά, αλλά και από πιο σύγχρονα μη μεταλλικά υλικά (τσιμέντο, αμιάντος κ.ά.), τα οποία όμως στις βιομηχανικές σωληνώσεις δεν έχουν σημαντική παρουσία. Το δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα, θεαματική είναι η εισβολή των σωλήνων από πλαστικά υλικά (πολυμερή, ελαστομερή).

Αναφέρουμε συνοπτικά τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, τις βασικές επεξεργασίες, καθώς και τις επιτρεπόμενες χρήσεις για κάθε κατηγορία σωλήνων, ανάλογα με το υλικό και τον τρόπο παραγωγής τους.

α) Σωλήνες από χάλυβα.

Ο σίδηρος και ο χάλυβας έχουν εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες και οι σωλήνες που κατασκευάζονται απ' αυτούς (**σιδηροσωλήνες** ή **χαλυβδοσωλήνες**) παρουσιάζουν σημαντικά πλεονεκτήματα όπως:

- Έχουν μεγάλη αντοχή σε τάσεις και αρκετές κατηγορίες τους είναι κατάλληλες για χρήση σε εγκαταστάσεις υψηλής πίεσεως.
- Παρουσιάζουν πολύ καλή συμπεριφορά στις υψηλές θερμοκρασίες.
- Έχουν αξιόλογη αντοχή στη θραύση και είναι σχετικά μαλακοί, με αποτέλεσμα η επεξεργασία τους (είτε εν ψυχρώ είτε εν θερμώ) να είναι αρκετά εύκολη.
- Η συνδεσιμότητά τους, είτε με σπειρώματα, είτε με συγκολλήσεις, είτε με φλάντζες, είναι εξαιρετική.

Τα μειονεκτήματά τους σχετίζονται με τη μικρή αντίσταση του απλού χάλυβα στη διάβρωση, το σχετικά μεγάλο βάρος και το κόστος.

Όπως γνωρίζουμε από τη Μεταλλογνωσία, υπάρχουν διάφορες ποιότητες ανθρακούχων χαλύβων με διαφοροποιήσεις στην αναλογία του περιεχόμενου άνθρακα. Επομένως, η ποιότητα ενός χαλυβδοσωλήνα, εξαρτάται από την ποιότητα του χάλυβα που αποτέλεσε την πρώτη ύλη. Μια ευρέως αποδεκτή ταξινόμηση των απλών ανθρακοχαλύβων είναι η ακόλουθη:

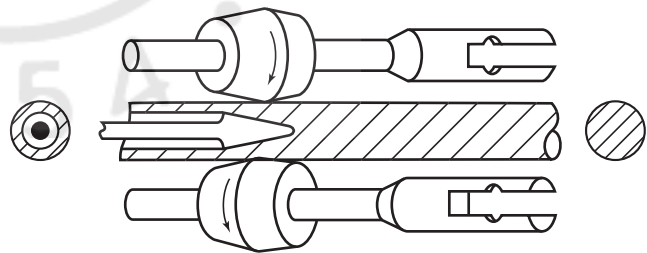
- **Χάλυβες χαμηλής περιεκτικότητας σε άνθρακα (0,05–0,3%)**: Είναι μαλακοί και όλκιμοι και επομένως εύκολοι στην επεξεργασία.
- **Χάλυβες μέσης περιεκτικότητας σε άνθρακα (0,3–0,6%)**: Παρουσιάζουν αυξημένη σκληρότητα (σε σχέση με την πρώτη κατηγορία) και πιο δύσκολη επεξεργασία (π.χ. δυσχερής ηλεκτροσυγκόλληση).
- **Χάλυβες μεγάλης περιεκτικότητας σε άνθρακα (0,6–2%)**: Είναι οι σκληρότεροι και παρουσιάζουν τις μεγαλύτερες δυσκολίες στην επεξεργασία τους.

Πολύ σπουδαίο ρόλο στις ιδιότητες των χαλυβδοσωλήνων παίζει ο τρόπος κατασκευής τους. Ανάλογα με αυτόν, διακρίνουμε δύο μεγάλες κατηγορίες: Τους **σωλήνες χωρίς ραφή** (Seamless pipe, tubing) και τους **σωλήνες με ραφή** (welded pipe).

Οι **χαλυβδοσωλήνες χωρίς ραφή** κατασκευάζονται σε ειδικούς κυλίνδρους, στους οποίους ο χάλυβας (των δύο πρώτων ποιοτήτων) εισάγεται πυρακτωμένος, περνά από πολλές καλύπτρες, καλούπια ή ράουλα που του δίνουν το επιθυμητό κυλινδρικό σχήμα και διάμετρο. Διατηρητικό εργαλείο ανοίγει την εσωτερική οπή και διαμορφώνει την εσωτερική διάμετρο (σχ. 7.1α). Στη συνέχεια κόβεται σε σωληνόβεργες μήκους από 5 ως 12 μέτρα περίπου.

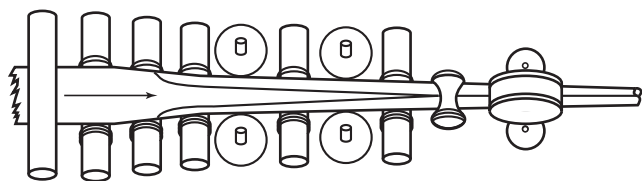
Οι σωλήνες χωρίς ραφή έχουν εξαιρετικά λείες επιφάνειες και παρουσιάζουν υψηλή αντοχή. Χρησιμοποιούνται σε σωληνώσεις πίεσεως, όπως λέβητες, εναλλάκτες κ.λ.π..

Οι **χαλυβδοσωλήνες με ευθεία ραφή** κατασκευάζονται από λαμαρίνες κατάλληλου πλάτους, οι οποίες περνούν από ειδικά μηχανήματα μέχρι να πάρουν το σωληνοειδές κυλινδρικό σχήμα (σχ. 7.1β). Στη συνέχεια, τα διαμήκη άκρα τους συγκολλώνται (με ηλεκτροσυγκόλληση ή οξυγονοκόλληση). Λόγω αυτού του τρόπου κατασκευής, οι σωλήνες με ραφή έχουν μικρότερη αντοχή στις πιέσεις από τους σωλήνες χωρίς ραφή. Η αντοχή τους εξαρτάται από την ποιότητα της ραφής. Με πλεονέκτημα



Σχ. 7.1α.

Κατασκευή σωλήνων χωρίς ραφή.



Σχ. 7.1β.

Κατασκευή σωλήνων με ευθεία ραφή.

το μικρότερο κόστος, χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε διάφορα δίκτυα (ύδρευση, θέρμανση, λάδια, πετρέλαιο, δίκτυα πυροσβέσεως κ.ά.).

Οι **σωλήνες** μεγάλων διαμέτρων και χαμηλών απαιτήσεων σε αντοχή, κατασκευάζονται **με ελικοειδή ραφή**, περιορίζοντας κατά πολύ το κόστος (σχ. 7.1γ). Το χαλύβδινο έλασμα διαμορφώνεται ελικοειδώς και συγκολλείται. Οι σωλήνες ελικοειδούς ραφής είναι πιο δύσκαμπτοι από τους σωλήνες ευθείας ραφής. Χρησιμοποιούνται για τη μεταφορά νερού, στις αποχετεύσεις κ.λπ..

Η διαδικασία της ραφής οδηγεί σε επιμέρους απώλεια των μηχανικών ιδιοτήτων του χάλυβα στα σημεία της ραφής. Για τούτο, οι σωλήνες αυτοί μετά την κατασκευή τους, υποβάλλονται σε ειδική θερμική κατεργασία με πύρωμα σε ειδικούς φούρνους (ανόπτηση, **ανοπτημένοι σιδηροσωλήνες**).

Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα των σωλήνων από χάλυβα, είναι η μικρή αντοχή τους στη χημική και ηλεκτροχημική **διάβρωση**. Ο απλός χάλυβας διαβρώνεται από το οξυγόνο και τα οξέα. Παράλληλα, είναι ιδιαίτερα ευπαθής στην ηλεκτροχημική διάβρωση.

Τα μέτρα που λαμβάνουμε για την προστασία των χαλυβδοσωλήνων, περιορίζουν τη διάβρωση, αλλά δεν την εξαλείφουν. Εφόσον υπάρχει δυνατότητα, προστατεύουμε την εξωτερική επιφάνεια των σωλήνων με δημιουργία προστατευτικού επιθέματος (βάψιμο, επάλειψη με άσφαλτο ή άλλο προστατευτικό υλικό). Η διάβρωση έτσι περιορίζεται, αλλά δεν εξαλείφεται. Ιδιαίτερα η ηλεκτροχημική διάβρωση, απλά επιβραδύνεται.

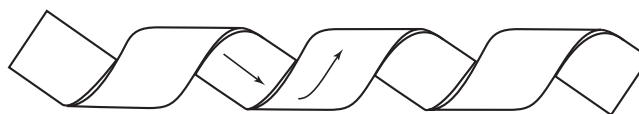
Η **ηλεκτροχημική διάβρωση** οφείλεται στη γεινίαση μετάλλων διαφορετικού δυναμικού οξειδοαναγωγής, ευρισκόμενα εντός ηλεκτρολύτη (όπως διαλύματος οξέος, βάσεως ή άλατος, θάλασσα, υγρασία εδάφους κ.ά.). Τότε δημιουργείται ανεπιθύμητο γαλβανικό στοιχείο με άνοδο, το ηλεκτροθετικότερο μέταλλο. Η άνοδος όμως του γαλβανικού στοιχείου οξειδώνεται. Συνέπεια αυτού είναι η σταδιακή διάλυση του ηλεκτροθετικότερου μετάλλου. Επειδή ο σίδηρος και ο χάλυβας βρίσκονται αρκετά υψηλά στη σειρά ηλεκτροθετικότητας, είναι εκτεθειμένοι στον κίνδυνο ηλεκτροχημικής διάβρωσης.

Σε χαλυβδοσωλήνες μεγάλων διαστάσεων, οι οποίοι θα τοποθετηθούν μέσα στο έδαφος ή στο νερό, επειδή η αντικατάστασή τους είναι δύσκολη και δαπανηρή, συνήθως εγκαθιστούμε **συστήματα καθοδικής προστασίας** από την ηλεκτροχημική διάβρωση.

Υπάρχουν δύο βασικές μέθοδοι: Η **προστασία με θυσιαζόμενα ηλεκτρόδια (παθητική καθοδική προστασία)** και η **καθοδική προστασία με επιβολή εξωτερικής τάσεως (ενεργητική καθοδική προστασία)**.

Στην πρώτη, τοποθετούμε στο χαλυβδοσωλήνα, θυσιαζόμενα ηλεκτρόδια (άνοδια) από μέταλλο περισσότερο ηλεκτροθετικό από το σίδηρο (μαγνήσιο ή ψευδάργυρο), με αποτέλεσμα να καθίστανται αυτά άνοδοι του γαλβανικού στοιχείου που δημιουργείται και να διαβρώνονται αντί του χάλυβα (σχ. 7.1δ).

Η δεύτερη μέθοδος συνίσταται στην επιβολή εξωτερικής τάσεως ίσης και αντίθετης με την τάση



Σχ. 7.1γ.
Διαμόρφωση ελάσματος για σωλήνα ελικοειδούς ραφής.



Σχ. 7.1δ.
Καθοδική προστασία σωλήνα με θυσιαζόμενες ανόδους για σωλήνα ελικοειδούς ραφής.

του γαλβανικού στοιχείου (η οποία μετρείται από ηλεκτρόδια αναφοράς). Έτσι, το ανεπιθύμητο γαλβανικό στοιχείο εξουδετερώνεται και η διάβρωση αποφεύγεται.

Παραθέτουμε την ηλεκτροχημική σειρά ορισμένων μετάλλων και κραμάτων που συναντάμε στη βιομηχανία σωλήνων. (Αναλυτικότερος πίνακας ηλεκτροθετικότητας παρατίθεται στο παράρτημα Πίνακας 10). Σημειώνουμε πως όσο πιο ψηλά βρίσκεται ένα υλικό, τόσο πιο εύκολα διαβρώνεται ηλεκτροχημικά.

Ηλεκτροχημική σειρά μετάλλων και κραμάτων:

- Κράματα μαγνησίου.
- Ψευδάργυρος.
- Γαλβανισμένος σίδηρος.
- Αλουμίνιο (και κράματα).
- Χάλυβας απλός.
- Χυτοσίδηρος.
- Ανοξειδωτος χάλυβας.
- Μόλυβδος.
- Νικέλιο.
- Χαλκός, ορείχαλκος.
- Ανοξειδωτος χάλυβας (παθητική κατάσταση).
- Γραφίτης.

Η επιπλέον επεξεργασία γαλβανίσματος με ψευδάργυρο και αλουμίνιο, βελτιώνει σημαντικά την αντοχή των καλυβδοσωλήνων στη χημική διάβρωση, αυξάνοντας όμως το βάρος τους κατά 6% περίπου, και φυσικά και την τιμή τους (**γαλβανισμένοι σιδηροσωλήνες**). Η κατεργασία αυτών των σωλήνων με φλόγα απαγορεύεται γιατί καταστρέφει το γαλβάνισμα, αναδίδοντας δηλητηριώδεις αναθυμιάσεις. Η κατεργασία τους γίνεται εν ψυχρώ (κόψιμο σε σωληνοκόφτη, καμπύλες σε κουρμαπάδο, συνδέσεις με σπειρώματα, ολισθαίνουσες συνδέσεις κ.λπ.). Χρησιμοποιούνται ευρύτατα στην ύδρευση.

Για σωλήνες υψηλότερων απαιτήσεων, χρησιμοποιούνται ειδικοί χάλυβες. Έτσι, όταν υπάρχει απαίτηση υψηλής αντοχής στην οξείδωση, χρησιμοποιούνται **σωλήνες από ανοξειδωτο χάλυβα**. Κατασκευάζονται από χρωμιωμένο χάλυβα. Έχουν αυξημένο κόστος, αλλά και μεγαλύτερη αντοχή από τον κοινό μαύρο καλυβδοσωλήνα. Η κατεργασία τους είναι δύσκολη. Δεν κόβονται με οξυγόνο, αλλά με πριόνια και τροχούς. Χρησιμοποιούνται κυρίως στις εγκαταστάσεις επεξεργασίας τροφίμων.

Αν οι θερμοκρασίες λειτουργίας είναι πολύ μεγάλες (πάνω από 500°C), χρησιμοποιούνται **πυρίμαχοι σωλήνες** κατασκευασμένοι από ειδικά καλυβοκράματα.

β) Σωλήνες από χυτοσίδηρο.

Ο χυτοσίδηρος (μαντέμι) είναι –όπως και ο χάλυβας– κράμα σιδήρου με άνθρακα. Η περιεκτικότητά του όμως σε άνθρακα είναι υψηλότερη απ' αυτήν του χάλυβα, φτάνοντας ως και το 6%. Ως υλικό έχει χαμηλότερο κόστος, αλλά οι ιδιότητές του είναι ποιοτικά διαφορετικές και σαφώς υποδεέστερες από του χάλυβα. Έχει μικρότερη αντοχή σε πίεση, είναι εύθραυστος και παρουσιάζει μεγάλη σκληρότητα, ιδιότητες που καθιστούν εξαιρετικά δύσκολη την επεξεργασία των χυτοσιδηρών σωλήνων: Δεν δέχονται χτυπήματα, κυρτώσεις, διαμόρφωση σπειρώματος και κατεργασία στη φωτιά. Έχουν όμως καλύτερη αντίσταση στη διάβρωση από οξυγόνο και οξέα σε σχέση με τους απλούς καλυβδοσωλήνες, επειδή οι ενώσεις που σχηματίζει ο γραφίτης λόγω της διαβρώσεως, διαμορφώνουν ένα συνεκτικό επίστρωμα στην επιφάνεια των χυτοσιδηρών σωλήνων που επιβραδύνει τη διάβρωση.

Οι χυτοσιδηροί σωλήνες παρασκευάζονται με χύτευση (και η ποιότητα της χυτεύσεως αποτελεί σημαντικό παράμετρο της ποιότητας του σωλήνα). Με βασικό πλεονέκτημα τη χαμηλή τους τιμή, χρησιμοποιούνται σε αγωγούς με μικρή πίεση λειτουργίας, οι οποίοι δεν δέχονται μεγάλες εξωτερικές τάσεις, χτυπήματα και έντονους κραδασμούς (όπως π.χ. οι υπόγειοι αγωγοί νερού και πετρελαίου) καθώς επίσης, σε σωληνώσεις αποχετεύσεως οξίνων υγρών (όπου όμως στις περισσότερες περιπτώσεις τους εκτοπίζουν οι πλαστικοί σωλήνες).

γ) Σωλήνες από χαλκό.

Βασικά πλεονεκτήματα του χαλκού που αξιοποιούνται στη σωληνουργία, είναι η μικρή του σκληρότητα και κατεργασιμότητα, η άριστη θερμική του αγωγιμότητα (ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του χαλκού είναι 6,5 φορές μεγαλύτερος του αντίστοιχου συντελεστή του σιδήρου), η αντίσταση στη διάβρωση από οξυγόνο, η λεία επιφάνεια (που μειώνει πολύ τις ενεργειακές απώλειες ροής), η αντοχή του σε υψηλές θερμοκρασίες κ.ά..

Στα μειονεκτήματα των σωλήνων από χαλκό, σημειώνουμε την προσβολή τους από τα οξέα και την υγρασία, τις επιβλαβείς ενώσεις που δημιουργούνται κατά την οξείδωση (και που καθιστά απαγορευτική τη χρήση τους σε εγκαταστάσεις επεξεργασίας τροφίμων) και το σχετικά μεγάλο βάρος τους.

Παρά την υψηλή κατεργασιμότητα που εμφανίζουν, η επανειλημμένη επεξεργασία στην ίδια περιοχή, οδηγεί σε σκλήρυνση και απώλεια των μηχανικών ιδιοτήτων τους. Για τούτο συνίσταται να υποβάλλονται σε ανόπηση μετά από κάθε επεξεργασία.

Οι χαλκοσωλήνες παράγονται είτε με χύτευση, είτε ηλεκτρολυτικά. Είναι χωρίς ραφή και έχουν σχετικά μικρό πάχος τοιχώματος.

Χρησιμοποιούνται σε δίκτυα σωληνώσεων εσωτερικών εγκαταστάσεων (διανομή πόσιμου νερού και νερού κεντρικών θερμάνσεων), σε δίκτυα των πλοίων, σε εναλλάκτες θερμότητας και στη χημική βιομηχανία.

Ο ορείχαλκος, κράμα χαλκού (περίπου 80%) με ψευδάργυρο, παρουσιάζει μια σειρά πλεονεκτημάτων για την κατασκευή σωλήνων και εξαρτημάτων.

δ) Σωλήνες από άλλα μέταλλα.

Πολύ περιορισμένη είναι η αυτόνομη συμμετοχή των υπολοίπων μετάλλων στη σωληνουργία.

Το **αλουμίνιο**, με βασικό πλεονέκτημα το μικρό βάρος του, χρησιμοποιείται ελάχιστα, λόγω της μικρής αντοχής του. Κράματά του με βελτιωμένη αντοχή χρησιμοποιούνται για την παραγωγή ειδικών σωλήνων.

Ο **μόλυβδος** χρησιμοποιήθηκε επίσης για την κατασκευή σωλήνων αποχετεύσεως, αλλά υποκαταστάθηκε σχεδόν πλήρως από τους πλαστικούς σωλήνες.

ε) Πλαστικοί σωλήνες.

Η πετροχημική βιομηχανία προμήθευσε τη σωληνουργία με νέες πρώτες ύλες κατασκευής σωλήνων. Οι πλαστικοί σωλήνες βρήκαν μεγάλη εξάπλωση στο τελευταίο μισό του 20^{ου} αιώνα (από το 1948 και μετά). Ως πρώτες ύλες χρησιμοποιούνται διάφορα πολυμερή (κυρίως θερμοπλαστικά, αλλά και θερμοσκληρυνόμενα υλικά), τα σημαντικότερα των οποίων παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.1.1 (μαζί με τις διεθνώς χρησιμοποιούμενες συντομογραφίες τους).

Τα βασικά πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν είναι:

- Έχουν χαμηλό (αρχικό) κόστος.
- Έχουν μικρό βάρος (περίπου το 1/7 των χαλυβδοσωλήνων).
- Διατίθενται σε μεγάλα μήκη.
- Παρουσιάζουν εξαιρετική αντίσταση στη διάβρωση από οξυγόνο και οξέα και δεν κινδυνεύουν από ηλεκτροχημική διάβρωση.
- Η εσωτερική τους επιφάνεια είναι λεία με αποτέλεσμα τον περιορισμό των ενεργειακών απωλειών.
- Η επεξεργασία τους είναι πολύ εύκολη.

Τα κύρια μειονεκτήματα, που δεν τους επιτρέπουν να εκτοπίσουν από την πρωτοκαθεδρία τους μεταλλικούς σωλήνες, είναι:

- Η σχετικά μικρή αντοχή τους (που μειώνεται με τη θερμοκρασία).
- Η αδυναμία τους να ανταποκριθούν σε μέτρια υψηλές θερμοκρασίες.
- Η ανεπαρκής αντίσταση στη φωτιά (σε συνδυασμό με την έκλυση τοξικών ουσιών στην περίπτωση καύσεως ορισμένων τύπων πλαστικών).

– Η γενικά μικρή αντίσταση στους οργανικούς διαλύτες και η ευπάθεια ορισμένων τύπων πλαστικών στο ηλιακό φως.

Πάντως οι χρήσεις τους συνεχώς διευρύνονται (αποχετεύσεις, υδρεύσεις, οξύμαχα δίκτυα, εξαερισμοί κ.ά.).

Ειδική κατηγορία των πλαστικών σωλήνων αποτελούν οι σωλήνες από **ελαστικό**.

Γενικά, εντάσσονται στην κατηγορία των σωλήνων από πλαστικό, αφού την πρώτη ύλη κατασκευής τους την προσφέρει η πετροχημική βιομηχανία (με εξαίρεση το φυσικό ελαστικό). Κατασκευάζονται από ελαστομερή υλικά (BUNA N, Νεοπρένιο, φθοροελαστομερή, φυσικό ελαστικό κ.ά.), μέσα στα οποία συνήθως περικλείεται πλέγμα από σύρμα ή караβόπανο σε μία ως τέσσερις στρώσεις προκειμένου να βελτιωθεί η αντοχή τους. Σε αντίθεση με τους σωλήνες από άλλα υλικά, είναι εύκαμπτοι κι αυτό αποτελεί το βασικό τους πλεονέκτημα. Έτσι, βρίσκουν ευρεία χρήση, στις περιπτώσεις που η ροή συνοδεύεται από έντονους κραδασμούς (π.χ. προσαγωγή αέρα σε κομπρεσέρ) ή όταν απαιτείται ένας εύκαμπτος αγωγός (ή σύνδεσμος).

Πίνακας 7.1.1
Υλικά κατασκευής πλαστικών και ελαστικών σωλήνων.

Συμβολισμός	Χημική ονομασία
PVC	Πολυβινυλοχλωρίδιο
CPVC	Χλωριωμένο Πολυβινυλοχλωρίδιο
LDPE	Πολυαιθυλένιο χαμηλής πυκνότητας
MDPE	Πολυαιθυλένιο μέσης πυκνότητας
HDPE	Πολυαιθυλένιο υψηλής πυκνότητας
PP	Πολυπροπυλένιο
PB	Πολυβουτυλένιο
PVDF	Φθοριωμένο Πολυβινυλοδιένιο
PVDC	Χλωριωμένο Πολυβινυλοδιένιο
PCTFE	Πολυ-χλωρο-τρι-φθορο-αιθυλένιο (Halar) ⁽¹⁾
PTFE	Πολυ-τετραφθορο-αιθυλένιο (Teflon) ⁽¹⁾
ETFE	Αιθυλενο-τετρα-φθορο-αιθυλένιο
ECTFE	Αιθυλενο-χλωρο-τρι-φθορο-αιθυλένιο
FEP	Φθοριωμένο συμπολυμερές αιθυλενίου-προπυλενίου
ABS	Ακρυλονιτριλο-Βουταδιενο-στυρένιο (Buna-N) ⁽¹⁾ (E) ⁽²⁾
FKM, FPM	Φθοριωμένο ελαστομερές (Viton, Fluorel) ⁽¹⁾ (E) ⁽²⁾
IIR	Ισοβουτυλένιο-ισοπρένιο (Butyl) ⁽¹⁾ (E) ⁽²⁾
NR ή SBR	Φυσικό ελαστικό ή Στυρένιο-βουταδιένιο (Buna-S) ⁽¹⁾ (E) ⁽²⁾
CR	Πολυχλωροπρένιο (Neoprene) ⁽¹⁾ (E) ⁽²⁾
CPE	Χλωριωμένο Πολυαιθυλένιο (E) ⁽²⁾

(1): Κατοχρωμένη εμπορική ονομασία.

(2): E: Ελαστομερές.

στ) Σωλήνες από άλλα υλικά.

Σωλήνες από τοιμέντο: Χρησιμοποιούνται ως αγωγοί μεγάλης διαμέτρου σε αστικές εγκαταστάσεις. Είναι πολύ φθinhoί αλλά ακατάλληλοι ως αγωγοί πίεσεως, αφού η εσωτερική τους αντοχή είναι πολύ μικρή. Η αντοχή σε εξωτερικές τάσεις είναι ικανοποιητική, γεγονός που επιτρέπει τη χρήση τους κάτω από το έδαφος. Δεν παρουσιάζουν αντίσταση στη διάβρωση. Η αλλαγή διεύθυνσεως ροής γίνεται με κατασκευή ειδικών φρεατίων.

Στην περίπτωση που απαιτείται αντίσταση στη διάβρωση από οξέα (π.χ. δίκτυο αποχετεύσεως οξίνων υγρών), οι σωλήνες από τοιμέντο αντικαθίστανται από τους **αργιλοπυριτικούς οξύμαχους σωλήνες**.

Ως αστικοί αγωγοί, ευρεία χρήση συνάντησαν παλαιότερα και οι **σωλήνες από αμιαντοτοιμέντο**. Η ενοχοποίηση όμως του αμιάντου και οι περιορισμοί χρήσεώς του, οδήγησαν σε αντικατάστασή τους.

Αναφέρομε τέλος τους **υάλινους σωλήνες**. Αυτοί είναι ακατάλληλοι για διακίνηση ρευστών, καθώς παρουσιάζουν μικρή αντοχή και είναι εύθραυστοι. Χρησιμοποιούνται κυρίως στο εργαστήριο και σε συσκευές μετρήσεως (μανόμετρα υδραργύρου, δείκτες στάθμης δεξαμενών κ.ά.).

Ανακεφαλαιώνοντας και τονίζοντας τον κυρίαρχο ρόλο των σωλήνων από σιδηρούχα κράματα, παραθέτομε πίνακα (Πίν. 7.1.2) με τις πυκνότητες των διαφόρων υλικών κατασκευής σωλήνων και εξαρτημάτων, καθώς και τις (ενδεικτικές) χρήσεις που βρίσκουν οι σωλήνες, ανάλογα με το υλικό κατασκευής τους (Πίν. 7.1.3).

Πίνακας 7.1.2
Πυκνότητες υλικών κατασκευής σωλήνων.

Μέταλλα και κράματα	Πυκνότητα Kg/m ³	Πλαστικά	Πυκνότητα Kg/m ³
Σίδηρος καθαρός	7875	PP	910
Σφυρήλατος σίδηρος	7751	MDPE	930-940
Χαλυβοκράματα	7529-8027	HDPE	940-965
Χυτοσίδηρος	7197-7335	PB	920
Ψευδάργυρος	7197	PVC	1450
Χαλκός	8941	CPVC	1540
Ορείχαλκος	8470-8747	PVDF	1760
Μόλυβδος	11341	ABS	1080
Αλουμίνιο και κράματα	2685-2713	PVDC	1750

Πίνακας 7.1.3
Υλικά κατασκευής και χρήσεις σωλήνων.

Υλικό σωλήνα	Χρήσεις
Χάλυβας μαύρος	Ατμός, πεπιεσμένος αέρας, λάδια, νερό, ρευστά υψηλής πίεσεως.
Ανοξειδωτος χάλυβας	Ρευστά υψηλής πίεσεως, οξειδωτικά ρευστά, εγκαταστάσεις τροφίμων.
Χρωμιωμένος χάλυβας	Ρευστά υψηλής πίεσεως και θερμοκρασίας, ατμοί.
Γαλβανισμένος χάλυβας	Ύδρευση.
Χυτοσίδηρος	Ύδρευση, αγωγοί πετρελαίου, αποχετεύσεις.
Χαλκός	Εναλλάκτες θερμότητας, ύδρευση.
Πλαστικό	Ύδρευση, αποχέτευση, οξύμαχα δίκτυα, εξαερισμός.
Ελαστομερές	Εύκαμπτες σωληνώσεις, κατάπιξη κραδασμών.

7.1.2 Τυποποίηση σωλήνων και εξαρτημάτων.

Για την εκλογή των καταλλήλων σωλήνων και την απρόσκοπτη λειτουργία της εγκαταστάσεως, λαμβάνονται υπόψη οι απαιτήσεις διαμέτρου, αντοχής σε πίεση, αντιστάσεως στη διάβρωση, κατεργασίας, εξοπλισμού με εξαρτήματα και όργανα κ.ά.. Ιδιαίτερα σημαντική παράμετρος είναι η συμβατότητα των διαφόρων τμημάτων και εξαρτημάτων της σωληνώσεως, καθώς επίσης και η εύκολη προμήθεια ανταλλακτικών. Λαμβάνοντας υπόψη την πληθώρα των μονάδων παραγωγής σχετικού υλικού και την πληθώρα πρώτων υλών και μεθόδων παραγωγής, οι παράμετροι αυτές θα ήταν δύσκολο να εξασφαλισθούν αν δεν υπήρχε η τυποποίηση των σωλήνων και των εξαρτημάτων.

α) Γενικά για την τυποποίηση.

Η τυποποίηση (standardization) είναι μία διαδικασία που αναπτύχθηκε τον 20^ο αιώνα και βοήθησε τα μέγιστα στη βιομηχανική ανάπτυξη. Το 1901 δημιουργήθηκε στη Μεγάλη Βρετανία το Ινστιτούτο Βρετανικών Προτύπων (British Standards Institute, BSI). Ακολούθησαν οι εθνικοί οργανισμοί τυποποίησης των άλλων βιομηχανικών χωρών της Δύσεως (Γερμανία: DIN, Γαλλία: AFNOR, ΗΠΑ: ANSI κ.λπ.). Παράλληλα, στον παγκόσμιο ορίζοντα ιδρύθηκε ο **Διεθνής Οργανισμός Τυποποιήσεως** (International Standards Organization, **ISO**), ο οποίος έχει μέλη τους εθνικούς οργανισμούς τυποποίησης περίπου εκατό χωρών. Ο ISO ασχολείται με την τυποποίηση σε όλους τους τομείς της παραγωγικής διαδικασίας και της παροχής υπηρεσιών, εκτός από τον ηλεκτροτεχνικό τομέα, ο οποίος καλύπτεται από την IEC (International Electrotechnical Commission). Το 1961 ιδρύθηκε η **Ευρωπαϊκή Επιτροπή Τυποποιήσεως** (**CEN**), η οποία επιδιώκει την εναρμόνιση των εθνικών προτύπων των χωρών-μελών της Ευρωπαϊκής Ενώσεως, εκδίδοντας **Έγγραφα Εναρμονίσεως (HD)** και **Ευρωπαϊκά Πρότυπα (EN)**. Αντίστοιχα, για τον ηλεκτροτεχνικό τομέα ιδρύθηκε η CENELEC.

Στην Ελλάδα, ιδρύθηκε, το 1976, ο **Ελληνικός Οργανισμός Τυποποιήσεως (ΕΛΟΤ)** με σκοπό την προαγωγή και την εφαρμογή της τυποποίησης στη χώρα μας. Ο ΕΛΟΤ είναι μέλος των ISO, IEC, CEN και CENELEC και αποτελεί τον αποκλειστικό φορέα στην Ελλάδα για τη διάθεση προτύπων όλων των ξένων εθνικών και διεθνών οργανισμών τυποποίησης.

Όλες οι οργανώσεις και οργανισμοί τυποποίησης έχουν ως πρώτη μέριμνα για την τυποποίηση οποιουδήποτε τομέα, την καθιέρωση κοινής ορολογίας. Βασική παγκόσμια επιτροπή για τις Αρχές και Μεθόδους της Ορολογίας είναι η ISO/TC 37, ενώ ειδικές, κατά τομέα, επιτροπές του ISO έχουν εκδώσει μεγάλο πλήθος Διεθνών Προτύπων Ορολογίας (Πρότυπα ISO, IEC και ISO/IEC). Σε εθνικό επίπεδο, οι οργανισμοί τυποποίησης μεριμνούν για τη λειτουργία αντιστοίχων επιτροπών ή ομάδων και εκδίδουν αντίστοιχα εθνικά πρότυπα ορολογίας, στη γλώσσα της αντίστοιχης χώρας.

Με τον όρο **τυποποίηση** (standardization) εννοούμε μια δραστηριότητα που δίνει λύσεις για επαλαμβανόμενη εφαρμογή σε προβλήματα επιστημονικά, τεχνολογικά ή οικονομικά και αποσκοπεί στο καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα, για κάθε συγκεκριμένη περίπτωση. Γενικά, η τυποποίηση περιλαμβάνει τις διαδικασίες της συντάξεως, της εκδόσεως και της εθνικής μεταφοράς προτύπων.

Η έννοια του προτύπου (standard) ξεκινά από την τεχνική προδιαγραφή (technical specification). Η τεχνική προδιαγραφή είναι έντυπο που αναφέρει τα χαρακτηριστικά ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας (π.χ. χαρακτηριστικά ποιότητας, επιδόσεις, χαρακτηριστικά ασφάλειας, διαστάσεις). Μπορεί να περιλαμβάνει ή να ασχολείται με ορολογία, σύμβολα, έλεγχο και μεθόδους δοκιμής, συσκευασία ή απαιτήσεις σημάτων ποιότητας. Τεχνικές προδιαγραφές μπορεί να συντάξει οποιοσδήποτε, πρόσωπο ή οργανισμός, σε ιδιωτικές ή δημόσιες συμφωνίες, στις προμήθειες υλικού στις κατασκευές, στην παραγωγή υλικών ή προϊόντων κ.λπ.. Τα στοιχεία που διαφοροποιούν το πρότυπο από την τεχνική προδιαγραφή, είναι η προσιότητα στο ευρύ κοινό και –κυρίως– ο τρόπος δημιουργίας του. Το **εθνικό πρότυπο** (π.χ. πρότυπο ΕΛΟΤ) εκπονείται με συναίνεση όλων των ενδιαφερομένων – σε εθνική κλίμακα – και εγκρίνεται από αναγνωρισμένο εθνικό οργανισμό τυποποίησης (π.χ. ΕΛΟΤ). Το **ευρωπαϊκό πρότυπο** (EN) εκπονείται με συναίνεση όλων των ενδιαφερομένων – σε ευρωπαϊκή κλίμακα – και εγκρίνεται από τη CEN, με διακρατική ευρωπαϊκή ψήφιση (μέσω των εθνικών οργανισμών τυποποίησης). Το **παγκόσμιο πρότυπο** (ISO) εκπονείται με συναίνεση όλων των ενδιαφερομένων – σε παγκόσμια κλίμακα – και εγκρίνε-

ται από την παγκόσμια οργάνωση τυποποιήσεως ISO, με παγκόσμια διακρατική ψήφιση από τις χώρες μέλη μέσω των οργανισμών τυποποιήσεως.

Τα πρότυπα, λαμβάνοντας υπόψη τα τελευταία επιστημονικά δεδομένα, τις ανάγκες του χρήστη αλλά και του περιβάλλοντος, τις απαιτήσεις της παραγωγικής διαδικασίας, του εμπορίου και της Δημόσιας Διοικήσεως, παρεμβαίνουν δραστικά στις τεχνικές προδιαγραφές, εισάγοντας σ' αυτές εναρμονισμένα κριτήρια και κατευθύνσεις και εξασφαλίζοντας μ' αυτόν τον τρόπο προϊόντα (και υπηρεσίες) που χαρακτηρίζονται από σταθερότητα, ποιότητα και συμβατότητα.

Οι εθνικοί και διεθνείς οργανισμοί τυποποιήσεως συνεργάζονται με ειδικούς οργανισμούς που καλύπτουν κάποιον ειδικότερο τομέα. Έτσι, η CEN έχει επτά συνεργαζόμενα μέλη. Στην Ελλάδα, ο ΕΛΟΤ συνεργάζεται με τον ΟΤΕ (για τις προδιαγραφές στον τομέα των τηλεπικοινωνιών).

Σημειώνουμε ότι εκτός από τους εθνικούς και διακρατικούς οργανισμούς τυποποιήσεως, υπάρχουν και ανεξάρτητοι οργανισμοί που διαμορφώνουν πρότυπα και συμβάλλουν στην εξασφάλιση της ποιότητας των παραγομένων προϊόντων. Ιδιαίτερη σημασία για τα πρότυπα μηχανολογικού εξοπλισμού, σωλήνων και εξαρτημάτων έχουν και τα σχετικά πρότυπα της ASTM (American Society for Testing and Materials), η οποία δημιουργήθηκε από ομάδα μηχανικών των Ηνωμένων Πολιτειών το 1898. Στον Πίνακα 7.1.4 παρουσιάζονται οι σημαντικότεροι οργανισμοί τυποποιήσεως.

Η **τυποποίηση** (ως καθιέρωση κοινά αποδεκτών προδιαγεγραμμένων απαιτήσεων) είναι όχι απλώς

Πίνακας 7.1.4
Οργανισμοί τυποποιήσεως.

Α. Διεθνείς και εθνικοί οργανισμοί τυποποιήσεως.	ISO	International Organization for Standardization
	CEN	Comite Europeen de Normalization
	ΕΛΟΤ	Ελληνικός Οργανισμός Τυποποιήσεως
	DIN	Deutsches Institut für Normung
	BSI	British Standards Institute
	AFNOR	Association Frannaise de Normalisation
	AENOR	Spanish Association for Standardisation
	UNI	Ente Nazionale Italiano di Unificazione
	NEN	Nederlands Normalisatie-instituut
	ANSI	American National Standards Institute
	JIS	Japan Industrial Standards
Β. Ειδικοί και ανεξάρτητοι οργανισμοί τυποποιήσεως.	FIEC	European Construction Industry Federation
	CEFIC	European Chemical Industry Council
	ASTM	American Society for Testing and Materials
	API	American Petroleum Institute
	ASME	American Society of Mechanical Engineers
	ASQC	American Society for Quality Control
	MSS	Manufacturer's Standardization Society
	AISI	American Iron and Steel Institute
	SAE	Society of Automotive Engineers
	AWS	American Welding Society
	NIST	National Institute of Standards and Technology

ένας, αλλά ο πρωταρχικός και κύριος άξονας, από τους τρεις άξονες που στηρίζουν το οικοδόμημα της ποιότητας. Οι άλλοι δύο είναι **η πιστοποίηση** (διαβεβαίωση ότι ικανοποιούνται οι προδιαγεγραμμένες απαιτήσεις και συνεχής παρακολούθηση της ικανοποίησής τους) και **οι δοκιμές** (προσδιορισμός ενός ή περισσότερων χαρακτηριστικών ενός προϊόντος, μιας διεργασίας ή μιας υπηρεσίας με προδιαγεγραμμένες διαδικασίες). Οι εθνικοί οργανισμοί τυποποίησης (στην Ελλάδα ο ΕΛΟΤ), εκτός από την εκπόνηση και τη διάδοση των προτύπων, είναι υπεύθυνοι και για τη χορήγηση πιστοποιητικών ποιότητας, την πιστοποίηση συστημάτων ποιότητας επιχειρήσεων και τη διενέργεια εργαστηριακών δοκιμών.

Όσον αφορά στο συνολικό ζήτημα της ποιότητας, ιδιαίτερη σημασία έχουν τα πρότυπα ποιότητας ISO 9000 (Quality management systems):

- **ISO 9000:** Καθορίζει τους όρους και παρουσιάζει τις θεμελιώδεις αρχές ποιότητας που χρησιμοποιούνται στη σειρά προτύπων ISO 9000. Περιέχει 81 ορισμούς και χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με τα ειδικότερα πρότυπα ποιότητας.
- **ISO 9001:** Καθιερώνει πρότυπα εγγυημένης ποιότητας στους τομείς σχεδιασμού, διεθύνσεως, παραγωγής, μεταποίησης, εγκατάστασης και υποστηρίξεως ενός οργανισμού. Αυτό το πρότυπο, το οποίο είναι το πιο ευρύ από τα τρία που αφορούν στην εξωτερική ποιότητα, είναι κατάλληλο για οργανισμούς οι οποίοι σχεδιάζουν, αναπτύσσουν και παράγουν τα προϊόντα τους, καθώς επίσης, για τις κατασκευές και τις μηχανολογικές υπηρεσίες.
- **ISO 9002:** Καθιερώνει πρότυπα εγγυημένης ποιότητας στην παραγωγή και εγκατάσταση. Εφαρμόζεται σε βιομηχανίες υποστηρίξεως και μονάδες που σχεδιάζουν και κατασκευάζουν προϊόντα για άλλους οργανισμούς.
- **ISO 9003:** Καθιερώνει πρότυπα για εγγύηση ποιότητας ελέγχων και δοκιμών. Εφαρμόζεται στις εργαστηριακές δοκιμές, σε μικρά καταστήματα, διανομές εντός μιας φίρμας και στον εφοδιασμό κατά τον οποίο ελέγχεται ο προμηθευτής.
- **ISO 9004:** Καθιερώνει εσωτερικά σε έναν οργανισμό, κατευθυντήριες γραμμές για το σχεδιασμό και την υλοποίηση ποιοτικών συστημάτων. Εφαρμόζεται σε όλες τις βιομηχανίες.

β) Τυποποίηση σωλίνων και εξαρτημάτων.

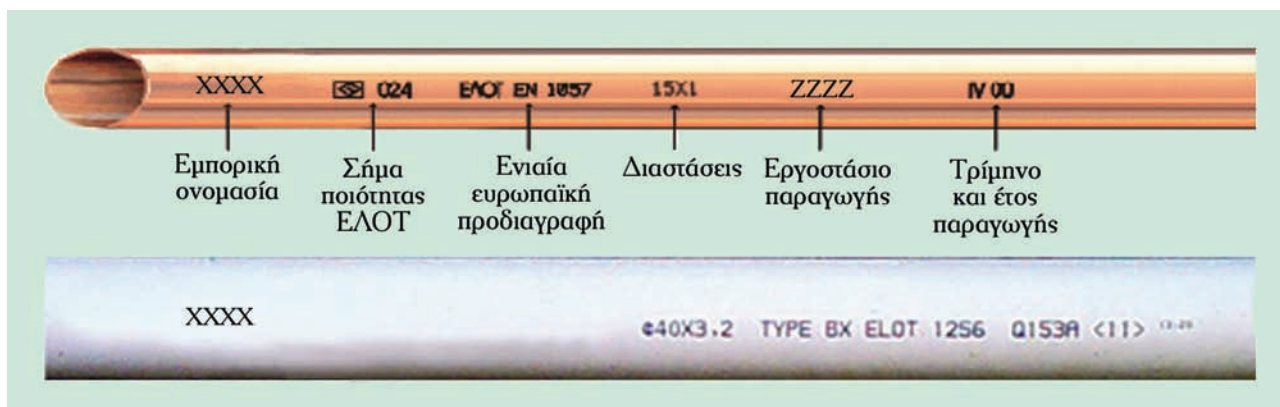
Η χρήση των προτύπων για την κατασκευή σωλίνων και εξαρτημάτων, διαμορφώνει σημαντικά πλεονεκτήματα:

- Το **κόστος** των υλικών μειώνεται, αφού πλέον παράγονται μεγάλες ποσότητες πανομοιότυπων προϊόντων.
- Η **ποιότητα** βελτιώνεται: Οι μονάδες παραγωγής εξειδικεύονται, οι πρώτες ύλες έχουν συγκεκριμένες προδιαγραφές (βάσει προτύπων) και τα προϊόντα προσδιορισμένες μετρήσιμες ιδιότητες.
- Εξασφαλίζεται η **συμβατότητα** των ομοειδών προϊόντων και κατά συνέπεια η δυνατότητα **εναλλαξιμότητας** μεταξύ προϊόντων διαφόρων παραγωγών.

Στην πρακτική ενασχόληση με τα διάφορα συστήματα σωληνώσεων, η χρήση των προτύπων είναι συνεχής. Η επιλογή των υλικών, ο σχεδιασμός της σωληνώσεως, η κατασκευή και η συντήρησή της βασίζεται σ' αυτά. Τεχνικά χαρακτηριστικά που προκύπτουν από το πρότυπο αναγράφονται επί των σωλίνων (σχ. 7.1ε).

Τα πρότυπα που χρησιμοποιούνται για τους σωλίνες και τα εξαρτήματά τους, εξαρτώνται από τη χώρα και την ευρύτερη περιοχή. Στην Αμερική είναι τα πρότυπα ANSI και ASTM (επίσης τα πρότυπα API, SAE και ASME), ενώ στην Ευρώπη, εκτός από τα ISO και τα πρότυπα CEN, σημαντικότερα είναι τα γερμανικά DIN. Στην Ελλάδα, τα παραπάνω πρότυπα τα εγκρίνει και τα συγκεκριμενοποιεί ο ΕΛΟΤ. Εκτός από τα πρότυπα του ΕΛΟΤ, χρησιμοποιούνται επίσης, ιδιαίτερα σε οικοδομικές εργασίες, οι Τεχνικές Οδηγίες του Τεχνικού Επιμελητηρίου (ΤΟΤΕΕ) και στα Δημόσια έργα, οι ΠΕΤΠ (Προσωρινές Εθνικές Τεχνικές Προδιαγραφές) του ΥΠΕΧΩΔΕ.

Μπορούμε να ομαδοποιήσουμε τα πρότυπα που σχετίζονται με τις σωληνώσεις σε τρεις κατηγορίες: Στα πρότυπα που αναφέρονται σε σωλίνες και εξαρτήματα συνδέσεώς τους, στα πρότυπα που αναφέρονται στις φλάντζες και στα πρότυπα που αναφέρονται σε βαλβίδες.



Σχ. 7.1ε.

Σήμανση σωλήνων του εμπορίου ανάλογα με το πρότυπο.

Κάθε πρότυπο της πρώτης κατηγορίας (που είναι και η μεγαλύτερη) αφορά σε συγκεκριμένη κατηγορία σωλήνων. Αναφέρεται σε ορισμένο υλικό (π.χ. χαλυβδοσωλήνες), ορισμένης ποιότητας (π.χ. χαλυβδοσωλήνες μέσου τύπου), στην κατηγορία (με ραφή ή χωρίς ραφή) και τις ειδικότερες απαιτήσεις (π.χ. σωλήνες υψηλής πίεσης). Στη συνέχεια παρέχει σε πίνακα τις προτυποποιημένες διαστάσεις και τις τιμές των άλλων χαρακτηριστικών ιδιοτήτων του υλικού (βάρος ανά μονάδα μήκους, αντοχή σε πίεση λειτουργίας κ.ά.). Άλλα πρότυπα αναφέρονται στις δοκιμές προσδιορισμού διαφόρων ιδιοτήτων του σωλήνα (π.χ. ΕΛΟΤ 1335: χαλυβδοσωλήνες μετά και άνευ ραφής για λειτουργία υπό πίεση – Έλεγχος με δυναμορέματα για ανίχνευση ατελειών).

Υπάρχουν φυσικά και γενικότερα πρότυπα που αναφέρονται στην ποιότητα των υλικών κατασκευής σωλήνων.

Ειδικά για το χάλυβα και τα προϊόντα του, ισχύουν τα ευρωπαϊκά πρότυπα EN 10020 (2000, Ορισμός και ταξινόμηση κατηγοριών χάλυβα), EN 10079 (Ορισμός προϊόντων χάλυβα) κ.ά.. Έτσι, διακρίνουμε τρεις γενικές κατηγορίες:

- **Μη κραματοποιημένοι χάλυβες:** Πρόκειται για τους απλούς ανθρακοχάλυβες (μέγιστη περιεκτικότητα σε άνθρακα 2%) με μέγιστη περιεκτικότητα άλλων συστατικών, αυτή που δίνεται στον Πίνακα 7.1.5.

Πίνακας 7.1.5

Μέγιστη περιεκτικότητα στοιχείων σε μη κραματοποιημένους χάλυβες.

Στοιχείο		% w/w	Στοιχείο		% w/w
Al	Αλουμίνιο	0,10	Ni	Νικέλιο	0,30
B	Βόριο	0,0008	Pb	Μόλυβδος	0,40
Bi	Βισμούθιο	0,10	Se	Σελήνιο	0,10
Co	Κοβάλτιο	0,30	Si	Πυρίτιο	0,60
Cr	Χρώμιο	0,30	Te	Τελλούριο	0,10
Cu	Χαλκός	0,40	Ti	Τιτάνιο	0,05
La	Λανθανίδες	0,10	V	Βανάδιο	0,10
Mn	Μαγγάνιο	1,65	W	Βολφράμιο	0,30
Mo	Μολυβδαίνιο	0,08	Zr	Ζιρκόνιο	0,05
Nb	Νιόβιο	0,06		Άλλα (*)	0,10

(*) Άλλα στοιχεία, με εξαίρεση τον άνθρακα, το άζωτο, το φωσφόρο και το θείο.

Κάθε κατηγορία χάλυβα, της οποίας η συγκεκριμένη χημική σύνθεση περιλαμβάνει τουλάχιστον ένα στοιχείο που φθάνει μία από τις οριακές τιμές που αναφέρονται στον Πίνακα 7.1.5, θεωρείται ως κραματοποιημένη.

- **Ανοξειδωτοι χάλυβες:** Καλύπτουν κάθε κατηγορία χάλυβα που περιέχει κατά βάρος τουλάχιστον 10,50 % χρωμίου, αλλά όχι περισσότερο του 1,20 % άνθρακα, με ή χωρίς άλλο στοιχείο κραματοποίησης (EN 10020: 5.2.2.2.1).
- **Άλλοι κραματοποιημένοι χάλυβες:** Κάθε κατηγορία χάλυβα οριζόμενη ως κραματοποιημένη (EN 10 020: 4.2.2), η οποία δεν ανταποκρίνεται στον ορισμό των ανοξειδωτων χαλύβων που δίνονται παραπάνω.

Όσον αφορά στην ονομασία, το ευρωπαϊκό πρότυπο EN 10027-1 (1992) κωδικοποιεί γράμματα και αριθμούς αναγνώρισης. Για παράδειγμα, ο χάλυβας St37-2 (κατά DIN 17100) λαμβάνει κατά το ευρωπαϊκό πρότυπο τον κωδικό S235 [S: χαρακτηρισμός χάλυβα, 235 (N/mm²): αναφορά σε αντοχή]. Πρόσθετοι κωδικοί παρέχουν επιπλέον πληροφορίες για το υλικό (π.χ. S235 J2G3). Για τους κραματοποιημένους χάλυβες, η ονομασία δίνει πληροφορίες για τη σύσταση (π.χ. X2CrNi18-9).

Αντίστοιχη κωδικοποίηση υλικών γίνεται και στα πρότυπα ISO (ISO 4948-1 Steels – Classification – Part 1: Classification of Steels into Unalloyed and Alloy Steels Based on Chemical Composition 1982, ISO TR 4949:1989 Steel names based on letter symbols κ.ά.). Εδώ τα κράματα σιδήρου ομαδοποιούνται σε τρεις βασικές κατηγορίες, στις οποίες αντιστοιχούν τα γράμματα P (χάλυβας), M (ανοξειδωτος χάλυβας) και K (χυτοσίδηρος). Υπάρχουν επίσης οι κατηγορίες N (μη σιδηρούχα), S (υψηλής θερμοκρασίας) και H (σκληρά υλικά).

Στο Παράρτημα, Πίνακας 12, παρατίθεται αναλυτικό ευρετήριο με τα πρότυπα ISO για τους σωλήνες και τα εξαρτήματα. Δεν πρέπει όμως να ξεχνάμε ότι η τυποποίηση είναι μια διαρκής διαδικασία και όταν το επιβάλλουν οι τεχνολογικές ή άλλες εξελίξεις, ένα πρότυπο μπορεί να τροποποιηθεί, συμπληρωθεί ή αντικατασταθεί. Ιδιαίτερα στους τομείς που συνεχίζουν να υφίστανται μεγάλες διαφορές στα εθνικά πρότυπα, η τάση είναι η –μέσω διαπραγματεύσεων και συμφωνιών– σταδιακή υποκατάσταση των εθνικών προτύπων από υπερεθνικά (CEN) ή παγκόσμια (ISO).

γ) Χαρακτηριστικά στοιχεία σωλήνων.

1. Γεωμετρικά χαρακτηριστικά.

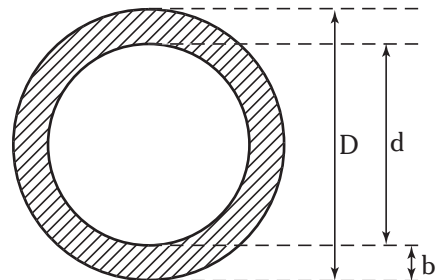
Τα χαρακτηριστικά γεωμετρικά στοιχεία των σωλήνων, τα οποία υπεισέρχονται στην τυποποίηση, είναι η **ονομαστική διάμετρος**, η **εξωτερική διάμετρος**, η **εσωτερική διάμετρος** και το **πάχος του τοιχώματος**.

Ονομαστική διάμετρος Φ (Nominal Diameter, DN): Αυτή δίνεται σε mm ή in και, παρά το ότι δεν αντιστοιχεί (γενικά) ούτε στην εσωτερική ούτε στην εξωτερική διάμετρο, είναι το κύριο μέγεθος για την ταξινόμηση των σωλήνων από κάποιο υλικό.

Εξωτερική διάμετρος D (Outside Diameter, OD): Σε ορισμένη ονομαστική διάμετρο, αντιστοιχεί και συγκεκριμένη εξωτερική (Πίν. 7.1.6). Η σταθερή εξωτερική διάμετρος έχει μεγάλη σημασία: διευκολύνει τη συνδεσμολογία, επιτρέπει την εναλλαγή ή αντικατάσταση των εξαρτημάτων και διευκολύνει τη συντήρηση των σωληνώσεων.

Εσωτερική διάμετρος d (Inside Diameter, ID): Είναι η ωφέλιμη διάμετρος, δηλαδή η διάμετρος που αντιστοιχεί στο σκοπό της σωληνώσεως, τη ροή των ρευστών. Χρησιμοποιείται επομένως στους υπολογισμούς της Μηχανικής των Ρευστών, που εξετάσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια.

Πάχος τοιχώματος b (Wall thickness): Για το ίδιο υλικό (και τρόπο κατασκευής), μεγαλύτερο πάχος τοιχώματος σημαίνει μεγαλύτερη αντοχή σε πίεση, αλλά και σε διάβρωση. Ταυτόχρονα όμως, ο σωλήνας γίνεται βαρύτερος και μεγαλύτερου



Σχ. 7.1στ.
Διάμετροι και πάχος τοιχώματος σωλήνα.

κόστους. Η σχέση του πάχους με την εξωτερική και εσωτερική διάμετρο (σχ. 7.1στ), προκύπτει εύκολα από την εξίσωση:

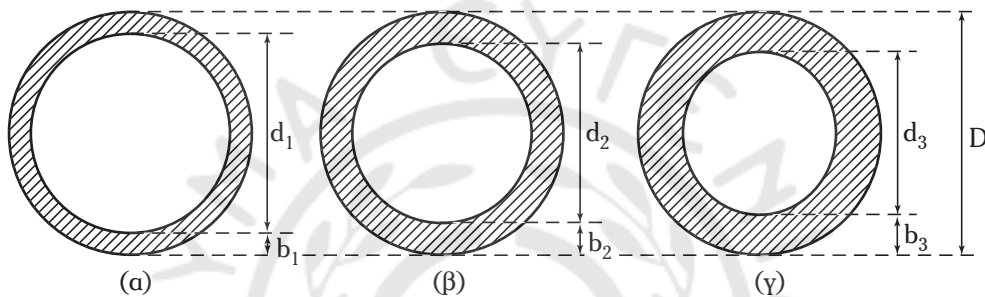
$$b = \frac{D - d}{2} \quad (7.1)$$

Για την ίδια εξωτερική διάμετρο, όσο μεγαλύτερο είναι το πάχος των τοιχωμάτων, τόσο μικρότερη είναι η εσωτερική διάμετρος:

$$d = D - 2 \cdot b \quad (7.1a)$$

Τα πρότυπα, επιτρέπουν συνήθως μία μικρή απόκλιση του πάχους (της τάξεως του 10% ή και μικρότερη) από τις προδιαγραφές (**ανοχή**).

Ανάλογα με το πάχος τοιχώματος οι σωλήνες ορισμένης εξωτερικής διαμέτρου διακρίνονται σε διάφορες κατηγορίες (γενικά: ελαφρού, μέσου και βαρέος τύπου) (σχ. 7.1ζ).



Σχ. 7.1ζ.

Σωλήνες ίδιας εξωτερικής διαμέτρου και διαφορετικού πάχους: α) ελαφρού, β) μέσου και γ) βαρέος τύπου.

Άλλα δύο σημαντικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σωλήνα είναι:

– Το **εμβαδόν της κάθετης στη ροή διατομής**, **A** (το οποίο ισούται αριθμητικά με τον όγκο που καταλαμβάνει το ρευστό ανά μονάδα μήκους σωλήνα):

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad (7.2)$$

Αξιοποιείται (όπως είδαμε) στους υπολογισμούς της ροής, αλλά και στους υπολογισμούς στατικής στήριξης των σωλήνων.

– Το **εμβαδόν της εξωτερικής επιφάνειας ανά μονάδα μήκους σωλήνα**, **S**:

$$S = \pi \cdot D \quad (7.3)$$

Αξιοποιείται στους υπολογισμούς της μεταδόσεως θερμότητας, όταν η ροή συνοδεύεται από ανταλλαγή θερμότητας (επιφάνεια θερμικής ανταλλαγής).

Από τις εξισώσεις (7.1), (7.2) και (7.3), προκύπτει πως όλα τα γεωμετρικά μεγέθη ενός σωλήνα, υπολογίζονται όταν γνωρίζουμε την εξωτερική διάμετρο **D** και το πάχος του τοιχώματος **b**.

Παράδειγμα 1

Να υπολογισθούν τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά σωλήνα Φ100 (ISO) με πάχος τοιχώματος 4 mm.

Λύση:

Από τον Πίνακα 7.1.6 λαμβάνομε: $D = 110 \text{ mm} = 0,11 \text{ m}$.

$$d = D - 2 \cdot b \Rightarrow d = (110 - 2 \cdot 4) \text{ mm} \Rightarrow d = 102 \text{ mm} = 0,102 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow A = 0,00817 \text{ m}^2$$

$$S = \pi \cdot D \Rightarrow S = 0,346 \text{ m}^2$$

2. Χαρακτηριστικά που σχετίζονται και με το υλικό κατασκευής.

Ένα χαρακτηριστικό μέγεθος που σχετίζεται άμεσα με τη γεωμετρία του σωλήνα, αλλά και με την πυκνότητα του υλικού κατασκευής του, αποτελεί η **μάζα του σωλήνα ανά μονάδα μήκους, m/L** (εναλλακτικά, το βάρος ανά μονάδα μήκους).

$$\frac{m}{L} = \rho \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = \rho \cdot \pi \cdot b \cdot (D - b) \quad (7.4)$$

Αξιοποιείται στους υπολογισμούς στατικής στηρίξεως των σωληνώσεων.

Από τα χαρακτηριστικά όμως που σχετίζονται με τις ιδιότητες του υλικού κατασκευής των σωλήνων, το σημαντικότερο είναι η **αντοχή σε πίεση**. Αυτή εξαρτάται –όπως είδαμε– από το υλικό, από τον τρόπο κατασκευής του σωλήνα (σωλήνες χωρίς ραφή, σωλήνες με ραφή, ποιότητα της ραφής κ.ά.), καθώς επίσης και από το πάχος του τοιχώματος. Όσον αφορά στην πίεση στην οποία πρέπει να αντέχει ο σωλήνας, σημειώνουμε πως είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την πίεση (μόνιμης) λειτουργίας της σωληνώσεως. Αυτό οφείλεται στην επιπλέον πίεση (**υπερπίεση**) που ασκείται κατά τα μεταβατικά φαινόμενα ενάρξεως, μεταβολής και λήξεως της ροής. Ιδιαίτερα στα ασυμπίεστα ρευστά, παρατηρείται το φαινόμενο του υδραυλικού κτυπήματος που σημαίνει προσωρινή αλλά σημαντική αύξηση της πίεσεως. Για τούτο, η **πίεση δοκιμής** είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την **πίεση λειτουργίας**.

Μία άλλη χαρακτηριστική ιδιότητα, η οποία σχετίζεται με το υλικό αλλά και με το πάχος του τοιχώματος, είναι η **αντοχή του σωλήνα σε διάφορα διαβρωτικά περιβάλλοντα**. Γενικά, όπως αναφέραμε ήδη, οι σωλήνες από απλό χάλυβα παρουσιάζουν μικρή αντίσταση στη διάβρωση από οξυγόνο και οξέα, καθώς επίσης στην ηλεκτροχημική διάβρωση. Στους σωλήνες από γαλβανισμένο σίδηρο και ανοξείδωτο χάλυβα, η αντίσταση στη διάβρωση είναι πολύ πιο ικανοποιητική. Οι σωλήνες από χαλκό έχουν μικρή αντίσταση στη διάβρωση από οξέα, ικανοποιητική στη διάβρωση από οξυγόνο και δεν κινδυνεύουν από ηλεκτροχημική διάβρωση. Οι πλαστικοί σωλήνες παρουσιάζουν άριστη αντίσταση στα παραπάνω διαβρωτικά αίτια, αλλά χρειάζεται προσοχή, γιατί συνήθως είναι ευπαθείς σε οργανικούς διαλύτες.

Ένα σημαντικό πρόβλημα διεθνοποίησης και ενοποίησης των προτύπων, βρίσκεται στα διαφορετικά συστήματα μονάδων, πάνω στα οποία αναπτύχθηκαν οι εθνικές βιομηχανίες και τα σχετικά πρότυπα. Παρά την εφαρμογή από τα ISO του Διεθνούς Συστήματος Μονάδων (SI), η χρήση μονάδων μήκους του Αγγλικού Συστήματος και ιδιαίτερα της ίντσας ως μονάδας μετρήσεως των διαμέτρων, συνεχίζει να είναι πολύ διαδομένη. Στον Πίνακα 7.1.6 παρουσιάζονται οι διαθέσιμες ονομαστικές διαμέτροι και οι αντίστοιχες εξωτερικές, στις προτυποποιήσεις κατά ISO και ANSI. Παρόμοια προβλήματα, μικρότερης όμως σημασίας, παρουσιάζονται με τις προδιαγραφές αντοχής σε τάσεις (το ANSI χρησιμοποιεί τις $\text{Lbf/in}^2 = \text{psi}$ και τα παλαιότερα DIN το Kp/cm^2) και το βάρος ανά μονάδα μήκους (ANSI: Lbf/ft , DIN: Kp/m). Οι πίνακες μετατροπής αντιμετωπίζουν τα υπολογιστικά προβλήματα (όπως είδαμε σε αρκετά παραδείγματα). Η αποδοχή από τους οργανισμούς τυποποίησης και άλλων προτύπων, απαλύνουν το πρόβλημα, αλλά δεν το εξαλείφουν.

Στο Πίνακα 7.1.7 παρουσιάζονται τα σημαντικότερα πρότυπα σωλήνων που έχει εκδώσει ο ΕΛΟΤ, ενώ στον Πίνακα 7.1.8 οι σημαντικότερες κατηγορίες καλυβδοσωλήνων υδρεύσεως.

Πίνακας 7.1.6
Ονομαστικές και εξωτερικές διαμέτροι σωλήνων κατά ISO και ANSI.

ISO				ANSI			
Ονομαστική Διάμετρος Φ		Εξωτερική Διάμετρος D		Ονομαστική Διάμετρος Φ		Εξωτερική Διάμετρος D	
mm	in	mm	in	in	mm	in	mm
6	0,236	10	0,394	$\frac{1}{8}$	3,2	0,41	10,3
8	0,315	12	0,472	$\frac{1}{4}$	6,4	0,54	13,7
10	0,394	16	0,630	$\frac{3}{8}$	9,5	0,68	17,1
15	0,591	20	0,787	$\frac{1}{2}$	12,7	0,84	21,3
20	0,787	25	0,984	$\frac{3}{4}$	19,1	1,05	26,7
25	0,984	32	1,260	1	25,4	1,32	33,4
32	1,260	40	1,575	$1\frac{1}{4}$	31,8	1,66	42,2
40	1,575	50	1,969	$1\frac{1}{2}$	38,1	1,90	48,3
50	1,969	63	2,480	2	50,8	2,38	60,3
65	2,559	75	2,953	$2\frac{1}{2}$	63,5	2,88	73,0
80	3,150	90	3,543	3	76,2	3,50	88,9
100	3,937	110	4,331	4	101,6	4,50	114,3
125	4,921	140	5,512	5	127,0	5,56	141,3
150	5,906	160	6,299	6	152,4	6,63	168,3
200	7,874	225	8,858	8	203,2	8,63	219,1
250	9,843	280	11,02	10	254,0	10,75	273,1
300	11,81	315	12,40	12	304,8	12,75	323,9
350	13,78	356	14,00	14	355,6	14,00	355,6
400	15,75	407	16,00	16	406,4	16,00	406,4
450	17,72	457	18,00	18	457,2	18,00	457,2
500	19,69	508	20,00	20	508,0	20,00	508,0
550	21,65	559	22,00			--	
600	23,62	610	24,02	24	609,6	24,00	609,6
650	25,59	660	25,98			--	
700	27,56	711	27,99	28	711,2	28,00	711,2
750	29,53	762	30,00	30	762,0	30,00	762,0
800	31,50	813	32,00	32	812,8	32,00	812,8
850	33,46	864	34,02			--	
900	35,43	914	35,98	36	914,4	36,00	914,4
1000	39,37	1016	40,00	40	1016,0	40,00	1016,0
1050	41,34	1067	42,00			--	
1100	43,31	1118	44,00	44	1117,6	44,00	1117,6
1200	47,24	1219	48,00	48	1219,2	48,00	1219,2
1300	51,18	1321	52,00	52	1320,8	52,00	1320,8
1400	55,12	1422	56,00	56	1422,4	56,00	1422,4
1500	59,06	1524	60,00	60	1524,0	60,00	1524,0

Πίνακας 7.1.7
Ενδεικτικά πρότυπα ΕΛΟΤ για σωλήνες.

Κωδικός	Τίτλος
ΕΛΟΤ 496	Χαλυβδοσωλήνες – Πάχη τοιχώματος – 1982
ΕΛΟΤ 497	Χαλυβδοσωλήνες - Εξωτερικές διάμετροι – 1982
ΕΛΟΤ 1136	Χαλυβδοσωλήνες – Συστήματα ανοχών – 1990
ΕΛΟΤ EN 10220	Χαλύβδινοι σωλήνες άνευ ραφής και συγκολλητοί – Διαστάσεις και μάζες ανά μονάδα μήκους – 2004
ΕΛΟΤ EN 10297	Χαλύβδινοι σωλήνες άνευ ραφής για μηχανικές και γενικές κατασκευαστικές εφαρμογές – 2003
ΕΛΟΤ EN 10216	Χαλύβδινοι σωλήνες άνευ ραφής για εγκαταστάσεις υπό πίεση – 2002
ΕΛΟΤ EN 10217	Συγκολλητοί χαλύβδινοι σωλήνες για εγκαταστάσεις υπό πίεση – 2005
ΕΛΟΤ 280	Σωλήνες χωρίς ραφή και χωρίς σπείρωμα από κοινό χάλυβα χωρίς ποιοτικές απαιτήσεις – 1983
ΕΛΟΤ 281	Σωλήνες με ραφή, χωρίς σπείρωμα από κοινό χάλυβα χωρίς ποιοτικές απαιτήσεις – 1979
ΕΛΟΤ EN ISO 1127	Ανοξείδωτοι χαλύβδινοι σωλήνες – Διαστάσεις, ανοχές και συμβατικές μάζες ανά μονάδα μήκους – 1996
ΕΛΟΤ EN 10312	Συγκολλητοί χαλύβδινοι ανοξείδωτοι σωλήνες μεταφοράς υδατικών υγρών συμπεριλαμβανομένου του ύδατος για κατανάλωση από τον άνθρωπο – 2003
ΕΛΟΤ EN 545 E2	Σωλήνες από ελατό χυτοσίδηρο, ειδικά τεμάχια, εξαρτήματα και οι συνδέσεις τους για σωληνώσεις νερού – Απαιτήσεις και μέθοδοι δοκιμής – 2003
ΕΛΟΤ 616	Χαλκοσωλήνες κυκλικής διατομής – Διαστάσεις – 1982
ΕΛΟΤ 1121	Κατεργασμένοι χαλκός και κράματα χαλκού – Στρογγυλοί σωλήνες για γενικές χρήσεις – Μηχανικά χαρακτηριστικά – 1988
ΕΛΟΤ EN 12449	Χαλκός και κράματα χαλκού – Κυκλικοί σωλήνες άνευ ραφής για γενικές χρήσεις – 1999
ΕΛΟΤ 273	Σωλήνες από πλαστικά υλικά – Μέτρηση διαστάσεων – 1979
ΕΛΟΤ 391	Πλαστικοί σωλήνες για τη μεταφορά ρευστών – Προσδιορισμός της αντοχής σε εσωτερική πίεση – 1982
ΕΛΟΤ 710	Σωλήνες από θερμοπλαστικά υλικά – Γενικός πίνακας πάχους τοιχώματος – 1982
ΕΛΟΤ 734	Σωλήνες από πολυαιθυλένιο (PE) – Ανοχές στις εξωτερικές διαμέτρους και στα πάχη τοιχωμάτων – 1982
ΕΛΟΤ EN 1452	Συστήματα πλαστικών σωληνώσεων για παροχή νερού – Μη πλαστικοποιημένο πολυ(βινυλοχλωρίδιο) (PVC-U) – 1999
ΕΛΟΤ 50	Σωλήνες εξ ελαστικού – Σωλήνες ύδατος γενικής χρήσεως – 1980
ΕΛΟΤ 9	Σωλήνες από θερμοπλαστικά υλικά για τη μεταφορά ρευστών – Ονομαστικές εξωτερικές διάμετροι και ονομαστικές πιέσεις – 1979

Πίνακας 7.1.8
Κατηγορίες χαλυβδοσωλίνων υδρεύσεως.

ΤΥΠΟΣ ΣΩΛΗΝΑ		ΕΛΑΦΡΟΣ			ISO 2		ISO 1		ISO MEDIUM		ISO HEAVY	
ΠΡΟΤΥΠΑ					ISO 65 L2 BS 1387(L) ΕΛΟΤ 271		ISO 65 L1 ΕΛΟΤ 270		ISO 65 M BS 1387 M DIN 244 ΕΛΟΤ 269		ISO 65 H BS 1387 H DIN 2441 ΕΛΟΤ 268	
Όνομαστική Διάμετρος		D	b	m/L	b	m/L	b	m/L	b	m/L	b	m/L
mm	in	mm	mm	Kg/m	mm	Kg/m	mm	Kg/m	mm – Kg/m	Kg/m	mm	Kg/m
15	½	21,3	1,8	0,874	2,0	0,95	2,3	1,08	2,6 – 1,08	1,21	3,2	1,44
20	¾	26,9	2,0	1,24	2,3	1,38	2,3	1,39	2,6 – 1,39	1,56	3,2	1,87
25	1	33,7	2,2	1,71	2,6	1,98	2,9	2,20	3,2 – 2,2	2,41	4,0	2,93
32	1¼	42,4	2,3	2,29	2,6	2,54	2,9	2,82	3,2 – 2,82	3,10	4,0	3,79
40	1½	48,3	2,4	2,710	2,9	3,23	2,9	3,24	3,2 – 3,24	3,56	4,0	4,37
50	2	60,3	2,5	3,56	2,9	4,08	3,2	4,49	3,6 – 4,490	5,03	4,5	6,19
65	2½	76,1	2,7	4,89	3,2	5,71	3,2	5,73	3,6 – 5,73	6,42	4,5	7,93
80	3	88,9	2,9	6,20	3,2	6,72	3,6	7,55	4,0 – 7,55	8,36	5,0	10,3
100	4	114,3	3,1	8,55	3,6	9,75	4,0	10,8	4,5 – 10,80	12,2	5,4	14,5
125	5	139,7							5,0	16,6	5,4	17,9
150	6	165,1							5,0	19,8	5,4	21,3

Σημείωση: Τα πρότυπα ΕΛΟΤ 269, 270 και 271 καταργήθηκαν (24/2/2005) ως επικαλυπτόμενα από νεότερα.

δ) Σήμανση των σωληνώσεων.

Μεγάλη σημασία για την ασφάλεια αλλά και τη λειτουργικότητα των εγκαταστάσεων, έχει η σήμανση των σωληνώσεων, ανάλογα με το διακινούμενο ρευστό (σχ. 7.1n). Σε αυτόν τον τομέα συνεχίζουν να υπάρχουν διαφορές μεταξύ των εθνικών τυποποιήσεων, γεγονός που προκαλεί κάποια σύγχυση.

Γενικά, ένα πρότυπο σήμανσης, ταξινομεί τα διακινούμενα ρευστά σε ομάδες, αποδίδοντας σε κάθε μία ένα χρώμα για την ετικέτα και ένα χρώμα για τα γράμματα. Συνήθως το ένα άκρο της ετικέτας έχει σχήμα βέλους, δείχνοντας τη διεύθυνση της ροής. Εναλλακτικός τρόπος είναι η τοποθέτηση βελών ροής ανεξαρτήτων από την ετικέτα. Χρωματικοί συνδυασμοί (κύριο και δευτερεύον χρώμα) αξιοποιούνται συνήθως για πιο λεπτομερή περιγραφή



Σχ. 7.1n.

Σήμανση σωληνώσεων.

του διακινούμενου ρευστού. Τα πρότυπα καθορίζουν επίσης τα σημεία στα οποία τοποθετούνται οι σημάνσεις, τις αποστάσεις μεταξύ αυτών και άλλες λειτουργικές και τεχνικές λεπτομέρειες.

Το βρετανικό πρότυπο BS 1710, διακρίνει τις ομάδες ρευστών και αποδίδει τα χρώματα (και χρώμα γραμμάτων) που βλέπομε στον Πίνακα 7.1.9. Για τη συγκεκριμενοποίηση των ουσιών χρησιμοποιεί συνδυασμούς χρωμάτων.

Πίνακας 7.1.9
Χρωματισμός σωλήνων κατά BS 1710.

Ρευστό	Χρώμα	Χρώμα γραμμάτων	Κωδικός χρώματος	
			RAL	BS 4800
Νερό	Πράσινο	Λευκό	6010	12D45
Ατμός	Ασημί	Μαύρο	9006	10A03
Αέρια	Biscuit	Μαύρο	1006	08C35
Αέρας	Μπλε	Λευκό	5012	20E51
Οξέα και βάσεις	Βιολετί	Λευκό	4001	22C37
Υγρά καύσιμα και λάδια	Καφέ	Λευκό	8001	06C39
Λοιπά υγρά	Μαύρο	Λευκό	9005	00E53
Ηλεκτρισμός και αερισμός	Πορτοκαλί	Μαύρο	2003	06E51
Πυρόσβεση	Κόκκινο	Λευκό	3000	04E53

Η ταξινόμηση των ουσιών και η σηματοδότησή τους σύμφωνα με τους γερμανικούς κανονισμούς (DIN 2403) γίνεται σε δέκα ομάδες με απόδοση χρώματος ετικέτας σε κάθε μία από αυτές. Το ένα άκρο της ετικέτας έχει σχήμα βέλους, δείχνοντας την κατεύθυνση της ροής. Ανάλογα με το χρώμα της ετικέτας, έχουμε και συγκεκριμένο χρώμα γραμμάτων: Μαύρο για ετικέτες με χρώματα κίτρινο, γκρι και πορτοκαλί, λευκό για ετικέτες με χρώματα πράσινο, κόκκινο, μπλε, βιολετί και καφέ (Πίν. 7.1.10).

Πίνακας 7.1.10
Κατάταξη ουσιών και χρωματισμός σωλήνων κατά DIN 2403.

Ρευστό	Χρώμα	Χρώμα γραμμάτων	Κωδικός χρώματος	
			RAL	DIN 6164
Νερό	Πράσινο	Λευκό	6018	23:7:3
Ατμός	Κόκκινο	Λευκό	3000	7:8:3
Αέρας	Γκρι	Μαύρο	7001	18:1:3
Αέρια καύσιμα	Κίτρινο ή Κίτρινο με κόκκινο ^(*)	Μαύρο	1021	2:6:1
Αέρια	Κίτρινο με μαύρο ^(*) ή Μαύρο	Λευκό	9005	N:0:9,5
Οξέα	Πορτοκαλί	Μαύρο	2003	5:5:1
Βάσεις	Βιολετί	Λευκό	4001	11:2:4
Υγρά καύσιμα	Καφέ ή Καφέ με κόκκινο ^(*)	Λευκό	8001	3:5:4

(συνεχίζεται)

Ρευστό	Χρώμα	Χρώμα γραμμάτων	Κωδικός χρώματος	
			RAL	DIN 6164
Υγρά	Καφέ με μαύρο ^(*) ή Μαύρο	Λευκό	9005	N:0:9,5
Οξυγόνο	Μπλε	Λευκό	5015	17:5:2

^(*) Το αναγραφόμενο δεύτερο χρώμα είναι βοηθητικό.

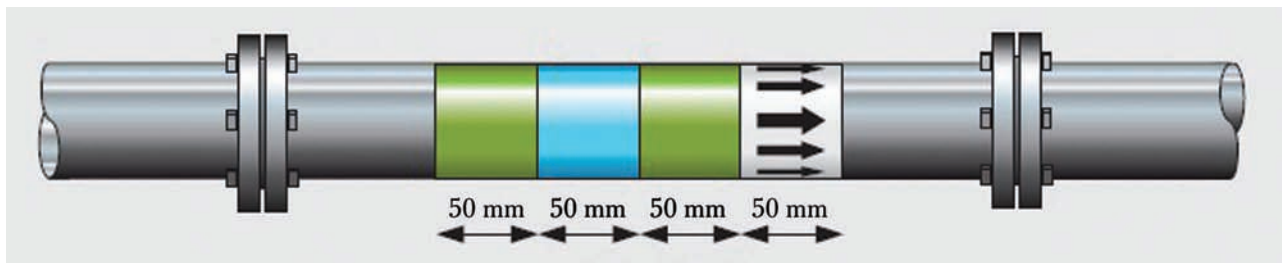
Στις ΗΠΑ, με βάση το πρότυπο ANSI A13.1, οι διακινούμενες ουσίες ταξινομούνται σε τρεις κατηγορίες, ανάλογα με την επικινδυνότητά τους: Ουσίες υψηλού βαθμού επικινδυνότητας (εύφλεκτα, εκρηκτικά, διαβρωτικά και τοξικά χημικά, ραδιενεργά υλικά, ουσίες μεγάλων θερμοκρασιών ή υψηλών πιέσεων), ουσίες χαμηλού βαθμού επικινδυνότητας (διάφορα υγρά και υγρά μείγματα) και πυροσβεστικές ουσίες. Εκτός από το αποδιδόμενο σε κάθε ομάδα χρώμα, καθορίζεται και χρώμα γραμμάτων που χρησιμοποιούνται για τη γραφή της συγκεκριμένης ουσίας (Πίν. 7.1.11).

Πίνακας 7.1.11
Κατάταξη ουσιών και χρωματισμός σωλήνων κατά ANSI A13.1.

Κατάταξη	Χρώμα	Χρώμα γραμμάτων
Επικίνδυνες ουσίες		
Καύσιμα, εκρηκτικά	Κίτρινο	Μαύρο
Χημικά δραστικά ή τοξικά	Κίτρινο	Μαύρο
Υψηλών θερμοκρασιών ή πιέσεων	Κίτρινο	Μαύρο
Ραδιενεργά υλικά	Κίτρινο	Μαύρο
Ουσίες χαμηλής επικινδυνότητας		
Υγρά και μείγματα υγρών	Πράσινο	Λευκό
Αέρια και μείγματα αερίων	Μπλε	Λευκό
Ουσίες κατασβέσεως φωτιάς		
Νερό, αφρός, CO ₂ , Halon κ.ά.	Κόκκινο	Λευκό

Από τις διαφορές στα εθνικά πρότυπα σημάσεως των σημαντικότερων βιομηχανικών χώρων, προκύπτουν και οι δυσκολίες συμφωνίας και αντικαταστάσεώς τους από ένα διεθνές πρότυπο. Το πρότυπο **ISO 14726** (1999, Ships and marine technology – Identification colours for the content of piping systems – Part 1: Main colours and media) λύνει το πρόβλημα ενιαίας σημάσεως στη ναυτιλία, αφού τα πλοία, στη μεγάλη τους πλειοψηφία, λειτουργούν σε μη εθνικούς χώρους (διεθνή ύδατα). Σε συνδυασμό με το λεπτομερέστερο πρότυπο **ISO 14726-2** (2002, Ships and marine technology – Identification colours for the content of piping systems – Part 2: Additional colours for different media and/or functions) ορίζει τις κατηγορίες ουσιών, τα κύρια και δευτερεύοντα χρώματα για τη σήμανση των σωλήνων (σχ. 7.10). Καθένα από τα χρώματα του Πίνακα 7.1.12 υποδηλώνει μια ομάδα από ρευστά συστατικά. Ο Πίνακας 7.1.13 δείχνει αναλυτικότερα το χρωματισμό που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένες ουσίες των παραπάνω ομάδων (με χρήση και των δευτερευόντων χρωμάτων). Σημειώνουμε ότι οι διαθέσιμοι συνδυασμοί κυρίων και δευτερευόντων χρωμάτων είναι πολύ περισσότεροι από τις ουσίες που καλύπτει το πρότυπο (από τους 132 συνδυασμούς έχουν καλυφθεί 72).

Σημείωση: Ήδη βρίσκεται στη διαδικασία εγκρίσεως το σχέδιο προτύπου ISO/DIS 14726 (2007, Ships and marine technology — Identification colours for the content of piping systems) που ενοποιεί, τροποποιεί (σε ορισμένα σημεία) και αντικαθιστά τα παραπάνω πρότυπα. Οι Πίνακες 7.1.12 και 7.1.13 λαμβάνουν υπόψη και ακολουθούν τις τροποποιήσεις του σχεδίου αυτού.



Σχ. 7.10.
Σήμανση σωλήνα κατά ISO 14726.

Πίνακας 7.1.12
Κατάταξη οσίων και χρωματισμός σωλήνων κατά ISO 14726.

Κατάταξη	Χρώμα	Κωδικός χρώματος	RAL
Απόβλητα	Μαύρο	BK	9005
Νερό	Μπλε	BU	5015
Καύσιμα	Καφέ	BN	8001
Νερό θαλασσινό	Πράσινο	GN	6018
Αέρια μη εύφλεκτα	Γκρι	GY	7001
Αέρας και σωλήνες ήχου (*)	Βυσινί	MN	8015
Λάδια	Πορτοκαλί	OG	2003
Ατμός	Ασημί	SR	9006
Πυρόσβεση	Κόκκινο	RD	3000
Οξέα και βάσεις	Βιολετί	VT	4001
Εξαερισμός	Λευκό	WH	9010
Εύφλεκτα αέρια	Κίτρινο	YE	1021

(*) Η ομάδα Air and sounding pipes δεν υπήρχε στο ISO 14726-1. Αντί αυτής υπήρχε η ομάδα Masses (dry and wet).

Πίνακας 7.1.13
Χρωματισμός σωλήνων ανάλογα με τη διακινούμενη ουσία.

Ουσία	Χρώμα			Ουσία	Χρώμα		
Waste media	BK			Non-flammable gases	MN	GY	MN
Black water	BK	BU	BK	Oil other than fuels	MN	OG	MN
Waste oil/used oil	BK	BN	BK	Steam	MN	SR	MN
Bilge water	BK	GN	BK	Fire fighting	MN	RD	MN
Exhaust gas	BK	GY	BK	Acids, alkalis	MN	VT	MN
Grey water	BK	WH	BK	Ventilation system	MN	WH	MN

(συνεχίζεται)

Ουσία	Χρώμα			Ουσία	Χρώμα		
Sewage, contaminated	BK	YE	BK	Flammable gases	MN	YE	MN
Fresh water	BU			Oils other than fuels	OG		
Fresh water, sanitary	BU	BN	BU	Thermal fluid	OG	BU	OG
Potable water	BU	GN	BU	Oil for gas turbines	OG	GN	OG
Distillate	BU	GY	BU	Hydraulic fluid	OG	GY	OG
Gas-turbine wash water	BU	OG	BU	Oil for steam turbines	OG	SR	OG
Feed Water	BU	SR	BU	Lubrication oil for gears	OG	VT	OG
Cooling fresh water	BU	VT	BU	Oil for ICE (MEK)	OG	YE	OG
Chilled water	BU	WH	BU	Steam	SR		
Condensate	BU	YE	BU	Steam for heating purp.	SR	BK	SR
Fuel	BN			Exhaust steam	SR	WT	SR
Heavy fuel (HFO)	BN	BK	BN	Supply steam	SR	YE	SR
Aviation fuel	BN	BU	BN	Fire fighting/protection	RD		
Biological fuel	BN	VT	BN	Fire-fighting water	RD	GN	RD
Gas-turbine fuel	BN	WH	BN	Fire-fighting gas	RD	GY	RD
Diesel fuel (MDO)	BN	YE	BN	Sprinkler water	RD	OG	RD
Sea water	GN			Spray water	RD	VT	RD
Decontamination water	GN	BU	GN	Fire-fighting powder	RD	WH	RD
Sea water, sanitary	GN	BN	GN	Fire-fighting foam	RD	YE	RD
Ballast water	GN	VT	GN	Acids, Alkalis		VT	
Cooling sea water	GN	YE	GN	Air in ventilation systems	WH		
Non-flammable gases	GY			discharge air	WH	BK	WH
Oxygen	GY	BU	GY	Mech. supply air, cold	WH	BU	WH
Inert gas	GY	BN	GY	Natural exhaust air	WH	BN	WH
Nitrogen	GY	GN	GY	Atmospheric air	WH	GN	WH
Refrigerant	GY	MN	GY	Mechanical exhaust air	WH	GY	WH
Compressed air LP	GY	OG	GY	Decontaminated supply air	WH	MN	WH
Compressed air HP	GY	RD	GY	Mech. recirculated air	WH	OG	WH
Control air/regulating air	GY	VT	GY	Mech. supply air, warm	WH	SR	WH
Breathing air	GY	WH	GY	Smoke clearance	WH	RD	WH
Breathing gas	GY	YE	GY	Conditioned supply air	WH	VT	WH
Air and sounding pipes	MN			Natural supply air	WH	YE	WH
Waste media	MN	BK	MN	Flammable gases	YE		
Fresh water	MN	BU	MN	Hydrogen	YE	BU	YE
Fuel	MN	BN	MN	Acetylene	YE	GY	YE
Sea water	MN	GN	MN	Liquid gas	YE	VT	YE

Για τη φορά της ροής χρησιμοποιούνται βέλν.

Οι σωλήνες πρέπει να σηματοδοτούνται με τον ακόλουθο τρόπο:

- Τουλάχιστον μία φορά σε κάθε ανεξάρτητο χώρο.
- Σε κάθε σημείο που περνούν μέσα από τοίχωμα (τοίχο, δάπεδο, οροφή).
- Κοντά στις δικλείδες και βαλβίδες.
- Κάθε 3 ως 5 μέτρα (ανάλογα με το μήκος του σωλήνα).

7.2 Σύνδεσμοι και εξαρτήματα.

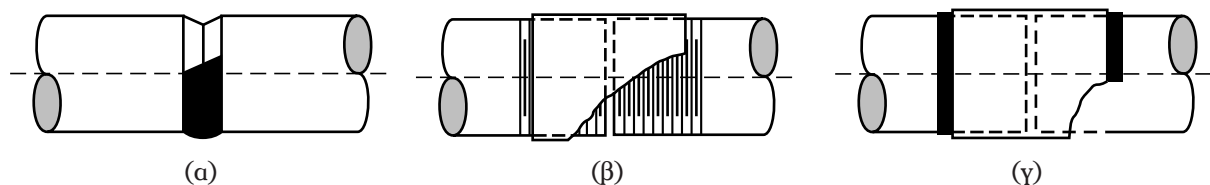
Ο σχεδιασμός, η εγκατάσταση, η λειτουργία και η συντήρηση μιας σωληνώσεως, προϋποθέτουν τη δυνατότητα εκτελέσεως σειράς εργασιών και –κυρίως– την ύπαρξη εξαρτημάτων, τα οποία μπορούν να συνδυασθούν με τους σωλήνες και να δώσουν το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα. Στο εμπόριο βρίσκομε άφθονα εξαρτήματα σωληνώσεων, τυποποιημένα σύμφωνα με τις διαδικασίες τυποποίησης που αναφέραμε στην παράγραφο 7.1.2: Εξαρτήματα για την ένωση σωλήνων (συνδέσεις), την αλλαγή διεύθυνσεως (γωνίες), την αλλαγή διατομής ροής (συστολές-διαστολές), τη διακλάδωση της ροής, τον έλεγχο της ροής κ.ά.. Σε ειδικές ή έκτακτες περιπτώσεις, συμπληρώνουμε με ιδιοκατασκευές, οι οποίες φροντίζουμε να πληρούν τις προδιαγραφές.

7.2.1 Σύνδεσμοι σωλήνων και εξαρτημάτων.

Όπως αναφέρθηκε, οι περισσότεροι τύποι σωλήνων παράγονται σε περιορισμένο μήκος. Η διαμόρφωση μιας σωληνώσεως, απαιτεί το κόσμημο και –κυρίως– τη σύνδεση των σωλήνων μεταξύ τους. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για τη σύνδεση σωλήνων, εξαρτώνται από το υλικό κατασκευής τους και το πάχος του τοιχώματος.

Στους **χαλυβδοσωλήνες** οι πιο συνηθισμένοι τρόποι συνδέσεως είναι:

- **Σύνδεση με συγκόλληση** [butt-welded, BW, σχ. 7.2α(α)]. Δεν απαιτεί κάποιο εξάρτημα, αλλά προσεκτική εργασία, ώστε να μην επηρεασθεί η εσωτερική διατομή ροής και η κόλληση να είναι αποτελεσματική.
- **Σύνδεση με κοχλιωτό σύνδεσμο** [μούφα με εσωτερικό σπείρωμα, screwed joint, σχ. 7.2α(β)]. Εφαρμόζεται σε σωλήνες με εξωτερικό σπείρωμα και κατά συνέπεια προϋποθέτει ένα ελάχιστο πάχος τοιχώματος. Οι σωλήνες με σπείρωμα έχουν μικρότερη αντοχή από τους σωλήνες χωρίς σπείρωμα (και αυτό αποτελεί ένα μειονέκτημα σε σχέση με τη συγκόλληση και τη σύνδεση με φλάντζα). Ο σύνδεσμος έχει εσωτερική διάμετρο οριακά μεγαλύτερη από την εξωτερική διάμετρο του σωλήνα και το πάχος του τοιχώματός του είναι μεγαλύτερο από το πάχος του σωλήνα. Για τη στεγανοποίηση χρησιμοποιούνται κατάλληλα υλικά (κανάβι, τεφλόν κ.ά.).
- **Σύνδεση με περαστό σύνδεσμο** [μούφα συγκολλησεως, socket-weld, SW, σχ. 7.2α(γ)]. Ο σύνδεσμος έχει εσωτερική διάμετρο μεγαλύτερη από την εξωτερική του σωλήνα και η συγκόλληση γίνεται περιμετρικά στις δύο πλευρές του συνδέσμου.
- **Σύνδεση με φλάντζες** (σχ 7.2β). Για εγκαταστάσεις υψηλότερων απαιτήσεων, χρησιμοποιούνται



Σχ. 7.2α.

Συνδέσεις χαλυβδοσωλήνων:

α) με συγκόλληση, β) με κοχλιωτό σύνδεσμο και γ) με περαστό σύνδεσμο.

φλάντζες (σχ. 7.2γ). Ο τύπος αυτός συνδέσεως είναι ο πιο σημαντικός και παρουσιάζει πολλά πλεονεκτήματα, για τούτο είναι και ο πιο διαδομένος στις βιομηχανικές εγκαταστάσεις. Πιο συγκεκριμένα, οι φλάντζες πλεονεκτούν της συγκολλήσεως επειδή επιτρέπουν αποσυναρμολόγηση της σωληνώσεως για επιθεώρηση, συντήρηση, τροποποίηση ή αντικατάσταση. Πλεονεκτούν των συνδέσεων με σπείρωμα, επειδή αυτές, για σωλίνες μεγάλης διαμέτρου, αποτελούν ακριβή και μη αξιόπιστη λύση. Λόγω αυτών των πλεονεκτημάτων, οι φλάντζες είναι από τα σημαντικότερα εξαρτήματα των σωληνώσεων και χρησιμοποιούνται ευρύτατα, όχι μόνο για τη σύνδεση των σωλίνων, αλλά και για τη σύνδεση των σωλίνων με τα διάφορα εξαρτήματα και συσκευές.

Οι πλάκες των φλαντζών φέρουν περιμετρικά άρτιο αριθμό οπών (συνήθως 4, 8, 16, 32, αλλά, για απλούστερες περιπτώσεις, 2 ή και 3 οπές) από τις οποίες διέρχονται οι βίδες ενώσεως. Μεταξύ των δύο πλακών τοποθετείται παρέμβυσμα στεγανοποιήσεως (τοιμούχα) από ελαστικό, αμίαντο, μαλακό μέταλλο κ.ά.. Για την τελειότερη στεγανοποίηση μπορούν να διαμορφωθούν αυλάκια στεγανοποιήσεως, ενώ για πολύ υψηλές πιέσεις προτιμώνται φλάντζες με δαχτυλίδι στεγανοποιήσεως (flange ring).

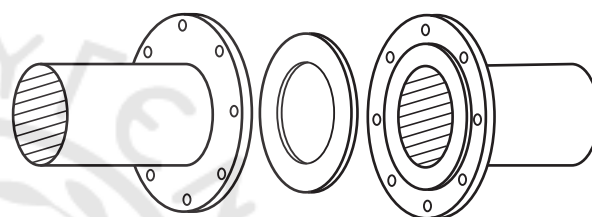
Οι φλάντζες στερεώνονται στα άκρα των σωλίνων κυρίως με συγκόλληση, αλλά και με σπείρωμα ή εκτόνωση (ιδιαίτερα για τους σωλίνες χωρίς ραφή –τούμπα– με μικρό πάχος τοιχώματος).

Υπάρχουν και άλλα, ειδικότερα εξαρτήματα συνδέσεως των χαλυβδοσωλίνων. Έτσι, στην περίπτωση που πρέπει να συνδέσουμε δύο σωλίνες μικρής σχετικά διαμέτρου, αλλά μετά την ολοκλήρωση της εγκαταστάσεως πρέπει να έχουμε τη δυνατότητα εύκολης αποσυνδέσεως, χρησιμοποιούμε το **ρακόρ** (union, raccord) (σχ. 7.2δ). Αυτό αποτελείται από τρία τμήματα. Τα δύο τοποθετούνται στις άκρες των προς σύνδεση σωλίνων (με σπείρωμα ή συγκόλληση). Ένα από αυτά έχει στην άκρη του πατούρα ενώ το άλλο εξωτερικό σπείρωμα. Σ' αυτό, βιδώνει το τρίτο (που έχει αντίστοιχο εσωτερικό σπείρωμα) ενώνοντας τα δύο πρώτα. Για σωλίνες πολύ μικρών διαμέτρων (μικροτέρων της ίντσας), χρησιμοποιείται το ερμέτο (ή ρακοράκι).

Αναφέρουμε επίσης τους ειδικούς ελαστικούς συνδέσμους, οι οποίοι χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις που απαιτείται απορρόφηση κραδασμών ή κάποια ελευθερία κινήσεως.

Στους **σωλίνες από γαλβανισμένο σίδηρο**, εργαζόμαστε με έτοιμα εξαρτήματα των παραπάνω κατηγοριών. Αφού, όπως είπαμε, δεν υπάρχει η δυνατότητα της εν θερμώ επεξεργασίας (παράγρ. 7.1.1), αποκλείεται η συγκόλληση. Υπάρχει όμως δυνατότητα συγκολλήσεως εξαρτημάτων πριν από τη διαδικασία του γαλβανισμού.

Σύνδεση σωλίνων από χυτοσίδηρο: Όπως είδαμε, ο χυτοσίδηρος είναι υλικό ακατάλληλο για εν ψυχρώ ή εν θερμώ κατεργασία. Έτσι, στους χυτοσιδηρούς σωλίνες δεν μπορούμε να δημιουργήσουμε σπειρώματα ή να κάνουμε κολλήσεις. Όμως ο



Σχ. 7.2β.

Σύνδεση σωλίνων με φλάντζα.



Σχ. 7.2γ.

Φλάντζες διαφόρων τύπων.



Σχ. 7.2δ.

Ρακόρ.

χυτοσίδηρος χυτεύεται πολύ πιο εύκολα από το χάλυβα, λαμβάνοντας το κατάλληλο σχήμα. Οι σωλίνες χυτοσιδήρου παράγονται με χύτευση και διακρίνουμε δύο βασικές κατηγορίες: α) εκείνους που φέρουν στο άκρο τους ποτήρι και βύσμα συνδέσεως (hub and spigot) και β) εκείνους που δεν φέρουν (hubless).

Οι χυτοσιδηροί σωλίνες με ποτήρι (hub) έχουν στο ένα άκρο τους διευρυμένη διάμετρο (ποτήρι). Το άλλο άκρο (spigot) είναι επίπεδο, διαμορφωμένο έτσι, ώστε να εισάγεται στο ποτήρι. Δύο μέθοδοι χρησιμοποιούνται για τη σύνδεση: με συμπίεση ελαστικού παρεμβύσματος (σχ. 7.2ε) και με τήξη μολύβδου (σχ. 7.2στ).

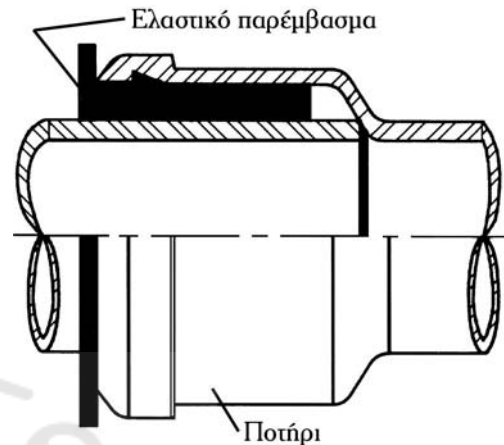
Κατά την πρώτη, η οποία ονομάζεται **ολισθαίνουσα σύνδεση**, χρησιμοποιούμε ειδικό ελαστικό παρέμβυσμα. Όταν το επίπεδο άκρο του σωλήνα εισέρχεται στο ποτήρι, όπως φαίνεται στο σχήμα 7.2ε, η σύνδεση στεγανοποιείται και σφραγίζεται με τη μετατόπιση και συμπίεση του ελαστικού παρεμβύσματος. Αντίθετα από τη σταθερή σύνδεση, αυτή η μέθοδος συνδέσεως επιτρέπει την απορρόφηση δονήσεων, καθώς επίσης και την εκτροπή (μέχρι περίπου 5°) χωρίς διαρροές ή αποτυχία. Σε χυτοσιδηρούς σωλίνες μεγάλων διαμέτρων, το ποτήρι καταλήγει σε φλάντζα (κεφαλή με φλάντζα) και το ευθύ άκρο φέρει ελεύθερη φλάντζα (σφηνωτό δακτυλίδι) που λειτουργεί σαν στυπιοθλίπτis, πιέζοντας το ελαστικό παρέμβυσμα.

Στη **σύνδεση με τήξη μολύβδου** (σχ. 7.2στ), μεταξύ του ποτηριού και του άκρου του σωλήνα τοποθετούμε ποσαρισμένο κανάβι, το οποίο συμπιέζουμε με ειδικό εργαλείο (καλαφάτισμα) και στη συνέχεια χύνουμε λειωμένο μολύβδο. Έτσι δημιουργείται ισχυρή στεγανή σύνδεση. Για αποσύνδεση, πυρώνουμε το ποτήρι μέχρι να λειώσει ο μολύβδος.

Σωλίνες χυτοσιδήρου χωρίς ποτήρι (hubless) χρησιμοποιούν **διπλή ολισθαίνουσα** σύνδεση (σχ. 7.2ζ). Τα άκρα των σωλίνων περνούν σε ένα μεταλλικό σύνδεσμο με σφικτήρες, στο εσωτερικό του οποίου τοποθετούμε ελαστικό παρέμβυσμα στεγανοποίησης (σχ. 7.2ζ). Για μεγαλύτερες διαμέτρους και απαιτήσεις πίεσης, ο μεταλλικός σύνδεσμος περιλαμβάνει και δύο ελεύθερες φλάντζες που στυπιοθλίσουν το παρέμβυσμα στεγανοποίησης.

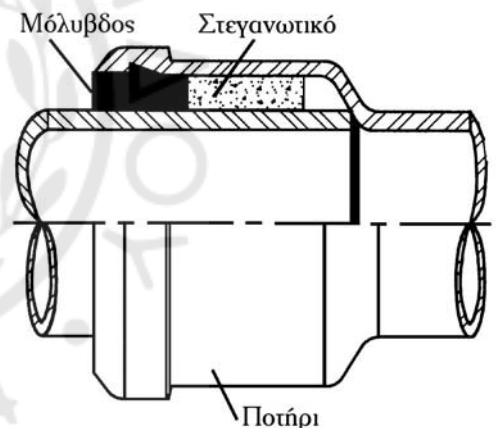
Σύνδεση σωλίνων από χαλκό: Είναι σωλίνες χωρίς ραφή και έχουν συνήθως μικρό πάχος. Κατά συνέπεια το σπείρωμα δεν αποτελεί την ενδεικνυόμενη μέθοδο συνδέσεως. Βασικές μέθοδοι είναι η σύνδεση με συγκόλληση (σχ. 7.2η) και με φλάντζες. Και στις δύο όμως έχουμε σημαντικές ιδιομορφίες.

Κατά τη συγκόλληση χρησιμοποιούνται ειδικά ηλεκτρόδια χαλκού (χαλκοκόλληση). Συνήθης είναι και η σύνδεση σωλίνων από χαλκό (ή κραμάτων του) με σύνδεσμο τριχοειδούς οξυγονοκολλήσεως. Ο σύνδεσμος έχει εσωτερικές αυλακώσεις με σύρμα ασημοκολλήσεως και αρκεί η πύρω-



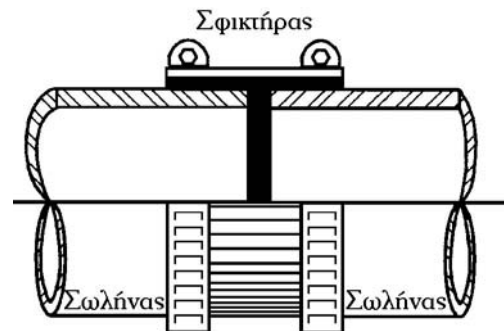
Σχ. 7.2ε.

Σύνδεση με ποτήρι και ελαστικό παρέμβυσμα.



Σχ. 7.2στ.

Σύνδεση με ποτήρι και τήξη μολύβδου.



Σχ. 7.2ζ.

Διπλή ολισθαίνουσα σύνδεση.



Σχ. 7.2π.

Σύνδεση σωλήνων χαλκού με συγκόλληση.



Σχ. 7.2θ.

Σύνδεση πλαστικών σωλήνων.

σή της για να επιτευχθεί η κόλληση. Για μικρές διαμέτρους και απαιτήσεις πίεσης, χρησιμοποιείται και η θερμοκόλληση με καλάι. Πολύ συχνά συναντάμε το ποτήρι (hub), μέσα στο οποίο εισέρχεται το άκρο προς σύνδεση σωλήνα.

Κατά τη σύνδεση με φλάντζες, η ένωση της φλάντζας με το σωλήνα γίνεται είτε με συγκόλληση, είτε με εκτόνωση.

Σύνδεση πλαστικών σωλήνων (σχ. 7.2θ): Όλοι οι προηγούμενοι τρόποι, με κατάλληλες προσαρμογές, χρησιμοποιούνται σε διάφορες κατηγορίες πλαστικών σωλήνων. Επιπλέον, ιδιαίτερα διαδομένη και αξιόπιστη είναι η σύνδεση με ειδικές κόλλες διαλυτών (solvent cementing). Η μέθοδος είναι ακατάλληλη για σωλήνες από πολυαιθυλένιο, στους οποίους συνηθισμένη είναι η σύνδεση με **θερμική τήξη** (heat fusion). Γενικά, οι πλαστικοί σωλήνες συνδέονται με σπείρωμα, φλάντζες, συγκόλληση με διαλύτη και θερμική τήξη. Το σπείρωμα δεν είναι η ενδεικνυόμενη μέθοδος γιατί, εκτός του ότι αυξάνει το κόστος, απαιτεί μεγάλο πάχος τοιχώματος και σε υψηλές πιέσεις είναι δύσκολο να ελεγχθούν οι διαρροές και οι συνέπειες των συστολών και διαστολών. Σε σωλήνες μεγάλων διαστάσεων και υψηλών πιέσεων συναντάμε τις συνδέσεις με φλάντζα. Τέλος, σε σωλήνες μικρών διαστάσεων και ελαστικούς σωλήνες, χρησιμοποιούνται και τα ρακόρ και οι σφικτήρες. Ο Πίνακας 7.2.1 συνοψίζει τις βασικές μεθόδους συνδέσεως των σημαντικότερων κατηγοριών θερμοπλαστικών σωλήνων.

Πίνακας 7.2.1

Μέθοδοι ενώσεως θερμοπλαστικών σωλήνων.

Μέθοδος	ABS	PVC	CPVC	PE	PP	PVDF
Σύνδεση με ειδικές κόλλες	X	X	X			
Σύνδεση με θερμική τήξη				X	X	X
Σύνδεση με σπείρωμα *	X	X	X	X	X	X
Σύνδεση με φλάντζες **	X	X	X	X	X	X
Αυλακωτή σύνδεση *	X	X	X	X	X	X
Σύνδεση με μηχανική συμπίεση	X	X	X	X	X	X
Ελαστικό παρέμβυσμα	X	X	X	X	X	X
Σύνδεση με πατούρα				X		

* Απαιτείται ένα ελάχιστο πάχος τοιχώματος (εξαρτώμενο από το υλικό).

** Οι φλάντζες ενώνονται στο σωλήνα με κόλλα, τήξη ή σπείρωμα.

Κλείνουμε την παρουσίαση των σημαντικότερων μεθόδων και εξαρτημάτων συνδέσεως σωλήνων, τονίζοντας ότι τα παραπάνω δεν αφορούν μόνο στη σύνδεση δύο ομοίων σωλήνων, αλλά και στη σύνδεση σωλήνων από διαφορετικά υλικά, καθώς επίσης στη σύνδεση των σωλήνων με τα υπόλοιπα εξαρτήματα, που είναι αναγκαία για τη διαμόρφωση και λειτουργία μιας σωληνώσεως.

7.2.2 Εξαρτήματα σωληνώσεων.

Τα εξαρτήματα σωληνώσεων ομαδοποιούνται ανάλογα με τη λειτουργία που επιτελούν στις ακόλουθες κατηγορίες:

- Εξαρτήματα συνδέσεως.
- Εξαρτήματα αλλαγής διευθύνσεως.
- Εξαρτήματα αλλαγής διατομής.
- Εξαρτήματα διακλαδώσεως της ροής.
- Ειδικά εξαρτήματα.
- Εξαρτήματα ρυθμίσεως της ροής.

Δίπλα σ' αυτά πρέπει να προσθέσουμε τα όργανα μετρήσεων τα οποία παρεμβάλλονται στη ροή, καθώς επίσης τις συσκευές (π.χ. αντλίες) και τα δοχεία με τα οποία συνδέεται η σωληνώση στα πλαίσια της συνολικής εγκαταστάσεως.

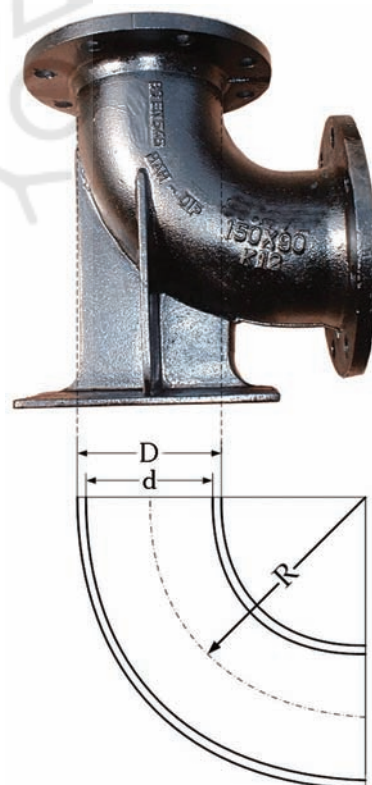
Στην προηγούμενη παράγραφο, αναφερόμενοι στις μεθόδους συνδέσεως, είδαμε τα εξαρτήματα που χρησιμοποιούνται ως σύνδεσμοι: φλάντζες, μούφες (με σπείρωμα ή χωρίς σπείρωμα), ολισθαίνουσες ενώσεις (γλίστρες), ρακόρ, ποτήρια κ.ά.. Ας περάσουμε τώρα στη σύντομη παρουσίαση των άλλων εξαρτημάτων. Ιδιαίτερη σημασία δίνουμε στο σκοπό που εξυπηρετούν και στις λειτουργικές επιπτώσεις τους στη σωληνώση. Το ζήτημα της ενεργειακής επιβαρύνσεως που επιφέρουν και που εκφράζεται με το συντελεστή τοπικών απωλειών K , το εξετάσαμε στο Πέμπτο Κεφάλαιο (παράγρ. 5.5). Τα όργανα μετρήσεως θα τα εξετάσουμε στην παράγραφο 7.3 ενώ τις αντλίες στα Κεφάλαια 10, 11, 12, 13 και 14.

7.2.3 Εξαρτήματα αλλαγής διευθύνσεως (γωνίες).

Η αλλαγή διευθύνσεως μιας σωληνογραμμής είναι αναγκαιότητα που προκύπτει τόσο από τους περιορισμούς που θέτει ο διαθέσιμος χώρος, όσο και από διάφορες λειτουργικές ανάγκες. Οι σωλήνες είναι ευθύγραμμοι (με εξαίρεση τους εύκαμπτους) και για την αλλαγή διευθύνσεως χρησιμοποιούνται ειδικά εξαρτήματα, οι **καμπύλες** ή **γωνίες** (elbows). Οι γωνίες είναι από τα πιο συχνά χρησιμοποιούμενα εξαρτήματα σωληνώσεων.

Το πρώτο χαρακτηριστικό μιας καμπύλης είναι το άνοιγμα, δηλαδή η γωνία αλλαγής διευθύνσεως. Παράγονται τυποποιημένες καμπύλες με άνοιγμα 90° , 60° , 45° και 30° . Συνδυασμός αυτών των καμπυλών μπορεί να μας δώσει και άλλα ανοίγματα (π.χ. $90+30=120^\circ$, $90+90=180^\circ$). Σημειώνουμε πως σε περιορισμένη έκταση και για ειδικές χρήσεις κατασκευάζονται και γωνίες 180° (διπλοκάμπυλα). Περισσότερο συνηθισμένη είναι η γωνία 90° (σχ. 7.2ι).

Το δεύτερο χαρακτηριστικό, είναι η ακτίνα καμπυλότητας R . Αυτό δηλώνει πόσο απότομα γίνεται η αλλαγή διευθύνσεως. Όσο πιο μικρή είναι η ακτίνα καμπυλότητας, τόσο πιο απότομη η αλλαγή (άρα μεγαλύτερος συντελεστής τοπικών απωλειών), αλλά και μικρότερο το μήκος της καμπύλης. Οι κανονισμοί τυποποιήσεως προβλέπουν καμπύλες μικρής ακτίνας ($R = 1 \times D$), μέσης ακτίνας ($R = 1,5 \times D$), μεγάλης ακτίνας ($R = 3 \times D$). Οι καμπύλες μικρής ακτίνας δεν βρίσκουν ευρεία χρήση, λόγω των αυξημένων απωλειών που συνεπάγεται η χρήση τους.



Σχ. 7.2ι.
Γωνία 90° μέσης ακτίνας
($R = 1,5 \times D$).

Γνωρίζοντας το άνοιγμα και τον τύπο της γωνίας, μπορούμε να υπολογίσουμε γεωμετρικά το μήκος των καμπυλών. Αυτό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο στην περίπτωση που για κάποιο λόγο –λειτουργικό ή οικονομικό– προχωρήσουμε σε ιδιοκατασκευή γωνιών.

Ιδιαίτερη ιδιοκατασκευή που δεν αποτελεί καμπύλη αλλά συγκόλληση ευθυγράμμων τμημάτων, είναι η γωνία με φέτες (Mitered Elbow). Αυτή ταξινομείται ανάλογα με τα τμήματα συγκολλήσεως. Όσο πιο πολλά είναι, τόσο προσεγγίζει την καμπύλη, άρα τόσο πιο ομαλή είναι η ροή.

Ως ιδιαίτερα εξαρτήματα αλλαγής διευθύνσεως αναφέρουμε το **εξαεριστικό** (αποτελείται από δύο καμπύλες 90° ή μία 180°) και το **σιφώνιο**.

7.2.4 Εξαρτήματα αλλαγής διατομής.

Όταν θέλουμε να μειώσουμε τη διατομή μιας σωληνώσεως, έχουμε δύο τρόπους: Να συνδέσουμε με φλάντζα σωλήνα μικρότερης διαμέτρου (απότομη στένωση) ή να χρησιμοποιήσουμε ειδικό εξάρτημα βαθμιαίας στενώσεως (συστολή) (σχ. 7.21α). Όπως είδαμε (παράγρ. 5.5.4) στην πρώτη περίπτωση παρουσιάζεται το φαινόμενο vena contracta (ελαχιστοποίηση της διατομής ροής) και οι απώλειες είναι σημαντικές σε σχέση με τις απώλειες της δεύτερης συνδέσεως, η οποία είναι και η ενδεικνυόμενη.

Κύρια χαρακτηριστικά των συστολών είναι ο λόγος διαμέτρων και η κλίση. Διατίθενται σε δύο μορφές: **ομόκεντρη** και **έκκεντρη**. Η πρώτη είναι συμμετρική και ο κεντρικός άξονας ροής δεν μεταβάλλεται. Η έκκεντρη διαστολή διατηρεί τη μία πλευρά της κατά τη διεύθυνση της ροής και χρησιμοποιείται σε ειδικές περιπτώσεις.

Για την αντίστροφη διαδικασία αυξήσεως της διατομής, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ίδιο εξάρτημα ως διαστολή. Αλλά, όπως είδαμε (παράγρ. 5.5.4), τα ενεργειακά κέρδη είναι από ανύπαρκτα ως πολύ μικρά. Γι' αυτό, η απότομη διεύρυνση (με φλάντζα) είναι αρκετά συνηθισμένη.

7.2.5 Εξαρτήματα διακλαδώσεως.

Το πιο συνηθισμένο εξάρτημα διακλαδώσεως είναι το **ταυ** (σχ. 7.21β). Είναι μια τριπλή διακλάδωση σε σχήμα T (από όπου παίρνει και το όνομα). Οι τρεις κλάδοι του ταυ έχουν την ίδια διάμετρο.

Διακλαδώσεις σε κεντρικό αγωγό μπορούν να κατασκευασθούν και χωρίς τη χρήση ταυ, με δημιουργία **κατάλληλης οπής** και **συγκόλληση** (stub-in, coupling).

Στην περίπτωση διακλαδώσεως τεσσάρων κλάδων, αντί του ταυ χρησιμοποιείται **σταυρός**.

7.2.6 Ειδικά εξαρτήματα.

Εκτός από τα παραπάνω, υπάρχουν εξαρτήματα σωληνώσεων που δύσκολα ομαδοποιούνται. Έτσι, όταν θέλουμε να απομακρύνουμε αιωρούμενα στερεά, χρησιμοποιούμε διάφορα φίλτρα. Όταν θέλουμε να σφραγίσουμε μια σωλήνωση, χρησιμοποιούμε τάπες (συγκολλητές, κοχλιωτές ή τυφλές φλάντζες). Όταν κατά τη ροή ενός υγρού δημιουργούνται αεροθύλακες (λόγω πτώσεως πίεσεως ή αυξήσεως της θερμοκρασίας), χρησιμοποιούμε εξαεριστικά ροής. Για να μειριάσουμε τις συνέπειες του υδραυλικού χτυπήματος τοποθετούμε ειδικά διαμορφωμένους αεροθύλακες κ.ά..

7.2.7 Εξαρτήματα ρυθμίσεως της ροής (βαλβίδες).

Οι βαλβίδες (valves) ή βάνες, αποτελούν τη σημαντικότερη κατηγορία εξαρτημάτων σωληνώσεων. Διαφέρουν από τα άλλα εξαρτήματα που περιγράψαμε, όχι μόνο στο σκοπό, αλλά κυρίως, στο βαθμό πολυπλοκότητας. Ακριβολογώντας, πρόκειται για συσκευές που παρεμβάλλονται στη σωλήνωση.

Δεν νοείται σωλήνωση χωρίς να είναι εξοπλισμένη με αρκετές βαλβίδες. Στην καθημερινή μας ζωή τις συναντάμε συνεχώς (στο



Σχ. 7.21α.
Συστολές.



Σχ. 7.21β.
Ταυ.

σπίτι, στα αυτοκίνητα, στα πρατήρια καυσίμων, στα συστήματα πυροσβέσεως κ.λπ.), αν και συχνά δεν τις αντιλαμβανόμαστε. Ο ρόλος τους στις παραγωγικές διαδικασίες είναι τεράστιος, αφού δεν σχετίζεται μόνο με τη λειτουργία των σωληνώσεων και τη διακίνηση των ρευστών, αλλά και με κρίσιμα προβλήματα ασφάλειας.

Ως **βαλβίδα** ορίζεται μια συσκευή η οποία ελέγχει τη ροή ενός ρευστού. Οι σημερινές βαλβίδες μπορούν να ελέγχουν όχι μόνο αν ένα ρευστό ρέει σε σωλήνα, αλλά και την παροχή, την πίεση και την κατεύθυνση του ρευστού μέσα στο σωλήνα. Οι βαλβίδες, ανάλογα με τον τύπο τους, μπορούν να ανοίγουν ή να κλείνουν (**λειτουργία on-off**), να ρυθμίζουν την παροχή (**λειτουργία στραγγαλισμού**), να διαμορφώνουν την κατεύθυνση της ροής (**λειτουργία αντεπιστροφής**), να ελέγχουν την πίεση (**λειτουργία ασφαλείας**), να απομονώνουν τμήματα της σωληνώσεως κ.ά.. Μπορούν να ελέγχουν τη ροή όλων των τύπων ρευστών, σε όλη την ποικιλία θερμοκρασιών και πιέσεων που συναντάμε. Κατασκευάζονται σε πολύ μεγάλο εύρος μεγεθών: Υπάρχουν βαλβίδες με διάμετρο μικρότερη των 2 cm και άλλες με διάμετρο μεγαλύτερη των 2 m. Συνδέονται στους σωλήνες με φλάντζες, με συγκόλληση ή με σπείρωμα.

Εκτός από τον τύπο της βαλβίδας, δύο μεγέθη είναι χαρακτηριστικά και υπεισέρχονται στην τυποποίηση: Η (ονομαστική) διάμετρος και το μήκος. Σημαντικά μεγέθη είναι επίσης η διάμετρος και το ύψος της χειρολαβής (όταν αυτή είναι εντελώς ανοικτή). Αυτές οι διαστάσεις είναι χρήσιμες για την τοποθέτηση και λειτουργικότητα της βαλβίδας.

Στη συνέχεια παρουσιάζομε με την αναγκαία συντομία, τους πιο σημαντικούς τύπους βαλβίδων.

α) Συρταρωτές βάλβιδες (Gate valves).

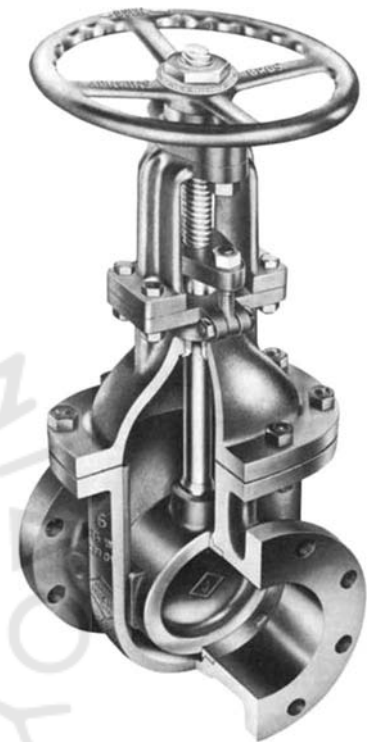
Οι συρταρωτές βαλβίδες (ή δικλείδες) (σχ. 7.21γ) είναι οι πιο συνηθισμένες. Πρόκειται για βαλβίδες γενικών χρήσεων που όμως χρησιμοποιούνται κυρίως για την on-off λειτουργία. Όταν είναι πλήρως ανοικτές, δημιουργούν ελάχιστη αντίσταση στη ροή. Οι συντελεστές τοπικών απωλειών τους κυμαίνονται από 0,3 ως 0,8 (για βαλβίδες πλήρως ανοικτές).

Η συρταρωτή βάνα ελέγχει τη ροή με μια κάθετη σφήνα ή πύλη, η οποία κινείται επάνω ή κάτω καθώς περιστρέφουμε τη χειρολαβή. Επειδή είναι σχεδιασμένη για λειτουργία on-off, δεν ενδείκνυται να χρησιμοποιείται σε ενδιάμεση θέση. Μια μερικώς ανοικτή συρταρωτή βαλβίδα επιταχύνει τη διάβρωση και καταστρέφει το κάθισμα της πύλης σε μικρή χρονική περίοδο. Επιπλέον, οι στροβιλισμοί αναγκάζουν την πύλη να δονείται, δημιουργώντας ένα συνεχές θόρυβο. Το σχήμα 7.21γ απεικονίζει τις εξωτερικές και εσωτερικές όψεις μιας χαρακτηριστικής συρταρωτής βαλβίδας.

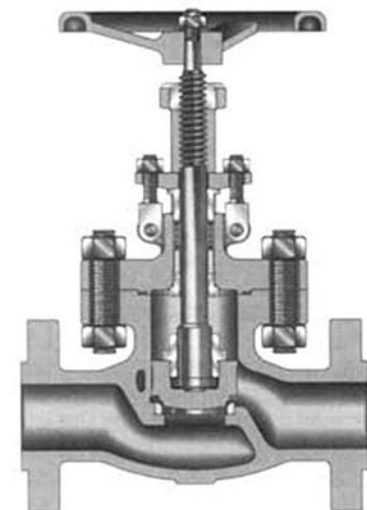
β) Σφαιρικές βαλβίδες (Globe valves).

Οι σφαιρικές βαλβίδες (σχ. 7.21δ) χρησιμοποιούνται κυρίως στις περιπτώσεις που απαιτείται αυξομείωση της παροχής (στραγγαλισμός). Με απλή περιστροφή της χειρολαβής, η παροχή μέσω της βαλβίδας μπορεί να προσαρμοσθεί σε οποιοδήποτε επιθυμητό επίπεδο (μέχρι τη μέγιστη τιμή που επιτυγχάνεται όταν είναι εντελώς ανοικτή).

Ο σχεδιασμός της βαλβίδας είναι τέτοιος, ώστε το ρευστό να έρχεται από χαμηλά. Ο δίσκος (ή επιστόμιο) και το κάθισμα είναι παράλληλα



Σχ. 7.21γ.
Συρταρωτή βαλβίδα.



Σχ. 7.21δ.
Σφαιρική βαλβίδα.

στη διεύθυνση ροής. Αυτός ο σχεδιασμός, από τη μία διευκολύνει τη βαλβίδα να μην κολλάει και από την άλλη ελαχιστοποιεί τη διάβρωση του δίσκου και του καθίσματος, όταν η βαλβίδα είναι μερικώς ανοικτή. Αυτός ο σχεδιασμός όμως, δημιουργεί μεγάλη αντίσταση στη ροή, αφού το ρευστό αναγκάζεται να αλλάξει τουλάχιστον τρεις φορές διεύθυνση εντός της βαλβίδας. Έτσι, οι συντελεστές τοπικών απωλειών των σφαιρικών βαλβίδων παρουσιάζονται πολύ υψηλοί ακόμα και όταν η βαλβίδα είναι εντελώς ανοικτή. Κυμαίνονται από 4 ως 14 (ανάλογα με τον τύπο και τη διάμετρο) και φθάνουν ως 60 όταν είναι μερικώς ανοικτή. Οι σφαιρικές βαλβίδες (σχ. 7.2ιδ) επομένως δεν συστήνονται όταν πρέπει να αποφευχθεί η αντίσταση στη ροή και η συνακόλουθη πώση πίεσεως.

γ) Γωνιακές βαλβίδες (Angle valves).

Η γωνιακή βαλβίδα, όπως η σφαιρική, χρησιμοποιείται για έλεγχο της παροχής (στραγγαλισμό). Όπως φαίνεται στο σχήμα 7.2ιε, καθώς το υγρό διέρχεται από τη βαλβίδα, η διεύθυνσή του αλλάζει κατά γωνία 90° . Σε περίπτωση επομένως που χρειάζεται αλλαγή διευθύνσεως 90° , χρησιμοποιώντας τη γωνιακή βαλβίδα, καλύπτομε και την ανάγκη αυτή χωρίς πρόσθετες συνδέσεις. Η γωνιακή βαλβίδα τοποθετείται, ώστε το ρευστό να ρέει μέσω του σώματός της, από κάτω προς τα πάνω (όπως και στις σφαιρικές βαλβίδες). Η ανοδική κατεύθυνση της ροής ασκεί πίεση (άρα δύναμη προς τα πάνω) στο δίσκο. Έτσι, η λειτουργία είναι ομαλότερη, οι εμπλοκές αποφεύγονται, ενώ η διαβρωτική δράση στο κάθισμα και στο δίσκο είναι περιορισμένη.

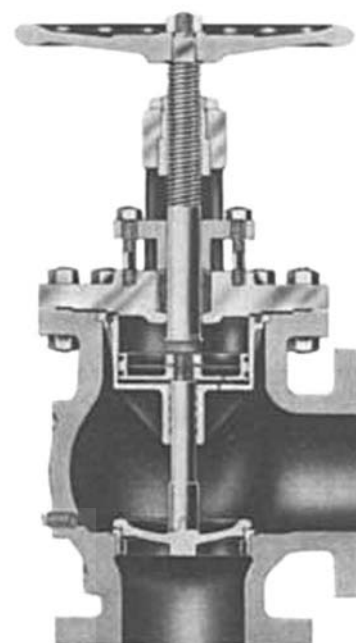
Οι ενεργειακές απώλειες είναι μέτριες. Ο συντελεστής τοπικών απωλειών κυμαίνεται από 1 ως 9 (για βαλβίδα εντελώς ανοικτή).

δ) Βαλβίδες αντεπιστροφής (Check valves).

Οι βαλβίδες αντεπιστροφής διαφέρουν σημαντικά από τις παραπάνω βαλβίδες. Σχεδιάζονται για να αποτρέψουν την αντιστροφή της ροής (backflow). Υπάρχουν αρκετοί τύποι βαλβίδων αντεπιστροφής, αλλά ο πιο κοινός είναι ο εικονιζόμενος στο σχήμα 7.2ιστ, ο οποίος τοποθετείται σε συνδυασμό με συρταρωτές βαλβίδες. Οι βαλβίδες αντεπιστροφής δεν έχουν χειρολαβή αλλά ενεργοποιούνται αυτόματα από τις δυνάμεις πίεσεως. Η βαλβίδα αντεπιστροφής του σχήματος, έχει ένα δίσκο-πύλη, ο οποίος είναι αρθρωμένος στην κορυφή της και ανοίγει μόνο κατά τη διεύθυνση της ροής. Όταν υπάρχει ροή, το ρευστό πιέζει το δίσκο και αυτός παραμένει ανοικτός, δημιουργώντας κάποια διαταραχή και μια μικρή πώση πίεσεως (ο συντελεστής τοπικών απωλειών κυμαίνεται μεταξύ 2 και 3). Όταν η ροή σταματήσει και για κάποια αιτία τείνει να αντιστραφεί, η πίεση του ρευστού θα αναγκάσει το δίσκο να κλείσει εμποδίζοντας την αντίστροφη ροή.

ε) Βαλβίδες με σφαίρα (Ball valves).

Η βαλβίδα αυτή (σχ. 7.2ιζ) είναι μια μικρού κόστους εναλλακτική λύση σε σχέση με άλλες βαλβίδες. Χρησιμοποιεί μία μεταλλική σφαί-



Σχ. 7.2ιε.
Γωνιακή βαλβίδα.



Σχ. 7.2ιστ.
Βαλβίδα αντεπιστροφής.



Σχ. 7.2ιζ.
Βαλβίδα με σφαίρα.

ρα με μια μεγάλης διαμέτρου οπή στο κέντρο της, η οποία εφαρμόζει καλά μεταξύ δύο κοίλων εδρών. Αντί για περιστροφική χειρολαβή έχει ένα κλειδί, το οποίο αν το περιστρέψουμε κατά 90° , περιστρέφει τη σφαίρα και έτσι η βαλβίδα περνά από τη θέση on (πλήρως ανοικτή) στη θέση off (πλήρως κλειστή). Βασικά πλεονεκτήματα αυτής της βαλβίδας αποτελούν το ταχύτατο πέρασμα μεταξύ των δύο ακραίων καταστάσεων ροής, καθώς επίσης και το ότι δεν εμπλέκει. Οι απώλειες τριβής όταν η βαλβίδα είναι πλήρως ανοικτή, είναι πρακτικά αμελητέες ($K < 0,2$).



Σχ. 7.21η.
Βαλβίδα πεταλούδας.

στ) Βαλβίδες πεταλούδας (*Butterfly valves*).

Η βαλβίδα πεταλούδας (σχ. 7.21η) έχει διαφορετική μορφή. Χρησιμοποιεί έναν κυκλικό δίσκο-πύλη, στερεωμένο σε άξονα διερχόμενο από τον άξονα συμμετρίας του δίσκου. Ο άξονας καταλήγει σε κλειδί περιστροφής (όπως στις βαλβίδες με σφαίρα). Περιστρέφοντας το κλειδί κατά 90° περιστρέφεται και ο δίσκος από πλήρως ανοικτή θέση (επίπεδο δίσκου παράλληλο στη διεύθυνση ροής), σε μια πλήρως κλειστή (επίπεδο δίσκου κάθετο στη ροή). Σε ενδιάμεσες γωνίες, η παροχή είναι περιορισμένη.

Οι βαλβίδες με πεταλούδα δημιουργούν ελάχιστες διαταραχές στη ροή και κατά συνέπεια, πολύ μικρή πτώση πίεσης. Ο συντελεστής τοπικών απωλειών κυμαίνεται από 0,2 ως 0,3 (βαλβίδα πλήρως ανοικτή). Ενδείκνυνται τόσο για λειτουργία on-off, όσο και για έλεγχο της παροχής στις περιπτώσεις που έχουμε μεγάλες παροχές και χαμηλές πιέσεις. Στις υψηλές όμως πιέσεις, υπάρχουν διαρροές (λόγω της σχετικά χαλαρής στεγανοποίησής).

ζ) Ανακουφιστικές βαλβίδες (*Relief valves*).

Ο σκοπός των ανακουφιστικών βαλβίδων (ή βαλβίδων ασφαλείας) είναι διαφορετικός. Στοχεύουν να προστατέψουν τις εγκαταστάσεις και το προσωπικό από τις πιθανά καταστρεπτικές συνέπειες που θα προκαλούσε υπερβολική πίεση, που για κάποια αιτία πιθανόν να αναπτυχθεί σε σωληνώσεις ή συσκευές. Είναι λοιπόν έτσι σχεδιασμένες, ώστε να ανοίγουν αυτόματα και να επιτρέπουν την ελεγχόμενη εκτόνωση του ρευστού (ιδιαίτερα των αερίων και των ατμών), όταν η πίεσή τους υπερβεί ένα επιτρεπτό όριο. Όταν η πίεση στο εσωτερικό της σωληνώσεως ή της συσκευής επιστρέψει σε μια χαμηλότερη τιμή, η βαλβίδα κλείνει. Εφόσον η βαλβίδα λειτουργεί αυτόματα (με προκαθορισμένες την υψηλή πίεση, στην οποία ανοίγει και τη χαμηλή, στην οποία κλείνει) είναι προφανές πως δεν υπάρχει χειρολαβή. Το σχήμα 7.21θ απεικονίζει το εσωτερικό μιας ανακουφιστικής βαλβίδας.

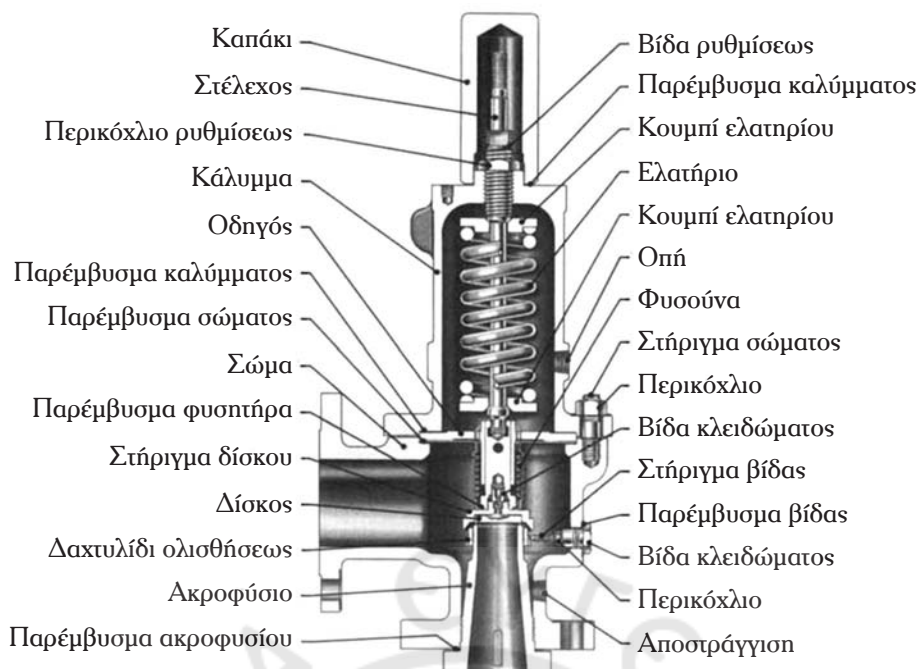
η) Βαλβίδες ελέγχου (*Control valves*).

Οι βαλβίδες ελέγχου είναι αυτοματοποιημένες βαλβίδες με τις οποίες μπορούμε να ρυθμίσουμε και να ελέγξουμε οποιαδήποτε ρέοντα ρευστά σε σύστημα σωληνώσεων. Χρησιμοποιούν σήματα λαμβανόμενα από κατάλληλα όργανα (τοποθετημένα σε όλο το σύστημα σωληνώσεων) και προχωρούν αυτόματα στις αναγκαίες προσαρμογές. Συνήθως ως βαλβίδα ελέγχου χρησιμοποιείται η σφαιρική (με τις κατάλληλες προσαρμογές και ρυθμίσεις αυτοματοποίησής). Αν και χρησιμοποιούνται και πολλές άλλες μορφές, αυτή παρέχει τα αποτελεσματικότερα μέσα που ρυθμίζουν και ελέγχουν τη ροή.

7.3 Όργανα μετρήσεως.

7.3.1 Γενικά.

Κατά τη λειτουργία των εγκαταστάσεων διακινήσεως ρευστών η μέτρηση των σημαντικών παραμέτρων είναι πρωταρχικής σημασίας. Στην εφαρμοσμένη Μηχανική των Ρευστών είναι αναγκαία τα όργανα μετρήσεως αυτών των παραμέτρων. Από τις θερμοδυναμικές ιδιότητες του διακινούμενου ρευστού



Σχ. 7.21θ.
Ανακουφιστική βαλβίδα.

μας ενδιαφέρει κυρίως η θερμοκρασία και η πίεση, τις οποίες και παρακολουθούμε συνεχώς με τα αντίστοιχα όργανα, τοποθετημένα στα κατάλληλα σημεία των σωληνώσεων και των συσκευών. Εξαιρετικής σημασίας είναι επίσης η μέτρηση της παροχής, αλλά και των τοπικών ταχυτήτων. Λαμβάνοντας υπόψη ό,τι αναφέραμε σε προηγούμενα κεφάλαια για τη μέτρηση της θερμοκρασίας και της πίεσης, θα ασχοληθούμε εδώ κυρίως με τα όργανα μετρήσεως της παροχής και της ταχύτητας.

Η **μέτρηση της θερμοκρασίας** γίνεται, όπως είδαμε στο Πρώτο Κεφάλαιο, με τα **θερμόμετρα**. Υπενθυμίζουμε ότι υπάρχουν διάφοροι τύποι (υδραργυρικά θερμόμετρα, μεταλλικά, πυρόμετρα κ.λπ.), οι οποίοι καλύπτουν όλο το εύρος των συνθηκών λειτουργίας. Ανάλογα με τις συνθήκες, επιλέγουμε τα κατάλληλα (βλ. παράγρ. 1.2.1).

Η **μέτρηση της πίεσης** γίνεται με τα **μανόμετρα**, τα οποία εξετάσαμε στο Δεύτερο Κεφάλαιο (παράγρ. 2.4.2). Υπενθυμίζουμε ότι τα μανόμετρα, δεν μετρούν απευθείας την πίεση, αλλά τη διαφορά πίεσης μεταξύ δύο σημείων. Αν το ένα σημείο έχει ατμοσφαιρική πίεση, η διαφορά αυτή είναι η **σχετική πίεση** (gauge). Όπως θα έχουμε διαπιστώσει μέχρι τώρα, στις περισσότερες εφαρμογές της Μηχανικής των Ρευστών, μας ενδιαφέρει η σχετική και όχι η απόλυτη πίεση.

Όπως είδαμε, υπάρχουν δύο βασικές κατηγορίες μανομέτρων: Τα **μανόμετρα με υγρό** (κυρίως τα υδραργυρικά) και τα **μεταλλικά μανόμετρα**. Τα πρώτα πλεονεκτούν σε ακρίβεια και σταθερότητα. Είναι όμως δύσχρηστα και δεν μπορούν να ανταποκριθούν σε μεγάλες διαφορές πιέσεων (αφού θα απαιτούσαν σωλήνες μεγάλου ύψους). Είναι λοιπόν φυσικό, στην πράξη να επικρατούν τα μεταλλικά.

Μία απλή αλλά σημαντική παραλλαγή των μανομέτρων είναι ο **πιεζομετρικός σωλήνας** (παράγρ. 3.4.4). Ο **πιεζομετρικός σωλήνας** είναι ένας κατακόρυφος ανοικτός σωλήνας μικρής διαμέτρου (σε σχέση με τη διάμετρο του αγωγού ροής), ο οποίος προσαρμόζεται στο τοίχωμα του αγωγού. Το ύψος της στήλης του υγρού στο σωλήνα, h , ισούται με το ύψος της ενέργειας πίεσης του υγρού:

$$h = \frac{p}{\gamma} \Rightarrow p = \gamma \cdot h \quad (7.5)$$

Πρόκειται βέβαια για τη σχετική πίεση. Η απόλυτη πίεση p_{ab} είναι:

$$p_{ab} = p + p_{εξ} = \gamma \cdot h + p_{εξ} \quad (7.5a)$$

7.3.2 Όργανα μετρήσεως της παροχής.

Τα όργανα μετρήσεως της παροχής μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με την αρχή λειτουργίας τους: α) σ' εκείνα που βασίζονται στην πώση πίεσεως (στα οποία και θα επικεντρώσομε) και β) σ' εκείνα που βασίζουν τη λειτουργία τους στη μεταβολή κάποιας άλλης ιδιότητας, η οποία μεταβάλλεται με τη μεταβολή της παροχής.

Οι **μετρητές πτώσεως πίεσεως** (pressure differential devices) είναι γνωστοί από τον 18^ο αιώνα. Ο σωλήνας Pitot (1732) και ο σωλήνας Venturi (1797) είναι οι παλαιότεροι. Το **ακροφύσιο ροής** (flow nozzle) χρησιμοποιήθηκε προς το τέλος του 1800 και ο μετρητής με στόμιο (orifice) εμφανίστηκε στις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Εξελιγμένα και τυποποιημένα τα όργανα αυτά μετρήσεως της παροχής, κυριαρχούν και σήμερα, λόγω των σημαντικών πλεονεκτημάτων τους. Είναι απλά, χωρίς κινητά μέρη, φθηνά, με σχετικά εύκολη συντήρηση, δεν απαιτούν ισχύ, διατίθενται σε πολλά μεγέθη, προκαλούν σχετικά μικρές απώλειες ύψους κ.ά..

Βασίζονται σε ενιαία αρχή λειτουργίας: Ένα εμπόδιο παρεμβάλλεται εσκεμμένα στο ρέον ρευστό, με σκοπό να προκαλέσει μεταβολή της πίεσεως (με εξαίρεση το σωλήνα Pitot, πώση πίεσεως λόγω μείωσης διατομής και συνακόλουθης αύξησεως της ταχύτητας). Μειρώντας τη μεταβολή της πίεσεως με μανόμετρο (ή πιεζομετρικούς σωλήνες), εφαρμόζομε την εξίσωση Bernoulli και έτσι προκύπτει τύπος υπολογισμού της μέσης ταχύτητας και της παροχής.

α) Σωλήνας Pitot.

Ο σωλήνας Pitot (σχ. 7.3α) είναι ένας σωλήνας που προσαρμόζεται στον αγωγό, όπως και ο πιεζομετρικός σωλήνας. Διαφέρει όμως απ' αυτόν στην απόληξη εντός του σωλήνα: Προσαρμόζεται έτσι, ώστε το κάτω του άκρο, το οποίο σχηματίζει γωνία, να βρίσκεται βυθισμένο στο ρευστό και η διατομή του να είναι κάθετη στη διεύθυνση της ροής. Στο σχήμα 7.3α βλέπομε έναν πιεζομετρικό σωλήνα και ένα σωλήνα Pitot, ο οποίος καταλήγει στο άκρο Α. Το Α αποτελεί σημείο ανακοπής, επομένως η ταχύτητα σ' αυτό είναι μηδενική και το ύψος πίεσεως ίσο με το ύψος της στήλης υγρού του σωλήνα Pitot. Σε μικρή απόσταση πριν από το Α, στο σημείο 1, η ταχύτητα είναι v και το ύψος πίεσεως ίσο με το ύψος της στήλης υγρού στον πιεζομετρικό σωλήνα που έχομε τοποθετήσει στη διατομή που διέρχεται από το σημείο 1. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και Α και θεωρώντας αμελητέες τις απώλειες από το 1 ως το Α, προκύπτει:

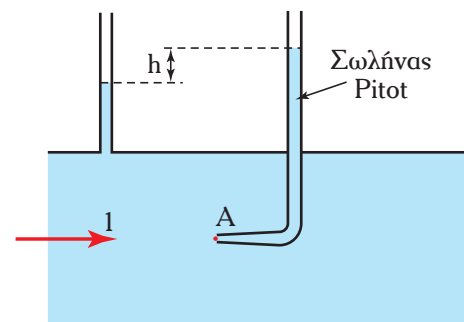
$$y_1 - y_2 + \frac{v_1^2 - v_A^2}{2g} + \frac{p_1 - p_A}{\gamma} = 0 \Rightarrow \frac{p_A - p_1}{\gamma} = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow v = \left(2 \cdot \frac{p_A - p_1}{\rho} \right)^{1/2} \quad (7.6)$$

και αντικαθιστώντας την ταχύτητα στην εξίσωση της συνέχειας, λαμβάνομε:

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_A - p_1}{\rho}} \quad (7.7)$$

Οι παραπάνω σχέσεις προέκυψαν με δύο υποθέσεις: Οι τοπικές απώλειες θεωρήθηκαν αμελητέες και η ταχύτητα στο σημείο 1 θεωρήθηκε ίση με τη μέση ταχύτητα ροής. Αν και η πρώτη υπόθεση προσεγγίζει ικανοποιητικά την πραγματικότητα, η δεύτερη δημιουργεί κάποια αξιόλογη απόκλιση (αφού η ταχύτητα στο κέντρο του αγωγού είναι μεγαλύτερη από τη μέση ταχύτητα). Στις τυποποιημένες συσκευές, η απόκλιση διορθώνεται με χρήση του συντελεστή ταχύτητας C_v , ο οποίος είναι λίγο μικρότερος της μονάδας. Η εξίσωση (7.7) λαμβάνει τη μορφή:

$$Q = C_v \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_A - p_1}{\rho}} \quad (7.7a)$$



Σχ. 7.3α.
Σωλήνας Pitot.

Είναι:
$$\frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} = h \Rightarrow \frac{p_A - p_1}{\rho} = g \cdot h$$

οπότε η σχέση (7.7) γίνεται:

$$Q = C_v \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (7.7\beta)$$

Παρατηρούμε ότι αν γνωρίζουμε την υψομετρική διαφορά h , υπολογίζουμε και την παροχή.

Ο σωλήνας Pitot, παρά το ότι είναι φθηνός και δεν δημιουργεί αξιόλογες απώλειες ύψους, δεν βρίσκει ευρεία χρήση λόγω της μικρής ακρίβειας που παρέχει για συνηθισμένες ταχύτητες ροής.

β) Σωλήνας Venturi.

Το σωλήνα Venturi το συναντήσαμε στην παράγραφο 3.5.2. Πρόκειται για έναν σωλήνα μικρού μήκους με στένωμα, ο οποίος συνδυάζεται με δύο πιεζομετρικούς σωλήνες ή μανόμετρο (ώστε να μετράμε τη διαφορά πιέσεως) και παρεμβάλλεται στον αγωγό ροής (σχ. 7.3β). Η υψομετρική διαφορά h των πιεζομετρικών σωλήνων ισούται με την πτώση του ύψους πίεσεως από το σημείο 1 ως το σημείο 2 (λόγω αυξήσεως της ταχύτητας στο σημείο 2). Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli (θεωρώντας τις απώλειες αμελητέες) λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} y_1 - y_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} &= \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \end{aligned} \quad (7.8\alpha)$$

Η εξίσωση της συνέχειας δίνει:

$$Q = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \beta^2 \quad (7.8\beta)$$

Ο λόγος $\beta^2 = A_2/A_1 = (d_2/d_1)^2$, αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος όχι μόνο των μετρητών Venturi, αλλά όλων των μειρητών πτώσεως πίεσεως.

Αντικαθιστώντας την ταχύτητα v_1 στη σχέση (7.8α) και εισάγοντας το συντελεστή διορθώσεως ταχύτητας C_v προκύπτουν:

$$v_2 = C_v \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot (1 - \beta^4)}} \quad (7.8\gamma)$$

$$Q = C_v \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot (1 - \beta^4)}} \quad (7.9)$$

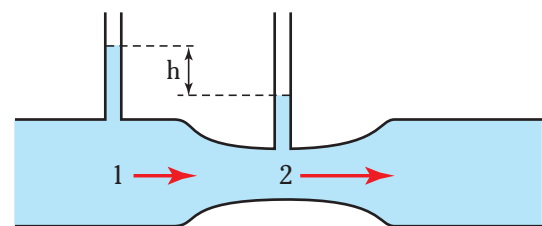
όπου: $\beta = d_2/d_1$ και C_v ο συντελεστής διορθώσεως ταχύτητας (ο οποίος κυμαίνεται πολύ κοντά στη μονάδα, φτάνοντας ως και 0,97).

Είναι:
$$\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = h \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\rho} = g \cdot h$$

οπότε η (7.9) λαμβάνει τη μορφή:

$$Q = C_v \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{g \cdot h}{\rho \cdot (1 - \beta^4)}} \quad (7.9\alpha)$$

Ως πλεονέκτημα του σωλήνα Venturi θεωρούνται οι



Σχ. 7.3β.
Σωλήνας Venturi.

μικρές απώλειες ύψους που δημιουργεί (προς τούτο, το αποκλίνον τμήμα του σχεδιάζεται αρκετά μεγαλύτερο, ώστε η αύξηση της διατομής να γίνεται όσο το δυνατόν ομαλότερα) καθώς επίσης, η δυνατότητα μετρήσεως παροχών ακαθάρτων και παχυρρευστών υγρών. Αλλά είναι σχετικά ογκώδης και ακριβός, απαιτεί συχνή ρύθμιση προκειμένου να διατηρεί υψηλή αξιοπιστία και έχει περιορισμένη ακτίνα δράσεως όσον αφορά στις ταχύτητες ροής. Παρά τα μειονεκτήματα αυτά, είναι ιδιαίτερα διαδεδομένος ως μετρητής ρευστών χαμηλής και μέσης πίεσεως με φυσιολογικές ταχύτητες ροής.

γ) Μετρητής τύπου orifice.

Οι **μετρητές με διάφραγμα** (orifice) μοιάζουν στη λειτουργία τους με τους μετρητές Venturi. Η σημαντική διαφορά βρίσκεται στην αντικατάσταση της ομαλής συστολής και (ακόμα ομαλότερης) διαστολής που συναντήσαμε στο σωλήνα Venturi, από ένα απότομο στένωμα που δημιουργεί ένας δίσκος με κυκλική οπή στο κέντρο του (σχ. 7.3γ). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, σημαντικά μεγαλύτερες απώλειες, αλλά και την εμφάνιση του φαινομένου vena contracta που παρουσιάζεται κατά την απότομη συστολή (βλ. παράγρ. 5.5.4). Έτσι, η ελάχιστη διατομή της ροής δεν είναι αυτή του orifice (A_2), αλλά παρουσιάζεται λίγο πίσω από αυτό (A_3). Κατά συνέπεια, στο σημείο 3 του σχήματος 7.3γ έχουμε τη μέγιστη ταχύτητα και την ελάχιστη πίεση. Το μανόμετρο δείχνει την πτώση του ύψους πίεσεως από το σημείο 1 ως το 3:

$$(p_1 - p_3)/\gamma = h \quad (7.10)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 3 και εργαζόμενοι όπως παραπάνω, καταλήγουμε σε σχέση ανάλογη με την (7.9):

$$Q = C_v \cdot \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_3}{\rho \cdot (1 - (d_3/d_1)^4)}} \quad (7.10a)$$

Αλλά η διάμετρος της vena contracta d_3 δεν αποτελεί γεωμετρικό χαρακτηριστικό του οργάνου. Για να αντιμετωπισθεί η δυσκολία, εισάγεται ο **συντελεστής συστολής του στομίου**: $C_c = A_3/A_2$. Είναι:

$$C_c = \frac{A_3}{A_2} = \left(\frac{d_3}{d_2}\right)^2 \Rightarrow d_3 = \sqrt{C_c} \cdot d_2$$

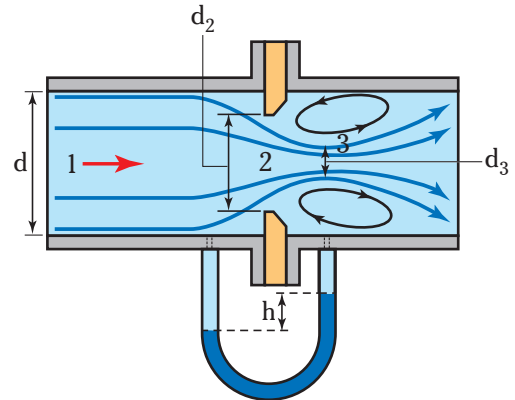
Αντικαθιστώντας στη σχέση (7.10β) και θέτοντας $\beta = d_2/d_1$, προκύπτει:

$$Q = C_v \cdot C_c \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{p_1 - p_3}{\rho \cdot (1 - C_c^2 \cdot \beta^4)}} \quad (7.11)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (7.10α), η (7.11) γίνεται:

$$Q = C_v \cdot C_c \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{\rho \cdot (1 - C_c^2 \cdot \beta^4)}} \quad (7.11a)$$

Ο συντελεστής στομίου κυμαίνεται από 0,6 ως 0,7 (εξαρτώμενος από το λόγο β , την κατασκευή του orifice και τον αριθμό Reynolds).



Σχ. 7.3γ.
Μετρητής orifice.

Σημείωση: Παρατηρούμε ότι οι παραπάνω τύποι ισχύουν και για το σωλήνα Venturi αν θέσουμε $C_c=1$. Πράγματι, στο σωλήνα Venturi δεν παρουσιάζεται το φαινόμενο vena contracta. Ισχύουν επίσης και για το σωλήνα Pitot αν θέσουμε $C_c=1$ και $\beta=0$. Οι σχέσεις (7.11) και (7.11α) είναι γενικές και καλύπτουν όλους τους μετρητές πτώσεως πίεσης.

Οι μετρητές orifice παρουσιάζουν πολλά πλεονεκτήματα, όπως:

- Έχουν σχετικά χαμηλό κόστος.
- Είναι ευέλικτοι, αφού ο λόγος β αλλάζει απλά με την αλλαγή του δίσκου.
- Είναι οι καλύτερα τεκμηριωμένοι στα πρότυπα τυποποιήσεως.
- Απολαμβάνουν ευρεία αποδοχή και υπάρχει προσωπικό πεπειραμένο για τις απαιτήσεις χρήσεως και τη συντήρηση.
- Αν ακολουθούνται οι απαιτήσεις των προτύπων, δεν απαιτούν ρύθμιση.

Τα μειονεκτήματά τους σχετίζονται με το σχετικά μεγάλο ύψος απωλειών (ιδιαίτερα για μικρούς λόγους β), την ευαισθησία τους στις διαταραχές της ροής και τη μικρή περιοχή ταχυτήτων, στην οποία παρουσιάζουν αξιόπιστη απόκριση (χωρίς αλλαγή του δίσκου).

δ) Μετρητής τύπου ακροφυσίου (nozzle).

Οι μετρητές τύπου ακροφυσίου μπορούν να ταξινομηθούν (σχεδιαστικά και λειτουργικά) ανάμεσα στους μετρητές Venturi και orifice. Ένα ακροφύσιο με λόγο διατομών $A_2/A_1=\beta$ τοποθετείται στον αγωγό (σχ. 7.3δ). Διαφορικό μανόμετρο ή δύο πιεζομετρικοί σωλήνες μετρούν την πτώση πίεσης λόγω αύξησης της ταχύτητας. Επειδή η μείωση της διατομής είναι βαθμιαία (και όχι απότομη όπως στο orifice), το φαινόμενο vena contracta είναι αμελητέο ($C_c \approx 1$).

Οι εξισώσεις (7.11) και (7.11α) ισχύουν και σ' αυτήν την περίπτωση. Ο λόγος β του μετρητή κυμαίνεται μεταξύ 0,2 και 0,8.

Οι απώλειες ύψους που προκαλεί το ακροφύσιο είναι μεγαλύτερες απ' αυτές του σωλήνα Venturi, αλλά μικρότερες του orifice. Το κόστος των τριών μετρητών ακολουθεί αντίστροφη σειρά.

Ως πλεονέκτημα του μετρητή με ακροφύσιο αναφέρουμε τη δυνατότητα χρήσεώς του σε μεγάλες ταχύτητες. Αντίθετα, δεν είναι κατάλληλος για μικρές. Όπως όμως και ο σωλήνας Venturi, έχει σχετικά δύσκολη εγκατάσταση και συντήρηση.

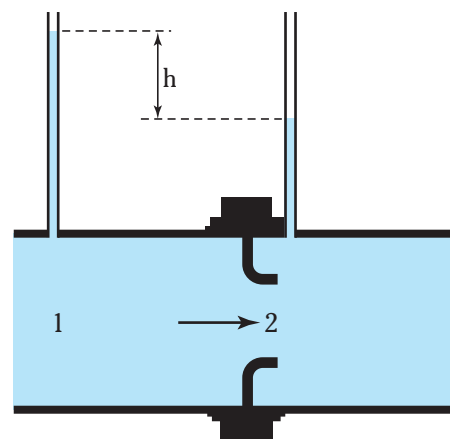
Για τους βασικούς τύπους μετρητών που λειτουργούν με πτώση πίεσης, υπάρχουν πρότυπα που καθορίζουν με ακρίβεια τις προδιαγραφές τους. Το σημαντικότερο είναι το ISO 5167 (2003: Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full) με τέσσερα μέρη, ένα γενικό και από ένα για τους τρεις μετρητές (Part 1: General principles and requirements, Part 2: Orifice plates, Part 3: Nozzles and Venturi nozzles, Part 4: Venturi tubes). Στο σχήμα 7.3ε βλέπουμε προδιαγραφές αυτού του προτύπου για τους τρεις κύριους μετρητές.

Όσον αφορά στον υπολογισμό της παροχής, η σχέση (7.11) καλύπτει όπως είπαμε και τους τρεις μετρητές. Μία άλλη, πιο απλή μορφή που μπορεί να πάρει η σχέση (7.11) είναι:

$$Q = C_d \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h}{\rho \cdot (1 - \beta^4)}} \quad (7.11\beta)$$

Η σχέση αυτή ισχύει για το σωλήνα Venturi και για το ακροφύσιο ($C_d = C_v$, $C_c \approx 1$). Για κατάλληλες τιμές του συντελεστή C_d , ισχύει και για το orifice.

Και στις τρεις περιπτώσεις, η διαστατική ανάλυση δείχνει πως ο συντελεστής C_d είναι συνάρτηση του λόγου β και του αριθμού Reynolds της ροής:



Σχ. 7.3δ.
Μετρητής ακροφυσίου.

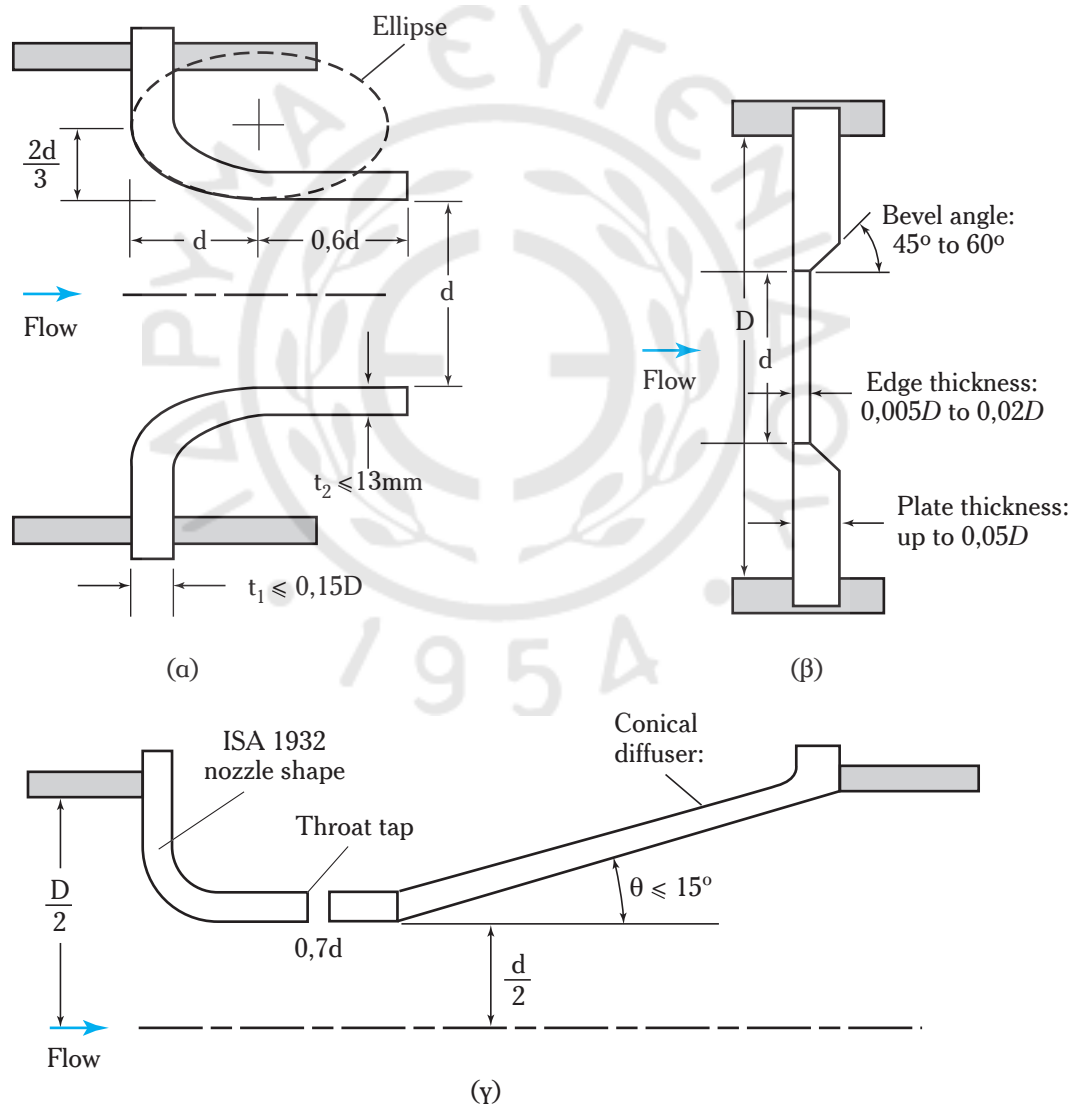
$$C_d = f(\beta, Re) \quad (7.12)$$

Για τον υπολογισμό του, υπάρχουν εμπειρικοί τύποι και διαγράμματα για κάθε κατηγορία μετρητών πτώσεως πίεσης. Παραδείγματος χάριν για το orifice μεγάλης διαμέτρου χρησιμοποιείται η εμπειρική σχέση:

$$C_d \approx 0,9965 - 0,00653 \cdot \left(\beta \cdot \frac{10^6}{Re_D} \right)^{0,5} \quad (7.12a)$$

Για το σωλήνα Venturi του σχήματος 7.3ε και για $1,5 \cdot 10^5 < Re < 2 \cdot 10^6$:

$$C_d \approx 0,9858 - 0,196 \cdot \beta^{4,5} \quad (7.12\beta)$$



Σχ. 7.3ε.

Προτυποποιημένοι κατά ISO μετρητές πτώσεως πίεσης:
 α) τύπου ακροφύσιου, β) τύπου orifice και γ) τύπου Venturi.

Ένα βασικό μειονέκτημα των μετρητών πίεσεως αποτελεί η αδυναμία τους να μετρήσουν μικρές παροχές. Ο μετρητής ακροφυσίου δεν συνίσταται σε ροές με αριθμό Reynolds μικρότερο των 10.000, αφού στο σωλήνα Venturi το όριο κατεβαίνει σε 7500 και στο μετρητή orifice σε 4000.

ε) *Μετρητές άλλων τύπων.*

Εκτός από τους μετρητές πίεσεως, υπάρχουν και μετρητές άλλων τύπων.

Έχουν κατασκευασθεί αξιόλογοι μετρητές παροχής, οι οποίοι αξιοποιούν άλλες φυσικές ιδιότητες του ρευστού, που μεταβάλλονται, όταν μεταβάλλεται η παροχή. Έτσι, ο **μετρητής τουρμπίνας** (turbine meter), αποτελείται από μία τουρμπίνα (ή έλικα) τοποθετημένη στο ρεύμα ροής, η οποία περιστρεφόμενη, παράγει ηλεκτρομαγνητικό σήμα ανάλογο της ταχύτητας περιστροφής, άρα και της παροχής. Συναντάμε επίσης τους μετρητές δινών (vortex flowmeters), τους υπερηχητικούς μετρητές (Ultrasonic flowmeters), τα ροόμετρα κ.ά..

Οι **μετρητές απωλειών**, βασίζονται στην πρόκληση μιας σημαντικής απώλειας ύψους, λόγω των σκόπιμα προκαλούμενων τριβών. Γνωρίζοντας το συντελεστή τοπικών απωλειών της συσκευής, μετρώντας την προκαλούμενη πώση πίεσεως και υπολογίζοντας τις απώλειες από την εξίσωση Bernoulli, υπολογίζουμε την παροχή. Οι μετρητές αυτοί μειονεκτούν στο ότι προκαλούν σημαντικές ενεργειακές απώλειες.

Οι **μηχανικοί μετρητές** βασίζονται στη συλλογή μιας ποσότητας ρευστού σε ορισμένο χρόνο. Εδώ, εντάσσεται και η πιο απλή και στοιχειώδης μέθοδος υπολογισμού της παροχής ενός υγρού: Εκτρέπομε την προς μέτρηση ροή σε δεξαμενή γνωστού όγκου και μετράμε το χρόνο που απαιτείται για να γεμίσει. Η παροχή, από τον ορισμό της, ισούται με το πηλίκον του όγκου της δεξαμενής προς το χρόνο πληρώσεώς της.

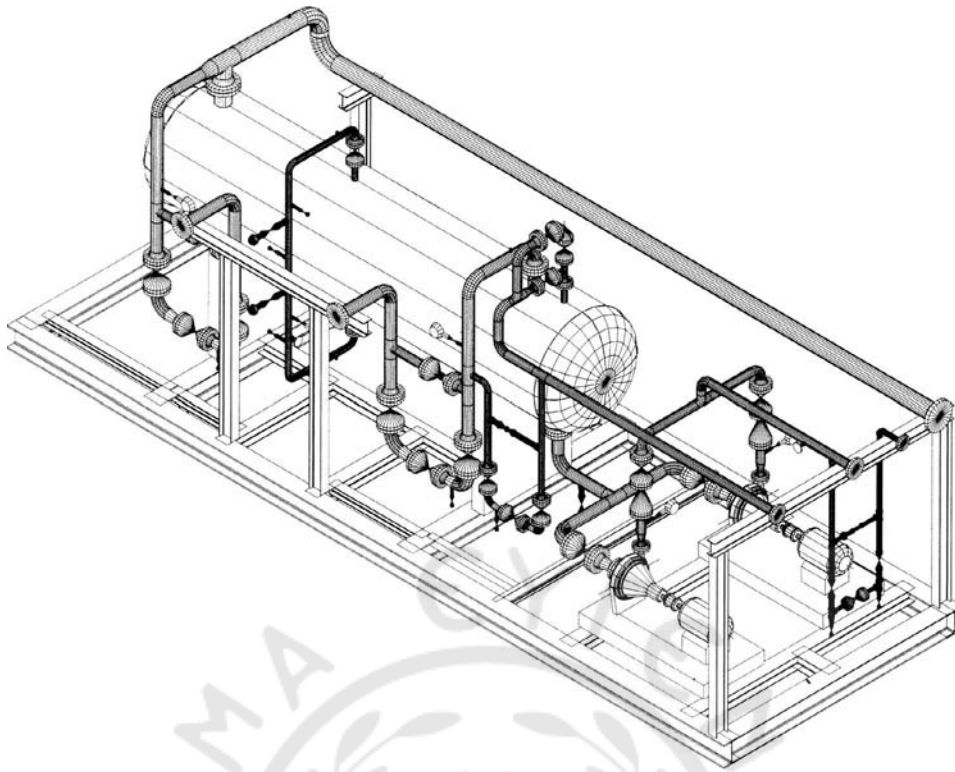
Τέλος, ως ειδική κατηγορία πρέπει να αναφέρομε τους **μετρητές τοπικής ταχύτητας**. Αυτοί μπορεί να είναι πολύ απλοί (όπως η οπτική παρακολούθηση ελαφρού σώματος που παρασύρεται στη ροή), πιο σύνθετοι (όπως οι περιστρεφόμενοι αισθητήρες ροής), αλλά και ιδιαίτερα πολύπλοκοι και ακριβείς (όπως οι μαγνητικοί μετρητές και οι μετρητές Laser-Doppler).

7.4 Σχεδιαστικός συμβολισμός.

Μία σωλήνωση ή ένα δίκτυο, καθώς και η γενικότερη εγκατάσταση στην οποία εντάσσονται, μπορούν να σχεδιασθούν με διάφορους τρόπους. Υπάρχει το **ισομετρικό σχέδιο**, το οποίο παρουσιάζει μία τρισδιάστατη γενική εικόνα της εγκαταστάσεως (συνήθως χωρίς διαστασιολόγηση των επί μέρους τμημάτων). Πιο σημαντικό είναι το **γενικό σχέδιο** συνδεσμολογίας (ή προσχέδιο), σκοπός του οποίου είναι να παρουσιάσει τη ροή των ρευστών διά μέσου των σωλήνων, εξαρτημάτων και συσκευών, καθώς επίσης την αλληλουχία και τη συνδεσμολογία τους, χωρίς να δίνει ιδιαίτερη σημασία στις ακριβείς διαδρομές και διαστάσεις. Η παράσταση των διαφόρων εξαρτημάτων και συσκευών γίνεται με σύμβολα. Πολύ σημαντικό, όσον αφορά στις λεπτομέρειες, είναι το **μηχανολογικό σχέδιο**. Αυτό απεικονίζει υπό κλίμακα την εγκατάσταση, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα για τα διάφορα εξαρτήματα και συσκευές, τα οποία όμως, απεικονίζει και χωριστά με ακριβείς διαστάσεις.

Το μηχανολογικό σχέδιο, σε αντίθεση με το ισομετρικό, απεικονίζει δισδιάστατες όψεις (πρόσοψη, κάτοψη, πλάγια όψη). Τέλος, με τις νέες σχεδιαστικές δυνατότητες που προσέφεραν οι Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές και το σχετικό λογισμικό (προγράμματα CAD), αναπτύχθηκε και η τρισδιάστατη ακριβής απεικόνιση της εγκαταστάσεως, το **τριδιάστατο μοντέλο** (3D model) (σχ. 7.4).

Χωρίς να υπεισερχόμαστε στα γνωστικά πεδία και στις τεχνικές του μηχανολογικού σχεδίου, επισημαίνουμε τη σημασία του συμβολικού σχεδιασμού για την κατανόηση και καταρχήν απεικόνιση μιας εγκαταστάσεως σωληνώσεων. Χαρακτηρίζεται γενικά από απλότητα, ταχύτητα και σαφήνεια (παρά την έλλειψη κλίμακας). Προϋπόθεση αξιοποιήσεώς του είναι η γνώση των βασικών συμβολισμών που χρησιμοποιεί. Αυτοί όμως οι συμβολισμοί, εκτός από την απλότητα και τη σαφήνεια, πρέπει (για τους λόγους που αναπτύξαμε αναφερόμενοι στην τυποποίηση), να είναι και γενικότερης αποδοχής. Η κατάσταση που επικρατούσε πριν μερικές δεκαετίες σ' αυτό το σημείο δεν ήταν καθόλου ικανοποιητική, αφού υπήρχαν



Σχ. 7.4.
Τρισδιάστατο μοντέλο εγκαταστάσεως.

σημαντικές διαφορές στα διάφορα εθνικά ή κλαδικά πρότυπα συμβόλων. Σημαντική πρόοδος στον τομέα των σωληνώσεων έγινε με το DIN 2429 (Symbolic representation of pipework components on engineering drawings; functional representation, 1988) καθώς και το βρετανικό BS 5070 (Engineering diagram drawing practice, 1988) κ.ά.. Υπό την πίεση και των ραγδαία αναπτυσσομένων σχεδιαστικών προγραμμάτων, την –οριστική όπως φαίνεται– λύση δίνει το διεθνές πρότυπο **ISO 14617** (Graphical symbols for diagrams, 2002). Το ISO 14617 έχει 15 μέρη που καλύπτουν όλους τους τομείς σχεδιάσεως. Ιδιαίτερη σημασία για τις σωληνώσεις έχουν τα ISO 14617-7 (Part 7: Basic mechanical components), ISO 14617-8 (Part 8: Valves and dampers) και ISO 14617-9 (Part 9: Pumps, compressors and fans Graphical symbols for diagrams). Τα σχετικά σύμβολα περιλαμβάνονται σε όλα τα αξιόλογα προγράμματα σχεδιάσεως (CAD).

Τα βασικά σύμβολα αφορούν στο σωλήνα, στα εξαρτήματα ρυθμίσεως της ροής, στις συσκευές και στα όργανα ενδείξεως και μετρήσεως. Πρέπει να τονίσουμε ότι ο συμβολισμός διέπεται από λογική συνέπεια. Έτσι, λόγω χάριν ο συμβολισμός κάποιας βαλβίδας διατηρείται ως πυρήνας και συνδυάζεται με το συμβολισμό του τρόπου συνδέσεώς της για να αποδοθεί τόσο το εξάρτημα, όσο και ο τρόπος συνδέσεώς του στη σωληνογραμμή (Πίνακας 7.4.1).

Πίνακας 7.4.1
Παραδείγματα συμβόλων σωληνώσεων.

	Σωλήνες		Σύνδεση με σπείρωμα
	Βαλβίδες		Σύνδεση με φλάντζα
	Συσκευές		Βαλβίδα με σπείρωμα
	Όργανα μετρήσεως		Βαλβίδα με φλάντζα



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΩΛΗΝΩΝ

- 8.1 Σύνδεση σωλήνων σε σειρά
- 8.2 Παράλληλη σύνδεση σωλήνων
- 8.3 Μεικτή σύνδεση σωλήνων
- 8.4 Διακλάδωση σωλήνων
- 8.5 Χρήση υπολογιστικών προγραμμάτων
- 8.6 Ασκήσεις

8.1 Σύνδεση σωλήνων σε σειρά.

Η διαμόρφωση μιας σωληνώσεως απαιτεί τη σύνδεση πολλών σωλήνων και εξαρτημάτων. Ο τρόπος της συνδεσμολογίας, προκύπτει από τους σκοπούς που εξυπηρετεί η σωληνώση και αποτυπώνεται στο σχεδιασμό της. Ουσιαστική παράμετρος αυτού του σχεδιασμού, είναι η ενεργειακή μελέτη, η οποία γίνεται με αξιοποίηση των σχέσεων του Πέμπτου Κεφαλαίου. Γενικά, συναντάμε τη σύνδεση σωλήνων σε σειρά, την παράλληλη σύνδεση, τη διακλάδωση σωλήνων και τη διαμόρφωση δικτύου.

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με την υπολογιστική διαδικασία σωλήνων συνδεδεμένων σε σειρά ή παράλληλα, καθώς επίσης και σωλήνων, η ροή των οποίων διακλαδίζεται σε επιμέρους ροές. Στο επόμενο κεφάλαιο, θα μελετήσουμε τον τρόπο υπολογισμού των δικτύων.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, οι σωλήνες παραγωγής έχουν περιορισμένο μήκος. Στις περισσότερες περιπτώσεις, για τη διαμόρφωση της σωληνώσεως είμαστε υποχρεωμένοι να συνδέσουμε σε σειρά τμήματα ιδίων σωλήνων [δηλ. σωλήνων του ίδιου υλικού, άρα και της ίδιας τραχύτητας, και ίσης (εσωτερικής) διαμέτρου]. Έτσι όμως προκύπτει απλά ένας σωλήνας μεγαλύτερου μήκους. Ανάλογα με τη μέθοδο συνδέσεως, αυτός ο ενιαίος σωλήνας, πιθανόν εκτός από τις γραμμικές απώλειες, να παρουσιάζει και τοπικές. Πάντως ενεργειακά αντιμετωπίζεται ως ενιαίος σωλήνας και υπολογίζεται σύμφωνα με όσα αναπτύχθηκαν στο Πέμπτο Κεφάλαιο.

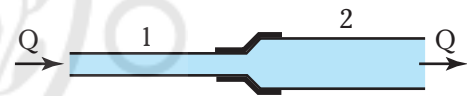
Το πρόβλημα διαφοροποιείται όταν συνδέσουμε σε σειρά δύο (ή περισσότερους) διαφορετικούς σωλήνες. Διαφορετικοί θεωρούνται οι σωλήνες που έχουν διαφορετική τραχύτητα (δηλ. αν είναι κατασκευασμένοι από διαφορετικά υλικά), ή, κυρίως, αν έχουν διαφορετική διατομή (δηλ. διαφορετική εσωτερική διάμετρο). Σ' αυτήν την περίπτωση μιλάμε για **σύνδεση σωλήνων σε σειρά**.

As υποθέσουμε λοιπόν πως ο σωλήνας (1) συνδέεται σε σειρά με το σωλήνα (2) (σχ. 8.1α). Εφόσον το διακινούμενο ρευστό είναι ασυμπίεστο και η ροή μόνιμη, ισχύει η εξίσωση της συνέχειας:

$$Q = \text{σταθ.} \Rightarrow Q = Q_1 = Q_2 \quad (8.1)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_1^2 \cdot v = d_2^2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \quad (8.1\alpha)$$



Σχ. 8.1α.
Σύνδεση σωλήνων σε σειρά.

Οι απώλειες ενέργειας ανά μονάδα βάρους διακινούμενου ρευστού θα προστεθούν, αφού κάθε στοιχειώδης ποσότητα ρευστού είναι υποχρεωμένη να διαρρέυσει διαδοχικά (άρα να υποσθεί την τριβή) τόσο το σωλήνα (1), όσο και το σωλήνα (2). Αυτό αποδεικνύεται εύκολα με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli μεταξύ των σημείων Α-Β (σωλήνας 1), Β-Γ (σωλήνας 2) και Α-Γ (σύστημα των δύο σωλήνων):

$$A - B : y_A - y_B + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2 \cdot g} + \frac{p_A - p_B}{\gamma} = \Sigma h_1 \quad (8.2\alpha)$$

$$B - \Gamma : y_B - y_\Gamma + \frac{v_B^2 - v_\Gamma^2}{2 \cdot g} + \frac{p_B - p_\Gamma}{\gamma} = \Sigma h_2 \quad (8.2\beta)$$

$$A - \Gamma : y_A - y_\Gamma + \frac{v_A^2 - v_\Gamma^2}{2 \cdot g} + \frac{p_A - p_\Gamma}{\gamma} = \Sigma h \quad (8.2\gamma)$$

Η εξίσωση (8.2γ) όμως αποτελεί άθροισμα των δύο προηγούμενων. Άρα:

$$\Sigma h = \Sigma h_1 + \Sigma h_2 \quad (8.2)$$

Σημείωση: Στην εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και Γ, δεν λήφθηκαν υπόψη οι τοπικές απώλειες που δημιουργεί το εξάρτημα αλλαγής διατομής (ουστολή ή διαστολή). Για τον ακριβή υπολογισμό, πρέπει να ληφθούν υπόψη και να προστεθούν. Ο υπολογισμός γίνεται χρησιμοποιώντας το συντελεστή τοπικών απωλειών, που όπως είδαμε στο Πέμπτο Κεφάλαιο, αναφέρεται στην ταχύτητα του σωλήνα μικρότερης διαμέτρου. Για το σχήμα 8.1α:

$$h_k = K \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} \quad (8.28)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση των απωλειών (Darcy–Weisbach):

$$\Sigma h_1 = \left(f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} + \Sigma K_1 \right) \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \cdot \left(f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} + \Sigma K_1 \right) \cdot \frac{Q^2}{d_1^4}$$

$$\Sigma h_2 = \left(f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} + \Sigma K_2 \right) \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \cdot \left(f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} + \Sigma K_2 \right) \cdot \frac{Q^2}{d_2^4}$$

Και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (8.2) παίρνουμε:

$$\Sigma h = \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \cdot \left[\left(f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} + \Sigma K_1 \right) \cdot \frac{1}{d_1^4} + \left(f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} + \Sigma K_2 \right) \cdot \frac{1}{d_2^4} \right] \cdot Q^2 \quad (8.3)$$

Αν αντί για δύο, συνδέσουμε σε σειρά τρεις ή περισσότερους σωλήνες, οι εξισώσεις (8.1) και (8.2) γενικεύονται. Άρα:

Κατά τη σύνδεση σωλήνων σε σειρά:

α) **Η παροχή είναι σταθερή σε όλη τη διαδρομή της ροής.**

β) **Οι ενεργειακές απώλειες προστίθενται (τυχόν τοπικές απώλειες στις συνδέσεις προστίθενται επίσης):**

$$Q = Q_1 = Q_2 = \dots \quad (8.1)$$

$$\Sigma h = h_1 + h_2 + \dots \quad (8.2)$$

Στην υπολογιστική διαδικασία σωλήνων συνδεδεμένων σε σειρά, εκτός από τις δύο αυτές σχέσεις, αξιολογούμε την εξίσωση Bernoulli (αν δίνονται ή ζητούνται ενεργειακά μεγέθη), καθώς επίσης, για κάθε σωλήνα, την εξίσωση της συνέχειας, το διάγραμμα Moody και την εξίσωση των απωλειών. Τα σχετικά προβλήματα κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες, ανάλογα με το ζητούμενο:

– Προβλήματα **υπολογισμού του ύψους απωλειών.**

– Προβλήματα **υπολογισμού της παροχής.**

– Προβλήματα **υπολογισμού μιας διαμέτρου.**

Για τη μεθοδολογική αντιμετώπισή τους, παραθέτομε τρία παραδείγματα.

8.1.1 Υπολογισμός του ύψους απωλειών.

Στα προβλήματα αυτής της κατηγορίας, γνωρίζομε τα μεγέθη των σωλήνων που συνδέονται σε σειρά (L_i , d_i , ϵ_i) και την παροχή Q (ίδια για όλους τους σωλήνες). Ζητούμενο είναι το ύψος απωλειών Σh . Πιθανό ζητούμενο είναι κάποιο ενεργειακό μέγεθος (υψομετρική διαφορά ή πτώση πίεσης). Αυτό υπολογίζεται από την εξίσωση Bernoulli, αφού πρώτα υπολογισθεί το Σh .

Παράδειγμα 1

Οι σωλήνες ΑΒ και ΒΓ του σχήματος 8.1β που είναι από χυτοσίδηρο, έχουν μήκη 100 m και 120 m και διαμέτρους 12 cm και 10 cm αντίστοιχα. Ο συνολικός συντελεστής τοπικών απωλειών για κάθε σωλήνα ισούται με 3. Αν η παροχή του νερού είναι 60 m³/h να υπολογισθούν οι ολικές απώλειες Σh και η υψομετρική διαφορά H .

Λύση:

Δεδομένα: $L_1 = 100 \text{ m}$ $L_2 = 120 \text{ m}$
 $d_1 = 0,12 \text{ m}$ $d_2 = 0,10 \text{ m}$
 $\Sigma K_1 = \Sigma K_2 = 3$
 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,00026 \text{ m}$ (Πίν. 5.4.2)
 $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (νερό)
 $Q = 60 \text{ m}^3/\text{h} = 60/3600 \text{ m}^3/\text{s}$

Ζητούμενα: Σh , H

Η σύνδεση είναι σε σειρά, άρα ισχύουν οι σχέσεις (8.1) και (8.2):

$$Q_1 = Q_2 = Q \quad (1)$$

$$\Sigma h = \Sigma h_1 + \Sigma h_2 \quad (2)$$

Εξετάζουμε αν τα δεδομένα μας επιτρέπουν να υπολογίσουμε κάποιον από τους δύο σωλήνες. Παρατηρούμε πως και για τους δύο γνωρίζουμε την παροχή [εξίσωση (8.1)] και τα $(L_i, d_i, \varepsilon_i)$. Μπορούμε επομένως να υπολογίσουμε τις απώλειες του κάθε σωλήνα (πρώτο πρόβλημα του σωλήνα, παράγρ. 5.7.1).

Υπολογισμός σωλήνα (1):

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q_1}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 1,47 \text{ m/s}$$

$$\left(Re_1 = \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} \Rightarrow Re_1 = 1,8 \cdot 10^5, \quad \varepsilon / d_1 = 0,00217 \right) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,025$$

$$\Sigma h_1 = \left(f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} + \Sigma K_1 \right) \cdot \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow \Sigma h_1 = 2,62 \text{ m}$$

Υπολογισμός σωλήνα (2):

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q_2}{\pi \cdot d_2^2} \Rightarrow v_2 = 2,12 \text{ m/s}$$

$$\left(Re_2 = \frac{v_2 \cdot d_2}{\nu} \Rightarrow Re_2 = 2,1 \cdot 10^5, \quad \varepsilon / d_2 = 0,00216 \right) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0258$$

$$\Sigma h_2 = \left(f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} + \Sigma K_2 \right) \cdot \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow \Sigma h_2 = 7,80 \text{ m}$$

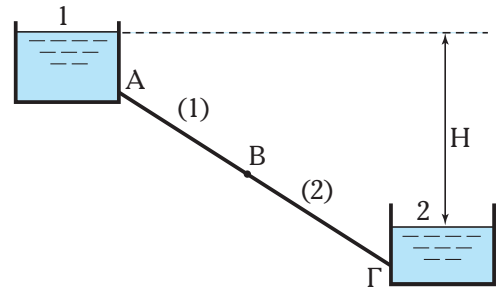
Οι ολικές απώλειες ισούνται με το άθροισμα των απωλειών:

$$(8.2) \Rightarrow \Sigma h = 10,5 \text{ m}$$

Για τον υπολογισμό της υψομετρικής διαφοράς των ελευθέρων επιφανειών των δύο δεξαμενών (ενεργειακό μέγεθος) εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli:

$$y_1 - y_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \Sigma h \Rightarrow H = y_1 - y_2 = \Sigma h \Rightarrow H = 10,5 \text{ m}$$

Συμπερασματικά: Το πρόβλημα υπολογισμού των ολικών απωλειών σωλήνων συνδεδεμένων σε σειρά, είναι πρόβλημα άμεσης επίλυσης: Υπολογίζουμε χωριστά τις απώλειες σε κάθε σωλήνα και στη συνέχεια τις προσθέτουμε.



Σχ. 8.1β.

8.1.2 Υπολογισμός της παροχής.

Και στα προβλήματα αυτής της κατηγορίας, γνωρίζουμε τα μεγέθη των σωλήνων (L_i, d_i, ϵ_i), αλλά είναι άγνωστη η παροχή. Αντί αυτής δίνεται το ολικό ύψος απωλειών Σh . Εναλλακτικά, πιθανόν να μη δίνεται άμεσα το Σh , αλλά επαρκή ενεργειακά στοιχεία για τον υπολογισμό του από την εξίσωση Bernoulli. Σ' αυτήν την περίπτωση, πρώτα υπολογίζουμε το Σh .

Παράδειγμα 2

Αν στο προηγούμενο παράδειγμα, η υψομετρική διαφορά των δύο δεξαμενών ισούται με 15 m, να υπολογισθεί η άγνωστη παροχή (τα άλλα δεδομένα μένουν ίδια).

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{Δεδομένα: } L_1 &= 100 \text{ m} & L_2 &= 120 \text{ m} \\ d_1 &= 0,12 \text{ m} & d_2 &= 0,10 \text{ m} \\ \Sigma K_1 &= \Sigma K_2 = 3 & \epsilon_1 = \epsilon_2 &= 0,00026 \text{ m} & \nu &= 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \\ H &= 15 \text{ m} \end{aligned}$$

Ζητούμενα: Q

Έχομε σύνδεση δύο σωλήνων σε σειρά. Άρα ισχύουν:

$$Q_1 = Q_2 = Q \quad (1)$$

$$\Sigma h = \Sigma h_1 + \Sigma h_2 \quad (2)$$

Επειδή δίνεται ένα ενεργειακό μέγεθος (η υψομετρική διαφορά $H = y_1 - y_2$), εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli και υπολογίζουμε τις ολικές απώλειες:

$$y_1 - y_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \Sigma h \Rightarrow H = y_1 - y_2 = \Sigma h \Rightarrow \Sigma h = 15 \text{ m}$$

Παρατηρούμε ότι γνωρίζουμε το άθροισμα των απωλειών των δύο σωλήνων, αλλά δεν γνωρίζουμε τις απώλειες του καθενός χωριστά. Αφού δεν γνωρίζουμε και την παροχή, είναι αδύνατος ο άμεσος υπολογισμός του κάθε σωλήνα. Υπάρχουν δύο τρόποι για την αντιμετώπιση του προβλήματος:

1^η μέθοδος (Αναλυτική):

– Υποθέτουμε κάποια (τυχαία αλλά λογική) παροχή Q' και υπολογίζουμε τις απώλειες του κάθε σωλήνα, $\Sigma h_1'$ και $\Sigma h_2'$ (όπως στο παράδειγμα 1).

– Χρησιμοποιούμε την εξίσωση (8.2) για να ελέγξουμε την υπόθεση.

α) Αν το άθροισμα των απωλειών που προέκυψαν από την υπόθεση, προκύπτει μεγαλύτερο από τις γνωστές απώλειες ($\Sigma h_1' + \Sigma h_2' > \Sigma h$), σημαίνει πως η ζητούμενη παροχή είναι μικρότερη απ' αυτήν που υποθέσαμε ($Q < Q'$).

Επαναλαμβάνουμε, υποθέτοντας μικρότερη τιμή παροχής.

β) Αν το άθροισμα των απωλειών είναι μικρότερο ($\Sigma h_1' + \Sigma h_2' < \Sigma h$), η παροχή είναι μεγαλύτερη απ' αυτήν που υποθέσαμε ($Q > Q'$).

Επαναλαμβάνουμε, υποθέτοντας μεγαλύτερη τιμή παροχής.

γ) Όταν $\Sigma h_1' + \Sigma h_2' \cong \Sigma h$, η άσκηση τελειώνει.

Σημειώνουμε ότι, όπως και στα άλλα προβλήματα υπολογισμού με τη μέθοδο της δοκιμής – ελέγχου – επαναλήψεως, η όλη διαδικασία διευκολύνεται αν συντάξουμε σχετικό πίνακα.

As εφαρμόσουμε την παραπάνω μεθοδολογία στο παράδειγμά μας:

– **1^η δοκιμή:** Έστω $Q' = 100 \text{ m}^3/\text{h} = 100/3600 \text{ m}^3/\text{s}$

Υπολογισμός σωλήνα (1):

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q_1}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 2,46 \text{ m/s}$$

$$(Re_1 = \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} \Rightarrow Re_1 = 3 \cdot 10^5, \quad \epsilon / d_1 = 0,00217) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0245$$

$$\Sigma h_1 = \left(f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} + \Sigma K_1 \right) \cdot \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow \Sigma h_1 = 7,2 \text{ m}$$

Υπολογισμός σωλήνα (2):

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q_2}{\pi \cdot d_2^2} \Rightarrow v_2 = 3,54 \text{ m/s}$$

$$(Re_2 = \frac{v_2 \cdot d_2}{\nu} \Rightarrow Re_2 = 3,5 \cdot 10^5, \quad \epsilon / d_2 = 0,0026) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0256$$

$$\Sigma h_2 = \left(f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} + \Sigma K_2 \right) \cdot \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow \Sigma h_2 = 21,48 \text{ m}$$

Άρα: Αν $Q' = 100 \text{ m}^3/\text{h}$, οι απώλειες θα είναι: $\Sigma h' = 7,2 + 21,48 = 28,67 \text{ m}$

$$\Sigma h = 15 \text{ m (δεδομένο)} \Rightarrow \Sigma h' > \Sigma h \Rightarrow Q' > Q \Rightarrow Q < 100 \text{ m}^3/\text{h}$$

– **2^η δοκιμή:** Έστω $Q' = 50 \text{ m}^3/\text{h} = 50/3600 \text{ m}^3/\text{s}$

Επαναλαμβάνομε τον υπολογισμό και βρίσκομε:

$$\Sigma h' = 1,83 + 5,44 = 7,27 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' < \Sigma h \Rightarrow Q' < Q \Rightarrow Q > 50 \text{ m}^3/\text{h}$$

– **3^η δοκιμή:** Έστω $Q' = 75 \text{ m}^3/\text{h} = 75/3600 \text{ m}^3/\text{s}$

Υπολογίζομε:

$$\Sigma h' = 4,07 + 12,13 = 16,21 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' > \Sigma h \Rightarrow Q' > Q \Rightarrow Q < 75 \text{ m}^3/\text{h}$$

– **4^η δοκιμή:** Έστω $Q' = 70 \text{ m}^3/\text{h} = 70/3600 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\Sigma h = 3,55 + 10,58 = 14,14 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' < \Sigma h \Rightarrow Q' < Q \Rightarrow Q > 70 \text{ m}^3/\text{h}$$

– **5^η δοκιμή:** Έστω $Q' = 72 \text{ m}^3/\text{h} = 72/3600 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\Sigma h' = 3,76 + 11,19 = 14,95 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h' \cong \Sigma h \Rightarrow Q' \cong Q \Rightarrow Q = 72 \text{ m}^3/\text{h}$$

Άρα: $Q = 72 \text{ m}^3/\text{h}$

Σημείωση: Αν δεν μας ικανοποιεί η προσέγγιση συνεχίζομε...

Συντάσσεται και παρατίθεται ο σχετικός συγκεντρωτικός πίνακας με τα αποτελέσματα των διαδοχικών δοκιμών.

Q' m^3/h	v_1 m/s	f_1	Σh_1 m	v_2 m/s	f_2	Σh_2 m	$\Sigma h'$ m	Q m^3/h
100	2,46	0,0245	7,20	3,54	0,0256	21,48	28,67 > 15	$Q < 100$
50	1,23	0,0250	1,83	1,77	0,0259	5,44	7,27 < 15	$Q > 50$
75	1,84	0,0247	4,07	2,65	0,0257	12,13	16,21 > 15	$Q < 75$
70	1,72	0,0247	3,55	2,48	0,0257	10,58	14,14 < 15	$Q > 70$
72	1,77	0,0247	3,76	2,55	0,0257	11,19	14,95 \cong 15	$Q \cong 72$

2^η μέθοδος (Υπόθεση πλήρως τυρβώδους ροής):

Εκείνο που εμποδίζει την άμεση επίλυση του προβλήματος, είναι η αδυναμία υπολογισμού των συντελεστών τριβής f_1 και f_2 : Για τον κάθε σωλήνα γνωρίζουμε τη σχετική τραχύτητα, αλλά δεν γνωρίζουμε τον αριθμό Reynolds. Όπως λοιπόν και στο αντίστοιχο πρόβλημα του απλού σωλήνα (παράγρ. 5.7.2), μπορούμε να υποθέσουμε ότι η ροή στους δύο σωλήνες είναι πλήρως τυρβώδης (υπόθεση έντονης τύρβης – YET) και να πάρουμε από το διάγραμμα Moody τιμές για τα f_1 και f_2 .

Σύμφωνα με την εξίσωση (8.3):

$$\Sigma h = \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \cdot \left[\left(f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} + \Sigma K_1 \right) \cdot \frac{1}{d_1^4} + \left(f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} + \Sigma K_2 \right) \cdot \frac{1}{d_2^4} \right] \cdot Q^2$$

Εδώ, μόνος άγνωστος είναι η παροχή Q , την οποία και υπολογίζουμε.

Στη συνέχεια ελέγχουμε την υπόθεση της πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδους ροής (υπολογίζοντας διαδοχικά τις ταχύτητες, τους αριθμούς Reynolds και τις ακριβείς τιμές των f_1 και f_2 από το διάγραμμα Moody). Αν τουλάχιστον ένα από τα f_1 και f_2 διαφέρει απ' αυτό που χρησιμοποιήσαμε, επαναλαμβάνουμε την επίλυση της εξίσωσης (8.3) με τις νέες τιμές.

Σημείωση: Η μέθοδος που βασίζεται στην υπόθεση της πλήρους τυρβώδους ροής είναι πολύ πιο σύντομη από την αναλυτική και θα εφαρμοσθεί σε αρκετές περιπτώσεις στη συνέχεια. Για να μην προκύπτουν πολύπλοκες σχέσεις, συστήνεται να απλοποιείται η εξίσωση απωλειών του σωλήνα, με αντικατάσταση των γνωστών μεγεθών σε μονάδες SI:

$$\Sigma h_i = \alpha_i \cdot Q_i^2 \quad (\text{SI}) \quad (8.3\alpha)$$

όπου: ο συντελεστής α_i είναι αριθμός υπολογιζόμενος από τη σχέση:

$$\alpha_i = \frac{8}{\pi^2 g} \left(f_i \frac{L_i}{d_i} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{1}{d_i^4} \quad (\text{SI}) \quad (8.3\beta)$$

(οι μονάδες του α_i είναι $\text{m}^{-5} \cdot \text{s}^2$)

Έτσι, η εξίσωση (8.3) παίρνει την απλή μορφή:

$$\Sigma h = (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot Q^2 \quad (8.3\gamma)$$

από την οποία προκύπτει:

$$Q = \left(\frac{\Sigma h}{\alpha_1 + \alpha_2} \right)^{1/2} \quad (8.3\delta)$$

As επανέλθουμε στο παράδειγμά μας:

– Υποθέτουμε πλήρως τυρβώδη ροή για τους δύο σωλήνες, οπότε:

Σωλήνας (1):

$$\begin{aligned} (\epsilon/d_1 = 0,0021, \text{YET}) &\xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,024 \\ (8.3\beta) \Rightarrow \alpha_1 &= 9141 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma h_1 = 9141 \cdot Q^2 \text{ (SI)} \end{aligned}$$

Σωλήνας (2):

$$\begin{aligned} (\epsilon/d_2 = 0,0026, \text{YET}) &\xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,025 \\ (8.3\beta) \Rightarrow \alpha_2 &= 27410 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma h_2 = 27410 \cdot Q^2 \text{ (SI)} \\ (8.3\gamma) \Rightarrow 15 &= 36551 \cdot Q^2 \text{ (SI)} \Rightarrow Q = 0,02026 \text{ m}^3/\text{s} = 72,9 \text{ m}^3/\text{h} \end{aligned}$$

– Έλεγχος υποθέσεων:

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 1,8 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_1 = 2,15 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0247$$

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} \Rightarrow v_2 = 1,8 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_2 = 2,15 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0257$$

Οι αποκλίσεις των f είναι της τάξεως του 3%. Η προσέγγιση δύναται να θεωρηθεί ικανοποιητική. Αν επιθυμούμε μεγαλύτερη ακρίβεια, επαναλαμβάνομε τον υπολογισμό με τις νέες τιμές των f , οπότε προκύπτει:

$$\begin{aligned} - (\text{Διόρθωση}): \quad \alpha_1 &= 9387 \text{ (SI)}, \quad \alpha_2 = 27970 \text{ (SI)} \\ (8.3\gamma) \Rightarrow Q &= 0,02004 \text{ m}^3/\text{s} = 72,1 \text{ m}^3/\text{h} \end{aligned}$$

Άρα, το πρόβλημα υπολογισμού της παροχής σωλήνων συνδεδεμένων σε σειρά, δεν επιλύεται άμεσα. Υπάρχουν δύο μέθοδοι επίλυσης:

- Η επαναληπτική μέθοδος: Υπόθεση παροχής (Υπόθεση - επίλυση - έλεγχος - νέα υπόθεση).
- Η μέθοδος της υποθέσεως πλήρως αναπτυγμένης τύρβης (YET - επίλυση - έλεγχος YET - πιθανή διόρθωση).

8.1.3 Υπολογισμός διαμέτρου.

Συχνά χρειάζεται να επιλέξουμε σωλήνα κατάλληλης διαμέτρου, ο οποίος θα συνδεθεί σε σειρά. Επιλέγουμε τη μικρότερη (άρα πιο οικονομική) διάμετρο που καλύπτει τις ανάγκες της σωληνώσεως. Σ' αυτήν την περίπτωση, γνωρίζουμε τα υπόλοιπα μεγέθη των σωλήνων, καθώς επίσης τις απαιτήσεις παροχής και απωλειών.

Παράδειγμα 3

Επιθυμούμε να συνδέσουμε δύο δεξαμενές νερού, υψομετρικής διαφοράς 5 m και αποστάσεως 40 m, αλλά ο διαθέσιμος σωλήνας από ασφαλισμένο χυτοσίδηρο, διαμέτρου 12 cm, έχει μήκος 25 m. Να υπολογισθεί (σε mm) η ελάχιστη διάμετρος σωλήνα από το ίδιο υλικό που θα συμπληρώσει τη σύνδεση, ώστε η παροχή να είναι τουλάχιστον 50 m³/h. Οι δευτερεύουσες απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες.

Λύση:

$$\text{Δεδομένα: } L_1 = 25 \text{ m} \quad d_1 = 0,12 \text{ cm} \quad \epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,00012 \text{ m (Πίν. 5.4.2)}$$

$$L_2 = 15 \text{ m} \quad \Sigma K = 0 \quad Q \geq 50 \text{ m}^3/\text{h} \quad y_1 - y_2 = 5 \text{ m}$$

Ζητούμενο: d_2

Καταρχήν, επειδή έχουμε ένα ενεργειακό δεδομένο (την υψομετρική διαφορά $y_1 - y_2$), εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli:

$$y_1 - y_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \Sigma h \Rightarrow H = y_1 - y_2 = \Sigma h \Rightarrow \Sigma h = 5 \text{ m}$$

Οι απώλειες συνδέονται με την παροχή, με την εξίσωση (8.3):

$$\Sigma h = \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \cdot \left[\left(f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} + \Sigma K_1 \right) \cdot \frac{1}{d_1^4} + \left(f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} + \Sigma K_2 \right) \cdot \frac{1}{d_2^4} \right] \cdot Q^2$$

Στην εξίσωση αυτή, άγνωστοι είναι η διάμετρος d_2 (που είναι το ζητούμενο) και οι συντελεστές τριβής f_1 και f_2 . Όσον αφορά στην παροχή, γνωρίζουμε την ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή της.

Παρατηρούμε πως δεν έχουμε επαρκή δεδομένα για να υπολογίσουμε από το διάγραμμα Moody τα f_1 και f_2 . Για το f_2 δεν μας βοηθά ούτε η υπόθεση της πλήρως αναπτυγμένης τύρβης, αφού δεν γνωρίζουμε τη σχετική τραχύτητα ϵ_2/d_2 . Επομένως, ο μόνος δρόμος, είναι να υποθέσουμε κάποια τιμή d_2' για τη διάμετρο, να υπολογίσουμε την παροχή Q' που προκύπτει (όπως στο παράδειγμα 2) και να τη συγκρίνουμε με τη δοσμένη ελάχιστη παροχή Q_{\min} :

- Αν $Q' < Q_{\min} \Rightarrow d_2 > d_2'$ (η d_2' απορρίπτεται).

– Αν $Q' > Q_{\min} \Rightarrow d_2 \leq d_2'$ (η d_2' δεν απορρίπτεται, αλλά μπορεί να υπάρχει και μικρότερη διάμετρος που ικανοποιεί τις απαιτήσεις του συστήματος).

Η ελάχιστη διάμετρος είναι εκείνη για την οποία $Q' \cong Q_{\min}$.

Σε κάθε υπόθεση, εφαρμόζουμε το πρόβλημα υπολογισμού της παροχής. Προτείνεται να ακολουθήσουμε το δεύτερο τρόπο που βασίζεται στην υπόθεση της έντονης τύρβης (YET). Επειδή οι περισσότερες δοκιμές δεν θα δώσουν το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα, δεν απαιτούν ακρίβεια, επομένως είναι περιττός ο έλεγχος της YET. Αυτός είναι αναγκαίος μόνο για τη δοκιμή που θα μας δώσει το ορθό αποτέλεσμα.

Επανερχόμενοι στο παράδειγμα:

– **1^η δοκιμή:** Έστω $d_2' = 100 \text{ mm} = 0,100 \text{ m}$

Υποθέτοντας έντονα τυρβώδη ροή, υπολογίζουμε τους συντελεστές τριβής και την παροχή:

Σωλήνας (1):

$$(\epsilon/d_1 = 0,001, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0196$$

$$(8.3\beta) \Rightarrow a_1 = 1630 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma h_1 = 1630 \cdot Q^2 \text{ (SI)}$$

Σημειώνουμε ότι οι διαδοχικές δοκιμές που θα ακολουθήσουν, δεν επηρεάζουν το σωλήνα (1), επομένως δε χρειάζεται επανάληψη του παραπάνω υπολογισμού.

Σωλήνας (2):

$$(\epsilon/d_2 = 0,0012, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0205$$

$$(8.3\beta) \Rightarrow a_2 = 2545 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma h_2 = 2545 \cdot Q^2 \text{ (SI)}$$

$$\text{Υπολογισμός παροχής: } Q = \left(\frac{\Sigma h}{a_1 + a_2} \right)^{1/2} \quad (8.3\delta)$$

$$(8.3\delta) \Rightarrow Q' = 0,0346 \text{ m}^3/\text{s} = 124,5 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$Q' > Q_{\min} \Rightarrow d_2 \leq d_2' = 100 \text{ mm}$$

– **2^η δοκιμή:** Έστω $d_2' = 50 \text{ mm} = 0,050 \text{ m}$

Σωλήνας (2):

$$(\epsilon/d_2 = 0,0024, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0245$$

$$(8.3\beta) \Rightarrow a_2 = 97560 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma h_2 = 97560 \cdot Q^2 \text{ (SI)}$$

$$\text{Υπολογισμός παροχής: } (8.3\delta) \Rightarrow Q' = 0,0071 \text{ m}^3/\text{s} = 25,5 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$Q' < Q_{\min} \Rightarrow d_2 > d_2' = 50 \text{ mm}$$

Συντάσσουμε πίνακα δοκιμών και συνεχίζουμε:

d_2' mm	ϵ/d_2	f_2	a_2	$a_1 + a_2$	Q' m^3/s	Q' m^3/h	Σύγκριση	d_2
100	0,0012	0,0205	2545	4175	0,0346	124,6	$Q' > Q_{\min}$	$d_2 \leq 100$
50	0,0024	0,0246	97559	99189	0,0071	25,6	$Q' > Q_{\min}$	$d_2 > 50$
70	0,0017	0,0225	16584	18214	0,0166	59,6	$Q' > Q_{\min}$	$d_2 \leq 70$
60	0,0020	0,0234	37330	38960	0,0113	40,8	$Q' > Q_{\min}$	$d_2 > 60$
65	0,0018	0,0229	24493	26123	0,0138	49,8	$Q' > Q_{\min}$	$d_2 > 65$
66	0,0018	0,0228	22602	24232	0,0144	51,7	$Q' > Q_{\min}$	$d_2 \leq 66$

Από τις δύο τελευταίες δοκιμές, συμπεραίνουμε ότι η ζητούμενη ελάχιστη διάμετρος, βρίσκεται ανάμεσα στα 65 και 66 mm:

$$65 \text{ mm} < d_2 \leq 66 \text{ mm}$$

Πριν καταλήξουμε όμως στην τελική επιλογή των 66 mm, ελέγχουμε την υπόθεση της αναπτυγμένης τύρβης (μόνο για την ελάχιστη αποδεκτή διάμετρο του πίνακα) και διορθώνουμε (εφόσον χρειαστεί):

Έλεγχος YET:

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 1,25 \text{ m/s} \Rightarrow Re_1 = 1,5 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0213 \neq 0,0196$$

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_2^2} \Rightarrow v_2 = 4,12 \text{ m/s} \Rightarrow Re_2 = 2,7 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0235 \neq 0,0228$$

Διόρθωση: $\alpha_1 = 1767 \text{ (SI)}$,

$\alpha_2 = 23263 \text{ (SI)}$

(8.38) $\Rightarrow Q' = 0,0141 \text{ m}^3/\text{s} = 50,9 \text{ m}^3/\text{h} \quad (> Q_{\min} = 50 \text{ m}^3/\text{h})$

Άρα: $d_2 = 66 \text{ mm}$
(και $Q = 50,9 \text{ m}^3/\text{h}$)

Ανακεφαλαιώνοντας, το πρόβλημα υπολογισμού διαμέτρου επιλύεται με την **επαναληπτική μέθοδο** των δοκιμών.

Συνήθως, το ύψος απωλειών είναι συγκεκριμένο και υπάρχει απαίτηση ελάχιστης παροχής. Υποθέτουμε μία τιμή για την άγνωστη διάμετρο, υπολογίζουμε την (υποθετική) παροχή των σωλήνων (πρόβλημα υπολογισμού παροχής). Με **κριτήριο** την **ελάχιστη παροχή** του προβλήματος, διορθώνουμε την υπόθεση για την τιμή της διαμέτρου και επαναλαμβάνουμε.

Αν σε πρόβλημα υπολογισμού διαμέτρου, δίνεται ορισμένη παροχή και μέγιστο ύψος απωλειών, τότε υποθέτουμε κάποια τιμή για την άγνωστη διάμετρο, υπολογίζουμε τις απώλειες (πρόβλημα υπολογισμού απωλειών) και τις συγκρίνουμε με το δοσμένο μέγιστο ύψος απωλειών (**κριτήριο** το **μέγιστο ύψος απωλειών**).

8.2 Παράλληλη σύνδεση σωλήνων.

Αρκετά συχνά σε κάποιο σημείο ενός σωλήνα, η ροή διακλαδίζεται σε δύο επιμέρους ροές (κλάδους) και σε ένα επόμενο σημείο, οι κλάδοι συγκλίνουν σε ενιαία ροή (by pass). Σ' αυτήν την περίπτωση μιλάμε για παράλληλη σύνδεση δύο (ομοίων ή διαφορετικών) σωλήνων.

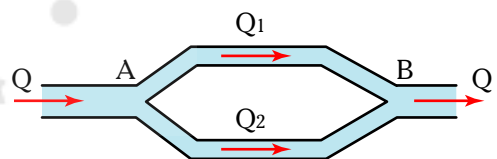
Οι σωλήνες (1) και (2) του σχήματος 8.2α, είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Η ενιαία ροή, παροχής Q , διακλαδίζεται στο σημείο Α σε δύο επιμέρους ροές με παροχές Q_1 και Q_2 . Το σημείο Α ονομάζεται σημείο **διακλαδώσεως** ή **κόμβος**.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας στον κόμβο Α προκύπτει:

$$Q = \text{σταθ.} \Rightarrow \sum Q_{\text{εισ}} = \sum Q_{\text{εξ}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = Q_1 + Q_2 \quad (8.4)$$

Στο σημείο Β, οι δύο επιμέρους ροές ενώνονται. Το σημείο Β είναι επίσης κόμβος και η εξίσωση της συνέχειας θα δώσει:



Σχ. 8.2α.
Παράλληλη σύνδεση.

$$Q = \text{σταθ.} \Rightarrow \Sigma Q_{\text{εισ}} = \Sigma Q_{\text{εξ}} \Rightarrow Q_1 + Q_2 = Q$$

σχέση δηλαδή ταυτόσημη με την (8.4).

Αντικαθιστώντας τις παροχές σε συνάρτηση με τις ταχύτητες και τις διαμέτρους (εξίσωση συνέχειας), η εξίσωση (8.2.1) γίνεται:

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot v_1 + \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 \Rightarrow d^2 \cdot v = d_1^2 \cdot v_1 + d_2^2 \cdot v_2 \quad (8.4a)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli στο σωλήνα (1), μεταξύ των σημείων Α και Β, λαμβάνομε:

$$y_A - y_B + \frac{p_A - p_B}{\gamma} + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} = \Sigma h_1 \quad (8.5a)$$

Αντίστοιχα για το σωλήνα (2):

$$y_A - y_B + \frac{p_A - p_B}{\gamma} + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} = \Sigma h_2 \quad (8.5\beta)$$

Οι σχέσεις αυτές έχουν ίσα τα πρώτα μέλη, οπότε προκύπτει:

$$\Sigma h = \Sigma h_1 = \Sigma h_2 \quad (8.5)$$

Δηλαδή οι ενεργειακές απώλειες ανά μονάδα βάρους διακινούμενου ρευστού είναι ίδιες στους δύο παράλληλα συνδεδεμένους σωλήνες.

Αντικαθιστώντας από την εξίσωση των απωλειών προκύπτει:

$$\left(f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} + \Sigma K_1 \right) \cdot \frac{Q_1^2}{d_1^4} = \left(f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} + \Sigma K_2 \right) \cdot \frac{Q_2^2}{d_2^4} \quad (8.5\gamma)$$

Αν οι τοπικές απώλειες είναι αμελητέες:

$$f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1^5} \cdot Q_1^2 = f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2^5} \cdot Q_2^2 \quad (8.5\delta)$$

Χρησιμοποιώντας τους συντελεστές α_i :

$$\alpha_1 \cdot Q_1^2 = \alpha_2 \cdot Q_2^2 \quad (8.5\epsilon)$$

Οι εξισώσεις (8.4) και (8.5) γενικεύονται στην περίπτωση που μεταξύ των δύο σημείων (κόμβων) Α και Β έχουμε περισσότερους από δύο σωλήνες σε παράλληλη σύνδεση:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots \quad (8.4)$$

$$\Sigma h = h_1 = h_2 = \dots \quad (8.5)$$

Κατά την παράλληλη σύνδεση δύο ή περισσότερων σωλήνων:

- Η ολική παροχή ισούται με το άθροισμα των επιμέρους παροχών.
- Οι απώλειες ανά μονάδα βάρους είναι ίδιες για όλους τους σωλήνες.

Και στην παράλληλη σύνδεση συναντάμε τα τρία προβλήματα: Υπολογισμός απωλειών, παροχών, διαμέτρου. Όπως θα δούμε με τα παραδείγματα που ακολουθούν, άμεση επίλυση είναι δυνατή μόνο όταν είναι δεδομένο το ύψος απωλειών (που είναι κοινό για τους παράλληλα συνδεδεμένους σωλήνες) και ζητείται να υπολογισθεί η παροχή.

8.2.1 Υπολογισμός του ύψους απωλειών.

Στην περίπτωση αυτή, είναι γνωστά τα μεγέθη των παράλληλα συνδεδεμένων σωλήνων και η ολική

παροχή. Επειδή όμως δεν γνωρίζουμε την παροχή κάθε σωλήνα χωριστά, το πρόβλημα περιπλέκεται.

Παράδειγμα 4

Οι τρεις σωλήνες του σχήματος 8.2β είναι από χυτοσίδηρο, με διαμέτρους 3 cm, 4 cm και 5 cm και μήκη 60 m, 40 m, 60 m αντίστοιχα.

Αν η ολική ροή νερού είναι 15 L/s, να υπολογισθεί το ύψος απωλειών από το Α στο Β και η παροχή σε κάθε σωλήνα. Δίνονται: $\Sigma K_1 = 3$, $\Sigma K_2 = 1$, $\Sigma K_3 = 3$.

Λύση:

Δεδομένα: $d_1 = 0,03 \text{ m}$ $d_2 = 0,04 \text{ m}$ $d_3 = 0,05 \text{ m}$
 $L_1 = 60 \text{ m}$ $L_2 = 40 \text{ m}$ $L_3 = 60 \text{ m}$
 $\Sigma K_1 = 3$ $\Sigma K_2 = 1$ $\Sigma K_3 = 3$
 $\epsilon = 0,00026 \text{ m}$ (Πίν. 5.4.2) $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
 $Q = 20 \text{ L/s} = 0,015 \text{ m}^3/\text{s}$

Ζητούμενα: Σh Q_1 Q_2 Q_3

Η σύνδεση είναι παράλληλη, επομένως ισχύουν οι εξισώσεις (8.4) και (8.5):

$$(8.4) \Rightarrow Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (1)$$

$$(8.5) \Rightarrow \Sigma h = \Sigma h_1 = \Sigma h_2 = \Sigma h_3 \quad (2)$$

Παρατηρούμε πως δεν έχουμε επαρκή δεδομένα για να υπολογίσουμε κάποιον από τους τρεις σωλήνες, αφού για καθένα είναι άγνωστη η παροχή και οι απώλειες ύψους. Δεν υπάρχει επομένως άμεση επίλυση. Και σ' αυτήν την περίπτωση, υπάρχουν δύο τρόποι επίλυσης με υποθέσεις:

1^η μέθοδος (Αναλυτική):

Υποθέτουμε κάποιο ύψος απωλειών $\Sigma h'$. Αυτό, σύμφωνα με την εξίσωση (2), είναι κοινό και για τους τρεις σωλήνες. Για κάθε σωλήνα υπολογίζουμε την (υποθετική) παροχή Q_i' (εφαρμογή του δεύτερου προβλήματος του σωλήνα).

Χρησιμοποιούμε για έλεγχο τη σχέση (1):

Αν $Q' > Q \Rightarrow \Sigma h' > \Sigma h$. Επαναλαμβάνουμε με μικρότερο $\Sigma h'$.

Αν $Q' < Q \Rightarrow \Sigma h' < \Sigma h$. Επαναλαμβάνουμε με μεγαλύτερο $\Sigma h'$.

Αν $Q' \approx Q \Rightarrow \Sigma h' \approx \Sigma h$ και το πρόβλημα τελειώνει.

Επειδή, μετά τα παραδείγματα που προηγήθηκαν, η μέθοδος είναι σαφής (αλλά και χρονοβόρα), συστήνουμε να εξασκηθούν οι σπουδαστές, επίλυοντας το παράδειγμα μ' αυτήν τη διαδικασία. Εδώ, θα προχωρήσουμε στην επίλυση με τη δεύτερη μέθοδο (υπόθεση αναπτυγμένης τύρβης), την οποία και συνηθίζουμε.

2^η μέθοδος (YET):

Γνωρίζουμε τη σχετική ταχύτητα των παράλληλα συνδεδεμένων σωλήνων, επομένως, υποθέτοντας πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή, υπολογίζουμε τους συντελεστές τριβής (από το διάγραμμα Moody). Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τα α_i :

Σωλήνας (1):

$$(\epsilon/d_1 = 0,0087, \text{YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,036$$

$$\alpha_1 = 7677922 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma h_1 = \Sigma h = 7677922 \cdot Q_1^2 \text{ (SI)} \quad (3a)$$

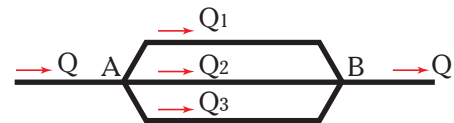
Σωλήνας (2):

$$(\epsilon/d_2 = 0,0065, \text{YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,033$$

$$\alpha_2 = 1097388 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma h_2 = \Sigma h = 1097388 \cdot Q_2^2 \text{ (SI)} \quad (3b)$$

Σωλήνας (3):

$$(\epsilon/d_3 = 0,0052, \text{YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_3 = 0,0307$$



Σχ. 8.2β.

$$\alpha_3 = 527193 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma h_3 = \Sigma h = 527193 \cdot Q_3^2 \text{ (SI)} \quad (3\gamma)$$

Από τις σχέσεις (3α), (3β) και (3γ), μπορούμε να υπολογίσουμε τα Q_1 , Q_2 και Q_3 συναρτήσει του (ζητούμενου) Σh :

$$Q_1 = \sqrt{\Sigma h} \cdot \sqrt{1/\alpha_1} \Rightarrow Q_1 = 0,000361 \cdot \sqrt{\Sigma h} \text{ (SI)} \quad (4\alpha)$$

$$Q_2 = \sqrt{\Sigma h} \cdot \sqrt{1/\alpha_2} \Rightarrow Q_2 = 0,000955 \cdot \sqrt{\Sigma h} \text{ (SI)} \quad (4\beta)$$

$$Q_3 = \sqrt{\Sigma h} \cdot \sqrt{1/\alpha_3} \Rightarrow Q_3 = 0,001377 \cdot \sqrt{\Sigma h} \text{ (SI)} \quad (4\gamma)$$

Αντικαθιστώντας τα Q_i στη σχέση των παροχών (1), προκύπτει εξίσωση με μόνο άγνωστο τις απώλειες ύψους Σh :

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q = 0,000361 \cdot \sqrt{\Sigma h} + 0,000955 \cdot \sqrt{\Sigma h} + 0,001377 \cdot \sqrt{\Sigma h} \Rightarrow \text{(SI)} \\ &\Rightarrow Q = 0,002693 \cdot \sqrt{\Sigma h} \Rightarrow \text{(SI)} \\ &\Rightarrow \Sigma h = 31 \text{ m} \end{aligned}$$

Από τις σχέσεις (4α, 4β, 4γ), υπολογίζουμε τις παροχές σε κάθε σωλήνα:

$$(4\alpha) \Rightarrow Q_1 = 0,00201 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(4\beta) \Rightarrow Q_2 = 0,00532 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(4\gamma) \Rightarrow Q_3 = 0,00767 \text{ m}^3/\text{s}$$

Έλεγχος της YET: Πριν αποδεχθούμε τα αποτελέσματα, πρέπει να ελέγξουμε τις υποθέσεις της αναπτυσσόμενης τύρβης. Αν ένα τουλάχιστον από τα f έχει τιμή διαφορετική απ' αυτήν που χρησιμοποιήσαμε, επαναλαμβάνουμε τον υπολογισμό με τις νέες τιμές.

$$\text{Σωλήνας 1: } v_1 = 2,84 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_1 = 8,5 \cdot 10^4 \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0369$$

$$\text{Σωλήνας 2: } v_2 = 4,23 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_2 = 1,7 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0335$$

$$\text{Σωλήνας 3: } v_3 = 2,84 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_3 = 8,5 \cdot 10^4 \xrightarrow{\text{Moody}} f_3 = 0,0312$$

Παρατηρούμε ότι οι αποκλίσεις είναι μικρότερες από 2%, άρα θεωρούνται ικανοποιητικές και δεν χρειάζεται διόρθωση. Άρα:

$$\Sigma h = 31 \text{ m}$$

$$Q_1 = 0,00201 \text{ m}^3/\text{s} = 2,01 \text{ L/s}$$

$$Q_2 = 0,00532 \text{ m}^3/\text{s} = 5,32 \text{ L/s}$$

$$Q_3 = 0,00767 \text{ m}^3/\text{s} = 7,67 \text{ L/s}$$

Σημείωση: Η διόρθωση θα έδινε: $\Sigma h = 31,5 \text{ m}$, $Q_1 = 1,99 \text{ L/s}$, $Q_2 = 5,28 \text{ L/s}$, $Q_3 = 7,61 \text{ L/s}$

8.2.2 Υπολογισμός των παροχών.

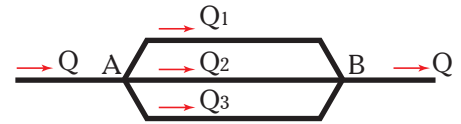
Γνωρίζουμε τα μεγέθη των σωλήνων και τις απώλειες ύψους μεταξύ των δύο κόμβων της παράλληλης συνδέσεως. Αυτές όμως είναι και οι απώλειες κάθε σωλήνα, επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε την παροχή κάθε σωλήνα χωριστά. Στη συνέχεια, προσθέτουμε τις επιμέρους παροχές.

Παράδειγμα 5

Οι σωλήνες (1), (2) και (3) του σχήματος 8.2γ έχουν διαμέτρους 8, 6 και 4 cm, μήκη 100, 150 και 80 m και τραχύτητα 0,24, 0,12 και 0,20 mm. Αν η πίεση στο σημείο Α είναι 150 ΚΡα μεγαλύτερη από την πίεση του σημείου Β και το Α βρίσκεται 5 m υψηλότερα από το Β, να υπολογισθούν οι παροχές νερού στους σωλήνες (σε m³/h). Οι δευτερεύουσες απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες.

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{Δεδομένα: } d_1 &= 0,08 \text{ m} & d_2 &= 0,06 \text{ m} & d_3 &= 0,04 \text{ m} \\ L_1 &= 100 \text{ m} & L_2 &= 150 \text{ m} & L_3 &= 80 \text{ m} \\ \epsilon_1 &= 0,00024 \text{ m} & \epsilon_2 &= 0,00012 \text{ m} & \epsilon_3 &= 0,00020 \text{ m} \\ \nu &= 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} & \gamma &= 9,81 \text{ KN/m}^3 \\ p_A - p_B &= 150 \text{ KPa} & y_A - y_B &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

**Σχ. 8.2γ**

Ζητούμενα: Q_1 Q_2 Q_3

Η σύνδεση είναι παράλληλη, επομένως ισχύουν οι εξισώσεις (8.4) και (8.5):

$$(8.4) \Rightarrow Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (1)$$

$$(8.5) \Rightarrow \Sigma h = \Sigma h_1 = \Sigma h_2 = \Sigma h_3 \quad (2)$$

Αξιοποιούμε τα ενεργειακά δεδομένα και, εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli, υπολογίζουμε το ύψος απωλειών από το Α ως το Β:

$$\begin{aligned} A - B: y_A - y_B + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} + \frac{p_A - p_B}{\gamma} &= \Sigma h \Rightarrow \\ \Rightarrow y_A - y_B + \frac{p_A - p_B}{\gamma} &= \Sigma h \Rightarrow \Sigma h = 20,3 \text{ m} \end{aligned}$$

Αφού το ύψος απωλειών είναι κοινό (σχέση 2), έχουμε επαρκή δεδομένα για να υπολογίσουμε την παροχή κάθε σωλήνα (δεύτερο πρόβλημα του σωλήνα).

Σωλήνας (1):

$$\begin{aligned} (\epsilon/d_1 = 0,003, \text{ YET}) &\xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0265 \\ \alpha_1 = 65977 \text{ (SI)} &\Rightarrow \Sigma h_1 = \Sigma h = 65977 \cdot Q_1^2 \text{ (SI)} \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_1 &= 0,0174 \text{ m}^3/\text{s} = 62,8 \text{ m}^3/\text{h} \end{aligned}$$

$$\text{Έλεγχος YET: } v_1 = 3,5 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_1 = 2,8 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0267 \approx 0,0265$$

Σωλήνας (2):

$$\begin{aligned} (\epsilon/d_2 = 0,002, \text{ YET}) &\xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0237 \\ \alpha_2 = 378077 \text{ (SI)} &\Rightarrow \Sigma h_2 = \Sigma h = 378077 \cdot Q_2^2 \text{ (SI)} \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_2 &= 0,00733 \text{ m}^3/\text{s} = 26,4 \text{ m}^3/\text{h} \end{aligned}$$

$$\text{Έλεγχος YET: } v_2 = 2,59 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_2 = 1,6 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0245$$

$$\text{Διόρθωση: } Q_2 = 0,00721 \text{ m}^3/\text{s} = 26,0 \text{ m}^3/\text{h}$$

Σωλήνας (3):

$$\begin{aligned} (\epsilon/d_3 = 0,005, \text{ YET}) &\xrightarrow{\text{Moody}} f_3 = 0,0307 \\ \alpha_3 = 1966744 \text{ (SI)} &\Rightarrow \Sigma h_3 = \Sigma h = 1966744 \cdot Q_3^2 \text{ (SI)} \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_3 &= 0,00321 \text{ m}^3/\text{s} = 11,6 \text{ m}^3/\text{h} \end{aligned}$$

Έλεγχος ΥΕΤ: $v_3 = 2,56 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_2 = 1 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0313$

Διόρθωση: $Q_3 = 0,00317 \text{ m}^3/\text{s} = 11,4 \text{ m}^3/\text{h}$

Άρα: $Q_1 = 62,8 \text{ m}^3/\text{h}$

$Q_2 = 26,0 \text{ m}^3/\text{h}$

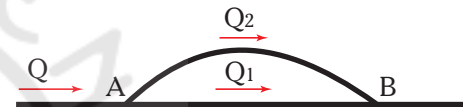
$Q_3 = 11,4 \text{ m}^3/\text{h}$

8.2.3 Υπολογισμός διαμέτρου.

Το πρόβλημα επιλογής διαμέτρου ενός σωλήνα, ο οποίος θα συνδεθεί παράλληλα, όπως και όλα τα προβλήματα υπολογισμού διαμέτρου που συναντήσαμε, απαιτεί την επαναληπτική διαδικασία των δοκιμών. Γνωρίζουμε τα υπόλοιπα μεγέθη των σωλήνων της παράλληλης συνδέσεως, καθώς επίσης τις απαιτήσεις παροχής και απωλειών.

Παράδειγμα 6

Σε ευθύ σωλήνα από εμπορικό χάλυβα διαμέτρου 10 cm ρέει νερό. Μεταξύ των σημείων Α και Β τα οποία απέχουν μεταξύ τους 8 m, επιθυμούμε να συνδέσουμε παράλληλα σωλήνα μήκους 10 m από το ίδιο υλικό, στον οποίο η παροχή να είναι $15 \text{ m}^3/\text{h}$ (σχ. 8.2δ). Να υπολογισθεί η διάμετρος του σωλήνα (σε mm), αν η παροχή στον κύριο σωλήνα δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από $60 \text{ m}^3/\text{h}$. Δίνονται: $\Sigma K_1 = 0, \Sigma K_2 = 5$



Σχ. 8.2δ.

Λύση:

Δεδομένα: $d_1 = 0,10 \text{ m}$ $L_1 = 8 \text{ m}$ $L_2 = 10 \text{ m}$ $\Sigma K_1 = 0$ $\Sigma K_2 = 5$

$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,000046 \text{ m}$ (Πίν. 5.4.2) $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$Q_1 \leq 60/3600 \text{ m}^3/\text{s}$ $Q_2 = 15/3600 \text{ m}^3/\text{s}$

Ζητούμενο: d_2

Όταν δίνεται μέγιστη παροχή σε ένα σωλήνα, έμμεσα δίνεται το μέγιστο ύψος των επιτρεπομένων απωλειών (αφού οι απώλειες σε ένα σωλήνα είναι ανάλογες του τετραγώνου της παροχής):

$$\Sigma h_{1,\max} = a_1 \cdot Q_{1,\max}^2 \quad (1)$$

Επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε τις μέγιστες επιτρεπόμενες απώλειες στο σωλήνα (1) από το Α ως το Β:

– Υπολογισμός απωλειών σωλήνα (1) για $Q_1 = Q_{1,\max} = 60/3600 \text{ m}^3/\text{s}$:

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 2,12 \text{ m/s} \quad \text{Re}_1 = \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} \Rightarrow \text{Re}_1 = 2,1 \cdot 10^5$$

$$(\text{Re}_1 = 2,1 \cdot 10^5, \epsilon/d_1 = 0,00046) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,018$$

$$\Sigma h_1 = \left(f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} + \Sigma K_1 \right) \cdot \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow \Sigma h_1 = \Sigma h_2 = \Sigma h = 0,337 \text{ m}$$

Άρα οι μέγιστες επιτρεπόμενες απώλειες είναι: $\Sigma h_{\max} = 0,337 \text{ m}$

Το πρόβλημα έτσι, ανάγεται σε πρόβλημα υπολογισμού διαμέτρου ενός σωλήνα, όταν γνωρίζουμε το μέγιστο ύψος επιτρεπομένων απωλειών. Όπως είδαμε στην παράγραφο 5.7.3 (παράδειγμα 18), επιλύεται με δοκιμές:

– **1^η δοκιμή:** Έστω $d_2' = 100 \text{ mm} = 0,1 \text{ m}$.

$$v_2' = \frac{4 \cdot Q_2}{\pi \cdot d_2^2} \Rightarrow v_2' = 0,53 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_1 = \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} \Rightarrow \text{Re}_2' = 5,3 \cdot 10^4$$

$$(\text{Re}_2' = 5,3 \cdot 10^4, \quad \epsilon/d_2' = 0,00046) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2' = 0,022$$

$$\Sigma h_2 = \left(f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} + \Sigma K_2 \right) \cdot \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow \Sigma h_2' = 0,103 \text{ m}$$

$$\Sigma h_2' < \Sigma h_{\max} \Rightarrow d_2' \geq d_2 \Rightarrow d_2 \leq 100 \text{ mm}$$

– **2^η δοκιμή:** Επιλέγουμε διάμετρο μικρότερη των 100 mm και επαναλαμβάνουμε με διαδοχικές δοκιμές συντάσσοντας το σχετικό πίνακα που ακολουθεί:

Έστω $d_2' = 50 \text{ mm} = 0,05 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h_2' = 2,138 \text{ m} > \Sigma h_{\max} \Rightarrow d_2 > 50 \text{ mm}$

d_2' mm	ϵ/d_2'	v_2' m/s	Re_2'	f_2'	$\Sigma h_2'$ m	Σύγκριση με Σh_{\max}	d_2 mm
100	0,00046	0,53	$5,3 \cdot 10^4$	0,0219	0,103	< 0,337	$d_2 \leq 100$
50	0,00092	2,12	$1,1 \cdot 10^5$	0,0216	2,138	> 0,337	$d_2 > 50$
70	0,000657	1,08	$7,6 \cdot 10^5$	0,0214	0,481	> 0,337	$d_2 > 70$
80	0,000575	0,83	$6,6 \cdot 10^5$	0,0215	0,269	< 0,337	$d_2 \leq 80$
75	0,000613	0,94	$7,1 \cdot 10^5$	0,0215	0,356	> 0,337	$d_2 > 75$
77	0,000597	0,89	$6,9 \cdot 10^5$	0,0215	0,318	< 0,337	$d_2 \leq 77$
76	0,000605	0,92	$7,0 \cdot 10^5$	0,0215	0,336	< 0,337	$d_2 \leq 76$

Άρα, η ελάχιστη διάμετρος που ικανοποιεί τις απαιτήσεις του προβλήματος, είναι: $d_2 = 76 \text{ mm}$

8.3 Μεικτή σύνδεση σωλήνων.

Σε ορισμένες περιπτώσεις, συναντάμε μεικτή συνδεσμολογία σωλήνων, όπως αυτή που απεικονίζεται στο σχήμα 8.3α.

Οι σχέσεις προκύπτουν λαμβάνοντας υπόψη τα όσα ισχύουν για τη σύνδεση σε σειρά και την παράλληλη σύνδεση. Έτσι, όσον αφορά την παροχή της συνδεσμολογίας του σχήματος 8.3α και λαμβάνοντας υπόψη ότι:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad \text{και} \quad Q_3 = Q_4 + Q_5$$

προκύπτει:

$$Q = Q_1 = Q_2 + Q_3 = Q_2 + (Q_4 + Q_5) = Q_6 = Q_7 \quad (8.6)$$

Αντίστοιχα για τις απώλειες, λαμβάνοντας υπόψη ότι:

$$\Sigma h_4 = \Sigma h_5 \quad \text{και} \quad \Sigma h_2 = \Sigma h_3 + \Sigma h_4$$

προκύπτει:

$$\Sigma h = \Sigma h_1 + \Sigma h_2 + \Sigma h_6 + \Sigma h_7 \quad (8.7)$$

Πολύ χρήσιμες είναι οι σχέσεις που συνδέουν τις απώλειες με τις παροχές. Ενδείκνυται, στη μεικτή σύνδεση, να χρησιμοποιούμε την εξίσωση των απωλειών (Darcy–Weisbach) στις ισοδύναμες μορφές:

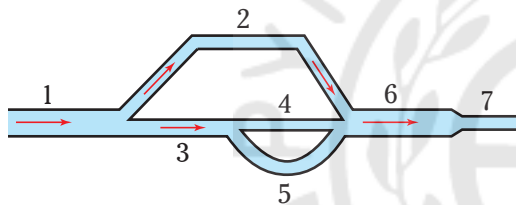
$$h_i = a_i \cdot Q_i^2 \Leftrightarrow Q_i = a_i^{-0,5} \cdot h_i^{0,5} \quad (8.8)$$

Έτσι, για παράδειγμα για τους σωλήνες 3, 4 και 5 του σχήματος, θα ισχύει:

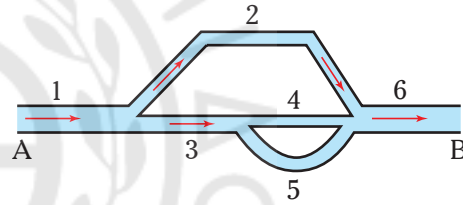
$$Q_3 = Q_4 + Q_5 \Rightarrow Q_3 = (a_4^{-0,5} + a_5^{-0,5}) \cdot h_4^{0,5}$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι τα a_i μπορούμε να τα υπολογίσουμε (κατά προσέγγιση), αν κάνουμε υπόθεση αναπτυγμένης τύρβης, παρατηρούμε πως οι τρεις άγνωστοι της πρώτης σχέσεως (Q_3 , Q_4 , Q_5), μειώθηκαν σε δύο (Q_3 , h_4) στη δεύτερη.

Η **μεθοδολογία** υπολογισμού βασίζεται στη μεθοδολογία που είδαμε στα παραδείγματα των συνδέσεων σε σειρά και παράλληλα. Γενικά, ανάλογα με τα δεδομένα του προβλήματος, ξεκινάμε είτε από τις ενσωματωμένες συνδέσεις και προχωράμε σταδιακά σε όλη τη σωλήνωση, είτε από τη συνολική σωλήνωση και προχωράμε προς τα εσωτερικά. Έτσι, αν στη σωλήνωση του σχήματος 8.3α έχουμε επαρκή δεδομένα για την παράλληλη σύνδεση των σωλήνων 4 και 5, την υπολογίζουμε. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη σύνδεση σε σειρά αυτών των δύο με το σωλήνα 3, στη συνέχεια την παράλληλη σύνδεση του 2 με το σύστημα (3, 4, 5) και τέλος, τη σύνδεση σε σειρά των σωλήνων 2, 6, 7 με το σύστημα (2, 3, 4, 5). Αν όμως τα δεδομένα το επιβάλλουν, η πορεία είναι αντίστροφη. Αν λόγω χάριν στη συνδεσμολογία του σχήματος 8.3α γνωρίζουμε το ολικό ύψος απωλειών και την παροχή, θα υπολογίσουμε τις απώλειες στους σωλήνες 1, 6 και 7. Από την εξίσωση (8.7) θα υπολογίσουμε τις απώλειες στο σωλήνα 2 και στη συνέχεια την παροχή του. Από τη σχέση του πρώτου κόμβου, θα υπολογίσουμε την παροχή του σωλήνα 3, άρα και τις απώλειές του. Έτσι, φθάνουμε στην παράλληλη σύνδεση των σωλήνων 4 και 5, για την οποία γνωρίζουμε τις απώλειες και επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε τις παροχές (ή κάποια διάμετρο).



Σχ. 8.3α.
Μεικτή σύνδεση.



Σχ. 8.3β.

Παράδειγμα 7

Στη συνδεσμολογία του σχήματος 8.3β, οι σωλήνες είναι από ασφατωμένο χυτοσίδηρο με μήκη και διαστάσεις:

$L_1 = 30 \text{ m}$	$d_1 = 12 \text{ cm}$	$L_4 = 4 \text{ m}$	$d_4 = 3 \text{ cm}$
$L_2 = 15 \text{ m}$	$d_2 = 6 \text{ cm}$	$L_5 = 7 \text{ m}$	$d_5 = 3 \text{ cm}$
$L_3 = 8 \text{ m}$	$d_3 = 6 \text{ cm}$	$L_6 = 20 \text{ m}$	$d_6 = 10 \text{ cm}$

Η παροχή στο σωλήνα (1) είναι $60 \text{ m}^3/\text{h}$. Αν οι σωλήνες βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, να υπολογισθούν οι παροχές σε όλους τους σωλήνες και η πτώση πίεσης από το Α ως το Β. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

Λύση:

Δεδομένα (εκτός από τον πίνακα):

$$Q_1 = 60/3600 \text{ m}^3/\text{s} \quad \epsilon = 0,00012 \text{ m} \quad y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = y_5 = y_6$$

Ζητούμενα: Q_i , h_i

– Διαμορφώνουμε συγκεκριμένα τις σχέσεις παροχών και απωλειών:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = Q_6 \quad (1)$$

$$Q_3 = Q_4 + Q_5 \quad (1a)$$

$$h_{AB} = h_1 + h_2 + h_6 \quad (2)$$

$$h_2 = h_3 + h_4 \quad (2a)$$

$$h_4 = h_5 \quad (2\beta)$$

Επαρκή δεδομένα έχουμε για τους σωλήνες (1) και (6), για τους οποίους γνωρίζουμε την παροχή ($Q_1 = Q_6$). Υπολογίζουμε τις απώλειες h_1 και h_6 :

Υπολογισμός σωλήνα (1):

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q_1}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 1,47 \text{ m/s}$$

$$(Re_1 = \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} \Rightarrow Re_1 = 1,8 \cdot 10^5, \quad \epsilon/d_1 = 0,001) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,021$$

$$h_1 = f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow h_1 = 0,58 \text{ m}$$

Υπολογισμός σωλήνα (6):

$$v_6 = \frac{4 \cdot Q_6}{\pi \cdot d_6^2} \Rightarrow v_6 = 2,12 \text{ m/s}$$

$$(Re_6 = \frac{v_6 \cdot d_6}{\nu} \Rightarrow Re_6 = 2,1 \cdot 10^5, \quad \epsilon/d_6 = 0,0012) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0216$$

$$h_6 = f_6 \cdot \frac{L_6}{d_6} \cdot \frac{v_6^2}{2g} \Rightarrow h_6 = 0,99 \text{ m}$$

Για τους σωλήνες άγνωστης παροχής (2), (3), (4) και (5), υποθέτουμε πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή και από την εξίσωση απωλειών διαμορφώνουμε τις σχέσεις απωλειών-παροχής (όλες οι σχέσεις στο SI):

Σωλήνας (2):

$$(\epsilon_2/d_2 = 0,002, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0237$$

$$(8.3\beta) \Rightarrow a_2 = 37808 \Rightarrow h_2 = 37808 \cdot Q_2^2 \quad (3)$$

Σωλήνας (3):

$$(\epsilon_3/d_3 = 0,002, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_3 = 0,0237$$

$$(8.3\beta) \Rightarrow a_3 = 20164 \Rightarrow h_3 = 20164 \cdot Q_3^2 \quad (4)$$

Σωλήνας (4):

$$(\epsilon_4/d_4 = 0,004, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_4 = 0,0287$$

$$(8.3\beta) \Rightarrow a_4 = 390564 \Rightarrow h_4 = 390564 \cdot Q_4^2 \quad (5)$$

Σωλήνας (5):

$$(\epsilon_5/d_5 = 0,004, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_5 = 0,0287$$

$$(8.3\beta) \Rightarrow a_5 = 683487 \Rightarrow h_5 = 683487 \cdot Q_5^2 \quad (6)$$

Προσπαθούμε να αντικαταστήσουμε όσο το δυνατόν περισσότερες άγνωστες παροχές. Ξεκινάμε από την παράλληλη σύνδεση των σωλήνων (4) και (5) και προχωράμε προς τη συνολική σωλήνωση:

$$h_4 = h_5 \Rightarrow 390564 \cdot Q_4^2 = 390564 \cdot Q_5^2 \Rightarrow Q_4 = 1,323 \cdot Q_5 \quad (7)$$

$$Q_3 = Q_4 + Q_5 \Rightarrow Q_3 = 1,323 \cdot Q_5 + Q_5 \Rightarrow Q_3 = 2,323 \cdot Q_5 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} h_2 = h_3 + h_5 &\Rightarrow 37808 \cdot Q_2^2 = 20164 \cdot Q_3^2 + 683487 \cdot Q_5^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 37808 \cdot Q_2^2 = 20164 \cdot (2,323 \cdot Q_5)^2 + 683487 \cdot Q_5^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 37808 \cdot Q_2^2 = 792287 \cdot Q_5^2 \Rightarrow Q_2 = 4,578 \cdot Q_5 \quad (9) \end{aligned}$$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_1 = 4,578 \cdot Q_5 + 2,323 \cdot Q_5 \Rightarrow Q_1 = 6,9 \cdot Q_5 \quad (10)$$

Αλλά η παροχή Q_1 είναι γνωστή, οπότε:

$$(10) \Rightarrow Q_5 = 0,00242 \text{ m}^3/\text{s} = 8,70 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$(7) \Rightarrow Q_4 = 0,00319 \text{ m}^3/\text{s} = 11,50 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$(8) \Rightarrow Q_3 = 0,00561 \text{ m}^3/\text{s} = 20,20 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$(9) \Rightarrow Q_2 = 0,01106 \text{ m}^3/\text{s} = 39,80 \text{ m}^3/\text{h}$$

Σ' αυτό το σημείο, ελέγχουμε τις υποθέσεις της έντονης τύρβης για τους τέσσερεις σωλήνες. Αξιόλογη απόκλιση υπάρχει μόνο στο σωλήνα (3) ($f_2 = 0,0248$). Η επανάληψη της διαδικασίας επιφέρει μικρές αλλαγές στον υπολογισμό των παροχών:

$$Q_5 = 0,00241 \text{ m}^3/\text{s} = 8,66 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$Q_4 = 0,00319 \text{ m}^3/\text{s} = 11,50 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$Q_3 = 0,00560 \text{ m}^3/\text{s} = 20,16 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$Q_2 = 0,01107 \text{ m}^3/\text{s} = 39,84 \text{ m}^3/\text{h}$$

– Υπολογισμός ολικών απωλειών:

$$h_{AB} = h_1 + h_2 + h_6$$

$$h_2 = \frac{8}{\pi^2 g} f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2^5} \cdot Q_2^2 \Rightarrow h_2 = 4,71 \text{ m}$$

$$h_{AB} = 6,29 \text{ m}$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και Β και υπολογίζουμε την πτώση πίεσης:

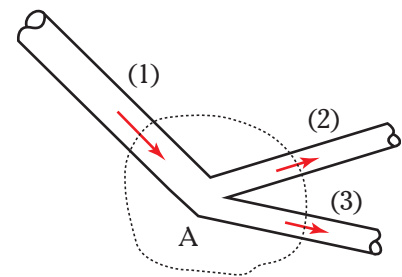
$$y_A - y_B + \frac{v_A^2 - v_B^2}{2g} + \frac{p_A - p_B}{\gamma} = h_{AB} \Rightarrow \frac{p_A - p_B}{\gamma} = h_{AB} - \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \Rightarrow p_A - p_B = 61,7 \text{ KPa}$$

8.4 Διακλάδωση σωλήνων.

Μελετώντας την παράλληλη σύνδεση, συναντήσαμε τη διακλάδωση της ροής σε δύο ή περισσότερες επιμέρους ροές. Η διακλάδωση (ή κόμβος) είναι πολύ συνηθισμένη στις σωληνώσεις. Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, υπάρχουν ειδικά εξαρτήματα προς τούτο (ταυ, σταυρός), αλλά η διακλάδωση μπορεί να διαμορφωθεί και με άλλους τρόπους (π.χ. κολλήσεις).

Στην παράγραφο αυτή θα επικεντρώσουμε την προσοχή μας στη διακλάδωση τριών σωλήνων (σχ. 8.4α).

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της συνέχειας στον όγκο ελέγχου



Σχ. 8.4α.
Διακλάδωση σωλήνων.

που περικλείει τον κόμβο Α λαμβάνομε:

$$\Sigma Q_{\text{eis}} = \Sigma Q_{\text{ex}} \quad (8.9\alpha)$$

Αν γνωρίζομε την κατεύθυνση ροής στους τρεις σωλήνες, η εξίσωση (8.9α) λαμβάνει συγκεκριμένη μορφή. Έτσι, σύμφωνα με το σχήμα, η Q_1 εισέρχεται στον όγκο ελέγχου (κόμβο Α), αφού οι Q_2 και Q_3 εξέρχονται. Η εξίσωση (8.9α) γίνεται:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (8.9\beta)$$

Αν όμως η κατεύθυνση ροής του σωλήνα (2) είναι αντίθετη από αυτή του σχήματος, τότε η εξίσωση (8.9α) θα γίνει:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad (8.9\gamma)$$

Σε πολλές περιπτώσεις, δεν γνωρίζομε την κατεύθυνση ροής σε κάποιο σωλήνα της διακλαδώσεως. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπισθεί με την ακόλουθη **σύμβαση προσημάνσεως των παροχών**:

- Όταν το ρευστό εισέρχεται στον κόμβο, η παροχή θεωρείται θετική.
- Όταν το ρευστό εξέρχεται από τον κόμβο, η παροχή θεωρείται αρνητική.

Χρησιμοποιώντας τη σύμβαση αυτή, επιτυγχάνομε και τη γενίκευση της σχέσεως των παροχών:

$$\Sigma Q = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \quad (8.9)$$

Η εξίσωση (8.9), στην οποία οι παροχές είναι προσημασμένες, ισχύει πάντοτε στον κόμβο τριών σωλήνων.

Σημείωση: Η σύμβαση θα μπορούσε να είναι ακριβώς αντίθετη, χωρίς να θιγεί στο ελάχιστο η ισχύς της (8.9). Αρκεί να χρησιμοποιούνται αντίθετα πρόσημα για την εισροή και την εκροή.

Αν και η σχέση των παροχών της διακλαδώσεως προκύπτει εύκολα, η σχέση των απωλειών ύψους των τριών σωλήνων παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες και απαιτεί ενεργειακή μελέτη όλου του συστήματος και όχι απλά του κόμβου. Το συνολικό πρόβλημα θα αντιμετωπισθεί στο επόμενο κεφάλαιο που αναφέρεται στα δίκτυα σωληνώσεων. Προς το παρόν θα εξετάσομε την περίπτωση κατά την οποία οι τρεις σωλήνες καταλήγουν σε τρεις δεξαμενές, με τις ελεύθερες επιφάνειές τους σε διαφορετικά υψόμετρα. Το πρόβλημα αυτό είναι γνωστό ως **πρόβλημα των τριών δεξαμενών**.

8.4.1 Πρόβλημα των τριών δεξαμενών.

Οι σωλήνες (1), (2) και (3) της διακλαδώσεως, είναι συνδεδεμένοι με τις δεξαμενές Α, Β και Γ αντίστοιχα, με ατμοσφαιρική πίεση στις ελεύθερες επιφάνειές τους με υψόμετρα y_1 , y_2 και y_3 (σχ. 8.4β).

Έστω ότι δεξαμενή Α βρίσκεται στο υψηλότερο επίπεδο και η Γ στο χαμηλότερο:

$$y_1 > y_2 > y_3$$

Είναι φανερό πως από τη δεξαμενή Α θα υπάρξει εκροή (λόγω βαρύτητας), ενώ στη δεξαμενή Γ, εισροή ρευστού. Δεν είναι όμως δεδομένο τι θα έχομε στη δεξαμενή ενδιάμεσου υψόμετρου Β. Καταρχήν μπορούμε να διαπιστώσομε πως αυτό εξαρτάται από τη θέση της: Αν το υψόμετρο της ελεύθερης επιφάνειας της y_2 βρίσκεται κοντά στο υψόμετρο της Α (y_1), θα συμπεριφέρεται όπως η Α, δηλαδή θα έχομε εκροή από την Β. Αν βρίσκεται κοντά στο υψόμετρο της Γ (y_3), θα έχομε εισροή στη Β. Και στις δύο περιπτώσεις θα ισχύουν οι εξισώσεις παροχών του κόμβου:

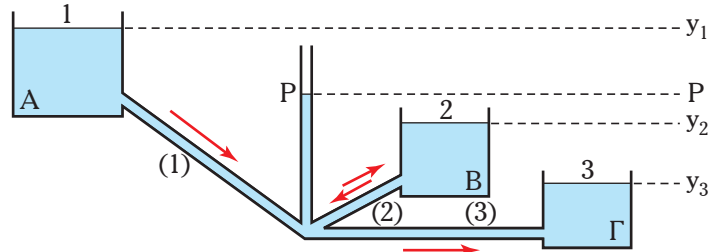
$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \quad (8.9)$$

Στη σχέση αυτή, αν θέσομε το πρόσημο (+) για την παροχή εκροής από δεξαμενή (η εκροή από δεξαμενή σημαίνει εισροή στον κόμβο), θα θέσομε το πρόσημο (-) για παροχή εισροής σε δεξαμενή (άρα εκροής από τον κόμβο).

Χρησιμοποιώντας μη προσημασμένες παροχές, αν $y_1 > y_2 > y_3$, έχουμε:

$$Q_1 \pm Q_2 - Q_3 = 0 \quad (8.9\delta)$$

Για να μελετήσουμε τη σχέση των απωλειών ύψους στο πρόβλημα των τριών δεξαμενών, τοποθετούμε στη διακλάδωση, βοηθητικό πιεζομετρικό σωλήνα (σχ. 8.4β). Το υγρό θα ανέλθει σε αυτόν σε ύψος P μικρότερο του y_1 και μεγαλύτερο του y_3 ($y_1 > P > y_3$).



Σχ. 8.4β.

Τρεις δεξαμενές με διακλάδωση σωλήνων.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και P και λαμβάνοντας υπόψη ότι στον πιεζομετρικό σωλήνα η ταχύτητα είναι μηδέν, αφού στην επιφάνεια της δεξαμενής και του πιεζομετρικού σωλήνα η πίεση είναι ατμοσφαιρική, έχουμε:

$$y_1 - P + \frac{v_1^2 - v_P^2}{2g} + \frac{P_1 - P_P}{\gamma} = h_1 \Rightarrow y_1 - P = h_1 \Rightarrow y_1 - h_1 = P \quad (8.10\alpha)$$

Αντίστοιχα, η εξίσωση Bernoulli μεταξύ των P και 3 ($P > y_3$) δίνει:

$$P - y_3 = h_3 \Rightarrow h_3 + y_3 = P \quad (8.10\beta)$$

Για την ενδιάμεσου ύψους δεξαμενή, διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

– Αν η ελεύθερη επιφάνεια της B βρίσκεται υψηλότερα από το P ($y_2 > P$), τότε έχουμε εκροή από τη B και η εξίσωση Bernoulli εφαρμόζεται μεταξύ 2 και P:

$$y_2 - P = h_2 \Rightarrow y_2 - h_2 = P \quad (8.10\gamma)$$

– Αν η ελεύθερη επιφάνεια της B βρίσκεται χαμηλότερα από το P ($y_2 < P$), τότε έχουμε εισροή στη B και η εξίσωση Bernoulli εφαρμόζεται μεταξύ P και 2:

$$P - y_2 = h_2 \Rightarrow h_2 + y_2 = P \quad (8.10\delta)$$

Στην ειδική περίπτωση κατά την οποία η ελεύθερη επιφάνεια της ενδιάμεσης δεξαμενής βρίσκεται στο επίπεδο P ($y_2 = P$), η εξίσωση Bernoulli δίνει:

$$y_2 - P = h_2 \Rightarrow h_2 = 0 \Rightarrow Q_2 = 0$$

Οι εξισώσεις (8.10α) ως (8.10δ) έχουν τα δεύτερα σκέλη ίσα και μπορούν να γραφούν σε ενιαία σχέση:

$$y_1 - h_1 = y_2 \mp h_2 = y_3 + h_3 = P \quad (8.10)$$

Σημείωση 1: Για απλοποίηση των συμβολισμών θέτουμε: $\Sigma h_i = h_i$

Σημείωση 2: Τα μεγέθη Q_2 και h_2 (παροχή και ύψος απωλειών) της ενδιάμεσης δεξαμενής, στις εξισώσεις (8.9α) και (8.10), αν η B έχει εκροή, παίρνουν τα πρόσημα της A (η οποία έχει εκροή), ενώ αν η B έχει εισροή (όπως η Γ), παίρνουν τα πρόσημα της Γ. Προσοχή όμως: Οι εξισώσεις (8.9α) και (8.10) ισχύουν όταν $y_1 > y_2 > y_3$. Αν αλλάξει αυτή η ανισότητα, πρέπει να τροποποιηθούν κατάλληλα και οι σχέσεις.

Στα προβλήματα των τριών δεξαμενών συναντάμε τρεις ομάδες μεγεθών:

- Τα μεγέθη των τριών σωλήνων: (d_1, L_1, ϵ_1) , (d_2, L_2, ϵ_2) , (d_3, L_3, ϵ_3) .
- Τα υψόμετρα των τριών δεξαμενών y_1, y_2, y_3 (ή τις υψομετρικές διαφορές).

– Τις παροχές Q_1, Q_2, Q_3 .

Τα περισσότερα προβλήματα, μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις κατηγορίες, ανάλογα με τα ζητούμενα. Και στις τρεις περιπτώσεις, τα μεγέθη των σωλήνων είναι γνωστά. Άγνωστα είναι δύο υψόμετρα και μία παροχή (που αντιστοιχεί σε γνωστό ή άγνωστο υψόμετρο) ή οι τρεις παροχές. Για την επίλυση, αξιολογούμε τις εξισώσεις (8.9) και (8.10), σε συνδυασμό φυσικά με τις σχέσεις υπολογισμού του σωλήνα (εξίσωση συνέχειας, διάγραμμα Moody, εξίσωση απωλειών).

Η μεθοδολογία παρουσιάζεται στα παραδείγματα που ακολουθούν.

α) Πρώτο πρόβλημα των τριών δεξαμενών.

Δίνονται: Τα μεγέθη των τριών σωλήνων, τα υψόμετρα των δύο δεξαμενών (ή η υψομετρική τους διαφορά) και η παροχή μίας δεξαμενής γνωστού υψομέτρου.

Ζητούνται: Το υψόμετρο της τρίτης δεξαμενής και οι άλλες δύο παροχές.

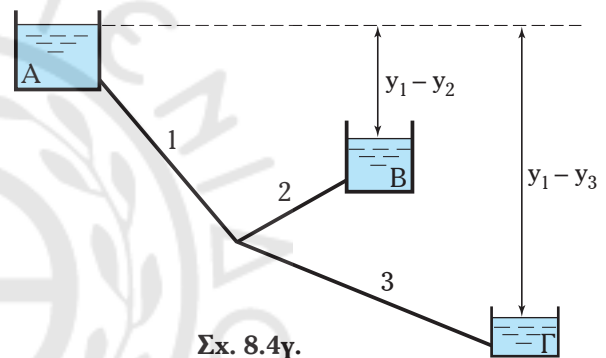
Το πρόβλημα αυτό είναι σχετικά απλό, αφού, όπως θα δούμε στο παράδειγμα 8, υπάρχει η δυνατότητα διαδοχικού υπολογισμού των τριών σωλήνων.

Παράδειγμα 8

Οι σωλήνες του σχήματος 8.4γ είναι από χυτοσίδηρο με:

$$\begin{aligned} d_1 &= 30 \text{ cm} & L_1 &= 500 \text{ m} \\ d_2 &= 15 \text{ cm} & L_2 &= 250 \text{ m} \\ d_3 &= 25 \text{ cm} & L_3 &= 200 \text{ m} \end{aligned}$$

Τα υψόμετρα των ελευθέρων επιφανειών των δεξαμενών A και B είναι 60 m και 45 m αντίστοιχα. Στη δεξαμενή B εισρέει νερό με παροχή $100 \text{ m}^3/\text{s}$. Να υπολογισθούν η υψομετρική διαφορά μεταξύ της A και της Γ και οι άγνωστες παροχές. Οι δευτερεύουσες απώλειες είναι αμελητέες.



Σχ. 8.4γ.

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{Δεδομένα: } d_1 &= 0,30 \text{ m} & L_1 &= 500 \text{ m} & \epsilon_1 &= 0,00026 \text{ m} \\ d_2 &= 0,15 \text{ m} & L_2 &= 250 \text{ m} & \epsilon_2 &= 0,00026 \text{ m} \\ d_3 &= 0,25 \text{ m} & L_3 &= 200 \text{ m} & \epsilon_3 &= 0,00026 \text{ m} \\ y_1 &= 60 \text{ m} & y_2 &= 45 \text{ m} \\ Q_2 &= 100/3600 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (εισορή στη B)} & \nu &= 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

Ζητούμενα: $y_1 - y_3, Q_1, Q_3$

Σε ένα σωλήνα, η παροχή συνδέεται με τις απώλειες, με την εξίσωση των απωλειών: $h_i = a_i \cdot Q_i^2$. Όταν λοιπόν γνωρίζουμε τα μεγέθη ενός σωλήνα και την παροχή, μπορούμε να υπολογίσουμε τις απώλειες ύψους (1^ο πρόβλημα του σωλήνα, Πέμπτο Κεφάλαιο). Επομένως, έχουμε επαρκή στοιχεία για να υπολογίσουμε τις απώλειες στο σωλήνα (2).

Βήμα 1^ο: Υπολογισμός απωλειών του σωλήνα (2).

$$v_2 = \frac{4 \cdot Q_2}{\pi \cdot d_2^2} \Rightarrow v_2 = 1,57 \text{ m/s}$$

$$\left(\text{Re}_2 = \frac{v_2 \cdot d_2}{\nu} \Rightarrow \text{Re}_2 = 2,36 \cdot 10^5, \quad \epsilon_2/d_2 = 0,0017 \right) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0233$$

$$h_2 = f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow h_2 = 4,9 \text{ m}$$

Βήμα 2^ο: Υπολογισμός απωλειών και παροχής του σωλήνα (1).

Εξετάζοντας τη εξίσωση (8.10) διαπιστώνομε ότι μπορούμε πλέον να υπολογίσουμε τις απώλειες του σωλήνα (1) (γνωστού υψομέτρου):

$$(8.10) \Rightarrow y_1 - h_1 = y_2 + h_2 \Rightarrow h_1 = y_1 - y_2 - h_2 \Rightarrow h_1 = 10,1 \text{ m}$$

Σημείωση: Η δεξαμενή Α βρίσκεται ψηλότερα από τη Β. Παρόλα αυτά, δεν γνωρίζομε το υψόμετρο της Γ, η οποία μπορεί να έχει το μικρότερο υψόμετρο (όπως στο σχ. 8.4γ), αλλά και το μεγαλύτερο. Στην παραπάνω σχέση, υποθέσαμε (λογικά) εκροή από την Α. Αν η υπόθεσή μας ήταν λάθος, θα προέκυπτε αρνητική τιμή για το h_1 και θα διορθώναμε την υπόθεση.

Σύμφωνα όμως με το 2^ο πρόβλημα του σωλήνα (Πέμπτο Κεφάλαιο), όταν γνωρίζομε τις απώλειες μπορούμε να υπολογίσουμε την παροχή:

$$(\epsilon_1/d_1 = 0,00087, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0193$$

$$h_1 = \frac{8}{\pi^2 g} \cdot f_1 \cdot \frac{L_2}{d_2} \cdot Q_1^2 \Rightarrow Q_1 = 0,175 \text{ m}^3/\text{s} = 630 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$\text{Έλεγχος YET: } v_2 = 2,48 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Re}_1 = 7,5 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0193$$

$$\text{Άρα: } Q_1 = 0,175 \text{ m}^3/\text{s} = 630 \text{ m}^3/\text{h}$$

Βήμα 3^ο: Υπολογισμός παροχής, απωλειών και υψομέτρου του σωλήνα (3).

Πλέον, γνωρίζομε τις δύο παροχές, και από την εξίσωση του κόμβου (8.9), υπολογίζομε την παροχή του τρίτου σωλήνα.

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 + Q_3 &= 0 \Rightarrow (+630 \text{ m}^3/\text{h}) + (-100 \text{ m}^3/\text{h}) + Q_3 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q_3 = -530 \text{ m}^3/\text{h} \text{ ή πιο απλά,} \\ Q_3 &= 530 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (εισροή στη Γ)} \end{aligned}$$

Υπολογισμός απωλειών:

$$v_3 = \frac{4 \cdot Q_3}{\pi \cdot d_3^2} \Rightarrow v_3 = 3,0 \text{ m/s}$$

$$(\text{Re}_3 = \frac{v_3 \cdot d_3}{\nu} \Rightarrow \text{Re}_3 = 7,5 \cdot 10^5, \epsilon_3/d_3 = 0,001) \xrightarrow{\text{Moody}} f_3 = 0,0202$$

$$h_3 = f_3 \cdot \frac{L_3}{d_3} \cdot \frac{v_3^2}{2g} \Rightarrow h_3 = 7,41 \text{ m}$$

Υπολογισμός υψομέτρου:

$$(8.10) \Rightarrow y_1 - h_1 = y_3 + h_3 \Rightarrow y_1 - y_3 = h_1 + h_3 \Rightarrow y_1 - y_3 = 17,51 \text{ m}$$

$$(y_3 = 42,49 \text{ m})$$

β) Δεύτερο πρόβλημα των τριών δεξαμενών.

Δίνονται: Τα μεγέθη των τριών σωλήνων, τα υψόμετρα των δύο δεξαμενών (ή η υψομετρική τους διαφορά) και η παροχή της δεξαμενής άγνωστου υψομέτρου.

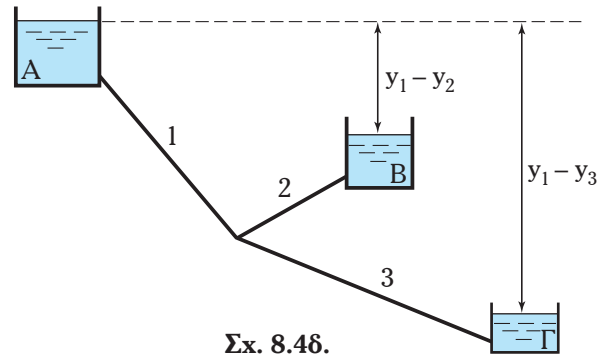
Ζητούνται: Το υψόμετρο της δεξαμενής άγνωστου υψομέτρου και οι άλλες δύο παροχές.

Παρά τη φαινομενικά ελάχιστη διαφορά που έχουμε από το πρώτο πρόβλημα, η επίλυση παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες και απαιτεί την επαναληπτική διαδικασία των δοκιμών.

Παράδειγμα 9

Οι τρεις σωλήνες του σχήματος 8.48 είναι από ασφαλισμένο χυτοσίδηρο με διαμέτρους και μήκη:

$$d_1 = 6 \text{ in}, \quad d_2 = 4 \text{ in}, \quad d_3 = 5 \text{ in}, \\ L_1 = 60 \text{ m}, \quad L_2 = 20 \text{ m}, \quad L_3 = 30 \text{ m}.$$



Σχ. 8.48.

Αν η ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής B βρίσκεται 5 m ψηλότερα από της Γ και η εκροή νερού από τη δεξαμενή A είναι $150 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν: Η υψομετρική διαφορά μεταξύ των ελευθέρων επιφανειών των δεξαμενών A και Γ και οι παροχές Q_2 και Q_3 (σε m^3/h).

Λύση:

Δεδομένα:

$d_1 = 6 \text{ in} = 0,1778 \text{ m}$	$L_1 = 60 \text{ m}$	$\epsilon_1 = 0,00012 \text{ m}$
$d_2 = 4 \text{ in} = 0,1016 \text{ m}$	$L_2 = 20 \text{ m}$	$\epsilon_2 = 0,00012 \text{ m}$
$d_3 = 5 \text{ in} = 0,127 \text{ m}$	$L_3 = 30 \text{ m}$	$\epsilon_3 = 0,00012 \text{ m}$
$y_2 - y_3 = 5 \text{ m}$		
$Q_1 = 150/3600 \text{ m}^3/\text{s}$ (εκροή από A) $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$		

Ζητούμενα: y_3 , Q_2 , Q_3

Η πρώτη διαφορά σε σχέση με τα δεδομένα του προηγούμενου παραδείγματος, βρίσκεται στο ότι δεν δίνονται τα υψόμετρα δύο δεξαμενών, αλλά η υψομετρική διαφορά. Αυτό όμως δεν έχει καμμία απολύτως μεθοδολογική συνέπεια, αφού και στο προηγούμενο παράδειγμα, εκείνο που χρειαστήκαμε ήταν η υψομετρική διαφορά. Εξ άλλου, αν θέσουμε επίπεδο αναφοράς την ελεύθερη επιφάνεια της Γ, παίρνουμε: $y_3 = 0 \text{ m}$, $y_2 = 5 \text{ m}$.

Η σημαντική μεθοδολογική διαφορά βρίσκεται στο ότι η δεξαμενή A της οποίας δίνεται η παροχή, έχει άγνωστο υψόμετρο. Υπάρχουν επαρκή δεδομένα για να υπολογίσουμε τις απώλειες στο σωλήνα (1). Αλλά η εξίσωση (8.10) δεν μας επιτρέπει να περάσουμε σε άλλο σωλήνα.

Βήμα 1^ο: Υπολογισμός απωλειών του σωλήνα (1).

$$v_1 = \frac{4 \cdot Q_1}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_1 = 2,28 \text{ m/s}$$

$$\left(\text{Re}_1 = \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} \Rightarrow \text{Re}_1 = 3,5 \cdot 10^5, \quad \epsilon_1/d_1 = 0,00079 \right) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0194$$

$$h_1 = f_1 \cdot \frac{L_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} \Rightarrow h_1 = 2,04 \text{ m}$$

Στο σημείο αυτό τελειώνει η ομοιότητα με το προηγούμενο πρόβλημα. Η εξίσωση (8.10), δεν επιτρέπει τον υπολογισμό των απωλειών h_2 ή h_3 , αφού κάθε εξίσωση που προκύπτει από αυτή, έχει δύο άγνωστους:

$$(8.10) \Rightarrow y_1 = h_1 = y_2 \mp h_2 \quad (\text{άγνωστα τα } y_1, h_2)$$

$$(8.10) \Rightarrow y_1 - h_1 = y_3 + h_3 \quad (\text{άγνωστα τα } y_1, h_3)$$

Είμαστε λοιπόν υποχρεωμένοι να προχωρήσουμε με δοκιμές.

Επειδή γνωρίζουμε τη μία εκ των τριών παροχών (Q_1), αν υποθέσουμε μια δεύτερη (Q_2'), από την εξί-

σωση (8.9) υπολογίζουμε και την τρίτη (Q_3').

Από τις υποθετικές παροχές Q_2' , Q_3' , υπολογίζουμε τις απώλειες h_2' και h_3' .

Από την εξίσωση (8.10), διαμορφώνουμε το **κριτήριο ελέγχου και διορθώσεως** της αρχικής υποθέσεως (Q_2').

Επειδή υπάρχει η αβεβαιότητα προσήμων, συνίσταται η πρώτη δοκιμή να γίνεται για $Q_2' = 0$, οπότε και $h_2' = 0$:

1^η δοκιμή: Έστω $Q_2' = 0 \Rightarrow h_2' = 0$

$$(8.9) \Rightarrow Q_3' = Q_1 = 150/3600 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (εισοδή στη } \Gamma)$$

Υπολογίζουμε τις απώλειες στο σωλήνα (3):

$$v_3 = \frac{4 \cdot Q_3}{\pi \cdot d_3^2} \Rightarrow v_3 = 3,29 \text{ m/s}$$

$$(Re_3 = \frac{v_3 \cdot d_3}{\nu} \Rightarrow Re_3 = 4,2 \cdot 10^5, \quad \epsilon_1/d_1 = 0,00094) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,02$$

$$h_2 = f_2 \cdot \frac{L_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow h_3' = 2,65 \text{ m}$$

$$\text{Έλεγχος: (8.10)} \Rightarrow y_2 \mp h_2 = y_3 + h_3 \Rightarrow y_2 - y_3 = h_3 \pm h_2 = 5 \text{ m}$$

Στη δοκιμή μας:

$$h_3' \pm h_2' = h_3' = 2,65 \text{ m} < 5 \text{ m} \Rightarrow h_3' < h_3 \Rightarrow Q_3' < Q_3 \Rightarrow Q_3 > 150 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow Q_3 > Q_1$$

Αφού η εισοδή στη Γ είναι μεγαλύτερη από την εκροή της A , έχουμε **εκροή και από τη δεξαμενή B**.

Οι εξισώσεις (8.9) και (8.10) παίρνουν τη μορφή:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad (1)$$

$$y_1 - h_1 = y_2 - h_2 = y_3 + h_3 = P \quad (2)$$

Από τη σχέση (2) διαμορφώνουμε το **κριτήριο ελέγχου** των δοκιμών:

$$y_2 - y_3 = h_3 + h_2 \Rightarrow h_3 + h_2 = 5 \text{ m} \quad (3)$$

2^η δοκιμή: Έστω $Q_2' = 50 \text{ m}^3/\text{h}$ (εκροή) $\Rightarrow Q_3' = 200 \text{ m}^3/\text{h}$

Εφαρμόζοντας το πρώτο πρόβλημα του σωλήνα (όπως παραπάνω), υπολογίζουμε τις απώλειες h_2' και h_3' :

$$h_2' = 0,64 \text{ m}, \quad h_3' = 4,61 \text{ m}$$

Έλεγχος:

$$h_2' + h_3' = 5,25 \text{ m} \Rightarrow h_2' + h_3' > h_3 + h_2 \Rightarrow Q_1' > Q \Rightarrow Q < 50 \text{ m}^3/\text{h}.$$

Συνεχίζουμε με νέα υπόθεση μικρότερη των $50 \text{ m}^3/\text{h}$, συντάσσοντας το σχετικό πίνακα που ακολουθεί:

Q_2' m^3/h	Q_3' $(Q_1 + Q_2')$	f_2'	h_2' $(\alpha_2 \cdot Q_2'^2)$	f_3'	h_3' $(\alpha_3 \cdot Q_3'^2)$	$h_2' + h_3'$	Κριτήριο $h_2 + h_3 = 5$	Q_2 m^3/h
0	150	0,0000	0	0,0201	2,61	2,61	$2,61 < 5$	$Q_2 > 0$
50	200	0,0218	0,64	0,0199	4,61	5,25	$5,25 > 5$	$Q_2 < 50$
40	190	0,0220	0,42	0,0199	4,16	4,58	$4,58 < 5$	$Q_2 > 40$
45	195	0,0219	0,52	0,0199	4,38	4,90	$4,90 < 5$	$Q_2 > 45$
47	197	0,0218	0,57	0,0199	4,47	5,04	$5,04 > 5$	$Q_2 < 47$
46	196	0,0219	0,54	0,0199	4,43	4,97	$4,97 < 5$	$Q_2 > 46$
46,4	196,4	0,0218	0,55	0,0199	4,44	5,00	$5,00 = 5$	$Q_2 = 46,4$

$$\begin{aligned} \text{Άρα: } Q_2 &= 46,4 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (εκροή)} \\ Q_3 &= 196,4 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (εισοροή)} \\ h_2 &= 0,55 \text{ m} \\ h_3 &= 4,44 \text{ m} \end{aligned}$$

Η υψομετρική διαφορά μεταξύ των ελευθέρων επιφανειών των Α και Γ υπολογίζεται από την εξίσωση (2), η οποία είναι συγκεκριμένη έκφραση της εξισώσεως (8.10):

$$(2) \Rightarrow y_1 - y_3 = h_1 + h_3 = (2,04 + 4,44) \text{ m} \Rightarrow y_1 - y_3 = 6,48 \text{ m}$$

γ) Τρίτο πρόβλημα των τριών δεξαμεμών.

Δίνονται: Τα μεγέθη των τριών σωλήνων και τα υψόμετρα των τριών δεξαμεμών (ή οι υψομετρικές τους διαφορές).

Ζητούνται: Οι τρεις παροχές.

Στα προβλήματα αυτής της κατηγορίας, δεν υπάρχει δυνατότητα υπολογισμού κάποιου από τους τρεις σωλήνες, αφού και για τους τρεις είναι άγνωστες οι παροχές και οι απώλειες. Θα ακολουθήσουμε επομένως τη μέθοδο των υποθέσεων. Μία εκ των σχέσεων των τριών δεξαμεμών θα αξιοποιηθεί για τις υποθέσεις και η άλλη για τη διαμόρφωση κριτηρίου ελέγχου.

Στο προηγούμενο πρόβλημα, γνωρίζαμε μία παροχή, υποθέταμε μία δεύτερη και από τη σχέση των παροχών (8.9) προέκυπτε η τρίτη (επίσης υποθετική). Από τη σχέση των απωλειών (8.10) διαμορφώσαμε το κριτήριο ελέγχου.

Εδώ όμως δεν γνωρίζουμε καμία παροχή. Αν υποθέσουμε μία, στην εξίσωση (8.9) θα συνεχίζουν να υπάρχουν δύο άγνωστοι. Είμαστε λοιπόν υποχρεωμένοι να κρατήσουμε τη σχέση παροχών ως κριτήριο ελέγχου και να διαμορφώσουμε την υπόθεση από τα μεγέθη που υπεισέρχονται στην εξίσωση (8.10):

$$y_1 - h_1 \Rightarrow y_2 \mp h_2 = y_3 + h_3 = P$$

Τα y_1, y_2, y_3 είναι γνωστά (δεδομένα). Αν υποθέσουμε κάποια τιμή για το χαρακτηριστικό μέγεθος P , υπολογίζουμε τις (υποθετικές) τιμές h_1', h_2' και h_3' . Από αυτές, τις αντίστοιχες τιμές των παροχών Q_1', Q_2' και Q_3' . Ελέγχουμε με εφαρμογή της εξισώσεως (8.9) και επαναλαμβάνουμε με καλύτερη υπόθεση.

Όπως και στο προηγούμενο πρόβλημα, η πρώτη υπόθεση πρέπει να μηδενίζει τις απώλειες και την παροχή στο σωλήνα που αντιστοιχεί στην ενδιάμεσου ύψους δεξαμενή. Αν αυτή είναι η Β, πρέπει:

$$h_2' = 0 \Rightarrow P' = y_2$$

Υπολογίζουμε τις παροχές Q_1' και Q_3' ($Q_2' = 0$) και τις συγκρίνουμε:

Αν $Q_1' > Q_3'$ έχουμε εισροή στη Β, επομένως $P > y_2$.

Αν $Q_1' < Q_3'$ έχουμε εκροή από τη Β, επομένως $P < y_2$.

Έτσι, με την πρώτη υπόθεση, οι εξισώσεις (8.9) και (8.10) παίρνουν συγκεκριμένη μορφή.

Παράδειγμα 10

Στο σχήμα 8.48 του προηγούμενου παραδείγματος, ο σωλήνας (1) είναι από χυτοσίδηρο με $L_1 = 450$ m και $d_1 = 30$ cm. Οι σωλήνες (2) και (3) είναι από ασφαλιωμένο χυτοσίδηρο με $L_2 = 250$ m, $d_2 = 15$ cm, $L_3 = 350$ m, $d_3 = 20$ cm. Η επιφάνεια της δεξαμενής Β είναι 6 m κάτω από την επιφάνεια της Α και της Γ 18 m κάτω από της Α. Αν $v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, να υπολογισθούν οι παροχές στους τρεις σωλήνες.

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{Δεδομένα: } d_1 &= 0,30 \text{ m} & L_1 &= 450 \text{ m} & \epsilon_1 &= 0,00026 \text{ m} \\ d_2 &= 0,15 \text{ m} & L_2 &= 250 \text{ m} & \epsilon_2 &= 0,00012 \text{ m} \end{aligned}$$

$$d_3 = 0,20 \text{ m} \quad L_3 = 350 \text{ m} \quad \varepsilon_3 = 0,00012 \text{ m}$$

$$y_1 - y_2 = 6 \text{ m} \quad y_1 - y_3 = 18 \text{ m}$$

Ζητούμενα: Q_1, Q_2, Q_3

Θέτοντας (αυθαίρετα) κάποιο επίπεδο αναφοράς μετρήσεως των υψών, παίρνομε τα υψόμετρα των ελευθέρων επιφανειών των τριών δεξαμενών. Συνίσταται ως επίπεδο αναφοράς να λαμβάνεται η χαμηλότερη ελεύθερη επιφάνεια (για να αποφεύγονται αρνητικά υψόμετρα). Θέτομε λοιπόν $y_3 = 0 \text{ m}$:

$$y_3 = 0 \text{ m} \Rightarrow y_1 = 18 \text{ m} \text{ και } y_2 = 12 \text{ m}$$

1^η δοκιμή: Έστω $P' = y_2 = 12 \text{ m}$

$$(8.10) \Rightarrow h_2' = 0 \Rightarrow Q_2' = 0$$

$$(8.10) \Rightarrow y_1 - h_1' = P' \Rightarrow h_1' = 6 \text{ m}$$

$$y_3 + h_3' = P' \Rightarrow h_3' = 12 \text{ m}$$

– Υπολογισμός παροχής σωλήνα (1):

$$(\varepsilon_1/d_1 = 0,00087, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_1 = 0,0193$$

$$a_1 = 295 \text{ (SI)} \Rightarrow h_1 = 295 \cdot Q_1^2 \text{ (SI)} \Rightarrow Q_1' = 0,143 \text{ m}^3/\text{s} = 513,6 \text{ m}^3/\text{h}$$

– Υπολογισμός παροχής σωλήνα (3):

$$(\varepsilon_3/d_3 = 0,0006, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_3 = 0,0177$$

$$A_3 = 1600 \text{ (SI)} \Rightarrow h_3 = 1600 \cdot Q_3^2 \text{ (SI)} \Rightarrow Q_3' = 0,0866 \text{ m}^3/\text{s} = 311,8 \text{ m}^3/\text{h}$$

Σημείωση: Σ' αυτό το σημείο θα έπρεπε να εξετάσουμε τις υποθέσεις έντονης τύρβης και, αν χρειαστεί, να διορθώσουμε τις τιμές των f . Επειδή όμως τα αποτελέσματα βασίζονται σε υπόθεση κάποιας τιμής του P , η οποία θα αλλάξει, δεν μας ενδιαφέρει η ακρίβεια. Οι υποθέσεις της έντονης τύρβης θα εξετασθούν μόνο για την τιμή του P που θα αποδεχθούμε.

– Έλεγχος:

$$Q_1' \pm Q_2' - Q_3' = Q_1' - Q_3' = 201,8 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow Q_1' > Q_3' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Εισροή στη B} \Rightarrow P > y_2$$

Διαμόρφωση σχέσεων:

$$(8.9) \Rightarrow Q_1 - Q_2 - Q_3 = 0 \Leftrightarrow Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad [\text{Κριτήριο}] \quad (1)$$

$$(8.10) \Rightarrow y_1 - h_1 = y_2 + h_2 = y_3 + h_3 = P \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow h_1 = y_1 - P \quad (2\alpha)$$

$$h_2 = P - y_2 \quad (2\beta)$$

$$h_3 = P - y_3 \quad (2\gamma)$$

Η πρώτη δοκιμή μας επέτρεψε να διαπιστώσουμε ότι στη B υπάρχει εισροή και επομένως να διαμορφώσουμε τις εξισώσεις (1) και (2).

Προχωράμε σε νέα δοκιμή με $P > y_2$:

2^η δοκιμή: Έστω $P' = 15 \text{ m}$

– Υπολογισμός παροχής σωλήνα (1): Για το σωλήνα (1) ισχύει η εξίσωση που προέκυψε στην 1^η δοκιμή (με την υπόθεση της έντονης τύρβης):

$$h_1 = 295 \cdot Q_1^2 \text{ (SI)} \quad (3\alpha)$$

$$(2\alpha) \Rightarrow h_1' = 3 \text{ m}$$

$$(3\alpha) \Rightarrow Q_1' = 0,101 \text{ m}^3/\text{s} = 363,1 \text{ m}^3/\text{h}$$

– Υπολογισμός παροχής σωλήνα (2):

$$(\epsilon_2/d_2 = 0,0008, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_2 = 0,0189$$

$$a_2 = 5144 \text{ (SI)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = 5144 \cdot Q_2^2 \text{ (SI)} \quad (3\beta)$$

$$(2\beta) \Rightarrow h_2' = 3 \text{ m}$$

$$(3\beta) \Rightarrow Q_2' = 0,024 \text{ m}^3/\text{s} = 86,9 \text{ m}^3/\text{h}$$

– Υπολογισμός παροχής σωλήνα (3): Ισχύει (από την πρώτη δοκιμή):

$$h_3 = 1600 \cdot Q_3^2 \text{ (SI)} \quad (3\gamma)$$

$$(2\gamma) \Rightarrow h_3' = 15 \text{ m}$$

$$(3\gamma) \Rightarrow Q_3' = 0,097 \text{ m}^3/\text{s} = 348,6 \text{ m}^3/\text{h}$$

Έλεγχος: $363,1 \text{ m}^3/\text{h} < (86,9 + 348,6) \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow Q_1' < Q_1 \Rightarrow h_1' < h_1 \Rightarrow P < 15 \text{ m}$

Συντάσσομε σχετικό πίνακα και συνεχίζομε τις δοκιμές:

P'	h ₁ '	h ₂ '	h ₃ '	Q ₁ '	Q ₂ '	Q ₃ '	Κριτήριο	P
m	(y ₁ - P)	(P - y ₂)	(P - y ₃)	m ³ /h	m ³ /h	m ³ /h	Q ₁ - Q ₂ - Q ₃ = 0	m
12,00	6,00	0,00	12,00	513,6	0,0	311,8	201,8	P > 12
15,00	3,00	3,00	15,00	363,1	86,9	348,6	-72,4	P < 15
13,00	5,00	1,00	13,00	468,8	50,2	324,5	94,1	P > 13
14,00	4,00	2,00	14,00	419,3	71,0	336,7	11,6	P > 14
14,50	3,50	2,50	14,50	392,2	79,4	342,7	-29,8	P < 14,5
14,10	3,90	2,10	14,10	414,0	72,7	338,0	3,3	P > 14,1
14,15	3,85	2,15	14,15	411,4	73,6	338,6	-0,8	P < 14,15
14,14	3,86	2,14	14,14	411,9	73,4	338,4	0,05	P = 14,14

Πριν αποδεχθούμε τα παραπάνω αποτελέσματα, πρέπει να ελέγξομε τις υποθέσεις έντοννης τύρβης και να επιβεβαιώσομε ή τροποποιήσομε τις τιμές των f , κατά συνέπεια, τους συντελεστές a των σχέσεων (3) και τις τιμές των Q :

Έλεγχος YET:

$$- \text{Σωλήνας (1): } v_1 = 1,62 \text{ m/s} \Rightarrow Re_1 = 4,9 \cdot 10^5 \Rightarrow f_1 = 0,0195 \approx 0,0193$$

$$- \text{Σωλήνας (2): } v_2 = 1,15 \text{ m/s} \Rightarrow Re_2 = 1,7 \cdot 10^5 \Rightarrow f_2 = 0,0203 \neq 0,0189$$

$$- \text{Διόρθωση: } a_2 = 5514 \text{ (SI)} \Rightarrow h_2 = 5514 \cdot Q_2^2 \text{ (SI)} \Rightarrow Q_2 = 71,1 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$- \text{Σωλήνας (3): } v_3 = 3 \text{ m/s} \Rightarrow Re_3 = 6 \cdot 10^5 \Rightarrow f_3 = 0,018 \approx 0,0177$$

Εξομάλυνση αποτελεσμάτων: Προέκυψαν οι ακόλουθες παροχές:

$$Q_1 = 411,9 \text{ m}^3/\text{h} \quad Q_2 = 71,1 \text{ m}^3/\text{h} \quad Q_3 = 338,4 \text{ m}^3/\text{h}$$

Η εξίσωση της συνέχειας (έκφραση του νόμου διατηρήσεως της μάζας στα ασυμπίεστα ρευστά) απαιτεί:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

Από τις παραπάνω προσεγγιστικές τιμές έχουμε: $411,9 \neq 71,1 + 338,4 = 409,5$

Τη διαφορά αυτή των $2,4 \text{ m}^3/\text{h}$ την ισομοιράζουμε στην εισροή και εκροή από τον κόμβο, οπότε προκύπτουν:

$$Q_1 = 410,7 \text{ m}^3/\text{h} \quad Q_2 = 71,4 \text{ m}^3/\text{h} \quad Q_3 = 339,3 \text{ m}^3/\text{h}$$

Σημείωση: Ακόμα πιο ακριβή αποτελέσματα θα προέκυπταν αν επιστρέφαμε στον πίνακα δοκιμών και συνεχίζαμε τον υπολογισμό με διορθωμένες τις σχέσεις (2). Αλλά οι διορθώσεις που προκύπτουν είναι πολύ μικρές (μικρότερες του 0,5%), επομένως η ακρίβεια είναι ήδη ικανοποιητική.

8.4.2 Γενίκευση του προβλήματος των τριών δεξαμενών.

As εξετάσουμε τώρα τη γενικότερη περίπτωση κατά την οποία οι τρεις σωλήνες της διακλαδώσεως δεν καταλήγουν σε τρεις ανοικτές δεξαμενές. Η γενική περίπτωση είναι αυτή που βλέπουμε στο σχήμα 8.4ε. Στην περίπτωση των τριών δεξαμενών, οι επιφάνειες απολήξεως του προς εξέταση συστήματος ροής, ήταν οι ελεύθερες επιφάνειες των δεξαμενών. Αυτές χαρακτηρίζονταν ενεργειακά μόνο από τα υψόμετά τους y_1 , y_2 και y_3 . Τώρα, το προς εξέταση σύστημα ορίζεται από τις διατομές των σωλήνων στα σημεία 1, 2 και 3. Το ύψος ενέργειας στα σημεία αυτά είναι:

$$H_1 = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} \quad (8.11\alpha)$$

$$H_2 = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} \quad (8.11\beta)$$

$$H_3 = y_3 + \frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} \quad (8.11\gamma)$$

Η εξίσωση των παροχών (8.9) ισχύει φυσικά και σ' αυτήν την περίπτωση. Αλλά στην εξίσωση των απωλειών (8.10) στη θέση του ύψους δυναμικής ενέργειας y_i , θέτομε τα ύψη ενέργειας H_i . Αν γνωρίζομε πως ο σωλήνας (1) εισρέει στον κόμβο και ο σωλήνας (3) εκρέει από αυτόν, η εξίσωση (8.10) γίνεται:

$$H_1 + h_1 = H_2 + h_2 = H_3 + h_3 = P \quad (8.11)$$

όπου: τα H_1 , H_2 και H_3 υπολογίζονται από τις εξισώσεις (8.11α, 8.11β, 8.11γ).

Είναι φανερό ότι τα προβλήματα γίνονται πιο πολύπλοκα, αφού στους υπολογισμούς υπεισέρχονται και άλλα μεγέθη (οι ταχύτητες και οι πιέσεις). Μεθοδολογικά όμως εργαζόμαστε με τους τρόπους που είδαμε στα προβλήματα των τριών δεξαμενών.

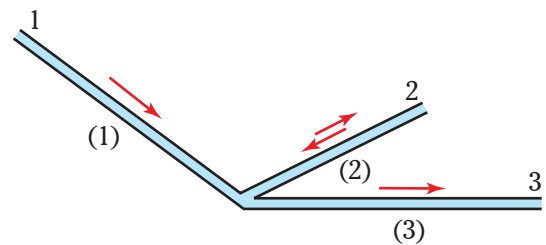
Ακόμα πιο γενική είναι η περίπτωση που στον κόμβο συμμετέχουν περισσότεροι των τριών σωλήνες. Η εξίσωση (8.9) παίρνει τη μορφή:

$$\sum Q_i = 0 \quad (8.12)$$

Στην εξίσωση αυτή, οι παροχές τίθενται συμβατικά προσημασμένες (+ για εισροή, - για εκροή από τον κόμβο). Αντίστοιχα, με συμβατική προσήμανση των απωλειών (+ για εισροή, - για εκροή), η εξίσωση των απωλειών γίνεται:

$$H_i - h_i = P \quad (8.13)$$

Για την επίλυση χρειάζονται επιπλέον δεδομένα, ώστε να μπο-



Σχ. 8.4ε.
Διακλάδωση σωλήνων.

ρέσομε να ανάγομε το πρόβλημα σε μια κατηγορία ανάλογη με αυτές που εξετάσαμε.

8.5 Χρήση υπολογιστικών προγραμμάτων.

Στο Πέμπτο Κεφάλαιο έγινε μια πρώτη αναφορά στη χρήση υπολογιστικών προγραμμάτων για την επίλυση προβλημάτων των σωληνώσεων με ηλεκτρονικό υπολογιστή (παράγρ. 5.4.2). Καθώς τα προβλήματα γίνονται όλο και πιο πολύπλοκα και χρονοβόρα (όπως διαπιστώσαμε σ' αυτό το κεφάλαιο), η χρήση των σχετικών προγραμμάτων γίνεται όλο και πιο σημαντική. Ιδιαίτερα στις περιπτώσεις, στις οποίες η επίλυση απαιτεί την επαναληπτική διαδικασία των δοκιμών, η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή εξασφαλίζει ταχύτητα, αξιοπιστία και την επιθυμητή ακρίβεια. Υπάρχουν φυσικά και εξειδικευμένα προγράμματα, αλλά και τα τόσο διαδομένα προγράμματα υπολογιστικών φύλλων, όπως το Excel της Microsoft, το Calc του Open Office, το Spread κ.ά..

Για να επιλύσομε ένα πρόβλημα μ' αυτά τα προγράμματα, υπάρχουν δύο ουσιαστικές προϋποθέσεις: Η πρώτη είναι κάποια εξοικείωση με το πρόγραμμα που θα χρησιμοποιηθεί (και που δεν θα τη συζητήσομε εδώ). Η δεύτερη προϋπόθεση είναι να γνωρίζομε καλά τη μεθοδολογία επίλυσεως.

Ανακεφαλαιώνοντας τα όσα είπαμε στις προηγούμενες παραγράφους, παρουσιάζομε στη συνέχεια επιγραμματικά, τις κατηγορίες προβλημάτων συνδέσεως και διακλαδώσεως σωληνών, τις εξισώσεις που ισχύουν και τα βήματα επίλυσεώς τους. Υπενθυμίζομε ότι για κάθε σύστημα, ισχύει η εξίσωση Bernoulli, αφού για κάθε σωλήνα χωριστά ισχύουν οι τρεις σχέσεις που συναντήσαμε στο Πέμπτο Κεφάλαιο: Εξίσωση συνέχειας, εξίσωση απωλειών, διάγραμμα Moody. Ειδικά όμως το τελευταίο, στην αριθμητική επίλυση με τη βοήθεια υπολογιστικών προγραμμάτων, αντικαθίσταται από εμπειρικές εξισώσεις. Στη συνέχεια παρατίθεται προτεινόμενη μεθοδολογία για την αντιμετώπιση σχετικών προβλημάτων.

α) Σύνδεση σωληνών σε σειρά.

$$Q = Q_1 = Q_2 = \dots$$

$$h = h_1 + h_2 + \dots$$

Πρόβλημα 1.1: Δίνεται η παροχή, ζητούνται οι απώλειες.

$$1. Q = Q_1 = Q_2 = \dots \quad \rightarrow h_i$$

$$2. h = h_1 + h_2 + \dots \quad \rightarrow \Sigma h$$

Πρόβλημα 1.2: Δίνονται οι απώλειες, ζητείται η παροχή.

1ος τρόπος (αναλυτικός):

1. Υποθέτομε (τυχαία, λογική) τιμή παροχής Q' .
2. Υπολογίζομε το $\Sigma h'$ που αντιστοιχεί σ' αυτήν.
3. Αν $h' \approx h \Rightarrow$ τέλος.
 Αν $h' > h \Rightarrow Q' > Q$ Νέα Q' , επιστροφή στο 1.
 Αν $h' < h \Rightarrow Q' < Q$ Νέα Q' , επιστροφή στο 1.

2ος τρόπος: (Υπόθεση έντονns τύρβns, YET):

1. YET $\rightarrow f_i'$
2. Υπολογίζομε $\alpha_i \rightarrow h_i = \alpha_i \cdot Q^2$ (SI)
3. $h = \Sigma \alpha_i \cdot Q^2 \rightarrow Q$
4. Έλεγχος YET: Αν $f_i \cong f_i'$, τέλος.
 Αν $f_i > f_i'$, επιστροφή στο 2.

Πρόβλημα 1.3: Δίνονται οι μέγιστες απώλειες και η παροχή, ζητείται μία διάμετρος (ελάχιστη τιμή).

1. Χρησιμοποιούμε την Q ως δεδομένο και το h_{\max} ως κριτήριο.
2. Υποθέτομε (τυχαία, λογική) τιμή διαμέτρου d_i' .
3. Υπολογίζομε το h' που αντιστοιχεί στη d_i' .
4. Αν $h' \approx h \Rightarrow$ τέλος.
 Αν $h' > h \Rightarrow d_i' < d_i$ Νέα d_i' , επιστροφή στο 2.
 Αν $h' < h \Rightarrow d_i' \geq d_i$ Νέα d_i' , επιστροφή στο 2.

β) Παράλληλη σύνδεση σωλήνων.

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots$$

$$h = h_1 = h_2 = \dots$$

Πρόβλημα 2.1: Δίνεται η ολική παροχή, ζητούνται οι απώλειες.

1. YET $\rightarrow f_i'$
2. Υπολογίζουμε $a_i \rightarrow h_i = a_i \cdot Q_i^2$ (SI) $\rightarrow Q_i = \beta_i \cdot h^{0.5}$ ($\beta_i = 1/a_i^{0.5}$)
3. $Q = \sum Q_i \rightarrow Q = \beta_i \cdot h^{0.5} \rightarrow h$
4. Έλεγχος YET: Αν $f_i \cong f_i'$, τέλος.
Αν $f_i > f_i'$, επιστροφή στο 2.

Πρόβλημα 2.2: Δίνονται οι απώλειες, ζητείται η ολική παροχή.

1. $h = h_1 = h_2 = \dots \rightarrow Q_i$
2. $Q = Q_1 + Q_2 + \dots \rightarrow Q$

Πρόβλημα 2.3: Δίνονται οι απώλειες και η μέγιστη παροχή, ζητείται μία διάμετρος (ελάχιστη τιμή).

1. Χρησιμοποιούμε το h ως δεδομένο και την Q_{\max} ως κριτήριο.
2. Υποθέτουμε (τυχαία, λογική) τιμή διαμέτρου d_i' .
3. Υπολογίζουμε την Q' που αντιστοιχεί στη d_i' .
4. Αν $Q' \approx Q \Rightarrow$ τέλος.
Αν $Q' > Q \Rightarrow d_i' < d_i$ Νέα d_i' , επιστροφή στο 2.
Αν $Q' < Q \Rightarrow d_i' \geq d_i$ Νέα d_i' , επιστροφή στο 2.

γ) Πρόβλημα των τριών δεξαμενών.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$y_1 - h_1 = y_2 \mp h_2 = y_3 + h_3 = P$$

Πρόβλημα 3.1: Δίνονται τα δύο υψόμετρα και η παροχή μιας δεξαμενής γνωστού υψομέτρου (π.χ.: y_1, y_2, Q_1).

Ζητούνται το υψόμετρο της τρίτης δεξαμενής και οι δύο παροχές.

1. Υπολογίζουμε τις απώλειες του σωλήνα γνωστής παροχής ($Q_1 \rightarrow h_1$).
2. Από τη σχέση των απωλειών υπολογίζουμε τις απώλειες στο σωλήνα που αντιστοιχεί στο άλλο γνωστό υψόμετρο (h_2).
3. Υπολογίζουμε την παροχή του δεύτερου σωλήνα ($h_2 \rightarrow Q_2$).
4. Από τη σχέση παροχών υπολογίζουμε την τρίτη παροχή (Q_3).
5. Υπολογίζουμε τις απώλειες του τρίτου σωλήνα ($Q_3 \rightarrow h_3$).
6. Από τη σχέση των απωλειών υπολογίζουμε το τρίτο ύψος (y_3).

Πρόβλημα 3.2: Δίνονται τα δύο υψόμετρα και η παροχή της δεξαμενής αγνώστου υψομέτρου (π.χ.: y_1, y_2, Q_3).

Ζητούνται το υψόμετρο της τρίτης δεξαμενής και οι δύο παροχές.

1. Υπολογίζουμε τις απώλειες του σωλήνα γνωστής παροχής ($Q_3 \rightarrow h_3$).
2. Διαμορφώνουμε σχέση ελέγχου αξιοποιώντας τη γνωστή υψομετρική διαφορά ($y_1 - y_2 = h_1 \pm h_2$).
3. Υποθέτουμε τιμή σε μία από τις δύο άγνωστες παροχές, οπότε προκύπτει τιμή και για την άλλη ($Q_1' \rightarrow Q_2'$).
4. Υπολογίζουμε τις απώλειες στους δύο σωλήνες ($Q_1' \rightarrow h_1', Q_2' \rightarrow h_2'$).
5. Εφαρμόζουμε το κριτήριο:
Αν $h_1' \pm h_2' > y_1 - y_2 \Rightarrow Q_1' > Q_1$: Επιστροφή στο βήμα 3.
Αν $h_1' \pm h_2' < y_1 - y_2 \Rightarrow Q_1' < Q_1$: Επιστροφή στο βήμα 3.
Αν $h_1' \pm h_2' \approx y_1 - y_2 \Rightarrow Q_1' \approx Q_1$: Τέλος.
6. Από τη σχέση των απωλειών υπολογίζουμε το τρίτο ύψος (y_3).

Πρόβλημα 3.3: Δίνονται τα υψόμετρα των τριών δεξαμενών (y_1, y_2, y_3).

Ζητούνται οι τρεις παροχές.

1. YET $\rightarrow h_1 = \alpha_1 \cdot Q_1 \quad h_2 = \alpha_2 \cdot Q_2 \quad h_3 = \alpha_3 \cdot Q_3$
2. Υποθέτουμε $P' = y_2 \rightarrow [h_1' \rightarrow Q_1'], [Q_2' = 0], [h_3' \rightarrow Q_3']$
 Αν $Q_1' > Q_3' \Rightarrow$ Εισροή στη Β $\Rightarrow P' = y_2 < P$
 Αν $Q_1' < Q_3' \Rightarrow$ Εκροή από τη Β $\Rightarrow P' = y_2 > P$
3. Υποθέτουμε $P' \rightarrow h_1', h_2', h_3'$ (από σχέση απωλειών).
4. Υπολογίζουμε τις παροχές: $h_1' \rightarrow Q_1', h_2' \rightarrow Q_2', h_3' \rightarrow Q_3'$
5. Ως κριτήριο, χρησιμοποιούμε τη σχέση των παροχών:
 Αν $Q_1' + Q_2' + Q_3' > 0 \Rightarrow P' > P$: Επιστροφή στο βήμα 3.
 Αν $Q_1' + Q_2' + Q_3' < 0 \Rightarrow P' < P$: Επιστροφή στο βήμα 3.
 Αν $Q_1' + Q_2' + Q_3' \approx 0 \Rightarrow P' \approx P$: Τέλος.
6. Ελέγχουμε τις YET και, αν χρειαστεί, διορθώνουμε τις τελικές παροχές. Εξομαλύνουμε μικρές διαφορές ώστε: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$.

Παρατηρούμε ότι υπάρχουν κάποιες διαδικασίες (υπορουτίνες) που επαναλαμβάνονται στα διάφορα προβλήματα. Εξετάζουμε μερικές:

– **Ακριβής υπολογισμός του συντελεστή τριβής f :** Αν γνωρίζουμε τη σχετική τραχύτητα ϵ/d και τον αριθμό Reynolds, χρησιμοποιούμε την εμπειρική εξίσωση (5.27):

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -1,08 \cdot \log \left[\frac{6,9}{Re} + \left(\frac{\epsilon/d}{3,7} \right)^{1,11} \right] \Rightarrow f = \left[-1,8 \cdot \log \left(\frac{6,9}{Re} + \left(\frac{\epsilon/d}{3,7} \right)^{1,11} \right) \right]^{-2}$$

Η εισαγωγή δεδομένων και τύπων στα κελιά των υπολογιστικών προγραμμάτων που αναφέραμε, γίνεται ως εξής:

Δεδομένα: $L \rightarrow B1, d \rightarrow B2, \epsilon \rightarrow B3, v \rightarrow B4, Q \rightarrow B5$

Τύποι: $\epsilon/d \rightarrow B6: = B3/B2$

$v \rightarrow B7: = 4 * B5 / \pi() / B2^2$

$Re \rightarrow B8: = B7 * B2 / B4$

$f \rightarrow B9: = (-1,8 * \text{LOG}(6,9/B8 + (B6/3,7)^{1,11}))^{-2}$

Προσοχή: Η παραπάνω εξίσωση ισχύει για την τυρβώδη ροή. Αν η ροή είναι στρωτή ($Re < 2100$), ισχύει: $f = 64/Re$ (βλ. παράγρ. 5.4.2).

– **Υπολογισμός του συντελεστή τριβής f με YET:** Αν γνωρίζουμε τη σχετική τραχύτητα ϵ/d αλλά όχι και τον αριθμό Reynolds (άγνωστη η παροχή), χρησιμοποιούμε την εμπειρική εξίσωση (5.25) που ισχύει για πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή (von Karman):

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 2 \cdot \log \left(\frac{3,7}{\epsilon/d} \right) = 1,14 - 2 \cdot \log \left(\frac{\epsilon/d}{3,7} \right) \Rightarrow f = \left[2 \cdot \log \left(\frac{3,7}{\epsilon/d} \right) \right]^{-2}$$

Εισαγωγή στο υπολογιστικό πρόγραμμα:

Δεδομένα: $L \rightarrow B1, d \rightarrow B2, \epsilon \rightarrow B3, v \rightarrow B4$

Τύποι: $\epsilon/d \rightarrow B6: = B3/B2$

$f \rightarrow B9: = (2 * \text{LOG}(3,7/B37))^{-2}$

– **Υπολογισμός των συντελεστών α_i :** Η εξίσωση των απωλειών, όπως είδαμε, λαμβάνει τη μορφή:

$$h_i = \alpha_i \cdot Q_i^2$$

όπου:

$$\alpha_i = \frac{8}{\pi^2 g} \left(f_i \cdot \frac{L_i}{d_i} + \sum K_i \right) \cdot \frac{1}{d_i^4}$$

Ο υπολογισμός του συντελεστή α ενός σωλήνα ακολουθεί τον υπολογισμό του f . Αν λοιπόν το f βρίσκεται στο κελί B9 (όπως παραπάνω) και το $\sum K$ τοποθετηθεί (ως δεδομένο) στο B10, εισάγουμε στο B11 το συντελεστή α :

$$\alpha \rightarrow = 8 / \text{PI}()^2 / 9,81 * (\text{B9} * \text{B1} / \text{B2} + \text{B10}) / \text{B2}^4$$

Σημειώνουμε ότι στη στήλη B, εισάγοντας δεδομένα, υπολογίζουμε ένα σωλήνα. Με αντιγραφή και επικόλληση στις στήλες C, D κ.λπ. και εισάγοντας δεδομένα στις αντίστοιχες γραμμές, υπολογίζονται αυτόματα οι άλλοι σωλήνες του προβλήματος.

Τονίζουμε την ιδιαίτερη ευκολία, με την οποία επιλύονται τα προβλήματα που απαιτούν επαναληπτικές δοκιμές. Η προσοχή εστιάζεται στη διαμόρφωση της πρώτης γραμμής του πίνακα, στο πρώτο κελί του οποίου εισάγεται η υποθετική τιμή. Όλες οι άλλες γραμμές του πίνακα διαμορφώνονται με αντιγραφή-επικόλληση της πρώτης και το μόνο που έχουμε να κάνουμε, είναι να εισάγουμε κάθε φορά τη νέα υπόθεση. Υπάρχουν μάλιστα και προχωρημένες υπορουτίνες, οι οποίες, αξιοποιώντας, το κριτήριο της δοκιμής, εισάγουν την τιμή της επόμενης δοκιμής. Σ' αυτές, μπορούμε να ορίσουμε την ακρίβεια υπολογισμού που επιθυμούμε και η επίλυση να γίνει αυτόματα.

Η ολοκλήρωση της ρουτίνας επίλυσης ενός προβλήματος και η αποθήκευση του υπολογιστικού φύλλου, επιτρέπει την αυτόματη επίλυση οποιουδήποτε προβλήματος της ίδιας κατηγορίας, με εισαγωγή των δεδομένων.

8.6 Ασκήσεις.

1. Οι σωλήνες του σχήματος 8.6α είναι χυτοσίδηροι μήκους 200 m και 220 m και διαμέτρων 7 in και 5 in αντίστοιχα. Αν η παροχή νερού προς τη δεξαμενή B είναι $180 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν οι απώλειες ύψους και η υψομετρική διαφορά. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

$$[\Sigma h = H = 38,07 \text{ m}]$$

2. Για το ίδιο σχήμα 8.6α και σωληνώσεις, να υπολογισθεί η παροχή αν οι ελεύθερες επιφάνειες των δεξαμενών έχουν υψομετρική διαφορά 25 m και οι συντελεστές τοπικών απωλειών στους δύο σωλήνες είναι 2 και 4 αντίστοιχα.

$$[Q = 139,2 \text{ m}^3/\text{h}]$$

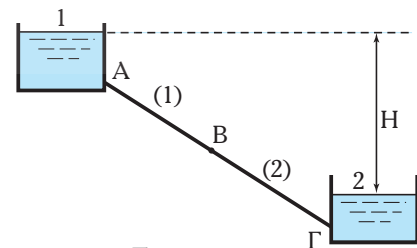
3. Δύο δεξαμενές με υψομετρική διαφορά 12 m, συνδέονται με δύο σωλήνες από γαλβανισμένο σίδηρο, συνδεδεμένους σε σειρά, με μήκη 100 m και 120 m και διαμέτρους 15 cm και 10 cm αντίστοιχα. Αν οι τοπικές απώλειες θεωρηθούν αμελητέες, να υπολογισθεί η παροχή νερού προς τη δεξαμενή που βρίσκεται χαμηλότερα. Ποιες ενεργειακές μεταβολές παρατηρούμε;

$$[Q = 79,6 \text{ m}^3/\text{h}]$$

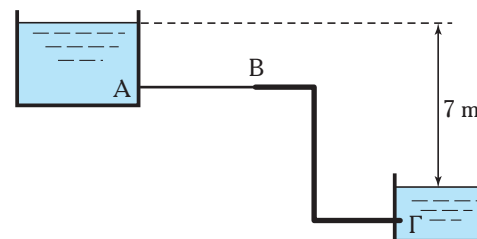
4. Οι δύο δεξαμενές νερού του σχήματος 8.6β πρόκειται να συνδεθούν με τους σωλήνες AB και BΓ. Ο σωλήνας BΓ, έχει μήκος 40 m και διάμετρο 10 cm. Να υπολογισθεί (σε mm) η ελάχιστη διάμετρος του σωλήνα AB, μήκους 20 m, ώστε η παροχή να είναι τουλάχιστον $60 \text{ m}^3/\text{h}$. Και οι δύο σωλήνες είναι από ασφαλισμένο χυτοσίδηρο, με συντελεστές τοπικών απωλειών $K_{AB} = 0,9$ και $K_{B\Gamma} = 4,5$.

$$[d_{AB, \min} = 91 \text{ mm}]$$

5. Τρεις σωλήνες από ασφαλισμένο χυτοσίδηρο με μήκη 50 m, 70 m και 40 m και διαμέτρους 5 cm, 7 cm και 4 cm αντίστοιχα, είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Αν η πτώση πίεσης από την είσοδο ως την έξοδο του συστήματος των τριών



Σχ. 8.6α.



Σχ. 8.6β.

σωλήνων είναι 180 KPa και η έξοδος βρίσκεται 5 m χαμηλότερα από την είσοδο, να υπολογισθούν η παροχή, η ταχύτητα και οι απώλειες σε κάθε σωλήνα. ($\nu = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

$$[Q = 15,2 \text{ m}^3/\text{h}, h_1 = 6,09 \text{ m}, h_2 = 1,45 \text{ m}, h_3 = 15,8 \text{ m}]$$

6. Αν οι σωλήνες του προηγούμενου προβλήματος είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, πόση είναι η ολική παροχή και το ποσοστό παροχής σε κάθε σωλήνα, για την ίδια πτώση πίεσης και υψομετρική διαφορά μεταξύ εισόδου και εξόδου του συστήματος των σωλήνων;

$$[Q = 110,3 \text{ m}^3/\text{h}, 27,2\% - 55,9\% - 16,9\%]$$

7. Στην παράλληλη σύνδεση του σχήματος 8.6γ ο σωλήνας (1) έχει διάμετρο 10 cm και μήκος 4 m, ενώ ο (2), διάμετρο 2 cm και μήκος 6 m. Οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο. Αν η παροχή νερού στο σωλήνα μικρής διαμέτρου είναι 0,2 L/s, να υπολογισθεί η συνολική παροχή Q και η πτώση πίεσης από το A ως το B. (Τα A και B βρίσκονται στο ίδιο ύψος. Οι δευτερεύουσες απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες).

$$[Q = 18,3 \text{ L/s}, p_A - p_B = 2,75 \text{ KPa}]$$

8. Οι παράλληλα συνδεδεμένοι σωλήνες του σχήματος 8.6δ είναι από χυτοσίδηρο με $L_1 = 80 \text{ m}$, $L_2 = 60 \text{ m}$ και $d_1 = 3 \text{ in}$, $d_2 = 2 \text{ in}$. Αν στους σωλήνες ρέει κηροζίνη 20°C , σχετικής πυκνότητας 0,82 και η πτώση πίεσης από το A ως το B είναι 30 KPa, να υπολογισθούν οι παροχές στους δύο σωλήνες (Τα A και B βρίσκονται στο ίδιο ύψος, δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

$$[Q_1 = 64,7 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 25,5 \text{ m}^3/\text{h}]$$

9. Τρεις μπρούτζινοι σωλήνες ($\epsilon = 0,0002 \text{ m}$) συνδεδεμένοι παράλληλα, έχουν μήκη 400 ft, 300 ft και 500 ft και διαμέτρους 2 in, 3 in και 4 in αντίστοιχα. Αν η ολική παροχή αργού πετρελαίου είναι $0,6 \text{ ft}^3/\text{s}$, να υπολογισθούν οι απώλειες και η παροχή σε κάθε σωλήνα (σε m^3/h). (Σχετική πυκνότητα αργού 0,86, $\nu = 8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

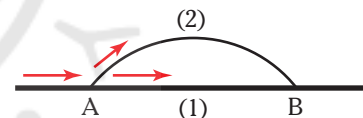
$$[h = 5,1 \text{ m}, Q_1 = 4,34 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 20,57 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 36,25 \text{ m}^3/\text{h}]$$

10. Οι παράλληλα συνδεδεμένοι σωλήνες του σχήματος 8.6ε, είναι από γαλβανισμένο σίδηρο με $L_1 = 60 \text{ m}$, $L_2 = 55 \text{ m}$, $d_1 = 5 \text{ cm}$, $d_2 = 4 \text{ cm}$ και μεταφέρουν υγρό σχετικής πυκνότητας 0,9 και κινηματικού ιξώδους $4,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Στο σωλήνα (2) υπάρχει αντλία, η οποία έχει συντελεστή τοπικών απωλειών $K_p = 2,5$. Αν η αντλία είναι εκτός λειτουργίας και η ολική παροχή ίση με $14 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν οι παροχές των σωλήνων και η πτώση πίεσης από το A ως το B.

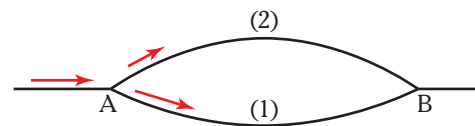
$$[Q_1 = 9 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 5 \text{ m}^3/\text{h}, p_A - p_B = 28,6 \text{ KPa}]$$

11. Αν στο σύστημα του προηγούμενου προβλήματος λειτουργεί η αντλία αποδίδοντας ύψος $h_p = 50 \text{ m}$ και η πτώση πίεσης από το A στο B είναι 15 KPa, να υπολογισθεί η ολική παροχή.

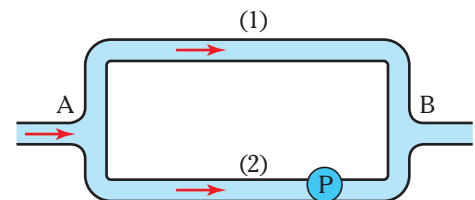
$$[Q_1 = 6,4 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 21,8 \text{ m}^3/\text{h}, Q = 21,8 \text{ m}^3/\text{h}]$$



Σχ. 8.6γ.



Σχ. 8.6δ.



Σχ. 8.6ε.

12. Τρεις σωλήνες από εμπορικό χάλυβα με μήκη 80 m, 60 m, 90 m και διαμέτρους 6 cm, 4 cm, 5 cm αντίστοιχα, είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Αν η ολική παροχή είναι 60 m³/h, να υπολογισθούν οι παροχές των τριών σωλήνων και το ύψος απωλειών.

$$[Q_1 = 30,3 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 12,1 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 17,6 \text{ m}^3/\text{h}, h = 12,2 \text{ m}]$$

13. Στη μεικτή σύνδεση του σχήματος 8.6στ, οι τρεις σωλήνες είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο, ίδιας διαμέτρου, ίσως με 8 cm και μήκη $L_1 = 250 \text{ m}$, $L_2 = 200 \text{ m}$, $L_3 = 150 \text{ m}$. Αν η πτώση πίεσης από το Α ως το Γ είναι 750 KPa, να υπολογισθούν οι παροχές νερού στους τρεις σωλήνες. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

$$[Q_1 = 43,6 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 48,8 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 92,4 \text{ m}^3/\text{h}]$$

14. Αν στη σωλήνωση του προηγούμενου προβλήματος, η ολική παροχή είναι 75 m³/h, να υπολογισθούν οι παροχές των σωλήνων και η πτώση πίεσης από το Α ως το Γ.

$$[Q_1 = 35,4 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 39,6 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 75 \text{ m}^3/\text{h}, p_A - p_B = 497 \text{ KPa}]$$

15. Οι σωλήνες του σχήματος 8.6ζ είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο με:

$$L_1 = 250 \text{ m} \quad d_1 = 10 \text{ cm}$$

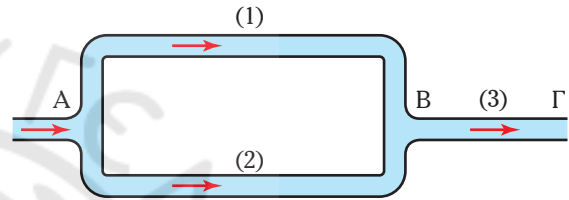
$$L_2 = 150 \text{ m} \quad d_2 = 12 \text{ cm}$$

$$L_3 = 200 \text{ m} \quad d_3 = 8 \text{ cm}$$

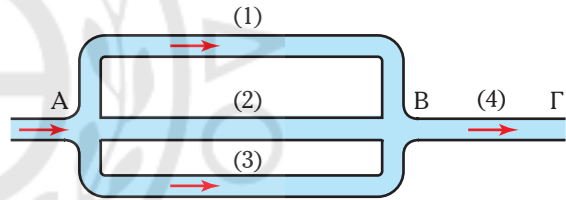
$$L_4 = 150 \text{ m} \quad d_4 = 15 \text{ cm}$$

Θεωρώντας τις δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες, να υπολογισθεί το ύψος απωλειών από το Α ως το Γ και οι παροχές στους τρεις παράλληλους σωλήνες, αν $Q_4 = 250 \text{ m}^3/\text{h}$.

$$[h_{A\Gamma} = 30,6 \text{ m}, Q_1 = 67,2 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 141 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 41,8 \text{ m}^3/\text{h}]$$



Σχ. 8.6στ.



Σχ. 8.6ζ.

16. Οι τρεις σωλήνες του σχήματος 8.6η από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο, έχουν διάμετρο 8 cm και μήκη:

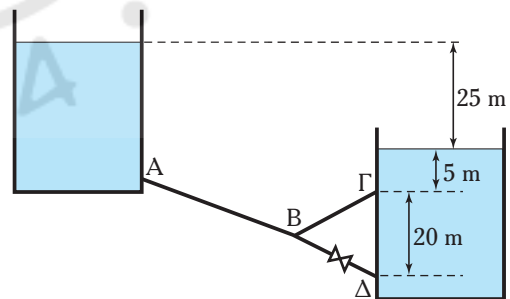
$$L_{AB} = 100 \text{ m}, \quad L_{B\Gamma} = 50 \text{ m}, \quad L_{B\Delta} = 70 \text{ m}$$

Στο σωλήνα ΒΓ υπάρχει μία βαλβίδα.

Να υπολογισθεί η παροχή νερού από τη μια δεξαμενή στην άλλη αν: α) η βαλβίδα είναι κλειστή, β) η βαλβίδα είναι ανοικτή με $K=0,5$.

$$[\alpha) Q = 60,7 \text{ m}^3/\text{h},$$

$$\beta) Q = 69,8 \text{ m}^3/\text{h}]$$



Σχ. 8.6η.

17. Στη διακλάδωση του σχήματος 8.6θ, οι σωλήνες είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο με:

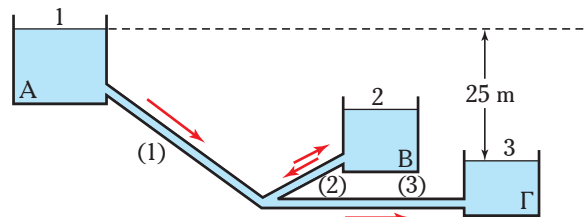
$$L_1 = 200 \text{ m} \quad d_1 = 20 \text{ cm}$$

$$L_2 = 100 \text{ m} \quad d_2 = 14 \text{ cm}$$

$$L_3 = 150 \text{ m} \quad d_3 = 12 \text{ cm}$$

Αν η εισροή νερού στη δεξαμενή Γ είναι 150 m³/h, να υπολογισθούν η υψομετρική διαφορά της Α από τη Β και οι παροχές Q_1 και Q_2 .

$$[y_1 - y_2 = 14,37 \text{ m}, Q_1 = 322 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 172 \text{ m}^3/\text{h}]$$



Σχ. 8.6θ.

18. Στη διακλάδωση του σχήματος 8.6ι γνωρίζουμε ότι:

$$L_1 = 1200 \text{ m} \quad d_1 = 30 \text{ cm}$$

$$L_2 = 500 \text{ m} \quad d_2 = 15 \text{ cm}$$

$$L_3 = 600 \text{ m} \quad d_3 = 20 \text{ cm}$$

Οι σωλίνες είναι από χυτοσίδηρο. Αν η εκροή νερού από τη δεξαμενή Α είναι $500 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν η υψομετρική διαφορά της Γ από την Α και οι παροχές Q_2 και Q_3 .

$$[y_1 - y_3 = 40 \text{ m}, Q_2 = 189,5 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 310,5 \text{ m}^3/\text{h}]$$

19. Οι σωλίνες του σχήματος 8.6ια είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο με:

$$L_1 = 300 \text{ m} \quad d_1 = 15 \text{ cm}$$

$$L_2 = 200 \text{ m} \quad d_2 = 10 \text{ cm}$$

$$L_3 = 250 \text{ m} \quad d_3 = 10 \text{ cm}$$

Αν η εισροή νερού στη δεξαμενή Γ είναι 15 L/s , να υπολογισθεί η υψομετρική διαφορά μεταξύ των δεξαμενών Α και Γ και οι παροχές Q_2 και Q_3 .

$$[y_1 - y_3 = 14,84 \text{ m}, Q_1 = 27 \text{ L/s}, Q_3 = 12 \text{ L/s}]$$

20. Οι σωλίνες του σχήματος 8.6ιβ είναι από εμπορικό χάλυβα με:

$$d_1 = 6 \text{ in}, \quad d_2 = 3 \text{ in}, \quad d_3 = 4 \text{ in},$$

$$L_1 = 180 \text{ ft}, \quad L_2 = 60 \text{ ft}, \quad L_3 = 90 \text{ ft}$$

Η εκροή νερού από τη δεξαμενή Α είναι $2,2 \text{ ft}^3/\text{s}$. Να υπολογισθούν: Η υψομετρική διαφορά μεταξύ των Α και Γ και οι παροχές Q_2 και Q_3 (σε ft^3/s).

$$[y_1 - y_3 = 11,7 \text{ m}, Q_2 = 0,5 \text{ ft}^3/\text{s}, Q_3 = 1,7 \text{ ft}^3/\text{s}]$$

21. Οι σωλίνες του σχήματος 8.6ιγ είναι από γαλβανισμένο σίδηρο με:

$$L_1 = 30 \text{ m} \quad d_1 = 5 \text{ cm} \quad \Sigma K_1 = 3$$

$$L_2 = 20 \text{ m} \quad d_2 = 5 \text{ cm} \quad \Sigma K_2 = 2$$

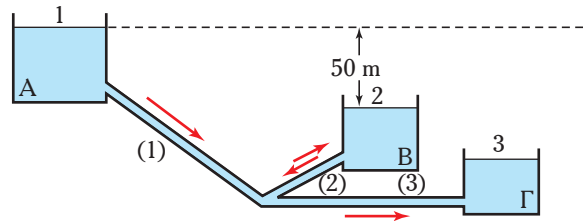
$$L_3 = 25 \text{ m} \quad d_3 = 7 \text{ cm} \quad \Sigma K_3 = 5$$

Αν από τη δεξαμενή Β εκρέει νερό με παροχή $20 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν οι παροχές των δύο άλλων δεξαμενών και η υψομετρική διαφορά μεταξύ της Α και της Β.

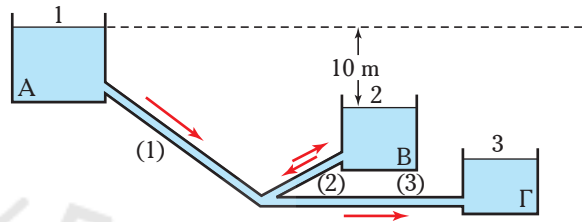
$$[y_1 - y_2 = 4,30 \text{ m}, Q_1 = 22,1 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 42,1 \text{ m}^3/\text{h}]$$

22. Οι σωλίνες του σχήματος 8.6ιδ είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο με:

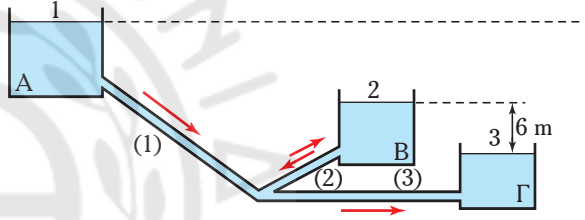
$$L_1 = 120 \text{ m} \quad d_1 = 12 \text{ cm}$$



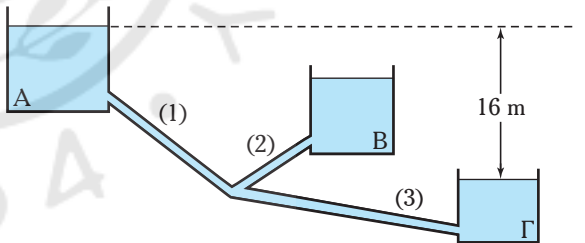
Σχ. 8.6ι.



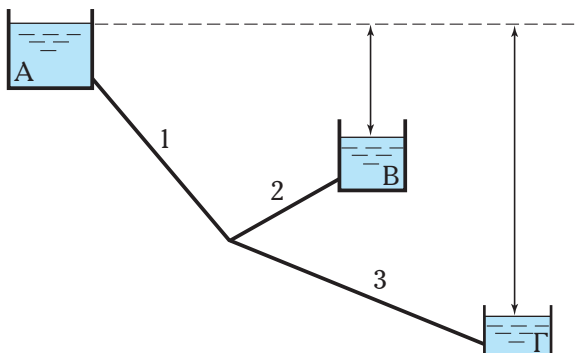
Σχ. 8.6ια.



Σχ. 8.6ιβ.



Σχ. 8.6ιγ.



Σχ. 8.6ιδ.

$$L_2 = 30 \text{ m} \quad d_2 = 6 \text{ cm}$$

$$L_3 = 80 \text{ m} \quad d_3 = 8 \text{ cm}$$

Αν η επιφάνεια της δεξαμενής Β είναι 7 m κάτω από την επιφάνεια της Α και η επιφάνεια της Γ 5 m κάτω από της Β, να υπολογισθούν οι παροχές νερού στους τρεις σωλήνες. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

$$[Q_1 = 73,5 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 24,2 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 49,3 \text{ m}^3/\text{h}]$$

23. Στο σχήμα 8.6ιδ της προηγούμενης ασκήσεως οι σωλήνες είναι από εμπορικό χάλυβα με μήκη: $L_1 = 80 \text{ m}$, $L_2 = 30 \text{ m}$, $L_3 = 70 \text{ m}$ και διαμέτρους: $d_1 = 8 \text{ cm}$, $d_2 = 4 \text{ cm}$, $d_3 = 7 \text{ cm}$. Αν η υψομετρική διαφορά των ελευθέρων επιφανειών των δεξαμενών Α και Β είναι 4 m και των Β και Γ 12 m, να υπολογισθούν οι παροχές νερού. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

$$[Q_1 = 41,4 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 4,9 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 46,3 \text{ m}^3/\text{h}]$$

24. Στο σύστημα τριών δεξαμενών της προηγούμενης ασκήσεως, τι διάμετρο θα έπρεπε να έχει ο σωλήνας (3), ώστε η παροχή νερού προς τη δεξαμενή ενδιάμεσου υψομέτρου να ισούται με μηδέν (τα άλλα δεδομένα παραμένουν ίδια);

$$[d_3 = 6,4 \text{ cm}]$$

25. Τρεις δεξαμενές Α, Β και Γ, με υψόμετρα των ελευθέρων επιφανειών τους $y_1 = 25 \text{ m}$, $y_2 = 75 \text{ m}$ και $y_3 = 60 \text{ m}$, συνδέονται με τους σωλήνες από χυτοσίδηρο (1), (2) και (3) όπως στο σχήμα 8.6ιε. Οι σωλήνες έχουν διάμετρο $d_1 = d_2 = d_3 = 8 \text{ in}$ και μήκη: $L_1 = 95 \text{ m}$, $L_2 = 125 \text{ m}$, $L_3 = 160 \text{ m}$. Να υπολογισθούν οι παροχές των τριών δεξαμενών.

$$[Q_1 = 908 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (εισορή)}, Q_2 = 636 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (εκροή)}, Q_3 = 272 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (εκροή)}]$$

26. Στο σχήμα 8.6ιε της προηγούμενης ασκήσεως οι σωλήνες είναι από γαλβανισμένο σίδηρο με μήκη $L_1 = 1800 \text{ ft}$, $L_2 = 1200 \text{ ft}$, $L_3 = 1600 \text{ ft}$ και διαμέτρους $d_1 = 8 \text{ in}$, $d_2 = 6 \text{ in}$, $d_3 = 5 \text{ in}$. Τα υψόμετρα των ελευθέρων επιφανειών των τριών δεξαμενών είναι $y_1 = 20 \text{ ft}$, $y_2 = 100 \text{ ft}$ και $y_3 = 50 \text{ ft}$. Να υπολογισθούν οι παροχές των τριών σωλήνων.

$$[Q_1 = 198 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (εισορή)}, Q_2 = 171 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (εκροή)}, Q_3 = 27 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (εκροή)}]$$

27. Οι σωλήνες του σχήματος 8.6ιστ είναι από ασφαλισμένο χυτοσίδηρο με:

$$L_1 = 100 \text{ m} \quad d_1 = 8 \text{ cm}$$

$$L_2 = 60 \text{ m} \quad d_2 = 6 \text{ cm}$$

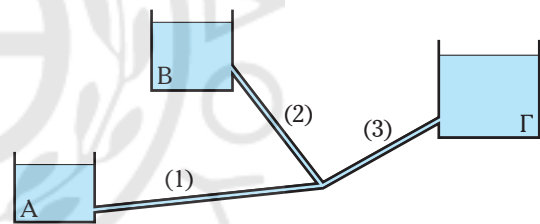
$$L_3 = 80 \text{ m} \quad d_3 = 8 \text{ cm}$$

Αν στην επιφάνεια των δεξαμενών Β και Γ έχουμε ατμοσφαιρική πίεση και η παροχή προς την Γ είναι $60 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν η πίεση p_A και οι παροχές των δύο άλλων δεξαμενών.

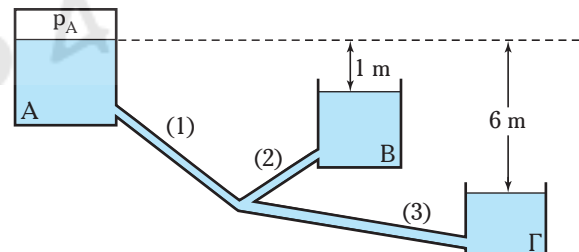
$$[p_{A,ox} = 373 \text{ KPa}, Q_1 = 85,1 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 25,1 \text{ m}^3/\text{h}]$$

28. Οι σωλήνες του σχήματος 8.6ιζ είναι από γαλβανισμένο σίδηρο με:

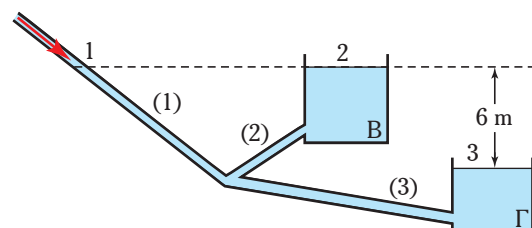
$$L_1 = 20 \text{ m} \quad d_1 = 8 \text{ cm}$$



Σχ. 8.6ιε.



Σχ. 8.6ιστ.



Σχ. 8.6ιζ.

$$L_2 = 40 \text{ m} \quad d_2 = 6 \text{ cm}$$

$$L_3 = 50 \text{ m} \quad d_3 = 8 \text{ cm}$$

όπου: L_1 είναι το μήκος του σωλήνα (1) από το σημείο 1 ως τη διακλάδωση. Αν η παροχή του σωλήνα (1) είναι $80 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν η πίεση στο 1 και οι παροχές των δεξαμενών (2) και (3).

$$[p_{1,ox} = 85,2 \text{ KPa}, Q_2 = 18,1 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 61,9 \text{ m}^3/\text{h}]$$

29. Οι σωλήνες του σχήματος 8.6in είναι από εμπορικό χάλυβα με:

$$L_1 = 220 \text{ m} \quad d_1 = 8 \text{ cm}$$

$$L_2 = 150 \text{ m} \quad d_2 = 5 \text{ cm}$$

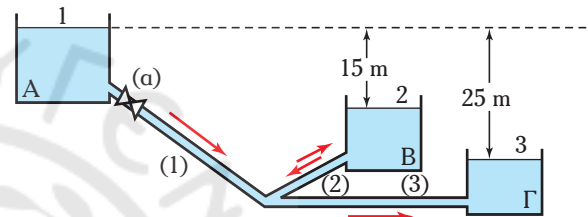
$$L_3 = 170 \text{ m} \quad d_3 = 6 \text{ cm}$$

Στο σωλήνα (1) υπάρχει βαλβίδα (α) πλήρως ανοικτή με $K = 0,5$. Να υπολογισθούν οι παροχές στους τρεις σωλήνες.

$$[Q_1 = 32,9 \text{ m}^3/\text{h}, Q_2 = 9,25 \text{ m}^3/\text{h}, Q_3 = 23,65 \text{ m}^3/\text{h}]$$

30. Στο σύστημα των τριών δεξαμενών του σχήματος 8.6in της προηγούμενης ασκήσεως, να υπολογισθεί ο συντελεστής τοπικών απωλειών που πρέπει να πετύχομε με στραγγαλισμό της βαλβίδας (α), ώστε στο σωλήνα (2) να μην υπάρχει ροή. Πόση θα είναι τότε η παροχή προς τη δεξαμενή (3);

$$[Q_1 = Q_3 = 18,7 \text{ m}^3/\text{h}, K=220]$$



Σχ. 8.6in.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΔΙΚΤΥΑ ΣΩΛΗΝΩΣΕΩΝ

- 9.1 Γενικά για τα δίκτυα
- 9.2 Υπολογισμός δικτύων σωληνώσεων
- 9.3 Μέθοδος διαδοχικών προσεγγίσεων Hardy Cross
- 9.4 Παραδείγματα υπολογισμού
- 9.5 Γενίκευση του υπολογισμού δικτύων
- 9.6 Δίκτυα σωληνώσεων σε πλοία
- 9.7 Ασκήσεις

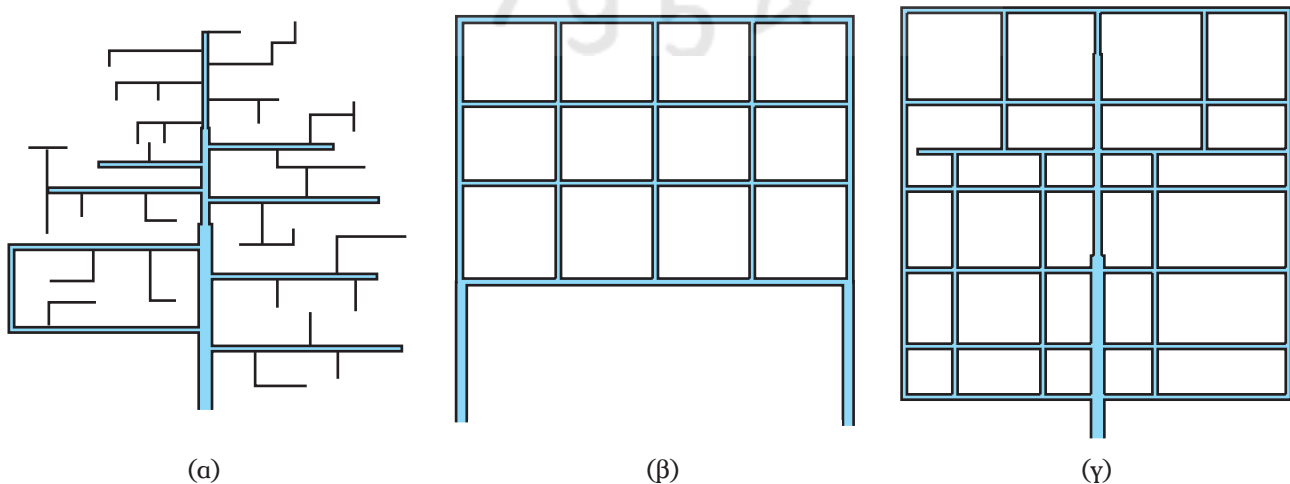
9.1 Γενικά για τα δίκτυα.

Κάθε σωλήνωση μελετάται και διαμορφώνεται ώστε να εξυπηρετήσει ένα συγκεκριμένο σκοπό διακίνησης ρευστού. Μέσα απ' αυτήν θα γίνει η μεταφορά ή η διανομή κάποιου ρευστού από τους χώρους αποθηκείωσης ή παραγωγής σε άλλους χώρους χρήσεως ή νέας αποθηκείωσης. Οι πολύπλοκες σωληνώσεις διανομής, έχουν, όπως θα δούμε, δικτυωτή δομή και για τούτο καλούνται δίκτυα. Γενικότερα όμως, ο όρος χρησιμοποιείται και για ένα ολοκληρωμένο σύστημα σωληνώσεων που εξυπηρετεί συγκεκριμένο σκοπό. Μ' αυτήν τη γενικότερη έννοια, μπορούμε να αναφέρομε τα σημαντικότερα δίκτυα ρευστών που συναντάμε στην καθημερινή ζωή και στην παραγωγική διαδικασία: δίκτυα σωληνώσεων νερού, δίκτυα πυροπροστασίας, δίκτυα εξυπηρετήσεως κτηριακών εγκαταστάσεων, δίκτυα υγρών και αερίων καυσίμων, δίκτυα φυσικού αερίου, δίκτυα ατμού, δίκτυα υγρών αποβλήτων, δίκτυα συμπιεσμένου αέρα, δίκτυα ψυκτικών υγρών, κρυογονικά δίκτυα κ.ά..

Μερικά από τα παραπάνω είναι σχετικά απλά συστήματα σωληνώσεων, εφοδιασμένα με εξαρτήματα ρυθμίσεως της ροής και συσκευές. Άλλα, ιδιαίτερα τα δίκτυα διανομής, είναι εξαιρετικά σύνθετα.

Ιδιαίτερη σημασία έχουν τα δίκτυα πυροσβέσεως, τόσο για το σκοπό που εξυπηρετούν, όσο και λόγω των ποικίλων συστημάτων πυροσβέσεως που έχουν αναπτυχθεί. Κοινό χαρακτηριστικό τους είναι το ότι όλα χρησιμοποιούν δίκτυο σωληνώσεων για να διοχετεύσουν το ρευστό πυροσβέσεως στις προς προστασία περιοχές. Διαφέρουν ως προς το πυροσβεστικό ρευστό, τον τρόπο ενεργοποίησεως, τους αυτοματισμούς κ.λπ.. Συναντάμε συστήματα παροχής νερού σε συγκεκριμένα σημεία (πυροσβεστικές φωλιές), αυτόματα συστήματα ψεκαστήρων νερού σε διάφορες παραλλαγές, συστήματα υδρονεφώσεως, συστήματα πυροσβέσεως με αφρό, συστήματα πυροσβέσεως με αέρια (παλιότερα με αλογονομένες αδρανείς ενώσεις – Halon, σήμερα με διοξείδιο του άνθρακα), άλλα με χημικά αδρανείς ουσίες κ.ά.. Μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τη Μηχανική των Ρευστών παρουσιάζουν τα συστήματα που ως πυροσβεστικό μέσο χρησιμοποιούν το νερό.

Τα σημαντικότερα από τα δίκτυα διανομής και τα πλέον πολύπλοκα, είναι τα **δίκτυα νερού**. Ιδιαίτερα τα δίκτυα διανομής πόσιμου νερού των οικισμών, αλλά και τα δίκτυα διανομής πόσιμου νερού και νερού θερμάνσεως εντός των κάθε είδους εγκαταστάσεων (κατοικιών, βιομηχανιών, συγκροτημάτων, πλοίων κ.λπ.). Ανάλογα με την πολυπλοκότητά τους, μπορούμε να τα κατατάξομε στις εξής τρεις κατηγορίες: **δίκτυα δενδροειδούς τύπου** (tree system), **δίκτυα πλέγματος** (grid system) και **δίκτυα βρόχων** (loop system). Το σχήμα 9.1 απεικονίζει τη βασική δομή των τριών αυτών τύπων δικτύων: Το δενδροειδές σύστημα χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη κεντρικού αγωγού, από τον οποίο διακλαδίζονται σωληνώσεις



Σχ. 9.1.

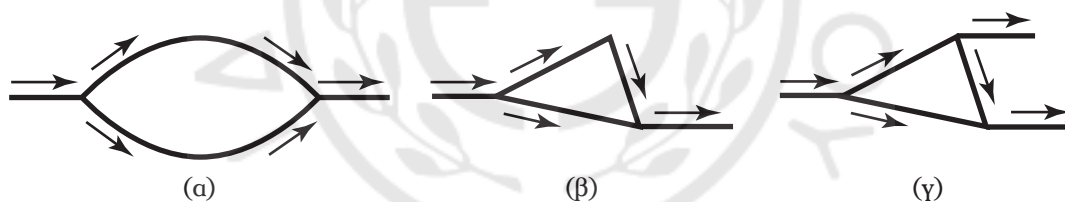
Δίκτυα διανομής: α) Δενδροειδές, β) πλέγματος και γ) βρόχων.

διανομής και η διατομή του οποίου μειώνεται σταδιακά. Στα δίκτυα τύπου πλέγματος η διαμόρφωση της σωληνώσεως μοιάζει με σκακιέρα που καλύπτει την περιοχή διανομής, με τις διατομές των σωλίνων να μειώνονται με την απόσταση. Στα συστήματα βρόχου, ο κεντρικός αγωγός τροφοδοτεί μικρότερους, οι οποίοι συνεχίζουν να διακλαδίζονται διαμορφώνοντας βρόχους. Σημειώνουμε ότι μεγαλύτερη αξιοπιστία παρουσιάζουν τα συστήματα πλέγματος και βρόχου, λόγω της ευελιξίας, της επεκτασιμότητας και των πολλαπλών διαδρομών του ρευστού.

Σε ένα σύστημα διανομής νερού διακρίνουμε τρεις ομάδες σωληνώσεων: Τις γραμμές μεταφοράς, οι οποίες μεταφέρουν το ρευστό από το χώρο αποθηκείσεως στο χώρο διανομής, τους κεντρικούς αγωγούς, οι οποίοι μεταφέρουν το νερό στην εξυπηρετούμενη περιοχή, και τις γραμμές παροχής, οι οποίες αποτελούνται από σωλίνους μικρών διαμέτρων που μεταφέρουν το νερό από τους κεντρικούς αγωγούς στο χρήστη. Τα συστήματα διανομής αποτελούνται από τους σωλίνους, τις βαλβίδες και τις αντλίες, μέσω των οποίων το νερό κινείται από την πηγή στους χώρους χρήσεως. Ο πρωταρχικός στόχος ενός τέτοιου δικτύου, είναι να παρασχεθεί μια επαρκής ποσότητα νερού σε όλα τα μέρη του συστήματος, σε πιέσεις και παροχές που ικανοποιούν τις απαιτήσεις των χρηστών. Επομένως, η επιλογή του υλικού, των διαμέτρων και της διαμορφώσεως των σωληνώσεων στα δίκτυα διανομής επηρεάζεται κυρίως από την ανάγκη της επαρκούς πίεσεως και παροχής και δευτερευόντως από τις δαπάνες εγκαταστάσεως και λειτουργίας.

9.2 Υπολογισμός δικτύων σωληνώσεων.

Τα απλά δίκτυα μεταφοράς, υπολογίζονται συνήθως με τα όσα είπαμε μέχρι τώρα για τους υπολογισμούς στους σωλίνους, τις συνδέσεις σωλίνων (σε σειρά και παράλληλα), [σχ. 9.2α(α), 9.2α(β)] και σε διακλάδωση. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο με τα δίκτυα διανομής και ιδιαίτερα τα συστήματα πλέγματος και βρόχου. Ακόμα και ένας βρόχος με μία είσοδο και δύο εξόδους [σχ. 9.2α(γ)], είναι αδύνατο να υπολογισθεί με τις μεθόδους που αναπτύξαμε στα προηγούμενα κεφάλαια.



Σχ. 9.2α.

Βρόχοι: α) Παράλληλη σύνδεση, β) μεικτή σύνδεση και γ) δίκτυο.

Καθώς οι βρόχοι αυξάνονται, αυξάνονται κατακόρυφα και οι δυσκολίες υπολογισμού, καθώς και ο απαιτούμενος χρόνος. Μεγάλα δίκτυα με δεκάδες ή και εκατοντάδες βρόχους, παρουσιάζουν εξαιρετικές δυσκολίες. Με την επέκταση της χρήσεως ηλεκτρονικών υπολογιστών, αναπτύχθηκαν προγράμματα υπολογισμού αυτών των δικτύων. Αλλά και με χρήση των προγραμμάτων υπολογιστικών φύλλων που ήδη αναφέραμε, ο υπολογισμός είναι ευχερής, με την προϋπόθεση φυσικά να γνωρίζουμε και να κατανοούμε τις βασικές αρχές και σχέσεις που καθορίζουν τον υπολογισμό.

Πριν περάσουμε στην ανάπτυξη της μεθοδολογίας υπολογισμού των δικτύων, ας δούμε αυτές τις βασικές σχέσεις. Λαμβάνοντας υπόψη ότι ένα δίκτυο αποτελείται από σωλίνους (*κλάδους*) που διακλαδίζονται σε *κόμβους* και σχηματίζουν *κλειστά κυκλώματα* ή *βρόχους*, θα εξετάσουμε χωριστά τις σχέσεις των κόμβων και των βρόχων.

Καταρχήν, βλέποντας το δίκτυο μακροσκοπικά και εφαρμόζοντας το ισοζύγιο μάζας (εξίσωση συνέχειας) όλου του δικτύου, έχουμε:

$$\sum \dot{m}_{\text{εισ}} = \sum \dot{m}_{\text{εξ}} \quad (9.1\alpha)$$

Για ασυμπίεστα ρευστά ισχύει και το ισοζύγιο παροχών:

$$\Sigma Q_{\text{εισ}} = \Sigma Q_{\text{εξ}} \quad (9.1\beta)$$

Αντίστοιχη σχέση, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ισχύει και για κάθε **κόμβο** του δικτύου. Αν προσημάνομε συμβατικά τις παροχές (+ για είσοδο στον κόμβο, - για έξοδο), έχουμε:

$$\Sigma Q_{\text{κόμβου}} = 0 \quad (9.1)$$

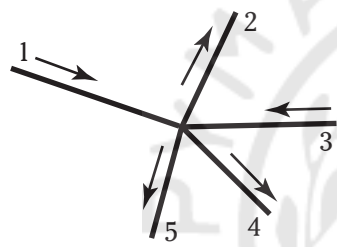
Για τον κόμβο του σχήματος 9.2β:

$$Q_1 - Q_2 + Q_3 - Q_4 - Q_5 = 0$$

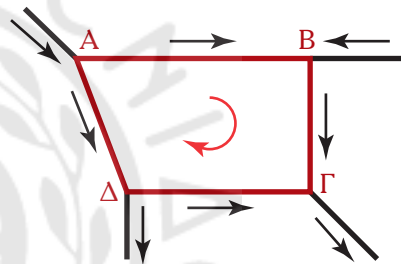
ή

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4 + Q_5 \quad (9.1\gamma)$$

Εκτός από τα σημεία διακλαδώσεως ή κόμβους, ένα δίκτυο χαρακτηρίζεται και από τα **κλειστά κυκλώματα** ή **βρόχους**. Βρόχος καλείται ένα κλειστό σύνολο διαδοχικών σωλήνων, δηλαδή σωλήνων που αν τους ακολουθήσουμε, εκκινώντας από κάποιο σημείο και ακολουθώντας μια πορεία, επανερχόμαστε στο σημείο εκκινήσεως. Έτσι, στο τμήμα σωληνώσεως του σχήματος 9.2γ, εκκινώντας από το Α και ακολουθώντας δεξιόστροφη πορεία, θα επανέλθουμε σ' αυτό: Α-Β-Γ-Δ-Α. Οι σωλήνες που συγκροτούν το βρόχο ονομάζονται **κλάδοι**. Για τη διαμόρφωση ενός βρόχου απαιτούνται τουλάχιστον δύο κλάδοι. Σ' αυτήν όμως την περίπτωση, πρόκειται απλά για δύο παράλληλα συνδεδεμένους σωλήνες [σχ. 9.2α(α)].



Σχ. 9.2β.
Κόμβος.



Σχ. 9.2γ.
Βρόχος.

Επανερχόμενοι στο βρόχο του σχήματος 9.2γ, παρατηρούμε ότι αποτελείται από τέσσερις κλάδους (ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ) και τέσσερις κόμβους (Α, Β, Γ, Δ). Αν η κατεύθυνση ροής στους σωλήνες είναι αυτή που σημειώνεται στο σχήμα, εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και Γ στη διαδρομή του ρευστού ΑΒΓ και στη διαδρομή ΑΔΓ, εύκολα προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} h_{\text{ΑΒΓ}} = h_{\text{ΑΔΓ}} &\Rightarrow h_{\text{ΑΒ}} + h_{\text{ΒΓ}} = h_{\text{ΑΔ}} + h_{\text{ΔΓ}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow h_{\text{ΑΒ}} + h_{\text{ΒΓ}} - h_{\text{ΑΔ}} - h_{\text{ΔΓ}} = 0 \end{aligned} \quad (9.2\alpha)$$

Αν προσημάνομε συμβατικά τις απώλειες, θέτοντας το πρόσημο + όταν η ροή του ρευστού είναι σύμφωνη με τη δεξιόστροφη πορεία στο βρόχο και το πρόσημο - όταν είναι αντίθετη, η εξίσωση (9.2α) γίνεται:

$$\begin{aligned} h_{\text{ΑΒ}} + h_{\text{ΒΓ}} + h_{\text{ΑΔ}} + h_{\text{ΔΓ}} = 0 &\Rightarrow \\ &\Rightarrow \Sigma h_{\text{βρόχου}} = 0 \end{aligned} \quad (9.2)$$

Η εξίσωση (9.2) είναι γενική και ισχύει για οποιοδήποτε κλειστό σύστημα σωλήνων (βρόχο). Σε συνδυασμό με την εξίσωση (9.1) των σημείων διακλαδώσεως (κόμβων), αποτελεί το κλειδί για την επίλυση των προβλημάτων δικτύων. Τονίζουμε ότι και οι δύο αυτές σχέσεις έχουν προκύψει με συμβατική προσήμανση των παροχών και των απωλειών. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή τους πρέπει να λαμβάνομε υπόψη τις συμβάσεις προσημάνσεως και να συγκεκριμενοποιούμε τις αντίστοιχες σχέσεις. Για παράδειγμα για τον κόμβο του σχήματος 9.2β η εξίσωση των κόμβων θα λάβει τη μορφή (9.1β), ενώ για το βρόχο του

σχήματος 9.2γ, η εξίσωση των βρόχων θα λάβει τη μορφή (9.2α).

Υπενθυμίζουμε τέλος ότι για κάθε κλάδο (σωλήνα) έχουμε στη διάθεσή μας την εξίσωση απωλειών (Darcy–Weisbach):

$$h_i = \frac{8}{\pi^2 \cdot g \cdot d_i^4} \cdot \left(f_i \cdot \frac{L_i}{d_i} + \Sigma K_i \right) \cdot Q_i^2$$

η οποία δύναται να λάβει τη μορφή:

$$h_i = a_i \cdot Q_i^2 \quad (9.3)$$

όπου:

$$a_i = \frac{8}{\pi^2 \cdot g \cdot d_i^4} \cdot \left(f_i \cdot \frac{L_i}{d_i} + \Sigma K_i \right) \quad (9.3a)$$

Η ανάλυση και υπολογισμός των δικτύων διανομής είναι μια πολύπλοκη και χρονοβόρα διαδικασία, η οποία βασίζεται στις εξισώσεις (9.1), (9.2) και (9.3) (σχέσεις των κόμβων, των βρόχων και των κλάδων αντίστοιχα).

Οι αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης που αναπτύχθηκαν (Hardy Cross, Newton–Raphson, μέθοδος εξισορροπήσεως παροχών), ακολουθούν τη διαδικασία της δοκιμής και της διορθώσεως. Πιο ολοκληρωμένη και γενική είναι η μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων που αναπτύχθηκε από τον Hardy Cross (1936) και την οποία θα παρουσιάσουμε και εφαρμόσουμε στη συνέχεια.

9.3 Μέθοδος διαδοχικών προσεγγίσεων Hardy Cross.

Ένα δίκτυο αποτελείται από κόμβους (διακλαδώσεις), κλάδους (σωλήνες με εξαρτήματα) και βρόχους. Ρευστό εισέρχεται στο δίκτυο (συνήθως με ένα ή δύο σημεία εισροής) και εξέρχεται απ' αυτό (τα σημεία εκροής σε ένα σύστημα διανομής είναι αρκετά).

Το πιο συνηθισμένο πρόβλημα υπολογισμού ενός δικτύου συνίσταται στον υπολογισμό των παροχών των κλάδων που το απαρτίζουν. Το εξίσου ενδιαφέρον πρόβλημα υπολογισμού της πίεσεως στα σημεία εκροής, ανάγεται σε πρόβλημα υπολογισμού των παροχών: όταν γνωρίζουμε τις παροχές, εύκολα υπολογίζουμε την πτώση πίεσεως μεταξύ δύο σημείων.

Στοιχειώδης θεώρηση ενός δικτύου, αναδεικνύει την αδυναμία επιλεκτικού υπολογισμού της παροχής κάποιου κλάδου. Οι παροχές υπολογίζονται με ενιαία διαδικασία, η οποία ούτε άμεση ούτε απλή θεωρείται. Η μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων του Hardy Cross αποτελείται από μία σειρά επαναλαμβανομένων ενεργειών. Πριν από αυτές, προετοιμάζουμε κατάλληλα το προς επίλυση πρόβλημα:

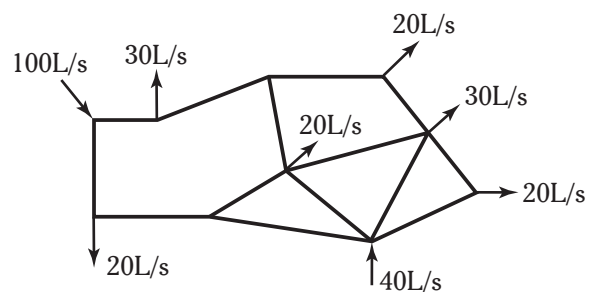
α) Σχεδιάζουμε ένα σκαρίφημα του δικτύου, τοποθετώντας προσεκτικά στους αντίστοιχους κόμβους όλες τις παροχές εισόδου και εξόδου του δικτύου (στη συνέχεια, το σκαρίφημα θα αποτελεί δεδομένο του προβλήματος, π.χ. το δίκτυο του σχήματος 9.3α).

Επιβεβαιώνουμε το ισοζύγιο παροχών εισόδου και εξόδου (ή συμπληρώνουμε κάποια που δεν έχει δοθεί).

Στο δίκτυο του σχήματος 9.3α έχουμε δύο εισροές με παροχή: $Q_{εισ} = (100+40) \text{ L/s} = 140 \text{ L/s}$ και έξι εκροές από το δίκτυο με:

$$Q_{εξ} = (30+20+30+20+20+20) \text{ L/s} = 140 \text{ L/s}$$

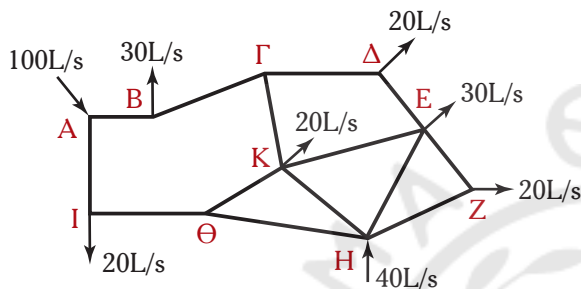
Εκτός από το σκαρίφημα, βασικά δεδομένα του προβλήματος αποτελούν τα μεγέθη των κλάδων, δηλαδή τα μήκη L_i , οι διάμετροι d_i , οι τραχύτητες ϵ_i και – αν υπάρχουν – οι συντελεστές τοπικών απωλειών K_i . Για απλοποίηση, θα αντιμετωπίσουμε καταρχήν επίπεδα δίκτυα (δηλ. δίκτυα, οι κόμβοι των οποίων δεν παρουσιάζουν υψομετρικές διαφορές), χωρίς την ύπαρξη αντλιών εντός του δικτύου.



Σχ. 9.3α.
Δίκτυο διανομής.

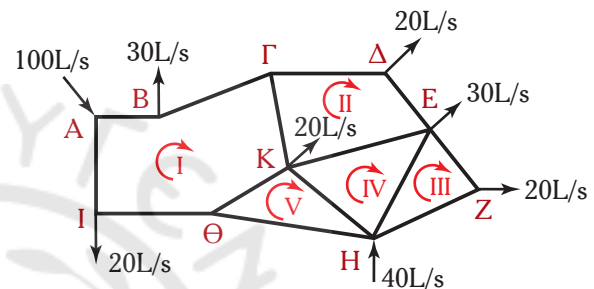
β) Σηματοδοτούμε με γράμματα όλους τους κόμβους του δικτύου. Στο δίκτυο που χρησιμοποιούμε ως παράδειγμα, έχουμε δέκα κόμβους (σχ. 9.3β Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, Κ).

γ) Αριθμούμε όλους τους ανεξάρτητους βρόχους του δικτύου (σχ. 9.3γ). Ανεξάρτητος είναι ένας βρόχος, όταν δεν προκύπτει ως άθροισμα ή διαφορά δύο άλλων που έχουν ήδη αριθμηθεί. Έτσι, στο παράδειγμά μας, αριθμήσαμε με Ι το βρόχο ΑΒΓΚΘΙΑ και με ΙΙ τον ΓΔΕΚΓ. Ο βρόχος ΑΒΓΔΕΚΘΙΑ αποτελεί άθροισμα των δύο προηγούμενων και δεν θα αριθμηθεί. Το ίδιο και ο ΕΗΘΚΕ που αποτελεί άθροισμα των ΕΗΚΕ και ΚΗΘΚ. Συνιστάται να αριθμούμε τους μικρότερους βρόχους γιατί έτσι αντιμετωπίζουμε λιγότερους υπολογισμούς. Συνιστάται επίσης για την αρίθμηση να χρησιμοποιούμε τους λατινικούς αριθμούς. Όταν τελειώσουμε την αρίθμηση των ανεξαρτήτων βρόχων, σημειώνουμε στο εσωτερικό του καθενός τη δεξιόστροφη πορεία (η οποία θα μας χρειαστεί για την προσήμανση των απωλειών σε κάθε κλάδο). Εφαρμόζοντας τα παραπάνω στο παράδειγμά μας, έχουμε πέντε βρόχους: Ι, ΙΙ, ΙΙΙ, ΙV και V.



Σχ. 9.3β.

Δίκτυο διανομής: Σήμανση κόμβων.



Σχ. 9.3γ.

Δίκτυο διανομής: Αρίθμηση βρόχων.

Όσον αφορά στη σήμανση των κλάδων, υπάρχει η δυνατότητα αριθμήςεώς τους (1, 2, 3, ...i). Μπορούμε όμως να τους αναφέρομε και με τα γράμματα που τους ορίζουν (π.χ. σωλήνας ΑΒ, ΒΓ κ.λπ.). Αυτή τη σήμανση ακολουθούμε στη συνέχεια. Σημειώνομε ότι υπάρχουν σωλήνες (κλάδοι) που ανήκουν σε ένα μόνο βρόχο (π.χ. ο ΑΒ στο βρόχο Ι, ο ΓΔ στον ΙΙ κ.λπ.), αλλά υπάρχουν και άλλοι, οι οποίοι συμμετέχουν ταυτόχρονα σε δύο βρόχους (π.χ. ο ΓΚ στον Ι και στον ΙΙ, ο ΕΗ στον ΙΙΙ και ΙV).

δ) Στο σημείο αυτό έχουμε ολοκληρώσει την προετοιμασία του σκαριφήματος, το οποίο θα αποτελέσει κατά μία έννοια τον καμβά των υπολογισμών μας. Υπάρχει όμως και μία ακόμη υπολογιστική και μη επαναλαμβανόμενη διαδικασία προετοιμασίας. Επειδή κατά την επαναληπτική διαδικασία των δοκιμών, σε κάθε βρόχο θα εφαρμόζομε την εξίσωση των απωλειών (9.2), θα πρέπει να είμαστε σε θέση να υπολογίζομε γρήγορα τις απώλειες του κάθε σωλήνα. Προς τούτο, υποθέτοντας πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή, υπολογίζομε τους συντελεστές τριβής των σωλήνων και αντικαθιστώντας στην εξίσωση απωλειών (Darcy–Weisbach), φέρνομε τις εξισώσεις απωλειών κάθε σωλήνα στη μορφή:

$$h_i = a_i \cdot Q_i^2 \quad (\text{SI}) \quad (9.3)$$

όπου i : τα σύμβολα του αντίστοιχου κλάδου (ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ κ.λπ.).

Επειδή συνήθως οι κλάδοι είναι πολλοί (στο παράδειγμά μας, 14), συνιστάται οι σχετικοί τύποι (όπως και οι υπολογισμοί που θα ακολουθήσουν) να τοποθετούνται σε πίνακες.

Το πρόβλημα έχει διαμορφωθεί ως εξής:

Το δίκτυο έχει N κόμβους, I κλάδους και J βρόχους.

Άγνωστες είναι οι παροχές όλων των κλάδων, επομένως έχουμε I αγνώστους [οι απώλειες εκφράζονται συναρτήσεως των παροχών με τις εξισώσεις (9.3)].

Στη διάθεσή μας έχουμε τις εξισώσεις συνέχειας των κόμβων (9.1) και τις εξισώσεις των βρόχων (9.2). Από τους N κόμβους προκύπτουν $N-1$ ανεξάρτητες εξισώσεις (η εξίσωση του τελευταίου κόμβου δεν είναι ανεξάρτητη). Από τους βρόχους προκύπτουν J εξισώσεις. Για να έχει λύση το πρόβλημα, πρέπει ο

αριθμός των αγνώστων να ισούται με τον αριθμό των διαθέσιμων εξισώσεων. Πράγματι, αποδεικνύεται ότι: $I = J + N - 1$

Στο παράδειγμα του σχήματος 9.3α έχουμε: $I = 14$, $N = 10$, $J = 5$. Έχουμε δηλαδή 14 άγνωστες παροχές, 9 σχέσεις κόμβων και 5 σχέσεις βρόχων.

Είμαστε πλέον έτοιμοι να περάσουμε στην επαναληπτική διαδικασία των δοκιμών. Η μέθοδος συνοψίζεται στα εξής: Υποθέτουμε κάποιες παροχές και χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις των παροχών κάθε κόμβου (9.1) για να υπολογίσουμε και τις υπόλοιπες. Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις του αθροίσματος απωλειών κάθε βρόχου (9.2) ώστε να ελέγξουμε και να διορθώσουμε τις υποθέσεις. Πιο συγκεκριμένα:

1. Υπόθεση παροχών: Υποθέτουμε μια κατανομή των παροχών στους σωλήνες του δικτύου και τοποθετούμε βέλη που δείχνουν την κατεύθυνση ροής σε κάθε σωλήνα (φροντίζοντας η τυχαία αυτή κατανομή να είναι όσο το δυνατό πιο λογική). Προς το παρόν χρησιμοποιούμε μόνο τις σχέσεις των κόμβων. Επομένως, έχουμε $N-1$ σχέσεις και πρέπει να τοποθετήσουμε I παροχές. Άρα θα κάνουμε ($I - N + 1 = J$) αυθαίρετες υποθέσεις. Στο παράδειγμά μας, προκειμένου να προκύψει μία τυχαία αλλά συνεπής κατανομή των 14 παροχών, θα πρέπει να κάνουμε 5 υποθέσεις.

Είναι πιο πρακτικό, τα ισοζύγια των κόμβων να υπολογίζονται πάνω στο σκαρίφημα. Προς τούτο ξεκινάμε από κάποιο κόμβο (προτιμάμε τον κόμβο με τη μεγαλύτερη παροχή εισόδου). Στο παράδειγμά μας, ξεκινώντας από τον κόμβο Α, στον οποίο εισρέουν 100 L/s και εκτιμώντας για παράδειγμα ότι στο σωλήνα ΑΒ εκρέουν από τον κόμβο 60 L/s, συμπεραίνουμε ότι στον κλάδο ΑΙ θα εκρέουν τα υπόλοιπα 40 L/s, ώστε να ισχύει το ισοζύγιο παροχών (9.1): $100 = 60 + 40$.

Με προσοχή συνεχίζουμε στους επόμενους κόμβους, συμπληρώνοντας με υποθέσεις παροχών όπου χρειάζεται και φροντίζοντας οι κατανομές παροχών να ικανοποιούν τα ισοζύγια παροχών των κόμβων. Στο σχήμα 9.3δ φαίνεται η (τυχαία) κατανομή παροχών στον κόμβο Κ.

Σημειώνουμε ότι αν προχωρήσουμε σωστά, ο τελευταίος κόμβος θα προκύψει χωρίς δική μας παρέμβαση και θα ικανοποιεί το ισοζύγιο παροχών. Αν αυτό δεν ισχύει, πρέπει να επανέλθουμε και να εντοπίσουμε το λάθος.

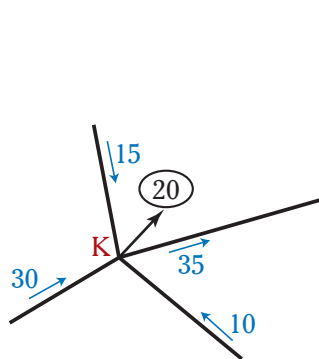
Στο σχήμα 9.3ε φαίνεται μία συνεπής υπόθεση κατανομής των παροχών σε όλο το δίκτυο. Φυσικά, δεν είναι οι ζητούμενες παροχές. Πρόκειται απλά για υπόθεση και δεν είναι η μόνη δυνατή.

2. Διαμόρφωση σχέσεων βρόχων: Εφαρμόζουμε για κάθε βρόχο την εξίσωση απωλειών (9.2), χρησιμοποιώντας για τη συμβατική προσήμανση των απωλειών, τις κατευθύνσεις ροής που προέκυψαν από το βήμα 2.

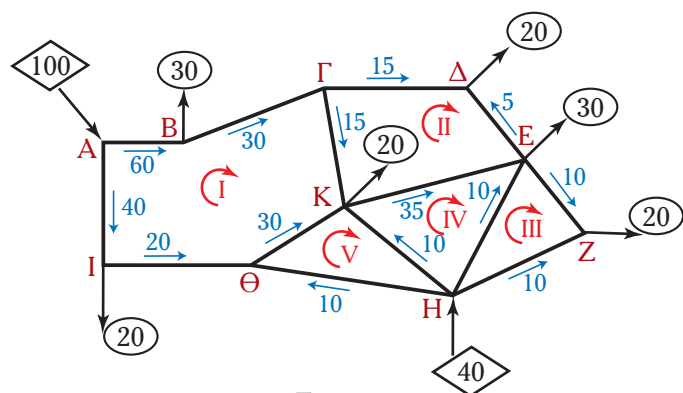
Στο παράδειγμά μας:

$$\text{Βρόχος I: } \Sigma h_I = h_{AB} + h_{BG} + h_{ΓK} - h_{KΘ} - h_{ΘI} - h_{AI} = 0 \quad (9.2.1)$$

$$\text{Βρόχος II: } \Sigma h_{II} = h_{ΓΔ} - h_{ΔE} - h_{EK} - h_{ΓK} = 0 \quad (9.2.2)$$



Σχ. 9.3δ.
Κόμβος δικτύου.



Σχ. 9.3ε.
Δίκτυο διανομής: Κατανομή παροχών (υπόθεση).

$$\text{Βρόχος III: } \Sigma h_{\text{III}} = h_{\text{EZ}} - h_{\text{ZH}} + h_{\text{EH}} = 0 \quad (9.2.3)$$

$$\text{Βρόχος IV: } \Sigma h_{\text{IV}} = h_{\text{EK}} - h_{\text{EH}} + h_{\text{HK}} = 0 \quad (9.2.4)$$

$$\text{Βρόχος V: } \Sigma h_{\text{IV}} = h_{\text{ΘΚ}} - h_{\text{HK}} + h_{\text{HΘ}} = 0 \quad (9.2.5)$$

3. Έλεγχος: Χρησιμοποιούμε την υπόθεση των παροχών του βήματος 1 και υπολογίζουμε τις (υποθετικές) απώλειες h_j' από τις σχέσεις (9.3). Στη συνέχεια υπολογίζουμε τα αθροίσματα $\Sigma h_j'$ (όπου j : I, II, III, IV, V) από τις σχέσεις των βρόχων (9.2). Αν οι απώλειες είναι σωστές, τα αθροίσματα αυτά, θα έπρεπε να είναι ίσα με το μηδέν. Επειδή όμως οι απώλειες προέκυψαν από υποθετικές παροχές, τα αθροίσματα προκύπτουν διάφορα του μηδενός.

4. Διόρθωση παροχών: Η ουσιαστική διαφορά της μεθόδου των διαδοχικών προσεγγίσεων από αντίστοιχες διαδικασίες επιλύσεως με δοκιμές που συναντήσαμε μέχρι τώρα (κατά την αντιμετώπιση πιο απλών προβλημάτων), βρίσκεται στο ότι η διόρθωση δεν γίνεται με λογική εκτίμηση, αλλά με συγκεκριμένη εξίσωση, η οποία εφαρμόζεται για κάθε βρόχο χωριστά. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε βρόχο υπολογίζουμε την ενδεικνυόμενη διόρθωση:

$$\Delta Q_j = \frac{-(\Sigma h'_i)_j}{2 \cdot \Sigma |a_i \cdot Q_i|_j} \quad (9.4)$$

Στη σχέση αυτή, το ΔQ_j είναι η διόρθωση της παροχής στο βρόχο j , a_i οι συντελεστές που υπολογίσαμε στο βήμα δ για τους κλάδους του βρόχου j και Q_i οι υποθετικές παροχές των αντιστοίχων κλάδων. Επιστούμε την προσοχή στο ότι στον αριθμητή έχουμε αλγεβρικό άθροισμα (το αντίθετο απ' αυτό που προέκυψε στο βήμα 3), ενώ στον παρονομαστή άθροισμα απολύτων τιμών.

Στη συνέχεια, διορθώνουμε τις παροχές κάθε κλάδου του βρόχου j με τον ακόλουθο τρόπο:

- Αν η κατεύθυνση ροής είναι κατά τη φορά που έχουμε σημειώσει εντός του βρόχου, προσθέτουμε (αλγεβρικά) το ΔQ στην προηγούμενη τιμή παροχής: $Q_i' = Q_i + \Delta Q_i$
- Αν η κατεύθυνση ροής είναι αντίθετη με τη φορά που έχουμε σημειώσει εντός του βρόχου, αφαιρούμε: $Q_i' = Q_i - \Delta Q_i$

Η διόρθωση θα έδινε εντυπωσιακά αποτελέσματα και θα οδηγούσε σύντομα στην επίλυση, αν δεν υπήρχαν και οι κλάδοι που συμμετέχουν σε δύο ανεξάρτητους βρόχους. Αυτοί οι κλάδοι διορθώνονται δύο φορές, με αποτέλεσμα, η διόρθωση του ενός βρόχου να επηρεάζεται από τη διόρθωση του άλλου. Παρόλα αυτά, οι νέες τιμές παροχών έχουν πλησιάσει τις πραγματικές παροχές.

5. Επανάληψη: Με τις νέες τιμές παροχών επανερχόμαστε στο βήμα 2. Αν η φορά της ροής κάποιων κλάδων αντιστράφηκε κατά τη διόρθωση, διορθώνουμε το πρόσημο των κλάδων αυτών στις εξισώσεις (9.2). Συνεχίζουμε στα βήματα 3 και 4 (έλεγχος, διόρθωση). Όταν οι προκύπτουσες διορθώσεις του βήματος 4 είναι επαρκώς μικρές για όλους τους βρόχους και κατά συνέπεια μας ικανοποιεί η προσέγγιση των παροχών, το πρόβλημα έχει επιλυθεί.

Σημείωση: Η εξίσωση διορθώσεως (9.4) προκύπτει ως ακολούθως:

Για τους κλάδους του βρόχου υποθέσαμε παροχές Q_i , ενώ οι «σωστές» είναι: $Q_i + \Delta Q$. Επομένως, χρησιμοποιώντας αυτές τις παροχές, πρέπει:

$$\Sigma h_i = 0 \Rightarrow \Sigma a_i (Q_i + \Delta Q)^2 = 0 \Rightarrow \Sigma [a_i (Q_i^2 + 2Q_i \Delta Q + \Delta Q^2)] = 0$$

Αν οι υποθέσεις μας είναι λογικές, η διόρθωση προκύπτει αρκετά μικρή σε σχέση με τις υποθετικές τιμές: $\Delta Q \ll Q_i$, οπότε:

$$\begin{aligned} \Sigma [a_i (Q_i^2 + 2Q_i \Delta Q + \Delta Q^2)] &\approx \Sigma [a_i (Q_i^2 + 2Q_i \Delta Q)] = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Sigma a_i Q_i^2 + \Delta Q \cdot \Sigma 2a_i Q &= 0 \Rightarrow \Sigma h_i + \Delta Q \cdot \Sigma 2a_i Q = 0 \end{aligned}$$

Επιλύοντας ως προς ΔQ προκύπτει η εξίσωση (9.4).

Υπάρχουν δύο αδύνατα σημεία που δεν επιτρέπουν με μία και μόνο διόρθωση να φτάσουμε στα σωστά αποτελέσματα.

Πρώτον, θεωρήσαμε τη διόρθωση ΔQ πολύ μικρή σε σχέση με τις παροχές Q_i . Αυτό όμως εξαρτάται από τις υποθετικές παροχές που έχουμε θέσει. Ακόμα και αν είναι ικανοποιητικές, η πρώτη διόρθωση δίνει καλύτερη προσέγγιση.

Δεύτερον και σημαντικότερο, οι διορθώσεις των βρόχων αλληλοεπηρεάζονται λόγω των σωλήνων που ανήκουν ταυτόχρονα σε δύο βρόχους. Έτσι, μια θεαματική βελτίωση στις παροχές του ενός, πιθανόν να οδηγήσει σε κάποια (προσωρινή) χειροτέρευση στις παροχές γειτονικού βρόχου. Αυτή η παράμετρος φυσικά δεν ισχύει για πολύ απλά δίκτυα που διαθέτουν μόνο ένα βρόχο. Η επίλυση εδώ είναι αρκετά εύκολη και για τούτο ξεκινάμε τα παραδείγματά μας με ένα τέτοιο δίκτυο. Όσο οι βρόχοι αυξάνονται, η διαδικασία γίνεται όλο και πιο δύσκολη.

9.4 Παραδείγματα υπολογισμού.

Παράδειγμα 1

Οι τρεις σωλήνες του σχήματος 9.4α είναι από γαλβανισμένο σίδηρο με μήκη $AB = 10$ m, $AG = 12$ m, $BG = 8$ m και διαμέτρους 5 cm, 6 cm, 7 cm αντίστοιχα. Δίνονται οι παροχές νερού προς και από το σύστημα. Να υπολογισθούν οι παροχές των τριών σωλήνων. Οι δευτερεύουσες απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες.

Λύση:

Δεδομένα: $L_{AB} = 10$ m $d_{AB} = 0,05$ m $\epsilon_{AB} = 0,00015$ m
 $L_{AG} = 12$ m $d_{AG} = 0,06$ m $\epsilon_{AG} = 0,00015$ m
 $L_{BG} = 8$ m $d_{BG} = 0,07$ m $\epsilon_{BG} = 0,00015$ m
 $Q_A = 0,010$ m³/s (εισορή)
 $Q_B = 0,006$ m³/s (εκροή)
 $Q_G = 0,004$ m³/s (εκροή)
 $\nu = 10^{-6}$ m²/s

Ζητούμενα: Q_{AB} , Q_{AG} , Q_{BG}

Πρόκειται για το απλούστερο δίκτυο, με ένα βρόχο και τρεις κλάδους.

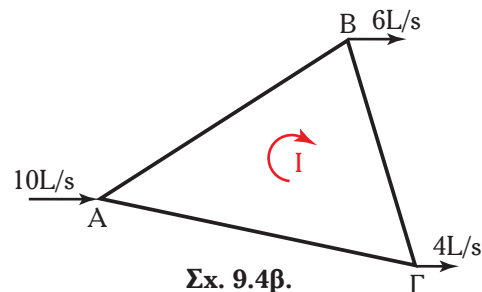
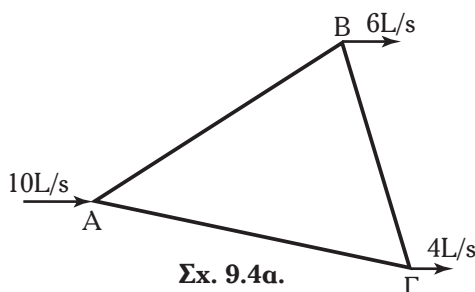
– Προετοιμάζουμε το σκαρίφημα (σχ. 9.4β) σύμφωνα με τα βήματα 1, 2 και 3.

– **Υπολογίζουμε τις σχέσεις απωλειών-παροχών** των τριών σωλήνων:

$$\begin{aligned} \text{Σωλήνας AB: } (\epsilon_{AB}/d_{AB} = 0,003, \text{ YET}) &\xrightarrow{\text{Moody}} f_{AB} = 0,0262 \\ (8.3\beta) \Rightarrow \alpha_{AB} = 69.180 \text{ (SI)} &\Rightarrow h_{AB} = 69.180 \cdot Q_{AB}^2 \text{ (SI)} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Σωλήνας AG: } (\epsilon_{AG}/d_{AG} = 0,0025, \text{ YET}) &\xrightarrow{\text{Moody}} f_{AG} = 0,025 \\ (8.3\beta) \Rightarrow \alpha_{AG} = 31.720 \text{ (SI)} &\Rightarrow h_{AG} = 31.720 \cdot Q_{AG}^2 \text{ (SI)} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Σωλήνας BG: } (\epsilon_{BG}/d_{BG} = 0,0021, \text{ YET}) &\xrightarrow{\text{Moody}} f_{BG} = 0,02394 \\ (8.3\beta) \Rightarrow \alpha_{BG} = 9385 \text{ (SI)} &\Rightarrow h_{BG} = 9385 \cdot Q_{BG}^2 \text{ (SI)} \end{aligned} \quad (3)$$



1η δοκιμή: Υποθέτουμε μία τυχαία αλλά λογική κατανομή των παροχών. Γενικά, μεγαλύτερες διαμέτροι οδηγούν σε μεγαλύτερες παροχές. Αν οι διαμέτροι είναι ίδιες, μικρότερο μήκος οδηγεί σε μεγαλύτερη παροχή. Πιο καλό κριτήριο αποτελεί η σύγκριση των συντελεστών α των σχέσεων (1), (2) και (3): όσο πιο μεγάλος είναι ο α_i , τόσο πιο μικρή η παροχή.

Ξεκινώντας από τον κόμβο Α και με κριτήριο τους συντελεστές α , θέτουμε:

$$Q_{AB} = 3 \text{ L/s} = 0,003 \text{ m}^3/\text{s} \text{ \textit{οπότε προκύπτει (από το ισοζύγιο του κόμβου):}}$$

$$Q_{AG} = 7 \text{ L/s} = 0,007 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (10 = 3+7)}$$

Πηγαίνομε στον κόμβο Β και υπολογίζομε την παροχή $Q_{BG} = Q_B - Q_{AB}$:

$$Q_{BG} = 3 \text{ L/s} = 0,003 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (εισροή στον Β)}$$

Η τυχαία κατανομή των παροχών αποτυπώνεται στο σχήμα 9.4γ. Σημειώνομε πως κάναμε μόνο μία υπόθεση ($Q_{AB} = 3 \text{ L/s}$). Αυτό συμφωνεί με όσα αναφέρθηκαν στην αρχή της παραγράφου.

2. Διαμόρφωση σχέσεων ελέγχου:

Επειδή έχομε μόνο ένα βρόχο, έχομε μία σχέση ελέγχου. Σύμφωνα με τη σύμβαση προσήμων και παρατηρώντας το σχήμα 9.4δ έχομε:

$$\Sigma h = h_{AB} - h_{BG} - h_{AG} = 0 \quad (4)$$

3. Έλεγχος υποθέσεως:

$$(1) \Rightarrow h_{AB} = 0,62 \text{ m}$$

$$(2) \Rightarrow h_{AG} = 1,55 \text{ m}$$

$$(3) \Rightarrow h_{BG} = 0,08 \text{ m}$$

$$(4) \Rightarrow \Sigma h' = -1,02 \text{ m} \neq 0$$

4. Διόρθωση παροχών:

$$\Delta Q = \frac{-\Sigma h}{\Sigma |2 \cdot \alpha_i \cdot Q_i|} \Rightarrow \Delta Q = \frac{-(-1,02)}{2 \cdot (69.180 \cdot 0,003 + 31.720 \cdot 0,007 + 9385 \cdot 0,003)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta Q = 0,0011 \text{ m}^3/\text{s} = 1,1 \text{ L/s}$$

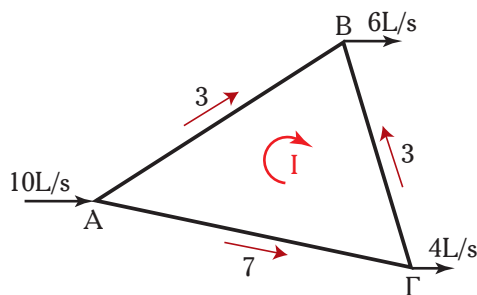
Διορθώνομε τις παροχές (προσέχοντας αν η φορά είναι ίδια ή αντίθετη με τη δεξιόστροφη πορεία):

$$AB: \quad Q_{AB} = (3+1,1) \text{ L/s} = 0,0041 \text{ m}^3/\text{s}$$

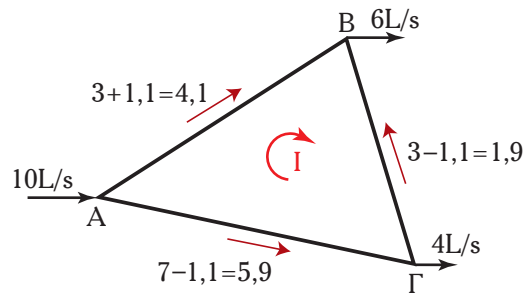
$$AG: \quad Q_{AG} = (7 - 1,1) \text{ L/s} = 0,0059 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$BG: \quad Q_{BG} = (3 - 1,1) \text{ L/s} = 0,0019 \text{ m}^3/\text{s}$$

2^η δοκιμή: Επαναλαμβάνομε τον υπολογισμό των απωλειών h , Σh και της απαιτούμενης διορθώσε-



Σχ. 9.4γ.



Σχ. 9.4δ.

ως ΔQ , χρησιμοποιώντας τις διορθωμένες παροχές:

$$(1) \Rightarrow h_{AB} = 1,17 \text{ m}$$

$$(2) \Rightarrow h_{AG} = 1,10 \text{ m}$$

$$(3) \Rightarrow h_{BG} = 0,03 \text{ m}$$

$$(4) \Rightarrow \Sigma h' = +0,03 \text{ m} \neq 0$$

$$\Delta Q = -0,00004 \text{ m}^3/\text{s} = -0,04 \text{ L/s}$$

Ήδη η διόρθωση που προκύπτει είναι πολύ μικρή (μόλις το 1,9% της μικρότερης παροχής). Διορθώνουμε λοιπόν τις παροχές και τα αποτελέσματα είναι κατά πολύ καλή προσέγγιση οι ζητούμενες παροχές:

$$Q_{AB} = 0,00406 \text{ m}^3/\text{s} = 4,06 \text{ L/s}$$

$$Q_{AG} = 0,00594 \text{ m}^3/\text{s} = 5,94 \text{ L/s}$$

$$Q_{BG} = 0,00194 \text{ m}^3/\text{s} = 1,94 \text{ L/s}$$

Σημειώνουμε ότι το παραπάνω παράδειγμα αντιμετωπίζεται και με μαθηματική επίλυση του συστήματος των τριών εξισώσεων (δύο των κόμβων και μίας του βρόχου). Θέτοντας τις κατευθύνσεις του σχήματος προκύπτουν:

$$Q_A = Q_{AB} + Q_{AG} \quad (1)$$

$$Q_B = Q_{AB} + Q_{BG} \quad (2)$$

$$a_{AB} \cdot Q_{AB}^2 - a_{BG} \cdot Q_{BG}^2 - a_{AG} \cdot Q_{AG}^2 = 0 \quad (3)$$

Θέτοντας $Q_{AB} = x$, από τις (1) και (2) προκύπτουν:

$$Q_{AG} = Q_A - x, \quad Q_{BG} = Q_B - x$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (3), προκύπτει εξίσωση δευτέρου βαθμού με άγνωστο τον x :

$$a_{AB} \cdot x^2 - a_{BG} \cdot (Q_B - x)^2 - a_{AG} \cdot (Q_A - x)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a_{AB} - a_{BG} - a_{AG}) \cdot x^2 + 2 \cdot (a_{BG} \cdot Q_B + a_{AG} \cdot Q_A) \cdot x - a_{BG} \cdot Q_B^2 - a_{AG} \cdot Q_A^2 = 0$$

Αντικαθιστώντας στο SI:

$$28,082 \cdot x^2 + 747 \cdot x - 3,51 = 0 \Rightarrow x = 0,00407 \text{ m}^3/\text{s} = 4,07 \text{ L/s}$$

Άρα: $Q_{AB} = 4,07 \text{ L/s}$, $Q_{AG} = 5,93 \text{ L/s}$, $Q_{BG} = 1,93 \text{ L/s}$

Η ταχύτητα επίλυσης του συγκεκριμένου παραδείγματος με τη μέθοδο Hardy Cross, καθώς και η δυνατότητα ακριβούς μαθηματικής επίλυσης, δεν πρέπει να μας οδηγήσει σε γενικεύσεις. Οφείλονται αποκλειστικά στην εξαιρετική απλότητα του δικτύου που εξετάσαμε.

Οι πραγματικές δυσκολίες θα αρχίσουν να φαίνονται στο αμέσως πιο πολύπλοκο δίκτυο, με μόλις δύο βρόχους, στο οποίο η μαθηματική επεξεργασία δεν είναι αποτελεσματική.

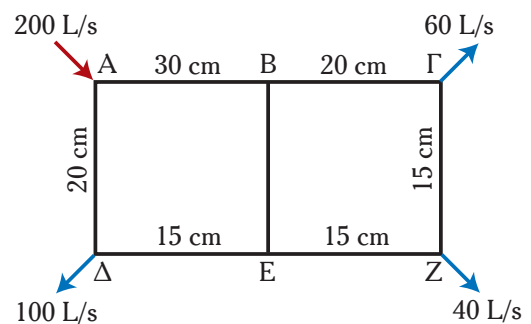
Παράδειγμα 2

Οι σωλήνες του σχήματος 9.4ε είναι από χυτοσίδηρο με μήκη:

$$AB = BG = \Delta E = EZ = 150 \text{ m} \text{ και}$$

$$A\Delta = BE = \Gamma Z = 200 \text{ m.}$$

Οι διάμετροι των σωλήνων και οι παροχές νερού προς και από το δίκτυο, φαίνονται στο σχήμα 9.4ε. Να υπολογισθούν οι παροχές σε όλους τους σωλήνες και η πώση



Σχ. 9.4ε.

πίεσεως από το Α ως το Ζ. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες, $v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $y_A = y_Z$).

Λύση:

Δεδομένα: $Q_A = 200 \text{ L/s} = 0,2 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_\Gamma = 60 \text{ L/s} = 0,06 \text{ m}^3/\text{s}$
 $Q_\Delta = 100 \text{ L/s} = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_Z = 40 \text{ L/s} = 0,04 \text{ m}^3/\text{s}$

	AB	AΔ	ΔΕ	ΒΕ	ΒΓ	ΓΖ	ΕΖ
d (m)	0,3	0,2	0,15	0,20	0,20	0,15	0,15
L (m)	150	200	150	200	150	200	150
ε (m)	0,00026						

Ζητούμενα: Οι παροχές των 7 σωλήνων, $p_A - p_Z$.

Διερεύνηση: Το προς εξέταση δίκτυο έχει δύο βρόχους (ΑΒΕΔΑ ή Ι και ΒΓΖΕΒ ή ΙΙ), με κοινό κλάδο το σωλήνα ΒΕ. (Ο πίνακας δεδομένων, καθώς και όσοι ακολουθούν, το λαμβάνει υπόψη: οι τέσσερις πρώτες στήλες αντιστοιχούν στους κλάδους του πρώτου βρόχου και οι τέσσερις τελευταίες στους κλάδους του δεύτερου). Ο αριθμός των κόμβων είναι 6 και των κλάδων 7. Έχομε λοιπόν επτά αγνώστους (τις παροχές των κλάδων). Στη διάθεσή μας έχομε επίσης επτά εξισώσεις: πέντε πρωτοβάθμιες από τα ισοζύγια των $N-1$ κόμβων και δύο δεύτερου βαθμού από το άθροισμα απωλειών των βρόχων. Η μαθηματική επεξεργασία οδηγεί σε σύστημα δύο δευτεροβαθμίων εξισώσεων με δύο αγνώστους και δεν την ακολουθούμε. Καταφεύγουμε στη μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων Hardy Cross:

Αριθμούμε τους βρόχους και σημειώνομε τη δεξιόστροφη πορεία. Στη συνέχεια, αξιοποιώντας τα δεδομένα των σωλήνων και, υποθέτοντας πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή, υπολογίζομε για όλους τους σωλήνες τις σχέσεις απωλειών-παροχών, όπως στο προηγούμενο παράδειγμα. Τα αποτελέσματα τα συντάσσομε σε Πίνακα:

	AB	AΔ	ΔΕ	ΒΕ	ΒΓ	ΓΖ	ΕΖ
ε/d	0,00087	0,00130	0,00173	0,00130	0,00130	0,00173	0,00173
f	0,0190	0,0210	0,0226	0,0210	0,0210	0,0226	0,0226
α (SI)	97	1082	3681	1082	812	4908	3681
h	$97 \cdot Q_{AB}^2$	$1082 \cdot Q_{EZ}^2$	$3681 \cdot Q_{EZ}^2$	$1082 \cdot Q_{EZ}^2$	$812 \cdot Q_{EZ}^2$	$4908 \cdot Q_{EZ}^2$	$3681 \cdot Q_{EZ}^2$

1^η δοκιμή.

1. Υπόθεση παροχών: Κατανέμομε (τυχαία αλλά λογικά) τις παροχές στους σωλήνες. Για την όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστική παροχή, λαμβάνομε υπόψη τους συντελεστές α_i . Έτσι, ξεκινώντας από τον κόμβο Α, θα υποθέσομε μεγαλύτερη παροχή στον κλάδο ΑΒ και μικρότερη στον ΑΔ (αφού το α_{AB} είναι σαφώς μικρότερο από το $\alpha_{A\Delta}$). Θέτω λοιπόν: $Q_{AB} = 120 \text{ L/s} \Rightarrow Q_{A\Delta} = 80 \text{ L/s}$

Πηγαίνοντας στον κόμβο Β, για τον ίδιο λόγο θα υποθέσομε μεγαλύτερη παροχή στον κλάδο ΒΓ από την παροχή του ΒΕ:

$$Q_{B\Gamma} = 80 \text{ L/s} \Rightarrow Q_{B\text{E}} = 40 \text{ L/s}$$

Στον κόμβο Γ, το ισοζύγιο δίνει: $Q_{\Gamma Z} = 20 \text{ L/s}$

Στον κόμβο Ζ: $Q_{EZ} = 20 \text{ L/s}$

Στον κόμβο Ε: $Q_{E\Delta} = 20 \text{ L/s}$

Παρατηρούμε ότι κάναμε μόνο δύο υποθέσεις (τις Q_{AB} και $Q_{B\Gamma}$). Οι υπόλοιπες παροχές προέκυψαν από τα ισοζύγια των κόμβων. Στον τελευταίο κόμβο Δ, οι παροχές έχουν ήδη προκύψει. Αν δεν έχομε κά-

νει λάθος στο ισοζύγιο παροχών κάποιου κόμβου, θα ισχύει το ισοζύγιο παροχών και στον Δ. Πράγματι: $80+20 = 100$. Οι κατανομές παροχών που υποθέσαμε (και που φαίνονται στο σχήμα 9.4στ) έχουν λοιπόν συνέπεια όσον αφορά στα ισοζύγια παροχών.

2. Διαμόρφωση σχέσεων ελέγχου: Λαμβάνοντας υπόψη τις κατευθύνσεις ροής που προέκυψαν από την υπόθεση των παροχών, διαμορφώνουμε τις σχέσεις ελέγχου για τους δύο βρόχους:

$$\Sigma h_I = h_{AB} + h_{BE} + h_{\Delta E} - h_{A\Delta} = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma h_{II} = h_{B\Gamma} + h_{\Gamma Z} - h_{EZ} - h_{BE} = 0 \quad (2)$$

3. Έλεγχος υποθέσεως:

	AB	AΔ	ΔE	BE	BΓ	ΓZ	EZ
α (SI)	97	1082	3681	1082	812	4908	3681
Q	0,120	0,080	0,020	0,040	0,080	0,020	0,020
h	$97 \cdot Q_{AB}^2$	$1082 \cdot Q_{EZ}^2$	$3681 \cdot Q_{EZ}^2$	$1082 \cdot Q_{EZ}^2$	$812 \cdot Q_{EZ}^2$	$4908 \cdot Q_{EZ}^2$	$3681 \cdot Q_{EZ}^2$
h (m)	1,393	6,925	1,472	1,731	5,194	1,963	1,472

$$(1) \Rightarrow \Sigma h_I' = -2,328 \text{ m}$$

$$(2) \Rightarrow \Sigma h_{II}' = +3,953 \text{ m}$$

4. Διόρθωση παροχών:

$$\Delta Q_I = \frac{-\Sigma h_I'}{\Sigma |2 \cdot \alpha_i \cdot Q_i|} \Rightarrow \Delta Q_I = \frac{-(-2,328)}{2 \cdot (97 \cdot 0,12 + 1082 \cdot 0,08 + 3681 \cdot 0,02 + 1082 \cdot 0,4)} = \frac{2,328}{430,1}$$

$$\Delta Q_I = 0,0054 \text{ m}^3/\text{s} = 5,4 \text{ L/s}$$

$$\Delta Q_{II} = \frac{-\Sigma h_{II}}{\Sigma |2 \cdot \alpha_i \cdot Q_i|} \Rightarrow \Delta Q_{II} = \frac{-(+3,953)}{2 \cdot (1082 \cdot 0,04 + 812 \cdot 0,08 + 4908 \cdot 0,02 + 3681 \cdot 0,4)} = \frac{-3,953}{430,1}$$

$$\Delta Q_{II} = -0,0071 \text{ m}^3/\text{s} = -7,1 \text{ L/s}$$

Διορθώνουμε τις παροχές (σχ. 9.4ζ):

$$Q_{AB} = (120+5,4) \text{ L/s} = 125,4 \text{ L/s}$$

$$Q_{A\Delta} = (80 - 5,4) \text{ L/s} = 74,6 \text{ L/s}$$

$$Q_{\Delta E} = (20+5,4) \text{ L/s} = 25,4 \text{ L/s}$$

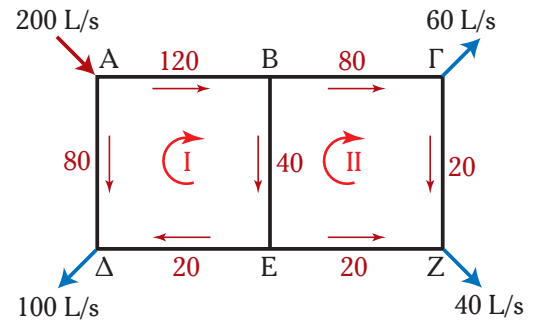
$$Q_{BE} = (40+5,4 - (-7,1)) \text{ L/s} = 52,5 \text{ L/s}$$

$$Q_{B\Gamma} = (80+(-7,1)) \text{ L/s} = 72,9 \text{ L/s}$$

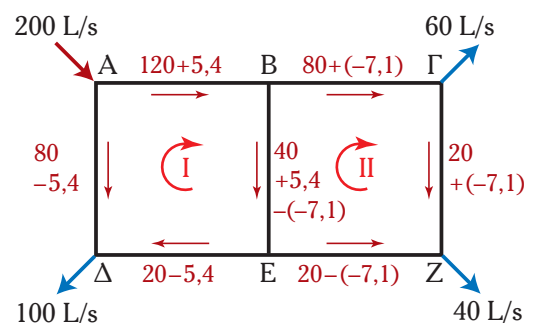
$$Q_{\Gamma Z} = (20+(-7,1)) \text{ L/s} = 12,9 \text{ L/s}$$

$$Q_{EZ} = (20 - (-7,1)) \text{ L/s} = 27,1 \text{ L/s}$$

Επισημαίνουμε ότι ο κλάδος BE, ο οποίος ανήκει και στους δύο βρόχους, διορθώνεται δύο φορές.



Σχ. 9.4στ.



Σχ. 9.4ζ.

2^η δοκιμή:

Οι παροχές που προέκυψαν (οι οποίες, εφόσον οι διορθώσεις έγιναν σωστά, δεν διαταράσσουν τα ισοζύγια των κόμβων), είναι οι παροχές της δεύτερης δοκιμής μας. Υπολογίζουμε πάλι τις απώλειες h'_i . Στη συνέχεια, από τις σχέσεις (1) και (2) των βρόχων, τα $\Sigma h'_I$ και Σh_{II} :

	AB	ΑΔ	ΔΕ	ΒΕ	ΒΓ	ΓΖ	ΕΖ
α (SI)	97	1082	3681	1082	812	4908	3681
Q	0,1254	0,0746	0,0254	0,0525	0,0729	0,0129	0,0271
h	$97 \cdot Q_{AB}^2$	$1082 \cdot Q_{EZ}^2$	$3681 \cdot Q_{EZ}^2$	$1082 \cdot Q_{EZ}^2$	$812 \cdot Q_{EZ}^2$	$4908 \cdot Q_{EZ}^2$	$3681 \cdot Q_{EZ}^2$
h(m)	1,522	6,020	2,377	2,979	4,317	0,822	2,695

$$(1) \Rightarrow \Sigma h'_I = + 0,858 \text{ m}$$

$$(2) \Rightarrow \Sigma h_{II} = - 0,535 \text{ m}$$

Παρατηρούμε ότι και τα δύο αθροίσματα έχουν κατά απόλυτη τιμή μειωθεί, συγκλίνοντας προς το μηδέν.

Διόρθωση παροχών:

$$\Delta Q_I = \frac{-\Sigma h'_I}{\Sigma |2 \cdot \alpha_i \cdot Q_i|} \Rightarrow \Delta Q_I = \frac{-0,858}{486} \Rightarrow \Delta Q_I = -0,00177 \text{ m}^3 / \text{s} = -1,8 \text{ L/s}$$

$$\Delta Q_{II} = \frac{-\Sigma h_{II}}{\Sigma |2 \cdot \alpha_i \cdot Q_i|} \Rightarrow \Delta Q_{II} = \frac{-0,535}{558} \Rightarrow \Delta Q_{II} = 0,00096 \text{ m}^3 / \text{s} = 0,96 \text{ L/s}$$

Διορθώνουμε τις παροχές:

$$Q_{AB} = (125,4 - 1,8) \text{ L/s} = 123,6 \text{ L/s}$$

$$Q_{ΑΔ} = (74,6 + 1,8) \text{ L/s} = 76,4 \text{ L/s}$$

$$Q_{ΔΕ} = (25,4 - 1,8) \text{ L/s} = 23,6 \text{ L/s}$$

$$Q_{ΒΕ} = (52,5 - 1,8 - 0,96) \text{ L/s} = 49,74 \text{ L/s}$$

$$Q_{ΒΓ} = (72,9 + 0,96) \text{ L/s} = 73,86 \text{ L/s}$$

$$Q_{ΓΖ} = (12,9 + 0,96) \text{ L/s} = 13,86 \text{ L/s}$$

$$Q_{ΕΖ} = (27,1 - 0,96) \text{ L/s} = 26,14 \text{ L/s}$$

3^η δοκιμή:

	AB	ΑΔ	ΔΕ	ΒΕ	ΒΓ	ΓΖ	ΕΖ
α (SI)	97	1082	3681	1082	812	4908	3681
Q	0,1236	0,0764	0,0236	0,0497	0,0739	0,0139	0,0261
h	$97 \cdot Q_{AB}^2$	$1082 \cdot Q_{EZ}^2$	$3681 \cdot Q_{EZ}^2$	$1082 \cdot Q_{EZ}^2$	$812 \cdot Q_{EZ}^2$	$4908 \cdot Q_{EZ}^2$	$3681 \cdot Q_{EZ}^2$
h(m)	1,479	6,308	2,058	2,678	4,432	0,948	2,508

$$(1) \Rightarrow \Sigma h_I' = -0,092 \text{ m}$$

$$(2) \Rightarrow \Sigma h_{II}' = +0,194 \text{ m}$$

Διόρθωση παροχών:

$$\Delta Q_I = \frac{-\Sigma h_I}{\Sigma |2 \cdot \alpha_i \cdot Q_i|} \Rightarrow \Delta Q_I = \frac{-(-0,858)}{471} \Rightarrow \Delta Q_I = 0,0002 \text{ m}^3 / \text{s} = 0,2 \text{ L/s}$$

$$\Delta Q_{II} = \frac{-\Sigma h_{II}}{\Sigma |2 \cdot \alpha_i \cdot Q_i|} \Rightarrow \Delta Q_{II} = \frac{-0,194}{556} \Rightarrow \Delta Q_{II} = -0,00035 \text{ m}^3 / \text{s} = -0,35 \text{ L/s}$$

Τα $\Sigma h_I'$ και $\Sigma h_{II}'$ έχουν πλησιάσει αρκετά στο μηδέν και οι διορθώσεις που προέκυψαν είναι πολύ μικρές. Εισάγοντας επομένως αυτές τις διορθώσεις στις παροχές των κλάδων, ολοκληρώνουμε την επίλυση του προβλήματος:

$$Q_{AB} = (123,6 + 0,2) \text{ L/s} \Rightarrow Q_{AB} = 123,8 \text{ L/s}$$

$$Q_{A\Delta} = (76,4 - 0,2) \text{ L/s} \Rightarrow Q_{A\Delta} = 76,2 \text{ L/s}$$

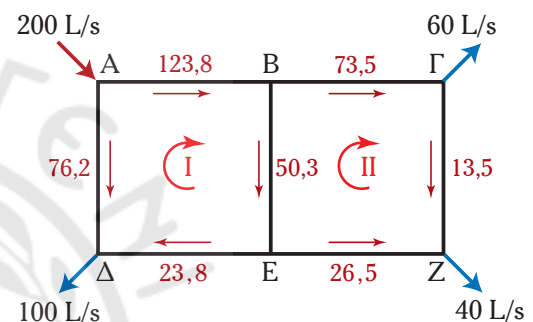
$$Q_{\Delta E} = (23,6 + 0,2) \text{ L/s} \Rightarrow Q_{\Delta E} = 23,8 \text{ L/s}$$

$$Q_{BE} = (49,74 + 0,2 + 0,35) \text{ L/s} \Rightarrow Q_{BE} = 50,3 \text{ L/s}$$

$$Q_{B\Gamma} = (73,86 - 0,35) \text{ L/s} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 73,5 \text{ L/s}$$

$$Q_{\Gamma Z} = (13,86 - 0,35) \text{ L/s} \Rightarrow Q_{\Gamma Z} = 13,5 \text{ L/s}$$

$$Q_{EZ} = (26,14 + 0,35) \text{ L/s} \Rightarrow Q_{EZ} = 26,5 \text{ L/s}$$



Σχ. 9.4n.

Συνίσταται σε κάθε εισαγωγή διορθωμένων παροχών, να ελέγχουμε τα ισοζύγια παροχών των κόμβων, προς αποφυγή τυχόν απροσεξίας. Ο πιο εύκολος τρόπος για αυτόν τον έλεγχο, είναι το πέρασμα των παροχών στο σκαρίφημα. Στο σχήμα 9.4n βλέπουμε τις τελικές παροχές.

Υπολογισμός της πτώσεως πιέσεως:

Υπολογίζουμε τις απώλειες από τον κόμβο A ως τον Z. Οι απώλειες είναι ίδιες, όποιο δρόμο και αν ακολουθήσουμε ($\Sigma h_{AZ} = \Sigma h_{AB\Gamma Z} = \Sigma h_{ABEZ} = \Sigma h_{A\Delta EZ}$):

$$\Sigma h_{AZ} = h_{AB} + h_{B\Gamma} + h_{\Gamma Z} \Rightarrow \Sigma h_{AZ} = \alpha_{AB} Q_{AB}^2 + \alpha_{B\Gamma} Q_{B\Gamma}^2 + \alpha_{\Gamma Z} Q_{\Gamma Z}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma h_{AZ} = 97 \cdot Q_{AB}^2 + 812 \cdot Q_{B\Gamma}^2 + 4908 \cdot Q_{\Gamma Z}^2 \text{ (SI)} \Rightarrow \Sigma h_{AZ} = 6,77 \text{ m}$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των κόμβων A και Z, θεωρώντας αμελητέα τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας:

$$y_A - y_Z + \frac{v_A^2 - v_Z^2}{2g} + \frac{p_A - p_Z}{\gamma} = \Sigma h_{AZ} \Rightarrow p_A - p_Z = \gamma \cdot \Sigma h_{AZ} \Rightarrow p_A - p_Z = 66,5 \text{ KPa}$$

Παρατήρηση 1^η: Αν δεν μας ικανοποιούσε η προσέγγιση και επαναλαμβάναμε, θα προέκυπταν πολύ μικρές (πρακτικά αμελητέες) διορθώσεις:

$$\Delta Q_I = -0,08 \text{ L/s}, \quad \Delta Q_{II} = 0,04 \text{ L/s}$$

Παρατήρηση 2^η: Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι οι παρονομαστές στις σχέσεις διορθώσεων των παροχών, μεταβάλλονται ελάχιστα, ιδιαίτερα μετά την πρώτη διόρθωση. Στην περίπτωση που επιλύουμε το πρόβλημα «χειρωνακτικά», αξιοποιούμε το γεγονός, για να μειωθεί ο χρόνος εργασίας.

Παρατήρηση 3^η: Και σ' αυτό το παράδειγμα, οι αρχικές υποθέσεις παροχών ήταν αρκετά λογικές. Όσο πιο λογικές είναι οι αρχικές υποθέσεις, τόσο πιο γρήγορα επιλύεται το πρόβλημα. Αλλά ακόμα και αν υπάρχουν σχετικά μεγάλες ασοχίες (όχι λάθη ισοζυγίων) στις αρχικές υποθέσεις, μέσω των διαδοχικών διορθώσεων, οι τιμές των παροχών θα συγκλίνουν προς τις σωστές. Χρειάζεται προσοχή όμως, μήπως στην πορεία αλλάξει η φορά ροής σε κάποιους σωλήνες. Σ' αυτήν την περίπτωση δεν πρέπει να ξεχάσουμε να διορθώσουμε τις σχέσεις των βρόχων (1) και (2).

Επιλύοντας το παράδειγμα 2, αν και αντιμετωπίσαμε δίκτυο με δύο μόνο βρόχους, συναντήσαμε μια σειρά χρονοβόρων επαναληπτικών διαδικασιών. Η ανάγκη χρήσεως υπολογιστικών προγραμμάτων αρχίζει να γίνεται εμφανής. Προχωράμε στο τρίτο παράδειγμα, το οποίο αναφέρεται στο δίκτυο που χρησιμοποιήσαμε στην παράγραφο 9.3 και το οποίο, όπως είδαμε, έχει πέντε βρόχους (14 κλάδους και 10 κόμβους). Στόχος μας είναι, απ' τη μία, η εμπέδωση της μεθοδολογίας και από την άλλη, η εισαγωγή κάποιων στοιχείων για την αξιοποίηση των υπολογιστικών προγραμμάτων (Excel, Calc κ.ά.) στην επίλυση προβλημάτων δικτύου.

Παράδειγμα 3

Στο δίκτυο νερού του σχήματος 9.4θ, οι σωλήνες είναι από ασφαλιωμένο χυτοσίδηρο, με μήκη, διαμέτρους και συντελεστές τοπικών απωλειών τα αναγραφόμενα στον πίνακα. Αν οι παροχές προς και από το δίκτυο είναι οι αναγραφόμενες στο σχήμα 9.4θ, να υπολογισθούν οι παροχές σε όλους τους σωλήνες του δικτύου.

Λύση:

Δεδομένα σωλήνων:

	ΑΒ	ΒΓ	ΓΔ	ΔΕ	ΕΖ	ΖΗ	ΗΘ	ΘΙ	ΑΙ	ΓΚ	ΕΚ	ΗΚ	ΘΚ	ΕΗ
L, m	25	50	40	30	30	40	50	40	30	30	50	30	25	40
d, cm	10	10	8	8	6	6	8	10	12	8	6	6	6	6
K	3	2	3	4	4	4	3	1	2	2	4	4	2	3

Εισροές: $Q_A = 100 \text{ L/s}$ $Q_H = 40 \text{ L/s}$

Εκροές: $Q_\Delta = Q_Z = Q_K = Q_I = 20 \text{ L/s}$,

$Q_B = Q_E = 30 \text{ L/s}$

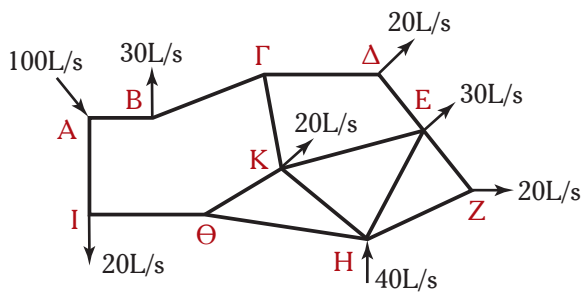
Όλοι οι σωλήνες έχουν $\epsilon = 0,00012 \text{ m}$

Το κινηματικό ιξώδες του νερού λαμβάνεται: $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

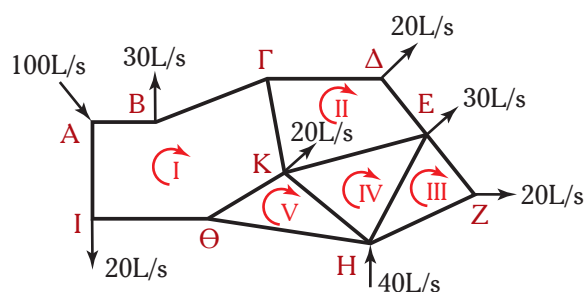
Προετοιμασία: Όπως είδαμε στην παράγραφο 9.3, υπάρχουν πέντε ανεξάρτητοι βρόχοι, τους οποίους αριθμούμε (I, II, III, IV, V) και σημειώνομε τη δεξιόστροφη πορεία (σχ. 9.4ι).

Διαμορφώνομε τις σχέσεις απωλειών-παροχών για όλους τους σωλήνες (κλάδους).

Έχομε τη δυνατότητα να προχωρήσουμε όπως στα προηγούμενα παραδείγματα. Αλλά η υπολογιστική



Σχ. 9.4θ.



Σχ. 9.4ι.

διαδικασία θα είναι ιδιαίτερα κοπιαστική και ογκώδης. Για τούτο συνίσταται η χρήση υπολογιστικών προγραμμάτων.

Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε το Excel. Προς τούτο, περνάμε τα δεδομένα των σωλήνων (σε μονάδες SI) στο υπολογιστικό φύλλο του προγράμματος: γραμμές 1-5, στήλες Β-Ο του πίνακα.

Στην επόμενη γραμμή (6) ορίζουμε αυτόματο υπολογισμό των σχετικών τραχυτήτων ϵ/d : Επειδή στη γραμμή 5 υπάρχουν τα ϵ και στην 3 τα d , πληκτρολογούμε στο κελί Β6: = B5/B3 και στη συνέχεια με αντιγραφή- επικόλληση μεταφέρουμε τον τύπο στα κελιά C6-Ο6. Στον πίνακα εμφανίζονται αυτόματα οι τιμές των ϵ/d (κελιά Β6-Ο6).

Κατά τον ίδιο τρόπο, στη γραμμή (7) εισάγουμε τον υπολογισμό των συντελεστών τριβής f και στην (8), τον υπολογισμό των συντελεστών α_i .

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		ΑΒ	ΒΓ	ΓΔ	ΔΕ	ΕΖ	ΖΗ	ΗΘ	ΘΙ	ΑΙ	ΓΚ	ΕΚ	ΗΚ	ΘΚ	ΕΗ
2	L	25	50	40	30	30	40	50	40	30	30	50	30	25	40
3	d	0,1	0,1	0,08	0,08	0,06	0,06	0,08	0,1	0,12	0,08	0,06	0,06	0,06	0,06
4	K	3	2	3	4	4	4	3	1	2	2	4	4	2	3
5	ϵ	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012	0,00012
6	ϵ/d	0,0012	0,0012	0,0015	0,0015	0,002	0,002	0,0015	0,0012	0,001	0,0015	0,002	0,002	0,002	0,002
7	f	0,0205	0,0205	0,0217	0,0217	0,0234	0,0234	0,0217	0,0205	0,0196	0,0217	0,0234	0,0234	0,0234	0,0234
8	α	6721	10137	27966	24505	100161	125047	33445	7614	2753	20470	149934	100161	74967	118672

Οι συντελεστές τριβής f υπολογίζονται με υπόθεση πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδους ροής και χρήση του εμπειρικού τύπου (5.25):

$$f = \left[2 \cdot \log \left(\frac{3,7}{\epsilon/d} \right) \right]^{-2}$$

Πληκτρολογούμε λοιπόν στο κελί Β7: = (2*LOG(3,7/B6))^-2 και με αντιγραφή-επικόλληση περνάμε τον τύπο στα κελιά C7-Ο7.

Στη γραμμή 8 εισάγουμε την εξίσωση υπολογισμού του α :

$$\alpha_i = \frac{8}{\pi^2 g} \left(f_i \cdot \frac{L_i}{d_i} + \sum K_i \right) \cdot \frac{1}{d_i^4}$$

πληκτρολογώντας στο Β8: = 8/PI()^2/9,81*(B7*B2/B3+B4)/B3^4 και επεκτείνοντας στα κελιά C8-Ο8.

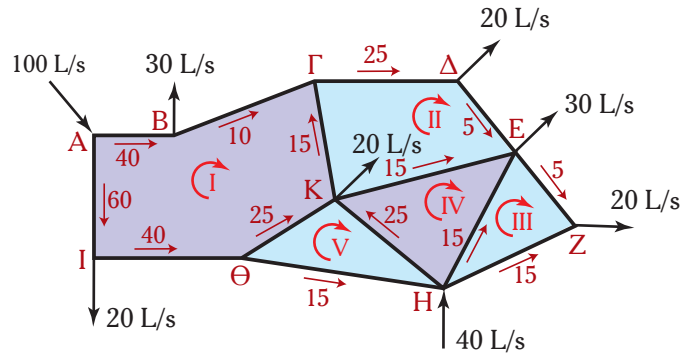
Το πρόγραμμα έχει υπολογίσει αυτόματα για όλους τους σωλήνες του δικτύου τα ϵ/d , f και α (όπως φαίνεται στις γραμμές 6, 7 και 8 του παραπάνω Πίνακα).

1. Υπόθεση παροχών: Κατανέμομε (τυχαία αλλά λογικά) τις παροχές στους σωλήνες. Κύριο κριτήριο (αλλά όχι μοναδικό) αποτελούν οι τιμές των συντελεστών α . Αν και μπορεί να διαμορφωθεί ένα καταρχήν κριτήριο αυτόματης εισαγωγής υποθετικών παροχών από το πρόγραμμα επεξεργασίας, είναι προτιμότερο, αν δεν είμαστε αρκετά εξοικειωμένοι με τον προγραμματισμό, να προχωρήσουμε όπως στο προηγούμενο παράδειγμα. Όπως σημειώσαμε, όσο περισσότερους βρόχους διαθέτει το δίκτυο, τόσο πιο πολλές είναι οι υποθέσεις και κατά συνέπεια, πιο δύσκολα τα κριτήρια λογικής κατανομής. Στο παράδειγμά μας χρειάζονται 5 «αυθαίρετες» υποθέσεις (όσες και οι βρόχοι του δικτύου).

Κόμβος Α: ($Q_A = 100 \text{ L/s}$, $\alpha_{AB} = 6721$, $\alpha_{AI} = 6721$):

$$Q_{AB} = 40 \text{ L/s} \Rightarrow Q_{AI} = 60 \text{ L/s}$$

- Κόμβος Β: $Q_{BG} = 10 \text{ L/s}$
- Κόμβος Ι: $Q_{I\Theta} = 40 \text{ L/s}$
- Κόμβος Γ: $Q_{\Gamma\Delta} = 25 \text{ L/s} \Rightarrow Q_{K\Gamma} = 15 \text{ L/s}$
- Κόμβος Δ: $Q_{\Delta E} = 5 \text{ L/s}$
- Κόμβος Θ: $Q_{\Theta H} = 15 \text{ L/s} \Rightarrow Q_{\Theta K} = 25 \text{ L/s}$
- Κόμβος Η: $Q_{HK} = 25 \text{ L/s},$
 $Q_{HE} = 15 \text{ L/s} \Rightarrow Q_{HZ} = 15 \text{ L/s}$
- Κόμβος Ζ: $Q_{EZ} = 5 \text{ L/s}$
- Κόμβος Ε: $Q_{KE} = 15 \text{ L/s}$



Σχ. 9.4ια.

Στον τελευταίο κόμβο Κ επιβεβαιώνουμε τα ισοζύγια: $25+25 = 15+20+15$.

Τις τιμές των υποθετικών παροχών οι οποίες φαίνονται στο σχήμα 9.4ια τις εισάγουμε στον πίνακα του υπολογιστικού προγράμματος (γραμμή 9, σε m^3/s).

2. Διαμόρφωση σχέσεων βρόχων: Λαμβάνοντας υπόψη τις κατευθύνσεις ροής που προέκυψαν από την υπόθεση των παροχών, διαμορφώνουμε τις σχέσεις ελέγχου για τους πέντε βρόχους:

Βρόχος (I): $\Sigma h_I = h_{AB} + h_{BG} - h_{\Gamma K} - h_{K\Theta} - h_{\Theta I} - h_{AI} = 0$ (1)

Βρόχος (II): $\Sigma h_{II} = h_{\Gamma\Delta} + h_{\Delta E} - h_{EK} + h_{\Gamma K} = 0$ (2)

Βρόχος (III): $\Sigma h_{III} = h_{EZ} - h_{ZH} + h_{EH} = 0$ (3)

Βρόχος (IV): $\Sigma h_{IV} = h_{EK} - h_{EH} + h_{HK} = 0$ (4)

Βρόχος (V): $\Sigma h_V = h_{\Theta K} - h_{HK} - h_{H\Theta} = 0$ (5)

Στον πίνακα του Excel σημειώνουμε για κάθε βρόχο πολλαπλασιαστές (γραμμές 10-14): Αν ο κλάδος συμμετέχει στο βρόχο, θέτουμε την τιμή +1 ή -1, ανάλογα με το πρόσημο των παραπάνω σχέσεων. Αν δεν συμμετέχει, δεν τοποθετούμε τιμή (το πρόγραμμα διαβάζει μηδέν). Έτσι, στη γραμμή 10 έχομε τα πρόσημα των απωλειών h του βρόχου I, στην 11, του II κ.λπ..

3. Έλεγχος υποθέσεως: Εισάγουμε στο πρόγραμμα τους τύπους υπολογισμού των απωλειών ($h_i = a_i \cdot Q_i^2$) και υπολογίζομε για κάθε βρόχο το άθροισμα απωλειών από τις σχέσεις (1) ως (5). Προκύπτει:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
8	α	6721	10137	27966	24505	100161	125047	33445	7614	2753	20470	149934	100161	74967	118672
9	Q	0,04	0,01	0,025	0,005	0,005	0,015	0,015	0,04	0,06	0,015	0,015	0,025	0,025	0,015
10	I	1	1						-1	-1	-1			-1	
11	II			1	1						1	-1			
12	III					1	-1								1
13	IV											1	1		-1
14	V							-1					-1	1	
15	h_I	10,75	1,01						-12,18	-9,91	-4,61				-46,85
16	h_{II}			17,48	0,61						4,61	-33,74			
17	h_{III}					2,50	-28,14								26,70
18	h_{IV}											33,74	62,60		-26,70
19	h_V							-7,53					-62,60	46,85	
20		Σh_I	-61,79		Σh_{II}	-11,04		Σh_{III}	1,07		Σh_{IV}	69,63		Σh_V	-23,27

Από τη γραμμή 15 ως τη 19, υπολογίζονται οι απώλειες. Για παράδειγμα στη σειρά 15 έχουμε τις απώλειες (με πρόσημο) των σωλήνων που συμμετέχουν στο βρόχο I. Στο κελί B15 έχει εισαχθεί η σχέση: = B10*B8*B9. Αντίστοιχα στα άλλα κελιά.

Η γραμμή 20 περιέχει το Σh' κάθε βρόχου. Έτσι, στο κελί C20 έχει εισαχθεί η σχέση: = SUM(B15:O15). Αντίστοιχες σχέσεις στα F20, I20, L20 και O20.

4. Διόρθωση παροχών: Η εξίσωση (9.4) επιτρέπει να υπολογίσουμε τη διόρθωση για κάθε βρόχο. Αυτή μπορεί να εισαχθεί στο κελί C21 για το βρόχο I, στο F21 για τον II κ.λπ. είτε αναλυτικά είτε σύντομα, όπως εδώ:

- (I) C21 → = -C20/SUMPRODUCT(B8:O8;B9:O9;ABS(B10:O10))/2
- (II) F21 → = -F20/SUMPRODUCT(B8:O8;B9:O9;ABS(B11:O11))/2
- (III) I21 → = -I20/SUMPRODUCT(B8:O8;B9:O9;ABS(B12:O12))/2
- (IV) L21 → = -L20/SUMPRODUCT(B8:O8;B9:O9;ABS(B13:O13))/2
- (V) O21 → = -O20/SUMPRODUCT(B8:O8;B9:O9;ABS(B14:O14))/2

Προκύπτουν:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
20		Σh _I	-61,79		Σh _{II}	-11,04		Σh _{III}	1,07		Σh _{IV}	69,63		Σh _V	-23,27
21		ΔQ _I	0,0102		ΔQ _{II}	0,0016		ΔQ _{III}	-0,0001		ΔQ _{IV}	-0,0053		ΔQ _V	0,0024

Στη συνέχεια, προσθέτουμε στις αρχικές υποθετικές παροχές τη διόρθωση των παροχών κάθε βρόχου, πολλαπλασιασμένη επί τους αντίστοιχους συντελεστές προσήμου (γραμμές 10–14). Προκύπτουν έτσι οι νέες παροχές:

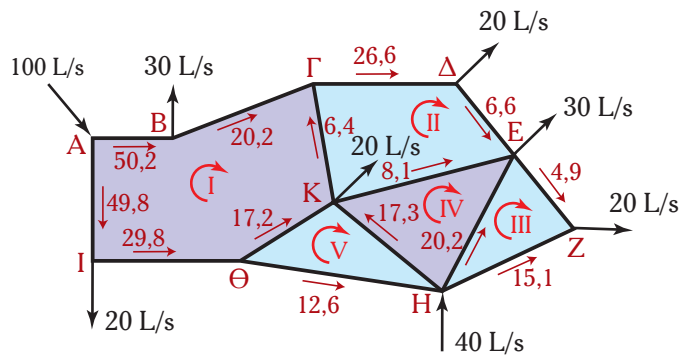
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1		AB	BΓ	ΓΔ	ΔΕ	ΕΖ	ΖΗ	ΗΘ	ΘΙ	ΑΙ	ΓΚ	ΕΚ	ΗΚ	ΘΚ	ΕΗ
21		ΔQ _I	0,0102		ΔQ _{II}	0,0016		ΔQ _{III}	-0,0001		ΔQ _{IV}	-0,0053		ΔQ _V	0,0024
22	Q	0,0502	0,0202	0,0266	0,0066	0,0049	0,0151	0,0126	0,0298	0,0498	0,0064	0,0081	0,0173	0,0172	0,0202

Η πρόσθεση μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους. Εδώ έγινε με τη σχέση:

$$B22 \rightarrow = B9 + B10 * \$C21 + B11 * \$F21 + B12 * \$I21 + B13 * \$L21 + B14 * \$O21$$

Οι διορθωμένες τιμές παροχών φαίνονται στο σχήμα 9.4ιβ. Για να βεβαιωθούμε πως δεν έγινε κάποιο λάθος, ελέγχουμε τα ισοζύγια παροχών των κόμβων.

Πλέον η ρουτίνα έχει δημιουργηθεί και μπορούμε εύκολα να κάνουμε δοκιμές και διορθώσεις. Έτσι, με αντικατάσταση των παροχών με τις διορθωμένες, η δεύτερη δοκιμή θα δώσει (στις δυο τελευταίες γραμμές οι τιμές παροχής σε m³/s και L/s):



Σχ. 9.4ιβ.

ΑΒ	ΒΓ	ΓΔ	ΔΕ	ΕΖ	ΖΗ	ΗΘ	ΘΙ	ΑΙ	ΓΚ	ΕΚ	ΗΚ	ΘΚ	ΕΗ
Σh_I	-15,38		Σh_{II}	12,07		Σh_{III}	22,18		Σh_{IV}	-8,81		Σh_V	-13,18
ΔQ_I	0,0033		ΔQ_{II}	-0,0027		ΔQ_{III}	-0,0023		ΔQ_{IV}	0,0008		ΔQ_V	0,0019
0,0535	0,0235	0,0239	0,0039	0,0025	0,0175	0,0107	0,0265	0,0465	0,0004	0,0116	0,0162	0,0158	0,0171
53,5	23,5	23,9	3,9	2,5	17,5	10,7	26,5	46,5	0,4	11,6	16,2	15,8	17,1

Συνεχίζουμε, αντικαθιστώντας κάθε φορά με τις νέες παροχές, μέχρι οι διορθώσεις να γίνουν αμελητέες (ή τα Σh_j να προσεγγίζουν το μηδέν).

Παραθέτουμε τα αποτελέσματα παροχών των επομένων επτά δοκιμών σε m^3/s :

ΑΒ	ΒΓ	ΓΔ	ΔΕ	ΕΖ	ΖΗ	ΗΘ	ΘΙ	ΑΙ	ΓΚ	ΕΚ	ΗΚ	ΘΚ	ΕΗ
0,0535	0,0235	0,0239	0,0039	0,0025	0,0175	0,0107	0,0265	0,0465	0,0004	0,0116	0,0162	0,0158	0,0171
0,0547	0,0247	0,0247	0,0047	0,0029	0,0171	0,0089	0,0253	0,0453	-0,0001	0,0097	0,0133	0,0164	0,0185
0,0557	0,0257	0,0239	0,0039	0,0024	0,0176	0,0089	0,0243	0,0443	0,0018	0,0113	0,0141	0,0154	0,0171
0,0557	0,0257	0,0245	0,0045	0,0028	0,0172	0,0080	0,0243	0,0443	0,0012	0,0103	0,0129	0,0162	0,0179
0,0562	0,0262	0,0242	0,0042	0,0026	0,0174	0,0082	0,0238	0,0438	0,0020	0,0112	0,0136	0,0156	0,0172
0,0561	0,0261	0,0246	0,0046	0,0028	0,0172	0,0077	0,0239	0,0439	0,0015	0,0106	0,0129	0,0162	0,0177
0,0564	0,0264	0,0245	0,0045	0,0027	0,0173	0,0079	0,0236	0,0436	0,0019	0,0110	0,0134	0,0157	0,0172

Σημειώνουμε ότι η παροχή στο σωλήνα ΓΚ, στην τέταρτη δοκιμή (δεύτερη αυτού του πίνακα) άλλαξε πρόσημο. Από την επόμενη δοκιμή, η αλλαγή αυτή έχει ληφθεί υπόψη: Οι σχέσεις των βρόχων (I) και (II), στους οποίους συμμετέχει ο κλάδος ΓΚ, έχουν τροποποιηθεί:

$$\text{Βρόχος (I): } \Sigma h_I = h_{AB} + h_{BG} + h_{GK} - h_{K\Theta} - h_{\Theta I} - h_{AI} = 0 \quad (1a)$$

$$\text{Βρόχος (II): } \Sigma h_{II} = h_{GD} + h_{DE} - h_{EK} - h_{GK} = 0 \quad (2a)$$

Στο υπολογιστικό φύλλο, απλά αλλάζουν οι τιμές των K10 (1) και K11 (-1).

Η ροή στον κλάδο ΓΚ προκύπτει αντίθετη απ' αυτήν που υποθέσαμε.

Ήδη οι διορθώσεις είναι πολύ μικρές και αποδεχόμαστε ως απάντηση τις τιμές της τελευταίας σειράς, τις οποίες σημειώνουμε και στο σχήμα 9.4ιγ για έναν τελικό έλεγχο των ισοζυγίων παροχών των κόμβων:

$$Q_{AB} = 0,0564 \text{ m}^3/\text{s} = 56,4 \text{ L/s}$$

$$Q_{BG} = 0,0264 \text{ m}^3/\text{s} = 26,4 \text{ L/s}$$

$$Q_{GD} = 0,0245 \text{ m}^3/\text{s} = 24,5 \text{ L/s}$$

$$Q_{DE} = 0,0045 \text{ m}^3/\text{s} = 4,5 \text{ L/s}$$

$$Q_{EZ} = 0,0027 \text{ m}^3/\text{s} = 2,7 \text{ L/s}$$

$$Q_{ZH} = 0,0173 \text{ m}^3/\text{s} = 17,3 \text{ L/s}$$

$$Q_{H\Theta} = 0,0079 \text{ m}^3/\text{s} = 7,9 \text{ L/s}$$

$$Q_{\Theta I} = 0,0236 \text{ m}^3/\text{s} = 23,6 \text{ L/s}$$

$$Q_{AI} = 0,0436 \text{ m}^3/\text{s} = 43,6 \text{ L/s}$$

$$Q_{GK} = 0,0019 \text{ m}^3/\text{s} = 1,9 \text{ L/s}$$

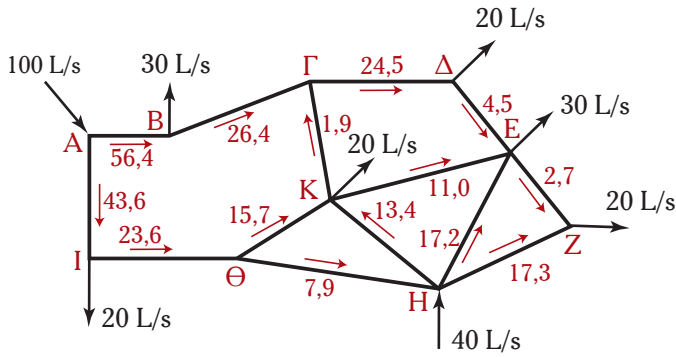
$$Q_{EK} = 0,0110 \text{ m}^3/\text{s} = 11,0 \text{ L/s}$$

$$Q_{HK} = 0,0134 \text{ m}^3/\text{s} = 13,4 \text{ L/s}$$

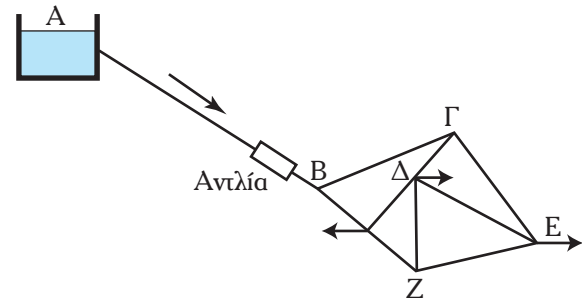
$$Q_{\Theta K} = 0,0157 \text{ m}^3/\text{s} = 15,7 \text{ L/s}$$

$$Q_{EH} = 0,0172 \text{ m}^3/\text{s} = 17,2 \text{ L/s}$$

Στην παραπάνω επίλυση χρησιμοποιήσαμε τα απλά εργαλεία που διαθέτουν όλα τα σχετικά προγράμματα. Η χρήση ισχυρών εργαλείων αριθμητικής επίλυσης που διαθέτουν αυτά τα προγράμματα (όπως



Σχ. 9.4ιγ.



Σχ. 9.5α.

Δίκτυο διανομής με δεξαμενή τροφοδοσίας.

π.χ. η «αναζήτηση στόχου» του Excel και του Calc και ο solver του Excel), επιτρέπουν την ακόμα πιο γρήγορη και κομψή επίλυση των προβλημάτων με τον επιθυμητό αριθμό ακρίβειας. Πέρα όμως από τα προγράμματα υπολογιστικών φύλλων, υπάρχει και λογισμικό ειδικά σχεδιασμένο για τον υπολογισμό των δικτύων και γενικότερα των προβλημάτων των ρευστών (EPANET, WaterCAD, KΥρίπες κ.ά.).

9.5 Γενίκευση του υπολογισμού δικτύων.

Στην εισαγωγή αυτού του κεφαλαίου σημειώσαμε ότι πρωταρχικός στόχος ενός δικτύου διανομής είναι να εξασφαλίσει επαρκή παροχή και πίεση στα σημεία εξόδου του ρευστού από το δίκτυο. Έτσι για παράδειγμα, ένα δίκτυο υδρεύσεως, πρέπει να εξασφαλίζει μια παροχή μεγαλύτερη από 1 L/s ανά χρήστη και μια πίεση της τάξεως των 2 bar.

Η παροχή σχετίζεται με την επιλογή σωληνών καταλλήλων διαμέτρων, αλλά και με τις διαφορές ύψους ενέργειας μεταξύ των κόμβων εξόδου και εισόδου, καθώς και με την ύπαρξη ή μη αντλιών στο δίκτυο. Η εξασφάλιση της απαιτούμενης πίεσεως, σχετίζεται με τα ενεργειακά ύψη: Το ύψος πίεσεως στους κόμβους εισόδου, τα υψόμετρα, καθώς επίσης και το ύψος που αποδίδουν οι αντλίες του δικτύου. Πιο συγκεκριμένα, αν υποθέσουμε ένα δίκτυο διανομής τροφοδοτούμενο από δεξαμενή τροφοδοσίας, όπως του σχήματος 9.5α, η εξίσωση Bernoulli, εφαρμοζόμενη μεταξύ της επιφάνειας της δεξαμενής A και του κόμβου E, θα δώσει:

$$y_A - y_E + \frac{v_A^2 - v_E^2}{2g} + \frac{p_A - p_E}{\gamma} = \Sigma h_{AE} - h_p \Rightarrow \frac{p_E}{\gamma} = y_A - y_E + \frac{v_A^2 - v_E^2}{2g} + \frac{p_A}{\gamma} - \Sigma h_{AE} + h_p$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι η μεταβολή κινητικής ενέργειας είναι αμελητέα (αφού οι ταχύτητες ροής στους σωλήνες είναι μικρότερες των 3 m/s και στην επιφάνεια της δεξαμενής μηδενική), η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\frac{p_E}{\gamma} = y_A - y_E + \frac{p_A}{\gamma} - \Sigma h_{AE} + h_p \quad (9.5)$$

όπου: $\Sigma h_{AE} = h_{AB} + h_{BG} + h_{GE}$ = με τις απώλειες κάθε κλάδου προσημασμένες σύμφωνα με τη σύμβαση της παραγράφου 9.2.

9.5.1 Αντλίες βρόχων.

Σε ένα δίκτυο όπως του σχήματος 9.5α, ο υπολογισμός των πιέσεων στους κόμβους του δικτύου γίνεται με χρήση της εξίσωσης (9.5), προσαρμοσμένης κατάλληλα. Η μεθοδολογία υπολογισμού των παροχών στους κλάδους του δικτύου δεν αλλάζει. Αρκεί να γνωρίζουμε την παροχή από τη δεξαμενή προς το δίκτυο και τις παροχές εκροής από το δίκτυο.

Αλλά στην περίπτωση που υπάρχει αντλία σε έναν κλάδο του δικτύου, η μεθοδολογία υπολογισμού

των παροχών τροποποιείται. Στο σχήμα 9.5β, υπάρχει αντλία στον κλάδο ΓΕ, η οποία καταθλίβει ρευστό προς τον κόμβο Ε. Η ύπαρξη αυτής της αντλίας ενισχύει την παροχή στο Ε και ταυτόχρονα επηρεάζει τις παροχές σε όλο το δίκτυο. Τώρα στον κλάδο ΓΕ, εκτός από τις απώλειες ύψους ενέργειας $h_{ΓΕ}$, έχουμε και πρόσθεση ύψους ενέργειας h_p . Αν θεωρήσουμε δεξιόστροφη πορεία στο βρόχο ΓΕΔ (δηλ. ροή $Γ \rightarrow Ε, Ε \rightarrow Δ, Δ \rightarrow Γ$), η εξίσωση Bernoulli για τον κλάδο ΓΕ δίνει:

$$y_{\Gamma} - y_E + \frac{p_{\Gamma} - p_E}{\gamma} = h_{\Gamma E} - h_p$$

Για τους κλάδους ΕΔ και ΔΓ έχουμε αντίστοιχα:

$$y_{\Delta} - y_{\Gamma} + \frac{p_{\Delta} - p_{\Gamma}}{\gamma} = h_{\Gamma \Delta}$$

$$y_E - y_{\Delta} + \frac{p_E - p_{\Delta}}{\gamma} = h_{\Delta E}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη προκύπτει η εξίσωση του βρόχου:

$$(h_{\Gamma E} - h_p) + h_{\Gamma \Delta} + h_{\Delta E} = 0 \quad (9.6\alpha)$$

Η διαφορά είναι προφανής. Χωρίς αντλία, η εξίσωση του βρόχου θα ήταν:

$$h_{\Gamma E} + h_{\Gamma \Delta} + h_{\Delta E} = 0$$

Επομένως, όταν σε έναν κλάδο του δικτύου υπάρχει αντλία, στην εξίσωση του βρόχου (ή των βρόχων), το ύψος απωλειών του κλάδου μειώνεται κατά το ύψος που αποδίδει η αντλία.

Δηλαδή η εξίσωση (9.2) των βρόχων γενικεύεται:

$$\sum (h_i - h_{p,i})_{\text{ΒΡΟΧΟΥ}} = 0 \quad (9.6)$$

$$\text{ή} \quad \sum h_{i,j} = \sum h_{p,j} \quad (9.6\beta)$$

όπου: το i συμβολίζει κλάδο και το j βρόχο του δικτύου.

Στην εξίσωση (9.6β), η σύμβαση προσημάνσεως των $h_{p,j}$ είναι όμοια με αυτή των απωλειών: Αν η αντλία λειτουργεί κατά τη συμβατική φορά του βρόχου, το πρόσημο του ύψους που αποδίδει είναι θετικό.

Συνέπεια αυτής της αλλαγής στην εξίσωση του βρόχου είναι και η αλλαγή της σχέσεως διορθώσεως των παροχών. Ακολουθώντας την αποδεικτική διαδικασία που παρουσιάσαμε στην παράγραφο 9.3, καταλήγουμε στην εξίσωση:

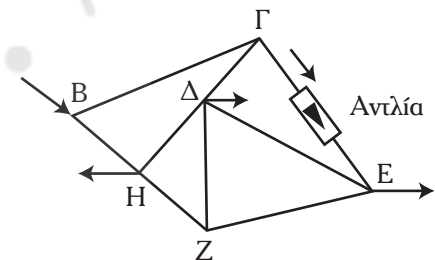
$$\Delta Q_j = \frac{\sum (h_{p,i} - \sum h_i)_j}{2 \cdot \sum |a_i \cdot Q_i|_j} \quad (9.7)$$

όπου: ο δείκτης i αναφέρεται στους κλάδους του βρόχου j .

Κατά την ίδια λογική, αν σε κάποιο κλάδο έχουμε στρόβιλο, το ύψος απωλειών του κλάδου θα αυξηθεί κατά το ύψος που απορροφά ο στρόβιλος (h_i).

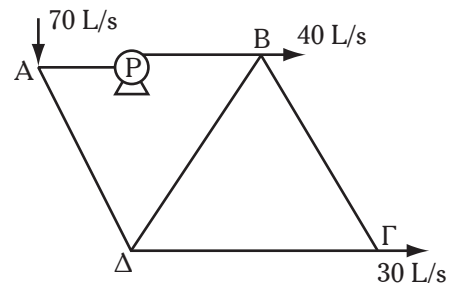
Παράδειγμα 4

Οι σωλίνες του δικτύου του σχήματος 9.5γ είναι από γαλβα-



Σχ. 9.5β.

Δίκτυο διανομής με αντλία.



Σχ. 9.5γ.

νισμένο σίδηρο με μήκη και διαμέτρους:

$$L_{AB} = L_{\Gamma\Delta} = 200 \text{ m}, L_{A\Delta} = L_{B\Gamma} = 150 \text{ m}, L_{B\Delta} = 120 \text{ m}$$

$$d_{AB} = d_{A\Delta} = 5 \text{ in}, d_{B\Gamma} = d_{\Gamma\Delta} = 4 \text{ in}, d_{B\Delta} = 3 \text{ in}$$

Στο σωλήνα AB υπάρχει αντλία, η οποία αποδίδει στο νερό ύψος ενέργειας 10 m. Να υπολογισθούν:

α) Οι παροχές νερού σε όλους τους σωλήνες.

β) Η πίεση στο Γ αν $p_A = 3 \text{ bar}$, $y_A - y_\Gamma = 8 \text{ m}$.

(Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

Λύση:

$$\text{Δεδομένα: } Q_A = 0,07 \text{ L/s}, Q_B = 0,04 \text{ L/s}, Q_\Gamma = 0,03 \text{ L/s}, \epsilon = 0,00015 \text{ m}$$

$$v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, h_{p,AB} = 10 \text{ m}, p_A = 300 \text{ KPa}, y_A - y_\Gamma = 8 \text{ m}$$

	AB	AΔ	BΔ	BΓ	ΓΔ
L (m)	200	150	120	150	200
d (m)	0,127	0,127	0,0762	0,1016	0,1016

Ζητούμενα: (α) Q_i , (β) p_Δ

α) Έχομε 2 βρόχους: ABΔA (I) και BΓΔB (II). Τοποθετούμε τη δεξιόστροφη φορά και υπολογίζουμε τους συντελεστές α_i των σχέσεων απωλειών (όπως στα παραδείγματα της παράγραφου. 9.3):

(SI)	AB	AΔ	BΔ	BΓ	ΓΔ
L	200	150	120	150	200
d	0,127	0,127	0,0762	0,1016	0,1016
ϵ/d	0,00118	0,00118	0,00197	0,00148	0,00148
f	0,0205	0,0205	0,0233	0,0216	0,0216
α	10.232	7.674	90.010	24.773	33.031

1. Υπόθεση παροχών: Κατανέμομε (τυχαία αλλά λογικά) τις παροχές στους σωλήνες (σχ. 9.58). Λαμβάνομε υπόψη τους συντελεστές α_i , αλλά και την ύπαρξη της αντλίας.

$$A: Q_{AB} = 40 \text{ L/s} \Rightarrow Q_{A\Delta} = 30 \text{ L/s}$$

$$B: Q_{B\Gamma} = 10 \text{ L/s (εκροή)} \Rightarrow Q_{\Delta B} = 10 \text{ L/s}$$

$$\Delta: Q_{\Delta\Gamma} = (30 - 10) \text{ L/s} = 20 \text{ L/s}$$

$$\Gamma: \text{Επιβεβαίωση: } 20 + 10 = 30$$

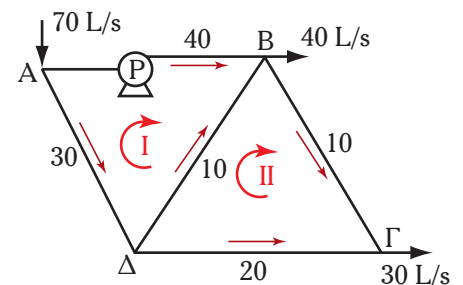
2. Διαμόρφωση σχέσεων ελέγχου:

$$\text{Βρόχος (I): } \Sigma h_I = (h_{AB} - h_p) - h_{B\Delta} - h_{A\Delta} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma h_I = \alpha_{AB} \cdot Q_{AB}^2 - \alpha_{B\Delta} \cdot Q_{B\Delta}^2 - \alpha_{A\Delta} \cdot Q_{A\Delta}^2 = 10 \quad (1)$$

$$\text{Βρόχος (II): } \Sigma h_{II} = h_{B\Gamma} - h_{\Gamma\Delta} + h_{B\Delta} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma h_{II} = \alpha_{B\Gamma} \cdot Q_{B\Gamma}^2 - \alpha_{\Gamma\Delta} \cdot Q_{\Gamma\Delta}^2 + \alpha_{B\Delta} \cdot Q_{B\Delta}^2 = 0 \quad (2)$$



Σχ. 9.56.

3. Έλεγχος υποθέσεως:

h_{AB}	$h_{A\Delta}$	$h_{B\Delta}$	$h_{B\Gamma}$	$h_{\Gamma\Delta}$	Σh_I	Σh_{II}
16,37 m	6,91 m	9,00 m	2,48m	13,21 m	0,46 \neq 10	-1,73 \neq 0

4. Διόρθωση παροχών:

Χρησιμοποιούμε την εξίσωση (9.7):

$$(9.7) \Rightarrow \Delta Q_I = \frac{h_t - \Sigma h_I}{2 \cdot \Sigma |a_i \cdot Q_i|} \Rightarrow \Delta Q_I = 0,0031 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$(9.7) \Rightarrow \Delta Q_{II} = \frac{-\Sigma h_{II}}{2 \cdot \Sigma |a_i \cdot Q_i|} \Rightarrow \Delta Q_{II} = -0,0005 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Διορθώνουμε τις παροχές:

$$Q_{AB} = (0,040 + 0,0031) \text{ m}^3/\text{s} = 0,0431 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{A\Delta} = (0,030 - 0,0031) \text{ m}^3/\text{s} = 0,0269 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{B\Delta} = (0,010 - 0,0031 + 0,0005) \text{ m}^3/\text{s} = 0,0074 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{B\Gamma} = (0,010 + 0,0005) \text{ m}^3/\text{s} = 0,0105 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{\Gamma\Delta} = (0,020 - 0,0005) \text{ m}^3/\text{s} = 0,0195 \text{ m}^3/\text{s}$$

Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία ελέγχου-διορθώσεως μέχρι οι διορθώσεις να γίνουν αμελητέες. Παραθέτουμε τα αποτελέσματα σε πίνακα:

Q_{AB}	$Q_{A\Delta}$	$Q_{B\Delta}$	$Q_{B\Gamma}$	$Q_{\Gamma\Delta}$	Σh_I	Σh_{II}	ΔQ_I	ΔQ_{II}
0,0431	0,0269	0,0074	0,0105	0,0195	8,54	-4,96	0,00055	0,00158
0,0437	0,0263	0,0084	0,0121	0,0179	7,80	-0,66	0,00078	0,0002
0,0444	0,0256	0,0078	0,0123	0,0177	9,67	-1,15	0,00012	0,00036
0,0446	0,0254	0,0081	0,0126	0,0174	9,49	-0,17	0,0000440	0,0000126
0,0447	0,0253	0,0079	0,0127	0,0173	9,92	-0,27	0,0000066	0,0000197
0,0448	0,0252	0,0080	0,0128	0,0172	9,88	-0,04	0,0000103	0,0000030
0,0448	0,0252	0,0080	0,0128	0,0172	9,98	-0,06	0,0000016	0,0000046
0,0448	0,0252	0,0080	0,0128	0,0172	9,97	-0,01	0,0000024	0,0000007
0,0448	0,0252	0,0080	0,0128	0,0172	10,00	-0,01	0,0000004	0,0000011

Επομένως οι παροχές είναι (σχ. 9.5ε):

$$Q_{AB} = 44,8 \text{ L/s}$$

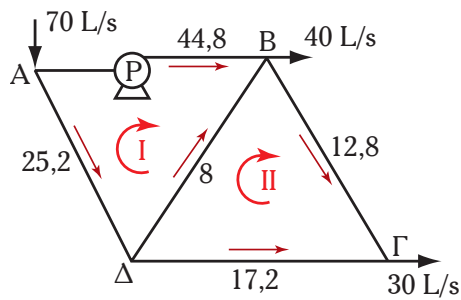
$$Q_{A\Delta} = 25,2 \text{ L/s}$$

$$Q_{B\Delta} = 8 \text{ L/s}$$

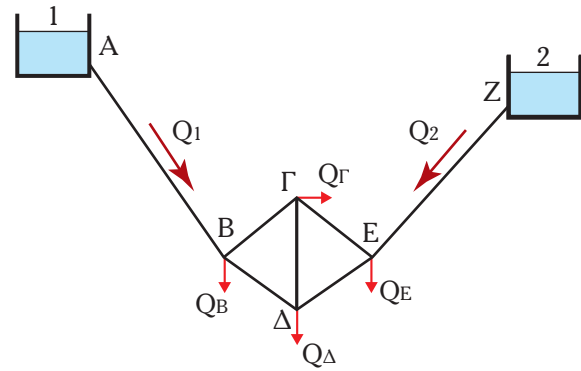
$$Q_{B\Gamma} = 12,8 \text{ L/s}$$

$$Q_{\Gamma\Delta} = 17,2 \text{ L/s}$$

β) Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων (κόμβων) Α και Γ, θεωρώντας αμελητέα τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας:



Σχ. 9.5ε.



Σχ. 9.5στ.

Δίκτυο με δύο δεξαμενές τροφοδοσίας.

$$y_A - y_\Gamma + \frac{p_A - p_\Gamma}{\gamma} = \Sigma h - h_p \Rightarrow \frac{p_A - p_\Gamma}{\gamma} = \Sigma h - h_p - (y_A - y_\Gamma)$$

Το αποτέλεσμα είναι το ίδιο, ακολουθώντας τη διαδρομή ABΓ ή την AΔB:

$$\frac{p_A - p_\Gamma}{\gamma} = h_{AB} + h_{B\Gamma} - h_p - (y_A - y_\Gamma) = h_{A\Delta} + h_{\Delta\Gamma} - (y_A - y_\Gamma)$$

Είναι: $h_{AB} = 20,57$ m, $h_{B\Gamma} = 4,06$ m, $h_{A\Delta} = 4,86$ m, $h_{\Delta\Gamma} = 9,77$ m, $y_A - y_\Gamma = 8$ m,

$h_p = 10$ m, $\gamma = 9,81$ KN/m³, οπότε προκύπτει:

$$p_A - p_\Gamma = 65 \text{ KPa} \Rightarrow p_\Gamma = 235 \text{ KPa}$$

Σημείωση: Όπως θα δούμε στη συνέχεια, το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας εξαρτάται από την παροχή και τη χαρακτηριστική καμπύλη της αντλίας. Επομένως, η σταθερή τιμή του h_p που χρησιμοποιήσαμε στο παράδειγμα, αποτελεί απλοποίηση.

9.5.2 Δεξαμενές τροφοδοσίας δικτύου.

As εξετάσουμε τώρα την περίπτωση κατά την οποία το δίκτυο τροφοδοτείται από δύο δεξαμενές γνωστών υψομέτρων. Στην αρχή της παραγράφου, είδαμε ότι αν γνωρίζουμε τις παροχές προς το δίκτυο, ο υπολογισμός του δικτύου δεν μεταβάλλεται και το υψόμετρο της μιας δεξαμενής χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των πιέσεων στους κόμβους του δικτύου (εξίσωση 9.5).

Στην περίπτωση όμως που εξετάζουμε και που αποτυπώνεται στο σχήμα 9.5στ, οι παροχές των δεξαμενών προς το δίκτυο Q_1 και Q_2 είναι άγνωστες, αφού γνωρίζουμε τα μεγέθη των σωλήνων τροφοδοσίας (AB και ZE) και όλες τις εκροές του δικτύου. Το δίκτυο έχει 2 βρόχους, 5 κλάδους και 4 κόμβους. Άρα οι διαθέσιμες εξισώσεις είναι 5 εκ των οποίων οι 3 προκύπτουν από τα ισοζύγια κόμβων και οι 2 από τις εξισώσεις απωλειών βρόχων. Αλλά οι άγνωστοι είναι 7 εκ των οποίων 5 παροχές των κλάδων του δικτύου και δύο παροχές των δεξαμενών προς το δίκτυο.

Μία επιπλέον εξίσωση προκύπτει από το συνολικό ισοζύγιο παροχών:

$$\sum Q_{\text{εισ}} = \sum Q_{\text{εξ}} \Rightarrow \quad (9.8)$$

$$\Rightarrow Q_1 + Q_2 = Q_B + Q_\Gamma + Q_\Delta + Q_E \quad (9.8a)$$

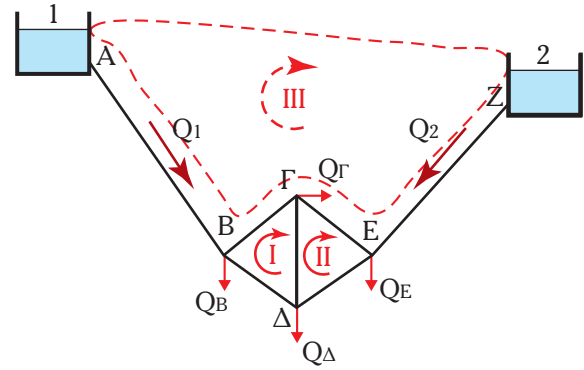
Η έβδομη σχέση, προκύπτει με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli μεταξύ των ελευθέρων επιφανειών των δύο δεξαμενών.

$$y_1 - y_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \Sigma h_{12} \Rightarrow y_1 - y_2 = \Sigma h_{12}$$

Για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της σωστής προσημάνσεως των απωλειών και της υψομετρικής διαφοράς, θεωρούμε το ψευδοβρόχο 1ABΓΕΖ2. Ο βρόχος αυτός (III, διακεκομμένη γραμμή σχήματος 9.5ζ) δεν είναι πραγματικός, αφού δεν υπάρχει ο κλάδος 1-2. Για τούτο καλείται ψευδοβρόχος.

Η εξίσωση (9.6) γίνεται:

$$\Sigma h_{III} = \Delta y \quad (9.9\alpha)$$



Σχ. 9.5ζ.

Δίκτυο με δύο δεξαμενές τροφοδοσίας.

Η εξίσωση (9.9) είναι όμοια με την αντίστοιχη (εξίσωση 9.6β) βρόχου, στον οποίο υπάρχει αντλία. Το ύψος ενέργειας εδώ το παρέχει στο σύστημα, αντί μιας αντλίας τοποθετημένης στο σωλήνα AB, η υψομετρική διαφορά των δύο δεξαμενών $\Delta y = y_1 - y_2$ (η οποία είναι η διαφορά δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα βάρους ρευστού, μεταξύ των επιφανειών των δύο δεξαμενών).

Σημειώνουμε ότι τόσο το αποδιδόμενο από την αντλία ύψος h_p , όσο και η υψομετρική διαφορά Δy , λαμβάνουν θετικό πρόσημο αν ευνοούν τη ροή κατά τη συμβατική φορά του βρόχου.

Η σχέση διορθώσεως των παροχών του ψευδο-βρόχου (III) είναι αντίστοιχη με την εξίσωση (9.7) (διόρθωση βρόχου με αντλία):

$$\Delta Q_j = \frac{\Delta y - \Sigma h_{i,j}}{2 \cdot \Sigma |a_i \cdot Q_i|_j} \quad (9.10\alpha)$$

Συμπερασματικά, έχουμε επτά άγνωστους και αντίστοιχα επτά εξισώσεις (τρεις των κόμβων, δύο των βρόχων, μία ολικού ισοζυγίου παροχών και μία του ψευδοβρόχου). Μπορούμε πλέον να επιλύσουμε το πρόβλημα με τη μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων του Hardy Cross.

Κατ' αντίστοιχο τρόπο αντιμετωπίζουμε τα προβλήματα υπολογισμού, όταν το επιπλέον ύψος ενέργειας δεν οφείλεται σε υψομετρική διαφορά, αλλά σε διαφορά πίεσεως. Αν για παράδειγμα, η δεξαμενή (1) του σχήματος 9.5στ έχει στην επιφάνειά της μεγαλύτερη πίεση από την (2) και μηδενική υψομετρική διαφορά, τότε το επιπλέον ύψος ενέργειας δεν είναι το Δy αλλά το $\Delta p/\gamma$. Οι παραπάνω σχέσεις παίρνουν τη μορφή:

$$\Sigma h_{i,j} = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \quad (9.9\beta)$$

$$\Delta Q_j = \frac{\Delta p / \gamma - \Sigma h_{i,j}}{2 \cdot \Sigma |a_i \cdot Q_i|_j} \quad (9.10\beta)$$

Γενικεύοντας, στην περίπτωση που στον ψευδοβρόχο (j) υπάρχει αντλία, υψομετρική διαφορά και διαφορά πίεσεως, έχουμε:

$$\Sigma h_{i,j} = \Delta y + \frac{\Delta p}{\gamma} + h_p \quad (9.9)$$

$$\Delta Q_j = \frac{(\Delta y + \frac{\Delta p}{\gamma} + h_p) - \Sigma h_{i,j}}{2 \cdot \Sigma |a_i \cdot Q_i|_j} \quad (9.10)$$

Παράδειγμα 5

Το δίκτυο του σχήματος 9.5στ, τροφοδοτείται με νερό από τις δύο δεξαμενές. Όλοι οι σωλήνες είναι

από κυτοσίδηρο. Να υπολογισθούν οι παροχές σε κάθε κλάδο και οι πιέσεις σε κάθε κόμβο του δικτύου. Τα μήκη και οι διαμέτριοι των σωλήνων, οι παροχές και τα υψόμετρα των δεξαμενών και των τεσσάρων κόμβων, δίνονται στον πίνακα:

Κλάδοι			Κόμβοι		
	L m	d cm		Εκροές L/s	y m
AB	300	30	B	60	7
BΓ	250	20	Γ	110	10
BΔ	220	20	Δ	85	0
ΓΔ	230	15	E	25	3
ΓΕ	180	20	y ₁ = 37 m y ₂ = 34 m ε = 0,00026 m		
ΔΕ	250	20			
EZ	280	25			

Λύση:

Αφού σημειώσουμε τη δεξιόστροφη φορά στους βρόχους (I) και (II) του δικτύου, σημειώνουμε (με διακεκομμένη γραμμή) τον ψευδο-βρόχο (III) και τη φορά του (σχ. 9.5ζ). Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τους συντελεστές α_i για όλους τους σωλήνες των (I), (II) και (III):

(SI)	AB	BΓ	BΔ	ΓΔ	ΓΕ	ΔΕ	EZ
L	300	250	220	230	180	250	280
d	0,3	0,2	0,2	0,15	0,2	0,2	0,25
ε	0,00026	0,00026	0,00026	0,00026	0,00026	0,00026	0,00026
ε/d	0,00087	0,00130	0,00130	0,00173	0,00130	0,00130	0,00104
f	0,0190	0,0210	0,0210	0,0226	0,0210	0,0210	0,0198
α	193	1353	1190	5644	974	1353	470

1. Υπόθεση παροχών: Κατανέμομε (τυχαία αλλά λογικά) τις παροχές στους σωλήνες. Λαμβάνομε υπόψη τους συντελεστές α_i και τα υψόμετρα, καθώς επίσης το ότι υπάρχει εισροή από τις δεξαμενές προς το δίκτυο (σχ. 9.5n).

– **Δίκτυο:** Σύμφωνα με την (9.8α):

$$Q_1 + Q_2 = 280 \text{ L/s}$$

Υποθέτω $Q_1 = 180 \text{ L/s} = 0,18 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q_2 = 100 \text{ L/s} = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}.$$

– **Κόμβος B:** $Q_1 = Q_B + Q_{B\Gamma} + Q_{B\Delta}$

Υποθέτω: $Q_{B\Gamma} = 70 \text{ L/s} \Rightarrow Q_{B\Delta} = 50 \text{ L/s}$

– **Κόμβος Γ:** Υποθέτω: $Q_{\Gamma\Delta} = 10 \text{ L/s}$

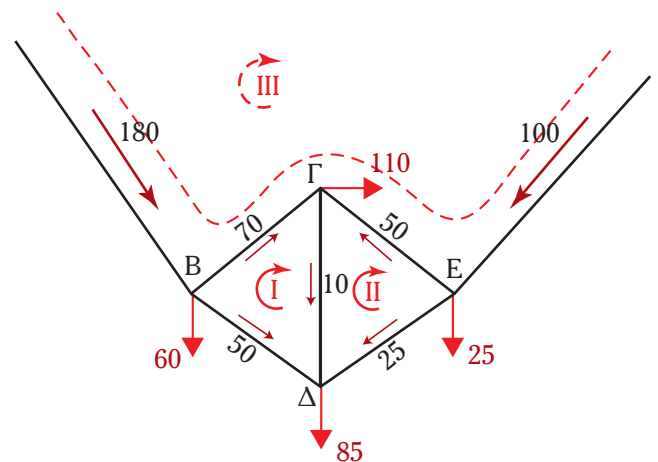
$$Q_{B\Gamma} + Q_{E\Gamma} = Q_{\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_{E\Gamma} = 50 \text{ L/s}$$

– **Κόμβος Δ:** $Q_{B\Delta} + Q_{\Gamma\Delta} = Q_{\Delta} + Q_{\Delta E} \Rightarrow$

$$\Rightarrow Q_{\Delta E} = 25 \text{ L/s}$$

– **Κόμβος E,** επιβεβαίωση:

$$Q_{\Delta} = Q_E + Q_{E\Gamma} + Q_{\Delta E} \quad (100 = 25 + 25 + 50)$$



Σχ. 9.5n.

2. Διαμόρφωση σχέσεων ελέγχου:

$$\Sigma h_I = h_{B\Gamma} + h_{\Gamma\Delta} - h_{B\Delta} = 0 \quad (I)$$

$$\Sigma h_{II} = -h_{\Gamma E} + h_{E\Delta} - h_{\Gamma\Delta} = 0 \quad (II)$$

$$\Sigma h_{III} = -h_{AB} - h_{B\Gamma} + h_{\Gamma E} + h_{EZ} = -3 \quad (III)$$

όπου: $h_i = \alpha_i \cdot Q_i^2$.

Η εξίσωση (III) αντιστοιχεί στον ψευδοβρόχο (III). Προκύπτει από την (9.9α) για $\Delta y = y_1 - y_2 = (37-34)$ m. Η Δy λαμβάνει αρνητική τιμή επειδή ευνοεί ροή αντίθετης κατεύθυνσεως από τη συμβατική του ψευδοβρόχου.

3. Έλεγχος υποθέσεως:

h_{AB}	$h_{B\Gamma}$	$h_{B\Delta}$	$h_{\Gamma\Delta}$	$h_{\Gamma E}$	$h_{\Delta E}$	h_{EZ}	Σh_I	Σh_{II}	Σh_{III}
6,27	6,63	2,98	0,56	2,43	0,85	4,70	4,22	-2,15	-5,77

4. Διόρθωση παροχών:

$$(9.4) \Rightarrow \Delta Q_I = -0,010 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \Delta Q_{II} = -0,00775 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(9.10) \Rightarrow \Delta Q_{III} = \frac{-\Delta y - \Sigma h_{III}}{2 \cdot \Sigma |\alpha_i \cdot Q_{i_{III}}|} \Rightarrow \Delta Q_{III} = 0,00614 \text{ m}^3/\text{s}$$

Διορθώνουμε τις παροχές (m^3/s):

Q_{AB}	$Q_{B\Gamma}$	$Q_{B\Delta}$	$Q_{\Gamma\Delta}$	$Q_{\Gamma E}$	$Q_{\Delta E}$	Q_{EZ}
0,18	0,07	0,05	0,01	0,05	0,025	0,1
0,1739	0,0538	0,0600	-0,0078	0,0484	0,0327	0,1061

Η $Q_{\Gamma\Delta}$ έχει φορά αντίθετη από αυτή που υπολογίσαμε. Τροποποιούμε τις σχέσεις (I) και (II):

$$\Sigma h_I = h_{B\Gamma} - h_{\Gamma\Delta} - h_{B\Delta} = 0 \quad (Ia)$$

$$\Sigma h_{II} = -h_{\Gamma E} + h_{E\Delta} + h_{\Gamma\Delta} = 0 \quad (IIa)$$

[Εναλλακτικά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αντί της εξίσωσης $h_{\Gamma\Delta} = \alpha_{\Gamma\Delta} \cdot Q_{\Gamma\Delta}^2$ την εξίσωση: $h_{\Gamma\Delta} = \alpha_{\Gamma\Delta} \cdot Q_{\Gamma\Delta} \cdot |Q_{\Gamma\Delta}|$, οπότε διορθώνονται αυτόματα οι (I) και (II)].

Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία ελέγχου-διορθώσεως μέχρι οι διορθώσεις να γίνουν αμελητέες. Παραθέτουμε τα αποτελέσματα στον πίνακα που ακολουθεί:

Q_{AB}	$Q_{B\Gamma}$	$Q_{B\Delta}$	$Q_{\Gamma\Delta}$	$Q_{\Gamma E}$	$Q_{\Delta E}$	Q_{EZ}	ΔQ_I	ΔQ_{II}	ΔQ_{III}
0,1739	0,0538	0,0600	0,0078	0,0484	0,0327	0,1061	0,00187	0,00181	-0,00197
0,1758	0,0577	0,0581	0,0077	0,0446	0,0346	0,1042	-0,00038	-0,00005	0,00110
0,1747	0,0562	0,0585	0,0080	0,0458	0,0345	0,1053	0,00043	0,00023	-0,00015
0,1749	0,0568	0,0581	0,0078	0,0454	0,0347	0,1051	-0,00001	0,00009	0,00021
0,1747	0,0566	0,0581	0,0079	0,0455	0,0348	0,1053	0,00011	0,00007	0,00002
0,1746	0,0567	0,0580	0,0079	0,0454	0,0349	0,1054	0,00002	0,00004	0,00005

(συνεχίζεται)

0,1746	0,0566	0,0580	0,0079	0,0455	0,0350	0,1054	0,00003	0,00003	0,00002
0,1746	0,0567	0,0579	0,0079	0,0454	0,0350	0,1054	0,00001	0,00002	0,00002
0,1746	0,0566	0,0579	0,0079	0,0454	0,0350	0,1054	0,00001	0,00001	0,00001

Άρα: $Q_{AB} = 0,1746 \text{ m}^3/\text{s} = 174,6 \text{ L/s}$ $Q_{BG} = 0,0566 \text{ m}^3/\text{s} = 56,6 \text{ L/s}$
 $Q_{BD} = 0,0579 \text{ m}^3/\text{s} = 57,9 \text{ L/s}$ $Q_{GD} = 0,0079 \text{ m}^3/\text{s} = 7,9 \text{ L/s}$
 $Q_{GE} = 0,0454 \text{ m}^3/\text{s} = 45,4 \text{ L/s}$ $Q_{DE} = 0,0350 \text{ m}^3/\text{s} = 35,0 \text{ L/s}$
 $Q_{BZ} = 0,1054 \text{ m}^3/\text{s} = 105,4 \text{ L/s}$

Οι απώλειες που προκύπτουν για τις παραπάνω παροχές είναι (σε m):

h_{AB}	h_{BG}	h_{BD}	h_{GD}	h_{GE}	h_{DE}	h_{EZ}	Σh_I	Σh_{II}	Σh_{III}
5,90	4,34	3,99	-0,35	2,01	1,66	5,22	0,00	0,00	-3,00

Υπολογισμός πιέσεων: Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ της επιφάνειας της δεξαμενής (1) και του κάθε κόμβου:

$$B: y_1 - y_B + \frac{p_1 - p_B}{\gamma} = \Sigma h_{IB} \Rightarrow p_{B,ox} = \gamma \cdot (y_1 - y_B - \Sigma h_{IB}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_{B,ox} = \gamma \cdot (y_1 - y_B - h_{AB}) \Rightarrow p_{B,ox} = 236,5 \text{ KPa}$$

$$\Gamma: p_{\Gamma,ox} = \gamma \cdot (y_1 - y_{\Gamma} - h_{AB} - h_{BG}) \Rightarrow p_{\Gamma,ox} = 164,5 \text{ KPa}$$

$$\Delta: p_{\Delta,ox} = \gamma \cdot (y_1 - y_{\Delta} - h_{AB} - h_{BD}) \Rightarrow p_{\Delta,ox} = 266,0 \text{ KPa}$$

$$E: p_{E,ox} = \gamma \cdot (y_1 - y_E - h_{AB} - h_{BG} + h_{GE}) \Rightarrow p_{E,ox} = 252,8 \text{ KPa}$$

Σημείωση: Όταν σε ένα σωλήνα συναντάμε αντιροή κατά την πορεία υπολογισμού της πτώσεως πιέσεως, οι απώλειες προστίθενται. Έτσι, στο σωλήνα ΓΕ η ροή είναι από το Ε στο Γ. Επομένως, από το Ε ως το Γ έχομε πτώση πιέσεως. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ Ε και Γ προκύπτει:

$$y_E - y_{\Gamma} + \frac{p_E - p_{\Gamma}}{\gamma} = h_{E\Gamma} \Rightarrow p_E = p_{\Gamma} + \gamma \cdot (y_{\Gamma} - y_E + h_{E\Gamma})$$

Φυσικά, τα ίδια αποτελέσματα θα προέκυπταν αν εφαρμόζαμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ της επιφάνειας της δεύτερης δεξαμενής και των κόμβων ή διαδοχικά σε κάθε σωλήνα.

9.5.3 Η σχέση των Hazen-Williams.

Στην ανάπτυξη της μεθοδολογίας επιλύσεως δικτύων, καθώς και στα παραδείγματα, χρησιμοποιήσαμε την εξίσωση απωλειών των Darcy-Weisbach. Κάνοντας την υπόθεση της πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδους ροής, υπολογίσαμε τους συντελεστές τριβής και την ανάγαμε στη μορφή: $h_i = \alpha_i \cdot Q_i^2$. Αν ενδιαφερόμαστε για μεγάλη ακρίβεια, θα πρέπει, μετά από κάποιες διαδοχικές προσεγγίσεις των παροχών, να ελέγξουμε την υπόθεση, να διορθώσουμε όπου χρειάζεται τα f_i και τα α_i . (Τα υπολογιστικά προγράμματα που αναφέρθηκαν, διευκολύνουν αυτή τη διαδικασία).

Εναλλακτικά, για τον υπολογισμό των απωλειών των κλάδων σε συνάρτηση με την παροχή, στην περίπτωση των δικτύων νερού, αντί της εξισώσεως απωλειών Darcy-Weisbach, χρησιμοποιείται και η εκθετική εξίσωση των Hazen-Williams. Οι τελευταίοι, πειραματιζόμενοι στη ροή νερού σε αγωγούς διαφόρων διατομών και τραχυτήτων, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η μέση ταχύτητα ροής είναι ανάλογη της υδραυλικής ακτίνας, υψωμένης σε κάποια δύναμη και της τετραγωνικής ρίζας των απωλειών ανά μονάδα μήκους. Πιο ακριβείς πειραματικές μετρήσεις τους οδήγησαν στην ακόλουθη εμπειρική σχέση (ανηγμένη σε μονάδες του SI):

$$v = 0,849 \cdot C \cdot R^{0,63} \cdot (h_f/L)^{0,54} \quad (9.11)$$

όπου: R είναι η υδραυλική ακτίνα του αγωγού, h_f/L οι απώλειες λόγω τριβών ανά μονάδα μήκους του αγωγού (κλίση πιεζομετρικής γραμμής).

Από αυτή την εμπειρική σχέση ξεκινώντας, καταλήγουμε σε σχέση ανάλογη με την εξίσωση Darcy–Weisbach. Για κυλινδρικούς αγωγούς η σχέση των Hazen–Williams, σε μονάδες του SI, λαμβάνει τη μορφή:

$$h_f = \frac{10,665 \cdot L}{C^{1,852} \cdot d^{4,871}} \cdot Q^{1,852} \quad (9.12)$$

όπου: h_f οι απώλειες λόγω τριβών σε σωλήνα μήκους L και διαμέτρου d.

Ο C είναι αδιάστατος συντελεστής, καλούμενος συντελεστής τραχύτητας των Hazen–Williams. Η τιμή του εξαρτάται από το υλικό κατασκευής του σωλήνα. Ο Πίνακας 9.5.1 παρουσιάζει τα όρια που κινείται για καινούργιους αγωγούς από διάφορα υλικά. Παλιοί αγωγοί έχουν μειωμένη την τιμή του C (άρα μεγαλύτερες απώλειες).

Πίνακας 9.5.1
Συντελεστής τραχύτητας των Hazen–Williams.

Υλικό αγωγού	Συντελεστής Hazen–William C
Χυτοσίδηρος	130 – 140
Γαλβανισμένος σίδηρος	120
Χάλυβας	110
Πλαστικό	140 – 150
Τσιμέντο	120 – 140

Παρατηρούμε ότι τόσο η εξίσωση Darcy–Weisbach, όσο και αυτή των Hazen–Williams, ανάγονται στη μορφή:

$$h_i = A_i \cdot Q_i^n \quad (9.13)$$

Στην εξίσωση Darcy–Weisbach:

$$A_i = a_i = \frac{8}{\pi^2 g} \cdot f_i \cdot \frac{L_i}{d_i^5}, \quad n = 2 \quad (9.13a)$$

Στην εξίσωση Hazen–Williams:

$$A_i = \frac{10,665}{C^{1,852}} \cdot \frac{L_i}{d_i^{4,871}}, \quad n = 1,852 \quad (9.13\beta)$$

Αντίστοιχα, η σχέση διορθώσεως παροχών των δικτύων λαμβάνει τη μορφή:

$$\Delta Q_j = \frac{-\Sigma h_j'}{n \cdot \Sigma |A_i \cdot Q_i^{n-1}|} \Rightarrow \quad (9.14)$$

Η σχέση των Hazen–Williams είναι πιο απλή από την αντίστοιχη σχέση των Darcy–Weisbach, λόγω του απλούστερου υπολογισμού του συντελεστή C. Αυτός λαμβάνεται άμεσα από πίνακες ή γραφήματα, αφού ο συντελεστής f απαιτεί τον υπολογισμό της σχετικής τραχύτητας (για ακριβή τιμή, και του αριθμού Reynolds) και τη χρήση του διαγράμματος Moody (ή των εξισώσεων που είδαμε στην παράγραφο 5.4.2). Αυτός είναι ο λόγος που συνάντησε ευρεία χρήση στους υπολογισμούς δικτύων νερού. Όμως παρουσιάζει σημαντικά μειονεκτήματα: Δίνει αποτελέσματα μικρότερης ακρίβειας από τα αντίστοιχα της εξισώσεως Darcy–Weisbach και ισχύει μόνο στην περίπτωση που το διακινούμενο ρευστό είναι νερό. Η εξάπλωση εξάλλου των ηλεκτρονικών υπολογιστών, αναιρεί τις δυσκολίες που συνεπάγεται η εξίσωση των Darcy–Weisbach, την οποία θα συνεχίσουμε να χρησιμοποιούμε. Τονίζουμε ότι και οι δύο σχέσεις είναι εμπειρικές, αλλά η εξίσωση Darcy–Weisbach είναι θεωρητικά πιο αναλυτική και σύμφωνη με τα συμπεράσματα της διαστατικής ανάλυσεως (βλ. παράγρ. 4.1.8, παράδειγμα 6).

Σημείωση: Για δίκτυα ανοικτών αγωγών (π.χ. αποχετευτικά, αρδευτικά), η σχέση των απωλειών με την παροχή, δίνεται

και από την –επίσης εμπειρική– εξίσωση των Chezy–Manning:

$$h_f = 4,1 \cdot n^2 \cdot \frac{L}{d^{5,33}} \cdot Q^2$$

όπου: n, η αδιάστατη σταθερά (συντελεστής τραχύτητας του Manning).
 Η ομοιότητα με τις παραπάνω εξισώσεις είναι εμφανής.

Παράδειγμα 6

Να επιλυθεί το δίκτυο του σχήματος 9.50 με χρήση της εξίσωσης των Hazen–Williams.

Λύση:

Το δίκτυο είναι ίδιο μ’ αυτό του παραδείγματος 2, το οποίο επιλύσαμε με χρήση της εξίσωσης των Darcy–Weisbach. Η μόνη μεθοδολογική διαφορά είναι η αντικατάσταση των σχέσεων $h_i = \alpha_i \cdot Q_i^2$ (που προκύπτουν από την εξίσωση Darcy–Weisbach) από τις εξισώσεις (9.13):

$$h_i = A_i \cdot Q_i^n$$

όπου:

$$A_i = \frac{10,665}{C^{1,852}} \cdot \frac{L_i}{d_i^{4,871}} \quad \text{και } n = 1,852$$

Κατά συνέπεια, σχέση διορθώσεως των παροχών είναι η εξίσωση (9.14).

– Αφού προετοιμάσουμε το δίκτυο (σήμανση κλάδων, δεξιόστροφη πορεία), υπολογίζουμε τους συντελεστές A_i . Προς τούτο, παίρνομε τιμή του C από τον Πίνακα 9.5.1 (για χυτοσίδηρο): C = 130. Από τη σχέση (9.13β) προκύπτουν οι τιμές του πίνακα:

(SI)	AB	AΔ	ΔE	BE	BΓ	ΓZ	EZ
d	0,3	0,2	0,15	0,20	0,20	0,15	0,15
L	150	200	150	200	150	200	150
A_i	68,5	658,6	2005,8	658,6	494,0	2674,4	2005,8

– Υποθέτομε μία κατανομή των παροχών (όπως στο 1^ο βήμα του παραδείγματος 2) (σχ. 9.5i).

– Διαμορφώνομε τις σχέσεις ελέγχου:

$$\Sigma h_I = h_{AB} + h_{BE} + h_{\Delta E} - h_{A\Delta} = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma h_{II} = h_{B\Gamma} + h_{\Gamma Z} - h_{EZ} - h_{BE} = 0 \quad (2)$$

– Υπολογίζομε τις απώλειες h_i με εφαρμογή της εξίσωσης:

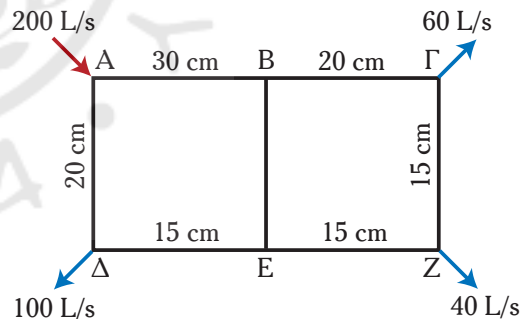
$$h_i = A_i \cdot Q_i^{1,852}$$

(SI)	AB	AΔ	ΔE	BE	BΓ	ΓZ	EZ
d	0,3	0,2	0,15	0,20	0,20	0,15	0,15
L	150	200	150	200	150	200	150
A_i	68,5	658,6	2005,8	658,6	494,0	2674,4	2005,8
Q	0,12	0,08	0,02	0,04	0,08	0,02	0,02
h_i	1,35	6,13	1,43	1,70	4,59	1,91	1,43

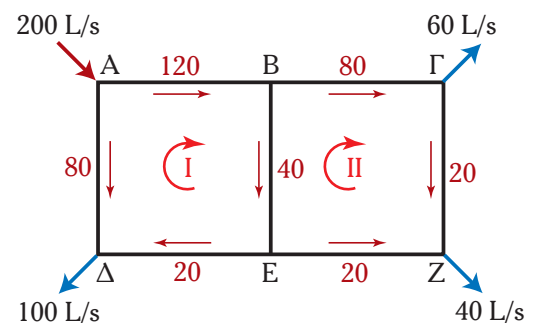
– Υπολογίζομε τα Σh_I και Σh_{II} :

$$\Sigma h_I = -1,65 \text{ m} \quad \Sigma h_{II} = 3,37 \text{ m}$$

– Υπολογίζομε τις διορθώσεις παροχών των δύο βρόχων με την εξίσωση (9.14):



Σχ. 9.50.



Σχ. 9.5i.

$$\Delta Q_j = \frac{-\Sigma h_j'}{1,852 \cdot \Sigma |A_i \cdot Q_i^{0,852}|}$$

$$\Delta Q_I = 0,0044 \text{ m}^3/\text{s} = 4,4 \text{ L/s}$$

$$\Delta Q_{II} = -0,0068 \text{ m}^3/\text{s} = -6,8 \text{ L/s}$$

– Διορθώνομε τις παροχές (με τη σύμβαση προσήμων) και επαναλαμβάνομε τη δοκιμή με τις νέες τιμές παροχών (υπολογισμός h_i , Σh_I και Σh_{II} , ΔQ_I και ΔQ_{II}). Μετά από τέσσερεις επαναλήψεις, προκύπτουν αμελητέες διορθώσεις και κατά συνέπεια το πρόβλημα επιλύθηκε. Παρουσιάζομε σε πίνακα τις διαδοχικές προσεγγίσεις των παροχών:

	AB	ΑΔ	ΔΕ	ΒΕ	ΒΓ	ΓΖ	ΕΖ
Υπόθεση	0,1200	0,0800	0,0200	0,0400	0,0800	0,0200	0,0200
1 ^η προσέγγιση	0,1244	0,0756	0,0244	0,0512	0,0732	0,0132	0,0268
2 ^η προσέγγιση	0,1227	0,0773	0,0227	0,0488	0,0739	0,0139	0,0261
3 ^η προσέγγιση	0,1229	0,0771	0,0229	0,0493	0,0736	0,0136	0,0264
4 ^η προσέγγιση	0,1228	0,0772	0,0228	0,0492	0,0736	0,0136	0,0264

Άρα οι παροχές L/s (σε παρένθεση οι αντίστοιχες τιμές που υπολογίσαμε στο παράδειγμα 2, με χρήση της εξισώσεως Darcy–Weisbach) είναι:

$$\begin{aligned} Q_{AB} &= 122,8 \text{ L/s} && (123,8 \text{ L/s}) \\ Q_{ΑΔ} &= 77,2 \text{ L/s} && (76,2 \text{ L/s}) \\ Q_{ΔΕ} &= 22,8 \text{ L/s} && (23,8 \text{ L/s}) \\ Q_{ΒΕ} &= 49,2 \text{ L/s} && (50,3 \text{ L/s}) \\ Q_{ΒΓ} &= 73,6 \text{ L/s} && (73,5 \text{ L/s}) \\ Q_{ΓΖ} &= 13,6 \text{ L/s} && (13,5 \text{ L/s}) \\ Q_{ΕΖ} &= 26,4 \text{ L/s} && (26,5 \text{ L/s}) \end{aligned}$$

Αν και πιο ακριβείς είναι οι τιμές που προέκυψαν με χρήση της εξισώσεως Darcy–Weisbach, οι διαφορές στα τελικά αποτελέσματα δεν είναι μεγάλες.

9.6 Δίκτυα σωληνώσεων σε πλοία.

Το πλοίο αποτελεί ένα σύστημα με σχετική αυτονομία, σαφώς μεγαλύτερη από παραγωγικές μονάδες της στεριάς. Παράλληλα με τη λειτουργία του ως το σημαντικότερο μεταφορικό μέσο, διαθέτει τις κατάλληλες υποδομές για μακρά παραμονή των εργαζομένων επί αυτού. Είναι δηλαδή μια μεγάλη παραγωγική μονάδα και ταυτόχρονα ένας ιδιόμορφος οργανωμένος χώρος ενδιαίτησης. Για τις λειτουργικές ανάγκες τόσο της παραγωγικής διαδικασίας, όσο και της οργανωμένης διαβίωσης επ' αυτού, απαιτείται η διακίνηση πολλών ρευστών. Η σχεδίαση, κατασκευή, λειτουργία και συντήρηση των δικτύων προσαγωγής των ρευστών στα σημεία χρήσεως, αποτελεί βασική προϋπόθεση για τη συνολική λειτουργία του συστήματος.

Ανάλογα με το **διακινούμενο ρευστό**, μπορούμε να διακρίνομε:

- **Δίκτυα υγρών** (γλυκού και θαλασσινού νερού, καυσίμων, λιπαντικών).
- **Δίκτυα αερίων** (αερισμού, αέρα εκκινήσεως μηχανών, αδρανών αερίων).
- **Δίκτυα υγρών και ατμών** (ατμολέβητας, ψυκτικές εγκαταστάσεις).

Τα ασυμπίεστα ρευστά καλύπτουν την πρώτη περίπτωση. Ασυμπίεστα όμως είναι και τα υγρά που συναντάμε σε τμήματα δικτύων της τρίτης περιπτώσεως. Κατά προσέγγιση συμπεριφορά ασυμπίεστου ρευστού παρουσιάζει και ο αέρας του δικτύου αερισμού (αφού δεν υπάρχουν αξιόλογες μεταβολές πίεσεως).

Ανάλογα με τον **εξυπηρετούμενο σκοπό**, συναντάμε δίκτυα εξυπηρετήσεως της παραγωγικής διαδικασίας (δίκτυα καυσίμων, καυσαερίων, λιπαντικών, ψύξεως με γλυκό νερό και νερό θάλασσας, ατμού, διαχειρί-

σεως πετρελαιοειδών αποβλήτων, έρματος, φορτίου κ.ά.), δίκτυα εξυπηρετήσεως των αναγκών ενδιαιτήσεως (δίκτυα πόσιμου νερού, νερού υγιεινής, αποχετεύσεως, ψυκτικών εγκαταστάσεων, αερισμού, θερμάνσεως κ.ά.), καθώς και τα κρίσιμης σημασίας δίκτυα ασφαλείας (δίκτυα πυρασφάλειας, αδρανών αερίων, κυτών κ.ά.).

Ορισμένα από τα παραπάνω δίκτυα αποτελούν κλειστά συστήματα, αλλά στην πλειονότητά τους είναι ανοιχτά συστήματα ροής. Στις σημαντικότερες περιπτώσεις απαιτούνται δεξαμενές, στις οποίες αποθηκεύονται τα διακινούμενα υγρά, τα οποία παραλαμβάνονται κατά τον ελλιμενισμό (καύσιμα, λιπαντικά, πόσιμο νερό κ.ά.). Κάποια ρευστά παράγονται στο πλοίο είτε για να καλύψουν ανάγκες (γλυκό νερό, ζεστό νερό, ατμός κ.ά.), είτε ως ανεπιθύμητα παραπροϊόντα που πρέπει να διαχειριστούν κατάλληλα (καυσαέρια, απόβλητα κ.ά.). Τέλος, το θαλάσσιο περιβάλλον προσφέρει σε αφθονία εκτός από τον αέρα και το θαλασσινό νερό. Τα σημαντικότερα αυτόνομα δίκτυα που συναντάμε στα πλοία παρουσιάζονται στις επόμενες υποπαραγράφους.

9.6.1 Δίκτυα νερού.

Και στο πλοίο, τα δίκτυα νερού είναι τα πιο σημαντικά και ταυτόχρονα τα πλέον πολύπλοκα. Υπάρχουν τα ακόλουθα δίκτυα νερού:

α) **Δίκτυο πόσιμου νερού:** Παρέχει πόσιμο νερό στους χώρους εργασίας και ενδιαιτήσεως για χρήση από το πλήρωμα και τους επιβάτες, στα μαγειρεία και στα πλυντήρια, καθώς και οπουδήποτε αλλού απαιτηθεί από την κατασκευή. Το νερό αναρροφά η αντλία από τις δεξαμενές πόσιμου και το καταθλίβει στο δίκτυο. Πρέπει να εξασφαλίζεται αξιόλογη αυτονομία του πλοίου σε πόσιμο νερό, ανάλογα με τον εξυπηρετούμενο πληθυσμό. Στα σύγχρονα πλοία, υπάρχουν συσκευές παραγωγής πόσιμου νερού από τη θάλασσα. Σε κάθε περίπτωση, απαιτείται δεξαμενή αποθηκεύσεως που να καλύπτει τους όρους υγιεινής.

β) **Δίκτυο γλυκού νερού:** Πρόκειται για δίκτυο διανομής γλυκού νερού (ζεστού και κρύου) που δύναται να παραχθεί στο πλοίο με αφάλατωση του θαλασσινού νερού. Από τη δεξαμενή αφάλατωμένου νερού, καταθλίβεται με αντλίες και, μέσω των σωληνώσεων του δικτύου, οδηγείται στους νιπτήρες και λουτήρες των χώρων ενδιαιτήσεως, στα πλυντήρια και όπου αλλού χρειάζεται.

Τα δίκτυα πόσιμου και γλυκού νερού είναι ανεξάρτητα από κάθε άλλο δίκτυο. Υπάρχει η δυνατότητα συνδέσεως των δύο δικτύων σε περίπτωση ανάγκης. Οι δεξαμενές γλυκού νερού έχουν επαρκή χωρητικότητα και δεν πρέπει να συνορεύουν με δεξαμενές καυσίμων, πετρελαιοειδών και λυμάτων.

γ) **Δίκτυο νερού θερμάνσεως:** Κυκλοφορεί στο σύστημα κεντρικής θερμάνσεως, το οποίο ξεκινώντας από το μηχανοστάσιο, καλύπτει τους χώρους ενδιαιτήσεως και τους λοιπούς χώρους του πλοίου.

δ) **Δίκτυο νερού υγιεινής και αποχετεύσεως:** Σ' αυτό κυκλοφορεί θαλασσινό νερό, άρα δεν απαιτεί δεξαμενή αποθηκεύσεως. Παραλαμβάνεται από τη θάλασσα με την αντλία υγιεινής και χρησιμοποιείται για πλύση αποχωρητηρίων, δαπέδων, καταστρωμάτων κ.ά..

ε) **Δίκτυα νερού ψύξεως των μηχανών:** Παλαιότερα η ψύξη των μηχανών γινόταν άμεσα με χρήση θαλασσινού νερού. Υπήρχαν όμως σημαντικά προβλήματα, λόγω των ιδιομορφιών του θαλασσινού νερού. Η υψηλή περιεκτικότητά του σε άλατα σκληρότητας και χλωριούχο νάτριο είχε ως συνέπειες, από τη μία τη δημιουργία επικαθίσεων στις ψυχόμενες επιφάνειες, οι οποίες μειώνουν την ψυκτική ικανότητα και από την άλλη, τη διαμόρφωση διαβρωτικού περιβάλλοντος. Για τούτο, το κυρίως σύστημα ψύξεως είναι κλειστό, εντός του οποίου κυκλοφορεί πόσιμο ή αποσταγμένο νερό. Υπάρχουν υποσυστήματα ψύξεως των χιτωνίων, των εμβόλων και των εγχυτήρων καυσίμου.

Η χρήση του θαλασσινού νερού περιορίστηκε στη δευτερεύουσα ψύξη του κυρίως ψυκτικού μέσου. Το θαλασσινό νερό χρησιμοποιείται επίσης για την ψύξη του ελαίου λιπάνσεως, καθώς και για την ψύξη και καθαρισμό των καυσαερίων που αξιοποιούνται στο δίκτυο αδρανούς αερίου.

στ) **Δίκτυο νερού πυροσβέσεως:** Και αυτό είναι δίκτυο θαλασσινού νερού που αναρροφά (όταν χρειαστεί) η αντλία πυροσβέσεως και το καταθλίβει στα κατάλληλα σημεία του δικτύου πυροσβέσεως (πυροσβεστικά σημεία ή μανικοθέσια). Από εκεί, με εύκαμπτους υφασμάτινους σωλήνες (μάνικες) και κατάλληλα ακροφύσια, κατευθύνεται στον επιλεγμένο χώρο.

Σημειώνουμε ότι οι εισαγωγές θαλασσινού νερού φέρουν κατάλληλα πλέγματα και φίλτρα, ενώ τα επιστόμιά τους είναι χειριζόμενα από θέση εύκολα προσιτή και πάνω από το δάπεδο του μηχανοστασίου.

9.6.2 Δίκτυο κυτών.

Αναρροφά από κάθε στεγανό διαμέρισμα του σκάφους, συμπεριλαμβανομένων των μηχανοστασίων-πλεκτροστασίων (εφόσον υφίστανται). Κάθε αναρρόφηση έχει φίλτρο και υπάρχει για κάθε μία αναρρόφηση κυτών ανεπίστροφη βαλβίδα.

Τα δίκτυα κυτών και πυροσβέσεως, εξυπηρετούνται από περισσότερες των δύο ανεξάρτητες ηλεκτροκίνητες αντλίες, κατανεμημένες στο πλοίο έτσι, ώστε τουλάχιστον μία να είναι διαθέσιμη σε περίπτωση κατακλύσεως δύο στεγανών διαμερισμάτων.

9.6.3 Δίκτυο σεντινών.

Η αντλία αναρροφά από τους χώρους συγκεντρώσεως πετρελαιοειδών μειγμάτων και καταθλίβει προς τη δεξαμενή συγκεντρώσεως των πετρελαιοειδών. Η σωλήνωση είναι εφοδιασμένη με ανεπίστροφες βαλβίδες. Υπάρχει ενίσχυση στην περιοχή των αναρροφήσεων και κατάλληλη διαμόρφωση για την πλήρη αποστράγγιση των σεντινών.

9.6.4 Δίκτυο καυσίμων.

Είναι δίκτυο πρωταρχικής σημασίας, αφού εξυπηρετεί τον κύριο σκοπό του πλοίου, δηλαδή την παραγωγή ενέργειας που του επιτρέπει να κινείται, αλλά παράλληλα καλύπτει και τις υπόλοιπες ενεργειακές ανάγκες του συστήματος. Υπάρχουν δεξαμενές καυσίμου (με κατάλληλες ανθρωποθυρίδες, ενδεικτικά, καταμετρητικά και εξαεριστικά), από τις οποίες το πετρέλαιο οδηγείται στις δεξαμενές ημερήσιας καταναλώσεως και από εκεί στις μηχανές (για το βαρύ πετρέλαιο, μεταξύ της δεξαμενής αποθηκείσεως και ημερήσιας καταναλώσεως, παρεμβάλλεται δεξαμενή καθιζήσεως). Το δίκτυο πετρελαίου διαθέτει τους κατάλληλους προθερμαντήρες, φίλτρα και υδατοπαγίδες. Στα μηχανοστάσια υπάρχουν οι απαιτούμενοι φυγοκεντρικοί διαχωριστήρες πετρελαίου και ελαίου.

Το πλοίο διαθέτει δεξαμενή συγκεντρώσεως πετρελαιοειδών καταλοίπων (sludge tank), στην οποία καταθλίβονται το διαχωρισθέν πετρέλαιο από το διαχωριστήρα πετρελαίου-νερού, καθώς και τα πετρελαιοειδή κατάλοιπα από το φυγοκεντρικό διαχωριστήρα πετρελαίου και τα πάσης φύσεως πετρελαιοειδή κατάλοιπα.

9.6.5 Δίκτυο λιπάνσεως.

Εξασφαλίζει τη λίπανση –και κατά συνέπεια τον περιορισμό των φθορών λόγω υπερθερμάνσεως– της μηχανής, καθώς και τον καθαρισμό της από εξανθρακώματα και ρινίσματα. Παλαιότερα η λίπανση της κύριας μηχανής βασιζόταν σε εμπάπτιση κινουμένων μερών στην ελαιολεκάνη. Σήμερα, εφαρμόζεται η αναγκαστική κυκλοφορία του λαδιού λιπάνσεως με τη χρήση αντλιών. Για τις κύριες και βοηθητικές μηχανές χρησιμοποιούνται διαφορετικά λιπαντικά. Είναι λοιπόν πιο ορθό να μιλάμε για σύστημα λιπάνσεως που αποτελείται από περισσότερα του ενός δίκτυα, καθένα από τα οποία έχει τη δική του δεξαμενή, σωλήνωση, καθαριστές και αντλίες.

9.6.6 Δίκτυα αερισμού-εξαερισμού.

Καλύπτουν τη γέφυρα, το δωμάτιο ελέγχου των μηχανών, τους χώρους σιτίσεως, και τους χώρους ενδιαίτησεως και υγιεινής. Ο αέρας εισάγεται στους χώρους με φυγοκεντρικούς ανεμιστήρες μέσω των αεραγωγών. Είναι δυνατή η προσθήκη στο σύστημα ψυκτικής ή θερμαντικής μηχανής για τον κλιματισμό των χώρων. Ειδικά στο μηχανοστάσιο, η εισαγωγή αέρα γίνεται με ανεμιστήρες και αεραγωγούς επαρκούς διατομής και κατάλληλης διατάξεως και ισχύος, οι οποίοι είναι εφοδιασμένοι με διάταξη διακοπής λειτουργίας ανεμιστήρα και κλεισίματος των αεροφρακτών από θέση εκτός μηχανοστασίου.

Υπάρχουν και άλλα δίκτυα, όπως τα δίκτυα έρματος, αποχετεύσεως, ψυκτικών μέσων, κλιματισμού, ατμού, καυσαερίων, αδρανούς αερίου, καθώς και δίκτυα που σχετίζονται με τον τύπο και τις προκύπτουσες ειδικές λειτουργίες του πλοίου.

Όλα τα δίκτυα σωληνώσεων και τα επιστόμια των δικτύων πληρούν τις απαιτήσεις των κανονισμών

του νιογνώμονα. Το κάθε επιστόμιο φέρει ανεξίτηλη επ' αυτού χαρακτηριστική ένδειξη (αριθμούς ή και γράμματα) αντίστοιχα με την ένδειξή του στα σχέδια του πλοίου. Όλες οι σωληνώσεις των δικτύων σπνρίζονται και ασφαλίζονται κατάλληλα για την αποφυγή καταστροφής τους λόγω κραδασμών. Τέλος, όλα τα δίκτυα πρέπει να σημαίνονται σύμφωνα με τις απαιτήσεις του πρότυπου **ISO 14617** (1999, Ships and marine technology -- Identification colours for the content of piping systems), όπως αναλυτικά αναφέραμε στο Έβδομο Κεφάλαιο (παράγρ. 7.4).

9.7 Ασκήσεις.

1. Να υπολογισθούν οι παροχές νερού στους τρεις σωλίνες από χυτοσίδηρο του σχήματος 9.7α με μήκη: $AB = 150$ m, $AG = 150$ m, $BΓ = 100$ m και διαμέτρους: 8 cm, 6 cm, 5 cm αντίστοιχα. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

$$[Q_{AB} = 64,4 \text{ L/s}, Q_{AG} = 35,6 \text{ L/s}, Q_{BΓ} = 14,4 \text{ L/s}]$$

2. Να υπολογισθούν οι παροχές στο βρόχο του σχήματος 9.7β αν $Q_A = 0,32 \text{ m}^3/\text{s}$ (εισροή), $Q_B = 0,28 \text{ m}^3/\text{s}$ (εκροή) και $Q_{\Delta} = 0,10 \text{ m}^3/\text{s}$ (εισροή). Οι σωλίνες είναι όλοι από χυτοσίδηρο, διαμέτρου 25 cm με $AB = \Gamma\Delta = 200$ m και $A\Delta = B\Gamma = 100$ m.

$$[Q_{AB} = 0,218, Q_{A\Delta} = 0,102, Q_{\Delta\Gamma} = 0,062, Q_{B\Gamma} = 0,202 \text{ (m}^3/\text{s)}]$$

3. Να υπολογισθούν οι παροχές νερού (σε L/s) στους σωλίνες από χυτοσίδηρο του δικτύου του σχήματος 9.7γ. Τα μήκη των σωλίνων είναι: $AB = 100$ m, $B\Gamma = 150$ m, $A\Delta = 200$ m, $\Gamma\Delta = 150$ m, $B\Delta = 200$ m. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες).

$$[Q_{AB} = 36,5, Q_{B\Gamma} = 25,32, Q_{\Gamma\Delta} = 10,32, Q_{A\Delta} = 13,5, Q_{B\Delta} = 11,18 \text{ (σε L/s)}]$$

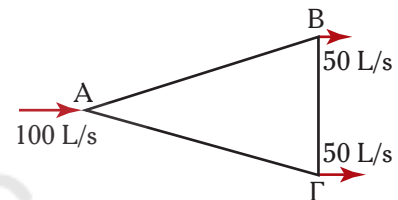
4. Οι πέντε σωλίνες του οριζώντιου δικτύου του σχήματος 9.7δ, έχουν συντελεστή τριβής $f = 0,025$, μήκη $AB = \Gamma\Delta = 600$ ft, $A\Gamma = B\Delta = 450$ ft, $B\Gamma = 750$ ft, και διαμέτρους που φαίνονται στο σχήμα. Αν η εισροή νερού στο δίκτυο είναι $Q_A = 3 \text{ ft}^3/\text{s}$, να υπολογισθούν οι παροχές και οι διευθύνσεις ροής σε όλους τους σωλίνες. Αν η πίεση στο σημείο A είναι 120 psi, να υπολογισθούν οι πιέσεις στα σημεία B, Γ και Δ.

$$[Q_{AB} = 1,78, Q_{A\Gamma} = 1,22, Q_{B\Gamma} = 1,48, Q_{B\Delta} = 0,3, Q_{\Gamma\Delta} = 2,7 \text{ (ft}^3/\text{s)}, p_B = 116,1, p_\Gamma = 114,2, p_\Delta = 105,1 \text{ (psi)}]$$

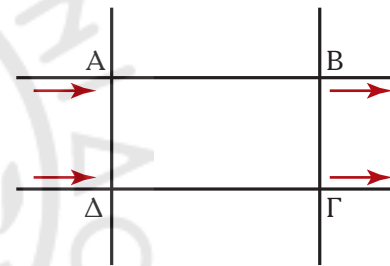
5. Αν στο προηγούμενο πρόβλημα η παροχή προς και από το δίκτυο είναι άγνωστες και $p_A - p_B = 15$ psi, να υπολογισθούν οι παροχές σε όλους τους σωλίνες του δικτύου. (Υπόδειξη: Στη διόρθωση των αγνώστων παροχών εισάγετε δύο σχέσεις κόμβων).

$$[Q_{AB} = 3,47, Q_{A\Gamma} = 2,38, Q_{B\Delta} = 0,58, Q_{B\Gamma} = 2,9, Q_{\Gamma\Delta} = 5,27 \text{ (σε ft}^3/\text{s)}]$$

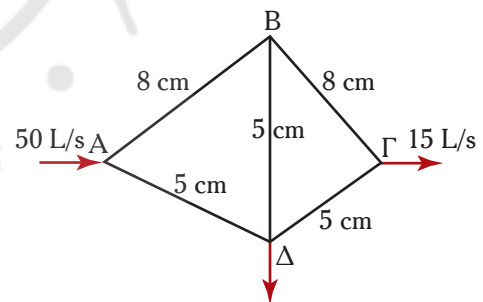
6. Οι σωλίνες του σχήματος 9.7ε έχουν συντελεστή τριβής



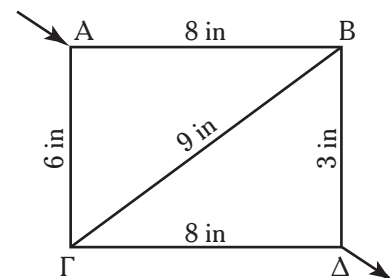
Σχ. 9.7α.



Σχ. 9.7β.



Σχ. 9.7γ.



Σχ. 9.7δ.

0,022, διάμετρο 5 in και μήκη: $AB = \Gamma\Delta = 400$ ft, $A\Gamma = B\Delta = 300$ ft, $B\Gamma = 300$ ft. Η πίεση στο A είναι 90 psi. Στους σωλήνες ρέει νερό 20°C. Να υπολογισθούν οι παροχές σε όλους τους σωλήνες και η πίεση στα σημεία B, Γ και Δ. (Όλοι οι κόμβοι έχουν το ίδιο υψόμετρο).

$$[Q_{AB} = 0,95, Q_{A\Gamma} = 1,05, Q_{\Gamma B} = 0,24, Q_{\Gamma\Delta} = 0,31, Q_{B\Delta} = 0,19 \text{ (σε ft}^3/\text{s)}]$$

7. Να υπολογισθούν οι παροχές του δικτύου του σχήματος 9.7στ. Οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο με μήκη:

$$AB = BE = \Delta E = A\Delta = 100 \text{ m}$$

$$\Gamma\Delta = 50 \text{ m } A\Gamma = 112 \text{ m.}$$

(Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).

$$[Q_{AB} = 28,7, Q_{A\Gamma} = 46,9, Q_{A\Delta} = 24,4, Q_{BE} = 28,7, Q_{\Delta E} = 6,3, Q_{\Delta\Gamma} = 18,1 \text{ (σε L/s)}]$$

8. Οι σωλήνες του σχήματος 9.7ζ είναι από χυτοσίδηρο με μήκη:

$$AB = \Delta E = 100 \text{ m } B\Gamma = E Z = 150 \text{ m}$$

$$A\Delta = BE = \Gamma Z = 120 \text{ m.}$$

Οι διάμετροι όλων των σωλήνων είναι 3 in και οι παροχές νερού προς και από το δίκτυο, σημειώνονται στο σχήμα 9.7ζ. Να υπολογισθούν οι παροχές σε όλους τους σωλήνες και η πτώση πιέσεως από το A ως το Z. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες, $y_A = y_Z$).

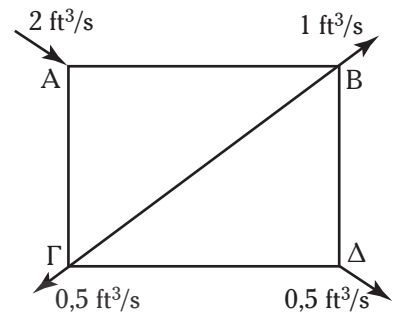
$$[Q_{AB} = 25,4, Q_{A\Delta} = 24,6, Q_{B\Gamma} = 16,1, Q_{BE} = 9,3, Q_{\Gamma Z} = 1,1, Q_{\Delta E} = 4,6, Q_{EZ} = 13,9 \text{ (L/s)}, \Delta p_{AZ} = 887 \text{ KPa}]$$

9. Να υπολογισθούν οι παροχές νερού και οι απώλειες στους σωλήνες από χυτοσίδηρο του δικτύου του σχήματος 9.7η. Δίνονται:

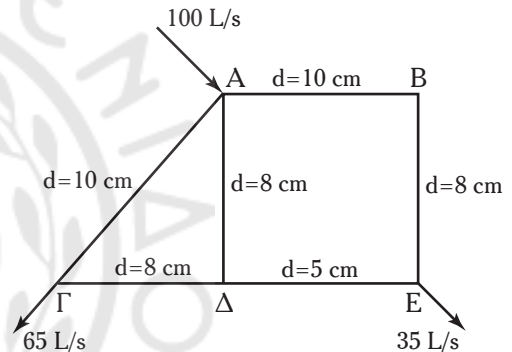
	L (m)	d (cm)
AB	150	12
AE	150	15
BΓ	100	8
BΔ	180	8
BE	150	8
ΓΔ	120	8
ΔE	180	10

$$[Q_{AB} = 54,3, Q_{AE} = 95,7, Q_{B\Gamma} = 35,0, Q_{B\Delta} = 23,0, Q_{BE} = 3,7, Q_{\Gamma\Delta} = 15,0, Q_{\Delta E} = 41,9 \text{ (m}^3/\text{h)}]$$

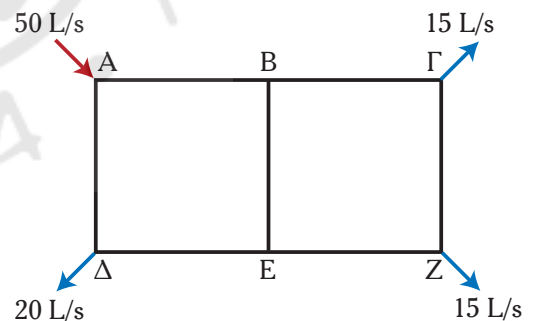
10. Οι σωλήνες του δικτύου του σχήματος 9.7θ είναι από χυτοσίδηρο. Να υπολογισθούν οι παροχές νερού σε όλους τους σωλήνες (σε L/s). Αν το ύψος πίεσεως στον κόμβο A είναι 40 m, να υπολογισθεί η πίεση στον κόμβο Δ, ο οποίος βρίσκεται 5 m χαμηλότερα από τον A. Δίνονται:



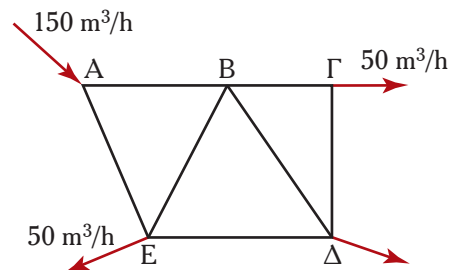
Σχ. 9.7ε.



Σχ. 9.7στ.



Σχ. 9.7ζ.



Σχ. 9.7η.

$AB = 300 \text{ m}, \Gamma\Delta = \Delta E = ZH = H\Theta = 150 \text{ m}$

$A\Gamma = \Gamma Z = \Delta H = BE = E\Theta = 120 \text{ m}$

$[Q_{AB} = 103, Q_{A\Gamma} = 97, Q_{\Gamma\Delta} = 58,9, Q_{\Gamma Z} = 38,1, Q_{\Delta H} = 22, Q_{H\Theta} = 11,9, Q_{E\Delta} = 63,1, Q_{E\Theta} = 39,9, Q_{H\Theta} = 10,1 \text{ (L/s)}]$

11. Στο δίκτυο νερού του σχήματος 9.7ι, οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο. Δίνονται τα μήκη και οι διαμέτροι των σωλήνων, καθώς και οι παροχές προς και από το δίκτυο. Να υπολογισθούν: α) οι παροχές σε όλους τους σωλήνες του δικτύου, β) η διαφορά πίεσεως μεταξύ A και Z, αν $y_A - y_Z = 4 \text{ m}$.

Δεδομένα σωλήνων:

	A B	BΓ	ΓΔ	Δ E	E Z	Z H	H Θ	A Θ	B H	Π I	E I	Z I	H I
L, m	60	15 0	10 0	60	80	80	50	80	10 0	6 0	8 0	80	50
d, cm	12	10	8	8	8	8	10	12	8	8	8	8	8

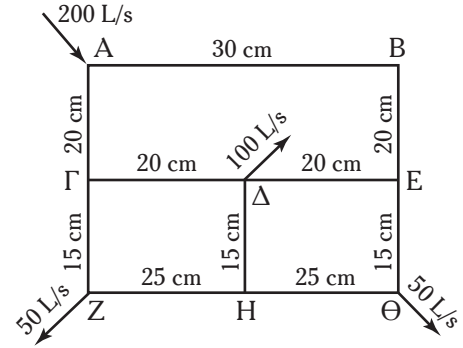
$[Q_{AB} = 66,1, Q_{B\Gamma} = 28,2, Q_{\Gamma\Delta} = 10,5, Q_{\Delta E} = 9,5, Q_{EZ} = 26,0, Q_{ZH} = 11,9, Q_{H\Theta} = 13,9, Q_{A\Theta} = 53,9, Q_{BH} = 2,1, Q_{\Gamma I} = 12,3, Q_{EI} = 13,5, Q_{ZI} = 22,1, Q_{HI} = 23,7 \text{ (L/s)}, p_A - p_Z = 87,4 \text{ KPa}]$

12. Οι σωλήνες του δικτύου του σχήματος 9.7ια είναι από γαλβανισμένο σίδηρο με μήκη και διαμέτρους: $L_{AB} = L_{E\Delta} = 150 \text{ m}, L_{AE} = L_{BE} = 200 \text{ m}, L_{B\Delta} = 120 \text{ m}$ και $d_{AB} = d_{AE} = 10 \text{ cm}, d_{B\Delta} = d_{BE} = d_{B\Delta} = 8 \text{ cm}$. Στο σωλήνα BΔ υπάρχει αντλία η οποία αποδίδει στο νερό ύψος ενέργειας 30 m. Να υπολογισθούν οι παροχές στους σωλήνες και η πίεση στην έξοδο της αντλίας Γ, αν $p_A = 8 \text{ bar}, y_A = y_\Gamma$ και $\Gamma\Delta = 20 \text{ m}$.

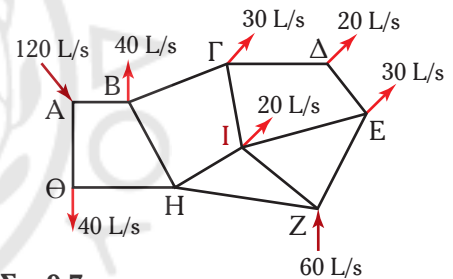
$[Q_{AB} = 36,6, Q_{AE} = 33,4, Q_{BE} = 5,8, Q_{B\Delta} = 30,8, Q_{E\Delta} = 19,2 \text{ (L/s)}, p_\Gamma = 200,2 \text{ KPa}]$

13. Το δίκτυο του σχήματος 9.7ιβ, τροφοδοτείται με νερό από τις δεξαμενές (1) ($y_1=128 \text{ m}$) και (2) ($y_2=122 \text{ m}$). Όλοι οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο. Οι εκροές από το δίκτυο είναι: $Q_B=Q_\Delta=60 \text{ L/s}, Q_\Gamma=Q_E=40 \text{ L/s}$. Να υπολογισθούν οι παροχές σε κάθε κλάδο και οι πιέσεις σε κάθε κόμβο του δικτύου. Δίνονται:

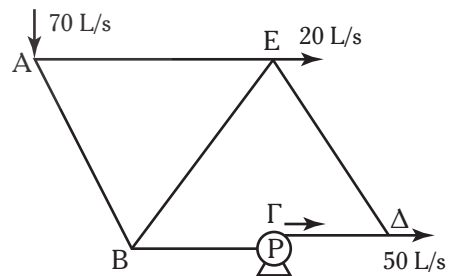
$y_B = y_E = 40 \text{ m} \quad y_\Gamma = 50 \text{ m} \quad y_\Delta = 28 \text{ m}$
 $L_{AB} = 500 \text{ m}, \quad L_{EZ} = 300 \text{ m}, \quad L_{\Gamma\Delta} = 150 \text{ m},$
 $L_{B\Gamma} = L_{B\Delta} = L_{\Gamma E} = L_{\Delta E} = 120 \text{ m}$
 $d_{AB} = d_{EZ} = 20 \text{ cm}, \quad d_{B\Gamma} = d_{\Gamma E} = 10 \text{ cm}$



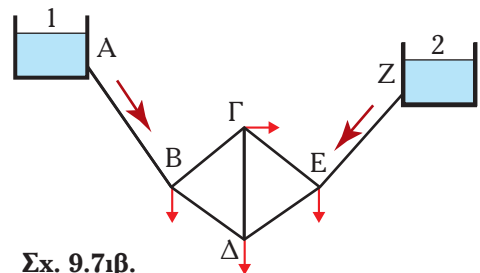
Σχ. 9.7θ.



Σχ. 9.7ι.



Σχ. 9.7ια.



Σχ. 9.7ιβ.

$$d_{B\Delta} = d_{\Delta E} = 8 \text{ cm}, \quad d_{\Gamma\Delta} = 6 \text{ cm}$$

$$[Q_{AB} = 105,1, Q_{B\Gamma} = 20,7, Q_{B\Delta} = 24,4, Q_{\Gamma\Delta} = 9,0, Q_{\Gamma E} = 28,3, Q_{\Delta E} = 26,6, Q_{ZE} = 94,9 \text{ (L/s)} \\ P_B = 570,2 \text{ KPa}, P_{\Gamma} = 367,3 \text{ KPa}, P_{\Delta} = 215,5 \text{ KPa}, P_B = 562,9 \text{ KPa}]$$

14. Οι σωλήνες ΑΚ, ΒΚ, ΓΚ και ΔΚ του σχήματος 9.7ιγ είναι από χυτοσίδηρο και έχουν όλοι μήκος 45 m και διάμετρο 8 cm. Οι σωλήνες, οι οποίοι βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, αποτελούν μέρος δικτύου και οι πιέσεις στα σημεία Α, Β, Γ και Δ είναι:

$$p_A = 950 \text{ kPa} \quad p_B = 350 \text{ kPa}$$

$$p_{\Gamma} = 675 \text{ kPa} \quad p_{\Delta} = 100 \text{ kPa}$$

Θεωρώντας αμελητέες τις τοπικές απώλειες, να υπολογισθούν οι παροχές στους τέσσερις σωλήνες ($\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).

$$[Q_{AK} = 38,1 \text{ L/s}, Q_{KB} = 23,7 \text{ L/s}, Q_{\Gamma K} = 23,0 \text{ L/s}, Q_{K\Delta} = 37,4 \text{ L/s}]$$

15. Στο δίκτυο του σχήματος 9.7ιδ οι σωλήνες είναι από ασφαλισμένο χυτοσίδηρο με μήκη και διαμέτρους που φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα. Να υπολογισθούν οι παροχές αν τα υψόμετρα είναι:

$$y_1 = 150 \text{ m}, y_B = 50 \text{ m}, y_{\Gamma} = 53 \text{ m}, y_{\Delta} = 45 \text{ m},$$

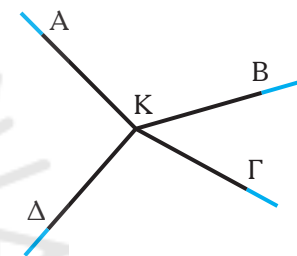
$$y_E = 65 \text{ m}, y_Z = 60 \text{ m}, y_H = 30 \text{ m}, y_{\Theta} = 35 \text{ m}.$$

	L (m)	d (cm)		L (m)	d (cm)
AB	200	15			
BΓ	100	10	BΔ	40	10
ΓΕ	50	5	ΔΗ	25	5
ΓΖ	30	5	ΔΘ	20	5

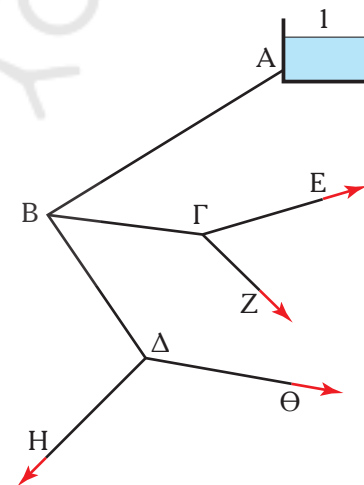
$$[Q_{AB} = 75,4, Q_{B\Gamma} = 28,6, Q_{\Gamma E} = 12,1, Q_{\Gamma Z} = 16,5 \\ Q_{B\Delta} = 46,8, Q_{\Delta H} = 22,5, Q_{\Delta\Theta} = 24,3 \text{ (L/s)}]$$

16. Οριζόντιος σωλήνας από χυτοσίδηρο μήκους 100 m και διαμέτρου 4 in, αποτελεί κλάδο δικτύου. Να εξαχθεί σχέση της μορφής $h_f = A \cdot Q^n$ και να υπολογισθεί η παροχή αν η πτώση πίεσης στο σωλήνα είναι 60 KPa: α) με χρήση της εξίσωσης Darcy-Weisbach, β) με χρήση της εξίσωσης Hazen-Williams.

$$[\alpha) h_f = 19.600 \cdot Q^2, Q = 0,0177 \text{ m}^3/\text{s}, \beta) h_f = 8920 \cdot Q^{1,852}, \\ Q = 0,0196 \text{ m}^3/\text{s}]$$



Σχ. 9.7ιγ.



Σχ. 9.7ιδ.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΑΝΤΛΙΕΣ

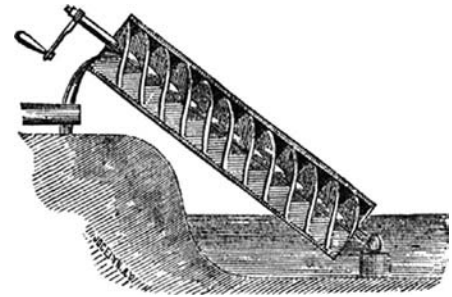
- 10.1 Ιστορική αναδρομή
- 10.2 Μηχανήματα διακινήσεως ρευστών
- 10.3 Γενικά για τις αντλίες
- 10.4 Αντλίες θετικής εκτοπίσεως (ή αντλίες στατικού τύπου)
- 10.5 Δυναμικές αντλίες (ή αντλίες κινητικού τύπου)
- 10.6 Σύγκριση αντλιών

10.1 Ιστορική αναδρομή.

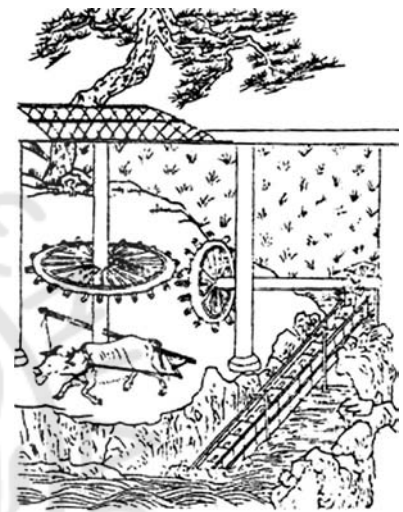
Η φυσική κυκλοφορία του νερού και του αέρα, αξιοποιήθηκε απ' τον άνθρωπο από την αρχαιότητα. Η ροή των ποταμών, η οποία οφείλεται στην υψομετρική διαφορά που διαμορφώνει το ανάγλυφο του εδάφους, ήταν η βασική παράμετρος αναπτύξεως της γεωργίας, αλλά και των μεταφορών στους πρώτους πολιτισμούς και συνεχίστηκε να αξιοποιείται ποικιλότροπα σ' όλη την ιστορική διαδρομή, ακόμα και σήμερα (υδατοπτώσεις, νερόμυλοι, αρδεύσεις κ.λπ.). Οι άνεμοι, δηλαδή η φυσική ροή του ατμοσφαιρικού αέρα λόγω διαφοράς πίεσεως, αξιοποιήθηκαν επίσης ενεργειακά (αιολική ενέργεια, ιστιοφόρα, ανεμόμυλοι κ.ά.). Η ενέργεια που απαιτείται για τη φυσική ροή του νερού και του ατμοσφαιρικού αέρα, προσφέρεται από τον ήλιο σε τεράστιες ποσότητες. Για τούτο, συχνά η φυσική ροή νερού και αέρα έχει καταστροφικά αποτελέσματα (τρικυμίες, πλημμύρες, ανεμοθύελλες, κυκλώνες κ.ά.). Η φυσική όμως ροή των δύο αυτών πρωταρχικής σημασίας αγαθών, κάθε άλλο παρά καλύπτει τις ενεργειακές ανάγκες διακινήσεως των ρευστών.

Από τα πρώτα του βήματα ο άνθρωπος έπρεπε να κατορθώσει να ανυψώσει το νερό από χαμηλότερο υψόμετρο (π.χ. από μια λίμνη, από την κοίτη ενός ποταμού ή από τον υπόγειο υδροφόρο ορίζοντα) για να καλύψει τις ανάγκες του. Η ανύψωση στην αρχή γινόταν με χειροκίνητη χρήση κάποιου δοχείου. Σταδιακά όμως άρχισαν να παρουσιάζονται ιδιαίτερα συστήματα (μηχανές) που εξυπηρετούσαν αυτόν το σκοπό. Υπάρχουν μαρτυρίες για ύπαρξη τέτοιων μηχανισμών ήδη από την αρχαιότητα. Αναφέρεται λόγου χάριν ότι γύρω στα 300 π.Χ. υπήρχε στην Περαχώρα της Κορίνθου μεγάλος και πολύπλοκος για την εποχή μηχανισμός αντλήσεως νερού (αλυσιδωτή αντλία με κουβάδες) που ανέβαζε το νερό από τον υδροφόρο ορίζοντα σε δεξαμενή.

Ένα από τα τεχνολογικά επιτεύγματα του Αρχιμήδη (287–212 π.Χ.), του μεγαλύτερου εφευρέτη και μαθηματικού της αρχαιότητας, ήταν μία αντλία με ατέρμονα κοχλία, η οποία είναι γνωστή ως **κοχλίας του Αρχιμήδη** (σχ. 10.1α). Ο κοχλίας του Αρχιμήδη εξαπλώθηκε σε μεγάλες περιοχές του αρχαίου κόσμου. Η αρχή λειτουργίας του εφαρμόζεται ακόμη και σήμερα σε διάφορες τεχνολογικές εφαρμογές, όπως στο αρχικό στάδιο επεξεργασίας υγρών αποβλήτων ή στη μεταφορά στερεών σωματιδίων με ατέρμονα κοχλία. Ο Κτισίβιος (285–222 π.Χ.), ιδρυτής της περίφημης σχολής μηχανικών της Αλεξάνδρειας, κατασκεύασε ένα είδος παλινδρομικής αντλίας με έμβολα (καταθλιπτική-αναρροφητική αντλία), η οποία φαίνεται πως χρησιμοποιήθηκε ευ-



Σχ. 10.1α.
Κοχλίας του Αρχιμήδη.



Σχ. 10.1β.
Σύστημα αλυσιδωτής αντλίας στην Κίνα (από την *Tiangong Kaiwu encyclopedia*, 1637).



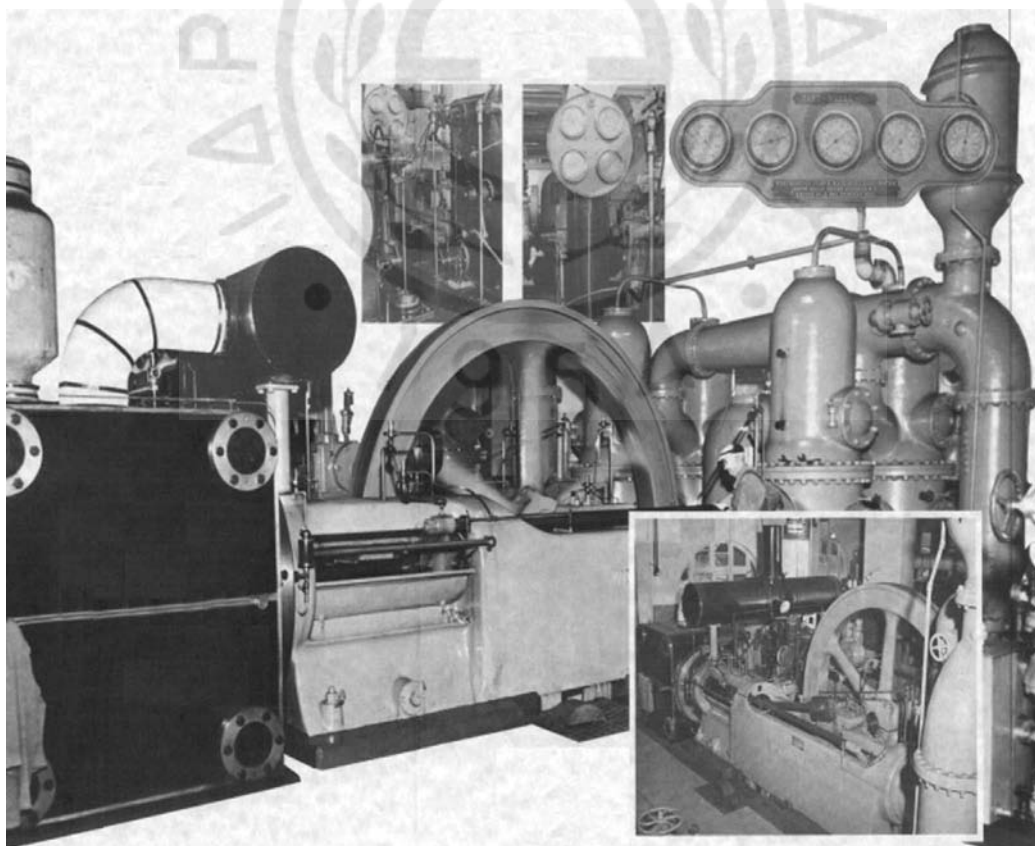
Σχ. 10.1γ.
Διάγραμμα αντλήσεως, από το βιβλίο του Al-Jazari: *The Book of Knowledge of Ingenious Mechanical Devices* (1206).

ρύτατα. Επίσης, ο Φίλων ο Βυζάντιος (260–180 π.Χ.) κατασκεύασε μια αντλία με αλυσίδες, βαρούλκο και κουβάδες (μαγγάνι), καθώς και ένα είδος αεραντλίας (φουσερό). Λογικό είναι να υποθέσουμε (παρά την έλλειψη γραπτών μαρτυριών) ότι αντίστοιχες ή πιο απλές μηχανές είχαν αναπτυχθεί και σε άλλους αρχαιότερους πολιτισμούς (Βαβυλώνιοι, Ασσύριοι κ.ά.).

Γενικά, η αντλία με τροχό και αλυσίδα, στην οποία ήταν προσαρμοσμένοι κουβάδες (chain pump), ήταν αυτή που χρησιμοποιήθηκε ευρύτερα πριν τη βιομηχανική επανάσταση. Τη συναντάμε στη ρωμαϊκή αυτοκρατορία, στο Βυζάντιο και στο Μεσαίωνα, αλλά και στην Κίνα (1^{ος} αι. μ.Χ., σخ. 10.1β). Στην Ευρώπη, οι παραπάνω μηχανές ή παραλλαγές τους φαίνεται πως χρησιμοποιήθηκαν καθ' όλη τη διάρκεια του Μεσαίωνα (και σε αγροτικές περιοχές ως τον εικοστό αιώνα). Παράλληλα, μια σχετική βελτίωση των συστημάτων αντήλσεως νερού επήλθε στον αραβικό χώρο (Al-Jazari, 1200, σخ. 10.1γ).

Η απαιτούμενη ενέργεια για τη λειτουργία αυτών των πρώτων μηχανημάτων διακινήσεως των ρευστών (κυρίως του πόσιμου νερού και του νερού για αρδεύσεις), ήταν «μυϊκή», παρέχόταν δηλαδή από ανθρώπους ή ζώα. Αργότερα, αξιοποιήθηκε –σε περιορισμένο βαθμό– και η αιολική ενέργεια, καθώς και η δυναμική ενέργεια του ρέοντος νερού, για άντληση από ποτάμια.

Με τη βιομηχανική επανάσταση αυξήθηκαν κατακόρυφα οι απαιτήσεις διακινήσεως των ρευστών, τα οποία πλέον δεν περιορίζονταν μόνο στο νερό. Παράλληλα με την τεχνολογική πρόοδο, αναπτύσσονταν όλο και πιο σύνθετα μηχανήματα που εξυπηρετούσαν αυτόν το σκοπό. Στις αρχές του 18^{ου} αιώνα, κατασκευάστηκε η πρώτη φυγόκεντρη αντλία και η αεραντλία (Papin). Τον 19^ο αιώνα εμφανίσθηκαν η παλινδρομική αντλία με ατμό (H. Worthington, 1840) (σх. 10.1δ), η στροβιλοαντλία (Osborne Reynolds, 1875) κ.ά.. Από τότε, οι εξελίξεις ήταν ραγδαίες. Αντίστοιχη ήταν και η ανάπτυξη των μηχανών διακινήσεως των αερίων (αεροσυμπεστές, φουσητήρες, ανεμιστήρες).



Σх. 10.1δ.
Παλινδρομική αντλία Worthington.

Πλέον την αναγκαία ενέργεια για τη λειτουργία αυτών των μηχανών, την προσέφεραν θερμικές μηχανές (ατμομηχανές, μηχανές εσωτερικής καύσεως, αεριοστρόβιλοι) ή ηλεκτροκινητήρες.

10.2 Μηχανήματα διακινήσεως ρευστών.

Για τη ροή ενός ρευστού πρέπει να ικανοποιούνται αυστηρά οι ενεργειακές απαιτήσεις. Για παράδειγμα, το νερό που βρίσκεται σε (φυσική ή τεχνητή) δεξαμενή σε κάποιο υψόμετρο, ρέει προς χαμηλότερα υψόμετρα, λόγω της διαφοράς δυναμικής ενέργειας (ροή λόγω βαρύτητας). Μάλιστα, σύμφωνα με τους νόμους της φυσικής, η κίνησή του είναι επιταχυνόμενη, μέχρι η δύναμη αντιστάσεως να γίνει ίση με την κινούσα δύναμη (που είναι συνιστώσα της βαρύτητας). Η αντίστροφη όμως πορεία (από χαμηλότερο επίπεδο προς υψηλότερο) δύναται να επιτευχθεί μόνο αν προσδώσουμε στο νερό την αναγκαία προς τούτο (δυναμική) ενέργεια. Το ίδιο συμβαίνει με την ενέργεια πύσεως. Από ένα δοχείο που επικρατεί υψηλή πίεση, ρέει νερό ή αέριο προς το χώρο που επικρατεί ατμοσφαιρική (ή γενικότερα χαμηλότερη) πίεση. Αλλά για να έχουμε την αντίστροφη ροή (από χώρο χαμηλής προς χώρο υψηλής πίεσεως), πρέπει να δώσουμε στο ρευστό την αναγκαία προς τούτο ενέργεια. Πέρα όμως από τη διαφορά ενέργειας μεταξύ των δύο χώρων διακινήσεως του ρευστού, υπάρχουν και πρέπει να αντιμετωπισθούν και οι απώλειες ενέργειας λόγω τριβών που, όπως είδαμε, παρουσιάζουν τα πραγματικά ρευστά κατά τη ροή τους. Αν στα προηγούμενα προσθέσουμε τις απαιτήσεις ικανοποιητικών παροχών (άρα και αντιστοίχων ταχυτήτων) των διαφόρων συστημάτων ροής, καθίσταται φανερό η ανάγκη μεταβιβάσεως στα ρέοντα ρευστά της αναγκαίας ενέργειας για τη διακίνησή τους.

Οι μηχανές που χρησιμοποιούνται για την παροχή αυτής της ενέργειας, εξαρτώνται καταρχήν από τη φύση του ρευστού. Σε αντιστοιχία με τη φυσική κατάσταση των ρευστών, ταξινομούνται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

α) Τα **μηχανήματα διακινήσεως των υγρών** (τα οποία είναι ασυμπίεστα) καλούνται γενικά και **αντλίες**.

β) Τα **μηχανήματα διακινήσεως των αερίων** (**ανεμιστήρες**, **φουσητήρες** και **συμπιεστές**), τα οποία καλούνται γενικώς **μηχανές συμπίεσεως** (αν και πραγματική συμπίεση γίνεται μόνο με τους συμπιεστές).

Ο διαχωρισμός δεν πρέπει να θεωρηθεί απόλυτος, αφού υπάρχουν ορισμένοι τύποι αντλιών (εκχυτήρες ή τζιφάρια), οι οποίοι μπορούν να λειτουργήσουν όχι μόνο με υγρά αλλά και με αέρια. Από την άλλη, στις συσκευές των αερίων, συναντάμε τις αντλίες κενού ή αεραντλίες, οι οποίες αναρροφούν τον αέρα από ένα χώρο, με σκοπό την επίτευξη πολύ χαμηλής πίεσεως (κενού).

Οι **μηχανές διακινήσεως των ρευστών μεταβιβάζουν ενέργεια στο ρευστό (μηχανικό έργο)**, η οποία έχει ως τελικό αποτέλεσμα, είτε την αύξηση της παροχής, άρα και της ταχύτητας (**κινητική ενέργεια**), είτε την αύξηση της πίεσεως (**ενέργεια πίεσεως**), είτε –στην περίπτωση των υγρών– την ανύψωση της στάθμης του ρευστού (**δυναμική ενέργεια**). Σε όλες τις περιπτώσεις, ένα μέρος της παρεχόμενης ενέργειας διατίθεται για την αναπλήρωση των **ενεργειακών απωλειών λόγω τριβών**.

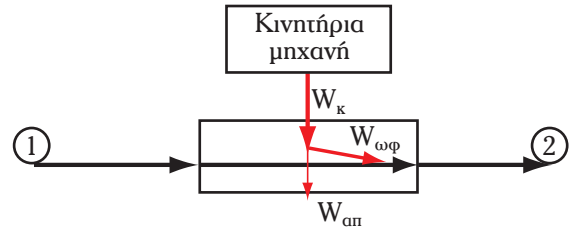
Πρέπει να σημειώσουμε ότι το μηχανικό έργο που μεταβιβάζουν οι μηχανές αυτές στο ρευστό, δεν το παράγουν οι ίδιες. Πρόκειται δηλαδή για «ενεργειακούς διαμεσολαβητές»: Παραλαμβάνουν ενέργεια (καταναλώνουν μηχανικό έργο) είτε από θερμική μηχανή είτε από ηλεκτροκινητήρα, την οποία διαβιβάζουν σε κατάλληλη μορφή στο ρευστό (σε πιο απλές περιπτώσεις, η αναγκαία ενέργεια παρέχεται μυσικά, π.χ. χειροκίνητες αντλίες ή συμπιεστές). Όπως συμβαίνει σε όλες τις μηχανές, μέρος της ενέργειας που παραλαμβάνουν, δεν δύναται να περάσει στο ρευστό, επειδή υπάρχουν ενεργειακές απώλειες. Η ποιότητα του μηχανήματος από ενεργειακής πλευράς καθορίζεται από το **βαθμό αποδόσεως**, δηλαδή το ωφέλιμο ποσοστό της παρεχόμενης ενέργειας, στην προκειμένη περίπτωση, της ενέργειας που φθάνει στο διακινούμενο ρευστό.

Η συσκευή του σχήματος 10.2, παραλαμβάνει το ρευστό στην κατάσταση (1) και το καταθλίβει στην κατάσταση (2), η οποία χαρακτηρίζεται από μεγαλύτερο ενεργειακό περιεχόμενο. Δηλαδή, το ρευστό

κατά τη διέλευσή του από τη συσκευή, παρέλαβε ενέργεια. Η συσκευή λειτούργησε ως διαμεσολαβητής: Παρέλαβε έργο W_k από την κινητήρια μηχανή και απέδωσε έργο $W_{\omega\phi}$ στο ρευστό. Η διαφορά $W_{\text{απ}} = W_k - W_{\omega\phi}$ αποτελεί τις απώλειες λόγω τριβών.

Ο βαθμός αποδόσεως της συσκευής είναι:

$$\eta = \frac{W_{\omega\phi}}{W_k} \quad (10.1)$$



Σχ. 10.2.
Συσκευή διακινήσεως ρευστού.

Δύο είναι οι γενικές μέθοδοι μεταβίβασης ενέργειας στο ρευστό: Η μέθοδος της θετικής εκτοπίσεως (ωθήσεως) και η μέθοδος της φυγοκεντρικής δράσεως (ή γενικότερα, της αύξησεως της κινητικής ενέργειας του ρευστού). Αντίστοιχα διακρίνουμε δύο κύριες κατηγορίες μηχανημάτων διακινήσεως των ρευστών:

α) **Διατάξεις θετικής εκτοπίσεως.** Σ' αυτές ασκείται άμεση πίεση στο ρευστό. Η πίεση ασκείται είτε με παλινδρομικές μηχανές (παλινδρομικές αντλίες και συμπιεστές), είτε με χαμηλόστροφες περιστροφικές μηχανές θετικής εκτοπίσεως (αντλίες με λοβό, με ατέρμονα κοχλία, ανεμιστήρες κ.ά.).

β) **Διατάξεις αύξησεως της κινητικής ενέργειας,** κατά κύριο λόγο, **φυγοκεντρικές διατάξεις** (φυγόκεντρες αντλίες, περιστροφικοί συμπιεστές, φουσιήρες κ.ά.). Οι μηχανές φυγοκεντρικής δράσεως είναι περιστροφικές (με ελάχιστες εξαιρέσεις) και χαρακτηρίζονται από μεγάλες ταχύτητες περιστροφής.

Από τη σκοπιά της Μηχανικής των Ρευστών, τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στις παραπάνω διατάξεις, κατατάσσονται στις κατηγορίες ροής ασυμπίεστων και συμπιεστών ρευστών. Στις αντλίες, αλλά και στους ανεμιστήρες η πυκνότητα των ρευστών πρακτικά δεν μεταβάλλεται και κατά τη μελέτη τους αρκεί η θεωρία των ασυμπίεστων ρευστών. Αντίθετα, στους φουσιήρες και στους συμπιεστές, στους οποίους παρατηρείται σημαντική μεταβολή της πυκνότητας, η μελέτη γίνεται στη βάση των αρχών της αεροδυναμικής.

Στην εποχή μας τα μηχανήματα διακινήσεως των ρευστών είναι πολύ διαδεδομένα, τόσο στην καθημερινή ζωή, όσο και στην παραγωγική διαδικασία. Τα συναντάμε στα δίκτυα υδρεύσεως των οικισμών, στα δίκτυα αρδεύσεως, στα δίκτυα πυροσβέσεως, στα συστήματα κεντρικής θερμάνσεως (κυκλοφορητές, αντλίες καυσίμου), στις κλιματιστικές συσκευές, στις ψυκτικές εγκαταστάσεις, στα συστήματα εξαερισμού, στα αυτοκίνητα, στα πρατήρια υγρών καυσίμων κ.λπ.. Πολύ κρίσιμος είναι ο ρόλος τους στη βιομηχανία. Στα πλοία υπάρχουν και λειτουργούν εκατοντάδες μηχανήματα διακινήσεως ρευστών και ο ρόλος τους είναι καθοριστικός για τη λειτουργία των διαφόρων συστημάτων, για την ασφάλεια, την άνεση, τη φόρτωση κ.ά.. Όλα τα δίκτυα που αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, έχουν ως συστατικό τους στοιχείο την αντίστοιχη μηχανή που μεταδίδει την αναγκαία ενέργεια στο ρευστό για την κυκλοφορία του. Χωρίς αυτές, το δίκτυο δεν λειτουργεί.

Στη συνέχεια, θα μας απασχολήσουν τα μηχανήματα διακινήσεως των υγρών, δηλαδή οι αντλίες.

10.3 Γενικά για τις αντλίες.

10.3.1 Βασικές έννοιες και ορισμοί.

Αντλίες καλούμε τα μηχανήματα, τα οποία παρέχουν την αναγκαία ενέργεια για τη ροή των υγρών. Πιο συγκεκριμένα, μια αντλία αναρροφά το υγρό από ένα χώρο και, προσδίδοντάς του ενέργεια (μηχανικό έργο), το οδηγεί, μέσω αγωγών, σε έναν άλλο χώρο υψηλότερης ενεργειακής στάθμης (π.χ. μεγαλύτερου υψομέτρου είτε μεγαλύτερης πίεσεως).

Χωρίς την ύπαρξη της αντλίας, η ροή του υγρού είναι αδύνατη, ακόμα και όταν οι δύο χώροι έχουν

ίδιο υψόμετρο και πίεση (ίση ενεργειακή στάθμη). Για παράδειγμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 10.3α(α) σε σύστημα δύο δεξαμενών, συνδεδεμένων με σωλήνα (σύστημα συγκοινωνούντων δοχείων) και με τις ελεύθερες επιφάνειές τους στο ίδιο επίπεδο και σε ίδια πίεση, καμιά ροή δεν είναι δυνατή. Το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας. Αν επιθυμούμε να υπάρξει ροή από τη δεξαμενή Α στη Β, πρέπει να τοποθετηθεί αντλία, η οποία θα αναρροφά υγρό από τη δεξαμενή Α και θα το καταθλίβει στη δεξαμενή Β, παρέχοντάς του την αναγκαία ενέργεια για την αντιμετώπιση των απωλειών λόγω τριβών, αλλά και για την αύξηση της δυναμικής του ενέργειας, καθώς η στάθμη της δεξαμενής Β θα ανέρχεται [σχ. 10.3α(β)].

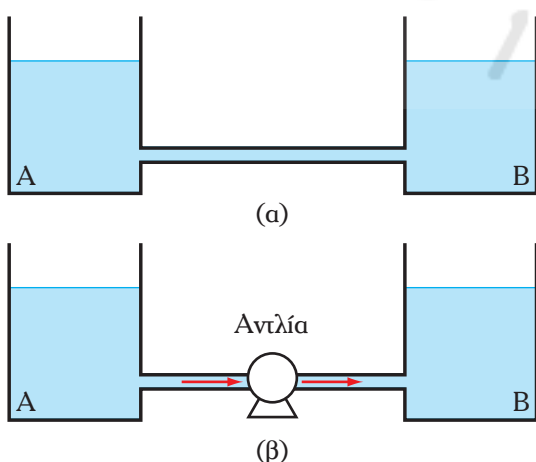
Όπως είναι λογικό, η αναγκαιότητα της αντλίας, αλλά και η παρεχόμενη απ' αυτήν ποσότητα ενέργειας στο ρευστό, είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση κατά την οποία η ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής Β βρίσκεται υψηλότερα από την επιφάνεια της Α, είτε έχει μεγαλύτερη πίεση απ' αυτήν.

Αν η επιφάνεια της Β βρίσκεται χαμηλότερα από την επιφάνεια της Α (είτε έχει μικρότερη πίεση), το υγρό θα ρέει από τη δεξαμενή Α προς την Β, ακόμα και αν δεν υπάρχει αντλία, λόγω διαφοράς ενεργειακού ύψους. Αλλά και σ' αυτήν την περίπτωση, πιθανόν η παροχή να είναι μικρότερη από αυτήν που χρειαζόμαστε, οπότε η χρήση μιας αντλίας θα αυξήσει την παροχή στα επιθυμητά επίπεδα. Γενικά, η ροή ρευστού από χώρο υψηλής προς χώρο χαμηλής ενεργειακής στάθμης γίνεται αυθόρμητα. Αλλά αν η ενεργειακή διαφορά είναι μικρή και οι απώλειες μεγάλες (λόγω μικρής διαμέτρου είτε μεγάλου μήκους του αγωγού ροής), η παροχή που εξασφαλίζεται με τη φυσική ροή είναι μικρή και απαιτείται συνήθως η χρήση αντλιών.

Ανακεφαλαιώνοντας, η χρήση αντλίας είναι αναγκαία όταν επιδιώκομε: **Πρώτον να υπάρξει ροή υγρού από χαμηλότερη προς υψηλότερη (ή ίση) ενεργειακή στάθμη και δεύτερον να αυξήσουμε την παροχή υφιστάμενης ροής.**

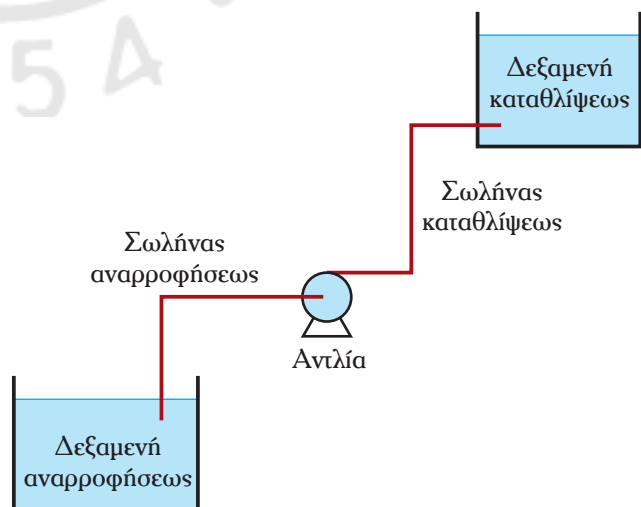
Η αντλία παρεμβάλλεται στη σωλήνωση και αναρροφά ρευστό από τη μια πλευρά, καταθλίβοντάς το στην άλλη. Η διαδικασία καλείται **άντληση** του υγρού. Το σύστημα που διαμορφώνεται καλείται **σύστημα αντλήσεως** (σχ. 10.3β).

Το **σύστημα αντλήσεως** συνήθως είναι ανοικτό, δηλαδή το ρευστό οδηγείται από ένα χώρο σε άλλον. Υπάρχουν όμως και συστήματα αντλήσεως, στα οποία το υγρό κυκλοφορεί σε ένα **κλειστό κύκλωμα**, όπως για παράδειγμα σε ένα κύκλωμα ψύξεως. Σ' αυτά τα συστήματα, η αντλία καλείται να αντιμετωπίσει τις ενεργειακές απώλειες λόγω τριβών. Κλειστό σύστημα αντλήσεως είναι και το κυκλοφορικό του



Σχ. 10.3α.

α) Κατάσταση στατικής ισορροπίας και
β) ροή υγρού με τη βοήθεια αντλίας.



Σχ. 10.3β.

Σύστημα αντλήσεως.

ανθρώπου, το οποίο το μελετά η αιμοδυναμική. Η καρδιά είναι η αντλία αυτού του συστήματος. Γενικεύοντας, μπορούμε να πούμε πως **η αντλία είναι η καρδιά ενός συστήματος αντλήσεως**.

Ένα σύστημα αντλήσεως αποτελείται επομένως από τρία τμήματα:

α) Το **σωλήνα αναρροφήσεως**, ο οποίος μεταφέρει το υγρό στην εισαγωγή της αντλίας (αναρρόφηση της αντλίας).

β) Την **αντλία** (ή το αντλητικό συγκρότημα, δηλ. σύνολο αντλιών που συνεργάζονται για την άντληση του υγρού).

γ) Το **σωλήνα καταθλίψεως**, στον οποίο διοχετεύει η αντλία το υγρό (αφού του προσέδωσε ενέργεια) και μέσω του οποίου το υγρό συνεχίζει τη ροή του.

Το υγρό προσάγεται στην αντλία μέσω του σωλήνα αναρροφήσεως, συνήθως από κάποιο χώρο (ποτάμι, λίμνη, θάλασσα, δεξαμενή, συμπυκνωτή κ.λπ.), ο οποίος καλείται **δεξαμενή αναρροφήσεως**. Αν το υγρό μετά την κατάθλιψη οδηγείται σε νέο χώρο αποθηκείσεως, ο χώρος αυτός καλείται **δεξαμενή καταθλίψεως**. Στα κλειστά συστήματα αντλήσεως, οι σωλήνες αναρροφήσεως και καταθλίψεως ενώνονται (ή οι δεξαμενές αναρροφήσεως και καταθλίψεως ταυτίζονται).

10.3.2 Κατάταξη των αντλιών.

Υπάρχουν διάφορα κριτήρια, τα οποία θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε για την κατάταξη των πολλών και φαινομενικά εντελώς διαφορετικών αντλιών, τις οποίες συναντάμε στις εκατοντάδες εφαρμογές που απαιτούν διακίνηση υγρών. Με κριτήριο για παράδειγμα το διακινούμενο ρευστό, θα μπορούσαμε να διακρίνομε αντλίες για παχύρρευστα υγρά, για υγρά μέσου και χαμηλού ιξώδους, για διαβρωτικά υγρά, για νερό, για λύματα κ.λπ.. Με κριτήριο τον προσανατολισμό στο χώρο, θα μιλούσαμε για **αντλίες οριζόντιες** και **κατακόρυφες**. Με κριτήριο τον τρόπο λειτουργίας, θα διαχωρίζαμε τις αντλίες σε **παλινδρομικές** και **περιστροφικές**. Υπάρχουν φυσικά και άλλα κριτήρια, όπως οι χρήσεις, τα υλικά κατασκευής, η ισχύς την οποία αποδίδουν κ.λπ.. Το σημαντικότερο όμως κριτήριο που επιτρέπει τη συστηματική ταξινόμηση και μελέτη των αντλιών, είναι η μέθοδος με την οποία εκτελούν την αποστολή τους, με την οποία δηλαδή μεταβιβάζουν ενέργεια (υπό μορφή μηχανικού έργου) στο υγρό. Η μέθοδος μεταβίβασης του μηχανικού έργου στο υγρό, αποτελεί και την **αρχή λειτουργίας** της αντλίας. Επιμένοντας στην ενεργειακή αντιμετώπιση των αντλιών, η παραπέρα ταξινόμηση βασίζεται στον ιδιαίτερο τρόπο που επιτυγχάνεται αυτή η μεταβίβαση ενέργειας στο υγρό καθώς και στη γεωμετρία του συστήματος.

Με βάση αυτό το κριτήριο, δηλαδή την **αρχή λειτουργίας τους** οι αντλίες ταξινομούνται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: Τις **αντλίες θετικής εκτοπίσεως** (ή **αντλίες στατικού τύπου**) και τις **δυναμικές αντλίες** (ή **αντλίες κινητικού τύπου**).

α) Αντλίες θετικής εκτοπίσεως ή αντλίες στατικού τύπου.

Σ' αυτές, η μεταβίβαση μηχανικού έργου από την αντλία στο υγρό γίνεται με άσκηση δυνάμεως επί του ρευστού, η οποία το αναγκάζει να μετακινηθεί.

Αν σε στοιχειώδη όγκο του ρευστού ασκηθεί δύναμη dF και υπό την επίδρασή της αυτός μετακινηθεί κατά ds , έχουμε:

$$dW = dF \cdot ds$$

Το έργο αυτό μετατρέπεται σε ενέργεια πίεσεως, αφού η δύναμη, ασκούμενη στη στοιχειώδη επιφάνεια dA του υγρού, αυξάνει την πίεσή του κατά:

$$\Delta p = dF/dA$$

Σημειώνομε ότι η αρχή λειτουργίας των αντλιών θετικής εκτοπίσεως, μοιάζει αρκετά με την αρχή λειτουργίας των πρώτων απλών συστημάτων αντλήσεως. Όταν για παράδειγμα, ρίχνομε ένα δοχείο σε

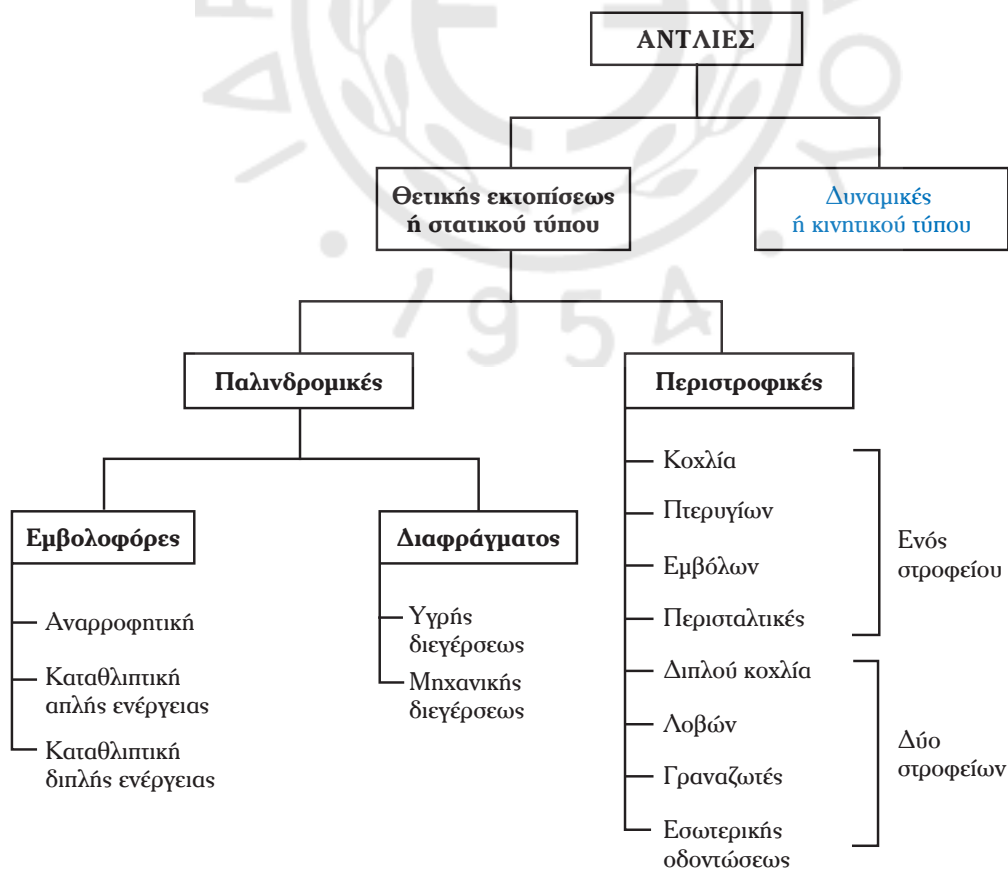
πηγάδι, και στη συνέχεια το έλκομε μαζί με το νερό που παρέλαβε, μεταβιβάζομε έργο στο νερό του δοχείου, αυξάνοντας τη δυναμική του ενέργεια. Την ίδια ενεργειακή μετατροπή (μετατροπή έργου σε δυναμική ενέργεια) έχομε στον κοχλία του Αρχιμήδη και στις αντλίες με τροχό, δοχεία και αλυσίδες. Φυσικά, οι σύγχρονες αντλίες θετικής εκτοπίσεως είναι εντελώς διαφορετικές. Πρόκειται για σύνθετα μηχανήματα συνεχούς ή περιοδικής λειτουργίας, τα οποία προσαρμόζονται σε αγωγούς πιέσεως (σωλήνες αναρροφήσεως και καταθλίψεως). Αλλά και η ενεργειακή μετατροπή είναι διαφορετική: **Το μηχανικό έργο που παραλαμβάνουν από την κινητήρια μηχανή και μεταδίδουν στο υγρό, μετατρέπεται αρχικά σε ενέργεια πιέσεως.** (Εξαίρεση αποτελεί η παλινδρομική αντλία αναρροφήσεως, στην οποία το μηχανικό έργο μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια). Φυσικά, μετά τη διέλευση του υγρού από την αντλία, η ενέργεια πιέσεως μετατρέπεται στις μορφές που απαιτεί το σύστημα αντλήσεως.

Με κριτήριο τον τρόπο μεταβιβάσεως του μηχανικού έργου και της μετατροπής του σε ενέργεια πιέσεως, αλλά και γενικότερα, τον τρόπο λειτουργίας τους, οι αντλίες θετικής εκτοπίσεως ταξινομούνται σύμφωνα με το διάγραμμα του Πίνακα 10.3.1.

β) Αντλίες δυναμικές ή αντλίες κινητικού τύπου.

Στις συνηθισμένες αντλίες κινητικού τύπου, ένα ή περισσότερα στροφέια με τοποθετημένα περύγια, εδράζονται σε έναν άξονα που περιστρέφεται με μεγάλη ταχύτητα περιστροφής μέσα σε ένα **περίβλημα** (κέλυφος της αντλίας). Το στροφέιο μαζί με τα τοποθετημένα σ' αυτό περύγια ονομάζεται **περωτή** (impeller). Το υγρό εισέρχεται συνήθως στο κέντρο της περωτής και, ωθούμενο από τα περύγια, αποκτά κινητική ενέργεια. Στους φυγοκεντρικούς τύπους αυτών των αντλιών, που είναι και οι περισσότεροι

Πίνακας 10.3.1
Ταξινόμηση αντλιών θετικής εκτοπίσεως.



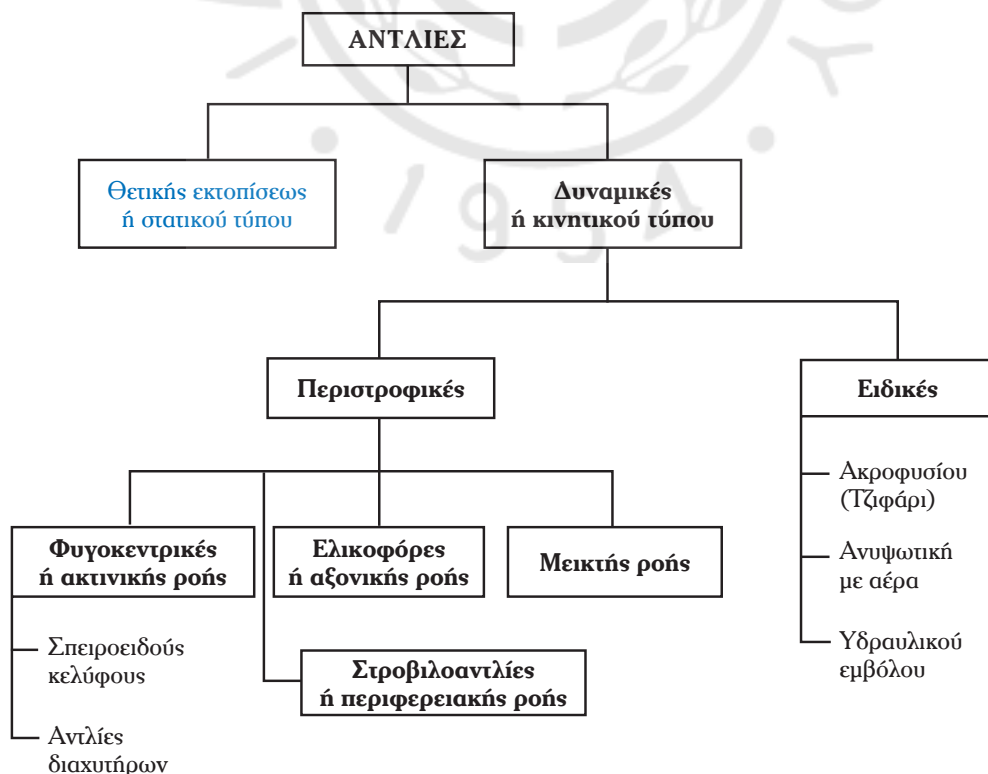
χρησιμοποιούμενοι, τα πτερύγια είναι έτσι σχεδιασμένα, ώστε το υγρό αναγκάζεται να εκτελέσει περιστροφική κίνηση και, λόγω της φυγόκεντρης δύναμης, κάθε στοιχειώδης μάζα του ολισθαίνει στα πτερύγια (τα οποία συνεχίζουν να την ωθούν) προς το περίβλημα. Έτσι όμως, αυξάνεται η απόσταση της στοιχειώδους μάζας από τον άξονα περιστροφής, δηλαδή η ακτίνα περιστροφής. Σύμφωνα με τους νόμους της κυκλικής κινήσεως, η γραμμική ταχύτητα της περιστρεφόμενης στοιχειώδους μάζας είναι ανάλογη της ακτίνας περιστροφής ($v = \omega \cdot R$). Επομένως, η κινητική ενέργεια του υγρού αυξάνεται, καθώς απομακρύνεται από το κέντρο προς την περιφέρεια του περιβλήματος. Ο σχεδιασμός είναι τέτοιος, ώστε, πριν το υγρό εξέλθει από την αντλία, αυξάνεται η κάθετη στη ροή διατομή (με απλές ή σύνθετες διατάξεις διαχυτήρων) με αποτέλεσμα, τη μετατροπή σημαντικού μέρους της κινητικής ενέργειας σε ενέργεια πίεσεως. Σ' αυτούς τους τύπους αντλιών, το υγρό κινείται από το κέντρο προς την περιφέρεια, δηλαδή ακτινικά. Για τούτο οι αντλίες αυτές ονομάζονται **ακτινικής ροής**. Υπάρχουν όμως και περιστροφικές αντλίες, στις οποίες η πτερωτή και το περίβλημα είναι έτσι σχεδιασμένα, ώστε το υγρό να κινείται κατά τη διεύθυνση του άξονα της αντλίας (**αντλίες αξονικής ροής**) καθώς και άλλες ενδιάμεσου τύπου (**αντλίες μεικτής ροής**). Ως ειδική κατηγορία αναφέρονται οι **στροβιλοαντλίες**, στις οποίες το υγρό εισέρχεται στην περιφέρεια και κινείται κατά βάση σ' αυτήν (**περιφερειακή ροή**).

Το κοινό χαρακτηριστικό όλων των δυναμικών αντλιών, είναι η **αρχική μετατροπή του μηχανικού έργου που μεταβιβάζει η αντλία στο ρευστό, κυρίως σε κινητική ενέργεια (εντός της αντλίας) και στη συνέχεια, σε ενέργεια πίεσεως (στην έξοδο της αντλίας)**. Αυτό το χαρακτηριστικό, εντάσσει στις δυναμικές αντλίες και μη περιστροφικά μηχανήματα, όπως οι αντλίες εκχύσεως ή ακροφυσίου (Jet pumps).

Η παροχή στην αναρρόφηση και την κατάθλιψη των αντλιών κινητικού τύπου είναι συνεχής και σταθερή.

Η ταξινόμηση των δυναμικών αντλιών με βάση τον τρόπο μετατροπής του μηχανικού έργου σε κινητική ενέργεια (και στη συνέχεια σε ενέργεια πίεσεως), φαίνεται στο διάγραμμα του Πίνακα 10.3.2.

Πίνακας 10.3.2
Ταξινόμηση δυναμικών αντλιών.



Οι αντλίες των παραπάνω τύπων μπορούν να είναι, **απλής** ή **διπλής αναρροφήσεως**, **μονοβάθμιες** ή **πολυβάθμιες**, **οριζόντιες** ή **κάθετες**.

Πέρα από τη βασική ταξινόμηση των αντλιών σε αντλίες στατικού και κινητικού τύπου, υπάρχουν και ταξινομήσεις που χρησιμοποιούν δευτερεύοντα κριτήρια. Έτσι, οι αντλίες, ανάλογα με το σκοπό για τον οποίο κατασκευάζονται, διακρίνονται σε **αντλίες γενικής χρήσεως** και **αντλίες ειδικών χρήσεων**. Στη δεύτερη κατηγορία συναντάμε αντλίες για βαθιά φρέατα (βυθιζόμενες ή όχι), αντλίες τροφοδοσίας λεβήτων, πυροσβεστικές αντλίες, αντλίες ακαθάρτων, αντλίες για υγρά με ξένες ύλες, αντλίες για διαβρωτικά υγρά κ.ά..

Όπως αναφέρθηκε, οι αντλίες μεταβιβάζουν στο ρευστό ενέργεια, την οποία παραλαμβάνουν (με τη μορφή μηχανικού έργου) από μία κινητήρια μηχανή. Ως **κινητήριες μηχανές των αντλιών** χρησιμοποιούνται οι θερμικές μηχανές (μηχανές Diesel, βενζινομηχανές, ατμομηχανές, αεριοστροβίλοι), καθώς και ηλεκτροκινητήρες, ενώ σε απλές περιπτώσεις μικρών ποσοτήτων αντλήσεως χρησιμοποιούνται χειροκίνητες αντλίες. Όταν η κινητήρια μηχανή λειτουργεί αποκλειστικά για την αντλία, η αντλία θεωρείται **ανεξάρτητη**. Όταν όμως ένα μόνο μέρος της παραγόμενης από την κινητήρια μηχανή ενέργειας μεταβιβάζεται στην αντλία (με ιμάντα, οδοντωτούς τροχούς κ.λπ.), τότε η αντλία αποτελεί τμήμα του ευρύτερου συστήματος και είναι **εξαρτημένη** απ' αυτό.

Εξετάζουμε στη συνέχεια τους σημαντικότερους τύπους των δύο βασικών κατηγοριών αντλιών (αντλίες θετικής εκτοπίσεως και δυναμικές αντλίες).

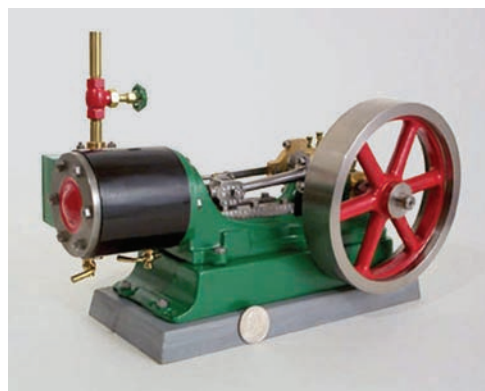
10.4 Αντλίες θετικής εκτοπίσεως (ή αντλίες στατικού τύπου).

Όπως είδαμε, οι αντλίες στατικού τύπου ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες: Τις **παλινδρομικές** και τις **περιστροφικές** αντλίες θετικής εκτοπίσεως. Και στις δύο περιπτώσεις έχουμε μετατροπή του αποδιδόμενου ύψους σε ενέργεια πίεσης. Διαφοροποιούνται όμως ουσιώδη λειτουργικά χαρακτηριστικά τους, καθώς και ο τρόπος με τον οποίο ανταποκρίνονται στις ενεργειακές απαιτήσεις του συστήματος αντλήσεως. Συνήθως οι διάφορες κατηγορίες εξυπηρετούν διαφορετικές ανάγκες αντλήσεως.

10.4.1 Παλινδρομικές αντλίες.

Κοινό χαρακτηριστικό των αντλιών αυτής της κατηγορίας, είναι η παλινδρομική κίνηση ενός εμβόλου (σχ. 10.4α) ή ενός ελαστικού διαφράγματος σε κλειστό θάλαμο, στον οποίο εισέρχεται και εξέρχεται το αντλούμενο υγρό. Η κίνηση του εμβόλου ή του διαφράγματος προς τη μία κατεύθυνση, δημιουργεί υποπίεση στο διαστελλόμενο θάλαμο και, καθώς ανοίγει η βαλβίδα εισαγωγής, γίνεται η αναρρόφηση του ρευστού. Κατά την κίνηση προς την αντίθετη κατεύθυνση, ο όγκος του θαλάμου μειώνεται, η πίεση αυξάνεται, κλείνει η βαλβίδα εισαγωγής και καθώς το έμβολο (ή το διάφραγμα) πιέζει το ρευστό, ανοίγει η βαλβίδα εξαγωγής και το υγρό καταθλίβεται στο σωλήνα καταθλίψεως. Οι βαλβίδες εισαγωγής και εξαγωγής είναι μιας κατευθύνσεως (ανεπίστροφες βαλβίδες).

Στην κλασική **εμβολοφόρο παλινδρομική αντλία καταθλίψεως**, το υγρό αναρροφάται στον κύλινδρο, καθώς το κινούμενο έμβολο αυξάνει τον όγκο του θαλάμου, διαμορφώνοντας υποπίεση. Λόγω της υποπίεσης, ανοίγει η βαλβίδα εισαγωγής και υγρό εισέρχεται στον κύλινδρο [σχ. 10.4β(α)]. Στην αντίστροφη κίνηση του εμβόλου και, καθώς η βαλβίδα εισαγωγής κλείνει, το παγιδευμένο υγρό συμπιέζεται μέχρι την πίεση, στην οποία ανοίγει η βαλβίδα εξαγωγής. Μέσω αυτής, το υγρό καταθλίβεται στο σωλήνα καταθλίψεως [σχ. 10.4β(β)].



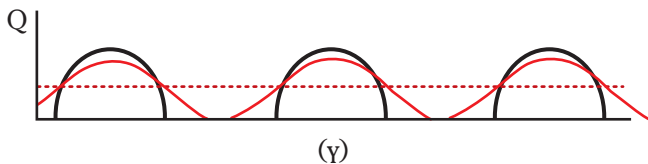
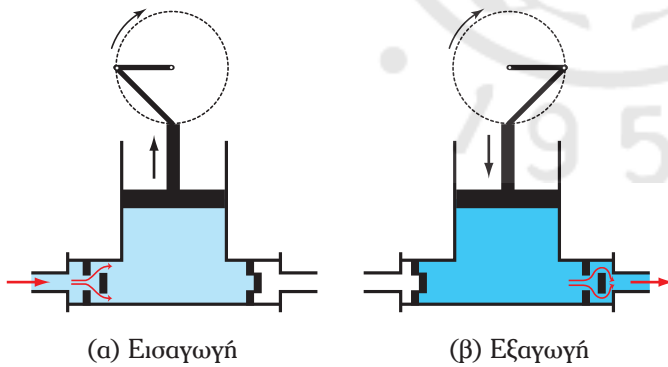
Σχ. 10.4α.
Μοντέλο παλινδρομικής αντλίας
ενός κυλίνδρου.

Επειδή το έμβολο αναρροφά κατά τη μία διαδρομή του και καταθλίβει κατά την άλλη, η παροχή δεν είναι συνεχής. Η ασυνέχεια αυτή δημιουργεί σημαντικά προβλήματα στην αναρρόφηση (λόγω της απότομης εισβολής του υγρού) και ακόμα πιο σοβαρά στην κατάθλιψη (υδραυλικό χτύπημα). Η τοποθέτηση αεροκώδωνων στην αναρρόφηση και στην κατάθλιψη, εξομαλύνει αρκετά την κατάσταση, όπως δείχνει το διάγραμμα του σχήματος 10.4β(γ) (λεπτή καμπύλη), αλλά δεν εξαλείφει τις σημαντικές διακυμάνσεις της παροχής. Είναι προφανές ότι η στιγμιαία τιμή της παροχής είναι διαφορετική από τη μέση τιμή της (διακεκομμένη γραμμή του διαγράμματος).

Ο **αεροκώδωνας** είναι κλειστό μεταλλικό δοχείο επαρκούς όγκου, το οποίο στο πάνω μέρος του περιέχει παγιδευμένο αέρα (σχ. 10.4γ). Κάτω από αυτόν βρίσκεται υγρό η ποσότητα του οποίου δύναται να αυξομειώνεται από την είσοδο ή έξοδο του δοχείου που βρίσκεται στην κάτω πλευρά και είναι συνδεδεμένη με το προς προστασία σύστημα σωληνώσεως. Όταν η πίεση στο σωλήνα γίνεται μεγαλύτερη από την πίεση του παγιδευμένου αέρα, υγρό εισέρχεται στο δοχείο με αποτέλεσμα τη μείωση του όγκου του αέρα και την αύξηση της πίεσής του [σχ. 10.4γ(β), $p_2 = n \cdot R \cdot T / V_2$]. Αντίθετα, όταν η πίεση στο σωλήνα είναι χαμηλή, ο συμπιεσμένος αέρας εκτονώνεται, τροφοδοτώντας το σωλήνα με υγρό [σχ. 10.4γ(α)]. Κατά μία έννοια δηλαδή ο αεροκώδωνας λειτουργεί ως αποσβεστήρας (αμορτισέρ) που εξομαλύνει τις απότομες μεταβολές πίεσεως. Οι αεροκώδωνες, οι οποίοι τοποθετούνται στην κατάθλιψη και την αναρρόφηση των παλινδρομικών αντλιών, έχουν όγκο τουλάχιστον διπλάσιο από τον εκτοπιζόμενο όγκο του κυλίνδρου της αντλίας. Η ποσότητα του παγιδευμένου αέρα είναι τόσο, ώστε ο όγκος του κατά τη φάση που επικρατεί χαμηλή πίεση, να είναι αρκετά μικρότερος από τον όγκο του δοχείου.

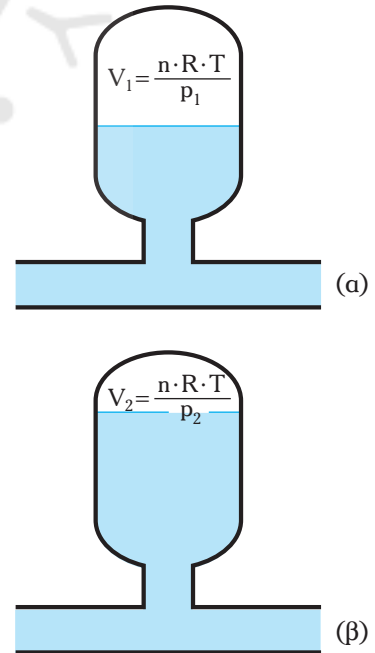
Ο υπολογισμός της μέσης παροχής της παλινδρομικής αντλίας, εξαρτάται από τη γεωμετρία του συστήματος και την ταχύτητα περιστροφής της κινητήριας μηχανής (ή τη συχνότητα παλινδρομίσεως του εμβόλου). Αν η διάμετρος του εμβόλου είναι D , η διαδρομή του L και η συχνότητα παλινδρομίσεως n , η μέση θεωρητική παροχή δίνεται από την εξίσωση:

$$Q_{\theta} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L \cdot n \quad (10.2)$$



Σχ. 10.4β.

Αρχή λειτουργίας εμβολοφόρας παλινδρομικής αντλίας καταθλίψεως.



Σχ. 10.4γ.

Αεροκώδωνας.

Επειδή όμως οι εσωτερικές διαρροές είναι αναπόφευκτες (ιδιαίτερα στις υψηλές πιέσεις καταθλίψεως), η πραγματική μέση παροχή είναι μικρότερη.

Ορίζεται ως **ογκομετρικός βαθμός αποδόσεως**, η_v , ο λόγος της πραγματικής παροχής Q προς τη θεωρητική ογκομετρική παροχή Q_θ :

$$\eta_v = \frac{Q}{Q_\theta} \quad (10.3)$$

Η (πραγματική) παροχή επομένως της αντλίας δίνεται από την εξίσωση:

$$Q = \eta_v \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L \cdot n \quad (10.4)$$

Σημειώνουμε ότι οι εμβολοφόρες παλινδρομικές αντλίες, όπως και γενικότερα οι αντλίες θετικής εκτοπίσεως, είναι **αυτοεκκινούμενες**, μπορούν δηλαδή να απομακρύνουν από μόνες τους αέρια και ατμούς που βρίσκονται εντός της αντλίας, όταν αυτή ξεκινά τη λειτουργία της. Αυτό θεωρείται σημαντικό πλεονέκτημα, αφού οι αυτοεκκινούμενες αντλίες δεν απαιτούν ιδιαίτερη διαδικασία ή σύστημα πληρώσεως με υγρό κατά την έναρξη λειτουργίας τους.

Στις **εμβολοφόρες παλινδρομικές αντλίες διπλής ενέργειας** (σχ. 10.4δ), λειτουργούν ως αντλίες, και οι δύο χώροι, στους οποίους διαιρεί το έμβολο τον κύλινδρο, με αποτέλεσμα τόσο την αύξηση της μέσης παροχής, όσο και την εξομάλυνση της στιγμιαίας διακυμάνσεως. Καθώς το έμβολο κινείται, δημιουργείται χαμηλή πίεση στο χώρο που αφήνει πίσω του και κατά συνέπεια σ' αυτήν την πλευρά, ανοίγει η βαλβίδα εισαγωγής και έχουμε αναρρόφηση. Αντίθετα, στον εμπρόσθιο χώρο δημιουργείται υψηλή πίεση, ανοίγει η βαλβίδα εξαγωγής και έχουμε κατάθλιψη. Στην αντίθετη πορεία του εμβόλου, οι ρόλοι των δύο χώρων αντιστρέφονται. Μ' αυτόν τον τρόπο, η ασυνέχεια της παροχής αντιμετωπίζεται σε σημαντικό βαθμό. Η παρουσία αεροκωδώνων σταθεροποιεί ακόμα περισσότερο την κατάσταση. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 10.4δ(β), η καμπύλη της στιγμιαίας παροχής εξομαλύνεται αρκετά, ιδιαίτερα με την παρουσία αεροκωδώνων (λεπτή συνεχής καμπύλη), συγκλίνοντας προς τη (σταθερή) μέση παροχή (διακεκομμένη ευθεία).

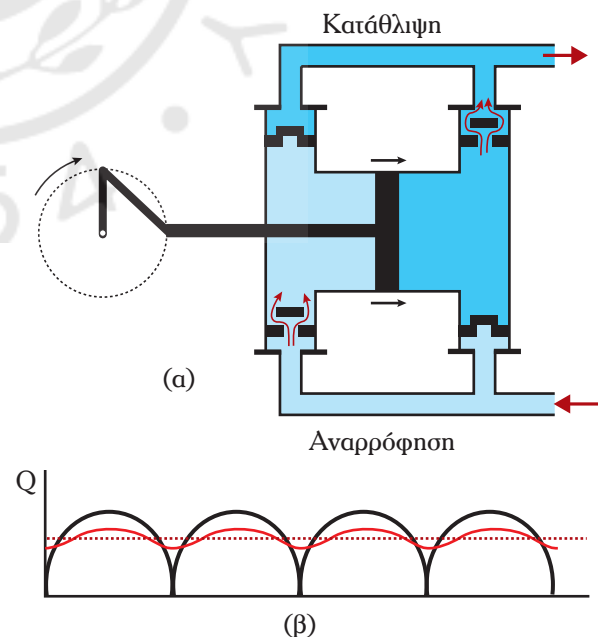
Η μέση παροχή δίνεται από την εξίσωση:

$$Q = \eta_v \cdot \frac{\pi \cdot (2D^2 - d^2)}{4} \cdot L \cdot n \quad (10.5)$$

όπου: D η διάμετρος του εμβόλου, d η διάμετρος του άξονα του εμβόλου, L η διαδρομή, η_v ο ογκομετρικός βαθμός αποδόσεως και n η συχνότητα παλινδρομήσεως του εμβόλου.

Οι εμβολοφόρες αντλίες συνήθως λειτουργούν με περισσότερους του ενός κυλίνδρους, με κατάλληλο χρονισμό των επιμέρους αναρροφήσεων και καταθλίψεων, ώστε να ελαχιστοποιούνται οι διακυμάνσεις της στιγμιαίας ογκομετρικής παροχής και να μην είναι αναγκαία η παρουσία αεροκωδώνων (**εμβολοφόρες παλινδρομικές αντλίες πολλαπλής ενέργειας**).

Τις παλινδρομικές αντλίες τις συναντάμε στις ναυτικές εγκαταστάσεις (σχ. 10.4ε) ως αντλίες νερού τροφοδοσίας ατμολεβήτων, αντλίες πετρελαίου, λιπαντικών, καθώς επίσης ως αντλίες υγιεινής, πόσιμου



Σχ. 10.46.

Αρχή λειτουργίας εμβολοφόρου παλινδρομικής αντλίας διπλής ενέργειας.

νερού, πυρκαϊάς κ.ά.. Πρέπει πάντως να σημειώσουμε πως είναι σχετικά ογκώδεις και, παρά τις πολύ υψηλές πιέσεις που επιτυγχάνουν, οι παροχές είναι σημαντικά περιορισμένες. Είναι λοιπόν φυσικό να αντιμετωπίζουν ισχυρό ανταγωνισμό από τις αντλίες των άλλων κατηγοριών και κυρίως από τις φυγόκεντρες αντλίες, οι οποίες τις έχουν υποκαταστήσει στις περισσότερες εφαρμογές.

Αντλίες διαφράγματος: Εκτός από τις εμβολοφόρες παλινδρομικές αντλίες, υπάρχουν και οι παλινδρομικές αντλίες με διάφραγμα. Η αρχή λειτουργίας τους είναι παρόμοια: Ένα ελαστικό διάφραγμα, συνδεδεμένο με κλειστό θάλαμο, παλινδρομεί, αυξομειώνοντας τον όγκο, άρα και την πίεση εντός του θαλάμου. Όταν το διάφραγμα διεγείρεται («φουσκώνει»), ωθεί το υγρό του θαλάμου, η πίεση αυξάνεται, ανοίγει η (ανεπίστροφη) βαλβίδα εξαγωγής και έχουμε κατάθλιψη. Αντίστροφα, καθώς το διάφραγμα επανέρχεται, αυξάνει ο όγκος του θαλάμου, η πίεση μειώνεται, κλείνει η βαλβίδα εξαγωγής, ανοίγει η βαλβίδα εισαγωγής και έχουμε αναρρόφηση υγρού.

Και εδώ συναντάμε αντλίες απλής και διπλής ενέργειας. Στις αντλίες διαφράγματος διπλής ενέργειας (σχ. 10.4στ), έχουμε δύο θαλάμους και δύο διαφράγματα (στην ουσία πρόκειται για δύο αντλίες απλής ενέργειας συνδεδεμένες παράλληλα).

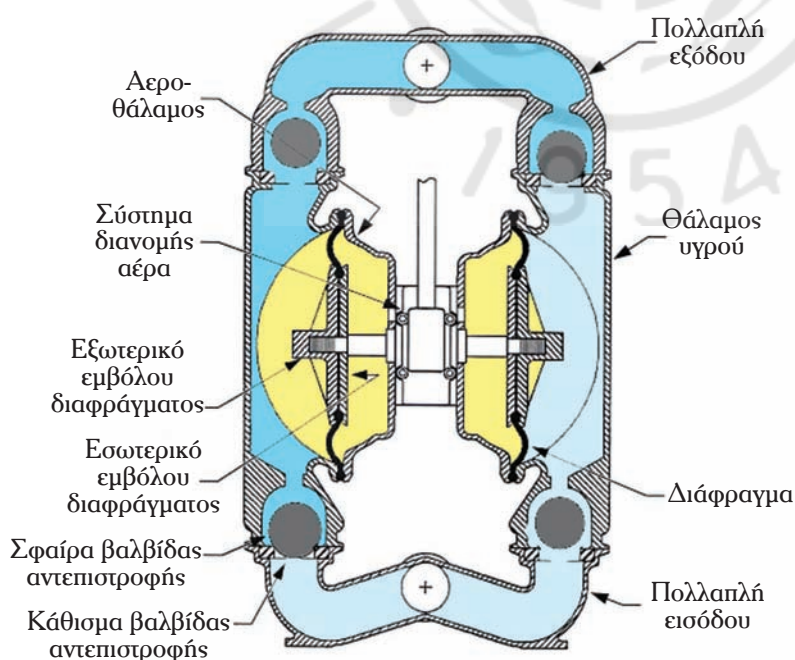
Οι αντλίες διαφράγματος είναι γενικά ογκώδεις, **αυτοεκκινούμενες** και μπορούν να αντλήσουν υγρά που περιέχουν αέρια αλλά και στερεά σωματίδια.

10.4.2 Περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως.

Οι περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως βασίζουν τη λειτουργία τους σε ένα ή δύο **στροφεία** (ή



Σχ. 10.4ε.
Εμβολοφόρα αντλία διπλής ενέργειας (Worthington).



Σχ. 10.4στ.
Αντλία διαφράγματος διπλής ενέργειας.

ρότορες), περιστρεφόμενα σε κλειστό χώρο που ορίζεται από το **κέλυφος** της αντλίας. Ανάλογα με το είδος του στροφείου, διακρίνουμε τις αντλίες **εσωτερικής** και **εξωτερικής οδοντώσεως, λοβών, περρυγίων, ατέρμονα κοκλία** (μονού ή διπλού), **εμβόλων** κ.ά.. Τα στροφεία παίρνουν την αναγκαία για την περιστροφή τους ροπή από κινητήρια μηχανή μέσω του άξονα περιστροφής, πάνω στον οποίο είναι προσαρμοσμένα. Το αντλούμενο ρευστό εγκλωβίζεται στους κατάλληλα σχεδιασμένους χώρους μεταξύ των στροφείων και του κελύφους και καθώς τα στροφεία περιστρέφονται, μεταφέρεται από την αναρρόφηση στην κατάθλιψη της αντλίας. Η πίεση του υγρού στην έξοδο της αντλίας αυξάνεται με την αύξηση του ενεργειακού φορτίου της σωληνώσεως καταθλίψεως. Υπερβολική όμως πίεση καταθλίψεως μπορεί να προκαλέσει σοβαρή μηχανική βλάβη στην αντλία. Για την προστασία της, τοποθετείται στην έξοδο της βαλβίδα εκτονώσεως, η οποία ανοίγει όταν η πίεση υπερβεί μια προκαθορισμένη μέγιστη τιμή.

Η παροχή των περιστροφικών αντλιών θετικής εκτοπίσεως είναι σταθερή (ή παρουσιάζει μικρές διακυμάνσεις). Εξαρτάται από τη γεωμετρία της αντλίας και από την ταχύτητα περιστροφής των στροφείων. Πιο συγκεκριμένα, αν V είναι ο όγκος διακένων μεταξύ στροφείων και περιβλήματος, ο οποίος καλείται **όγκος εκτοπίματος**, και n η συχνότητα περιστροφής, η θεωρητική παροχή δίνεται από τη σχέση:

$$Q_{\theta} = V \cdot n \quad (10.6)$$

Επειδή όμως υπάρχουν εσωτερικές διαρροές, η πραγματική παροχή είναι μικρότερη:

$$Q_{\theta} = \eta_v \cdot Q_{\theta} = \eta_v \cdot V \cdot n \quad (10.7)$$

όπου: η_v ο ογκομετρικός βαθμός αποδόσεως της αντλίας.

Όπως φαίνεται από τις παραπάνω σχέσεις, μπορούμε να ρυθτίσουμε την παροχή αλλάζοντας τη συχνότητα περιστροφής n . Αυτό επιτρέπει να χρησιμοποιηθούν οι αντλίες αυτής της κατηγορίας ως δοσιμετρικές.

Γενικά, οι περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως είναι κατάλληλες για άντληση όχι μόνο λεπτορευστών υγρών, αλλά και υγρών μεγάλου ιξώδους. Η παροχή τους όμως, αν και παρουσιάζει μεγάλες διαφορές ανάλογα με τον τύπο της αντλίας, είναι σχετικά μικρή.

Χρησιμοποιούνται ως αντλίες πετρελαίου λεβήτων, λαδιού λπάνσεως, μεταγγίσεως, αποστραγγίσεως δεξαμενών, φορτοεκφορτώσεως, κινήσεως υδραυλικών συστημάτων (βαρούλκων, υδραυλικών πιδαλίων κ.λπ.), διακινήσεως παχυρρευστών υγρών κ.ά..

α) Αντλίες εξωτερικής οδοντώσεως ή γρاناζωτές (External gear pumps).

Είναι αντλίες με δύο ισομεγέθη στροφεία, περιστρεφόμενα με αντίθετη φορά εντός του κελύφους (σχ. 10.4ζ). Το κάθε στροφείο είναι οδοντωτός τροχός. Η περιστροφική κίνηση μεταδίδεται από την κινητήρια μηχανή στον άξονα του ενός στροφείου και, καθώς τα γρανάζια συμπλέκονται, μεταδίδεται και στο άλλο. Στην αναρρόφηση δημιουργείται χαμηλή πίεση, καθώς αποσυμπλέκονται τα (κατερχόμενα στο σχήμα) γρανάζια και απομακρύνεται υγρό εγκλωβισμένο στους μικρούς θαλάμους μεταξύ των κινουμένων γραναζίων και του περιβλήματος (δεξιά και αριστερά). Στο χώρο χαμηλής πίεσεως αναρροφάται το αντλούμενο υγρό. Καθώς το εγκλωβισμένο στα διάκενα υγρό μεταφέρεται περιφερειακά προς την κατάθλιψη, η πίεσή του αυξάνεται. Στην έξοδο της αντλίας (πάνω τμήμα του σχήματος) καταφθάνει υγρό υψηλής πίεσεως και από τα δύο στροφεία και εξέρχεται στο σωλήνα καταθλίψεως.

Παρατηρούμε ότι η αντλία δύναται να λειτουργήσει και κατά την αντίθετη κατεύθυνση ροής, αρκεί να αντιστρέψουμε την περιστροφή της κινητήριας μηχανής. Για μια τέτοια όμως χρήση, πρέπει να υπάρχει βαλβίδα εκτονώσεως και στις δύο πλευρές της αντλίας. Η δυνατότητα αυτή αντιστροφής, σε συνδυασμό με τις υψηλές πιέσεις που η αντλία επιτυγχάνει, αξιοποιείται στην τροφοδότηση υδραυλικών συστημάτων υποβοηθήσεως.

Η όσο το δυνατόν καλύτερη εφαρμογή των γραναζίων και η ελαχιστοποίηση της αποστάσεως μεταξύ των γραναζίων και του τοιχώματος, αυξάνει τον ογκομετρικό βαθμό αποδόσεως της αντλίας, ελαχιστο-

ποιώντας την επανακυκλοφορία ποσοτήτων υγρού εντός αυτής. Όμως, οι μικρές ανοχές που έτσι δημιουργούνται, καθιστούν τις αντλίες εξωτερικής οδοντώσεως ακατάλληλες για υγρά που περιέχουν στερεά σωματίδια.

Οι γριναζωτές αντλίες είναι αυτοεκκινούμενες, έχουν σχετικά μικρό μέγεθος, μπορούν να αντιμετωπίσουν υψηλές πιέσεις, αλλά δίδουν μικρές παροχές, εξαρτώμενες από τον όγκο διακένων και την ταχύτητα περιστροφής. Οι ταχύτητες περιστροφής στις μεγάλες γριναζωτές αντλίες μπορούν να φθάσουν ως τις 650 rpm, αλλά για μικρότερες αντλίες, οι μέγιστες ταχύτητες είναι πολλαπλάσιες. Σημειώνουμε πως για την αποδοτική άντληση υγρών μεγάλου ιξώδους οι αντλίες πρέπει να λειτουργούν με μικρές ταχύτητες, ώστε το παχύρρευστο υγρό να έχει τον αναγκαίο χρόνο προκειμένου να εισέλθει στα διάκενα της αντλίας. Στο σχήμα 10.4η φαίνεται η τομή μιας αντλίας εξωτερικής οδοντώσεως.

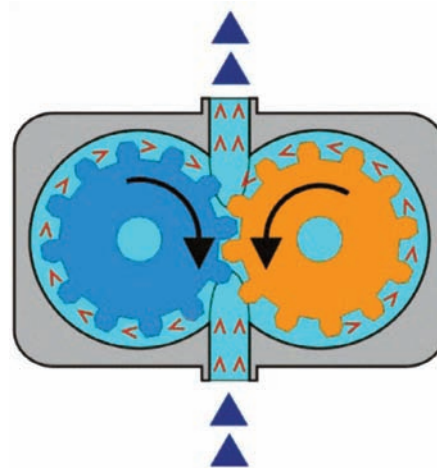
β) Αντλίες εσωτερικής οδοντώσεως (Internal gear pumps).

Η αρχή λειτουργίας αυτών των αντλιών είναι ίδια με των αντλιών εξωτερικής οδοντώσεως. Υπάρχουν δύο οδοντωτοί τροχοί, αλλά διαφορετικού μεγέθους και σχεδιασμού. Ο μεγάλος, εφάπτεται στο κυλινδρικού σχήματος κέλυφος και τα γριναζία (που εφάπτονται στο κέλυφος) στρέφονται προς το εσωτερικό. Στη μισή περίπου περιστροφή, συμπλέκονται με τα γριναζία του μικρότερου και εκκεντρα τοποθετημένου στροφείου, ενώ στην υπόλοιπη διαχωρίζονται με στερεό και σταθερό διάφραγμα ημισελήνοειδούς σχήματος (σχ. 10.4θ). Το χώρισμα είναι αναγκαίο ώστε να εμποδισθεί το υγρό να επιστρέψει από την κατάθλιψη στην αναρρόφηση. Οι ανοχές είναι ελαφρά μεγαλύτερες από τις αντλίες εξωτερικής οδοντώσεως, αλλά και αυτές οι αντλίες υφίστανται φθορές όταν αντλούν υγρά με αξιόλογη παρουσία αιωρούμενων στερεών σωματιδίων σχετικά μεγάλου μεγέθους.

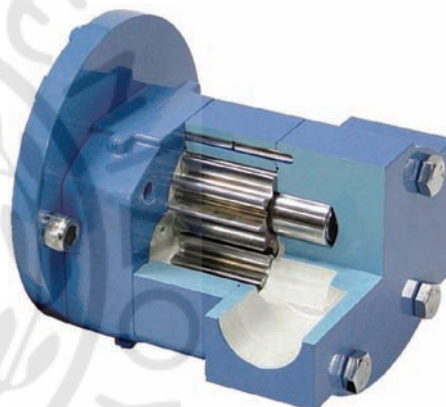
Οι ταχύτητες περιστροφής των αντλιών εσωτερικής οδοντώσεως φθάνουν συνήθως τις 1200 rpm για υγρά μικρού ιξώδους. Είναι κατάλληλες και για υγρά πολύ υψηλού ιξώδους, αλλά με μικρές ταχύτητες (επομένως και παροχές), ώστε να υπάρχει χρόνος να εισέλθει το παχύρρευστο υγρό στα κενά που δημιουργεί η απεμπλοκή των γριναζιών.

γ) Αντλίες λοβού (Lobe pumps).

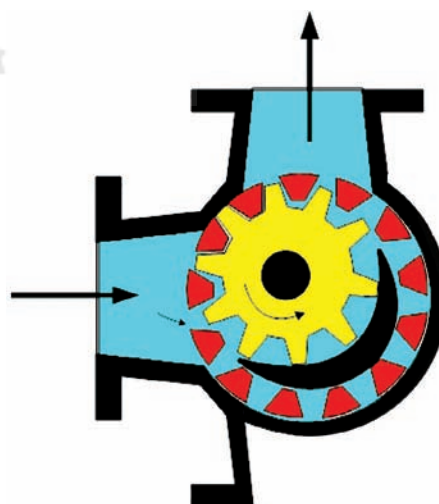
Οι αντλίες λοβού διαθέτουν δύο όμοια στροφεία, όπως και οι αντλίες εξωτερικής οδοντώσεως, με τις οποίες έχουν την ίδια αρχή λειτουργίας. Η κύρια διαφορά



Σχ. 10.4ζ.
Αρχή λειτουργίας αντλίας
εξωτερικής οδοντώσεως.



Σχ. 10.4η.
Αντλία εξωτερικής οδοντώσεως (Viking).



Σχ. 10.4θ.
Αρχή λειτουργίας αντλίας
εσωτερικής οδοντώσεως.

βρίσκεται στο ότι αντί για γρανάζια, υπάρχουν δύο, τρεις ή περισσότεροι λοβοί (σχ. 10.4i). Ο μικρός αριθμός των λοβών δημιουργεί κάποιες διακυμάνσεις στην παροχή.

Τα μεταλλικά κινητά μέρη δεν έρχονται σε άμεση επαφή, επειδή οι λοβοί, στα σημεία επαφής τους, είναι καλυμμένοι από προστατευτικό επίθεμα. Έτσι, οι αντλίες αυτές παρουσιάζουν μεγαλύτερη αντοχή από τις οδοντωτές αντλίες. Μπορούν να αντλήσουν υγρά που περιέχουν αξιόλογες ποσότητες αιωρούμενων στερεών. Δεν παρουσιάζουν όμως καλή απόδοση στην άντληση υγρών χαμηλού ιξώδους. Για την άντληση υγρών υψηλού ιξώδους, απαιτούνται, όπως και στις άλλες περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως, μικρές ταχύτητες περιστροφής.

δ) Αντλίες συρταρωτών περυγίων (Rotary vane pumps).

Σε αντίθεση με τις παραπάνω περιστροφικές αντλίες, οι αντλίες περυγίων έχουν μόνο ένα στροφείο, κυλινδρικού σχήματος. Το στροφείο είναι τοποθετημένο έκκεντρα και στην κυλινδρική του πλευρά υπάρχουν εσοχές, μέσα στις οποίες είναι τοποθετημένα περύγια ορθογωνικού σχήματος (συνήθως από μη μεταλλικό υλικό), δυνάμενα να ολισθαίνουν κατά ακτινική διεύθυνση.

Καθώς το στροφείο περιστρέφεται, τα περύγια ολισθαίνουν υπό την επίδραση της φυγόκεντρης δύναμης μέχρι να ακουμπήσουν στο περίβλημα (σχ. 10.4ia). Έτσι, διαμορφώνονται περιστρεφόμενοι θάλαμοι μεταβλητού όγκου (λόγω της έκκεντρης τοποθετήσεως του στροφείου), στους οποίους παγιδεύεται το αντλούμενο ρευστό. Για την καλύτερη επαφή των κινητών περυγίων με το περίβλημα ακόμα και σε χαμηλές ταχύτητες περιστροφής, τοποθετούνται ελατήρια στη βάση των εσοχών, τα οποία ωθούν τα περύγια προς την περιφέρεια. Καθώς τα περύγια διέρχονται από την αναρρόφηση, παγιδεύουν υγρό, το οποίο με την περιστροφική κίνηση το μεταφέρουν στην κατάθλιψη. Η ύπαρξη τουλάχιστον 3–4 κινουμένων περυγίων μεταξύ καταθλίψεως και αναρροφήσεως, εμποδίζει την επιστροφή υγρού στη χαμηλής πίεσεως αναρρόφηση.

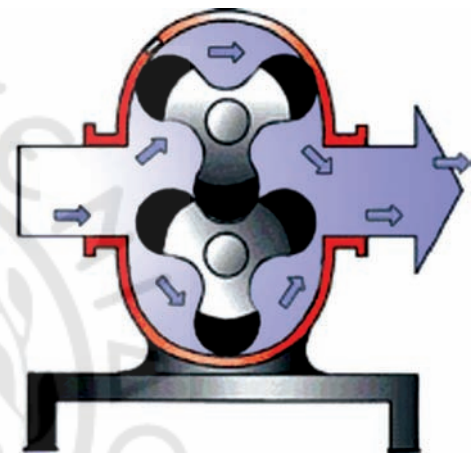
Οι αντλίες συρταρωτών περυγίων λειτουργούν συνήθως στις 1000 rpm και είναι κατάλληλες για υγρά χαμηλού ιξώδους, δίνοντας ικανοποιητικές για την κατηγορία παροχές. Όπως και οι άλλες περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως, είναι αυτοεκκινούμενες.

Παραλλαγή των αντλιών συρταρωτών περυγίων, αποτελούν οι **αντλίες πλαστικών περυγίων**, οι οποίες χρησιμοποιούνται για μικρές παροχές.

ε) Κοχλιωτές αντλίες (Screw pumps).

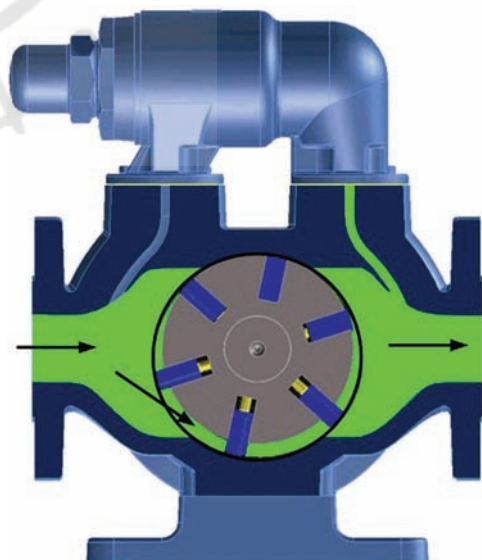
Η αρχή λειτουργίας τους είναι παρόμοια με τον κοχλία του Αρχιμήδη. Αλλά στις σύγχρονες κοχλιωτές αντλίες, ο κοχλίας περιστρέφεται μέσα σε κέλυφος και οι αναπτυσσόμενες πιέσεις είναι πολύ υψηλές. Το ελικοειδές στροφείο αναπτύσσεται αξονικά και (ελικοειδώς) αξονική είναι και η κατεύθυνση του αντλούμενου υγρού.

Υπάρχουν αντλίες μονού κοχλία (με ένα στροφείο και



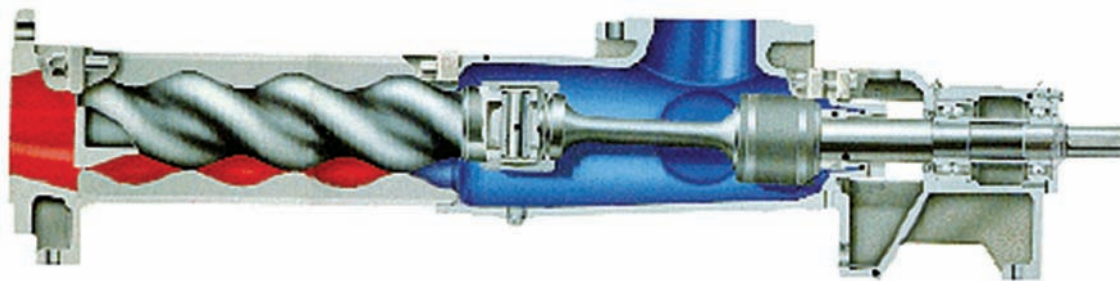
Σχ. 10.4i.

Αρχή λειτουργίας αντλίας λοβών.



Σχ. 10.4ia.

Αρχή λειτουργίας αντλίας συρταρωτών περυγίων.



Σχ. 10.4ιβ.
Κοχλιωτή αντλία με ένα στροφείο.

κατάλληλη ελικοειδή διαμόρφωση του κελύφους όπως στο σχ. 10.4ιβ), διπλού κοχλίου (με δύο στροφεία εκ των οποίων το ένα συνδεδεμένο με την κινητήρια μηχανή) και τριπλού κοχλίου.

Είναι αυτοεκκινούμενες αντλίες σταθερής παροχής. Χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα για άντληση μειγμάτων υγρών-στερεών και παχυρρευστών υγρών.

Εκτός από τους τύπους περιστροφικών αντλιών θετικής εκτοπίσεως που αναφέραμε παραπάνω, υπάρχουν οι αντλίες με περιστρεφόμενα έμβολα, οι περισταλτικές αντλίες κ.ά..

10.5 Δυναμικές αντλίες (ή αντλίες κινητικού τύπου).

Οι δυναμικές περιστροφικές αντλίες παρουσιάζουν σειρά ουσιαστών πλεονεκτημάτων σε σχέση με τις αντλίες θετικής εκτοπίσεως (όπως θα δούμε αναλυτικότερα στη συνέχεια) και έχουν για τούτο ευρύτατη διάδοση: Είναι γενικά απλής κατασκευής, μικρότερου μεγέθους, χαμηλού αρχικού κόστους και κόστους συντηρήσεως, μπορούν να δώσουν μεγάλες παροχές χωρίς διακυμάνσεις, είναι σχετικά αθόρυβες κ.ά..

Οι δυναμικές περιστροφικές αντλίες μετατρέπουν σε πρώτη φάση το μηχανικό έργο σε **κινητική ενέργεια** του ρευστού (και κατά ένα ποσοστό σε ενέργεια πίεσεως) και στη συνέχεια, στην έξοδο της αντλίας, την κινητική ενέργεια σε **ενέργεια πίεσεως**.

Κατασκευαστικά διακρίνομε τον **άξονα περιστροφής**, ο οποίος συνδέεται με την **κινητήρια μηχανή** μεταφέροντας ενέργεια από αυτή, το **στροφείο** με τα ενσωματωμένα περυσία (*περωτή* –impeller), το **περίβλημα της περωτής** και το **σύστημα στεγανοποιήσεως** του χώρου αντλήσεως. Το στροφείο είναι τοποθετημένο στον άξονα περιστροφής. Χαρακτηριστικό των δυναμικών περιστροφικών αντλιών είναι η πολύ μεγάλη ταχύτητα περιστροφής του άξονα και του στροφείου. Ο σχεδιασμός των περυσίων είναι τέτοιος, ώστε το εισερχόμενο υγρό, ωθούμενο απ' αυτά, να αποκτά κινητική ενέργεια, αλλά και την επιθυμητή κατεύθυνση ροής.

Ανάλογα με το σχεδιασμό των περυσίων και την προκύπτουσα κατεύθυνση ροής του υγρού εντός των αντλιών, οι δυναμικές περιστροφικές αντλίες κατατάσσονται στις εξής τέσσερις κατηγορίες:

- α) **Αντλίες ακτινικής ροής** ή **φυγόκεντρες αντλίες** (centrifugal pumps).
- β) **Αντλίες αξονικής ροής** (axial flow pumps).
- γ) **Αντλίες μεικτής ροής** (mixed flow pumps).
- δ) **Αντλίες περιφερειακής ροής** ή **στροβιλοαντλίες** (turbine pumps).

Όταν η αντλία λειτουργεί προσδίδοντας στο υγρό ενέργεια με μία περωτή, η αντλία καλείται μίας βαθμίδας ή **μονοβάθμια**. Όμως, ένα σημαντικό μειονέκτημα των δυναμικών περιστροφικών αντλιών είναι το σχετικά χαμηλό ύψος ενέργειας που αποδίδουν στο ρευστό. Σε αρκετές επομένως περιπτώσεις, το αποδιδόμενο ύψος ενέργειας από μία περωτή δεν είναι επαρκές. Χρειάζεται και δεύτερη ή και τρίτη αντλία συνδεδεμένη σε σειρά. Σ' αυτήν την περίπτωση χρησιμοποιούμε αντλίες δύο ή περισσότερων βαθμίδων, στις οποίες υπάρχουν διαδοχικές περωτές, με αντίστοιχη σχεδίαση του ενιαίου κελύφους (**πολυβάθμιες αντλίες**). Το υγρό οδηγείται διαδοχικά από τη μία βαθμίδα στην επόμενη, λαμβάνοντας όλο και περισσότερο ύψος ενέργειας.

Στις αντλίες κινητικού τύπου, εντάσσονται και ορισμένες **μη περιστροφικές** αντλίες, στις οποίες το αποδιδόμενο στο ρευστό έργο, μετατρέπεται αρχικά σε κινητική ενέργεια. Σημαντικότερες είναι οι **αντλίες ακροφυσίου** (jet pumps).

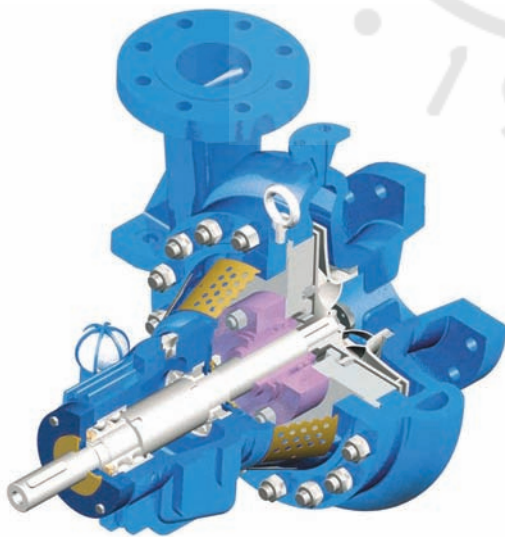
10.5.1 Αντλίες ακτινικής ροής ή φυγόκεντρες αντλίες.

Οι φυγόκεντρες αντλίες (centrifugal pumps) είναι ο πιο διαδομένος και χρησιμοποιούμενος τύπος αντλιών. Τα πλεονεκτήματα των δυναμικών αντλιών σε συνδυασμό με την ισορροπημένη σχέση μεταξύ παροχής και αποδιδόμενου ύψους, με την ευελιξία καθώς και τη σχετικά απλή κατασκευή τους, αποτελούν τα αίτια αυτής της διαδόσεως.

Τα **κινητά μέρη** μιας φυγόκεντρης αντλίας (σχ. 10.5α) είναι ο **άξονας** και η **περωτή**, ενώ τα **σταθερά**, είναι το **περίβλημα** και το **σύστημα στεγανοποίησης**. Ο άξονας εδράζεται σε τριβείς (ρουλεμάν) και λαμβάνει περιστροφική κίνηση από την κινητήρια μηχανή. Επάνω του είναι στερεωμένη η περωτή που περιστρέφεται μαζί του. Η περωτή καλύπτεται από το αντίστοιχου σχήματος περίβλημα, ενώ για την αποφυγή εξωτερικών διαρροών φροντίζει το σύστημα στεγανοποίησης. Αυτό αποτελείται από το **στυπιοθάλαμο**, τη **σαλαμάστρα** και το **στυπιοθλίπτη**. Ο στυπιοθάλαμος είναι δακτυλοειδής θάλαμος μεταξύ κελύφους και άξονα περιστροφής. Μέσα σ' αυτόν είναι τοποθετημένη η σαλαμάστρα, η οποία αποτελείται από δακτυλίους (κατασκευασμένους από ειδικό υλικό στεγανώσεως) που εφάπτονται στον άξονα περιστροφής. Η πίεση μεταξύ σαλαμάστρας και άξονα, ρυθμίζεται από το στυπιοθλίπτη. Μεγάλη πίεση σημαίνει καλύτερη στεγάνωση, αλλά μεγαλύτερες τριβές και ταχύτερη φθορά της σαλαμάστρας.

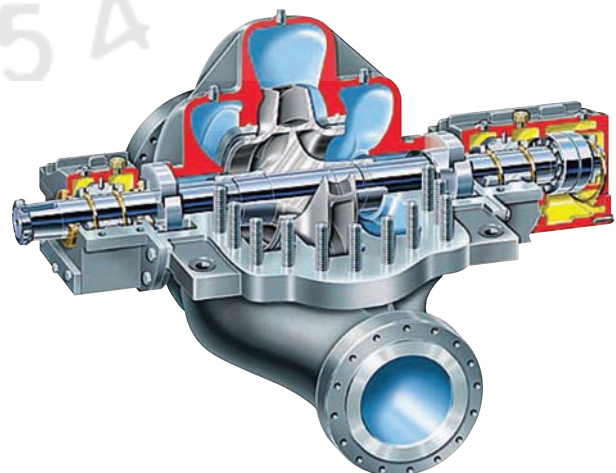
Κύριο χαρακτηριστικό των φυγοκέντρων αντλιών είναι ο σχεδιασμός των περυγίων της περωτής. Αυτά έχουν τέτοιο σχήμα, ώστε το υγρό το οποίο εισέρχεται στο κέντρο της περωτής (μάτι), ωθούμενο από τα περιστρεφόμενα περύγια, ολισθαίνει επί αυτών κατά ακτινική διεύθυνση, απομακρυνόμενο από τον άξονα περιστροφής. Είναι αυτονόητο ότι και το περίβλημα (κέλυφος ή σαλίγκαρος) του θαλάμου αντλήσεως έχει αντίστοιχο σχεδιασμό. Έτσι, η αρχή λειτουργίας της φυγόκεντρης αντλίας είναι η ακόλουθη:

Το υγρό εισέρχεται από την αναρρόφηση στη βάση της περωτής λόγω υποπίεσεως. Αναγκάζεται να περιστραφεί μαζί με την περωτή, αποκτώντας κινητική ενέργεια. Λόγω του σχήματος των περυγίων και της επιδράσεως της φυγόκεντρης δυνάμεως, ολισθαίνει επί των περυγίων από το κέντρο προς την



Σχ. 10.5α.

Φυγόκεντρη μονοβάθμια αντλία απλής αναρροφήσεως (Weir).



Σχ. 10.5β.

Φυγόκεντρη μονοβάθμια αντλία διπλής αναρροφήσεως με περωτή ημιανοικτιού τύπου (Flowserve).

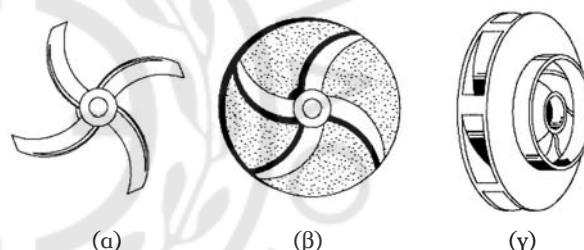
περιφέρεια (αύξηση της ακτίνας περιστροφής R), διατηρώντας σταθερή την περιστροφική του ταχύτητα ω . Έτσι όμως αυξάνεται η γραμμική του ταχύτητα v ($v = \omega \cdot R$), άρα και η κινητική του ενέργεια. Ο σχεδιασμός του περιβλήματος είναι τέτοιος, ώστε όταν το υγρό φθάσει στο άκρο της περωτής, κατευθύνεται προς την έξοδο της αντλίας χωρίς σημαντικές ενεργειακές απώλειες. Κατά τη διαδρομή του υγρού από την έξοδο της περωτής προς την έξοδο της αντλίας, αυξάνεται η διατομή ροής, με αποτέλεσμα να μειώνεται η ταχύτητα (το ύψος κινητικής ενέργειας) και να αυξάνεται η πίεση (το ύψος ενέργειας πύεσης).

Οι περωτές (και κατά προέκταση οι φυγόκεντρες αντλίες) διακρίνονται σε **απλής** και **διπλής αναρροφήσεως** (σχ. 10.5β), ανάλογα με το αν η αναρρόφηση γίνεται από τη μία ή και από τις δύο πλευρές της περωτής. Με τις αντλίες διπλής αναρροφήσεως επιτυγχάνουμε μεγαλύτερες παροχές, αφού ταυτόχρονα αντιμετωπίζονται και ορισμένα λειτουργικά προβλήματα με κυριότερο το πρόβλημα της αξονικής ωθήσεως.

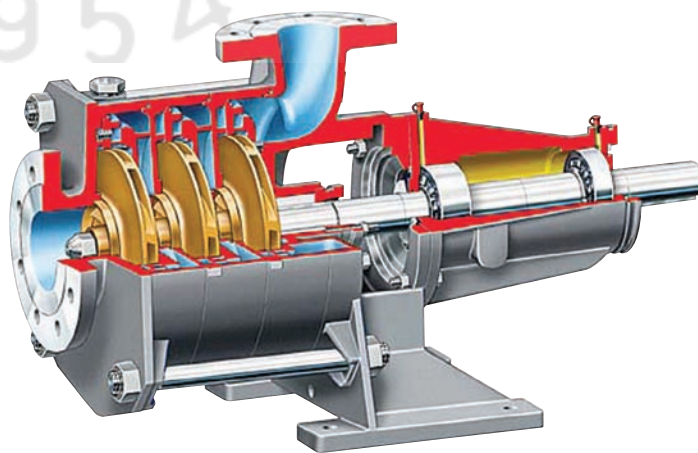
Στις αντλίες απλής αναρροφήσεως υπάρχει σημαντική διαφορά πύεσης μεταξύ του στομίου εισόδου του υγρού και του εσωτερικού του κελύφους. Αποτέλεσμα είναι η εμφάνιση δυνάμεως, η οποία τείνει να μετατοπίσει την περωτή προς την πλευρά της χαμηλότερης πύεσης (προς την πλευρά της αναρροφήσεως). Η δύναμη αυτή καλείται **αξονική ώθηση** και αποτελεί σημαντικό αίτιο φθοράς των τριβών (ρουλεμάν), στους οποίους στηρίζεται ο άξονας περιστροφής. Για τούτο λαμβάνονται μέτρα για την αντιμετώπισή της. Ένας λόγος προτιμήσεως των αντλιών διπλής αναρροφήσεως είναι και το ότι, αφού το υγρό εισέρχεται και από τις δύο πλευρές της περωτής, δεν παρουσιάζουν αξονική ώθηση.

Όσον αφορά στην κατασκευή των περωτών, έχουμε περωτές **ανοικτού**, **ημιανοικτού** και **κλειστού τύπου** (σχ. 10.5γ). Κατά τη λειτουργία αντλιών με περωτές ανοικτού τύπου, το υγρό ρέει μεταξύ της περι-

στρεφόμενης περωτής και του κελύφους. Επειδή το κέλυφος είναι ακίνητο, οι τριβές μεταξύ υγρού και τοιχωμάτων είναι αυξημένες. Επίσης, σημαντική ποσότητα υγρού διαρρέει από τα τοιχώματα προς το στόμιο εισόδου. Αποτέλεσμα είναι η μείωση του υδραυλικού και ογκομετρικού βαθμού απόδοσης των αντλιών με περωτές ανοικτού τύπου. Στις περωτές ημιανοικτού τύπου, υπάρχει δίσκος από τη μία πλευρά της περωτής και πάνω του, προς την πλευρά του στομίου εισόδου, είναι προσαρμοσμένα τα περύγια. Οι τριβές και οι εσωτερικές διαρροές παρουσιάζονται μειωμένες. Τέλος, στις περωτές κλειστού τύπου υπάρχουν δίσκοι και από τις δύο πλευρές και ανάμεσά τους είναι τοποθετημένα τα περύγια (σχ. 10.5δ). Ο δίσκος που βρίσκεται από την πλευρά του στομίου εισόδου, έχει στο κέντρο του οπή (μάτι) για την είσοδο του υγρού, το οποίο ρέει μεταξύ των περυγίων και των δίσκων της περωτής (στις αντλίες διπλής αναρροφήσεως υπάρχει οπή και στους δύο δίσκους). Έτσι, ελαχιστοποιούνται οι απώλειες, αλλά δημιουργούνται προβλήματα με την άντληση υγρών που περιέχουν αιωρούμενα στερεά και γενικότερα με τον καθαρισμό της περωτής.



Σχ. 10.5γ.
Περωτές: α) ανοικτού, β) ημιανοικτού και γ) κλειστού τύπου.



Σχ. 10.5δ.
Φυγόκεντρη αντλία τριών βαθμίδων με περωτές κλειστού τύπου (Flowserve).

Ένα σημαντικό μειονέκτημα των φυγόκεντρων αντλιών αποτελεί η δυσκολία ή και η αδυναμία εκκίνησης αν δεν είναι πληρωμένες με υγρό (δεν είναι δηλ. αυτοεκκινούμενες). Γι' αυτόν το λόγο, όταν είναι δυνατό, οι φυγόκεντρες αντλίες τοποθετούνται χαμηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως. Διαφορετικά, πρέπει να ληφθεί μέριμνα για την ομαλή εκκίνηση της αντλήσεως. Ένα μέτρο είναι η τοποθέτηση βαλβίδας αντεπιστροφής στο σωλήνα αναρροφήσεως, ώστε να μην αδειάζει το υγρό αν για κάποιο μικρό χρονικό διάστημα δεν λειτουργεί η αντλία. Πιο αποτελεσματική είναι η παρουσία εξαρτημένης αεραντλίας, η οποία κατά την εκκίνηση, αναρροφά τον αέρα από το σωλήνα αναρροφήσεως και το κέλυφος της αντλίας.

Οι χρήσεις των φυγόκεντρων αντλιών είναι πάρα πολλές. Μπορούμε να πούμε ότι αποτελούν τα κύρια μηχανήματα αντλήσεως. Χρησιμοποιούνται ευρύτατα ως αντλίες πόσιμου νερού, θαλασσινού νερού, πυροσβέσεως, κυκλοφορίας, νερού τροφοδοσίας λεβήτων, συμπυκνώματος, υγρών καυσίμων κ.λπ.. Δεν είναι όμως κατάλληλες για άντληση υγρών πολύ μεγάλου ιξώδους.

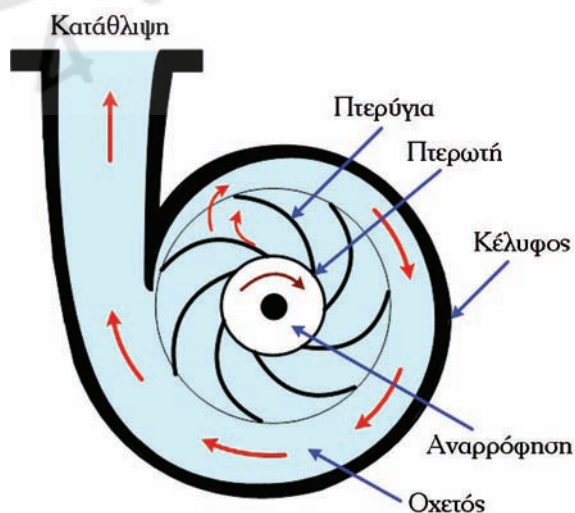
Οι πιο συνηθισμένοι τύποι φυγόκεντρων αντλιών είναι οι ακόλουθοι:

α) Φυγόκεντρη αντλία με ελικόφραγμα (ή αντλία σπειροειδούς κελύφους).

Είναι η συχνότερα συναντώμενη φυγόκεντρη αντλία. Μέσα στο σπειροειδές κέλυφος (σαλίγκαρος) είναι τοποθετημένη έκκεντρα η πτερωτή, στερεωμένη στην άκρη του άξονα περιστροφής (σχ. 10.5ε). Στο κέντρο της πτερωτής (ανάτη, του άξονα) αναρροφάται το υγρό, λόγω υποπίεσεως. Η υποπίεση δημιουργείται καθώς η πτερωτή περιστρέφεται και το υγρό που ήδη έχει εισέλθει ολισθαίνει επί των περυγίων κινούμενο υπό την επίδραση της φυγόκεντρης δυνάμεως, ακτινικά προς την περιφέρεια του κελύφους. Στην περιφέρεια, μεταξύ περυγίων πτερωτής και κελύφους, υπάρχει οχετός (σπειροειδής οχετός ή **ελικόφραγμα**), στον οποίο καταλήγει με υψηλή ταχύτητα το υγρό. (Λόγω του χαρακτηριστικού σπειροειδούς ελικοφράγματος, η αντλία καλείται και **ελικόφρακτη**). Το εμβαδόν διατομής του σπειροειδούς οχετού, διευρύνεται σταδιακά προς την έξοδο. Έτσι, το υγρό που συνεχίζει την περιστροφική κίνηση σ' αυτόν, σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας, επιβραδύνεται σταδιακά (μειώνεται η ταχύτητα) και, σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli, αυξάνεται η πίεση. Ο σπειροειδής οχετός έχει το μέγιστο εμβαδόν διατομής στην έξοδο (κατάθλιψη της αντλίας). Στην έξοδο λοιπόν, το μεγαλύτερο μέρος της κινητικής ενέργειας που είχε το υγρό όταν εγκατέλειπε τα περύγια και εισερχόταν στον οχετό, έχει μετατραπεί σε ενέργεια πίεσεως.

Η παροχή της αντλίας είναι ιδιαίτερα μεγάλη, εξαρτώμενη, όπως θα δούμε αναλυτικά στο Δωδέκατο Κεφάλαιο, όχι μόνο από τις διαστάσεις και την ταχύτητα περιστροφής της αντλίας, αλλά και από το ενεργειακό φορτίο που καλείται να αντιμετωπίσει.

Η αναπτυσσόμενη πίεση στην κατάθλιψη είναι περιορισμένη σε σχέση με τις αντλίες θετικής εκτόπισης, δυνάμενη να υπερβεί (σε μεγάλες ταχύτητες περιστροφής) τα 10 bar. Για μεγαλύτερες πιέσεις καταθλίψεως, χρησιμοποιούνται **πολυβάθμιες** φυγόκεντρες αντλίες. Αυτές έχουν περισσότερες πτερωτές συνδεδεμένες σε σειρά (η κατάθλιψη της μίας αποτελεί αναρρόφηση της επόμενης) και κατάλληλη διαμόρφωση του κελύφους (σχ. 10.5στ). Έτσι, επιτυγχάνονται πολλαπλάσιες πιέσεις και γενικότερα, αποδίδεται πολλαπλάσιο ύψος ενέργειας στο σύστημα αντλήσεως. Χρειάζεται όμως προσοχή κατά το σχεδιασμό γιατί στις πολυβάθμιες αντλίες, αν δεν ληφθούν μέτρα, η αξονική ώθηση είναι πολύ μεγάλη. Ένας τρόπος αντιμετώπισής της είναι η συμμετρική



Σχ. 10.5ε.

Αρχή λειτουργίας φυγόκεντρης αντλίας σπειροειδούς κελύφους.

τοποθέτηση των περωτών κατά ζεύγη αντίθετα. Επίσης, η αξονική ώθηση αντιμετωπίζεται αν η περωτή κάθε βαθμίδας είναι διπλής αναρροφήσεως.

β) Φυγόκεντρη αντλία με διαχυτήρες.

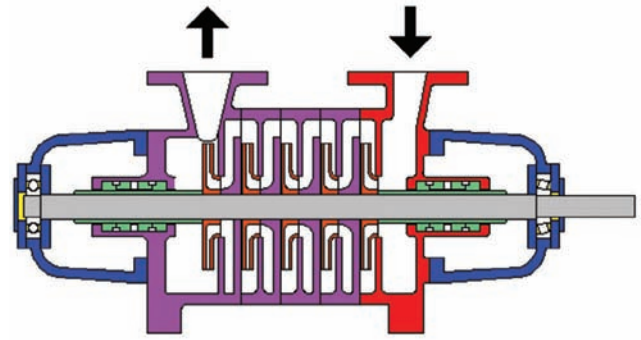
Σ' αυτόν τον τύπο των αντλιών η περωτή είναι τοποθετημένη στο κέντρο του κελύφους και όχι έκκεντρα, όπως φαίνεται στο σχήμα 10.5ζ. Περιφερειακά γύρω από την περωτή, βρίσκονται τοποθετημένα σταθερά οδηγητικά περύγια, τα οποία σχηματίζουν αγωγούς με προοδευτικά αυξανόμενο εμβαδόν διατομής (διαχυτήρες). Έτσι, το υγρό που εγκαταλείπει την περωτή με πολύ μεγάλη ταχύτητα (άρα και μεγάλη κινητική ενέργεια), καθώς περνά από τους διαχυτήρες, επιβραδύνεται και το μεγαλύτερο μέρος της κινητικής του ενέργειας μετατρέπεται σε ενέργεια πίεσεως. Γύρω από τους διαχυτήρες υπάρχει οχετός σταθερής διατομής, μέσω του οποίου το υγρό οδηγείται στην κατάθλιψη. Με το σύστημα αυτό, αυξάνεται ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας, δυνάμενος να φθάσει μέχρι και 90%.

γ) Φυγόκεντρη αντλία με διαχυτήρες και ελικόφραγμα.

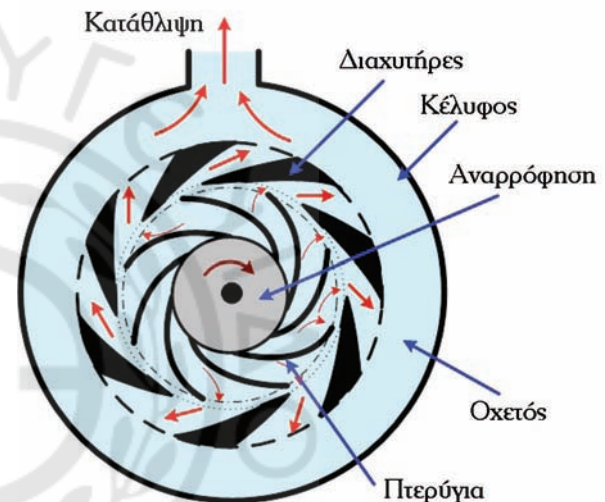
Αποτελεί συνδυασμό των δύο προηγούμενων τύπων (σχ. 10.5n). Το υγρό εισέρχεται στο κέντρο της περωτής και εκκινάσεται προς την περιφέρεια, ολισθαίνοντας στα ταχύτατα περιστρεφόμενα περύγια. Γύρω από τη περωτή υπάρχουν οι σταθεροί διαχυτήρες (όπως ακριβώς στον προηγούμενο τύπο). Καθώς το υγρό διέρχεται απ' αυτούς, η ταχύτητά του μειώνεται και αυξάνεται η πίεση. Το σύστημα περωτής-διαχυτήρων είναι τοποθετημένο έκκεντρα στο σπειροειδές περίβλημα. Έτσι, το εμβαδόν διατομής του ελικοειδούς οχετού που υπάρχει μεταξύ διαχυτήρων και περιβλήματος, αυξάνεται προοδευτικά, επιτρέποντας την επιπλέον μετατροπή κινητικής ενέργειας σε ενέργεια πίεσεως, βελτιώνοντας ακόμα περισσότερο το βαθμό αποδόσεως της αντλίας.

10.5.2 Αντλίες αξονικής ροής (ή αντλίες με έλικα).

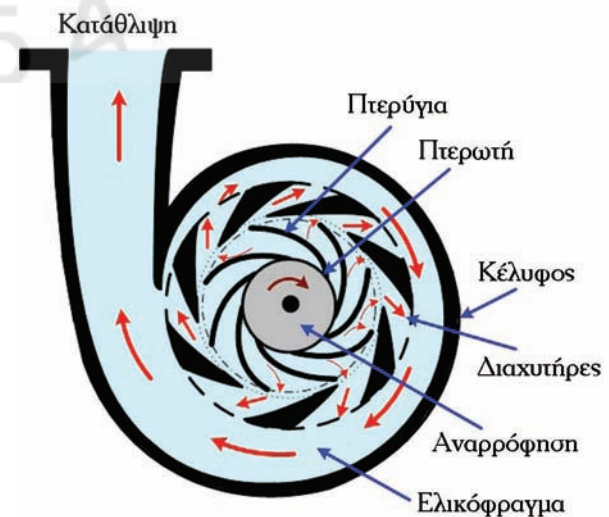
Στις αντλίες αυτής της κατηγορίας, ως περωτή χρησιμοποιείται μία κατάλληλη έλικα. Από το σχεδιασμό των περυγίων της, η έλικα είναι σύστημα αξονικής προωθήσεως. Επομένως, ωθεί το υγρό,



Σχ. 10.5στ.
Φυγόκεντρη αντλία 5 βαθμίδων.



Σχ. 10.5ζ.
Φυγόκεντρη αντλία με διαχυτήρες.



Σχ. 10.5n.
Φυγόκεντρη αντλία με διαχυτήρες και ελικόφραγμα.

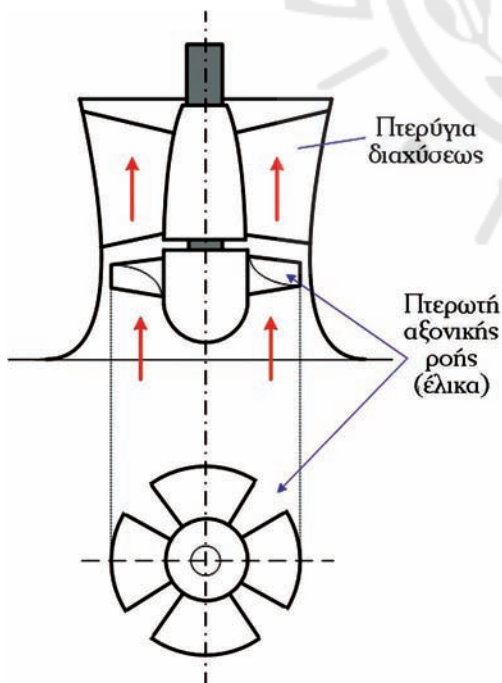
το οποίο εισέρχεται από την αναρρόφηση, κατά αξονική διεύθυνση, αυξάνοντας την κινητική του ενέργεια. Όπως είναι φυσικό, αντίστοιχο σχεδιασμό έχει και το κέλυφος της αντλίας, το οποίο μοιάζει με οχετό που περικλείει την περωτή και τον κινητήριο άξονα (σχ. 10.5θ και 10.5ι). Στην αναρρόφηση, λίγο πριν από την έλικα, το περίβλημα στενεύει ελαφρά, ώστε το υγρό να φθάνει στην έλικα με μεγαλύτερη ταχύτητα. Μετά την έλικα, η διατομή αυξάνει προοδευτικά, ώστε να μειωθεί λίγο η ταχύτητα και μέρος της κινητικής ενέργειας να μετατραπεί σε ενέργεια πίεσης.

Η αύξηση της πίεσης που επιτυγχάνουν οι αντλίες αυτού του τύπου, είναι πολύ μικρή (1,5–2 bar). Σε αντιστάθμιση αυτού του μειονεκτήματος, οι αντλίες αξονικής ροής δίνουν πολύ μεγάλες παροχές. Ένα άλλο σημαντικό τους πλεονέκτημα, είναι ότι μπορούν να λειτουργήσουν και κατά αντίστροφη φορά (με αντιστροφή της περιστροφής της έλικας).

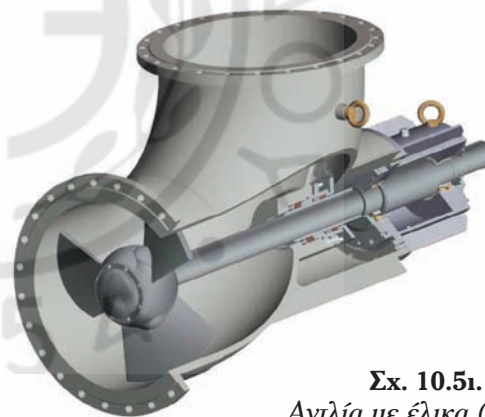
Οι μεγάλες παροχές και η δυνατότητα αντίστροφης λειτουργίας, οδηγούν σε χρήση αυτών των αντλιών, όταν δεν απαιτείται μεγάλο αποδιδόμενο ύψος, αλλά σημαντική παροχή και δυνατότητα αντιστροφής των χώρων αναρροφήσεως και καταθλίψεως. Για παράδειγμα, χρησιμοποιούνται στα πλοία ως **αντλίες έρματος** (ballast rump, αύξηση ή μείωση του έρματος), καθώς και ως **αντλίες ρυθμίσεως της κλίσεως του πλοίου** (heeling and trimming rump, αναρρόφηση ή κατάθλιψη σε πλευρικές δεξαμενές).

Λόγω της ταχύτατης περιστροφικής κινήσεως της έλικας, η κίνηση του υγρού μετά απ' αυτήν, αν και αξονικής διευσθύνσεως, είναι έντονα στροβιλώδης. Αν μας ενδιαφέρει η μείωση του στροβιλισμού πριν την κατάθλιψη, τοποθετούνται στο εσωτερικό του κελύφους, σταθερά περυγία με κλίση αντίθετη απ' αυτήν των περυγίων της έλικας, τα οποία ονομάζονται **περυγία διαχύσεως**. Αλλά η ύπαρξη των περυγίων διαχύσεως, αυξάνει τις ενεργειακές απώλειες.

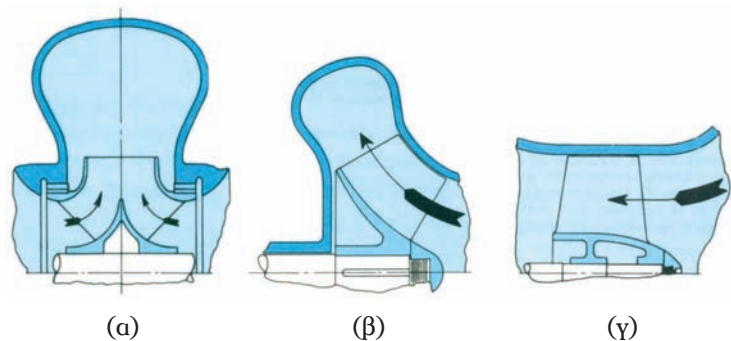
Οι αντλίες αξονικής ροής τοποθετούνται χαμηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής



Σχ. 10.5θ.
Αντλία αξονικής ροής.



Σχ. 10.5ι.
Αντλία με έλικα (Weir).



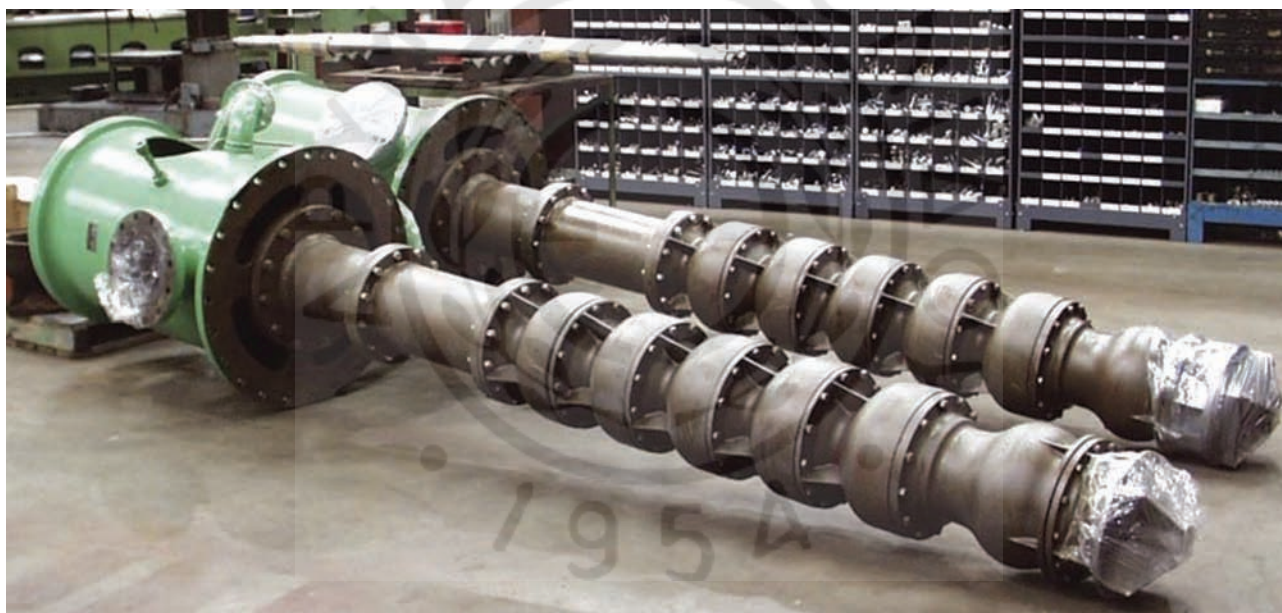
Σχ. 10.5ια.
Τομές αντλιών: α) ακτινικής, β) μεικτής και γ) αξονικής ροής
(Πηγή: Hydraulic Institute).

αναρροφήσεως. Συναντώνται ως οριζόντιες και ως κάθετες, με τις τελευταίες να βρίσκονται συνήθως βυθισμένες στη δεξαμενή αναρροφήσεως.

10.5.3 Αντλίες μεικτής ροής.

Στις αντλίες μεικτής ροής, η κλίση των περυγίων της περωτής είναι τέτοια ώστε το υγρό, το οποίο αναρροφάται κατά την αξονική διεύθυνση (στο κέντρο της περωτής), εκτοξεύεται πλάγιως, έχοντας δηλαδή αξονική και ακτινική συνιστώσα της κινήσεως. Δηλαδή, οι αντλίες αυτές από πλευράς σχεδιασμού της περωτής, βρίσκονται ανάμεσα στις αντλίες ακτινικής και αξονικής ροής (σχ. 10.5ια).

Καθώς το υγρό απομακρύνεται από τον άξονα περιστροφής, η ταχύτητά του αυξάνεται, αλλά όχι τόσο όσο στις αντλίες ακτινικής ροής. Ανάλογα με το σχεδιασμό του κελύφους, η έξοδος του υγρού στην κατάθλιψη δύναται να είναι είτε εφαπτομενική, είτε αξονική. Για τη δεύτερη περίπτωση, απαιτείται η τοποθέτηση σταθερών περυγίων διαχύσεως τα οποία μετατρέπουν την κινητική ενέργεια σε ενέργεια πίεσεως. Η διάταξη αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, γιατί μας επιτρέπει να τοποθετήσουμε στον ίδιο άξονα, διαδοχικές περωτές. Η κάθε μία τροφοδοτείται από την προηγούμενη και προσθέτει επιπλέον ενέργεια στο υγρό. Έτσι, διαμορφώνονται οι πολυβάθμιες αντλίες μεικτής ροής που χαρακτηρίζονται για το αξιόλογο αποδιδόμενο ύψος ενέργειας, δίνοντας ταυτόχρονα μεγάλες ογκομετρικές παροχές (σχ. 10.5ιβ).

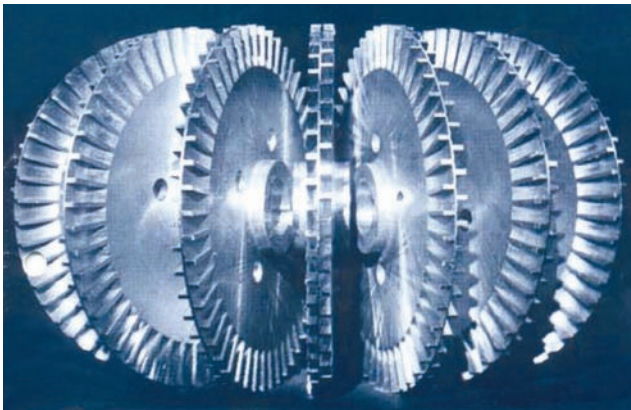


Σχ. 10.5ιβ.
Πολυβάθμιες αντλίες μεικτής ροής (Sulzer).

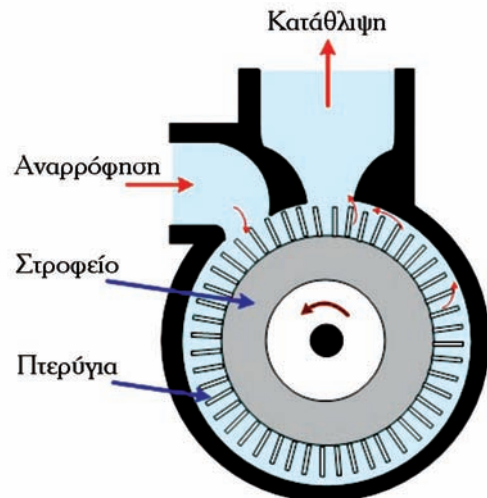
10.5.4 Αντλίες περιφερειακής ροής ή στροβιλοαντλίες.

Κοινό χαρακτηριστικό των δυναμικών αντλιών που εξετάσαμε μέχρι τώρα, ήταν η είσοδος του υγρού στο κέντρο της περωτής (το οποίο στη συνέχεια, ακολουθεί πορεία εξαρτώμενη από τη μορφή των περυγίων της). Στις στροβιλοαντλίες αυτό το κοινό χαρακτηριστικό δεν υφίσταται. Η αναρρόφηση δεν γίνεται στο κέντρο της περωτής, αλλά στην περιφέρεια. Τα περύγια της περωτής είναι επίπεδα και τοποθετημένα σε ακτινική διάταξη στην άκρη του στροφείου (σχ. 10.5ιγ). Το υγρό, αφού εκτελέσει μία σχεδόν πλήρη περιστροφή, εξέρχεται στην κατάθλιψη (σχ. 10.5ιδ). Η αύξηση επομένως της κινητικής ενέργειας εντός της αντλίας δεν γίνεται με ροή κατά την ακτινική (ή μεικτή) διεύθυνση.

Η ροή του ρευστού είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη: Το υγρό στροβιλίζεται στο χώρο ανάμεσα σε δύο περύ-



Σχ. 10.5ιγ.
Περωτές στροβιλοαντλιών (Merco).



Σχ. 10.5ιδ.
Στροβιλοαντλία.

για, η στροβιλιζόμενη μάζα περιστρέφεται μαζί με την περωτή, εξέρχεται στο στενό περιφερειακό οχετό, εισέρχεται πάλι ανάμεσα σε περύγια κ.ο.κ. μέχρι μ' αυτήν την περιστροφική ελικοειδή κίνηση, να φθάσει στην έξοδο. Σε κάθε είσοδο ανάμεσα σε περύγια, αυξάνεται η κινητική ενέργεια του υγρού (λόγω περιστροφής). Έτσι, το ύψος της κινητικής ενέργειας που αποκτά τελικά το υγρό, είναι σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο των φυγοκέντρων αντλιών. Η σταδιακή μείωση της διατομής στην έξοδο, έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της ταχύτητας και τη μετατροπή της κινητικής ενέργειας σε ενέργεια πίεσης.

Έτσι, οι στροβιλοαντλίες δεν μπορούν να καταταχθούν στις αντλίες ακινητικής ροής, ούτε στις αντλίες αξονικής ή μεικτής ροής. Λόγω της πολύπλοκης κινήσεως του υγρού στην περιφέρεια, ονομάζονται και **περιφερειακές αντλίες** (Peripheral pumps).

Γενικά, η παροχή αυτών των αντλιών είναι σχετικά μικρή, αλλά το αποδιδόμενο ύψος πολύ μεγάλο. Σημαντικό πλεονέκτημά τους αποτελεί η δυνατότητα να λειτουργήσουν και στην περίπτωση που το υγρό συμπαρασύρει σημαντικές ποσότητες αερίων ή ατμών (μέχρι περίπου 20% κατά όγκο). Το χαρακτηριστικό αυτό τις καθιστά αυτοεκκινούμενες. Πάντως δεν είναι κατάλληλες για υγρά με μεγάλο ιξώδες ή με κάποια αξιοσημείωτη ποσότητα αιωρούμενων στερεών.

10.5.5 Αντλίες ακροφυσίου ή εκκυτήρες.

Οι αντλίες ακροφυσίου (jet pumps) ή εκκυτήρες, γνωστές και ως τζιφάρια (από το όνομα του Γάλλου μηχανικού Giffard που πρώτος τις σχεδίασε), δεν είναι περιστροφικές. Η λειτουργία τους βασίζεται στη δημιουργία υποπίεσης σε αγωγό, στον οποίο ρέει ένα (βοηθητικό) ρευστό, για την αναρρόφηση και την άντληση ενός άλλου. Τα κύρια εξαρτήματα μιας αντλίας ακροφυσίου είναι το **ακροφύσιο**, ο **αγωγός αναρροφήσεως** και ο **διαχυτήρας** (σχ. 10.5ιε). Το **βοηθητικό ρευστό** δύναται να είναι υγρό ή αέριο.

Αν η διάμετρος εισόδου του βοηθητικού ρευστού στο ακροφύσιο είναι d_1 , η ταχύτητά του v_1 και η πίεση p_1 και τα αντίστοιχα μεγέθη στην έξοδο του ακροφυσίου d_2 , v_2 και p_2 , ισχύει: $p_2 < p_1$. Πιο συγκεκριμένα, αν το βοηθητικό ρευστό είναι υγρό, σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας έχουμε:

$$Q = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \quad (10.8)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli:

$$y_1 - y_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = h_j \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = h_j \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{\rho \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2} + \gamma \cdot h_j$$

Και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (10.8):

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} \cdot \left[\left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 - 1 \right] + \gamma \cdot h_j \quad (10.9)$$

Η εξίσωση (10.9) δείχνει την πτώση πίεσης που έχουμε στην έξοδο του ακροφυσίου. Αν για παράδειγμα, το βοηθητικό υγρό είναι νερό, το οποίο εισέρχεται στο ακροφύσιο με ταχύτητα 1 m/s και ο λόγος των διαμέτρων του ακροφυσίου είναι 4 ($d_1/d_2 = 4$), ακόμα και αν οι απώλειες θεωρηθούν αμελητέες, από την εξίσωση (10.9) υπολογίζουμε μία πτώση πίεσης: $p_1 - p_2 = 255 \text{ KPa}$.

Σημείωση: Αν το αρχικό ύψος ταχύτητας ($v_1^2/2g$) και το ύψος απωλειών (h_j) θεωρηθούν αμελητέα, από την εξίσωση Bernoulli προκύπτει η σχέση (η οποία χρησιμοποιείται για τον προσεγγιστικό υπολογισμό της πτώσης πίεσης):

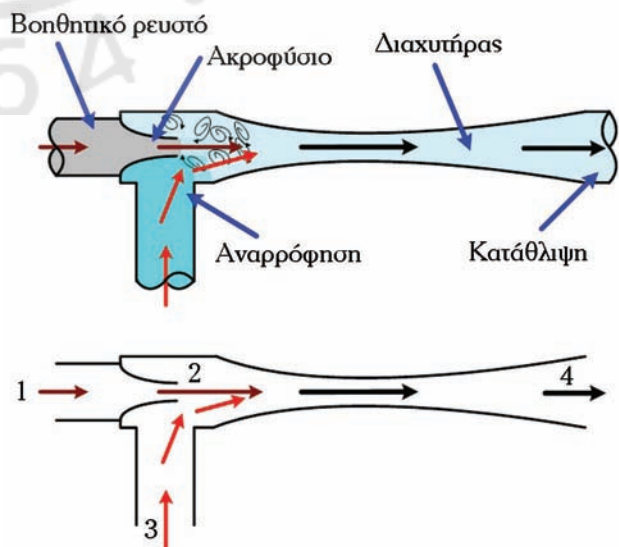
$$p_1 - p_2 = \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} \quad (10.9a)$$

Η πτώση πίεσης στην έξοδο του ακροφυσίου (σημείο 2 του σχήματος 10.5ιε) οδηγεί σε αναρρόφηση του αντλούμενου ρευστού από το σωλήνα αναρροφήσεως 3, με παροχή και ταχύτητα οι οποίες εξαρτώνται από τη διαφορά πίεσης και τα μεγέθη του σωλήνα αναρροφήσεως. Το αντλούμενο ρευστό αναμειγνύεται με το βοηθητικό και αποκτούν κοινή ταχύτητα. Στο αποκλίνον τμήμα του αγωγού (διαχυτήρας), η ταχύτητα μειώνεται και αυξάνει η πίεση του ρευστού.

Σημαντικό πλεονέκτημα των εκχυτήρων είναι ότι δεν διαθέτουν κινητά μέρη (στροφείο ή έμβολο). Για την άντληση, λαμβάνουν ενέργεια από το βοηθητικό ρευστό και όχι απευθείας από κινητήρια μηχανή. Ως βοηθητικό ρευστό χρησιμοποιούν συνήθως, υδρατμό, πεπιεσμένο αέρα ή νερό υπό πίεση. Χρησιμοποιούνται για την άντληση υγρών αλλά και αερίων, για δημιουργία κενού κ.ά.. Στα πλοία συναντάμε εκχυτήρες εξαντλήσεως κυτών, έρματος, ακαθάρτων, προπληρώσεως των σωλήνων αναρροφήσεως των φυγοκεντρικών αντλιών κ.λπ..

10.6 Σύγκριση αντλιών.

Μπορούμε τώρα να αναφέρουμε τα βασικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα που παρουσιάζουν οι διάφοροι τύποι αντλιών, συγκρινόμενοι μεταξύ τους. Σημειώνουμε ότι αυτή η γενική σύγκριση δεν



Σχ. 10.5ιε.

Αρχή λειτουργίας αντλίας ακροφυσίου.

υποκαθιστά τη σημαντικά πιο σύνθετη διαδικασία επιλογής της κατάλληλης αντλίας, ανάλογα με τη χρήση για την οποία προορίζεται. Γι' αυτήν όμως την επιλογή, απαιτείται η γνώση σημαντικών λειτουργικών και ενεργειακών χαρακτηριστικών των αντλιών, τα σημαντικότερα των οποίων θα εξετάσουμε σε επόμενα κεφάλαια.

Συγκρίνοντας τις δύο μεγάλες κατηγορίες των αντλιών, παρατηρούμε ότι οι δυναμικές περιστροφικές αντλίες και ιδιαίτερα οι φυγόκεντρες, παρουσιάζουν σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τις αντλίες θετικής εκτοπίσεως:

α) Έχουν σχετικά μικρό μέγεθος και, λόγω της μεγάλης περιστροφικής τους ταχύτητας, δίνουν μεγάλες παροχές. Υπάρχουν φυγόκεντρες αντλίες με παροχές που ξεπερνούν τις 25.000 m³/h (και αντλίες αξονικής ροής με παροχές 100.000 m³/h), τη στιγμή που η παροχή των περιστροφικών αντλιών θετικής εκτοπίσεως δεν ξεπερνά τα 1000 m³/h.

β) Υπάρχει δυνατότητα απευθείας συζεύξεως με ηλεκτροκινητήρες ή ατμοστρόβιλο (η περιοχή ταχυτήτων είναι συνήθως από 1200 έως 2000 rpm).

γ) Η κίνηση του υγρού είναι ομοιόμορφη, με αποτέλεσμα η παροχή και η πίεση να παραμένουν σταθερές.

δ) Υπάρχει δυνατότητα αυξομειώσεως της παροχής, όχι μόνο με την αλλαγή της περιστροφικής ταχύτητας, αλλά και άμεσα με χρήση βαλβίδας ρυθμίσεως της παροχής στην κατάθλιψη της αντλίας.

ε) Η λειτουργία τους είναι ασφαλέστερη (μικρός αριθμός κινουμένων στοιχείων, έλλειψη βαλβίδων, κινούμενα στοιχεία συνήθως αυτολιπαινόμενα).

Αλλά παρουσιάζουν και μια σειρά **μειονεκτημάτων** όπως:

α) Έχουν μικρότερο βαθμό αποδόσεως, ιδιαίτερα όταν λειτουργούν σε χαμηλές παροχές και υψηλές πιέσεις. Κατά συνέπεια, παρουσιάζουν υψηλότερο ενεργειακό κόστος.

β) Είναι ακατάλληλες για τη διακίνηση παχυρρευστών υγρών ή υγρών που περιέχουν μεγάλες ποσότητες στερεών υλικών (ιδιαίτερα σε χαμηλές παροχές). Μπορούν να αντλήσουν υγρά με μέγιστη τιμή κινηματικού ιξώδους μόλις $6 \cdot 10^{-4}$ m²/s, αφού η αντίστοιχη μέγιστη τιμή για περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως ανέρχεται σε 1,3 m²/s.

γ) Μεγάλα ύψη πίεσεως μπορούν να επιτευχθούν μόνο με χρήση πολυβαθμίων αντλιών υψηλού αριθμού στροφών. Σημειώνουμε ότι στις παλινδρομικές, αλλά και σε αρκετές περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως, επιτυγχάνονται μεγάλα ύψη ακόμα και σε χαμηλές ταχύτητες και μικρές παροχές.

δ) Χρειάζονται σύστημα προπληρώσεως του σωλήνα αναρροφήσεως για την έναρξη λειτουργίας τους (εκτός αν είναι τοποθετημένες χαμηλότερα από την επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως), σε αντίθεση με τις αντλίες θετικής εκτοπίσεως, οι οποίες είναι αυτοεκκινούμενες.

ε) Είναι πιο ευάλωτες σε σπλαιώδη διάβρωση (λόγω υποπίεσεως) από τις αντλίες θετικής εκτοπίσεως.

Η παραπάνω γενική σύγκριση, αιτιολογεί το γεγονός ότι οι δυναμικές αντλίες, είναι αυτές που βρίσκουν τη μεγαλύτερη χρήση, αλλά σε μια σειρά εφαρμογών αδυνατούν να υποκαταστήσουν τις περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως οι οποίες χρησιμοποιούνται επίσης ευρύτατα.

Όσον αφορά στη σύγκριση μεταξύ των διαφόρων τύπων **αντλιών θετικής εκτοπίσεως**, πρέπει να σημειώσουμε τα σημαντικά πλεονεκτήματα των περιστροφικών έναντι των παλινδρομικών. Αυτά σχετίζονται με την ομαλότερη λειτουργία, το μικρότερο μέγεθος, την έλλειψη σημαντικών διακυμάνσεων στη στιγμιαία παροχή και στην πίεση (κάτι που οι παλινδρομικές το επιτυγχάνουν μόνο αν είναι πολυβάθμιες), καθώς και στην ευελιξία που παρουσιάζουν, λόγω των αρκετών διαφορετικών τύπων, μεγεθών και δυνατοτήτων ρυθμίσεως.

Όσον αφορά στους κύριους τύπους **περιστροφικών αντλιών θετικής εκτοπίσεως**, σημειώνουμε τα ακόλουθα:

α) Οι **αντλίες εσωτερικής οδοντώσεως** δίδουν ικανοποιητικές για την κατηγορία παροχές και σχετικά μικρό ύψος πίεσεως. Έχουν την ικανότητα αντλήσεως παχυρρευστών υγρών και υγρών με αξιόλογη περιεκτικότητα στερεών.

β) Οι **αντλίες εξωτερικής οδοντώσεως** αντίθετα, μπορούν να αποδώσουν πολύ μεγάλο ύψος πίεσης αλλά δίνουν πολύ μικρές παροχές. Δυσκολεύονται στην άντληση παχυρρευστων υγρών και δεν ενδείκνυνται για άντληση υγρών που περιέχουν στερεά.

γ) Οι **αντλίες λοβών** είναι πιο ισορροπημένες όσον αφορά στην παροχή και στο ύψος πίεσης και, όπως οι αντλίες εσωτερικής οδοντώσεως, έχουν την ικανότητα αντλήσεως παχυρρευστων υγρών και υγρών με αξιόλογη περιεκτικότητα στερεών.

δ) Τέλος, οι **αντλίες περυγίων** δίνουν τη μέγιστη παροχή της κατηγορίας, αλλά και την ελάχιστη πίεση. Δεν ενδείκνυνται για άντληση παχυρρευστων υγρών και υγρών που περιέχουν στερεά σωματίδια.

Παραθέτομε ορισμένα χαρακτηριστικά των περιστροφικών αντλιών θετικής εκτοπίσεως σύμφωνα με μία από τις μεγαλύτερες εταιρείες κατασκευής τους (Viking Pump Inc) (Πίν. 10.6.1):

Πίνακας 10.6.1
Σύγκριση περιστροφικών αντλιών Viking.

	Εσωτερικής οδοντώσεως	Εξωτερικής οδοντώσεως	Αντλίες λοβών	Αντλίες περυγίων
Μέγιστη παροχή (m ³ /h)	363	7,3	184	640
Μέγιστη πίεση καταθλίψεως (bar)	17	172	27	14
Μέγιστο ιξώδες (m ² /s)	4,4·10 ⁻¹	1,65·10 ⁻²	4,4·10 ⁻¹	5·10 ⁻⁴
Μέγιστη θερμοκρασία (°C)	370	230	205	260
Δυνατότητα διαχειρίσεως στερεών	Σωματίδια μικρού μεγέθους	Όχι	Σωματίδια μεγάλου μεγέθους	Όχι

Η μεγάλη ποικιλία τύπων, μεγεθών και δυνατοτήτων των **δυναμικών αντλιών**, περιορίζει σημαντικά τη χρήση των αντλιών θετικής εκτοπίσεως.

Οι **φυγόκεντρες αντλίες** (ή **αντλίες ακτινικής ροής**), οι οποίες είναι και αυτές που χρησιμοποιούνται περισσότερο, συνδυάζουν αρμονικά τις παροχές (από μερικές δεκάδες m³/h ως 25.000 m³/h) με το αποδιδόμενο ύψος, το οποίο είναι μεν μικρό σε σχέση με τις αντλίες θετικής εκτοπίσεως (η πίεση καταθλίψεως των μονοβαθμίων είναι περίπου 7 bar), αλλά στις πολυβάθμιες μπορεί να λάβει εντυπωσιακά υψηλές τιμές (η πίεση καταθλίψεως μπορεί να φθάσει κοντά τα 400 bar). Μεγαλύτερες παροχές δίνουν οι φυγόκεντρες αντλίες διπλής αναρροφήσεως, ενώ μεγαλύτερο αποδιδόμενο ύψος ανά βαθμίδα, οι αντλίες με περωτές κλειστού τύπου. Όμως οι τελευταίες δεν είναι κατάλληλες για την άντληση ρευστών με αυξημένη ποσότητα αιωρουμένων στερεών.

Οι **αντλίες αξονικής ροής** ενδείκνυνται για μεγάλες παροχές και μικρά αποδιδόμενα ύψη. Ανάλογα με το μέγεθός τους οι αντλίες αυτές μπορούν να δώσουν παροχές από μερικές εκατοντάδες m³/h ως 100.000 m³/h (σε ειδικές κατασκευές ως και 300.000 m³/h). Το αποδιδόμενο ύψος δεν ξεπερνά τα 2 bar, αλλά μπορεί να βελτιωθεί με χρήση πολυβαθμίων αντλιών αξονικής ροής, παραμένοντας όμως σχετικά χαμηλό (η πίεση καταθλίψεως μπορεί να φθάσει περίπου τα 30 bar).

Οι **αντλίες μεικτής ροής** δίνουν επίσης μεγάλες παροχές (μεγαλύτερες από τις παροχές φυγοκέ-

ντρων αντλιών αντιστοίχων διαστάσεων, αλλά μικρότερες από των αντλιών αξονικής ροής). Το αποδιδόμενο ύψος, αν και βελτιωμένο σε σχέση με τις αντλίες αξονικής ροής, είναι μικρό.

Τέλος, οι **στροβιλοαντλίες**, παρουσιάζουν το μεγαλύτερο αποδιδόμενο ύψος ανά βαθμίδα στην κατηγορία των δυναμικών αντλιών (διπλάσιο απ' αυτό των φυγοκέντρων), αλλά οι παροχές που επιτυγχάνουν είναι μικρές. Είναι κατάλληλες μόνο για την άντληση καθαρών ρευστών και χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις που επιδιώκομε υψηλές πιέσεις και σχετικά μικρές παροχές.

Η ισχύς που καταναλώνουν οι δυναμικές αντλίες βιομηχανικής χρήσεως, ξεκινούν από μερικές δεκάδες KW και –για τα μεγάλα συγκροτήματα ειδικών χρήσεων– μπορεί να φθάσει τις 5000 KW.

Η παραπάνω καταρχήν σύγκριση των αντλιών διαφορετικών τύπων πρέπει να συμπληρωθεί με τα χαρακτηριστικά μεγέθη και τις καμπύλες λειτουργίας των αντλιών, τα οποία θα εξετάσουμε στα κεφάλαια που ακολουθούν. Φυσικά, η επιλογή συγκεκριμένης αντλίας, εξαρτάται πάντοτε από τις παραμέτρους και τις απαιτήσεις του συστήματος αντλήσεως, στο οποίο η αντλία θα χρησιμοποιηθεί.





ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΝΤΛΗΣΕΩΣ

11.1 Οι νόμοι διατηρήσεως σε σύστημα αντλήσεως

11.2 Ύψος αναρροφήσεως

11.3 Επίδραση των φυσικών ιδιοτήτων του υγρού στην αντλία

11.4 Χαρακτηριστικά μεγέθη συστημάτων αντλήσεως και αντλιών

11.5 Ασκήσεις

11.1 Οι νόμοι διατηρήσεως σε σύστημα αντλήσεως.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο είδαμε την κατάταξη των αντλιών και μία σύντομη περιγραφή των λειτουργικών χαρακτηριστικών και δυνατοτήτων των σημαντικότερων κατηγοριών και τύπων. Επίσης, προχωρήσαμε σε μια πρώτη σύγκριση των αντλιών.

Για να κατανοήσουμε καλύτερα τη λειτουργία των αντλιών, το ρόλο τους, τα πιθανά προβλήματα κατά τη χρήση τους και να διαμορφώσουμε κριτήρια επιλογής τους, είναι αναγκαίο να τις τοποθετήσουμε στο περιβάλλον εργασίας τους. Αυτό είναι το σύστημα αντλήσεως.

Σ' αυτό το κεφάλαιο, θα μελετήσουμε τις ενεργειακές ανάγκες του συστήματος αντλήσεως, τις οποίες καλούνται να καλύψουν οι αντλίες που βρίσκονται τοποθετημένες σ' αυτό.

Οι νόμοι διατηρήσεως της μάζας και της ενέργειας, όπως συγκεκριμενοποιήθηκαν για τα ασυμπίεστα ρευστά ως εξίσωση της συνέχειας και γενικευμένη εξίσωση Bernoulli αντίστοιχα (Τρίτο Κεφάλαιο, παράγρ. 3.3 και 3.4), εφαρμόζονται και σε οποιοδήποτε σύστημα αντλήσεως.

Το γενικό σύστημα αντλήσεως του σχήματος 11.1α(α), αποτελείται από τρία υποσυστήματα: το **σωλήνα αναρροφήσεως** 1-A, το **σωλήνα καταθλίψεως** K-2, και την **αντλία**, η οποία παρεμβάλλεται μεταξύ των δύο σωλήνων. Η αντλία αναρροφά υγρό από την κατάσταση 1 (η οποία ενεργειακά χαρακτηρίζεται από το υψόμετρο y_1 , την πίεση του υγρού p_1 και την ταχύτητα v_1) και το καταθλίβει στην κατάσταση 2 (αντίστοιχα μεγέθη: y_2, p_2, v_2).

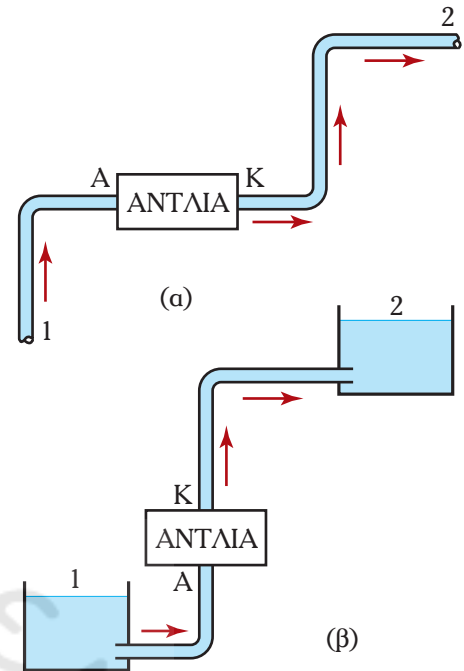
Πρέπει να σημειώσουμε ότι τα σημεία 1 και 2 δεν είναι υποχρεωτικά σημεία των σωλήνων αναρροφήσεως και καταθλίψεως. Αν υπάρχουν δεξαμενές αναρροφήσεως και καταθλίψεως, όπως στο σχήμα 11.1α(β), τα σημεία 1 και 2 αντιστοιχούν στις ελεύθερες επιφάνειες των δύο δεξαμενών. Σ' αυτήν την περίπτωση τα σημεία αυτά έχουν μηδενική ταχύτητα ($v_1 = v_2 = 0$), ενώ οι ταχύτητες εντός των σωλήνων (v_a και v_k) είναι διάφορες του μηδενός. (Στην περίπτωση κλειστού συστήματος αντλήσεως, τα δύο σημεία ταυτίζονται).

11.1.1 Εξίσωση της συνέχειας.

Σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας, σε ένα σύστημα αντλήσεως μόνιμης λειτουργίας, η παροχή παραμένει σταθερή.

Εδώ όμως πρέπει να τονίσουμε κάποιες ιδιομορφίες. Καταρχήν, μόνιμη λειτουργία σημαίνει ότι δεν αλλάζει καμιά παράμετρος στις σωληνώσεις. Για παράδειγμα, κάποια αλλαγή στο άνοιγμα της βαλβίδας καταθλίψεως, τροποποιεί το συντελεστή τοπικών απωλειών και κατά συνέπεια αλλάζει η παροχή. Το ίδιο θα συμβεί αν αλλάξουν οι συνθήκες λειτουργίας της αντλίας (π.χ. αν αυξηθούν οι στροφές μιας φυγόκεντρης αντλίας).

Πρέπει επίσης να διευκρινίσουμε τι συμβαίνει με την παροχή του συστήματος στην περίπτωση των παλινδρομικών αντλιών απλής ενέργειας. Σ' αυτές, η αντλία αναρροφά στη μία φάση και καταθλίβει στην επόμενη. Άρα η παροχή δεν είναι συνεχής. Όπως είδαμε, η χρήση αεροκωδώνων μειώνει το πρόβλημα, αλλά δεν το εξαλείφει. Πιο ισορροπημένη παρουσιάζεται η κατάσταση στις παλινδρομικές αντλίες διπλής ενέργειας, αλλά το πρόβλημα των μικρών αυξομειώσεων των στιγμιαίων τιμών της παροχής συνεχίζει να υπάρχει: Η στιγμιαία παροχή στις παλινδρομικές αντλίες μεταβάλλεται περιοδικά γύρω από μία μέση τιμή, η οποία είναι σταθερή και αποτελεί την παροχή του συστήματος αντλήσεως. Αντίστοιχο πρόβλημα δεν παρουσιάζεται στους άλλους τύπους αντλιών, στις οποίες η παροχή είναι σταθερή.



Σχ. 11.1α.
Σύστημα αντλήσεως.

Σύμφωνα με όσα αναπτύξαμε στο Τρίτο Κεφάλαιο, σε οποιαδήποτε διατομή του συστήματος κάθετη στη ροή ισχύει:

$$Q = A \cdot v = \text{σταθ.} \quad (11.1)$$

όπου: Q η παροχή όγκου, A το εμβαδόν της διατομής κάθετης στη ροή και v η ταχύτητα ροής στο σημείο της διατομής.

Για τους σωλήνες αναρροφήσεως και καταθλίψεως: $A_a = \pi \cdot d_a^2/4$, $A_k = \pi \cdot d_k^2/4$, οπότε η εξίσωση (11.1) γίνεται:

$$Q = A \cdot v = \frac{\pi \cdot d_a^4}{4} \cdot v_a = \frac{\pi \cdot d_k^4}{4} \cdot v_k \quad (11.1a)$$

όπου: v_a και v_k οι ταχύτητες του υγρού στους σωλήνες αναρροφήσεως και καταθλίψεως αντίστοιχα.

Συνήθως, ο σωλήνας καταθλίψεως έχει ελαφρά μικρότερη διάμετρο από το σωλήνα αναρροφήσεως. Επομένως, η ταχύτητα ροής είναι λίγο μεγαλύτερη στο σωλήνα καταθλίψεως:

$$d_k < d_a \Rightarrow v_a > v_k$$

Στο εσωτερικό της αντλίας η κάθετη στη ροή διατομή δεν είναι κυκλική (όπως στο σωλήνα), αλλά εξαρτάται από τον τύπο και το σχεδιασμό της αντλίας. Προς το παρόν, για την αντλία, περιοριζόμαστε στη γενική σχέση (11.1). Τη συγκεκριμένη εφαρμογή της εξισώσεως συνέχειας στο εσωτερικό των (ευρύτατα χρησιμοποιούμενων) φυγοκεντρικών αντλιών, θα την αναπτύξουμε στο Δωδέκατο Κεφάλαιο.

11.1.2 Εξίσωση της ενέργειας.

Όπως είδαμε, ο νόμος διατηρήσεως της ενέργειας στα ασυμπίεστα ρευστά εκφράζεται με την εξίσωση Bernoulli. Σ' αυτήν, τα ενεργειακά μεγέθη εκφράζονται ανά μονάδα βάρους υγρού και κατά συνέπεια, έχουν διαστάσεις μήκους. Για τούτο ονομάζονται **ύψη ενέργειας**. Η εξίσωση Bernoulli εφαρμόζεται μεταξύ δύο σημείων του συστήματος, κατάλληλα επιλεγμένων ανάλογα με τις συνθήκες του προβλήματος. Η εφαρμογή της εξισώσεως Bernoulli μας επιτρέπει να υπολογίσουμε το αποδιδόμενο ύψος αντλίας H_o .

Για να μελετήσουμε ενεργειακά τα συστήματα αντλήσεως του σχήματος 11.1α, θα εφαρμόσουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2.

Το ολικό ύψος ενέργειας του ρευστού (ενέργεια ανά μονάδα βάρους) σε κάποιο σημείο, ισούται με το άθροισμα του ύψους δυναμικής ενέργειας, του ύψους ενέργειας πίεσεως (ή απλά ύψους πίεσεως) και του ύψους κινητικής ενέργειας (ή απλά ύψους ταχύτητας):

$$H_1 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + y_1 \quad (11.2a)$$

$$H_2 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + y_2 \quad (11.2b)$$

Κατά τη ροή του υγρού στους σωλήνες αναρροφήσεως (1-A) και καταθλίψεως (Κ-2) με παροχή Q , το ύψος ενεργειακών απωλειών είναι:

$$\Sigma h = h_a + h_k \quad (11.2\gamma)$$

Καθώς το υγρό περνά από την αντλία, παραλαμβάνει ύψος ενέργειας H_o το οποίο καλείται **αποδιδόμενο ή ολικό ύψος αντλίας**.

Το ισοζύγιο ενέργειας (ανά μονάδα βάρους ρευστού) είναι:

$$H_1 + H_o = H_2 + \Sigma h \Rightarrow H_o = (H_2 - H_1) + \Sigma h \quad (11.2\delta)$$

Αντικαθιστώντας τα H_1 και H_2 προκύπτει η εξίσωση ενέργειας για αντλίες:

$$H_o = (y_2 - y_1) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \quad (11.2\epsilon)$$

Στατικό ή γεωμετρικό ύψος του συστήματος αντλήσεως H_Σ ονομάζεται η υψομετρική διαφορά $y_2 - y_1$, η οποία εκφράζει τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της μονάδας βάρους του ρευστού. Αντίστοιχα, **στατικό ύψος αναρροφήσεως $H_{\Sigma a}$** καλείται η υψομετρική διαφορά $y_A - y_1$, και **στατικό ύψος καταθλίψεως $H_{\Sigma k}$** , η υψομετρική διαφορά $y_2 - y_K$. Είναι:

$$H_\Sigma = y_2 - y_1 = H_{\Sigma a} + H_{\Sigma k} + h_{\Sigma p} \quad (11.2\sigma\tau)$$

όπου: $h_{\Sigma p} = y_K - y_A$ το στατικό ύψος της αντλίας, συνήθως αμελητέο.

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (10.3ε) γίνεται:

$$H_o = H_\Sigma + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \quad (11.2)$$

Η εξίσωση (11.2) δείχνει σε τι μορφές ενέργειας μετατρέπεται το μηχανικό έργο ανά μονάδα βάρους που αποδίδει η αντλία στο σύστημα αντλήσεως:

- 1^ο: Αυξάνει τη δυναμική ενέργεια (στατικό ύψος: $H_\Sigma = y_2 - y_1$).
- 2^ο: Αυξάνει την ενέργεια πίεσεως (μεταβολή ύψους πίεσεως: $\frac{p_2 - p_1}{\gamma}$).
- 3^ο: Αυξάνει την κινητική ενέργεια (μεταβολή ύψους ταχύτητας: $\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$).
- 4^ο: Καλύπτει τις απώλειες λόγω τριβών (ύψος απωλειών: $\Sigma h = h_a + h_k$).

Από τους 4 ενεργειακούς όρους του δεύτερου σκέλους της εξισώσεως (11.2), θετική τιμή έχει πάντα το ύψος απωλειών Σh . Από τους υπόλοιπους όρους κάποιοι μπορεί να μηδενίζονται ή και να έχουν αρνητική τιμή. Πιο συγκεκριμένα:

- **Οι απώλειες λόγω τριβών είναι υπαρκτές (αναπόφευκτες) σε όλα τα συστήματα αντλήσεως.** Μάλιστα στα κλειστά συστήματα αντλήσεως, μόνο αυτές είναι υπαρκτές (αφού τα σημεία 1 και 2 ταυτίζονται).
- **Η αύξηση της δυναμικής ενέργειας,** είναι ο βασικός ενεργειακός στόχος των αντλητικών συστημάτων που χρησιμοποιούνται για την ανύψωση των υγρών (π.χ. άντληση νερού από γεώτρηση, από θάλασσα κ.ά.) Στην αρκετά συνηθισμένη περίπτωση ανυψώσεως υγρού από μία δεξαμενή σε άλλη (σχ. 11.1β), αν στην επιφάνεια των δύο δεξαμενών επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση, η εξίσωση (11.2) γίνεται:

$$H_o = H_\Sigma + \Sigma h \quad (11.2\zeta)$$

Στην περίπτωση που το σημείο 1 βρίσκεται υψηλότερα από το 2, το στατικό ύψος είναι αρνητικό (και μειώνει το φορτίο της αντλίας).

- **Η αύξηση της ενέργειας πίεσεως** αποτελεί τη σημαντικότερη ενεργειακή μεταβολή στην περίπτωση κατά την οποία το σύστημα αντλήσεως μεταφέρει υγρό σε χώρο υψηλής πίεσεως. Έτσι, το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας τροφοδοσίας ατμολεβήτων, μετατρέπεται κατά κύριο λόγο σε ύψος πίεσεως. Αν η υψομετρική διαφορά είναι αμελητέα:

$$H_o = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \Sigma h \quad (11.2\eta)$$

Σημαντική επίσης είναι η μεταβολή της ενέργειας πίεσεως στα συστήματα, στα οποία δεξαμενή καταθλίψεως είναι κάποιο πιεστικό δοχείο.

- **Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας** στις περισσότερες περιπτώσεις είναι σχετικά μικρή. Είναι ίση με μηδέν όταν το σύστημα αντλήσεως έχει δεξαμενές αναρροφήσεως και καταθλίψεως (σχ.11.1β), αφού στις ελεύθερες επιφάνειες των δεξαμενών η ταχύτητα είναι πρακτικά μηδενική. Είναι αμελητέα ή μηδενική, όταν το σύστημα που μελετάμε ξεκινά και τελειώνει σε σωλήνες παραπλήσιας ή ίδιας διαμέτρου (σωλήνες ίσης διαμέτρου σε σύστημα σταθερής παροχής έχουν ίση ταχύτητα, όπως προκύπτει από την εξίσωση της συνέχειας). Είναι μικρή (αλλά υπολογίσιμη), όταν το σύστημα αντλήσεως ξεκινά από δεξαμενή αναρροφήσεως ($v_1 = 0$) και τελειώνει σε σωλήνα ($v_2 \neq 0$). Η μοναδική περίπτωση, στην οποία το ύψος κινητικής ενέργειας αποτελεί αποφασιστικό ενεργειακό παράγοντα, είναι εκείνη κατά την οποία, η αύξηση της ταχύτητας του υγρού αποτελεί στόχο του συστήματος αντλήσεως. Αυτό συναντάται στα συστήματα πυροσβέσεως. Το επιτυγχάνουμε με τοποθέτηση συγκλίνοντος ακροφυσίου στην έξοδο του συστήματος (σημείο 2), οπότε η διάμετρος d_2 γίνεται πολύ μικρή, και κατά συνέπεια, η ταχύτητα v_2 πολύ μεγάλη.

Παράδειγμα 1

Να υπολογισθούν και να συγκριθούν μεταξύ τους τα ύψη δυναμικής ενέργειας, ενέργειας πίεσης και κινητικής ενέργειας που πρέπει να αντιμετωπίσει η αντλία του σχήματος 11.1γ αν το ρευστό είναι νερό και γνωρίζουμε ότι:

$$y_1 = -10 \text{ m}, p_1 = p_{\text{ατμ}}$$

$$y_2 = 5 \text{ m}, p_2 = 300 \text{ KPa}, v_2 = 3 \text{ m/s}$$

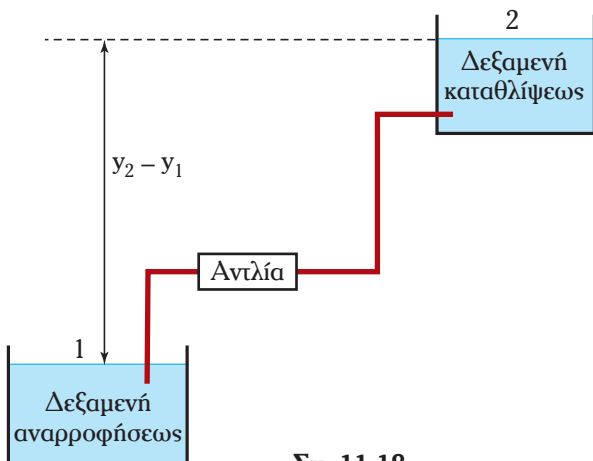
Λύση:

Πρέπει καταρχήν να προσδιορίσουμε τα όρια του συστήματος αντλήσεως. Υπάρχει δεξαμενή αναρροφήσεως, επομένως το σύστημα ξεκινά από την ελεύθερη επιφάνειά της (σημείο 1). Το σύστημα τελειώνει στο σημείο 2 (έξοδος του σωλήνα καταθλίψεως) όπου εκρέει το νερό ελεύθερα σε χώρο υψηλής πίεσης με ταχύτητα v_2 (από ενεργειακής πλευράς δεν υπάρχει δεξαμενή καταθλίψεως).

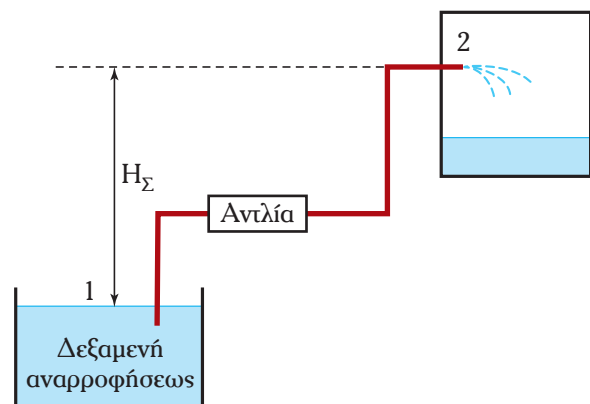
– **Στατικό ύψος:** $H_{\Sigma} = y_2 - y_1 \Rightarrow H_{\Sigma} = 15 \text{ m}$

– **Ύψος πίεσης:** $\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{(300 - 101,3) \text{ KPa}}{9,81 \text{ KN/m}^3} = 20,24 \text{ m}$

– **Ύψος ταχύτητας:** $\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{(3 - 0^2)(\text{m/s})^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,46 \text{ m}$



Σχ. 11.1β.
Σύστημα αντλήσεως.



Σχ. 11.1γ.

Άρα το ύψος ενέργειας του νερού αυξήθηκε συνολικά από το σημείο 1 ως το σημείο 2 κατά:

$$\Delta H = (15+20,24+0,46) \text{ m} \Rightarrow \Delta H = 35,7 \text{ m}$$

Το ποσοστό που αντιστοιχεί στην αύξηση της δυναμικής ενέργειας είναι:

$$H_{\Sigma}/H = 15/35,7 = 0,42 \text{ ή } 42\%$$

Αντίστοιχα, το ποσοστό αύξησης της ενέργειας πίεσης προκύπτει ίσο με 56,7%, ενώ το ποσοστό αύξησης της κινητικής ενέργειας, μόλις 1,3%.

Σημειώνουμε ότι το αποδιδόμενο από την αντλία ύψος είναι μεγαλύτερο των 35,7 m, αφού εκτός από την αύξηση του ύψους ενέργειας του νερού, πρέπει να αντιμετωπίσει και το ύψος απωλειών Σh (εξίσωση 11.28).

Μία αξιόλογη τροποποίηση της εξίσωσης υπολογισμού του αποδιδόμενου ύψους της αντλίας (11.2), προκύπτει αν αντικαταστήσουμε το ύψος απωλειών και κινητικής ενέργειας συναρτήσει της παροχής:

$$\begin{aligned} \Sigma h &= h_a + h_b \Rightarrow \Sigma h = \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \cdot \left(f_a \cdot \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{Q^2}{d_a^4} + \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \cdot \left(f_k \cdot \frac{L_k}{d_k} + \Sigma K_k \right) \cdot \frac{Q^2}{d_k^4} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Sigma h = a_a \cdot Q^2 + a_k \cdot Q^2 \Rightarrow \Sigma h = (a_a + a_k) \cdot Q^2 \end{aligned}$$

όπου:
$$a_i = \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \cdot \left(f_i \cdot \frac{L_i}{d_i} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{1}{d_i^4}$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (10.3), προκύπτει:

$$H_o = H_{\Sigma} + \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + (a_a + a_k) \cdot Q^2 \Rightarrow H_o = a + \beta \cdot Q^2 \quad (11.3)$$

όπου:
$$a = H_{\Sigma} + \frac{P_2 - P_1}{\gamma} \quad (11.3a)$$

Ο υπολογισμός του β χρειάζεται μεγαλύτερη προσοχή:

$$- \text{Αν } v_2 = v_1 \Rightarrow \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = 0 \Rightarrow \beta = a_a + a_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{8}{\pi^2 g} \left[\left(f_a \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{1}{d_a^4} + \left(f_k \frac{L_k}{d_k} + \Sigma K_k \right) \cdot \frac{1}{d_k^4} \right] \quad (11.3\beta)$$

$$- \text{Αν } v_1 = 0, v_2 = v_k \Rightarrow \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{v_k^2}{2g} = \frac{8}{\pi^2 g \cdot d_k^4} \cdot Q^2 \text{ και ο } \beta \text{ διαφοροποιείται ελαφρά:}$$

$$\beta = \frac{8}{\pi^2 g} \left[\left(f_a \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{1}{d_a^4} + \left(f_k \frac{L_k}{d_k} + \Sigma K_k + 1 \right) \cdot \frac{1}{d_k^4} \right] \quad (11.3\gamma)$$

$$- \text{Αν } v_1 = 0, v_2 > v_k \text{ (έξοδος ακροφυσίου με διάμετρο } d_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{8}{\pi^2 g \cdot d_2^4} \cdot Q^2 \text{ οπότε:}$$

$$\beta = \frac{8}{\pi^2 g} \left[\left(f_a \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{1}{d_a^4} + \left(f_k \frac{L_k}{d_k} + \Sigma K_k \right) \cdot \frac{1}{d_k^4} + \frac{1}{d_2^4} \right] \quad (11.3\delta)$$

Η εξίσωση (11.3) δείχνει ότι το αποδιδόμενο ύψος που απαιτεί το σύστημα αντλήσεως από την αντλία, εξαρτάται από το τετράγωνο της παροχής.

Η εξίσωση (11.3α) δείχνει ότι ο συντελεστής α ισούται με το άθροισμα του στατικού ύψους και του ύψους πίεσης, ενώ η εξίσωση (11.3β) δείχνει ότι η τιμή του β εξαρτάται από τα δεδομένα των σωλήνων αναρροφήσεως και καταθλίψεως.

Στην πράξη πολύ σημαντικότερη από την ενέργεια ανά μονάδα βάρους είναι η ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που αποδίδει η αντλία στο ρευστό, δηλαδή η **αποδιδόμενη ισχύς P_o** .

Η αντλία αποδίδει στη μονάδα βάρους του ρευστού ύψος H_o , το οποίο υπολογίζεται από την εξίσωση (11.2). Αν από την αντλία διέλθει ποσότητα υγρού $B = m \cdot g$, το αποδιδόμενο από την αντλία έργο θα είναι:

$$W_o = H_o \cdot m \cdot g$$

Επομένως, η αποδιδόμενη ισχύς (έργο στη μονάδα του χρόνου) είναι:

$$P_o = \frac{W_o}{t} = \frac{H_o \cdot m \cdot g}{t} = H_o \cdot \dot{m} \cdot g$$

Η παροχή μάζας συνδέεται με την παροχή όγκου μέσω της πυκνότητας:

$$\rho = \frac{\dot{m}}{Q} \Leftrightarrow \dot{m} = \rho \cdot Q$$

Αντικαθιστώντας και λαμβάνοντας υπόψη ότι $\rho \cdot g = \gamma$, προκύπτει η σχέση υπολογισμού της ισχύος που αποδίδει στο ρευστό η αντλία:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \quad (11.4)$$

όπου: γ είναι το ειδικό βάρος του υγρού, Q η παροχή του συστήματος και H_o το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας.

Σύμφωνα με την εξίσωση (11.4) η ισχύς που απαιτεί το σύστημα και αποδίδει η αντλία σ' αυτό, είναι ανάλογη του αποδιδόμενου ύψους, της παροχής και του ειδικού βάρους του υγρού.

Αν αντικαταστήσουμε το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας σε συνάρτηση με την παροχή, σύμφωνα με την εξίσωση (11.3), προκύπτει:

$$\begin{aligned} P_o &= \gamma \cdot Q \cdot (\alpha + \beta \cdot Q^2) \Rightarrow \\ \Rightarrow P_o &= \alpha \cdot \gamma \cdot Q + \beta \cdot \gamma \cdot Q^3 \end{aligned} \quad (11.5)$$

όπου ο συντελεστής α δίνεται από την εξίσωση (11.3α) και ο β από τις εξισώσεις (11.3β), (11.3γ) και (11.3ε).

Η εξίσωση (11.5) δείχνει ότι **η αποδιδόμενη ισχύς που απαιτεί το σύστημα αντλήσεως από την αντλία, εξαρτάται από τα δεδομένα του συστήματος, το ειδικό βάρος του υγρού και, κυρίως, από την παροχή.**

11.1.3 Υπολογισμοί σε συστήματα αντλήσεως.

α) Μεθοδολογικές παρατηρήσεις.

Ήδη μπορούμε να εφαρμόσουμε τους νόμους διατηρήσεως και, σε συνδυασμό με όσα αναπτύξαμε για τους υπολογισμούς σε σωλήνες, να επιλύσουμε απλά προβλήματα υπολογισμού συστήματος αντλήσεως. Σ' αυτήν την ομάδα προβλημάτων, θεωρούμε την αντλία ως ένα μηχανήμα που καλύπτει ενεργειακά το σύστημα αποδίδοντας το αναγκαίο ύψος ενέργειας (ή την αντίστοιχη ισχύ). Δεν εξετάζουμε ακόμα τις συγκεκριμένες δυνατότητες της κάθε αντλίας και τον τρόπο, με τον οποίο αυτές επηρεάζουν το σύστημα.

Σύμφωνα με τα όσα είπαμε, ένα **σύστημα αντλήσεως** αποτελείται:

1) Από το **σωλήνα αναρροφήσεως** και το **σωλήνα καταθλίψεως**. Στα δύο αυτά τμήματα του συ-

στήματος, εφαρμόζουμε τα σχετικά με τους υπολογισμούς στους σωλήνες (Πέμπτο Κεφάλαιο). Άρα οι διαθέσιμες σχέσεις για κάθε σωλήνα χωριστά, είναι η εξίσωση συνέχειας, η εξίσωση απωλειών Darcy-Weisbach και το διάγραμμα Moody.

2) Από την **αντλία**. Τα χαρακτηριστικά μεγέθη της αντλίας που προς το παρόν μας ενδιαφέρουν, είναι:

- Το **αποδιδόμενο ύψος H_o** , το οποίο υπολογίζεται από την εξίσωση ενέργειας (11.2). Παρατηρούμε ότι για τον υπολογισμό του αποδιδόμενου ύψους, είναι αναγκαία η γνώση των μεταβολών των ενεργειακών υψών του υγρού και του ύψους απωλειών στους σωλήνες αναρροφήσεως και καταθλίψεως.
- Η **αποδιδόμενη ισχύς P_o** , η οποία υπολογίζεται από την εξίσωση (11.4). Για τον υπολογισμό της απαιτείται η γνώση της παροχής και του αποδιδόμενου ύψους της αντλίας.

Διαθέσιμες σχέσεις για την επίλυση είναι (εκτός από την εξίσωση συνέχειας, την εξίσωση απωλειών και το διάγραμμα Moody) οι σχέσεις υπολογισμού του αποδιδόμενου ύψους H_o και της αποδιδόμενης ισχύος της αντλίας P_o :

$$H_o = H_\Sigma + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \quad (11.2)$$

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \quad (11.4)$$

Κατά την αντιμετώπιση ενός προβλήματος, η πρώτη μας ενέργεια (πριν ακόμα γράψουμε συγκεντρωτικά τα δεδομένα και τα ζητούμενα), είναι να προσδιορίσουμε την αρχή και το πέρας του συστήματος αντλήσεως, δηλαδή τα σημεία μεταξύ των οποίων θα εφαρμόσουμε την εξίσωση ενέργειας (11.2). Επίσης, όπως και στα άλλα προβλήματα της Μηχανικής των Ρευστών, εξάγουμε τα δεδομένα που πιθανόν συνοδεύουν το σχήμα ή που εκφράζονται έμμεσα (π.χ. οι τραχύτητες των σωλήνων, η πυκνότητα του υγρού, οι συντελεστές τοπικών απωλειών). Στη συνέχεια εκθέτουμε συγκεντρωμένα τα δεδομένα και τα ζητούμενα του προβλήματος.

Τα πιο συνηθισμένα προβλήματα στα συστήματα αντλήσεως είναι τα ακόλουθα:

Πρόβλημα 1^ο: Δεδομένα τα μεγέθη των σωλήνων και η παροχή Q .

Ζητείται ο υπολογισμός της αποδιδόμενης ισχύος P_o .

Το πρόβλημα σ' αυτήν τη μορφή του είναι απλό και επιλύεται άμεσα. Η επίλυση ακολουθεί τα επόμενα στάδια:

1. Υπολογίζονται οι απώλειες στους σωλήνες αναρροφήσεως και καταθλίψεως.
2. Υπολογίζεται το αποδιδόμενο ύψος H_o (από την εξίσωση ενέργειας 11.2).
3. Υπολογίζεται η αποδιδόμενη ισχύς P_o (εξίσωση 11.4).

Πρόβλημα 2^ο: Δεδομένα τα μεγέθη των σωλήνων και η αποδιδόμενη από την αντλία ισχύς P_o .

Ζητείται ο υπολογισμός της παροχής Q .

Αν και πρόκειται απλά για εναλλαγή ενός δεδομένου του προβλήματος 1 (παροχή) με ένα ζητούμενο (αποδιδόμενη ισχύς), το πρόβλημα δεν επιλύεται άμεσα. Για την επίλυσή του καταφεύγουμε στη μέθοδο δοκιμής-διορθώσεως:

1. Υποθέτουμε (τυχαία, λογική) τιμή παροχής Q' και υπολογίζουμε διαδοχικά τα $\Sigma h'$, H_o' , P_o' (εφαρμογή προβλήματος 1).
2. Συγκρίνουμε την υποθετική ισχύ P_o' με τη γνωστή P_o :
Αν $P_o' > P_o \Rightarrow Q' > Q$. Επανερχόμαστε στο βήμα 1 με μικρότερη τιμή.
Αν $P_o' < P_o \Rightarrow Q' < Q$. Επανερχόμαστε στο βήμα 1 με μεγαλύτερη τιμή.
Όταν $P_o' \cong P_o$, ο υπολογισμός έχει ολοκληρωθεί.

Εναλλακτικά, το πρόβλημα μπορεί να υπολογισθεί ως εξής:

1. Υποθέτουμε πλήρως τυρβώδη ροή για τους σωλήνες αναρροφήσεως και καταθλίψεως, υπολογίζουμε τους συντελεστές τριβής f_a και f_k .
2. Υπολογίζουμε τους συντελεστές α και β από τις εξισώσεις (11.3a) και (11.3β ή γ).

3. Από την εξίσωση (11.5), υπολογίζουμε την παροχή Q .

4. Ελέγχουμε την υπόθεση της πλήρως τυρβώδους ροής, αν χρειαστεί, διορθώνουμε τα f και επαναλαμβάνουμε τον υπολογισμό.

Σημείωση: Η εξίσωση (11.5) είναι τρίτου βαθμού ως προς Q , κατά συνέπεια, η επίλυσή της γίνεται με την αριθμητική μέθοδο (δοκιμή-διόρθωση). Αυτός είναι ο λόγος που δεν προτείνουμε τη δεύτερη μέθοδο.

Πρόβλημα 3^ο: Δεδομένα τα μεγέθη των σωλήνων, εκτός από τη διάμετρο του σωλήνα καταθλίψεως, η αποδιδόμενη από την αντλία ισχύς P_o και η επιδιωκόμενη παροχή Q .

Ζητείται ο υπολογισμός της διαμέτρου του σωλήνα καταθλίψεως.

1. Υπολογίζεται το αποδιδόμενο ύψος (από την εξίσωση 11.4).

2. Υπολογίζονται οι επιτρεπόμενες απώλειες (από την εξίσωση 11.2). Αυτές ισούνται με το άθροισμα των απωλειών στην αναρρόφηση και στην κατάθλιψη.

3. Υπολογίζονται οι απώλειες στην αναρρόφηση και στη συνέχεια οι επιτρεπόμενες απώλειες στην (άγνωστη διαμέτρου) κατάθλιψη.

4. Με γνωστές τις επιτρεπόμενες απώλειες στο σωλήνα καταθλίψεως υπολογίζουμε την επιτρεπόμενη διάμετρο (κατά τα γνωστά από τους υπολογισμούς σε σωλήνα, παράγρ. 5.7.3).

Παρατηρήσεις.

1. Στην εξίσωση ενέργειας (11.2) γίνονται απλοποιήσεις (ανάλογα με το πρόβλημα). Συνηθισμένη είναι η περίπτωση που τα σημεία 1 και 2 αναφέρονται σε ελεύθερες επιφάνειες ανοικτών δεξαμενών, οπότε: $H_o = H_\Sigma + \Sigma h$.

2. Οι απώλειες στο σωλήνα αναρροφήσεως είναι στις περισσότερες περιπτώσεις πολύ μικρές (επειδή η αντλία τοποθετείται κοντά στη δεξαμενή αναρροφήσεως). Στα παραδείγματα που ακολουθούν και στις ασκήσεις που υπάρχουν στο τέλος του κεφαλαίου, όταν οι απώλειες στο σωλήνα αναρροφήσεως είναι αμελητέες, δεν δίνονται στοιχεία γι' αυτόν το σωλήνα.

β) Παραδείγματα υπολογισμού.

Παράδειγμα 2

Να υπολογισθεί το ολικό ύψος και η αποδιδόμενη στο νερό ισχύς της αντλίας του σχήματος 11.18 αν η παροχή είναι $220 \text{ m}^3/\text{h}$, η διάμετρος του σωλήνα αναρροφήσεως 140 mm και του σωλήνα καταθλίψεως 120 mm . Οι σωλήνες είναι από γαλβανισμένο σίδηρο. Η αναρρόφηση περιλαμβάνει βαλβίδα αντεπιστροφής και η κατάθλιψη, εκτός από την καμπύλη γωνία 90° , βαλβίδα αντεπιστροφής και συρταρωτή βαλβίδα.

Λύση:

Διερεύνηση: Το σύστημα αντλήσεως ξεκινά από το σημείο 1 (ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως) και συνεχίζεται ως το σημείο 2 (έξοδος του σωλήνα καταθλίψεως). Σημειώνουμε ότι η δεξαμενή κάτω από το σωλήνα καταθλίψεως, δεν επηρεάζει ενεργειακά την αντλία.

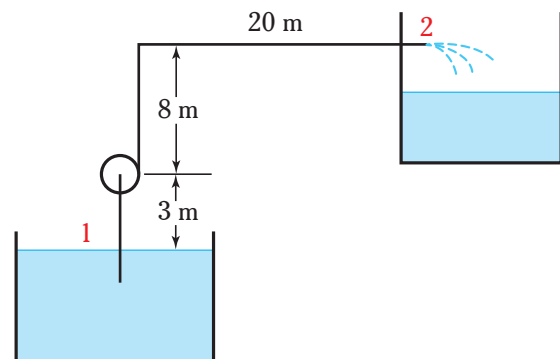
Από το σχήμα 11.18 προκύπτει το στατικό ύψος:

$$H_\Sigma = (3+8) \text{ m} = 11 \text{ m}$$

καθώς και τα μήκη των σωλήνων αναρροφήσεως και καταθλίψεως:

$$L_a \approx 3 \text{ m}, \quad L_k = (8+20) \text{ m} = 28 \text{ m}$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση και το σχήμα 11.18, υπάρχουν τοπικές απώλειες, τους συντελεστές των οποί-



Σχ. 11.18.

ων υπολογίζουμε με τη βοήθεια των Πινάκων 5.5.1 και 5.5.4 του Πέμπτου Κεφαλαίου:

Στην αναρρόφηση υπάρχει έξοδος από δεξαμενή ($K=0,8$) και βαλβίδα αντεπιστροφής ($K=2$), άρα: $\Sigma K_a = 2,8$.

Στην κατάθλιψη υπάρχει καμπύλη γωνία 90° ($K = 0,5$), συρταρωτή βαλβίδα ($K \approx 0,5$) και βαλβίδα αντεπιστροφής ($K = 2$), άρα: $\Sigma K_k = 3$.

Το υγρό είναι νερό θερμοκρασίας περιβάλλοντος ($\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$). Οι δύο σωλήνες έχουν $\epsilon = 0,00015 \text{ m}$ (Πίνακας 5.4.2). Άρα το πρόβλημα διαμορφώνεται ως εξής:

Δεδομένα:	$L_a = 3 \text{ m}$	$d_a = 0,14 \text{ m}$	$\Sigma K_a = 2,8$	$\epsilon_a = 0,00015 \text{ m}$
	$L_k = 28 \text{ m}$	$d_k = 0,12 \text{ m}$	$\Sigma K_k = 3$	$\epsilon_k = 0,00015 \text{ m}$
	$\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$	$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$v_1 = 0$	$v_2 = v_k$
	$H_\Sigma = 11 \text{ m}$	$p_1 = p_2 = p_{\text{ατμ}}$	$Q = 220/3600 \text{ m}^3/\text{s}$	

Ζητούμενα: H_o , P_o

Βήμα 1^ο: Υπολογισμός ύψους απωλειών:

Αναρρόφηση:

$$v_a = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_a^2} \Rightarrow v_a = 3,97 \text{ m/s}$$

$$\left(Re_a = \frac{v_a \cdot d_a}{\nu} \Rightarrow Re_a = 5,56 \cdot 10^5, \quad \epsilon_a/d_a = 0,00107 \right) \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0205$$

$$h_a = \left(f_a \cdot \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow h_a = 2,60 \text{ m}$$

Κατάθλιψη:

$$v_k = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_k^2} \Rightarrow v_k = 5,4 \text{ m/s}$$

$$\left(Re_k = \frac{v_k \cdot d_k}{\nu} \Rightarrow Re_k = 6,48 \cdot 10^5, \quad \epsilon_k/d_k = 0,0017 \right) \xrightarrow{\text{Moody}} f_k = 0,0211$$

$$h_k = \left(f_k \cdot \frac{L_k}{d_k} + \Sigma K_k \right) \cdot \frac{v_k^2}{2g} \Rightarrow h_k = 11,80 \text{ m}$$

Ολικό ύψος απωλειών:

$$\Sigma h = h_a + h_k \Rightarrow \Sigma h = 14,40 \text{ m}$$

Βήμα 2^ο: Υπολογισμός αποδιδόμενου ύψους:

$$H_o = H_\Sigma + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \Rightarrow \quad (11.2)$$

$$\Rightarrow H_o = H_\Sigma + \frac{v_k^2}{2g} + \Sigma h \Rightarrow H_o = 26,89 \text{ m}$$

Βήμα 3^ο: Υπολογισμός αποδιδόμενης ισχύος:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \quad (11.4) \Rightarrow P_o = 16,12 \text{ KW}$$

Παρατηρήσεις:

1. Οι απώλειες στην αναρρόφηση είναι αξιόλογες (το 18% των ολικών απωλειών) επειδή η αντλία απέ-

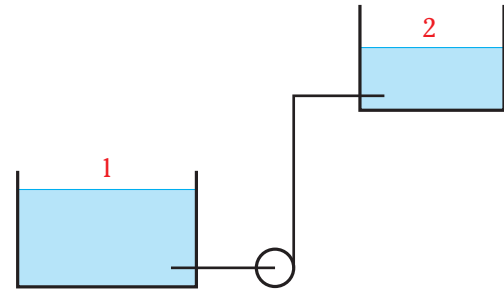
χει αρκετά από τη δεξαμενή αναρροφήσεως και ο σωλήνας καταθλίψεως δεν έχει μεγάλο μήκος.

2. Παρά τη σχετικά μεγάλη ταχύτητα εξόδου, μόνο το 5,5% του αποδιδόμενου ύψους της αντλίας μετατρέπεται σε ύψος κινητικής ενέργειας. Το 41% μετατρέπεται σε ύψος δυναμικής ενέργειας (στατικό ύψος) και το υπόλοιπο 53,5% αντιμετωπίζει το ύψος απωλειών.

3. Αν θεωρούσαμε τις τοπικές απώλειες αμελητέες, θα προέκυπταν τα ακόλουθα αποιελέσματα: $H_o = 20,2 \text{ m}$, $P_o = 12,1 \text{ m}$. Παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντική απόκλιση.

Γενικά, όσο πιο μικρό είναι το μήκος των σωληνώσεων και πιο μεγάλες οι διάμετροι, τόσο αυξάνει ο ρόλος των τοπικών απωλειών. Αυτές μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες για σωλήνες μεγάλου μήκους και μικρής διαμέτρου (και φυσικά για μικρούς συντελεστές K).

4. Είναι προφανές ότι η διερεύνηση του προβλήματος γίνεται για λόγους κατανοήσεως και κατά συνέπεια, δεν αποτελεί αναγκαίο τμήμα επίλυσεως.



Σχ. 11.1ε.

Παράδειγμα 3

Στο σύστημα αντλήσεως νερού του σχήματος 11.1ε, οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο. Ο σωλήνας αναρροφήσεως έχει μήκος 2 m και διάμετρο 12 cm, ενώ ο σωλήνας καταθλίψεως, μήκος 160 m και διάμετρο 10 cm. Η υψομετρική διαφορά μεταξύ των δύο δεξαμενών είναι σταθερή και ίση με 5 m. Η δεξαμενή Β έχει όγκο 300 m^3 . Αν η Β γεμίζει σε 2 ώρες και 10 λεπτά, να υπολογισθεί η ισχύς που αποδίδει η αντλία. (Δευτερεύουσες απώλειες, αυτές που φαίνονται στο σχήμα 11.1ε).

Λύση:

Διερεύνηση: Το σύστημα αντλήσεως ξεκινά από το σημείο 1 (ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως) και συνεχίζεται ως το σημείο 2 (ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής καταθλίψεως). Επομένως: $v_1 = v_2 = 0$.

$$\text{Στατικό ύψος: } H_{\Sigma} = y_2 - y_1 = 5 \text{ m}$$

Συντελεστές τοπικών απωλειών (Πίν. 5.5.1 και 5.5.4):

– Αναρρόφηση: Έξοδος από δεξαμενή $\Rightarrow \Sigma K_a = 0,8$

– Κατάθλιψη: Γωνία 90° και είσοδος σε δεξαμενή $\Rightarrow \Sigma K_k = 0,5 + 1 = 1,5$

Το υγρό είναι νερό θερμοκρασίας περιβάλλοντος ($\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$). Οι δύο σωλήνες έχουν $\epsilon = 0,00026 \text{ m}$ (χυτοσίδηρος, Πίνακας 5.4.2).

Υπάρχουν δύο ιδιόμορφα δεδομένα: Ο όγκος V_B της δεξαμενής Β και ο χρόνος t_B που απαιτείται για να γεμίσει. Προκειμένου να τα προσαρμόσουμε στα μεγέθη που ως τώρα χρησιμοποιούμε, πρέπει να θυμηθούμε τον ορισμό της παροχής:

$$Q = \frac{V}{t}$$

όπου: V ο όγκος του ρευστού που διέρχεται από μία διατομή κάθετη στη ροή σε χρόνο t .

Τα δεδομένα του προβλήματος διαμορφώνονται ως εξής:

Δεδομένα:	$L_a = 2 \text{ m}$	$d_a = 0,12 \text{ m}$	$\Sigma K_a = 0,8$	$\epsilon_a = 0,00026 \text{ m}$
	$L_k = 160 \text{ m}$	$d_k = 0,10 \text{ m}$	$\Sigma K_k = 1,5$	$\epsilon_k = 0,00026 \text{ m}$
	$\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$	$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$v_1 = 0$	$v_2 = 0$
	$H_{\Sigma} = 5 \text{ m}$	$p_1 = p_2 = p_{\text{atm}}$	$V_B = 300 \text{ m}^3$	
	$t_B = 2 \text{ h}, 10 \text{ min} = 7800 \text{ s}$			

Ζητούμενο: P_o

$$Q = \frac{V_B}{t_B} \Rightarrow Q = 0,0385 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Βήμα 1^ο: Υπολογισμός ύψους απωλειών:

Αναρρόφηση:

$$v_a = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_a^2} \Rightarrow v_a = 3,4 \text{ m/s}$$

$$(Re_a = \frac{v_a \cdot d_a}{\nu} \Rightarrow Re_a = 4,08 \cdot 10^5, \quad \epsilon_a/d_a = 0,00217) \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0243$$

$$h_a = \left(f_a \cdot \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow h_a = 0,71 \text{ m}$$

Κατάθλιψη:

$$v_k = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_k^2} \Rightarrow v_k = 4,9 \text{ m/s}$$

$$(Re_k = \frac{v_k \cdot d_k}{\nu} \Rightarrow Re_k = 4,9 \cdot 10^5, \quad \epsilon_k/d_k = 0,0026) \xrightarrow{\text{Moody}} f_k = 0,0255$$

$$h_k = \left(f_k \cdot \frac{L_k}{d_k} + \Sigma K_k \right) \cdot \frac{v_k^2}{2g} \Rightarrow h_k = 51,64 \text{ m}$$

Ολικό ύψος απωλειών:

$$\Sigma h = h_a + h_k \Rightarrow \Sigma h = 52,35 \text{ m}$$

Βήμα 2^ο: Υπολογισμός αποδιδόμενου ύψους:

$$H_o = H_\Sigma + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \Rightarrow \quad (11.2)$$

$$\Rightarrow H_o = H_\Sigma + \Sigma h \Rightarrow H_o = 57,35 \text{ m}$$

Βήμα 3^ο: Υπολογισμός αποδιδόμενης ισχύος:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \quad (11.4) \Rightarrow P_o = 21,64 \text{ KW}$$

Παρατηρούμε ότι οι απώλειες στην αναρρόφηση είναι πολύ μικρές, καθώς επίσης και οι δευτερεύουσες απώλειες. Αν τις αμελούσαμε, το αποτέλεσμα θα ήταν: $P_o = 20,68 \text{ KW}$.

Παράδειγμα 4

Αν η αντλία του συστήματος αντλήσεως του προηγούμενου παραδείγματος αποδίδει 12 KW, να υπολογισθεί σε πόσο χρόνο θα γεμίσει η δεξαμενή Β.

Λύση:

Δεδομένα:	$L_a = 2 \text{ m}$	$d_a = 0,12 \text{ m}$	$\Sigma K_a = 0,8$	$\epsilon_a = 0,00026 \text{ m}$
	$L_k = 160 \text{ m}$	$d_k = 0,10 \text{ m}$	$\Sigma K_k = 1,5$	$\epsilon_k = 0,00026 \text{ m}$
	$\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$	$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$v_1 = 0$	$v_2 = 0$
	$H_\Sigma = 5 \text{ m}$	$p_1 = p_2 = p_{\text{ατμ}}$	$V_B = 300 \text{ m}^3$	
	$P_o = 12 \text{ kW}$			

Ζητούμενο: t_B

Ο χρόνος που γεμίζει η δεξαμενή Β είναι συνάρτηση της παροχής:

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow t = \frac{V}{Q}$$

Άρα έχομε να αντιμετωπίσουμε πρόβλημα υπολογισμού της παροχής Q.

Όπως είπαμε τα προβλήματα αυτού του τύπου, αντιμετωπίζονται με τη μέθοδο της δοκιμής και της διορθώσεως:

Βήμα 1^ο: Έστω $Q' = 100 \text{ m}^3/\text{h} = 100/3600 \text{ m}^3/\text{s}$.

Εφαρμόζουμε τη διαδικασία υπολογισμού της αποδιδόμενης ισχύος P_o' [όπως ακριβώς στο (α) ερώτημα]:

– Ύψος απωλειών αναρροφήσεως:

$$v_a' = 2,46 \text{ m/s} \Rightarrow Re_a' = 2,95 \cdot 10^5, \epsilon_a/d_a = 0,00217 \Rightarrow f_a' = 0,0245 \Rightarrow h_a' = 0,37 \text{ m}$$

– Ύψος απωλειών καταθλίψεως:

$$v_k' = 3,54 \text{ m/s} \Rightarrow Re_k' = 3,54 \cdot 10^5, \epsilon_k/d_k = 0,0026 \Rightarrow f_k' = 0,0256 \Rightarrow h_k' = 27,04 \text{ m}$$

– Ολικό ύψος απωλειών:

$$\Sigma h = h_a + h_k \Rightarrow \Sigma h' = 27,41 \text{ m}$$

– Αποδιδόμενο ύψος:

$$H_o = H_\Sigma + \Sigma h \Rightarrow H_o' = 32,41 \text{ m}$$

– Αποδιδόμενη ισχύς:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o' = 8,83 \text{ KW}$$

Βήμα 2^ο: Χρησιμοποιούμε ως κριτήριο ελέγχου και διορθώσεως της υποθέσεως, την (δεδομένη) αποδιδόμενη ισχύ της αντλίας $P_o = 12 \text{ KW}$.

– Συγκρίνουμε την (υποθετική) αποδιδόμενη ισχύ P_o' , με την P_o :

$$P_o > P_o' \Rightarrow Q > Q' \Rightarrow Q > 100 \text{ m}^3/\text{h}$$

– Επανερχόμαστε στο βήμα 1 και επαναλαμβάνουμε με μεγαλύτερη παροχή:

Επανάληψη 1^η: Έστω $Q' = 120 \text{ m}^3/\text{h} = 120/3600 \text{ m}^3/\text{s}$.

– Ύψος απωλειών αναρροφήσεως:

$$v_a' = 2,95 \text{ m/s} \Rightarrow Re_a' = 3,54 \cdot 10^5, \epsilon_a/d_a = 0,00217 \Rightarrow f_a' = 0,0244 \Rightarrow h_a = 0,53 \text{ m}$$

– Ύψος απωλειών καταθλίψεως:

$$v_k' = 4,24 \text{ m/s} \Rightarrow Re_k' = 4,24 \cdot 10^5, \epsilon_k/d_k = 0,0026 \Rightarrow f_k' = 0,0255 \Rightarrow h_k' = 38,85 \text{ m}$$

– Ολικό ύψος απωλειών:

$$\Sigma h = h_a + h_k \Rightarrow \Sigma h' = 39,38 \text{ m}$$

– Αποδιδόμενο ύψος:

$$H_o = H_\Sigma + \Sigma h \Rightarrow H_o' = 44,38 \text{ m}$$

– Αποδιδόμενη ισχύς:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o' = 14,51 \text{ KW}$$

– Έλεγχος (εφαρμογή του κριτηρίου):

$$P_o < P_o' \Rightarrow Q < Q' \Rightarrow Q < 120 \text{ m}^3/\text{h}$$

Συνεχίζουμε με νέες δοκιμές, όπως φαίνεται στον πίνακα, μέχρι να προκύψει $P_o \approx P_o'$:

Q' m ³ /h	h_a' m	h_k' m	$\Sigma h'$ m	H_o' m	P_o' KW	Κριτήριο: $P_o = 12 \text{ KW}$	Q m ³ /h
100	0,37	27,04	27,41	32,41	8,83	$P_o > P_o'$	$Q > 100$
120	0,53	38,85	39,38	44,38	14,51	$P_o < P_o'$	$Q < 120$
110	0,45	32,68	33,13	38,13	11,43	$P_o > P_o'$	$Q > 110$
112	0,47	33,87	34,34	39,34	12,01	$P_o \approx P_o'$	$Q = 112$

Άρα: $Q = 112 \text{ m}^3/\text{h} = 0,0311 \text{ m}^3/\text{s}$

Ο χρόνος που θα χρειαστεί για να γεμίσει η δεξαμενή Β είναι:

$$t = \frac{V}{Q} \Rightarrow t = 9643 \text{ s} = 2 \text{ h}, 40 \text{ min}, 43 \text{ s}$$

Δεύτερος τρόπος υπολογισμού της παροχής:

Βήμα 1^ο: Υπόθεση πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδους ροής και υπολογισμός των f_a και f_k :

$$(\text{YET}, \epsilon_a/d_a = 0,00217) \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,024$$

$$(\text{YET}, \epsilon_k/d_a = 0,00217) \xrightarrow{\text{Moody}} f_k = 0,025$$

Βήμα 2^ο: Υπολογισμός των συντελεστών α και β της εξίσωσης (11.3):

$$(11.3\alpha) \Rightarrow \alpha = 5 \text{ (SI)}$$

$$(10.3\beta) \Rightarrow \beta = 34.960 \text{ (SI)}$$

Βήμα 3^ο: Επίλυση της εξίσωσης (11.3):

$$(11.3) \Rightarrow 12 = 5 \cdot 9,81 \cdot Q + 34.960 \cdot 9,81 \cdot Q^3 \text{ (SI)}$$

Αριθμητική επίλυση:

$$- \text{Αν } Q' = 100/3600 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow 12 < 8,8 \Rightarrow Q > 100/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$- \text{Αν } Q' = 120/3600 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow 12 > 14,5 \Rightarrow Q < 120/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$- \text{Αν } Q' = 110/3600 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow 12 < 11,4 \Rightarrow Q > 110/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$- \text{Αν } Q' = 112/3600 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow 12 \approx 11,98 \Rightarrow Q \approx 112/3600 \text{ m}^3/\text{s}$$

Βήμα 4^ο: Έλεγχος της υποθέσεως πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδους ροής:

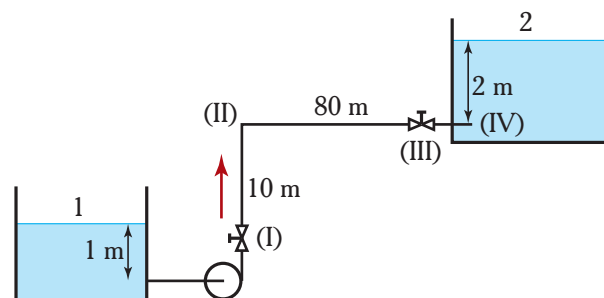
$$v_a = 2,75 \text{ m/s} \Rightarrow Re_a = 3,3 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0244 \approx 0,024$$

$$v_k = 3,96 \text{ m/s} \Rightarrow Re_k = 3,96 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_k = 0,0255 \approx 0,025$$

Άρα: $Q = 112 \text{ m}^3/\text{h} = 0,0311 \text{ m}^3/\text{s}$

Παράδειγμα 5

Στο σύστημα αντλήσεως νερού του σχήματος 11.1στ, η αντλία αποδίδει μέγιστη ισχύ 12 KW για παροχή 250 m³/h. Ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από ασφαλισμένο χυτοσίδηρο και παρουσιάζει τοπικές απώλειες στα σημεία (I) (συρταρωτή βαλβίδα), (II) (καμπύλη γωνία 90°), (III) (βαλβίδα αντεπιστροφής) και (IV) (είσοδος στη δεξαμενή). Οι απώλειες στο σωλήνα αναρροφήσεως είναι αμελητέες.



Σχ. 11.1στ.

- α) Να υπολογισθεί η ελάχιστη διάμετρος του σωλήνα καταθλίψεως (προσέγγιση 1 cm).
 β) Αν χρησιμοποιηθεί σωλήνας με διάμετρο 50% μεγαλύτερη, τι ισχύ θα πρέπει να αποδίδει η αντλία για να παραμένει ίδια η παροχή;

Λύση:

Δεδομένα: $h_a = 0$

$$L_k = 86 \text{ m}$$

$$\epsilon_k = 0,00012 \text{ m} \quad \Sigma K_k \approx 0,5 + 0,5 + 2 + 1 = 4 \quad (\text{Πίν. 5.3.1, 5.5.4})$$

$$\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3 \quad \nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$v_1 = 0 \quad v_2 = 0 \quad p_1 = p_2 = p_{\text{ατμ}}$$

$$H_\Sigma = (-1 + 10 + 2) \text{ m} = 11 \text{ m} \quad (\text{από το σχήμα})$$

$$Q = 250/3600 \text{ m}^3/\text{s} \quad P_{o, \text{max}} = 12 \text{ kW}$$

Ζητούμενα: (α) d_k

(β) Αν $d_k' = 1,5 \cdot d_k$ P_o'

α) **Υπολογισμός διαμέτρου σωλήνα καταθλίψεως:**

Βήμα 1^ο: Υπολογίζουμε το μέγιστο αποδιδόμενο ύψος (εξίσωση 11.4):

$$(11.4) \Rightarrow H_o = \frac{P_o}{\gamma \cdot Q} \Rightarrow H_{o, \text{max}} = 17,61 \text{ m}$$

Βήμα 2^ο: Υπολογίζουμε το μέγιστο ύψος ολικών απωλειών (εξίσωση 11.2):

$$(11.2) \Rightarrow H_o = H_\Sigma + \Sigma h \Rightarrow \Sigma h_{\text{max}} = 6,61 \text{ m}$$

Βήμα 3^ο: Υπολογίζουμε το μέγιστο ύψος απωλειών καταθλίψεως:

$$h_a = 0$$

$$\Sigma h = h_a + h_k \Rightarrow h_{k, \text{max}} = 6,61 \text{ m}$$

Βήμα 4^ο: Υπολογίζουμε τη διάμετρο του σωλήνα καταθλίψεως:

– **Εστω $d_k' = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$**

$$v_k' = 4Q / (\pi d_k'^2) \Rightarrow v = 8,84 \text{ m/s},$$

$$(Re_k = 8,84 \cdot 10^5, \epsilon_k/d_k = 0,0012) \xrightarrow{\text{Moody}} f_k' = 0,0208$$

$$h = \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h_k' = 87,36 \text{ m}$$

Σύγκριση: $h_k' > h_{k, \text{max}} = 6,61 \text{ m} \Rightarrow d_k > d_k' = 10 \text{ cm}$

Η διάμετρος των 10 cm είναι πολύ μικρή και απορρίπτεται. Επαναλαμβάνουμε με υπόθεση μεγαλύτερης διαμέτρου:

– **Εστω $d_k' = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$**

$$v_k' = 4Q / (\pi d_k'^2) \Rightarrow v = 0,98 \text{ m/s},$$

$$(Re_k = 2,95 \cdot 10^5, \epsilon_k/d_k = 0,0004) \xrightarrow{\text{Moody}} f_k' = 0,0175$$

$$h = \left(f \cdot \frac{L}{d} + \Sigma K_i \right) \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h_k' = 0,44 \text{ m}$$

Σύγκριση: $h_k' < h_{k, \text{max}} = 6,61 \text{ m} \Rightarrow d_k \leq d_k' = 10 \text{ cm}$

Η διάμετρος των 30 cm δεν απορρίπτεται, αλλά πιθανόν να υπάρχει μικρότερη που καλύπτει τις

ανάγκες του συστήματος αντλήσεως. Επαναλαμβάνουμε με υπόθεση μικρότερης διαμέτρου, θέτοντας τα αποτελέσματα σε πίνακα:

d_k' (m)	v_k' (m/s)	Re_k'	ϵ_k/d_k'	f_k'	h_k' (m)	Κριτήριο: $h_{k,max} = 6,61 \text{ m}$	d_k (cm)
0,1	8,84	$8,84 \cdot 10^5$	0,0012	0,0208	87,4	$87,36 > h_{k,max}$	$d_k > 10$
0,3	0,98	$2,95 \cdot 10^5$	0,0004	0,0175	0,44	$0,44 < h_{k,max}$	$d_k \leq 30$
0,2	2,21	$4,42 \cdot 10^5$	0,0006	0,0183	2,95	$2,95 < h_{k,max}$	$d_k \leq 20$
0,17	3,06	$5,20 \cdot 10^5$	0,00071	0,0187	6,43	$6,43 < h_{k,max}$	$d_k \leq 17$
0,16	3,45	$5,53 \cdot 10^5$	0,00075	0,0189	8,62	$8,62 > h_{k,max}$	$d_k > 16$

Άρα: $16 \text{ cm} < d_k \leq 17 \text{ cm} \Rightarrow d_k = 17 \text{ cm}$

Για τη διάμετρο αυτή προκύπτουν:

$h_k = 6,43 \text{ m}$, $H_o = 17,43 \text{ m}$, $P_o = 11,88 \text{ KW}$.

β) Αν τοποθετηθεί σωλήνας διαμέτρου $d_k' = 1,5 \cdot d_k = 25,5 \text{ cm}$, προκύπτει πρόβλημα υπολογισμού αποδιδόμενης ισχύος:

Βήμα 1^ο: Υπολογισμός ύψους απωλειών:

$$v_k' = 4Q/(\pi d_k'^2) \Rightarrow v = 1,36 \text{ m/s},$$

$$(Re_k = 3,47 \cdot 10^5, \epsilon_k/d_k = 0,00047) \xrightarrow{\text{Moody}} f_k' = 0,0177$$

$$h = \left(f \cdot \frac{L}{d} + \sum K_i \right) \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h_k' = 0,94 \text{ m}$$

$$\Sigma h = h_a + h_k \Rightarrow \Sigma h = 0,94 \text{ m}$$

Βήμα 2^ο: Υπολογισμός αποδιδόμενου ύψους:

$$H_o = H_\Sigma + \Sigma h \Rightarrow H_o = 11,94 \text{ m}$$

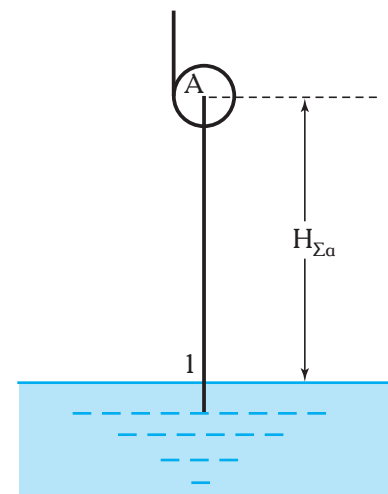
Βήμα 3^ο: Υπολογισμός αποδιδόμενης ισχύος:

$$(11.4) \Rightarrow P_o = 8,15 \text{ KW}$$

Σημείωση: Και στις δύο περιπτώσεις, ισχύς $P_{o,\Sigma} = \gamma \cdot H_\Sigma \cdot Q = 7,5 \text{ KW}$ απαιτείται για την αντιμετώπιση του στατικού ύψους. Το υπόλοιπο της αποδιδόμενης από την αντλία ισχύος, αντιμετωπίζει το ύψος απωλειών.

11.2 Ύψος αναρροφήσεως.

Ιδιαίτερη σημασία για τη λειτουργία του συστήματος αντλήσεως, έχει η αναρρόφηση. Η αντλία πρέπει να διαμορφώσει τις κατάλληλες ενεργειακές συνθήκες, ώστε το υγρό να κινηθεί από τη δεξαμενή αναρροφήσεως στην είσοδό της. Αυτό γίνεται με τη δημιουργία επαρκώς χαμηλής πίεσεως στην είσοδο της αντλίας. Υπάρχει πιθανότητα, όπως θα δούμε, αν και η αντλία διαθέτει επαρκή ισχύ που υπερκαλύπτει τις ενεργειακές ανάγκες του συστήματος αντλήσεως, να μην μπορεί να καλύψει τις απαιτήσεις της αναρροφήσεως ή να δημιουργούνται σοβαρά προβλήματα κατά την άντληση (σπλαίωση).



Σχ. 11.2α.

Αναρρόφηση συστήματος αντλήσεως.

As υποθέσουμε ότι η αντλία αναρροφά υγρό από ανοικτή δεξαμενή με στατικό ύψος αναρροφήσεως $H_{\Sigma\alpha}$ (σχ. 11.2α). Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ του σημείου 1 (επιφάνεια δεξαμενής αναρροφήσεως) και του A (είσοδος της αντλίας) παίρνομε:

$$y_1 - y_A + \frac{p_1 - p_A}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_A^2}{2g} = h_a \Rightarrow -H_{\Sigma\alpha} + \frac{p_1 - p_A}{\gamma} - \frac{v_A^2}{2g} = h_a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_1 - p_A}{\gamma} = H_{\Sigma\alpha} + \frac{v_A^2}{2g} + h_a \Rightarrow \quad (11.6)$$

$$\Rightarrow p_A = p_1 - \gamma \cdot \left(H_{\Sigma\alpha} + \frac{v_A^2}{2g} + h_a \right) \quad (11.6a)$$

Παρατηρούμε ότι η πίεση στο στόμιο εισόδου της αντλίας πρέπει να είναι σημαντικά μικρότερη σε σχέση με την πίεση που επικρατεί στην επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως. Όπως δείχνει η εξίσωση (11.6), η μείωση του ύψους πίεσεως από την επιφάνεια της δεξαμενής ως την είσοδο της αντλίας, καλύπτει το στατικό ύψος αναρροφήσεως $H_{\Sigma\alpha}$, το ύψος κινητικής ενέργειας $v_A^2/2g$, και το ύψος απωλειών στο σωλήνα αναρροφήσεως h_a . Όμως η μείωση του ύψους πίεσεως έχει μια μέγιστη τιμή, την οποία δεν μπορούμε να υπερβούμε, ανεξάρτητα από τις δυνατότητες της αντλίας. Εντοπίζομε τρεις διαδοχικούς περιορισμούς:

Περιορισμός πρώτος: Η απόλυτη πίεση p_A δεν μπορεί να είναι μικρότερη του μηδενός. Αν η δεξαμενή αναρροφήσεως είναι ανοικτή στην ατμόσφαιρα, δηλαδή $p_1 = p_{\text{ατμ}} = 101,3 \text{ KPa}$, τότε η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει η πτώση του ύψους πίεσεως από την επιφάνεια της δεξαμενής ως την είσοδο της αντλίας, είναι εκείνη που προκύπτει αν η πίεση p_A τείνει στο μηδέν. Αλλά απόλυτο κενό δεν υπάρχει, οπότε προκύπτει το πρώτο φράγμα:

$$\frac{p_1 - p_A}{\gamma} < \frac{(101,3 - 0) \text{ KPa}}{\gamma} \quad (11.7a)$$

Αν το διακινούμενο ρευστό είναι νερό ($\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$):

$$\frac{p_1 - p_A}{\gamma} < 10,33 \text{ m}$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (11.6):

$$\frac{p_1 - p_A}{\gamma} = H_{\Sigma\alpha} + \frac{v_A^2}{2g} + h_a < 10,33 \text{ m} \quad (11.7\beta)$$

Δηλαδή το άθροισμα του στατικού ύψους αναρροφήσεως, του ύψους ταχύτητας και του ύψους απωλειών στο σωλήνα αναρροφήσεως δεν μπορεί να υπερβεί τα 10,33 m. Αν υποθέσουμε αμελητέο ύψος απωλειών από το 1 ως το A ($h_a \approx 0$) και αμελητέο ύψος κινητικής ενέργειας στο σημείο A ($v_A^2/2g \approx 0$), προκύπτει ότι το θεωρητικά μέγιστο στατικό ύψος αναρροφήσεως του νερού ισούται με 10,33 m. Επομένως, για το νερό:

$$H_{\Sigma\alpha} < 10,33 \text{ m}$$

Γενικότερα για υγρό ειδικού βάρους γ :

$$H_{\Sigma\alpha} < \frac{p_{\text{ατμ}}}{\gamma} \quad (11.7\gamma)$$

Περιορισμός δεύτερος: Δεν πρέπει να δημιουργηθούν συνθήκες βρασμού στο σημείο A. Στον παραπάνω υπολογισμό δεν λάβαμε υπόψη τις φυσικές διεργασίες που λαμβάνουν χώρα στα υγρά, όταν αυτά βρεθούν σε χαμηλές πιέσεις. Όπως είδαμε στο Πρώτο Κεφάλαιο (παράγρ. 1.2.6), ένα υγρό

παρουσιάζει το φαινόμενο της μερικής εξατμίσεως. Η μερική πίεση ατμών του υγρού ονομάζεται **τάση ατμών** (p_v) και η τιμή της εξαρτάται από τη φύση του υγρού και τη θερμοκρασία. Για παράδειγμα, σε θερμοκρασία 25°C, το νερό έχει τάση ατμών $p_v = 3,2$ KPa, αφού το πητικότερο βενζόλιο, $p_v = 12,6$ KPa (Πίν. 11.2.10). Η τάση ατμών ενός υγρού αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Έτσι, στους 60°C, η τάση ατμών του νερού είναι $p_v = 19,9$ KPa (Πίν. 11.2.1). Ένα υγρό βράζει (ατμοποιείται σε όλη τη μάζα του), όταν η τάση ατμών γίνεται ίση με την πίεση που επικρατεί στην ελεύθερη επιφάνειά του.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, και λαμβάνοντας υπόψη πως οι αντλίες είναι μηχανήματα διακινήσεως υγρών, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι **η πίεση στο σημείο αναρροφήσεως της αντλίας (p_A) πρέπει να είναι μεγαλύτερη από την τάση ατμών του αντλούμενου ρευστού (p_v)**. Εδώ τίθεται ο δεύτερος και σημαντικότερος περιορισμός: Η οριακή τιμή της πίεσεως αναρροφήσεως της αντλίας (p_A) δεν είναι μηδέν, αλλά ίση με την τάση ατμών του υγρού (p_v). Η μέγιστη πτώση πίεσεως είναι επομένως μικρότερη από εκείνη που υποδεικνύει η σχέση (11.7α):

$$\left(\frac{p_1 - p_A}{\gamma} \right)_{\max} = \frac{(p_{\text{atm}} - p_v)}{\gamma} \quad (11.7\delta)$$

Αντίστοιχα, το στατικό ύψος αναρροφήσεως από δεξαμενή ατμοσφαιρικής πίεσεως, θα είναι μικρότερο από τη μέγιστη πτώση του ύψους πίεσεως:

$$H_{\Sigma a} < \frac{p_{\text{atm}} - p_v}{\gamma} \quad (11.7\epsilon)$$

Έτσι, για νερό θερμοκρασίας 25°C, το στατικό ύψος αναρροφήσεως από δεξαμενή ατμοσφαιρικής πίεσεως θα έχει περιορισμό:

$$H_{\Sigma a, v, 25^\circ} < \frac{p_1 - p_{v, 25}}{\gamma} = \frac{(101,3 - 3,2) \text{KPa}}{9,81 \text{KN/m}^3} \Rightarrow H_{\Sigma a, v, 25^\circ} < 10 \text{ m}$$

αφού για νερό 60 °C:

$$H_{\Sigma a, v, 60^\circ} < \frac{p_1 - p_{v, 60}}{\gamma} = \frac{(101,3 - 20) \text{KPa}}{9,81 \text{KN/m}^3} \Rightarrow H_{\Sigma a, v, 60^\circ} < 8,3 \text{ m}$$

Στον Πίνακα 11.2.1, βλέπουμε την τάση ατμών του νερού για θερμοκρασίες από 0 ως 101°C.

Πίνακας 11.2.1
Τάση ατμών νερού.

$t, ^\circ\text{C}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,1	1,1
10	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,1	2,2
20	2,3	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0
30	4,2	4,5	4,8	5,0	5,3	5,6	5,9	6,3	6,6	7,0
40	7,4	7,8	8,2	8,6	9,1	9,6	10,1	10,6	11,2	11,7
50	12,3	13,0	13,6	14,3	15,0	15,7	16,5	17,3	18,1	19,0
60	19,9	20,9	21,8	22,8	23,9	25,0	26,1	27,3	28,5	29,8
70	31,2	32,5	33,9	35,4	37,0	38,5	40,2	41,9	43,6	45,5
80	47,3	49,3	51,3	53,4	55,6	57,8	60,1	62,5	64,9	67,5
90	70,1	72,8	75,6	78,5	81,4	84,5	87,7	90,9	94,3	97,7
100	101,3	105,0								

Περιορισμός τρίτος: Το ρευστό θα πρέπει να μείνει σε υγρά κατάσταση και όταν εισέλθει στην αντλία. Καθώς το υγρό από το σημείο A εισέρχεται στο εσωτερικό της αντλίας, η πίεση μειώνεται και άλλο, λόγω της αντιστάσεως στο στόμιο εισόδου της αντλίας και, προκειμένου για δυναμικές αντλίες, λόγω της απότομης αυξήσεως της ταχύτητας στην είσοδο της φτερωτής. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ του σημείου A και του αντίστοιχου σημείου A' στο εσωτερικό της αντλίας, και λαμβάνοντας υπόψη ότι από το σημείο A ως το A' δεν υπάρχει υψομετρική διαφορά, έχουμε:

$$\frac{p_A - p_{A'}}{\gamma} + \frac{v_A^2 - v_{A'}^2}{2g} = h_{\text{εισ}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_{A'}}{\gamma} = \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} - \left(h_{\text{εισ}} + \frac{v_{A'}^2}{2g} \right) \quad (11.8)$$

Το ύψος απωλειών στην είσοδο της αντλίας $h_{\text{εισ}}$ και η ταχύτητα στο σημείο A' (σχ. 11.2β), εξαρτώνται από τον τύπο και το σχεδιασμό της αντλίας. Αν συμβολίσουμε με ΔH την επιπλέον απώλεια ύψους ενέργειας από το σημείο συνδέσεως της αναρροφήσεως A ως το εσωτερικό της αντλίας A' (για τις δυναμικές περιστροφικές αντλίες, ως την είσοδο του υγρού στη φτερωτή), έχουμε:

$$\Delta H = h_{\text{εισ}} + \frac{v_{A'}^2}{2g} \text{ και}$$

$$\frac{p_{A'}}{\gamma} = \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} - \Delta H \quad (11.8\alpha)$$

Δεν αρκεί η πίεση p_A να είναι μικρότερη από την τάση ατμών p_v . Πρέπει και η πίεση εισόδου στο κύριο σώμα της αντλίας $p_{A'}$ να είναι μεγαλύτερη της p_v :

$$p_{A'} \geq p_v \Rightarrow \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} \geq \frac{p_v}{\gamma} + \Delta H \quad (11.8\beta)$$

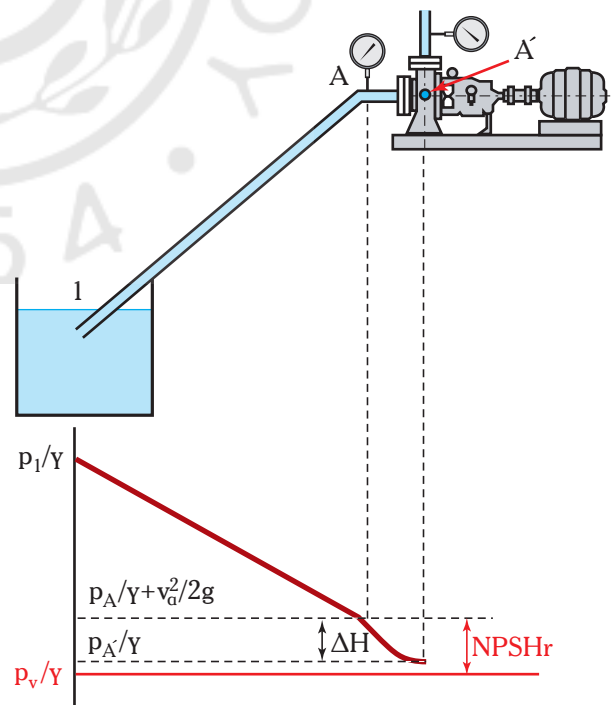
Άρα το άθροισμα του ύψους πίεσεως p_A/γ και του ύψους ταχύτητας στο τέλος του σωλήνα αναρροφήσεως, πρέπει να είναι τουλάχιστον κατά ΔH μεγαλύτερο από το ύψος p_v/γ .

Το ΔH εξαρτάται από τον τύπο της αντλίας (ειδικά για τις δυναμικές περιστροφικές, από το σχήμα της φτερωτής και ιδιαίτερα της εισόδου της, καθώς και από την ταχύτητα περιστροφής), αλλά και από την παροχή του συστήματος.

Λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση (11.8) προκύπτει:

$$\frac{p_1 - p_{A'}}{\gamma} = H_{\Sigma a} + \frac{v_1^2}{2g} + \Sigma h + \Delta H \quad (11.8\gamma)$$

Καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSH (Net Positive Suction Head) καλείται η διαφορά του ύψους πίεσεως και ταχύτητας του ρευστού στην αναρρόφηση της αντλίας, από το ύψος πίεσεως, στο οποίο το υγρό βράζει:



Σχ. 11.2β.
Μεταβολή του ύψους πίεσεως.

$$\text{NPSH} = \left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \right) - \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_A - p_v}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \quad (11.9)$$

Όσο πιο μεγάλο είναι το καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSH, τόσο μικρότερες πιθανότητες υπάρχουν να δημιουργηθούν ατμοί στην είσοδο της αντλίας, οι οποίοι θα προκαλούσαν το φαινόμενο της σπλαιώσεως (το οποίο θα δούμε αναλυτικά στο Δωδέκατο Κεφάλαιο) ή θα διέκοπταν την άντληση. Πιο συγκεκριμένα, όπως είδαμε, κατά τη ροή του ρευστού από το σημείο A (τέλος του σωλήνα αναρροφήσεως) στο σημείο A' (εσωτερικό της αντλίας, είσοδος στην πτερωτή) παρουσιάζεται επιπλέον πτώση ύψους ΔH, εξαρτώμενη κυρίως από τη σχεδίαση της αντλίας αλλά και από την παροχή. Το ΔH καλείται και **απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHr (Net Positive Suction Head Required)** και αποτελεί σημαντικό χαρακτηριστικό της αντλίας. Από την εξίσωση (11.8α) προκύπτει:

$$\text{NPSHr} = \left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \right) - \frac{p_{A'}}{\gamma} = \frac{p_A - p_{A'}}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \quad (11.9a)$$

Αντίστοιχα, το NPSH που υπολογίζουμε από την εξίσωση (11.9) και το οποίο εξαρτάται από τις συγκεκριμένες ενεργειακές συνθήκες της αναρροφήσεως και την τάση ατμών του υγρού (αλλά όχι από την αντλία), καλείται **διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHa (Net Positive Suction Head Available)**. Σημειώνουμε ότι, όπως προκύπτει από την εξίσωση (11.9), όσο πιο μεγάλη είναι η τάση ατμών, τόσο πιο μικρό είναι το NPSHa. Επομένως, η άντληση των πτητικών υγρών ή των υγρών υψηλής θερμοκρασίας χρειάζεται μεγαλύτερη προσοχή. Επίσης, το NPSHa μειώνεται όταν η πτώση πίεσης στην αναρρόφηση είναι μεγάλη (άρα η πίεση p_A μικρή).

Για να μην έχουμε βρασμό, θα πρέπει:

$$\text{NPSHa} > \text{NPSHr}$$

Στην οριακή περίπτωση, κατά την οποία η πίεση εισόδου στην αντλία ισούται με την τάση ατμών του υγρού ($p_{A'} = p_v$), τα δύο μεγέθη εξισώνονται:

$$p_{A'} = p_v \Rightarrow \text{NPSHa} = \text{NPSHr}$$

Σημειώνουμε ότι το NPSHa εξαρτάται από το σχεδιασμό και τις συνθήκες λειτουργίας της αναρροφήσεως του συστήματος αντλήσεως, ενώ το NPSHr, από το σχεδιασμό και τις συνθήκες λειτουργίας της αντλίας.

Η πτώση του ύψους πίεσης στην αναρρόφηση του συστήματος αντλήσεως, φαίνεται στο σχήμα 11.2β. Παρατηρούμε ότι από το σημείο A, στο οποίο τελειώνει ο σωλήνας αναρροφήσεως, ως την είσοδο του ρευστού στο εσωτερικό της αντλίας A', έχουμε επιπλέον μείωση του ύψους πίεσης, η οποία όμως δεν πρέπει να υπερβεί το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHa.

Μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως $H_{a,max}$ καλείται η ποσότητα:

$$H_{a,max} = H_{\Sigma a,max} + \frac{v_a^2}{2g} + h_a = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - \text{NPSHr} \quad (11.10)$$

Το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως αποτελεί σημαντικό χαρακτηριστικό των αντλιών. Οι πίνακες λειτουργίας των αντλιών δίνουν συχνά το $H_{a,max}$ για νερό θερμοκρασίας 18°C και πίεση δεξαμενής αναρροφήσεως ίση με την ατμοσφαιρική (και αμελητέα την κινητική ενέργεια).

Το μέγιστο στατικό ύψος αναρροφήσεως $H_{\Sigma,max}$ προκύπτει ίσο με:

$$H_{\Sigma,max} = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - \frac{v_1^2}{2g} - h_a - \Delta H = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - \frac{v_a^2}{2g} - h_a - \text{NPSHr} \quad (11.10a)$$

Αρνητικό εξαγόμενο της εξίσωσης δείχνει ότι στις συγκεκριμένες συνθήκες η αντλία θα πρέπει να βρίσκεται χαμηλότερα από την επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως τουλάχιστον κατά $|H_{\Sigma, \max}|$.

Αν η παροχή τείνει στο μηδέν, η ταχύτητα και οι απώλειες στο σωλήνα αναρροφήσεως τείνουν επίσης στο μηδέν, οπότε η εξίσωση (11.12α) γίνεται:

$$H_{\Sigma, \max} = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - \Delta H = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - \text{NPSH}_r \quad (11.10\beta)$$

Δηλαδή, η οριακή τιμή του μέγιστου στατικού ύψους αναρροφήσεως ταυτίζεται με το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως. Όταν όμως απαιτείται κάποια αξιόλογη παροχή, το $H_{\Sigma, \max}$ είναι μικρότερο από το $H_{a, \max}$.

Αν το αντλούμενο υγρό περιέχει διαλυμένα αέρια σε ικανή ποσότητα, επειδή η πτώση πίεσης μειώνει τη διαλυτότητά τους, ο κίνδυνος δημιουργίας φυσαλίδων των αερίων αυτών στα σημεία χαμηλής πίεσης, περιορίζει στην πράξη ακόμα περισσότερο το μέγιστο ύψος αναρροφήσεως και το μέγιστο στατικό ύψος που με βάση τις εξισώσεις (11.10α) και (11.10β) θα μπορούσαν να επιτευχθούν. Αλλά στα ζητήματα αυτά θα επανέλθουμε κατά την εξέταση της σπηλαιώσεως των φυγοκέντρων αντλιών.

Παράδειγμα 6

Αντλία αναρροφά νερό από ανοικτή δεξαμενή ($p_1 = 101,3 \text{ KPa}$). Ο σωλήνας αναρροφήσεως είναι από χυτοσίδηρο μήκους 8 m και διαμέτρου 10 cm. Αν το στατικό ύψος αναρροφήσεως είναι 4,7 m και η παροχή $120 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν η πτώση πίεσης στο σωλήνα αναρροφήσεως και το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSH_a του συστήματος, για θερμοκρασίες νερού 25°C και 70°C . Ποια θα είναι τα αντίστοιχα μεγέθη, αν η διάμετρος του σωλήνα αναρροφήσεως είναι 16 cm και το μήκος του 5 m;

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{α) Δεδομένα: } & d_a = 0,10 \text{ m} & L_a = 8 \text{ m} & \epsilon = 0,00026 \text{ m} & \gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3 \\ & p_1 = 101,3 \text{ KPa} & Q = 120/3600 \text{ m}^3/\text{s} & H_{\Sigma a} = 4,7 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{Ζητούμενα: } p_1 - p_A, \quad \text{NPSH}_a \text{ για } 25^\circ\text{C} \text{ και για } 70^\circ\text{C}.$$

Η ταχύτητα στο σωλήνα αναρροφήσεως είναι:

$$v_a = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_a^2} \Rightarrow v_a = 4,2 \text{ m/s}$$

$$(\text{Re}_a = \frac{v_a \cdot d_a}{\nu} \Rightarrow \text{Re}_a = 4,24 \cdot 10^5, \quad \epsilon/d = 0,0026) \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0255$$

$$h_a = f_a \cdot \frac{L_a}{d_a^5} \cdot \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow h_a = 1,87 \text{ m}$$

$$(11.6) \Rightarrow \frac{p_1 - p_A}{\gamma} = H_{\Sigma a} + \frac{v_a^2}{2g} + h_a \Rightarrow p_1 - p_A = 73,5 \text{ KPa}$$

$$(11.9) \Rightarrow \text{NPSH}_a = \frac{p_A - p_v}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g}$$

Για τον υπολογισμό του NPSH_a χρειάζεται η γνώση της τάσεως ατμών του νερού στις θερμοκρασίες 25°C και 70°C . Από τον Πίνακα 11.2.1 λαμβάνουμε:

$$p_{v,25} = 3,2 \text{ KPa}$$

$$p_{v,70} = 31,2 \text{ KPa}$$

$$p_A = p_1 - 73,5 \text{ KPa} = 27,8 \text{ KPa}$$

$$- \Sigma \varepsilon 25^{\circ}\text{C}: \quad \text{NPSHa} = 3,43 \text{ m}$$

$$- \Sigma \varepsilon 70^{\circ}\text{C}: \quad \text{NPSHa} = 0,57 \text{ m}$$

β) Αν το μήκος του σωλήνα αναρροφήσεως μειωθεί σε $L_a = 5 \text{ m}$ και η διάμετρος αυξηθεί σε $d_a = 0,16 \text{ m}$, το ύψος απωλειών θα μειωθεί, καθώς και η ταχύτητα. Με την ίδια διαδικασία που ακολουθήσαμε προηγουμένως, προκύπτουν:

$$v_a = 1,66 \text{ m/s}$$

$$h_a = 0,10 \text{ m}$$

$$(11.6) \Rightarrow p_1 - p_A = 48,5 \text{ KPa}$$

$$(11.9) \Rightarrow \Sigma \varepsilon 25^{\circ}\text{C}: \quad \text{NPSHa} = 5,20 \text{ m}$$

$$\Sigma \varepsilon 70^{\circ}\text{C}: \quad \text{NPSHa} = 2,35 \text{ m}$$

Σημειώνουμε ότι υπολογίσαμε το καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHa, το οποίο είναι διαθέσιμο στις συγκεκριμένες συνθήκες της αναρροφήσεως. Απαραίτητη προϋπόθεση για να μπορέσει να λειτουργήσει το σύστημα αντλήσεως, αποτελεί, το απαιτούμενο από την αντλία καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHr, να είναι μικρότερο.

Παρατηρούμε ότι όσο πιο μικρό είναι το ύψος απωλειών, τόσο μεγαλύτερο είναι το διαθέσιμο καθαρό ύψος αναρροφήσεως του συστήματος αντλήσεως. Αυτός είναι ο λόγος, για τον οποίο όταν σχεδιάζουμε ένα σύστημα αντλήσεως, φροντίζουμε ο σωλήνας αναρροφήσεως να μην έχει μεγάλο μήκος, να έχει σχετικά μεγάλη διάμετρο και αποφεύγουμε την τοποθέτηση εξαρτημάτων, τα οποία αυξάνουν το ύψος απωλειών.

11.3 Επίδραση των φυσικών ιδιοτήτων του υγρού στην αντλία.

Οι σημαντικότερες ιδιότητες των υγρών που επηρεάζουν (ενεργειακά ή λειτουργικά) το σύστημα αντλήσεώς τους και ιδιαίτερα την αντλία, είναι οι ακόλουθες:

α) Πυκνότητα και ειδικό βάρος ($\gamma = \rho g$).

Από το ειδικό βάρος εξαρτάται το ύψος πίεσεως (p/γ). Οι άλλοι όροι του ολικού ύψους (ύψη δυναμικής και κινητικής ενέργειας) είναι ανεξάρτητοι από το ειδικό βάρος του υγρού. Πιο σημαντική είναι η επίδρασή του στην αποδιδόμενη από την αντλία ισχύ P_o . Όπως φαίνεται από την εξίσωση (11.4), η αποδιδόμενη ισχύς είναι ανάλογη του ειδικού βάρους.

β) Συμπιεσιότητα.

Όλα τα υγρά είναι πρακτικά ασυμπιεστά. Η κοινή αυτή ιδιότητά τους δεν επηρεάζει ενεργειακά το σύστημα αντλήσεως. Όπως όμως γνωρίζουμε, δημιουργεί σοβαρά προβλήματα κατά την απότομη μεταβολή της κινητικής τους καταστάσεως εντός των σωληνώσεων (υδραυλικό πλήγμα). Για τούτο κατά τη λειτουργία της αντλίας θα πρέπει να φροντίζουμε, ώστε οι μεταβατικές καταστάσεις (έναρξη και πέρας λειτουργίας) να είναι όσο το δυνατόν πιο ομαλές. Ιδιαίτερα σημαντικό είναι το πρόβλημα στις παλινδρομικές αντλίες. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με χρήση αεροκωδώνων.

γ) Τάση ατμών, πηπτικότητα.

Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, η τάση ατμών επηρεάζει άμεσα το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως (NPSHa) και το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως $H_{a,max}$, το οποίο μπορούμε να πετύχουμε στο σύστημα αντλήσεως. Όσο πιο πηπτικό είναι ένα υγρό (δηλ. όσο πιο μεγάλη είναι η τάση ατμών του για μία συγκεκριμένη θερμοκρασία), τόσο μικρότερο είναι το ύψος αναρροφήσεως που μπορεί να επιτευχθεί και τόσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος σπλαιώσεως.

δ) Διαλυτότητα αερίων.

Η υψηλή διαλυτότητα ορισμένων αερίων στα υγρά, και ιδιαίτερα στο νερό, πιθανόν να δημιουργήσει

προβλήματα στο σύστημα αντλήσεως, τόσο ενεργειακά (πώση βαθμού αποδόσεως της αντλίας), όσο και λειτουργικά (σπνλαιώση). Αυτά οφείλονται στο ότι η διαλυτότητα των αερίων σε υγρά, μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας και με την πώση της πίεσεως (νόμος του Henry). Πιθανό αποτέλεσμα της μείωσης της διαλυτότητας, είναι η έκλυση φυσαλίδων και η δημιουργία ανεπιθυμητών αεροθυλάκων στους σωλήνες μεταφοράς και –κυρίως– στην εισαγωγή του υγρού από το σωλήνα αναρροφήσεως στην αντλία. Σ' αυτήν την κρίσιμη περιοχή, όπως είδαμε, παρατηρείται η μέγιστη πώση πίεσεως, άρα η ελάχιστη διαλυτότητα των αερίων.

ε) Διαβρωτικές ιδιότητες υγρών.

Τα αντλούμενα υγρά έρχονται σε συνεχή επαφή με τις εσωτερικές επιφάνειες των σωληνώσεων και των αντλιών. Το διαβρωτικό περιβάλλον που διαμορφώνουν πολλά από αυτά, απειλεί με σοβαρές φθορές τις αντλίες, μειώνοντας αρχικά την απόδοσή τους, οδηγώντας συχνά σε πλήρη ακρήστευση εξαρτημάτων ή και αντλιών. Προκειμένου να αντιμετωπισθεί η διάβρωση που προκαλούν επικίνδυνα υγρά, χρησιμοποιούμε αντλίες κατασκευασμένες από ειδικά υλικά. Έτσι, για όξινα διαλύματα με pH 0–4 χρησιμοποιούνται ανθεκτικά μέταλλα (ανοξείδωτος χάλυβας, χρωμιούχος ή χρωμιονικελιούχος χάλυβας με μολυβδαίνιο, τιτάνιο, χρωμιούχος ή πυριτιούχος χυτοσίδηρος, μόλυβδος σκληρυμένος με αντιμόνιο), κεραμικά υλικά και πλαστικά (με περιορισμούς θερμοκρασίας: PVC ως 60°C, πολυαιθυλένιο ως 120°C). Για υγρά με pH 4–6 χρησιμοποιούνται διάφορα κράματα ορείχαλκου. Για pH 6–9 χυτοσίδηρος, ενώ για pH 9–14 χυτοσίδηρος ή μονέλ (κράμα Ni-Cu). Είναι προφανές πως μόνο τα εξαρτήματα που έρχονται σε επαφή με το διαβρωτικό υγρό κατασκευάζονται (ή επικαλύπτονται) από ανθεκτικά υλικά.

στ) Ιξώδες.

Το ιξώδες του υγρού, όπως έχουμε δει, επηρεάζει το συντελεστή τριβής, άρα το ύψος απωλειών. Πέρα όμως από αυτό, υγρά με πολύ μεγάλο ιξώδες, δημιουργούν προβλήματα στις αντλίες δυναμικού τύπου. Για τούτο, η άντληση των παχυρρευστών υγρών γίνεται συνήθως με χρήση περιστροφικών αντλιών στατικού τύπου.

Σημειώνουμε την έμμεση επίδραση της **θερμοκρασίας** του υγρού στην άντληση: Η αύξηση της θερμοκρασίας οδηγεί σε μείωση της διαλυτότητας των αερίων και σε αύξηση της τάσεως ατμών, επομένως οι συνθήκες δημιουργίας αερίων και ο κίνδυνος σπνλαιώσεως αυξάνονται. Αποτέλεσμα είναι η μείωση του επιτρεπόμενου ύψους αναρροφήσεως αλλά και αποδόσεως της αντλίας. Η αύξηση όμως της θερμοκρασίας είναι θετική για τα παχύρρευστα υγρά, γιατί έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του ιξώδους και την ευκολότερη άντλησή τους.

11.4 Χαρακτηριστικά μεγέθη συστημάτων αντλήσεως και αντλιών.

Όπως ήδη αναφέραμε, η αντλία αποτελεί την καρδιά του συστήματος αντλήσεως, αντιμετωπίζοντας τις ενεργειακές του ανάγκες και μεταβιβάζοντας στο υγρό το αναγκαίο για τη διακίνησή του μηχανικό έργο. Ο υπολογισμός του συστήματος εισάγει μια σειρά ενεργειακών μεγεθών και μεγεθών ροής, τα οποία σχετίζονται με την αντλία και χαρακτηρίζουν τη δράση της ή τις δυνατότητές της. Ήδη αναφερθήκαμε σε αρκετά απ' αυτά. Στην παρούσα ενότητα θα τα συμπληρώσουμε και θα τα δούμε πιο αναλυτικά και ομαδοποιημένα.

Διακρίνουμε τέσσερεις ομάδες χαρακτηριστικών μεγεθών του συστήματος αντλήσεως (και κατ' επέκταση της αντλίας): Τα ενεργειακά ύψη, την παροχή, την ισχύ και τους βαθμούς αποδόσεως.

11.4.1 Ενεργειακά ύψη.

Πρόκειται για ενεργειακά μεγέθη και πιο συγκεκριμένα για ενέργεια ανά μονάδα βάρους του διερχόμενου από την αντλία ρευστού. Επειδή, όπως είδαμε στο Τρίτο Κεφάλαιο, η ενέργεια ανά μονάδα βάρους έχει διαστάσεις μήκους, μιλάμε για ενεργειακά ύψη.

α) Ενεργειακά ύψη συστήματος αντλήσεως.

Η αντλία καλείται να αντιμετωπίσει τα ενεργειακά ύψη του συστήματος αντλήσεως στο οποίο τοποθετείται (σχ. 11.4α). Σύμφωνα με την εξίσωση ενέργειας (11.2) αυτά είναι τα ακόλουθα:

1. Στατικό (ή γεωμετρικό) ύψος του συστήματος αντλήσεως, H_{Σ} .

Εκφράζει τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα βάρους του ρευστού, από την αρχή ως το τέλος του συστήματος αντλήσεως. Ισούται με την υψομετρική διαφορά μεταξύ αρχής και τέλους του συστήματος και γι' αυτό ονομάζεται και **γεωμετρικό ύψος**.

Διακρίνουμε το **στατικό ύψος αναρροφήσεως** H_a , το **στατικό ύψος καταθλίψεως** H_k και το **ολικό στατικό ύψος** H_{Σ} . Κάποιο μικρό στατικό ύψος $H_{\Sigma p}$ παρουσιάζει και η αντλία (και αποτελεί κατασκευαστικό της χαρακτηριστικό), αλλά στις περισσότερες περιπτώσεις είναι αμελητέο:

$$H_{\Sigma} = y_2 - y_1 = H_a + H_k + H_{\Sigma p} \quad (11.11)$$

όπου: y_1 το υψόμετρο του επιπέδου αναρροφήσεως και y_2 το υψόμετρο του επιπέδου καταθλίψεως.

2. Ύψος πίεσεως.

Γενικά, ύψος πίεσεως καλείται η ενέργεια πίεσεως ανά μονάδα βάρους του ρευστού (p/γ).

Ύψος πίεσεως του συστήματος αντλήσεως καλείται η μεταβολή του ύψους πίεσεως μεταξύ αρχής και τέλους του συστήματος. Ισούται με τη μεταβολή της πίεσεως προς το ειδικό βάρος του αντλούμενου υγρού:

$$H_p = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} \quad (11.12)$$

Αν η αναρρόφηση και η κατάθλιψη του συστήματος έχουν ίδια πίεση ($p_1 = p_2$), όπως στο σύστημα του σχήματος 11.4β, το ύψος πίεσεως του συστήματος αντλήσεως ισούται με μηδέν.

Και εδώ διακρίνουμε το ύψος πίεσεως αναρροφήσεως $(p_A - p_1)/\gamma$, καταθλίψεως $(p_2 - p_K)/\gamma$ και αντλίας $(p_K - p_A)/\gamma$. Η ιδιομορφία βρίσκεται ότι τα ύψη πίεσεως στην αναρρόφηση και στην κατάθλιψη είναι συνήθως αρνητικά (αφού κατά τη ροή σε σωλήνα παρουσιάζεται πτώση πίεσεως: $p_A < p_1$ και $p_2 < p_K$). Αντίθετα, το ύψος πίεσεως της αντλίας είναι πολύ μεγάλο ($p_A < p_K$), αφού όπως είδαμε, η ενέργεια που μεταβιβάζει η αντλία στο ρευστό, στην έξοδό της έχει κυρίως τη μορφή της ενέργειας πίεσεως. **Το ύψος πίεσεως που αποδίδει η αντλία καλείται μανομετρικό ύψος της αντλίας** και αποτελεί σημαντικό χαρακτηριστικό της. Το μανομετρικό ύψος της αντλίας δεν υπεισέρχεται στην εξίσωση ενέργειας του συστήματος αντλήσεως και θα αναφερθεί πιο κάτω.

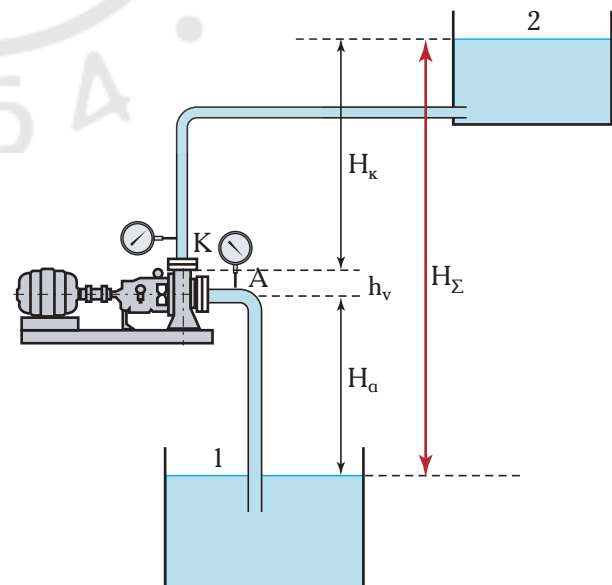
3. Ύψος ταχύτητας.

Γενικά είναι η κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους του ρευστού ($v^2/2g$). **Ύψος ταχύτητας του συστήματος αντλήσεως** καλείται η μεταβολή του ύψους ταχύτητας μεταξύ αρχής και τέλους του συστήματος.

Αν $v_1 = v_2$ το ύψος ταχύτητας του συστήματος είναι μηδέν. Γενικά, το ύψος ταχύτητας είναι μικρό, με εξαίρεση τα συστήματα αντλήσεως που έχουν ως στόχο την αύξηση της ταχύτητας στην κατάθλιψη (π.χ. αντλητικά συστήματα πυροσβέσεως).

4. Ύψος απωλειών.

Πρόκειται για τις απώλειες λόγω τριβών ανά μο-



Σχ. 11.4α.

Στατικά ύψη συστήματος αντλήσεως.

νάδα βάρους ρευστού. Το **ύψος απωλειών του συστήματος αντλήσεως** ισούται με το άθροισμα του ύψους απωλειών στο σωλήνα αναρροφήσεως και στο σωλήνα καταθλίψεως:

$$\Sigma h = h_a + h_k \quad (11.13)$$

Οι απώλειες ενέργειας λόγω ροής στο εσωτερικό της αντλίας αφορούν σε ενέργεια που δεν αποδίδεται στο αντλούμενο υγρό, επομένως δεν συνυπολογίζονται στις ενεργειακές απώλειες του συστήματος αντλήσεως, αλλά στις ενεργειακές απώλειες της αντλίας (που δεν οφείλονται μόνο στη ροή).

5. Αποδιδόμενο ύψος αντλίας (ή ολικό ύψος συστήματος αντλήσεως), H_o .

Εκφράζει την ενέργεια που δίνει η αντλία ανά μονάδα βάρους του υγρού που διέρχεται απ' αυτήν. Είναι το σημαντικότερο ύψος και ήδη το έχουμε συναντήσει στην εξίσωση ενέργειας του συστήματος αντλήσεως:

$$H_o = H_\Sigma + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \quad (11.2)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (11.2), το ολικό ύψος είναι το άθροισμα του στατικού ύψους, του ύψους πίεσεως, του ύψους ταχύτητας και του ύψους απωλειών του συστήματος αντλήσεως.

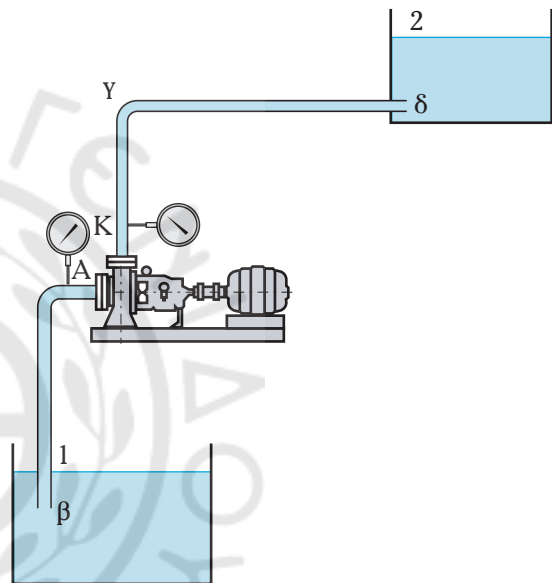
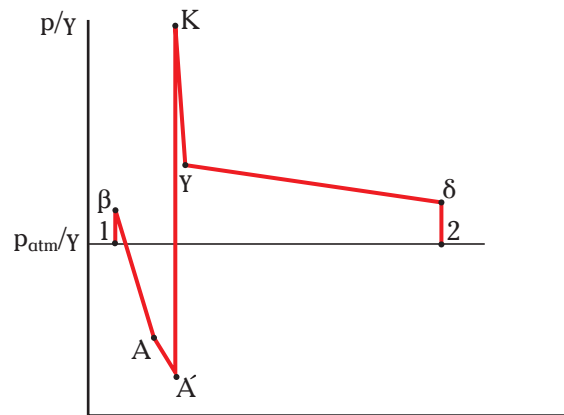
β) Ενεργειακά ύψη αντλίας.

Σε αντιστοιχία με τα παραπάνω ενεργειακά ύψη του συστήματος αντλήσεως, έχουμε και τα ενεργειακά ύψη της αντλίας: Στατικό ύψος αντλίας ($H_{\Sigma p}$), μανομετρικό ύψος αντλίας (H_m), ύψος ταχύτητας $[(v_K^2 - v_A^2)/2g]$, ύψος απωλειών (Σh_p). Από αυτά, το σημαντικότερο είναι το μανομετρικό ύψος της αντλίας, αφού όπως έχουμε τονίσει, η αντλία προσδίδει στο ρευστό ενέργεια κυρίως ως ενέργεια πίεσεως. Το στατικό ύψος και το ύψος ταχύτητας της αντλίας είναι πολύ μικρά (συνήθως αμελητέα), αφού το ύψος των απωλειών που οφείλονται στη ροή στο εσωτερικό της αντλίας, εντάσσεται στο σύνολο των ενεργειακών απωλειών της.

1. Μανομετρικό ύψος αντλίας.

Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, το μηχανικό έργο που μεταδίδει μία αντλία θετικής εκτοπίσεως στο ρευστό, μετατρέπεται άμεσα σε ενέργεια πίεσεως. Αντίστοιχα το μηχανικό έργο που μεταδίδει μία δυναμική αντλία στο ρευστό, μετατρέπεται αρχικά, εντός της αντλίας, σε κινητική ενέργεια, το μεγαλύτερο ποσοστό της οποίας, καθώς το υγρό εξέρχεται από την αντλία, μετατρέπεται σε ενέργεια πίεσεως. Και στις δύο περιπτώσεις λοιπόν, η ενέργεια που κυρίως αυξάνεται από την είσοδο ως στην έξοδο της αντλίας, είναι η ενέργεια πίεσεως. (Εξάιρεση αποτελούν οι παλινδρομικές αντλίες αναρροφήσεως, τα παλιά συστήματα αντλήσεως που δεν χρησιμοποιούνται πλέον, καθώς και ορισμένοι ειδικοί τύποι αντλιών).

Η αύξηση του ύψους της ενέργειας πίεσεως από την είσοδο ως την έξοδο της αντλίας, καλείται **μανομετρικό ύψος της αντλίας** και συμβολίζεται με H_m .



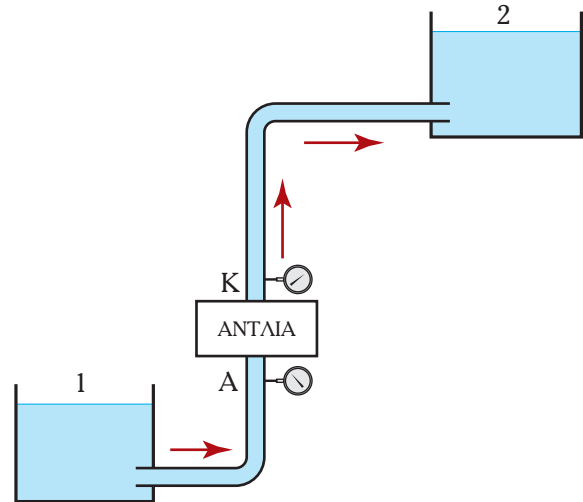
Σχ. 11.4β.

Υψη πίεσεως συστήματος αντλήσεως.

Το μανομετρικό ύψος, εκφράζει την αύξηση της ενέργειας πίεσης ανά μονάδα βάρους του υγρού που διέρχεται από την αντλία. Στην πράξη, μπορεί να μετρηθεί εύκολα με μανόμετρα τοποθετημένα στην είσοδο και στην έξοδο της αντλίας. Στον τρόπο μετρήσεώς του οφείλεται και η ονομασία του.

Στο σύστημα αντλήσεως του σχήματος 11.4γ, το σημείο Α αντιστοιχεί στην είσοδο της αντλίας (αναρρόφηση) και το Κ στην έξοδο από αυτή (κατάθλιψη). Σύμφωνα με τον ορισμό, το μανομετρικό ύψος δίνεται από την εξίσωση:

$$H_m = \frac{P_K - P_A}{\gamma} \quad (11.14)$$



Σχ. 11.4γ.

Μανόμετρα σε σύστημα αντλήσεως.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (11.2) μεταξύ των σημείων Α και Κ προκύπτει:

$$H_o = H_{\Sigma p} + \frac{P_K - P_A}{\gamma} + \frac{v_K^2 - v_A^2}{2g} \quad (11.15)$$

όπου: $H_{\Sigma p} = y_K - y_A$ η υψομετρική διαφορά μεταξύ εισόδου και εξόδου της αντλίας (στατικό ύψος της αντλίας). Στην παραπάνω εξίσωση, οι απώλειες λόγω τριβών εντός της αντλίας δεν λαμβάνονται υπόψη γιατί καλύπτονται από μηχανικό έργο, το οποίο καταναλώνει η αντλία και δεν αποδίδεται στο διερχόμενο απ' αυτήν ρευστό.

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις (11.14) και (11.15), προκύπτει η σχέση μεταξύ αποδιδόμενου και μανομετρικού ύψους της αντλίας:

$$H_o = H_m + \frac{v_K^2 - v_A^2}{2g} + H_{\Sigma p} \quad (11.16)$$

Συνήθως, η διάμετρος της αναρροφήσεως είναι μεγαλύτερη από τη διάμετρο κατάθλιψεως (για να προκύψει μεγαλύτερο NPSHa). Κατά συνέπεια, η ταχύτητα κατάθλιψεως είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα αναρροφήσεως. Το στατικό ύψος της αντλίας $H_{\Sigma p}$ είναι μικρό και συνήθως δεν λαμβάνεται υπόψη στους υπολογισμούς. Επομένως, το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας H_o είναι λίγο μεγαλύτερο από το μανομετρικό ύψος H_m .

Μανομετρικό ύψος αναρροφήσεως καλείται το ύψος της σχετικής πίεσης στην αναρρόφηση Α:

$$H_{ma} = \frac{P_A - P_{atm}}{\gamma} \quad (11.17)$$

Στα συστήματα αντλήσεως των σχημάτων 11.4β και 11.4γ, η πίεση στο σημείο Α (p_A) είναι μικρότερη από την πίεση στην επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως (p_1), λόγω της πτώσεως πίεσης στο σωλήνα αναρροφήσεως. Αν η πίεση στην επιφάνεια της δεξαμενής είναι ατμοσφαιρική ($p_1 = p_{atm}$), η p_A είναι μικρότερη της ατμοσφαιρικής ($p_A < p_{atm}$, υποπίεση ή κενό) και το μανομετρικό ύψος αναρροφήσεως προκύπτει αρνητικό.

Μανομετρικό ύψος κατάθλιψεως καλείται αντίστοιχα, το ύψος της σχετικής πίεσης στην κατάθλιψη Κ:

$$H_{mk} = \frac{P_K - P_{atm}}{\gamma} \quad (11.17a)$$

Τα μανομετρικά ύψη αναρροφήσεως και καταθλίψεως τα μετράμε εύκολα με μανόμετρα τοποθετημένα στα σημεία Α και Κ.

Από τις εξισώσεις (11.14), (11.17) και (11.17α) προκύπτει:

$$H_m = H_{mk} - H_{ma} \quad (11.17\beta)$$

Παράδειγμα 7

Στο σύστημα αντλήσεως νερού του σχήματος 11.46, οι σωλήνες είναι από γαλβανισμένο σίδηρο. Ο σωλήνας αναρροφήσεως έχει διάμετρο 3 in και μήκος 4 m και ο σωλήνας καταθλίψεως, διάμετρο 2,5 in και μήκος 50 m. Τα μανόμετρα δίνουν σχετική πίεση για το σημείο Α, $-0,6$ bar και για το σημείο Κ, $5,92$ bar. Να υπολογισθούν η παροχή, το αποδιδόμενο ύψος, η αποδιδόμενη ισχύς και τα μανομετρικά ύψη του συστήματος. (Δευτερεύουσες απώλειες αμελητέες, $y_A \approx y_K$).

Λύση:

$$\begin{aligned} \text{Δεδομένα: } d_a &= 3 \text{ in} = 0,0762 \text{ m} & L_a &= 4 \text{ m} \\ d_k &= 2,5 \text{ in} = 0,0635 \text{ m} & L_k &= 50 \text{ m} \\ \epsilon_a &= \epsilon_k = 0,00015 \text{ m} & v &= 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \\ \gamma &= 9,81 \text{ KN/m}^3 \\ y_A - y_1 &= 3 \text{ m} & y_A \approx y_K \quad y_2 - y_K &= 7 \text{ m} \\ p_1 &= p_2 = p_{\text{ατμ}} & p_A - p_1 &= -60 \text{ KPa}, \quad p_K - p_2 = 500 \text{ KPa} \end{aligned}$$

Ζητούμενα: Q , H_o , P_o , H_{ma} , H_{mk} , H_m

Τα μανομετρικά ύψη τα υπολογίζουμε από τους ορισμούς τους:

$$H_{ma} = \frac{p_A - p_{\text{ατμ}}}{\gamma} \Rightarrow H_{ma} = -6,11 \text{ m}$$

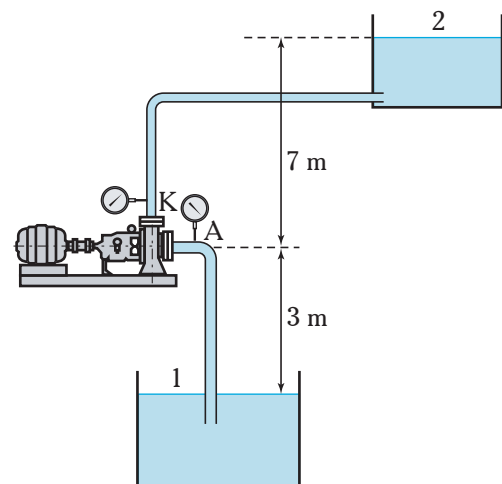
$$H_{mk} = \frac{p_K - p_{\text{ατμ}}}{\gamma} \Rightarrow H_{mk} = 60,35 \text{ m}$$

$$H_m = \frac{p_K - p_A}{\gamma} = H_{mk} - H_{ma} \Rightarrow H_m = 66,46 \text{ m}$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli στην αναρρόφηση (μεταξύ των σημείων 1 και Α), έχουμε:

$$\begin{aligned} y_1 - y_A + \frac{p_1 - p_A}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_A^2}{2g} &= h_a \Rightarrow \\ \Rightarrow y_1 - y_A + \frac{p_1 - p_A}{\gamma} - \frac{v_a^2}{2g} &= f_a \cdot \frac{L_a}{d_a} \cdot \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow \\ \Rightarrow y_1 - y_A + \frac{p_1 - p_A}{\gamma} &= \left(f_a \cdot \frac{L_a}{d_a} + 1 \right) \cdot \frac{v_a^2}{2g} \quad (1) \end{aligned}$$

Στην εξίσωση (1) άγνωστοι είναι η ταχύτητα στην αναρρόφηση και ο συντελεστής τριβής. Υποθέτοντας ότι η ροή



Σχ. 11.46.

μας είναι πλήρως τυρβώδης, υπολογίζουμε κατά τα γνωστά τον f_a :

$$(YET, \epsilon_a/d_a=0,00197) \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0233$$

$$y_1 - y_A = -3 \text{ m}, p_1 - p_A = 60 \text{ KPa}$$

$$(1) \Rightarrow v_a = 5,243 \text{ m/s}$$

$$\text{Έλεγχος YET: } Re_a = v_a \cdot d_a / \nu = 4 \cdot 10^5 \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0238$$

$$\text{Διόρθωση ταχύτητας: } (1) \Rightarrow v_a = 5,215 \text{ m/s}$$

Υπολογισμός παροχής:

$$Q = \frac{\pi \cdot d_a^2}{4} \cdot v_a \Rightarrow Q = 0,0238 \text{ m}^3/\text{s} = 85,6 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$v_k = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_k^2} \Rightarrow v_k = 7,51 \text{ m/s}$$

Υπολογισμός αποδιδόμενου ύψους:

1^{ος} τρόπος: Αξιοποίηση του ολικού μανομετρικού ύψους:

$$H_o = H_m + \frac{v_k^2 - v_A^2}{2g} \Rightarrow H_o = 67,95 \text{ m} \quad (11.16)$$

2^{ος} τρόπος: (χρησιμοποιείται όταν θέλουμε μεγαλύτερη ακρίβεια ή δεν εμπιστευόμαστε το μανόμετρο καταθλίψεως):

$$h_a = f_a \cdot \frac{L_a}{d_a} \cdot \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow h_a = 1,73 \text{ m}$$

$$(Re_k = 4,8 \cdot 10^5, \epsilon_k/d_k = 0,00236) \xrightarrow{\text{Moody}} f_k = 0,0248$$

$$h_k = f_k \cdot \frac{L_k}{d_k} \cdot \frac{v_k^2}{2g} \Rightarrow h_k = 56,23 \text{ m}$$

$$H_o = H_\Sigma + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_o = H_\Sigma + h_a + h_k \Rightarrow H_o = 67,95 \text{ m}$$

Υπολογισμός αποδιδόμενης παροχής:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o = 15,86 \text{ KW}$$

Σημείωση 1: Παρατηρούμε ότι το μανομετρικό ύψος είναι ελάχιστα μικρότερο από το αποδιδόμενο ($H_m = 66,46 \text{ m}$, $H_o = 67,95 \text{ m}$, δηλαδή διαφορά περίπου 2%). Όταν μάλιστα δεν υπάρχει διαφορά διαμέτρων, άρα και ταχυτήτων, στους σωλήνες αναρροφήσεως και καταθλίψεως, τότε τα δύο αυτά μεγέθη είναι ίσα. Γενικά, το μανομετρικό ύψος, το οποίο μετρείται εύκολα με τα μανόμετρα, όταν η διαφορά στις διαμέτρους των δύο σωλήνων δεν είναι μεγάλη, δίνει κατά ικανοποιητική προσέγγιση και το αποδιδόμενο ύψος (και για τούτο, σε πρόχειρους υπολογισμούς χρησιμοποιείται αντί αυτού).

Σημείωση 2: Δεν πρέπει να υπάρξει σύγχυση μεταξύ της μεταβολής του ύψους πίεσεως στην αναρρόφηση και στην κατάθλιψη με τα μανομετρικά ύψη αναρροφήσεως και καταθλίψεως. Άμεση σχέση έχουν μόνο όταν στα σημεία 1 και 2 (αρχή και τέλος του συστήματος αντλήσεως) έχουν ατμοσφαιρική πίεση. Τότε το μανομετρικό ύψος αναρροφήσεως ισούται με τη μεταβολή του ύψους πίεσεως στην αναρρόφηση, και το μανομετρικό ύψος καταθλίψεως είναι αντίθετο από τη μεταβολή του ύψους πίεσεως στην κατάθλιψη:

$$\text{Αν } p_1 = p_2 = p_{\text{ατμ}} \Rightarrow H_{\text{μα}} = \frac{p_A - p_1}{\gamma} \quad \text{και} \quad H_{\text{μκ}} = -\frac{p_2 - p_K}{\gamma}$$

Φυσικά δεν πρέπει να συγχέουμε το ύψος πίεσεως του συστήματος αντλήσεως (το οποίο σε πολλές περιπτώσεις είναι μηδενικό) με το μανομετρικό ύψος της αντλίας (το οποίο είναι κατά προσέγγιση ίσο με το αποδιδόμενο ύψος).

Σημείωση 3: Το (σχετικό) ύψος πίεσεως σε ένα σημείο (p_{ox}/γ) μπορεί να βρεθεί με τη βοήθεια μανομέτρου τοποθετημένου σε αυτό το σημείο. Για το λόγο αυτό τα ύψη πίεσεως ονομάζονται και μανομετρικά ύψη. Τα μανομετρικά ύψη αναρροφήσεως και καταθλίψεως υπολογίζονται από τις ενδείξεις των μανομέτρων στα σημεία Α (είσοδος της αντλίας) και Κ (έξοδος της αντλίας) (σχ. 11.4β).

2. Εσωτερικό αποδιδόμενο ύψος αντλίας H_e .

Εκφράζει την ενέργεια που η αντλία αποδίδει στη μονάδα βάρους του υγρού που ρέει στο εσωτερικό της. Ισούται με το άθροισμα του αποδιδόμενου ύψους και του ύψους υδραυλικών απωλειών στο εσωτερικό της αντλίας:

$$H_e = H_o + \Sigma h_p \quad (11.18)$$

Το εσωτερικό ύψος εκφράζει το ύψος που θα απέδιδε η αντλία στο διερχόμενο ρευστό, αν δεν υπήρχαν ενεργειακές απώλειες κατά τη ροή του ρευστού μέσα σ' αυτήν ούτε ανακυκλοφορία ενός ποσοστού του υγρού. Είναι δηλαδή το θεωρητικά αποδιδόμενο ύψος της αντλίας.

3. Κρίσιμα ύψη αναρροφήσεως.

Τα παραπάνω ενεργειακά ύψη πρέπει να τα συμπληρώσουμε με τα **ύψη που καθορίζουν τις δυνατότητες ομαλής αναρροφήσεως μιας αντλίας**, η οποία τοποθετείται σε ένα σύστημα αντλήσεως και τα οποία εξετάσαμε αναλυτικά στην παράγραφο 11.2. Πρόκειται για το διαθέσιμο και το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως (NPSHa και NPSHr αντίστοιχα), καθώς και για το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως ($H_{\alpha, \text{max}}$). Υπενθυμίζουμε:

– **Διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHa (Net Positive Suction Head Available)** καλείται η διαφορά του ύψους πίεσεως και ταχύτητας του ρευστού στην αναρρόφηση της αντλίας, από το ύψος πίεσεως στο οποίο το υγρό βράζει:

$$\text{NPSHa} = \left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \right) - \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_A - p_v}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \quad (11.9)$$

Το NPSHa εξαρτάται από το σύστημα αντλήσεως.

– **Απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHr (Net Positive Suction Head Required)** καλείται η πώση του ύψους ενέργειας από την είσοδο ως το εσωτερικό της αντλίας:

$$\text{NPSHr} = \left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \right) - \frac{p_{A'}}{\gamma} = \frac{p_A - p_{A'}}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \quad (11.9a)$$

Το NPSHr εξαρτάται από την αντλία.

– **Μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως $H_{\alpha, \text{max}}$** καλείται το μέγιστο ύψος ενέργειας της αναρροφήσεως που μπορεί να καλύψει η αντλία (χωρίς να φτάσει το εισερχόμενο στην αντλία υγρό σε κατάσταση βρασμού λόγω χαμηλής πίεσεως):

$$H_{\alpha, \text{max}} = H_{\Sigma \alpha, \text{max}} + \frac{v_a^2}{2g} + h_a = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - \text{NPSHr} \quad (11.10)$$

Αντίστοιχα ορίζεται το **μέγιστο στατικό ύψος αναρροφήσεως $H_{\Sigma, \text{max}}$** το οποίο δίνεται από την εξίσωση:

$$H_{\Sigma, \max} = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - \frac{v_1^2}{2g} - h_a - \Delta H = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - \frac{v_a^2}{2g} - h_a - \text{NPSHr} \quad (11.10a)$$

11.4.2 Ογκομετρική παροχή.

Το άλλο σημαντικό μέγεθος, το οποίο ενδιαφέρει τους υπολογισμούς της Μηχανικής των Ρευστών είναι η παροχή, ο ρυθμός δηλαδή με τον οποίο το σύστημα αντλήσεως επιτυγχάνει το σκοπό του, που δεν είναι άλλος από τη διακίνηση των υγρών.

Παροχή συστήματος αντλήσεως ή **πραγματική παροχή της αντλίας**, Q είναι η ογκομετρική παροχή που δίνει το σύστημα αντλήσεως (την οποία μετράμε στο σωλήνα καταθλίψεως). Υπενθυμίζουμε ότι σε συστήματα αντλήσεως με παλινδρομικές αντλίες, η **μέση παροχή** είναι διαφορετική από τη **στιγμιαία**. Στις περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως, οι διακυμάνσεις της παροχής είναι ελάχιστες, ενώ στις δυναμικές αντλίες, ανύπαρκτες. Όταν επομένως έχουμε δυναμικές αντλίες και μόνιμη κατάσταση ροής, ο διαχωρισμός στιγμιαίας και μέσης ταχύτητας δεν έχει έννοια.

Η παροχή του συστήματος αντλήσεως επηρεάζει άμεσα το ύψος απωλειών (το οποίο, σύμφωνα με την εξίσωση Darcy–Weisbach, είναι ανάλογο του τετραγώνου της παροχής), αλλά και το ύψος ταχύτητας του συστήματος αντλήσεως. Το ολικό ύψος συνδέεται με την παροχή με την εξίσωση (11.3):

$$H_o = a + \beta \cdot Q^2 \quad (11.3)$$

Τα a και β δίνονται από τις εξισώσεις (11.3δ) και (11.3ε).

Η παροχή του συστήματος αντλήσεως εξαρτάται από το σύστημα γενικά (π.χ. διάμετροι σωλήνων, υψομετρικές διαφορές κ.ά.) αλλά, κυρίως, από την αντλία του συστήματος. Μπορούμε να πούμε ότι προκύπτει ως αποτέλεσμα της λειτουργίας της συγκεκριμένης αντλίας στο επίσης συγκεκριμένο σύστημα σωληνώσεως.

Εκτός από την πραγματική παροχή ή απλά παροχή, συναντάμε και τις ακόλουθες παροχές, οι οποίες σχετίζονται επίσης με την αντλία, αλλά και με το σύστημα αντλήσεως:

Βέλτιστη ή **κανονική παροχή** Q_n καλείται η πραγματική παροχή που δίνει η αντλία, όταν εργάζεται με το μέγιστο βαθμό αποδόσεως της. Αν και από ενεργειακής πλευράς ενδείκνυται όπως θα δούμε, η αντλία να εργάζεται με το μέγιστο βαθμό αποδόσεως, αυτό δεν σημαίνει ότι σ' αυτές τις συνθήκες θα έχουμε και τη μέγιστη παροχή. Άρα η βέλτιστη παροχή είναι η ενεργειακά συμφέρουσα παροχή και όχι η μέγιστη.

Εσωτερική παροχή Q_e καλείται η παροχή στο εσωτερικό της αντλίας. Στις αντλίες θετικής μετατόπισης παρουσιάζονται εσωτερικές διαρροές, επομένως ένα μικρό ποσοστό του υγρού ανακυκλοφορεί, με αποτέλεσμα η εσωτερική παροχή να είναι ελάχιστη μεγαλύτερη από την πραγματική. Στις δυναμικές αντλίες, η εσωτερική παροχή είναι αρκετά μεγαλύτερη από την πραγματική. Αυτό συμβαίνει επειδή τα πτερύγια της φτερωτής δεν εφάπτονται, επομένως υπάρχει μία ποσότητα υγρού που επανακυκλοφορεί.

Όπως προκύπτει από τον ορισμό, η εσωτερική παροχή ισούται με την πραγματική, αυξημένη με τις εσωτερικές διαρροές:

$$Q_e = Q + Q_\delta \quad (11.19)$$

Θεωρητική παροχή Q_θ καλείται η παροχή που θα έδινε η αντλία αν δεν υπήρχαν εσωτερικές διαρροές και διαρροές προς το περιβάλλον:

$$Q_\theta = Q + Q_\delta + Q_\pi \quad (11.20)$$

όπου: Q_δ οι εσωτερικές διαρροές και Q_π οι διαρροές προς το περιβάλλον.

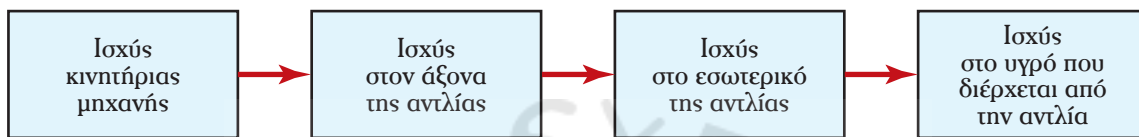
Είναι προφανές ότι: $Q < Q_e < Q_\theta$.

Για την επίλυση προβλημάτων του συστήματος αντλήσεως μας ενδιαφέρει η πραγματική παροχή Q . Για την ειδικότερη όμως μελέτη της αντλίας, ο παραπάνω διαχωρισμός έχει ιδιαίτερη σημασία.

11.4.3 Ισχύς.

Η ενεργειακή μελέτη του συστήματος αντλήσεως δεν εξαντλείται στην ενέργεια που αποδίδει η αντλία στο διερχόμενο ρευστό. Όπως τονίσαμε, η αντλία δεν παράγει ενέργεια, αλλά παραλαμβάνει την αναγκαία ενέργεια απ' την κινητήρια μηχανή. Όπως γνωρίζουμε, η μεταφορά ενέργειας απ' την κινητήρια μηχανή στην αντλία και απ' αυτή στο διερχόμενο ρευστό, στην πράξη είναι αδύνατο χωρίς ενεργειακές απώλειες λόγω τριβών. Λαμβάνοντας υπόψη πως από πλευράς λειτουργικού κόστους του συστήματος αντλήσεως, η σημαντικότερη παράμετρος είναι η κατανάλωση ενέργειας ανά μονάδα χρόνου, δηλαδή η ισχύς, κατανοούμε τη σημασία προσδιορισμού της καταναλισκόμενης και της ωφέλιμης ισχύος σε ένα σύστημα αντλήσεως.

Το γενικό διάγραμμα μεταβιβάσεως ισχύος είναι το ακόλουθο:



Όπως έχει αναφερθεί, η αντλία αποτελεί το διαμεσολαβητή για να μεταβιβάσουμε ισχύ από την κινητήρια μηχανή στο αντλούμενο υγρό. Έτσι, διακρίνουμε τις ακόλουθες κατηγορίες ισχύων:

α) **Ισχύς κινητήριας μηχανής P_k** καλείται η ισχύς (μηχανικό έργο ανά μονάδα χρόνου) που παράγει η κινητήρια μηχανή και με την οποία τροφοδοτεί την αντλία. Η κινητήρια μηχανή μπορεί να είναι ηλεκτροκινητήρας ή κάποια θερμική μηχανή. Η μεταβίβαση της ισχύος στην αντλία γίνεται με μηχανικό σύστημα μεταδόσεως. Ανάλογα με το σύστημα αντλήσεως και την αντλία, η ισχύς που αποστέλλει ο κινητήρας στην αντλία, η P_k , κυμαίνεται από μερικά KW ως μερικές χιλιάδες KW.

β) **Εισερχόμενη ή αξονική ισχύς P_a** καλείται η ισχύς που φτάνει από τον κινητήρα στον άξονα της αντλίας. Κατά τη μετάδοση ισχύος από την κινητήρια μηχανή στον άξονα της αντλίας υπάρχουν κάποιες μηχανικές απώλειες λόγω τριβών. Αν η_k ο μηχανικός βαθμός αποδόσεως του συστήματος μεταδόσεως:

$$P_a = \eta_k P_k \quad (11.21)$$

Αν το σύστημα μεταδόσεως είναι απλό και ο άξονας της αντλίας ξεκινά από τον κινητήρα (κάτι που συμβαίνει συχνά στις ανεξάρτητες αντλίες, δηλ. τις αντλίες στις οποίες ο κινητήρας λειτουργεί αποκλειστικά γι' αυτές), τότε $\eta_k = 1$ και η αξονική ισχύς ισούται με την ισχύ του κινητήρα.

Η αξονική ισχύς αποτελεί την ενεργειακή κατανάλωση της αντλίας.

γ) **Εσωτερική ισχύς P_e** καλείται η ισχύς που μεταβιβάζεται από την αντλία (και πιο συγκεκριμένα, για τις δυναμικές αντλίες από την περωτή) στο υγρό που κυκλοφορεί μέσα σ' αυτήν. Είναι μικρότερη από την αξονική, επειδή τμήμα της τελευταίας, καταναλώνεται για την υπερνίκηση των μηχανικών τριβών (τριβείς, σύστημα στεγανοποίησης). Η εσωτερική ισχύς είναι αντίστοιχη με το εσωτερικό ύψος και την εσωτερική παροχή της αντλίας:

$$P_e = P_a - \Sigma P_m = \gamma \cdot Q_e \cdot H_e \quad (11.22)$$

όπου: ΣP_m οι απώλειες ισχύος λόγω μηχανικών τριβών και ΣP_p οι απώλειες ισχύος λόγω τριβών του υγρού στο εσωτερικό της αντλίας ($\Sigma P_p = \gamma \cdot Q_e \cdot \Sigma h_p$).

δ) **Αποδιδόμενη ισχύς P_o** καλείται η ισχύς που αποδίδεται τελικά στο εξερχόμενο από την αντλία ρευστό. Η εσωτερική ισχύς δεν μεταβιβάζεται συνολικά στο διερχόμενο ρευστό. Ένα τμήμα της καταναλώνεται για την κυκλοφορία της ποσότητας εκείνης του ρευστού που δεν εξέρχεται από την αντλία (εσωτερικές διαρροές Q_δ , αλλά και διαρροές προς το περιβάλλον Q_p). Ένα άλλο, αντιμετωπίζει τις απώλειες λόγω τριβών του ρευστού εντός της αντλίας:

$$P_o = P_e - \Sigma P_\delta - \Sigma P_p \quad (11.23)$$

όπου: ΣP_δ οι απώλειες ισχύος λόγω διαρροών και ΣP_p οι απώλειες ισχύος λόγω τριβών του υγρού στο εσωτερικό της αντλίας: $\Sigma P_p = \gamma \cdot Q_e \cdot \Sigma h_p$.

Η αποδιδόμενη ισχύς είναι το ωφέλιμο (δηλ. το επιδιωκόμενο) ενεργειακό αποτέλεσμα της αντλίας. Αντιστοιχεί στο αποδιδόμενο ύψος H_o και στην πραγματική παροχή Q . Με αυτά τα χαρακτηριστικά μεγέθη συνδέεται, όπως είδαμε, με τη σχέση:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \quad (11.4)$$

όπου: γ το ειδικό βάρος του υγρού.

11.4.4 Βαθμοί αποδόσεως.

Όπως γνωρίζουμε, ο βαθμός αποδόσεως μιας συσκευής ισούται με το λόγο του ωφέλιμου αποτελέσματος προς την κατανάλωση. Όσο πιο μεγάλος είναι αυτός ο λόγος (που ορισμένες φορές καλείται και λόγος ποιότητας), τόσο καλύτερη είναι η συσκευή. Οι δύο όροι (ωφέλιμο αποτέλεσμα και κατανάλωση) αναφέρονται σε ομοειδή φυσικά μεγέθη, επομένως ο βαθμός αποδόσεως είναι αδιάστατο μέγεθος.

Αυτό που επιδιώκουμε με τη χρήση της αντλίας, είναι να αποδοθεί στη μονάδα βάρους του διακινούμενου ρευστού ένα ύψος ενέργειας (αποδιδόμενο ύψος H_o) και να επιτευχθεί μια παροχή Q στο σύστημα αντλήσεως. Για να συμβούν αυτά, πρέπει να αποδοθεί από την αντλία στο διερχόμενο απ' αυτήν υγρό, ισχύς P_o .

Με βάση τις παραπάνω παρατηρήσεις, διακρίνουμε τους ακόλουθους βαθμούς αποδόσεως της αντλίας:

α) **Υδραυλικός βαθμός αποδόσεως η_h** καλείται ο λόγος του αποδιδόμενου (ή ολικού) ύψους H_o προς το εσωτερικό (θεωρητικό) ύψος H_e :

$$\eta_h = \frac{H_o}{H_e} \quad (11.24)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι $H_e = H_o + \Sigma h_p$ (εξίσωση 11.18) προκύπτει:

$$\eta_h = \frac{H_o}{H_o + \Sigma h_p} < 1 \quad (11.24a)$$

όπου: Σh_p το ύψος απωλειών λόγω ροής (υδραυλικές απώλειες) στο εσωτερικό της αντλίας. Σύμφωνα με την εξίσωση (11.24a), όσο πιο μεγάλο ύψος απωλειών έχουμε εντός της αντλίας, τόσο μικρότερος είναι ο υδραυλικός βαθμός αποδόσεως.

β) **Ογκομετρικός βαθμός αποδόσεως η_v** καλείται ο λόγος της πραγματικής ογκομετρικής παροχής Q προς την εσωτερική παροχή Q_e :

$$\eta_v = \frac{Q}{Q_e} \quad (11.25)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (11.19): $Q_e = Q + Q_\delta$, οπότε η (11.25) γίνεται:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + Q_\delta} < 1 \quad (11.25a)$$

γ) **Μηχανικός βαθμός αποδόσεως η_m** καλείται ο λόγος της εσωτερικής ισχύος P_e (δηλ. της ισχύος που μεταβιβάζεται στο υγρό το οποίο ρέει εντός της αντλίας) προς την αξονική ισχύ P_a (που αποτελεί την ενεργειακή κατανάλωση της αντλίας):

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_a} \quad (11.26)$$

Από την εξίσωση (11.22) προκύπτει: $P_a = P_o + \Sigma P_m$ οπότε:

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_e + \Sigma P_m} < 1 \quad (11.26a)$$

όπου: ΣP_m η ισχύς που καταναλώνεται για την αντιμετώπιση των μηχανικών τριβών.

δ) **Ολικός βαθμός αποδόσεως η** είναι ο καθοριστικός λόγος ποιότητας από ενεργειακής πλευράς. Για τούτο καλείται πιο απλά, βαθμός αποδόσεως της αντλίας. Ισούται με το λόγο της ωφέλιμης ισχύος (αποδιδόμενη ισχύς P_o) προς την κατανάλωση ισχύος (αξονική ισχύς P_a):

$$\eta = \frac{P_o}{P_a} \quad (11.27)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (11.4) είναι: $P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o$.

Από την εξίσωση (11.26) σε συνδυασμό με την (11.22) προκύπτει:

$$P_a = \frac{P_e}{\eta_m} = \frac{\gamma \cdot Q_e \cdot H_e}{\eta_m}$$

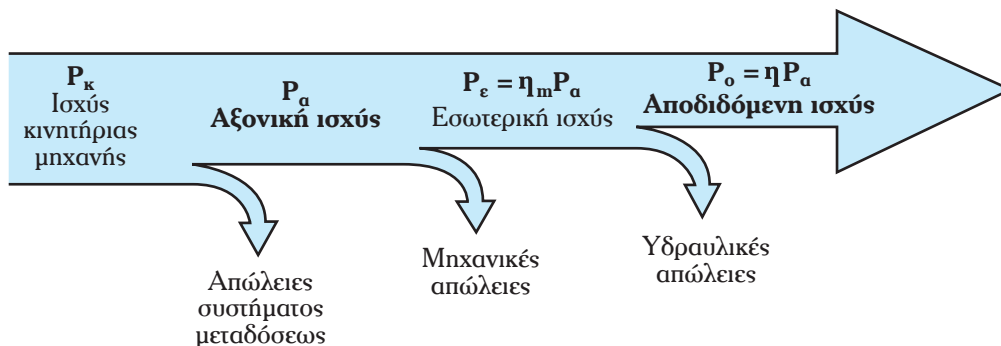
Με αντικατάσταση στην (11.27) παίρνουμε:

$$\eta = \frac{P_o}{P_a} = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_o}{\gamma \cdot Q_e \cdot H_e / \eta_m} = \eta_m \cdot \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_o}{\gamma \cdot Q_e \cdot H_e} \Rightarrow \Rightarrow \eta = \eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_h \quad (11.28)$$

Δηλαδή ο ολικός βαθμός αποδόσεως της αντλίας ισούται με το γινόμενο του μηχανικού, του ογκομετρικού και του υδραυλικού βαθμού αποδόσεως.

Ο μέγιστος βαθμός αποδόσεως μιας αντλίας αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά της. Συνήθως κυμαίνεται από 70% ως 90%. Σε συνδυασμό όμως με τις συνθήκες λειτουργίας (δηλ. τις απαιτήσεις του συστήματος αντλήσεως), ο βαθμός αποδόσεως μπορεί να είναι σημαντικά μικρότερος του μέγιστου.

Στο σχήμα 11.4ε παρουσιάζεται η μετάδοση ισχύος από την κινητήρια μηχανή στο διακινούμενο ρευστό ενός συστήματος αντλήσεως.



Σχ. 11.4ε.

Μετάδοση ισχύος στο ανιλούμενο υγρό.

11.5 Ασκήσεις.

1. Στο σύστημα αντλήσεως νερού του σχήματος 11.5α, η πίεση στη δεξαμενή αναρροφήσεως είναι 300 ΚΡα. Στην κατάληξη του σωλήνα καταθλίψεως υπάρχει ακροφύσιο από το οποίο το νερό εκτοξεύεται στην ατμόσφαιρα με ταχύτητα 18 m/s. Η υψομετρική διαφορά είναι $\Delta y = 30$ m.

α) Να υπολογισθούν τα ύψη δυναμικής ενέργειας, ενέργειας πίεσης και κινητικής ενέργειας του συστήματος αντλήσεως. β) Αν το ύψος απωλειών είναι 18 m, να υπολογισθεί το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας.

[α) 30 m, -20,25 m, 16,51 m, β) $P_o = 26,26$ m]

2. Αν η διάμετρος του ακροφυσίου εξόδου του συστήματος αντλήσεως της προηγούμενης ασκήσεως είναι 6 cm και το ύψος απωλειών δίνεται από τη σχέση: $\Sigma h = 15.650 \cdot Q^2$ (SI), να υπολογισθεί η ισχύς που αποδίδει η αντλία στο νερό.

[$P_o = 33,35$ KW]

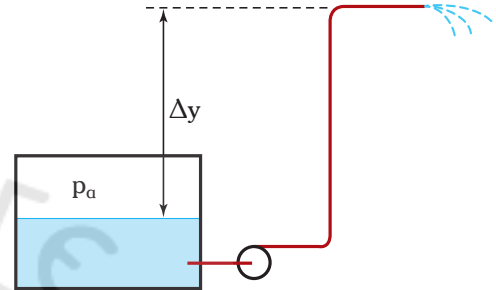
3. Στο σύστημα αντλήσεως του σχήματος 11.5β, η παροχή νερού είναι 130 m³/h. Οι σωλήνες είναι από ασφατωμένο χυτοσίδηρο με διάμετρο αναρροφήσεως 120 mm και καταθλίψεως 80 mm. Τα μήκη των σωλήνων και οι υψομετρικές διαφορές σημειώνονται στο σχήμα 11.5β. Στο σημείο (I) υπάρχει βαλβίδα αντεπιστροφής και στο σημείο (II), σφαιρική βαλβίδα. Να υπολογισθεί το αποδιδόμενο ύψος και η ισχύς που καταναλώνει η αντλία, αν ο βαθμός αποδόσεως της είναι 75%.

[$P_o = 16,7$ KW, $P_a = 22,3$ KW]

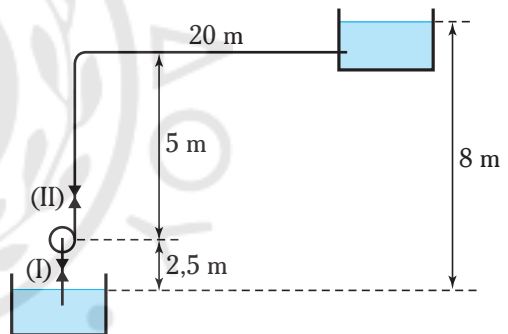
4. Αντλία τοποθετημένη στο σύστημα αντλήσεως του σχήματος 11.5γ, δίνει παροχή 150 m³/h. Το αντλούμενο υγρό έχει σχετική πυκνότητα 0,86 και κινηματικό ιξώδες $8 \cdot 10^{-6}$ m²/s. Ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από χυτοσίδηρο διαμέτρου 4 in και μήκους 10 m. Η δεξαμενή αναρροφήσεως είναι ανοικτή στην ατμόσφαιρα, αφού η δεξαμενή καταθλίψεως είναι κλειστή με πίεση $p_2 = 7$ bar. Η υψομετρική διαφορά των ελευθέρων επιφανειών των δύο δεξαμενών είναι 5 m. Να υπολογισθούν το ολικό ύψος και η αποδιδόμενη ισχύς της αντλίας. (Οι απώλειες στο σωλήνα αναρροφήσεως και οι τοπικές απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες).

[$H_o = 79,55$ m, $P_o = 28$ KW]

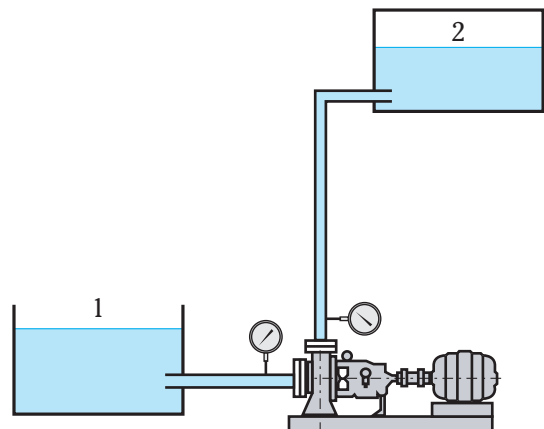
5. Να υπολογισθεί το ολικό ύψος και η αποδιδόμενη στο νερό ισχύς της αντλίας του σχήματος 11.5δ για παροχή 150 m³/h. Τοπικές απώλειες:



Σχ. 11.5α.



Σχ. 11.5β.



Σχ. 11.5γ.

(i): Επιστόμιο με οξεία γωνία.

(ii): Βαλβίδα αντεπιστροφής.

(iii): Καμπύλη γωνία 90° .

(iv): Έξοδος σε δεξαμενή.

Η διάμετρος του σωλήνα αναρρόφησης είναι 120 mm και του σωλήνα καταθλίψεως, 100 mm. Οι σωλήνες είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο.

$$[H_o = 18 \text{ m}, P_o = 7,35 \text{ KW}]$$

6. Φυγόκεντρο αντλία τροφοδοτεί σωλήνα καταθλίψεως από χυτοσίδηρο, μήκους 800 m και διαμέτρου 20 in, με νερό παροχής $1600 \text{ m}^3/\text{h}$. Αν οι απώλειες στην αναρρόφηση είναι αμελητέες και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας 75%, να υπολογισθούν το αποδιδόμενο ύψος και η ισχύς που καταναλώνει η αντλία: α) Αν οι ελεύθερες επιφάνειες των δεξαμενών αναρρόφησης και καταθλίψεως βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, β) αν η επιφάνεια της δεξαμενής καταθλίψεως βρίσκεται 20 m υψηλότερα από την επιφάνεια της δεξαμενής αναρρόφησης.

$$[\alpha) H_o = 21,16 \text{ m}, P_a = 123 \text{ KW}, \\ \beta) H_o = 41,16 \text{ m}, P_a = 239,3 \text{ KW}]$$

7. Η αντλία του σχήματος 11.5ε γεμίζει τη δεξαμενή Δ, χωρητικότητας 250 m^3 , σε 2 ώρες και 40 λεπτά. Ο σωλήνας καταθλίψεως έχει μήκος 120 m, διάμετρο 8 cm και είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο. α) Να υπολογισθεί η αποδιδόμενη από την αντλία ισχύς, αν οι απώλειες στο σωλήνα αναρρόφησης και οι δευτερεύουσες απώλειες θεωρηθούν αμελητέες. β) Αν αντικαταστήσουμε το σωλήνα καταθλίψεως με άλλον του ίδιου υλικού, διαμέτρου 10 cm, σε πόση ώρα θα γεμίζει η δεξαμενή, υποθέτοντας πως η αντλία συνεχίζει να αποδίδει την ίδια ισχύ;

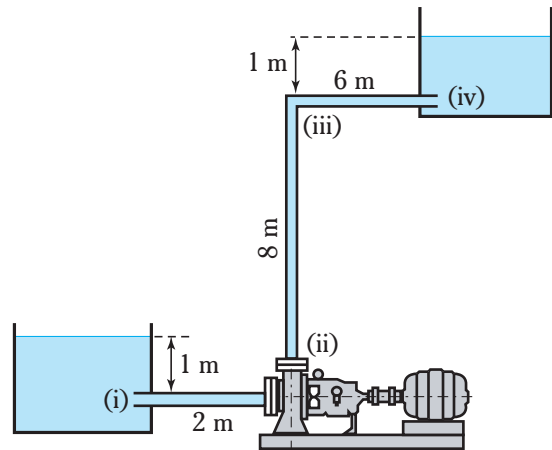
$$[\alpha) P_o = 14,2 \text{ KW}, \beta) Q = 134 \text{ m}^3/\text{h}, 1 \text{ h και } 52 \text{ min}]$$

8. Αντλία με μέγιστη αποδιδόμενη ισχύ 40 KW, πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για μεταφορά νερού σε απόσταση 300 m και υψομετρική διαφορά 6 m. α) Αν η αντλία αποδίδει το μέγιστο της ισχύος και ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από χυτοσίδηρο με διάμετρο 5 in, να υπολογισθεί η παροχή. β) Μπορεί το συγκεκριμένο σύστημα να δώσει παροχή $300 \text{ m}^3/\text{h}$; Αν ναι, ποια θα είναι η αποδιδόμενη ισχύς; Αν όχι, τι θα προτείνατε ώστε να επιτευχθεί αυτή η παροχή; (Απώλειες αναρρόφησης και τοπικές απώλειες αμελητέες).

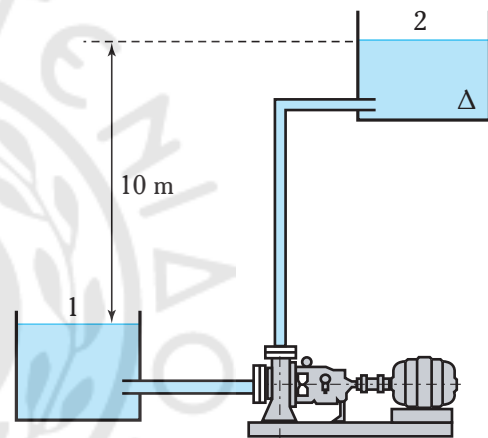
$$[Q_{\max} = 213,2 \text{ m}^3/\text{h}]$$

9. Αντλία τροφοδοτεί με νερό δεξαμενή, η οποία βρίσκεται 15 m υψηλότερα από τη δεξαμενή αναρρόφησης. Ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από χυτοσίδηρο με μήκος 100 m και διάμετρο 4 in. Η αξονική ισχύς της αντλίας είναι 26 KW και ο βαθμός αποδόσεως 75%. Αν $\Sigma K=5$ και οι απώλειες στην αναρρόφηση αμελητέες, να υπολογισθεί η παροχή προς τη δεξαμενή καταθλίψεως (σε m^3/h).

$$[Q = 164,5 \text{ m}^3/\text{h}]$$



Σχ. 11.58.



Σχ. 11.5ε.

10. Αντλία τροφοδοτεί με νερό 20°C δεξαμενή, η ελεύθερη επιφάνεια της οποίας βρίσκεται 5 m υψηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως και η πίεσή της είναι 7 bar υψηλότερη από την πίεση της δεξαμενής αναρροφήσεως. Ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από εμπορικό κάλυβα μήκους 20 m και διαμέτρου 10 cm. Αν η αποδιδόμενη ισχύς της αντλίας είναι 30 KW, να υπολογισθεί η παροχή προς τη δεξαμενή (σε m³/h). Οι απώλειες στην αναρρόφηση και οι τοπικές απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες.

$$[Q = 136,8 \text{ m}^3/\text{h}]$$

11. Η αντλία του σχήματος 11.5α αποδίδει ισχύ 30 KW. Ο σωλήνας καταθλίψεως (ασφαλτωμένος χυτοσίδηρος), έχει διάμετρο 10 cm. Αν $\Sigma K = 15$ και η χωρητικότητα της δεξαμενής καταθλίψεως είναι 400 m³, να υπολογισθούν: α) Ο χρόνος που απαιτείται για να γεμίσει με νερό η δεξαμενή Δ. β) Ο ελάχιστος χρόνος πληρώσεως της δεξαμενής. γ) Η ελάχιστη διάμετρος του σωλήνα που πρέπει να τοποθετηθεί, ώστε η δεξαμενή να γεμίζει το πολύ σε 150 min.

$$[\alpha) 3 \text{ h και } 19 \text{ min, } \beta) 1 \text{ h και } 45 \text{ min, } \gamma) d_{\min} = 13 \text{ cm}]$$

12. Να υπολογισθεί η διάμετρος του σωλήνα καταθλίψεως συστήματος αντλήσεως, αν η αξονική ισχύς δεν ξεπερνά τα 12 KW, ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας είναι 75% και η παροχή είναι 100 m³/h. Ο σωλήνας καταθλίψεως, μήκους 23 m, είναι από γαλβανισμένο σίδηρο και περιλαμβάνει βαλβίδα αντεπιστροφής και καμπύλη γωνία 90°. Το σύστημα αντλεί νερό σε υψομετρική διαφορά 5 m. Οι απώλειες στην αναρρόφηση θεωρούνται αμελητέες (προσέγγιση 0,5 cm).

$$[d = 7,0 \text{ cm}]$$

13. Αντλία με μέγιστη αποδιδόμενη ισχύ 20 KW, πρόκειται να χρησιμοποιηθεί ώστε να μεταφερθεί νερό σε απόσταση 300 m και υψομετρική διαφορά 6 m. α) Αν η παροχή δεν πρέπει να είναι μικρότερη των 180 m³/h, να προσδιορισθεί (με προσέγγιση 1 cm) η ελάχιστη διάμετρος που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε στο χυτοσίδηρο σωλήνα καταθλίψεως. β) Ποια θα είναι η μέγιστη παροχή; Οι απώλειες στην αναρρόφηση και οι τοπικές απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες.

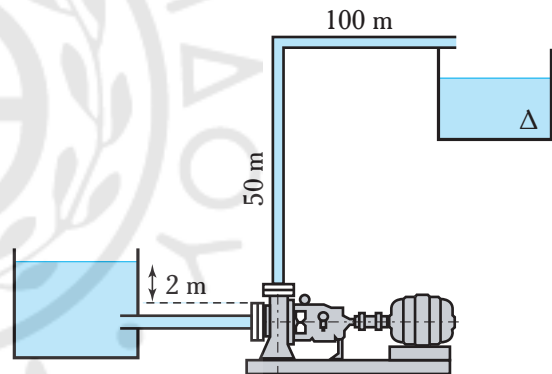
$$[\alpha) d = 14 \text{ cm, } \beta) Q_{\max} = 195 \text{ m}^3/\text{h}]$$

14. Να υπολογισθεί η ελάχιστη διάμετρος του σωλήνα καταθλίψεως (με προσέγγιση 0,5 cm), ώστε το σύστημα αντλήσεως του σχήματος 11.5ζ να δίνει παροχή νερού 300 m³/h, αν η μέγιστη ισχύς που αποδίδει η αντλία είναι 22 KW. Οι σωλήνες είναι από ασφαλτωμένο χυτοσίδηρο και η διάμετρος του σωλήνα αναρροφήσεως, 22 cm.

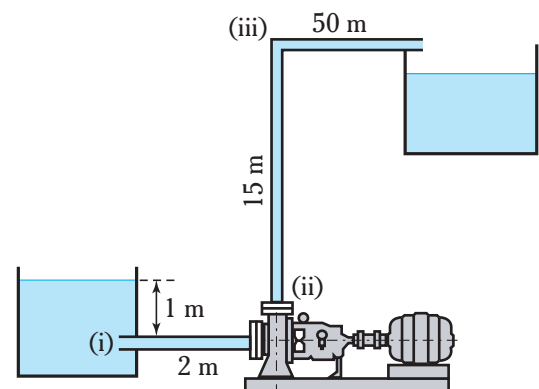
Τοπικές απώλειες:

- (i): Επιστόμιο με οξεία γωνία.
(ii): Βαλβίδα αντεπιστροφής.
(iii): Καμπύλη γωνία 90°.

$$[d = 15,5 \text{ cm}]$$



Σχ. 11.5α.



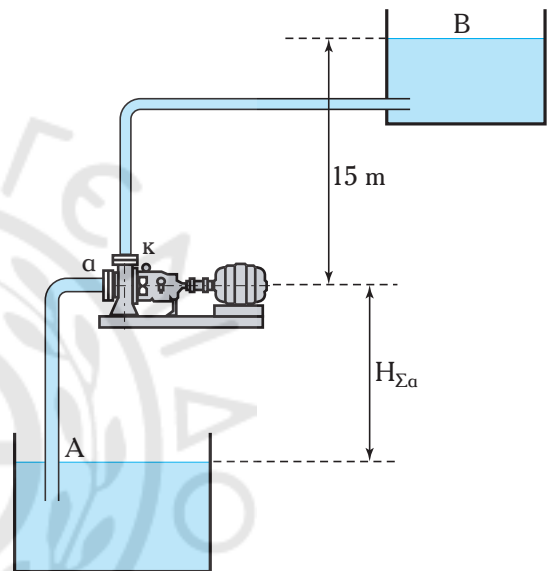
Σχ. 11.5ζ.

15. Σε σύστημα αντλήσεως ο σωλήνας αναρροφήσεως είναι από χυτοσίδηρο μήκους 7 m και διαμέτρου 8 cm. Η δεξαμενή αναρροφήσεως είναι ανοικτή στην ατμόσφαιρα, το στατικό ύψος αναρροφήσεως ίσο με 4,5 m, ο συντελεστής τοπικών απωλειών $K = 0,8$ και η παροχή $65 \text{ m}^3/\text{h}$. Να υπολογισθούν η πτώση πίεσης στο σωλήνα αναρροφήσεως και το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHa του συστήματος: α) Αν το αντλούμενο υγρό είναι νερό 20°C και β) αν το αντλούμενο ρευστό έχει σχετική πυκνότητα 0,82 και τάση ατμών 22 KPa.

$$[\alpha) \Delta p = 71,1 \text{ KPa}, \text{NPSHa} = 3,4 \text{ m}, \beta) \Delta p = 58,3 \text{ KPa}, \text{NPSHa} = 2,6 \text{ m}]$$

16. Στο σύστημα αντλήσεως του σχήματος 11.5η, οι σωλήνες είναι από ασφαλτωμένο χυτοσίδηρο. Ο σωλήνας αναρροφήσεως έχει διάμετρο 12 cm, μήκος 8 m και $\Sigma K = 2,5$. Ο σωλήνας καταθλίψεως έχει διάμετρο 10 cm, μήκος 70 m και $\Sigma K = 8$. Η αποδιδόμενη ισχύς είναι 25 KW και το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως 2,5 m. Το αντλούμενο υγρό είναι νερό θερμοκρασίας 20°C . α) Να υπολογισθεί το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως και το μέγιστο στατικό ύψος αναρροφήσεως. β) Για το μέγιστο στατικό ύψος αναρροφήσεως να υπολογισθούν η παροχή, το αποδιδόμενο και το μανομετρικό ύψος της αντλίας και γ) να υπολογισθούν οι πιέσεις στα σημεία α και κ.

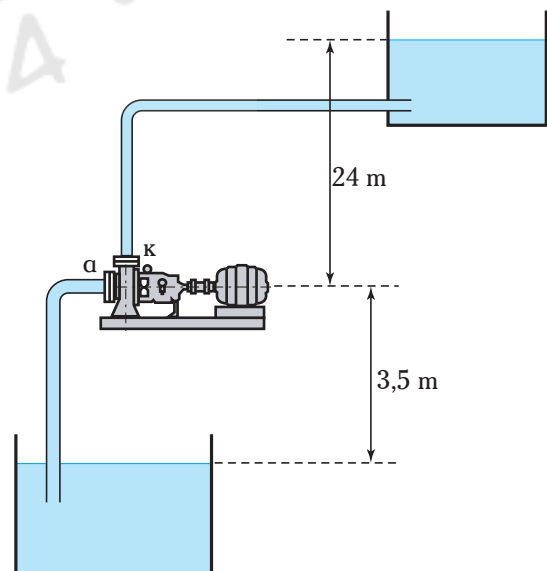
$$[\alpha) \text{NPSHa} = 3,27 \text{ m}, H_{\Sigma, \text{max}} = 3,77 \text{ m}, \\ \beta) Q = 158,2 \text{ m}^3/\text{h}, H_o = 57,94 \text{ m}, H_m = 57,11 \text{ m}, \\ \gamma) p_a = 27,73 \text{ KPa}, p_k = 588 \text{ KPa}]$$



Σχ. 11.5η.

17. Στο σύστημα αντλήσεως του σχήματος 11.5θ, οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο. Ο σωλήνας αναρροφήσεως έχει διάμετρο 10 cm και μήκος 6 m και ο σωλήνας καταθλίψεως διάμετρο 8 cm και μήκος 80 m. Το αντλούμενο υγρό είναι νερό, θερμοκρασίας 20°C . Τα μανόμετρα δείχνουν σχετικές πιέσεις, για το σημείο α -73 KPa και για το σημείο κ 530 KPa . Να υπολογισθούν το μανομετρικό ύψος, η παροχή, το αποδιδόμενο ύψος, η αποδιδόμενη ισχύς και το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως του συστήματος. Οι δευτερεύουσες απώλειες και το στατικό ύψος της αντλίας να θεωρηθούν αμελητέα.

$$[Q = 0,0249 \text{ m}^3/\text{s}, H_m = 61,47 \text{ m}, H_o = 62,21 \text{ m}, \\ P_o = 15,2 \text{ KW}, \text{NPSHa} = 3,27 \text{ m}]$$



Σχ. 11.5θ.

18. Σύστημα αντλήσεως δίνει παροχή νερού $500 \text{ m}^3/\text{h}$. Τα μανόμετρα δείχνουν σχετικές πιέσεις $-0,75 \text{ bar}$ στην αναρρόφηση και 6 bar στην κατάθλιψη. Ο σωλήνας αναρροφήσεως έχει (εσωτερική) διάμετρο 22 cm και ο σωλήνας καταθλίψεως 18 cm.

Αν ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας είναι 76%, να υπολογισθούν η αποδιδόμενη και η αξονική ισχύς, καθώς και το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως για 20°C.

$$[P_o = 94,9 \text{ KW}, P_a = 124,9 \text{ KW}, \text{NPSHa} = 3,04 \text{ m}]$$





ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12

ΡΟΗ ΣΤΙΣ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ

ΑΝΤΛΙΕΣ

- 12.1 Η ροή στη φυγοκεντρική αντλία
- 12.2 Παρατηρήσεις για υπολογισμούς στην περωτή
- 12.3 Διαστατική ανάλυση και ομοιότητα αντλιών
- 12.4 Ειδική ταχύτητα
- 12.5 Σπηλαίωση
- 12.6 Ασκήσεις

12.1 Η ροή στη φυγόκεντρη αντλία.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο μελετήσαμε από ενεργειακής σκοπιάς το σύστημα αντλήσεως. Όπως είδαμε, αυτό αποτελείται από τρία υποσυστήματα: Την αναρρόφηση (δεξαμενή και σωλήνας αναρροφήσεως), την αντλία και την κατάθλιψη (σωλήνας και πιθανόν δεξαμενή καταθλίψεως). Στη μελέτη αυτή, η αντλία θεωρήθηκε ως μια συσκευή, η οποία αποδίδει την ενέργεια που απαιτείται για τη λειτουργία του συστήματος. Αν και ήδη έχουμε περιγράψει αυτή τη συσκευή (Δέκατο Κεφάλαιο) και σε γενικές γραμμές γνωρίζουμε τις δυνατότητες και τα όρια των αντλιών, δεν μας απασχόλησε το ερώτημα αν μία συγκεκριμένη αντλία που τοποθετείται στο σύστημα αντλήσεως μπορεί να ανταποκριθεί στις ενεργειακές απαιτήσεις του.

Στην πραγματικότητα, όπως θα δούμε, η αντλία του συστήματος όχι μόνο τροφοδοτεί με ενέργεια το σύστημα, αλλά σε συνδυασμό με τα υποσυστήματα αναρροφήσεως και καταθλίψεως διαμορφώνει και το τελικό αποτέλεσμα της αντλήσεως. Αυτό, σε ορισμένες περιπτώσεις, το αντιλαμβανόμαστε άμεσα. Αν, για παράδειγμα, σε ένα σύστημα αντλήσεως χρησιμοποιούμε μία (ενεργειακά επαρκή) παλινδρομική αντλία, τότε η παροχή του συστήματος καθορίζεται αποκλειστικά απ' αυτήν [παράγρ. 10.4.1, εξισώσεις (10.4) και (10.5)]. Ελάχιστα θα επηρεασθεί από το ενεργειακό φορτίο του συστήματος (μεγάλες τιμές του οποίου θα αυξήσουν ελαφρά τις εσωτερικές διαρροές). Το ίδιο θα συμβεί αν η αντλία είναι περιστροφική στατικού τύπου [εξίσωση (10.7)]. Μάλιστα, η παροχή θα ρυθμίζεται άμεσα με την αλλαγή της ταχύτητας περιστροφής.

Στις αντλίες δυναμικού τύπου, η κατάσταση είναι πολύ πιο πολύπλοκη. Η παροχή εξαρτάται τόσο από την αντλία, όσο και από το σύστημα αντλήσεως. Και φυσικά, αυτό που συμβαίνει με την παροχή επεκτείνεται στο ύψος απωλειών (ανάλογο του τετραγώνου της παροχής), στο αποδιδόμενο ύψος, την ισχύ κ.λπ.. Για να μελετήσουμε επομένως ένα σύστημα αντλήσεως με αντλία δυναμικού τύπου, απαιτείται η γνώση του τρόπου, με τον οποίο το σύστημα επηρεάζει την αντλία και η αντλία το σύστημα. Είναι αναγκαίο επομένως, να μελετήσουμε τη ροή του υγρού μέσα στις δυναμικές αντλίες. Θα επικεντρώσουμε στις φυγόκεντρες αντλίες (οι οποίες είναι και οι πιο διαδομένες), σημειώνοντας ότι αντίστοιχα φαινόμενα συναντώνται και στις υπόλοιπες περιστροφικές αντλίες δυναμικού τύπου.

Η μελέτη της ροής του υγρού στο εσωτερικό της αντλίας, αποτελεί ουσιαστική προϋπόθεση του σχεδιασμού αλλά και της κατανοήσεως λειτουργίας των δυναμικών αντλιών. Λόγω της πολυπλοκότητας αυτής της ροής, διακρίνουμε δύο επίπεδα μελέτης:

α) **Μελέτη της θεωρητικής κατάστασεως ροής**, δηλαδή μιας ροής στην οποία οι βαθμοί αποδόσεως της αντλίας (υδραυλικός, ογκομετρικός και ολικός) ισούνται με 100%. Η μελέτη αυτή γίνεται με εφαρμογή των νόμων της φυσικής, θεωρώντας τη ροή μονοδιάστατη. Εφόσον οι τριβές δεν υπολογίζονται, εμπειρικές σχέσεις δεν υπεισέρχονται. Τα συμπεράσματα για την κατανόηση αλλά και το σχεδιασμό των φυγοκέντρων αντλιών είναι σημαντικά αλλά ανεπαρκή, αφού η θεωρητική κατάσταση δεν παρουσιάζεται στην πράξη. Είναι αναγκαίο και ένα δεύτερο επίπεδο.

β) **Μελέτη των διαφορών απωλειών που παρουσιάζονται κατά τη ροή του υγρού στην αντλία.** Πρόκειται για απώλειες ύψους και ισχύος, οι οποίες οφείλονται στις υδραυλικές τριβές και στις εσωτερικές διαρροές της αντλίας. Η πολυπλοκότητα της ροής εντός της φυγόκεντρης αντλίας (που μπροστά της η ροή σε σωλήνα φαίνεται εξαιρετικά απλή), καθιστούν αδύνατη τη μελέτη αυτή, χωρίς τη συνδρομή της θεωρίας της ομοιότητας και του πειράματος.

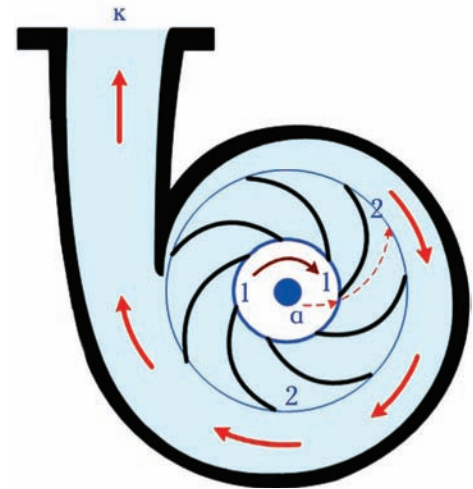
Για τη μελέτη της ροής εντός της φυγόκεντρης αντλίας, πρέπει να σημειώσουμε τις διαδρομές, στις οποίες διαφοροποιείται η ροή του υγρού. Σύμφωνα με το σχήμα 12.1α έχουμε τρία τμήματα διαδρομών:

Διαδρομή α-1: Το υγρό εισέρχεται από την αναρρόφηση στο κέντρο της περωτής α και, διασκορπιζόμενο ακτινικά, φτάνει στη βάση των περυγίων που είναι η περιφέρεια (1) με ακτίνα r_1 . Η διαδρομή είναι μικρή και ενεργειακά δεν είναι σημαντική. Έχει όμως μεγάλη σημασία όσον αφορά στην περαιτέρω πώση πίεσεως στην είσοδο της αντλίας (παράγρ. 11.2) και τον κίνδυνο σπληαίωσης.

Διαδρομή 1-2: Στη συνέχεια το υγρό, ωθούμενο από τα περύγια και ολισθαίνοντας σ' αυτά λόγω

της φυγόκεντρης δυνάμεως, κινείται διά μέσου των αγωγών που σχηματίζουν τα διαδοχικά περυγία, από την εσωτερική περιφέρεια (1) ακτίνας r_1 στην εξωτερική περιφέρεια της περωτής (2) ακτίνας r_2 . Κατά τη διαδρομή αυτή η αντλία αποδίδει ενέργεια στο υγρό, αυξάνοντας σημαντικά την κινητική του ενέργεια, αλλά και την ενέργεια πίεσεως. Είναι η πιο ενδιαφέρουσα διαδρομή για το σχεδιασμό και τη λειτουργία της αντλίας, αφού στη διάρκειά της μεταβιβάζεται η ενέργεια από τον άξονα της αντλίας στο υγρό. Για τούτο θα την εξετάσουμε αναλυτικά στη συνέχεια.

Διαδρομή 2-κ: Το υγρό, εγκαταλείποντας την περωτή με μεγάλη ταχύτητα, εισέρχεται στο δακτυλιοειδή οχετό κινούμενο περιστροφικά προς την κατάθλιψη κ. Η αύξηση της διατομής του οχετού και της κοάνης εξόδου, έχει ως αποτέλεσμα τη μετατροπή της κινητικής ενέργειας σε ενέργεια πίεσεως.



Σχ. 12.1α.

Ροή υγρού μέσα σε φυγόκεντρη αντλία.

12.1.1 Η ροή του υγρού στην περωτή – Τρίγωνα ταχυτήτων.

Για την ενεργειακή μελέτη της ροής του υγρού από τη βάση ως την περιφέρεια της περωτής, κάνουμε αρχικά την υπόθεση ότι η ροή είναι ιδανική. Αυτό σημαίνει πιο συγκεκριμένα:

α) Δεν λαμβάνουμε υπόψη τις τριβές (θεωρούμε πως δεν υπάρχουν).

β) Θεωρούμε ότι υπάρχει άπειρος αριθμός περυγίων μηδενικού πάχους με απειροστή μεταξύ τους απόσταση. Η ιδανική αυτή κατάσταση καλείται **τέλεια οδήγηση** (perfect guidance). Μια πρώτη συνέπεια αυτής της υποθέσεως είναι ότι η ροή θεωρείται μονοδιάστατη (αφού το πάχος του υγρού μεταξύ δύο περυγίων είναι απειροελάχιστο). Μια δεύτερη, ότι υπάρχει απόλυτη συμμετρία και κατά συνέπεια, σε όλα τα σημεία που απέχουν από τον άξονα περιστροφής απόσταση r (σημεία περιφέρειας), το υγρό έχει κατά μέτρο ίση ταχύτητα.

Για τη μελέτη της ροής του ρευστού, χρησιμοποιούμε τους νόμους ροής των ασυμπίεστων ρευστών (εξίσωση συνέχειας και εξίσωση Bernoulli), καθώς και τους νόμους της περιστροφικής κινήσεως (όπως αναπτύχθηκαν στην Εισαγωγή, παράγρ. 0.9 και όπως θα συμπληρωθούν παρακάτω).

Στο σχήμα 12.1β φαίνεται η κίνηση μιας στοιχειώδους μάζας υγρού, καθώς ωθείται από το περυγίο και ταυτόχρονα ολισθαίνει πάνω σε αυτό.

Στο σημείο 1 (βάση του περυγίου) η στοιχειώδης μάζα του υγρού περιστρέφεται υπό την ώθηση του περυγίου, με γωνιακή ταχύτητα ω και ταυτόχρονα ολισθαίνει κατά μήκος του περυγίου υπό την επίδραση της φυγόκεντρης δυνάμεως. Η **επιτρόχια συνιστώσα** της ταχύτητας (οφειλόμενη στην περιστροφική κίνηση) είναι u_1 και η **εφαπτομενική** στο περυγίο (ταχύτητα ολισθήσεως επί του περυγίου) w_1 . Η **συνισταμένη γραμμική ταχύτητα** είναι v_1 :

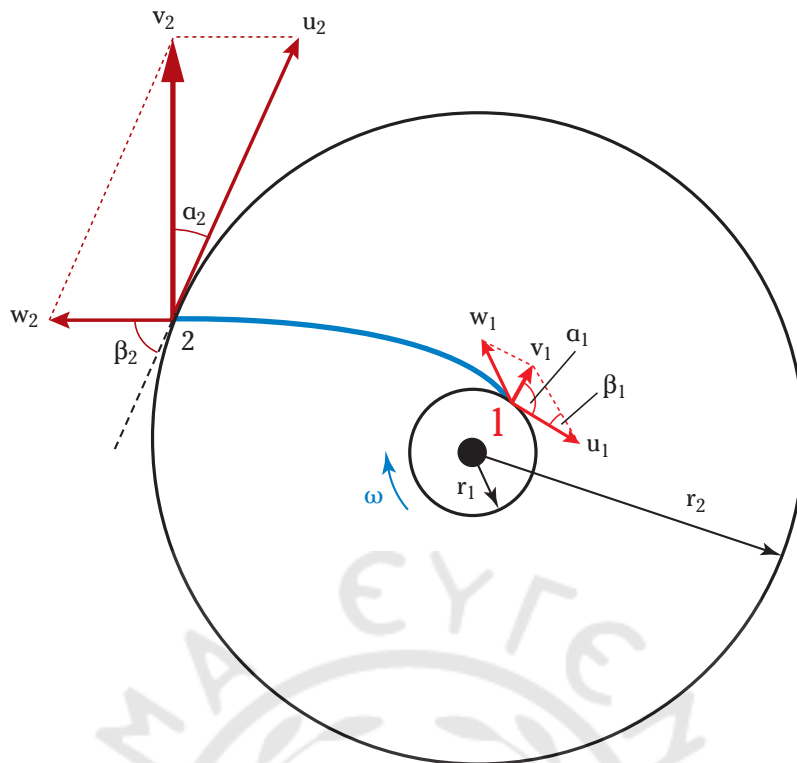
$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{w}_1 \quad (12.1)$$

Παρατηρούμε ότι η γωνία α_1 μεταξύ των διανυσμάτων των ταχυτήτων v_1 και u_1 είναι περίπου ορθή (ο κατάλληλος σχεδιασμός της βάσεως του περυγίου παίζει εδώ σημαντικό ρόλο). Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η συνισταμένη ταχύτητα v_1 έχει ακτινική διεύθυνση.

Στο σημείο 2 (τέλος του περυγίου) η επιτρόχια συνιστώσα της ταχύτητας είναι u_2 και η εφαπτομενική στο περυγίο w_2 , η δε συνισταμένη ταχύτητα v_2 :

$$\vec{v}_2 = \vec{u}_2 + \vec{w}_2 \quad (12.2)$$

Το μέτρο της ταχύτητας δίνεται από τη σχέση:



Σχ. 12.1β.

Η ροή του υγρού στην περική.

$$v_2^2 = w_2^2 + u_2^2 - 2 \cdot w_2 \cdot u_2 \cdot \cos \beta_2 \quad (12.2a)$$

Όσον αφορά στα μέτρα των ταχυτήτων, παρατηρούμε τα ακόλουθα:

– Η επιτρόχια συνιστώσα της ταχύτητας, σύμφωνα με τους νόμους της κυκλικής κινήσεως, είναι ανάλογη της ακτίνας:

$$u_1 = \omega \cdot r_1 \quad (12.3a)$$

$$u_2 = \omega \cdot r_2 \quad (12.3β)$$

Επειδή η ακτίνα r_2 είναι πολύ μεγαλύτερη της r_1 , η επιτρόχια συνιστώσα u_2 είναι επίσης πολύ μεγαλύτερη από την u_1 :

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{r_2}{r_1} \quad (12.3γ)$$

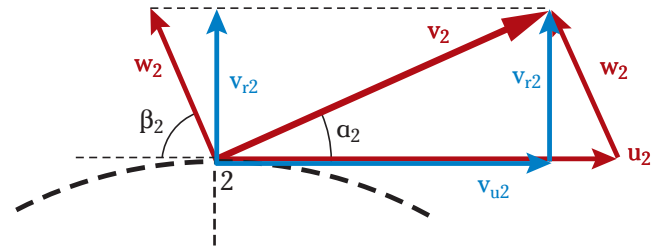
– Η ολίσθηση στο περύγιο γίνεται υπό την επίδραση της φυγόκεντρης δυνάμεως, η οποία δημιουργεί φυγόκεντρη επιτάχυνση. Αν το στοιχειώδες εμβαδόν dA το κάθετο στη ροή έμενε σταθερό, το μέτρο της εφαπτομενικής συνιστώσας w θα αυξανόταν σημαντικά από το σημείο 1 ως το σημείο 2. Αλλά, καθώς αυξάνεται η ακτίνα, αυξάνεται ανάλογα και το εμβαδόν διατομής dA . Η αύξηση αυτή, σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας, τείνει να μειώσει το μέτρο της εφαπτομενικής συνιστώσας w και αντισταθμίζει την τάση αύξησής της, λόγω της κεντρομόλου δυνάμεως.

Αποτέλεσμα των μεταβολών των δύο συνιστωσών της ταχύτητας, καθώς το υγρό κινείται από το σημείο 1 στο σημείο 2, είναι το μέτρο της επιτρόχιας συνιστώσας u να γίνεται όλο και μεγαλύτερο σε σχέση με το μέτρο της εφαπτομενικής συνιστώσας w . Αυτό σημαίνει ότι η γωνία α_2 μεταξύ των διανυσμάτων ταχυτήτων v_2 και u_2 είναι πολύ πιο μικρή από την αντίστοιχη γωνία α_1 στο σημείο 1 (όπως φαίνεται στο σχ. 12.1β).

Η γωνία β_2 που σχηματίζει η εφαπτομενική στο περύγιο ταχύτητα w_2 με την εφαπτομένη στην περιφέρεια της περωτής στο σημείο 2, αποτελεί σημαντική γωνία σχεδιασμού της περωτής, αφού απ' αυτήν εξαρτάται η διεύθυνση της συνισταμένης ταχύτητας v_2 , με την οποία η στοιχειώδης μάζα του υγρού εγκαταλείπει την περωτή. Σημειώνουμε ότι η διεύθυνση της συνιστώσας w_2 δεν είναι ακτινική ($\beta_2 \neq 90^\circ$). Πιο συγκεκριμένα: $\beta_2 < 90^\circ$.

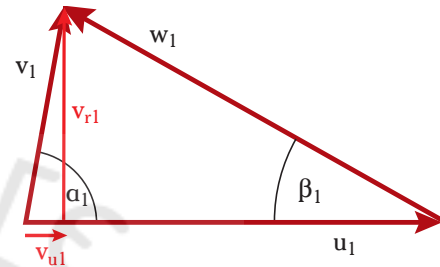
Τα τρίγωνα που δημιουργούνται κατά τη σύνθεση των δυνάμεων u και w είναι γνωστά ως **τρίγωνα ταχυτήτων**. Στο σχήμα 12.1γ βλέπουμε το τρίγωνο ταχυτήτων στο σημείο 2, στο οποίο η στοιχειώδης μάζα του υγρού, αφού έλαβε την αναγκαία ενέργεια, εγκαταλείπει την περωτή.

Η συνισταμένη ταχύτητα v_2 μπορεί να αναλυθεί τώρα σε δύο νέες συνιστώσες: Την **ακτινική συνιστώσα** v_{r2} και την **επιρρόχια** v_{u2} . Από το ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζουν οι νέες συνιστώσες (σχ. 12.1γ), προκύπτει:



Σχ. 12.1γ.

Τρίγωνο ταχυτήτων στην έξοδο του υγρού από την περωτή.



Σχ. 12.1δ.

Τρίγωνο ταχυτήτων στην είσοδο του υγρού στην περωτή.

$$v_{r2} = v_2 \cdot \sin \alpha_2 \quad (12.4\alpha)$$

$$v_{u2} = v_2 \cdot \cos \alpha_2 \quad (12.4\beta)$$

Η στροφορμή της στοιχειώδους μάζας m στο σημείο 2 είναι (Εισαγωγή, παράγρ. 0.9):

$$L_2 = I_2 \cdot \omega = m \cdot r_2^2 \cdot \frac{v_{u2}}{r_2} \Rightarrow L_2 = m \cdot r_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2 \quad (12.4\gamma)$$

Αντίστοιχο τρίγωνο ταχυτήτων έχουμε και για το σημείο 1 (σχ. 12.1δ), για το οποίο προκύπτουν:

$$v_{r1} = v_1 \cdot \sin \alpha_1 \quad (12.5\alpha)$$

$$v_{u1} = v_1 \cdot \cos \alpha_1 \quad (12.5\beta)$$

$$L_1 = m \cdot r_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha_1 \quad (12.5\gamma)$$

Στην περίπτωση κατά την οποία $\alpha_1 = 90^\circ$:

$$v_{r1} = v_1 \text{ και } v_{u1} = 0$$

Επειδή έχουμε υποθέσει απόλυτη συμμετρία στο σύστημα, αυτό που συμβαίνει για τη στοιχειώδη μάζα στο σημείο 2, συμβαίνει και για τη συνολική μάζα που κάποια στιγμή βρίσκεται στην περιφέρεια της περωτής. Επομένως, στις εξισώσεις (12.4γ) και (12.5γ), η μάζα m είναι η μάζα που διέρχεται από την περιφέρεια της περωτής και είναι:

$$\frac{m}{t} = \dot{m} = \rho \cdot Q$$

Σύμφωνα με το Δεύτερο Νόμο του Newton για την περιστροφική κίνηση, η μεταβολή της στροφορμής ισούται με την εξωτερική ροπή επί το χρόνο:

$$M \cdot t = L_2 - L_1 = m \cdot (r_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2 - r_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha_1) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow M &= \dot{m} \cdot (r_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2 - r_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow M &= \rho \cdot Q \cdot (r_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2 - r_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha_1) \end{aligned} \quad (12.6)$$

Η εξίσωση (12.6) δίνει την απαιτούμενη ροπή στρέψεως, ώστε το υγρό να εξέλθει από την περωτή με ταχύτητα v_2 και παροχή Q_2 .

Σύμφωνα με τους νόμους της περιστροφικής κινήσεως, η ισχύς ισούται με τη ροπή στρέψεως επί τη γωνιακή ταχύτητα του περιστρεφόμενου σώματος:

$$P = M \cdot \omega \Rightarrow P = \rho \cdot Q \cdot \omega \cdot (r_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2 - r_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha_1) \quad (12.7)$$

Στην περίπτωση ακτινικής εισόδου στην περωτή, η γωνία α_1 είναι ορθή και η εξίσωση (12.6) λαμβάνει τη μορφή:

$$P = \rho \cdot Q \cdot \omega \cdot r_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2 \quad (12.7a)$$

Οι εξισώσεις (12.7) και (12.7a) δίνουν τη (θεωρητική) ισχύ που παραλαμβάνει το υγρό καθώς διέρχεται από την περωτή.

Το έργο που παραλαμβάνει η μονάδα βάρους του υγρού (το θεωρητικά αποδιδόμενο ύψος) συνδέεται με την αντίστοιχη ισχύ, με την εξίσωση:

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H \Rightarrow H = \frac{\omega}{g} \cdot (r_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2 - r_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha_2) \quad (12.8)$$

Και για $\alpha_1 = 90^\circ$:

$$H = \frac{\omega}{g} \cdot r_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2 \quad (12.8a)$$

Η σχέση του θεωρητικά αποδιδόμενου ύψους και της παροχής, υπολογίζεται ως ακολούθως: Το υγρό διέρχεται από το εμβαδόν περιφέρειας της περωτής A_2 με ταχύτητα v_2 . Το κάθε στοιχειώδες εμβαδόν περιφέρειας είναι κάθετο στην ακτίνα της περωτής. Επομένως η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας (επί του εμβαδού A_2) είναι η ακτινική συνιστώσα v_{r2} :

$$Q = A_2 \cdot v_{r2} \Rightarrow v_{r2} = \frac{Q}{A_2}$$

Από το τρίγωνο ταχυτήτων του σχήματος 12.1γ:

$$\begin{aligned} v_{u2} &= v_2 \cdot \cos \alpha_2 \\ \tan \beta_2 &= \frac{v_{r2}}{u_2 - v_{u2}} \Rightarrow v_{u2} = v_2 \cdot \cos \alpha_2 = u_2 - \frac{v_{u2}}{\tan \beta_2} \end{aligned}$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι $u_2 = \omega \cdot r_2$ και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (12.8a), προκύπτει:

$$H = \frac{\omega^2 \cdot r_2^2}{g} - \frac{\omega \cdot r_2}{g \cdot A_2 \cdot \tan \beta_2} \cdot Q \quad (12.9)$$

Για σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , η παραπάνω σχέση έχει τη μορφή:

$$H = A - B \cdot Q \quad (12.9a)$$

$$\text{όπου:} \quad A = \frac{\omega^2 \cdot r_2^2}{g}, \quad B = \frac{\omega \cdot r_2}{g \cdot A_2 \cdot \tan \beta_2} \quad (12.9\beta)$$

Η κλίση της γραμμής H-Q εξαρτάται από το πρόσημο του συντελεστή B, επομένως από το πρόσημο της εφαπτομένης της γωνίας β_2 :

- Αν η γωνία β_2 είναι οξεία ($\beta_2 < 90^\circ \Rightarrow \tan\beta_2 > 0$), η γραμμή έχει αρνητική κλίση: Το αποδιδόμενο ύψος μειώνεται όταν αυξάνεται η παροχή.
- Αν η γωνία β_2 είναι ορθή ($\beta_2 = 90^\circ \Rightarrow 1/\tan\beta_2 = 0$), η γραμμή είναι οριζόντια: Το θεωρητικά αποδιδόμενο ύψος είναι ανεξάρτητο της παροχής.
- Αν η γωνία β_2 είναι αμβλεία ($\beta_2 > 90^\circ \Rightarrow \tan\beta_2 < 0$), η γραμμή έχει θετική κλίση: Το αποδιδόμενο ύψος μειώνεται με την αύξηση της παροχής.

Ως προς τη φορά περιστροφής, η πρώτη περίπτωση αντιστοιχεί σε πτερύγια κυρτά, η δεύτερη σε επίπεδα πτερύγια και η τρίτη σε πτερύγια κοίλα. Επειδή όταν η γραμμή H-Q είναι οριζόντια ή έχει θετική κλίση μπορεί να δημιουργηθεί αστάθεια ροής στο σύστημα, **εκλέγεται σχεδόν πάντοτε το πρώτο σχήμα πτερυγίων (κυρτά ως προς τη φορά περιστροφής)**. Επομένως, **το θεωρητικό αποδιδόμενο ύψος έχει μέγιστη τιμή όταν η παροχή τείνει στο μηδέν** ($H_{\max} = \omega^2 \cdot r_2^2 / g$) **και μειώνεται γραμμικά με την αύξηση της παροχής**. Τόσο η μέγιστη τιμή, όσο και ο ρυθμός μείωσης εξαρτώνται από την περιστροφική ταχύτητα και τα κατασκευαστικά στοιχεία της πτερωτής (r_2, A_2, β_2). Η γραφική παράσταση της εξίσωσης (12.9) σε διάγραμμα ύψους – παροχής παρουσιάζεται στο σχήμα 12.1ε.

Κατ' ανάλογο τρόπο προκύπτει η σχέση της θεωρητικά αποδιδόμενης ισχύος με την παροχή:

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H \Rightarrow P = \omega^2 \cdot r_2^2 \cdot \rho \cdot Q - \frac{\omega \cdot r_2}{A_2 \cdot \tan \beta_2} \cdot \rho \cdot Q^2 \quad (12.10)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ εισόδου και εξόδου της πτερωτής, λαμβάνομε σχέση μεταξύ του θεωρητικού ύψους και των μεταβολών του ύψους πίεσεως, καθώς και του ύψους ταχύτητας του ρευστού (η υψομετρική διαφορά μεταξύ της εισόδου και της εξόδου της πτερωτής θεωρείται αμελητέα):

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad (12.11)$$

Στις διαδρομές του ρευστού από την αναρρόφηση στην είσοδο της πτερωτής (α-1) και από την έξοδο της πτερωτής στην κατάθλιψη (2-κ), καμμία επιπλέον ποσότητα ενέργειας δεν αποδίδεται στο υγρό. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli σ' αυτές τις διαδρομές (με την υπόθεση των μηδενικών τριβών και θεωρώντας αμελητέες τις υψομετρικές διαφορές) προκύπτουν αντίστοιχα:

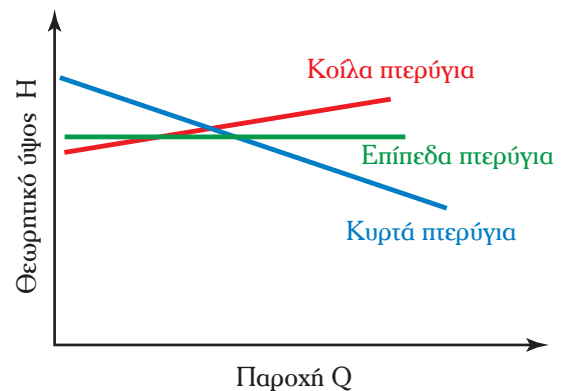
$$\frac{p_a - p_1}{\gamma} = \frac{v_1^2 - v_a^2}{2g} \quad (12.11\alpha)$$

$$\frac{p_k - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2 - v_k^2}{2g} \quad (12.11\beta)$$

Η εξίσωση (12.11α) δείχνει ότι οποιαδήποτε αύξηση της ταχύτητας από την αναρρόφηση ως την είσοδο της πτερωτής, οδηγεί σε πώση πίεσεως (γεγονός που όπως είδαμε επηρεάζει το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως της αντλίας NPSHr (παράγρ. 11.4.1).

Η εξίσωση (12.11β) δείχνει ότι το ύψος ταχύτητας που απέκτησε το υγρό διερχόμενο από την πτερωτή, μετατρέπεται σε ύψος πίεσεως στην κατάθλιψη.

Τα όσα αναπτύχθηκαν παραπάνω αφορούν στην ιδανική περίπτωση ροής χωρίς τριβές και μιας πτερωτής με άπειρο αριθμό πτερυγίων μηδενικού πάχους (υπόθεση τέλει οδηγίσεως). Η θεωρητική αυτή κατάσταση, απέχει σημαντικά από την πραγματική λειτουργία. Απο-



Σχ. 12.1ε.
Μεταβολή του θεωρητικού ύψους με την παροχή.

τελεί όμως τη βάση των υπολογισμών της αντλίας. Για το πέρασμα από τη θεωρητική στην πραγματική κατάσταση, αξιοποιείται η θεωρία της ομοιότητας και το πείραμα. Αφού στη θεωρητική κατάσταση δεν νοείται διαφορά μεταξύ εσωτερικού και αποδιδόμενου ύψους ($H = H_e = H_o$), στην πράξη η διαφορά τους είναι κρίσιμη και ένας από τους καθοριστικούς παράγοντες της ποιότητας της αντλίας. Ακόμα πιο σημαντικές είναι οι διαφοροποιήσεις της ισχύος σε αξονική, εσωτερική και αποδιδόμενη.

As προσπαθήσουμε λοιπόν να εντοπίσουμε τις ενεργειακές απώλειες που οδηγούν από τη θεωρητική στην πραγματική ροή εντός της αντλίας.

12.1.2 Απώλειες ύψους.

Το ύψος που υπολογίζουμε με την εξίσωση (12.9), είναι το θεωρητικό ύψος που θα απέδιδε η αντλία στο υγρό που ρέει εντός της, σε ιδανικές συνθήκες ροής. Στην πράξη, το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας μειώνεται σε σχέση με το θεωρητικό, λόγω της κυκλοφοριακής ροής, των τριβών και των κρούσεων. Τη μείωση αυτή τη βλέπουμε στο σχήμα 12.1στ στο οποίο η πρώτη γραμμή που αντιστοιχεί στο θεωρητικό ύψος, αποτελεί γραφική παράσταση της εξίσωσης (12.9) για φυγόκεντρο αντλία με κυρτά περύγια ($\beta_2 < 90^\circ$). As εξετάσουμε τώρα πιο συγκεκριμένα τις παραμέτρους που μειώνουν το θεωρητικό ύψος και οδηγούν στο αποδιδόμενο.

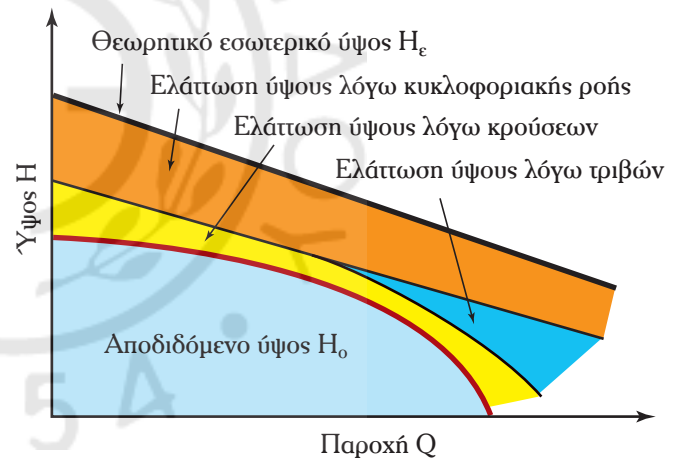
α) Κυκλοφοριακή ροή.

Το υγρό εγκαταλείπει το περύγιο στο σημείο 2 του σχήματος 12.1β υπό γωνία β_2' η οποία στην πράξη είναι μικρότερη από τη β_2 . Αυτό συμβαίνει επειδή δεν ισχύει η υπόθεση της τέλει οδηγίσεως: Ο αριθμός των περυγίων είναι πεπερασμένος, το πάχος τους διάφορο του μηδενός και η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών περυγίων σημαντική και αυξανόμενη από το κέντρο προς την περιφέρεια. Η στοιχειώδης μάζα του υγρού που βρίσκεται μπροστά από το περιστρεφόμενο περύγιο, δέχεται την ώθηση και έχει μεγαλύτερη πίεση από στοιχειώδη μάζα που βρίσκεται πίσω από το περύγιο. Επομένως οι ισαπέχουσες από τον άξονα στοιχειώδεις μάζες του υγρού έχουν διαφορετικές πιέσεις. Καθώς η πίεση αυξάνεται και αξονικά, παρουσιάζεται κυκλοφοριακή ροή στο χώρο ανάμεσα στα περύγια. Στο σχήμα 12.1ζ(α) περιγράφεται το φαινόμενο. Οι κόκκινες γραμμές είναι ισοπιεστικές (οι μεγαλύτερου πάχους αντιστοιχούν σε μεγαλύτερη πίεση). Όπως είναι φυσικό, παρουσιάζεται κυκλοφοριακή ροή από υψηλή προς χαμηλή πίεση. Τα αποτελέσματα στις εφαπτομενικές ταχύτητες σημείων με την ίδια ακτίνα, φαίνονται στο σχήμα 12.1ζ(β). (Υπενθυμίζουμε ότι η επιτρόχια συνιστώσα της ταχύτητας δεν επηρεάζεται: $u = \omega \cdot r$).

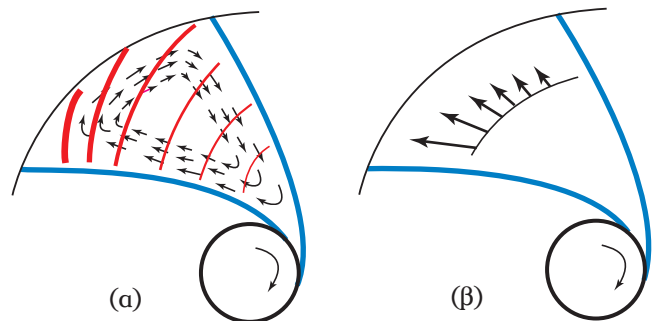
Λόγω της κυκλοφοριακής ροής, η ταχύτητα εξόδου από την περωτή v_2' είναι μικρότερη από τη θεωρητική v_2 . Αλλά η v_2' είναι συνισταμένη των w_2' και u_2' . Η επιτρόχια ταχύτητα εξαρτάται μόνο από την ακτίνα και τη γωνιακή ταχύτητα:

$$u_2' = \omega \cdot r_2 = u_2$$

Επομένως, όπως φαίνεται και στο τροποποιημένο τρίγωνο ταχυτήτων του σχήματος 12.1η, η



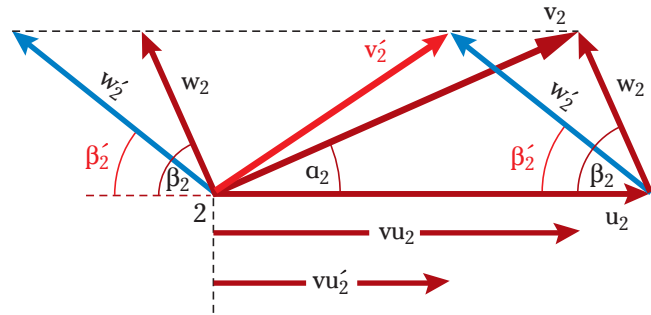
Σχ. 12.1στ.
Απώλειες ύψους.



Σχ. 12.1ζ.
Κυκλοφοριακή ροή.

γωνία β_2' είναι μικρότερη από τη β_2 .

Απ' οτέλεσμα της κυκλοφοριακής ροής είναι η ελάττωση του εσωτερικού ύψους όπως εύκολα διαπιστώνεται και από την εξίσωση (12.8). Σημειώνουμε ότι η κυκλοφοριακή ροή δεν προκαλεί ενεργειακές απώλειες λόγω τριβών, επομένως δεν επηρεάζει το βαθμό αποδόσεως: Σύμφωνα με την εξίσωση (12.7), κατά αντίστοιχο ποσοστό με αυτό του ύψους μειώνεται και η απαιτούμενη ισχύς P .



Σχ. 12.1n.

Τροποποίηση του τριγώνου ταχυτήτων λόγω κυκλοφοριακής ροής.

β) Τριβές στην περωτή.

Τμήμα του αποδιδόμενου ύψους H (ενέργεια ανά μονάδα βάρους) καταναλώνεται για την αντιμετώπιση των αναποφεύκτων τριβών που δημιουργούνται κατά τη ροή του υγρού μέσα από τη φερωτή (και τις οποίες θεωρήσαμε μηδενικές στην παραπάνω ανάλυση). Κατά συνέπεια, αυτό το τμήμα αποτελεί ύψος απωλειών και δεν αποδίδεται στο υγρό που διέρχεται από την αντλία.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2 (σημεία εισόδου και εξόδου στη φερωτή) έχουμε:

$$H_e = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_p \quad (12.12)$$

όπου: h_p το ύψος απωλειών λόγω υδραυλικών τριβών μέσα στην περωτή.

Η ροή μέσα από τις διόδους και τα αυλάκια της αντλίας παρουσιάζει απώλειες τριβών ανάλογες σχεδόν του τετραγώνου της ταχύτητας και, κατά συνέπεια, του τετραγώνου της παροχής. Επομένως, οι απώλειες ύψους λόγω τριβών είναι πολύ σημαντικές για μεγάλες παροχές (σχ. 12.1στ).

Οι απώλειες ύψους λόγω τριβών μειώνουν το βαθμό αποδόσεως της αντλίας.

γ) Απώλειες κρούσεων.

Στις αντλίες με ελικόφραγμα, το υγρό που εγκαταλείπει το περύγιο κατά τη διεύθυνση και φορά του διανύσματος v_2 , εισάγεται απότομα σε ρεύμα υγρού που κινείται περιφερειακά μεταξύ περιβλήματος και περωτής. Η αύξηση της γωνίας α_2 που είναι αποτέλεσμα της κυκλοφοριακής ροής (σχ. 12.1n), επιτείνει το πρόβλημα, αφού στον οχετό που περιβάλλει την περωτή, το υγρό κινείται κατά την εφαπτομένη της περωτής. Η απότομη μεταβολή της διευσθύνσεως κινήσεως, δημιουργεί έντονο στροβιλισμό, με αποτέλεσμα να υπάρχουν ενεργειακές απώλειες (λόγω τριβών) που εκφράζονται σε απώλεια τόσο αποδιδόμενου ύψους, όσο και ισχύος (αφού τμήμα της ισχύος καταναλώνεται για την αντιμετώπιση των τριβών που προκαλεί ο στροβιλισμός). Οι απώλειες αυτές ονομάζονται **απώλειες κρούσεων** (h_k).

Το ύψος που απομένει –μετά τη μείωση λόγω κυκλοφοριακής ροής και λόγω αφαιρέσεως του ύψους απωλειών λόγω τριβών στην περωτή (h_p) και τριβών που προκαλούν οι κρούσεις κατά την έξοδο από την περωτή (h_k)– είναι το πραγματικό **εσωτερικό αποδιδόμενο ύψος** H_e . Το H_e είναι μεγαλύτερο από το ύψος που αποδίδει η αντλία στο υγρό που διέρχεται απ' αυτήν, δηλαδή το **ολικό ή αποδιδόμενο ύψος** H_o . Η διαφορά $H_e - H_o$ είναι το ύψος ενέργειας που απαιτείται για την αναπόφευκτη **ανακυκλοφορία** ενός ποσοστού του υγρού, το οποίο δεν εξέρχεται από την αντλία, εξασφαλίζοντας την υδραυλική της πληρότητα. Οφείλεται δηλαδή στη διαφορά που υπάρχει μεταξύ της εσωτερικής παροχής Q_e του υγρού μέσα στην περωτή (την οποία λάβαμε υπόψη για την εξαγωγή της θεωρητικής σχέσεως ύψους–παροχής) και της πραγματικής παροχής Q .

Στο σχεδιασμό των αντλιών καταβάλλεται προσπάθεια ελαχιστοποιήσεως των απωλειών ύψους. Ο αριθμός των περυγίων, το σχήμα τους, ο σχεδιασμός της περωτής, η απόσταση μεταξύ περωτής και περιβλήματος κ.ά. παίζουν σημαντικό ρόλο. Ιδιαίτερη σημασία έχει η μείωση των απωλειών κρούσεως για τις μεγάλες αντλίες υψηλών ταχυτήτων. Οι αντλίες αυτές σχεδιάζονται με **διαχυτήρες** (diffuser) που

αποτελούνται από σειρά ακινήτων περυγίων, τοποθετημένων μεταξύ της περιφέρειας της φτερωτής και του κελύφους. Τα περύγια κατευθύνουν το υγρό που εγκαταλείπει την περωτή και μεταβάλλουν ομαλά τη διεύθυνση της ταχύτητάς του (φυγόκεντρες αντλίες με διαχυτήρες, παράγρ. 10.5.1).

Οι καμπύλες που δείχνουν το πραγματικό αποδιδόμενο (ή ολικό) ύψος σε συνάρτηση με την παροχή, αποτελούν –όπως θα δούμε στη συνέχεια– τις σημαντικότερες χαρακτηριστικές καμπύλες των αντλιών.

12.1.3 Απώλειες ισχύος.

Αντίστοιχες απώλειες παρουσιάζονται στην πράξη και στη θεωρητική ισχύ, την οποία μεταβιβάζει η φυγόκεντρη αντλία στο υγρό που ρέει εντός της. Αλλά εδώ πρέπει να ξεκινήσουμε από την αξονική ισχύ P_a , με την οποία τροφοδοτεί την αντλία η κινητήρια μηχανή. Στη θεωρητική εξέταση της παραγράφου 12.1.1, θεωρήσαμε ότι η αξονική ισχύς στο σύνολό της φτάνει στο υγρό που κινείται στο εσωτερικό της αντλίας, δηλαδή $\eta_m = 1$. Στην πράξη φυσικά αυτό δεν συμβαίνει ($\eta_m < 1$).

Οι κατηγορίες απωλειών ισχύος που συναντώνται είναι οι ακόλουθες:

α) Απώλειες εδράνων.

Ανεξάρτητα από τα φαινόμενα που συνοδεύουν τη ροή στο εσωτερικό της αντλίας, μέρος της αξονικής ροής P_a καταναλίσκεται για την αντιμετώπιση των αναποφεύκτων μηχανικών τριβών της αντλίας. Πρόκειται για την κατανάλωση ισχύος που απαιτείται για την υπερνίκηση των μηχανικών τριβών στα έδρανα και στους στυπιοθλίπτες, αλλά και για την αντιμετώπιση των απωλειών δίσκου. Το αποδιδόμενο ύψος δεν επηρεάζεται απ' αυτές τις απώλειες ισχύος.

β) Απώλειες δίσκου.

Μεταξύ της εξωτερικής επιφάνειας της (περιστρεφόμενης) περωτής και του (ακίνητου) εσωτερικού τοιχώματος του κελύφους, υπάρχει υγρό που έχει ήδη αντληθεί αλλά δεν εξέρχεται από την αντλία. Η συνεχής εξαναγκασμένη κίνηση αυτού του υγρού μεταξύ του ακίνητου περιβλήματος και του περιστρεφόμενου δίσκου, συνεπάγεται σημαντικές τριβές, επομένως, κατανάλωση ισχύος. Η καταναλισκόμενη ισχύς δεν έχει σχέση με την ισχύ που αποδίδεται στο υγρό που ρέει στην περωτή, γι' αυτό μειώνει το μηχανικό βαθμό αποδόσεως της αντλίας.

Η υπόλοιπη ισχύς P_e (**εσωτερική ισχύς**) μεταβιβάζεται από τη φτερωτή στο υγρό. Κατά τη ροή μέσα στην περωτή, μέρος της εσωτερικής ισχύος καταναλίσκεται για την αντιμετώπιση διαφόρων υδραυλικών απωλειών. Η υπόλοιπη είναι η **ισχύς που αποδίδεται** τελικά στο αντλούμενο υγρό (P_d).

Οι απώλειες ισχύος κατά τη ροή του υγρού από την είσοδο ως την έξοδο της αντλίας μπορούν να καταταχθούν στις ακόλουθες κατηγορίες:

1. Απώλειες τριβών.

Πρόκειται για τις τριβές του υγρού που κινείται μέσα στην περωτή οι οποίες, όπως είδαμε, οδηγούν, εκτός από τις απώλειες ύψους, και σε απώλειες ισχύος (μετατροπή μηχανικής ενέργειας σε θερμότητα). Οι απώλειες τριβών αυξάνονται σημαντικά με την αύξηση της παροχής.

2. Απώλειες κρούσεων.

Πρόκειται για τις απώλειες που δημιουργούνται λόγω κρούσεων κατά την έξοδο του ρευστού από την περωτή.

3. Απώλειες διαρροών.

Το υγρό που εξέρχεται από την περωτή και συνεχίζει στον οχετό, έχει πολύ μεγαλύτερη πίεση από την πίεση στην αναρρόφηση της περωτής. Για να εμποδισθεί η κίνηση του υγρού υψηλής πίεσης προς την αναρρόφηση, τοποθετείται στην είσοδο της περωτής δακτυλίδι στεγανώσεως (wearing ring). Επειδή όμως η περωτή περιστρέφεται, η στεγάνωση δεν είναι πλήρης. Αναπόφευκτα, μια μικρή ποσότητα υγρού διαρρέει στην αναρρόφηση και επαναντλείται, με αποτέλεσμα την απώλεια ισχύος.

Υπενθυμίζουμε ότι η κυκλοφοριακή ροή μεταξύ των περυγίων της περωτής, αν και μειώνει το θεωρητικά αποδιδόμενο ύψος, δεν έχει ως αποτέλεσμα κατανάλωση ισχύος.

Το σχήμα 12.10 παρουσιάζει παραστατικά τις παραπάνω απώλειες. Παρατηρούμε ότι σημαντικό μέρος της αξονικής ισχύος καταναλώνεται για την αντιμετώπισή τους. Η παροχή Q_n αποτελεί τη **βέλτιστη παροχή** επειδή σ' αυτήν έχουμε την καλύτερη σχέση μεταξύ αποδιδόμενης και αξονικής ισχύος, δηλαδή το μέγιστο βαθμό αποδόσεως.

Οι καμπύλες της αξονικής ισχύος σε συνάρτηση με την παροχή, αποτελούν μια άλλη χαρακτηριστική ομάδα καμπυλών των αντλιών.

12.1.4 Βαθμός αποδόσεως της αντλίας.

Στην ιδανική κατάσταση αντλήσεως που εξετάσαμε στην παράγραφο 12.1.1, οι ενεργειακές απώλειες ήταν απύσους και κατά συνέπεια όλοι οι βαθμοί αποδόσεως ήταν 100%: $\eta_m = \eta_v = \eta_h = \eta = 1$. Στην πράξη όμως, όπως είδαμε, και μηχανικές απώλειες υπάρχουν ($\eta_m < 1$) και εσωτερικές διαρροές ($\eta_v < 1$) και απώλειες ύψους ($\eta_h < 1$). Όλα αυτά οδηγούν σε κατανάλωση σημαντικού ποσοστού της αξονικής ισχύος και επομένως σε ολικό βαθμό αποδόσεως μικρότερο της μονάδας ($\eta < 1$).

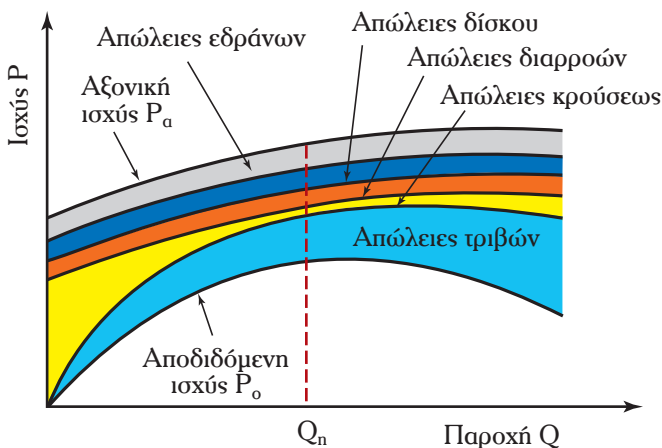
Ο ολικός βαθμός αποδόσεως, σύμφωνα με τον ορισμό του (σχέση 11.27), ισούται με το λόγο της αποδιδόμενης προς την αξονική ισχύ: $\eta = P_o/P_a$.

Από το διάγραμμα του σχήματος 12.10, διαπιστώνουμε ότι για σταθερή γωνιακή ταχύτητα, όταν η παροχή τείνει στο μηδέν, η αποδιδόμενη ισχύς τείνει επίσης στο μηδέν, αλλά η αξονική παραμένει διάφορη του μηδενός. Η κατάσταση αυτή παρουσιάζεται όταν κλείσουμε τη βαλβίδα της καταθλίψεως, μηδενίζοντας την παροχή. Οι μηχανικές απώλειες παραμένουν, αφού στο εσωτερικό της αντλίας μια ποσότητα υγρού ανακυκλώνεται συνεχώς ($Q_e \neq 0$), με συνέπεια πολύ σημαντικές υδραυλικές τριβές. Η αξονική ισχύς τότε καταναλώνεται για την αντιμετώπιση των (μηχανικών και υδραυλικών) τριβών και η αντλία υπερθερμαίνεται (καθώς δεν εισέρχεται ούτε εξέρχεται υγρό, το οποίο απάγει την παραγόμενη από τις τριβές θερμότητα). Μαζί με την παροχή, μηδενίζεται και η αποδιδόμενη ισχύς, άρα και ο βαθμός αποδόσεως.

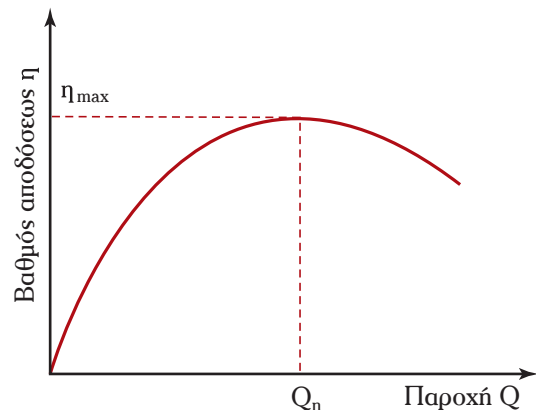
Καθώς αυξάνεται η παροχή (ανοίγοντας σταδιακά τη βαλβίδα της καταθλίψεως), παρατηρείται μικρή αύξηση της αξονικής ισχύος, αλλά η αποδιδόμενη ισχύς αυξάνει με πολύ πιο γρήγορους ρυθμούς. Επομένως, καθώς η παροχή αυξάνεται, αυξάνεται και ο βαθμός αποδόσεως.

Παράλληλα όμως με την αύξηση της παροχής, αυξάνονται και οι απώλειες ισχύος λόγω τριβών του ρευστού. Μάλιστα, ο ρυθμός αυξήσεως των τελευταίων είναι πολύ γρήγορος, όπως φαίνεται στο σχήμα 12.10. Υπάρχει μία παροχή, εξαρτώμενη από τα κατασκευαστικά στοιχεία της αντλίας, στην οποία παρουσιάζεται ο μέγιστος βαθμός αποδόσεως. Η παροχή αυτή είναι η **βέλτιστη** ή **κανονική παροχή** της αντλίας Q_n . Για παροχές μεγαλύτερες της κανονικής παροχής, ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας μειώνεται.

Η σχέση του βαθμού αποδόσεως με την παροχή απεικονίζεται στο διάγραμμα του σχήματος 12.11. Τα διαγράμματα αυτής της μορφής είναι χαρακτηριστικά της ποιότητας και των δυνατοτήτων της αντλίας.



Σχ. 12.10.
Απώλειες ισχύος.



Σχ. 12.11.
Σχέση βαθμού αποδόσεως και παροχής φυγόκεντρης αντλίας.

12.2 Παρατηρήσεις για υπολογισμούς στην περωτή.

Η ροή μέσα στην περωτή των φυγοκέντρων (και γενικότερα των δυναμικών) αντλιών, όπως διαπιστώσαμε από την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου 12.1, αποτελεί την ουσιαστική φάση μεταδόσεως ενέργειας στο αντλούμενο ρευστό. Στην υπολογιστική διαδικασία προστίθενται και νέα μεγέθη, τα οποία σχετίζονται με την περωτή. Χαρακτηριστικά μεγέθη της περωτής αποτελούν καταρχήν οι γεωμετρικές της διαστάσεις, δηλαδή οι ακτίνες r_1 και r_2 και το πλάτος της b . Επίσης, τα σχεδιαστικά στοιχεία των περυγίων της περωτής είναι η γωνία β_1 και –κυρίως– η γωνία απολήξεως β_2 . Τέλος, ο αριθμός των περυγίων και τα πάχη τους. Αλλά και η ταχύτητα του υγρού στην περωτή, όπως είδαμε, παρουσιάζει σημαντικές ιδιομορφίες. Νέα, σημαντικά για τους υπολογισμούς μεγέθη, αποτελούν η γωνιακή ταχύτητα ω και η συχνότητα περιστροφής της περωτής n ($\omega = 2\pi \cdot n$).

Βάση για τον υπολογισμό της ροής μέσα στην περωτή, συνεχίζουν να αποτελούν οι εξισώσεις Bernoulli και συνέχειας (που εκφράζουν για τα ασυμπίεστα ρευστά τους Νόμους Διατηρήσεως της ενέργειας και της μάζας αντίστοιχα). Σ' αυτές, προστίθενται και χρησιμοποιούνται οι ιδιαίτερες εξισώσεις που συναντήσαμε στην παραπάνω ανάλυση. Σημαντική βοήθεια στους υπολογισμούς, προσφέρουν επίσης τα τρίγωνα ταχυτήτων.

– Η **εξίσωση Bernoulli** εφαρμόζεται συνήθως μεταξύ των σημείων 1 και 2 (είσοδος και έξοδος της περωτής, σχ. 12.1α). Προκύπτει η εξίσωση (12.12):

$$H_e = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_p \quad (12.12)$$

– Η **εξίσωση της συνέχειας** για το υγρό που ρέει μέσα από τη φτερωτή χρησιμοποιείται στη γενική της μορφή:

$$Q_e = A_i \cdot v_{ri} \quad (12.13a)$$

όπου: A_i το εμβαδόν μέσα από το οποίο περνά το υγρό και v_{ri} η συνιστώσα της ταχύτητας, η κάθετη σε αυτό (επομένως η ακτινική συνιστώσα). Στην έξοδο της περωτής το εμβαδόν A_2 ισούται με το μήκος της περιφέρειας επί το πλάτος της περωτής: $A_2 = 2\pi \cdot r_2 \cdot b$. Αντίστοιχα, το εμβαδόν εισόδου: $A_1 = 2\pi \cdot r_1 \cdot b$

Επομένως, η εξίσωση της συνέχειας λαμβάνει τη μορφή:

$$Q_2 = 2\pi \cdot r_1 \cdot b_1 \cdot v_{r1} = 2\pi \cdot r_2 \cdot b_2 \cdot v_{r2} \quad (12.13)$$

Από την εξίσωση (12.13) προκύπτει ότι αν $b_1 = b_2$, η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας εισόδου είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την ακτινική συνιστώσα στην έξοδο (περιφέρεια) της περωτής:

$$r_1 \cdot v_{r1} = r_2 \cdot v_{r2} \quad (12.13\beta)$$

Υπενθυμίζουμε ότι:

$$\alpha_1 \approx 90^\circ \Rightarrow v_{r1} \approx v_1 \quad \text{και} \quad v_{r2} = v_2 \cdot \sin \alpha_2'$$

Από τα τρίγωνα ταχυτήτων (σχ. 12.1γ και 12.1δ), μπορούμε να εξαγάμε και άλλες σχέσεις χρήσιμες στους υπολογισμούς. Στην κατανόηση και υπολογιστική αξιοποίηση των τριγώνων ταχυτήτων, δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι η ταχύτητα v άλλοτε αναλύεται σε εφαπτομενική w και επιτρόχια συνιστώσα u και άλλοτε σε ακτινική v_r και επιτρόχια διευθύνσεως v_u συνιστώσες:

$$\vec{v}_i = \vec{w}_i + \vec{u}_i = \vec{v}_{ri} + \vec{v}_{ui} \quad (12.14)$$

Από τα τρίγωνα ταχυτήτων, προκύπτουν οι τριγωνομετρικές σχέσεις μεταξύ των μέτρων της ταχύτητας και των συνιστωσών της. Για την έξοδο 2:

$$v_2^2 = w_2^2 + u_2^2 - 2 \cdot w_2 \cdot u_2 \cdot \cos \beta_2 \quad (12.14a)$$

$$\text{Και για την είσοδο 1, αν } \alpha_1 \approx 90^\circ: \quad v_1 = v_{r1} \quad (12.14\beta)$$

Για τη σύνδεση της ταχύτητας με τα άλλα μεγέθη ροής, αξιοποιούμε την εξίσωση (12.13) η οποία συνδέει την ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας v_r με την παροχή, καθώς επίσης τη σχέση της επιτροχίου συνιστώσας u με τη γωνιακή ταχύτητα ω :

$$u_i = \omega r_i = 2\pi \cdot n \cdot r_i \quad (12.15)$$

Παράδειγμα 1

Η περωτή της φυγόκεντρης αντλίας του σχήματος 12.2α έχει διάμετρο εισόδου 8 cm και εξόδου 36 cm. Το πλάτος της περωτής είναι 1,65 cm και η γωνία της εφαπτόμενης με τα περύγια στην έξοδο της περωτής $\beta_2 = 60^\circ$. Όταν η περωτή περιστρέφεται με 1200 rpm, δίνει παροχή νερού 30 L/s. Θεωρώντας ότι το νερό εισέρχεται στην περωτή με ακτινική διεύθυνση ($\alpha_1 \cong 90^\circ$) και ότι οι απώλειες εντός της περωτής είναι αμελητέες, να υπολογισθούν: α) Το θεωρητικό εσωτερικό ύψος, β) η ισχύς, γ) η γωνία β_1 , δ) η αύξηση της πίεσης από την είσοδο ως την έξοδο της περωτής και ε) η αύξηση της πίεσης από την είσοδο της περωτής ως την κατάθλιψη της αντλίας αν $d_k = 10$ cm και $\eta_v = 1$.

Λύση:

Δεδομένα: $r_1 = 8/2$ cm = 0,04 m, $r_2 = 36/2$ cm = 0,18 m

$b = 1,65$ cm = 0,0165 m, $\beta_1 = 50^\circ$, $\beta_2 = 60^\circ$, $\alpha_1 \cong 90^\circ$

$Q_e = 30$ l/s = 0,03 m³/s, $n = 1200$ rpm = 20 rps, $\gamma = 9,81$ KN/m³

Ζητούμενα: α) H_e , β) P_e , γ) β_1 , δ) $p_2 - p_1$, ε) $p_k - p_1$ αν $d_k = 0,1$ m και $\eta_v = 1$

α) Το θεωρητικό εσωτερικό ύψος υπολογίζεται από την εξίσωση (12.9):

$$H_e = \frac{\omega^2 \cdot r_2^2}{g} - \frac{\omega \cdot r^2}{g \cdot A_2 \cdot \tan \beta_2} \cdot Q_e \quad (1)$$

Είναι: $\omega = 2\pi \cdot n \Rightarrow \omega = 125,7$ rad/s

$A_2 = 2\pi \cdot r_2 \cdot b \Rightarrow A_2 = 0,01866$ m²

Αντικαθιστώντας στην (1): $H_e = 50$ m

β) Η ισχύς συνδέεται με το ύψος και την παροχή με τη σχέση:

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H \Rightarrow P_e = 14,71$$
 KW

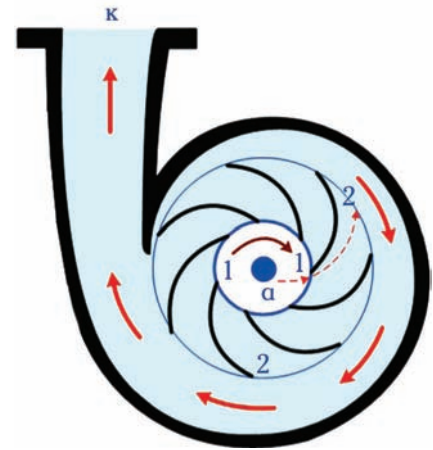
γ) Τη γωνία β_1 την υπολογίζουμε από το τρίγωνο ταχυτήτων στην είσοδο της περωτής (σχ. 12.2β). Σύμφωνα με την εκφώνηση $\alpha_1 \cong 90^\circ$, επομένως $v_1 = v_{r1}$.

$$(12.13) \Rightarrow Q_e = 2\pi \cdot r_1 \cdot b_1 \cdot v_{r1} \Rightarrow v_1 = v_{r1} = 7,23$$
 m/s

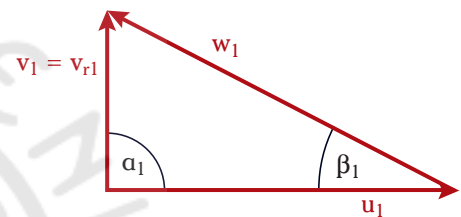
$$(12.15) \Rightarrow u_1 = 2\pi \cdot n \cdot r_1 \Rightarrow u_1 = 5,03$$
 m/s

$$\tan \beta_1 = \frac{v_1}{u_1} \Rightarrow \tan \beta_1 = 1,44 \Rightarrow \beta_1 = 55,2^\circ$$

δ) Για τον υπολογισμό της αύξησης της πίεσης από την είσοδο ως την έξοδο της περωτής, εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και 2:



Σχ. 12.2α.



Σχ. 12.2β.

$$H_\epsilon = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = H_\epsilon - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad (2)$$

Υπολογισμός της ταχύτητας εξόδου:

$$(12.13) \Rightarrow Q_\epsilon = 2\pi \cdot r_2 \cdot b \cdot v_{r2} \Rightarrow v_{r2} = \frac{Q_\epsilon}{2\pi \cdot r_2 \cdot b} \Rightarrow v_{r2} = 1,608 \text{ m/s}$$

Από το τρίγωνο ταχυτήτων στην έξοδο (σχ. 12.2γ):

$$v_2^2 = w_2^2 + u_2^2 - 2 \cdot w_2 \cdot u_2 \cdot \cos \beta_2 \quad (3)$$

$$w_2 = v_{r2} / \sin \beta_2 \Rightarrow w_2 = 1,856 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \omega \cdot r_2 \Rightarrow u_2 = 22,62 \text{ m/s}$$

$$(3) \Rightarrow v_2^2 = 467,2 \text{ (m/s)}^2 \Rightarrow v_2 = 21,61 \text{ m/s}$$

Με αντικατάσταση στην εξίσωση (2), υπολογίζουμε την αύξηση της πίεσης:

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \left(50 - \frac{21,61^2 - 7,23^2}{2 \cdot 9,81} \right) \text{ m} = 28,87 \Rightarrow p_2 - p_1 = 283 \text{ KPa} = 2,83 \text{ bar}$$

$$\epsilon) \eta_v = 1 \Rightarrow Q = Q_\epsilon = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της συνέχειας στην κατάθλιψη, λαμβάνουμε:

$$v_k = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_1^2} \Rightarrow v_k = 3,82 \text{ m/s}$$

Η εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli μεταξύ της εξόδου της πτερωτής και της καταθλίψεως δίνει την εξίσωση (12.11β):

$$\frac{p_k - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2 - v_k^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_k - p_2}{\gamma} = 23,07 \text{ m} \Rightarrow p_k - p_2 = 226,3 \text{ KPa}$$

$$p_k - p_1 = (p_k - p_2) + (p_2 - p_1) \Rightarrow p_k - p_1 = 509,5 \text{ KPa}$$

Σημείωση: Στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήξουμε αν εφαρμόσουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων 1 και κ:

$$H_\epsilon = \frac{p_k - p_1}{\gamma} + \frac{v_k^2 - v_1^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_k - p_1}{\gamma} = H_\epsilon - \frac{v_k^2 - v_1^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_k - p_1}{\gamma} = 50 \text{ m} - (-1,92 \text{ m}) \Rightarrow p_k - p_1 = 509,5 \text{ KPa}$$

Παράδειγμα 2

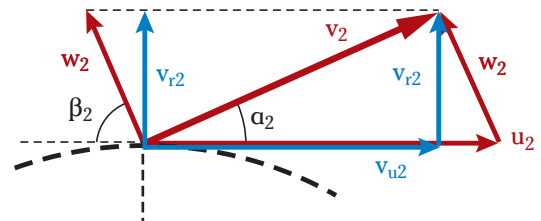
Αν η αντλία του προηγούμενου παραδείγματος έχει μηχανικό βαθμό αποδόσεως 95%, υδραυλικό και ογκομετρικό βαθμό αποδόσεως 90%, να υπολογισθούν η αξονική και η αποδιδόμενη ισχύς.

Λύση:

Δεδομένα: Στα δεδομένα του προβλήματος έχουμε τα δεδομένα του προηγούμενου παραδείγματος, καθώς και τα αποτελέσματα που προέκυψαν για την ιδανική κατάσταση. Τα επιπλέον δεδομένα είναι:

$$\eta_m = 0,95, \quad \eta_h = 0,90, \quad \eta_v = 0,90$$

Ζητούμενο: P_a, P_o



Σχ. 12.2γ.

Ο ολικός βαθμός αποδόσεως της αντλίας υπολογίζεται από την εξίσωση (11.28):

$$\eta = \eta_m \cdot \eta_v \cdot \eta_h \Rightarrow \eta = 0,77 \text{ ή } 77\%$$

Σύμφωνα με τον ορισμό του [εξίσωση (11.27)]:

$$\eta = \frac{P_o}{P_a} \Rightarrow P_a = \frac{P_o}{\eta} \quad (1)$$

Επίσης, σύμφωνα με τους ορισμούς των βαθμών αποδόσεως (παράγρ. 11.4.4):

$$\eta_h = \frac{H_o}{H_e} \Rightarrow H_o = \eta_h \cdot H_e \Rightarrow H_o = 45 \text{ m}$$

$$\eta_v = \frac{Q}{Q_e} \Rightarrow Q = \eta_v \cdot Q_e \Rightarrow Q = 0,027 \text{ m}^3/\text{s}$$

Είναι: $P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o = 11,92 \text{ KW}$

Και αντικαθιστώντας στην (1): $P_a = 15,49 \text{ KW}$

Σημείωση: Η τιμή της αξονικής ισχύος θα μπορούσε να υπολογισθεί και με χρήση του ορισμού του μηχανικού βαθμού αποδόσεως:

$$\eta_m = \frac{P_e}{P_a} \Rightarrow P_a = \frac{P_e}{\eta_m} \Rightarrow P_a = 11,92 \text{ KW}$$

Θα κλείσουμε την ενότητα, με ένα παράδειγμα το οποίο συνδυάζει τους υπολογισμούς σε σύστημα αντλήσεως με τους υπολογισμούς στην περωτή της φυγόκεντρης αντλίας του.

Παράδειγμα 3

Στο σύστημα αντλήσεως νερού 20°C του σχήματος 12.28, οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο. Ο σωλήνας αναρροφήσεως έχει διάμετρο 14 cm, μήκος 6 m και συντελεστή τοπικών απωλειών 2, ενώ ο σωλήνας καταθλίψεως, 11 cm, 140 m και 12 αντίστοιχα. Η περωτή της φυγόκεντρης αντλίας του συστήματος, η οποία περιστρέφεται με 1750 rpm, έχει διάμετρο εισόδου 16 cm και εξόδου 36 cm, πάχος 2 cm και γωνίες των εραπομένων με τα περύγια $\beta_1 = 50^\circ$ και $\beta_2 = 60^\circ$. Εμπειρικοί υπολογισμοί έδειξαν ότι το ύψος απωλειών από την αναρρόφηση ως την είσοδο της περωτής δίνεται από τη σχέση: $h_{a1} = 30 \cdot Q^2$

Αν η παροχή του συστήματος είναι $200 \text{ m}^3/\text{s}$, ο μηχανικός βαθμός αποδόσεως της αντλίας 95% και ο ογκομετρικός βαθμός 93%, να υπολογισθούν:

α) Το διαθέσιμο και το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως, καθώς και το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως.

β) Το ολικό και το εσωτερικό ύψος, η αξονική, η εσωτερική και η αποδιδόμενη στο υγρό ισχύς και ο ολικός βαθμός αποδόσεως της αντλίας.

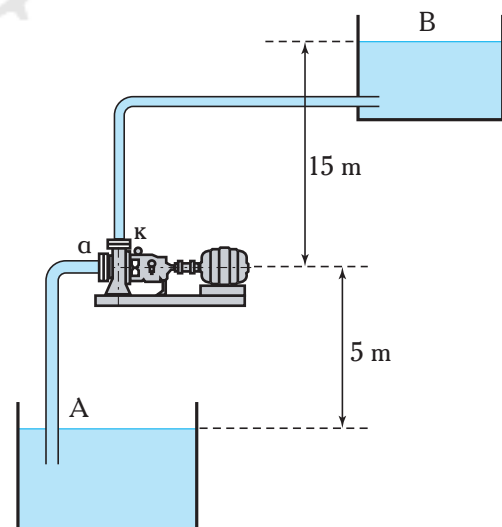
γ) Οι μεταβολές της πίεσεως από το Α ως το Β.

Λύση:

Διερεύνηση: Για το συμβολισμό δεδομένων και ζητούμενων, χρησιμοποιούμε τα ακόλουθα χαρακτηριστικά σημεία (και τροποποιούμε αντίστοιχα τους δείκτες στους τύπους που αξιοποιούμε):

A, B: επιφάνειες δεξαμενών αναρροφήσεως και καταθλίψεως (σχ. 12.28).

α: τέλος σωλήνα αναρροφήσεως, είσοδος στην αντλία.

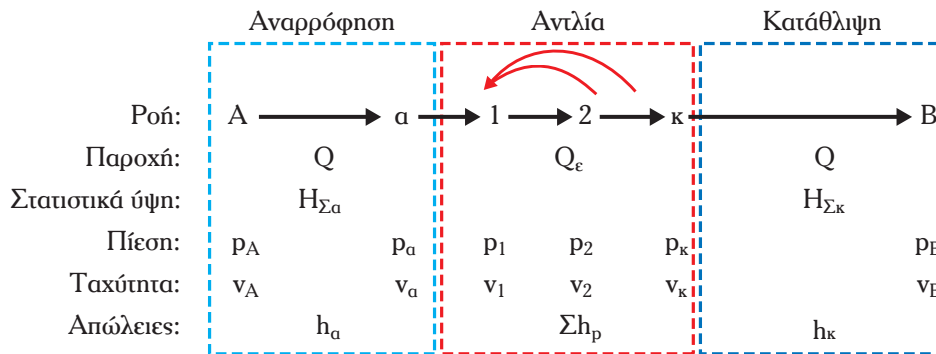


Σχ. 12.26.

1, 2: είσοδος και έξοδος από την περρωτή.

κ: έξοδος από την αντλία, έναρξη σωλήνα καταθλίψεως.

Το ακόλουθο διάγραμμα (σχ. 12.2ε) του συστήματος αντλήσεως βοηθά στην κατανόηση του προβλήματος:



Σχ. 12.2ε.

- Το πρώτο ερώτημα αφορά κατά κύριο λόγο στην αναρρόφηση.
- Το δεύτερο ερώτημα αφορά στην ενεργειακή μελέτη του συστήματος αντλήσεως. Εφόσον έχουμε επαρκή στοιχεία, μελετάμε το σύστημα συνολικά (όπως στην παράγρ. 11.1.3). Αν όχι, μελετάμε το «υποσύστημα» της αντλίας, η οποία δίνει την αναγκαία ενέργεια στο σύστημα (καταναλώνοντας όμως περισσότερη).
- Το τρίτο ερώτημα (υπολογισμός πιέσεων), απαιτεί την εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli στις επιμέρους διαδρομές (A–α, α–1, 1–2, 2–κ).

Δεδομένα: $d_a = 0,14 \text{ m}$, $L_a = 6 \text{ m}$, $\epsilon_a = 0,00026 \text{ m}$, $\Sigma K_a = 2$
 $d_k = 0,11 \text{ m}$, $L_k = 140 \text{ m}$, $\epsilon_k = 0,00026 \text{ m}$, $\Sigma K_k = 12$
 $r_1 = 0,08 \text{ m}$, $r_2 = 0,18 \text{ m}$, $b = 0,02 \text{ m}$, $\beta_1 = 50^\circ$, $\beta_2 = 60^\circ$, $n = 1750/60 \text{ rps}$
 $Q = 200/3600 \text{ m}^3/\text{s}$, $\eta_m = 0,95$, $\eta_v = 0,93$
 $p_A = p_B = 101,3 \text{ KPa}$, $\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$
 $p_v = 3,2 \text{ KPa}$ (τάση ατμών νερού 20° C, Πίνακας 1.2.10)

Ζητούμενα: α) $NPSH_a$, $NPSH_r$, $H_{o,max}$
 β) H_o , H_e , P_a , P_e , P_o , η
 γ) P_a , P_1 , P_2 , P_k

α) Υπολογισμός $NPSH_a$, $NPSH_r$, $H_{o,max}$.

– Το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως δίνεται από την εξίσωση:

$$NPSH_a = \left(\frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \right) - \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_a - p_v}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \quad (11.9)$$

Για τον υπολογισμό του απαιτείται η γνώση των υψών πίεσης και ταχύτητας στο σημείο α. Απαιτείται λοιπόν ο υπολογισμός του σωλήνα αναρροφήσεως. Η ταχύτητα v_a του σωλήνα υπολογίζεται από την εξίσωση της συνέχειας:

$$v_a = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_a^2} \Rightarrow v_a = 3,61 \text{ m/s}$$

Το ύψος πίεσης το υπολογίζουμε με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli μεταξύ των σημείων A και α:

$$y_A - y_a + \frac{p_A - p_a}{\gamma} + \frac{v_A^2 - v_a^2}{2g} = h_a \Rightarrow \frac{p_a}{\gamma} = \frac{p_A}{\gamma} - H_{\Sigma a} - \frac{v_a^2}{2g} - h_a \quad (1)$$

Υπολογισμός απωλειών σωλήνα αναρροφήσεως:

$$(\epsilon_a/d_a = 0,00186, \text{Re} = v_a \cdot d_a/\nu = 5 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0233$$

$$h_a = \left(f_a \cdot \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow h_a = 1,99 \text{ m}$$

$$(1) \Rightarrow p_a/\gamma = 2,67 \text{ m}$$

$$(11.9) \Rightarrow \text{NPSHa} = 3,01 \text{ m}$$

– Το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως δίνεται από την εξίσωση (11.9α), η οποία αν προσαρμόσουμε τους δείκτες με αυτούς του παραδείγματος, γίνεται:

$$\text{NPSHr} = \left(\frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \right) - \frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_a - p_1}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \quad (2)$$

όπου: το σημείο 1 είναι το ση-
στην περρωτή.

μείο που το νερό εισέρχεται

Στην περρωτή εισέρχεται το νερό που εισάγεται από το σωλήνα αναρροφήσεως αλλά και το νερό που ανακυκλώνεται εντός της αντλίας, δηλαδή η εσωτερική παροχή της αντλίας:

$$\eta_v = Q/Q_e \Rightarrow Q_e = Q/\eta_v \Rightarrow Q_e = 0,05974 \text{ m}^3/\text{s} = 215 \text{ m}^3/\text{h}$$

Η εξίσωση συνέχειας στην περρωτή δίνεται από την εξίσωση (12.13):

$$Q_e = 2\pi \cdot r_1 \cdot b \cdot v_{r1} = 2\pi \cdot r_2 \cdot b \cdot v_{r2} \quad (12.13)$$

Θεωρώντας $\alpha_1 = 90^\circ \Rightarrow v_1 = v_{r1}$ η εξίσωση (12.13) δίνει:

$$v_1 = \frac{Q_e}{2\pi \cdot r_1 \cdot b} \Rightarrow v_1 = 5,94 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων α και 1:

$$\frac{p_a - p_1}{\gamma} + \frac{v_a^2 - v_1^2}{2g} = h_{a1} \Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{v_a^2 - v_1^2}{2g} - h_{a1} \quad (3)$$

$$h_{a1} = 30 \cdot Q^2 = 0,09 \text{ m}$$

$$(3) \Rightarrow p_1/\gamma = 1,44 \text{ m}$$

$$(11.9) \Rightarrow \text{NPSHr} = 1,89 \text{ m}$$

Παρατήρηση: Πρόκειται για εκτίμηση του NPSHr με βάση τα δεδομένα της ασκήσεως. Το NPSHr της αντλίας το δίνει ο κατασκευαστής και είναι λίγο μεγαλύτερο απ' αυτό που υπολογίσαμε, λόγω της άνισης κατανομής των πιέσεων μεταξύ των περρυγίων.

– Το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως δίνεται από την εξίσωση (11.10):

$$H_{a,\max} = H_{\Sigma a,\max} + \frac{v_a^2}{2g} + h_{a1} = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - \text{NPSHr} \Rightarrow H_{a,\max} = 8,11 \text{ m}$$

Από την ίδια σχέση υπολογίζουμε και το μέγιστο στατικό ύψος για την συγκεκριμένη παροχή:

$$H_{\Sigma a,\max} = 7,35 \text{ m}$$

β) Υπολογισμός H_o , H_e , P_o , P_e , P_o , η .

– Ο υπολογισμός του αποδιδόμενου ύψους γίνεται με θεώρηση του συνολικού συστήματος αντλή-

σεως. Σύμφωνα με την εξίσωση ενέργειας (11.2):

$$H_o = H_\Sigma + \frac{P_B - P_A}{\gamma} + \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g} + \Sigma h \Rightarrow H_o = H_\Sigma + \Sigma h \quad (4)$$

$$\Sigma h = h_a + h_p$$

Το ύψος απωλειών στο σωλήνα αναρροφήσεως το υπολογίσαμε παραπάνω:

$$h_a = 1,99 \text{ m}$$

Υπολογίζουμε το ύψος απωλειών στο σωλήνα καταθλίψεως:

$$v_k = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_k^2} \Rightarrow v_k = 5,85 \text{ m/s}$$

$$(\epsilon_k/d_k = 0,00236, \text{Re} = v_k \cdot d_k/\nu = 6,4 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0248$$

$$h_k = \left(f_k \cdot \frac{L_k}{d_k} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{v_k^2}{2g} \Rightarrow h_k = 75,81 \text{ m} \Rightarrow \Sigma h = 77,8 \text{ m}$$

$$(4) \Rightarrow H_o = 97,8 \text{ m}$$

– Η **αποδιδόμενη στο υγρό ισχύς** δίνεται από την εξίσωση (11.4):

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o = 53,24 \text{ KW}$$

Για τον υπολογισμό του εσωτερικού ύψους και της εσωτερικής ισχύος, αφού δεν γνωρίζουμε τον υδραυλικό και τον ολικό βαθμό αποδόσεως, θα εργαστούμε στην πτερωτή:

– Το **εσωτερικό ύψος** είναι το θεωρητικό ύψος που αποδίδει η αντλία. Για $\alpha_1 = 90^\circ$, υπολογίζεται από την εξίσωση (12.9):

$$H_e = \frac{\omega^2 \cdot r_2^2}{g} - \frac{\omega \cdot r_2}{g \cdot A_2 \cdot \tan \beta_2} \cdot Q \quad (5)$$

$$\omega = 2\pi \cdot n \Rightarrow \omega = 183,26 \text{ rad/s}$$

$$(5) \Rightarrow H_e = 105,8 \text{ m}$$

Πλέον μπορούμε να υπολογίσουμε τον υδραυλικό βαθμό αποδόσεως:

$$\eta_h = \frac{H_o}{H_e} \Rightarrow \eta_h = 0,924$$

– Η **εσωτερική ισχύς** υπολογίζεται από την εξίσωση (11.22):

$$P_e = \gamma \cdot Q_e \cdot H_e \Rightarrow P_e = 62 \text{ KW} \quad (5)$$

– Ο **ολικός βαθμός αποδόσεως** δίνεται από την εξίσωση (11.28):

$$\eta = \eta_m \cdot \eta_h \cdot \eta_v \Rightarrow \eta = 0,817$$

– Η **αξονική ισχύς** υπολογίζεται από τη σχέση της με την αποδιδόμενη:

$$\eta = \frac{P_o}{P_a} \Rightarrow P_a = \frac{P_o}{\eta} \Rightarrow P_a = 65,26 \text{ KW}$$

Δηλαδή από την ισχύ $P_a = 65,26 \text{ KW}$ που λαμβάνει από τον κινητήρα η αντλία, η ποσότητα $P_e = 62 \text{ KW}$ εισέρχεται στο εσωτερικό της, ενώ η υπόλοιπη ($3,26 \text{ KW}$) αντιμετωπίζει τις μηχανικές τριβές. Από τα 62 KW , ποσότητα $P_o = 53,24 \text{ KW}$ αποδίδεται στο διερχόμενο ρευστό, ενώ η υπόλοιπη ($8,76 \text{ KW}$) αντιμετωπίζει τις υδραυλικές τριβές στο εσωτερικό της αντλίας.

γ) Υπολογισμός πιέσεων p_a , p_1 , p_2 , p_k

– Κατά την αντιμετώπιση του (α) ερωτήματος, υπολογίσαμε τα ύψη πίεσεως στα σημεία α και 1:

$$p_a/\gamma = 2,78 \text{ m} \Rightarrow p_a = 26,20 \text{ KPa}$$

$$p_1/\gamma = 1,55 \text{ m} \Rightarrow p_1 = 14,15 \text{ KPa}$$

– Εφαρμόζοντας την εξίσωση ενέργειας μεταξύ των σημείων α και κ [αναρρόφηση και κατάθλιψη της αντλίας, εξίσωση (11.15)], υπολογίζουμε την πίεση στην κατάθλιψη ($H_{\Sigma p} = 0$):

$$H_o = H_{\Sigma p} + \frac{p_k - p_a}{\gamma} + \frac{v_k^2 - v_a^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_k}{\gamma} = H_o + \frac{p_a}{\gamma} - \frac{v_k^2 - v_a^2}{2g} \Rightarrow p_k/\gamma = 99,4 \text{ m} \Rightarrow p_k = 975,1 \text{ KPa}$$

– Για τον υπολογισμό της πίεσεως στο σημείο 2, εφαρμόζουμε την εξίσωση ενέργειας μεταξύ της εισόδου και της εξόδου της περωτής (1-2):

$$H_e = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_{12} \Rightarrow \frac{p_2}{\gamma} = H_e + \frac{p_1}{\gamma} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - h_{12} \quad (6)$$

Η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας v_{r2} υπολογίζεται από την εξίσωση της συνέχειας για περωτή:

$$Q_e = 2\pi \cdot r_1 \cdot b \cdot v_{r1} = 2\pi \cdot r_2 \cdot b \cdot v_{r2} \Rightarrow v_{r2} = 2,64 \text{ m/s}$$

Από το τρίγωνο ταχυτήτων στην έξοδο (σχ. 12.2στ):

$$v_2^2 = w_2^2 + u_2^2 - 2 \cdot w_2 \cdot u_2 \cdot \cos \beta_2 \quad (7)$$

$$w_2 = v_{r2} / \sin \beta_2 \Rightarrow w_2 = 3,05 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \omega \cdot r_2 \Rightarrow u_2 = 32,99 \text{ m/s}$$

$$(7) \Rightarrow v_2 = 31,57 \text{ m/s}$$

Οι απώλειες εντός της αντλίας μπορούν να υπολογισθούν από την κατανάλωση ισχύος για την αντιμετώπισή τους. Όπως είδαμε στο ερώτημα (β) η ισχύς αυτή είναι:

$$P_{p,an} = P_e - P_o = 8,76 \text{ KW}$$

$$P_{p,an} = \gamma \cdot Q_e \cdot \Sigma h_p \Rightarrow \Sigma h_p = P_{p,an} / (\gamma \cdot Q_e) \Rightarrow \Sigma h_p = 14,83 \text{ m}$$

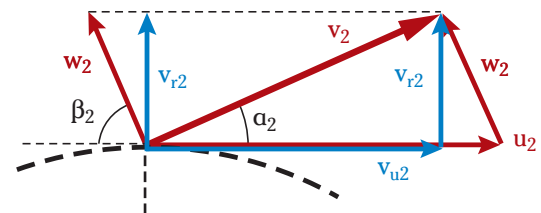
Υποθέτουμε ότι περίπου οι μισές απώλειες οφείλονται κατά τη ροή εντός της περωτής, οπότε: $h_{12} \approx 7,47 \text{ m}$.

$$(6) \Rightarrow p_2/\gamma \approx 50,81 \text{ m} \Rightarrow p_2 \approx 500 \text{ KPa}$$

Οι παραπάνω υπολογισμοί βοηθούν στη σχεδίαση των αντλιών. Αλλά μια σειρά δεδομένων της περωτής και συνολικότερα της αντλίας, προκύπτουν μέσα από την πειραματική διαδικασία. Τόσο για την καθοδήγηση της τελευταίας, όσο και για διαμόρφωση πιο συγκεκριμένης τυπολογίας των αντλιών δυναμικού τύπου, καταφεύγουμε στη διαστατική ανάλυση και τη θεωρία της ομοιότητας.

12.3 Διαστατική ανάλυση και ομοιότητα αντλιών.

Όπως διαπιστώσαμε στην παράγραφο 12.1.1, η θεωρητική ροή μέσα στην περωτή μελετάται με αξιοποίηση των νόμων της φυσικής. Για να περάσουμε όμως από τις θεωρητικές στις πραγματικές συνθήκες ροής, πρέπει να ληφθούν υπόψη μια σειρά φαινόμενα (τριβές, δευτερεύουσες κυκλοφοριακές ροές, διαρροές κ.ά.), τα οποία οδηγούν



Σχ. 12.2στ.

γούν σε απώλειες ύψους και ισχύος. Τα φαινόμενα αυτά και οι αντίστοιχες απώλειες, παρουσιάστηκαν στις παραγράφους 12.1.2 και 12.1.3. Όμως η πολυπλοκότητά τους είναι τέτοια που καθιστά αδύνατους τους υπολογισμούς με την αναλυτική αξιοποίηση των νόμων της φυσικής. Η χρήση της πειραματικής διαδικασίας καθίσταται αναγκαία. Και για να προκύψουν απ' αυτήν αξιόπιστα και γενικευμένα συμπεράσματα, πρέπει να προηγηθεί η διαστατική ανάλυση των προβλημάτων και να εφαρμοστεί στις αντλίες η θεωρία της ομοιότητας, όπως αυτά παρουσιάστηκαν στο Τέταρτο Κεφάλαιο.

Υπενθυμίζουμε ότι αντίστοιχα προβλήματα συναντήσαμε και στη μελέτη της ιξώδους ροής σε αγωγούς. Η πειραματική διαδικασία (που προετοιμάστηκε από τη διαστατική ανάλυση) οδήγησε σε δύο σχέσεις (εξίσωση των Darcy–Weisbach και διάγραμμα Moody) που συμπλήρωσαν τις σχέσεις που εκφράζουν τους δύο Νόμους διατηρήσεως κατά τη ροή στους σωλήνες (εξίσωση συνέχειας και εξίσωση Bernoulli). Αλλά η ροή μέσα στις φυγόκεντρες αντλίες είναι πολλαπλάσιας πολυπλοκότητας από τη ροή σε σωλήνες. Κατά συνέπεια, η όλη διαδικασία είναι εξαιρετικά επίπονη και δεν έχει τόσο θεαματικά αποτελέσματα. Είναι όμως μια διαδικασία αναγκαία για το σωστό σχεδιασμό των αντλιών. Τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει (ειδική ταχύτητα και χαρακτηριστικές καμπύλες αντλιών), είναι εξαιρετικά χρήσιμα για τους χρήστες των αντλιών.

Σκοπός μας εδώ δεν είναι φυσικά να εξαντλήσουμε το θέμα, αλλά να εκθέσουμε τις βασικές του παραμέτρους και πορίσματα, τα οποία είναι εξαιρετικά πολύτιμα για την κατανόηση της ροής στις αντλίες και των διαγραμμάτων που παρέχουν οι κατασκευαστές.

12.3.1 Διαστατική ανάλυση της ροής στην αντλία.

Η θεωρητική μελέτη της ροής μέσα στην περωτή (παράγρ. 12.1.1) κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το θεωρητικό ύψος που αποδίδει η αντλία στο υγρό δίνεται από την εξίσωση (12.8), η οποία δύναται να γραφεί υπό τη μορφή:

$$\mathbf{g \cdot H} = (2\pi \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_2)^2 - \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{b} \cdot \tan \beta_2} \cdot \mathbf{Q} \quad (12.16)$$

Υπενθυμίζουμε ότι το γινόμενο $\mathbf{g \cdot H}$ αντιστοιχεί στην (θεωρητικά αποδιδόμενη) ενέργεια στη μονάδα μάζας του υγρού (βλ. παράγρ. 3.4.1). Η χρήση της εδώ, επιτρέπει να μειώσουμε τις μεταβλητές κατά μία (εφόσον η επιτάχυνση βαρύτητας θεωρηθεί μεταβλητή).

Σύμφωνα με την εξίσωση (12.16), η θεωρητικά αποδιδόμενη ενέργεια ανά μονάδα μάζας είναι συνάρτηση των ακολούθων φυσικών μεγεθών: της παροχής \mathbf{Q} , της περιστροφικής ταχύτητας της αντλίας \mathbf{n} και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της περωτής (ακτίνα \mathbf{r} , πλάτος \mathbf{b} , γωνία β). Από τα μεγέθη αυτά εξαρτάται και η πραγματική αποδιδόμενη ενέργεια. Αλλά όχι μόνο. Η ύπαρξη των απωλειών ύψους που περιγράψαμε στην παράγραφο 12.1.2, εισάγει ως σημαντικές παραμέτρους το ιξώδες μ (ή το κινηματικό ιξώδες $\nu = \mu/\rho$), την τραχύτητα των επιφανειών ϵ και την πυκνότητα του υγρού ρ . Η θεωρητική, λογική και πειραματική εξέταση καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η ισχύς είναι συνάρτηση των ακολούθων βασικών παραμέτρων:

$$\mathbf{g \cdot H} = \mathbf{f}(\mathbf{Q}, \mathbf{n}, \mathbf{d}, \mathbf{\rho}, \mathbf{\mu}, \mathbf{\epsilon}, \mathbf{l}, \mathbf{\beta}) \quad (12.17)$$

Παρατηρούμε ότι στην περιγραφή του φαινομένου υπεισέρχονται 9 φυσικά μεγέθη, τα οποία εκφράζονται από τρεις διαστάσεις (\mathbf{M} , \mathbf{L} , \mathbf{T}). Επομένως, σύμφωνα με το θεώρημα Π του Buckingham (παράγρ. 4.1.7), οι αδιάστατες ομάδες που απαιτούνται για να περιγραφεί το φαινόμενο είναι:

$$\mathbf{k} = \mathbf{n} - \mathbf{j} = 9 - 3 = 6$$

Στον Πίνακα 12.3.1 καταγράφονται τα φυσικά μεγέθη που καθορίζουν τη ροή εντός της αντλίας και οι διαστάσεις τους:

Πίνακας 12.3.1
Παράμετροι ροής σε δυναμική αντλία.

	Σύμβολο	Μέγεθος	Διαστάσεις	Εκθέτες
1	$g \cdot H$	Ύψος ενέργειας	$L^2 \cdot T^{-2}$	α
2	Q	Παροχή (ογκομετρική)	$L^3 \cdot T^{-1}$	β
3	n	Περιστροφική ταχύτητα	T^{-1}	γ
4	d	Διάμετρος περωτίς	L	δ
5	ρ	Πυκνότητα υγρού	$M^1 \cdot L^{-3}$	ϵ
6	μ	Ιξώδες	$M^1 \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$	ζ
7	ϵ	Τραχύτητα	L	η
8	l	Μήκος	L	θ
9	β	Γωνία κλίσεως περυγίων	–	

Η συνάρτηση που περιγράφει το φαινόμενο γίνεται:

$$\varphi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5, \Pi_6) = C \quad (12.17\alpha)$$

Το ένα εκ των μεγεθών είναι αδιάστατο (γωνία β), επομένως αποτελεί αδιάστατη ομάδα: $\Pi_6 = \beta$. Αναζητούμε επομένως 5 αδιάστατες ομάδες της μορφής:

$$\Pi = (gH)^\alpha \cdot Q^\beta \cdot n^\gamma \cdot d^\delta \cdot \rho^\epsilon \cdot \mu^\zeta \cdot \epsilon^\eta \cdot l^\theta \quad (12.17\beta)$$

Από την εξίσωση (12.17α) προκύπτει η διαστατική εξίσωση:

$$M^0 \cdot L^0 \cdot T^0 = M^{\epsilon+\zeta} \cdot L^{2\alpha+3\beta+\delta-3\epsilon-\zeta+\eta+\theta} \cdot T^{-2\alpha-\beta-\gamma-\zeta} \quad (12.18)$$

Και εξισώνοντας τους εκθέτες:

$$\epsilon + \zeta = 0 \quad (12.18\alpha)$$

$$2\alpha + 3\beta + \delta - 3\epsilon - \zeta + \eta + \theta = 0 \quad (12.18\beta)$$

$$-2\alpha - \beta - \gamma - \zeta = 0 \quad (12.18\gamma)$$

Επιλέγουμε ως επαναληπτικές μεταβλητές τις n , d και ρ , οπότε υπολογίζουμε τους ακόλουθους αδιάστατους αριθμούς (βλ. παράγρ. 4.1.7):

$$- \text{Για } \alpha = 1, \beta = \zeta = \eta = \theta = 0 \Rightarrow \Pi_1 = \frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2} \quad (12.19\alpha)$$

$$- \text{Για } \beta = 1, \alpha = \zeta = \eta = \theta = 0 \Rightarrow \Pi_2 = \frac{Q}{n \cdot d^3} \quad (12.19\beta)$$

$$- \text{Για } \zeta = 1, \alpha = \beta = \eta = \theta = 0 \Rightarrow \Pi_3 = \frac{n \cdot d^2 \cdot \rho}{\mu} = \frac{n \cdot d^2}{\nu} \quad (12.19\gamma)$$

$$- \text{Για } \eta = 1, \alpha = \beta = \zeta = \theta = 0 \Rightarrow \Pi_4 = \frac{\epsilon}{d} \quad (12.19\delta)$$

$$- \text{Για } \theta = 1, \alpha = \beta = \zeta = \eta = 0 \Rightarrow \Pi_5 = \frac{l}{d} \quad (12.19\epsilon)$$

Αντικαθιστώντας στη συνάρτηση (12.17α) προκύπτει:

$$\Phi\left(\frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2}, \frac{Q}{n \cdot d^3}, \frac{n \cdot d^2}{\nu}, \frac{\epsilon}{d}, \frac{l}{d}, \beta\right) = C \Rightarrow \frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2} = F\left(\frac{Q}{n \cdot d^3}, \frac{n \cdot d^2}{\nu}, \frac{\epsilon}{d}, \frac{l}{d}, \beta\right) \quad (12.19)$$

Αντίστοιχη συνάρτηση προκύπτει και για την απαιτούμενη ισχύ P:

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \Rightarrow g \cdot H = \frac{P}{\rho \cdot Q} \Rightarrow \frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2} = \frac{P}{\rho \cdot n^2 \cdot d^2 \cdot Q} \quad (12.20a)$$

Ένας αδιάστατος αριθμός μπορεί να αντικατασταθεί από το γινόμενο του επί έναν άλλον (βλ. παράγρ. 4.1.8, Παρατήρηση 2ⁿ):

$$\frac{P}{\rho \cdot n^2 \cdot d^2 \cdot Q} \cdot \frac{Q}{n \cdot d^3} = \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot d^5} \quad (12.20b)$$

Από τις εξισώσεις (12.19), (12.20a) και (12.20b), προκύπτει:

$$\frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot d^5} = f\left(\frac{Q}{n \cdot d^3}, \frac{n \cdot d^2}{\nu}, \frac{\epsilon}{d}, \frac{l}{d}, \beta\right) \quad (12.20)$$

Σημείωση: Στην παραπάνω ανάλυση, ξεκινώντας από τη σχέση (12.17), αναφερθήκαμε σε ένα μόνο μήκος (l). Στην πραγματικότητα, υπάρχουν περισσότερα του ενός μήκη που χαρακτηρίζουν την αντλία, όπως το πλάτος και το πάχος των περυγίων, οι διαστάσεις του οχετού, οι αποστάσεις του δίσκου από το κέλυφος κ.ά. Αυτό όμως δεν επηρεάζει τη διαστατική ανάλυση, αφού για κάθε χαρακτηριστικό μήκος απλά προστίθεται ένας αδιάστατος παράγοντας της ίδιας μορφής (l/d). Το ίδιο συμβαίνει και με τα άλλα φυσικά μεγέθη. Για παράδειγμα, αν στην ανάλυση εισάγομε το μέγιστο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως, ο αδιάστατος αριθμός που θα προκύψει θα είναι αντίστοιχος με τον Π₁, με αντικατάσταση του ύψους H από το NPSH.

Ο αδιάστατος αριθμός της εξίσωσης (12.19γ) είναι μία μορφή του αριθμού Reynolds (δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις τριβής):

$$u = \omega \cdot d/2 = \pi \cdot d \cdot n \Rightarrow \frac{n \cdot d^2}{\nu} = \frac{u \cdot (d/\pi)}{\nu} \Rightarrow \mathbf{Re} = \frac{n \cdot d^2}{\nu} \quad (12.21)$$

Αντίστοιχα, ο αδιάστατος αριθμός της εξίσωσης (12.19α) είναι αντίστροφος του αριθμού Froude (δυνάμεις αδράνειας προς δυνάμεις βαρύτητας):

$$\frac{1}{\mathbf{Fr}} = \frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2} \quad (12.22)$$

Ο αδιάστατος αριθμός της εξίσωσης (12.19β) εξαρτάται από τη σχέση μεταξύ επιτρόχιας και ακτινικής ταχύτητας και από το σχεδιασμό των περυγίων. Για φυγόκεντρες αντλίες:

$$\frac{Q}{n \cdot d^3} = \frac{\pi \cdot d \cdot b \cdot v_r}{(u/\pi) \cdot d^2} = \pi^2 \cdot \frac{v_r}{u} \cdot \frac{b}{d} \quad (12.23)$$

Οι αδιάστατοι αριθμοί, οι οποίοι προκύπτουν από τη διαστατική ανάλυση της ροής στην αντλία δίνονται συγκεντρωτικά στον Πίνακα 12.3.2.

Πίνακας 12.3.2
Αδιάστατοι αριθμοί αντλίας.

Αδιάστατος αριθμός	Ειδική ονομασία
$N_h = \frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2}$	Αριθμός αποδιδόμενου ύψους
$N_Q = \frac{Q}{n \cdot d^3}$	Αριθμός ροής (ή παροχής)
$N_P = \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot d^5}$	Αριθμός ισχύος
$N_{Re} = \frac{n \cdot d^2 \cdot \rho}{\mu} = \frac{n \cdot d^2}{\nu}$	Αριθμός Reynolds
$N_r = \frac{\varepsilon}{d}$	Σχετική τραχύτητα

Τα συμπεράσματα της διαστατικής αναλύσεως, αξιοποιούνται στην ανάπτυξη της θεωρίας της ομοιότητας των αντλιών. Αυτή με τη σειρά της, διευκολύνει πάρα πολύ την πειραματική έρευνα, δίνοντας παράλληλα σημαντικά συμπεράσματα, τα οποία μπορούν να αξιοποιηθούν από μόνα τους.

12.3.2 Ομοιότητα αντλιών.

Η θεωρία της ομοιότητας, την οποία εξετάσαμε στο Τέταρτο Κεφάλαιο, επιτρέπει να κατασκευάσουμε ομοιώματα (ή μοντέλα) των πρωτοτύπων αντλιών και να μελετήσουμε πειραματικά στα ομοιώματα τη συμπεριφορά των πρωτοτύπων. Αντίστροφα, κάνοντας διάφορες επιτυχημένες σχεδιαστικές μετατροπές στο υπό μελέτη μοντέλο, δίνει τη δυνατότητα εφαρμογής αυτών των αλλαγών στο πρωτότυπο και συνακόλουθης βελτιώσεως της λειτουργίας του.

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε στην παράγραφο 4.2, προϋπόθεση για πλήρη συμβατότητα μεταξύ μοντέλου και πρωτότυπου είναι η ισότητα όλων των σχετικών τιμών των αδιαστάτων παραμέτρων που έχει αναδείξει η διαστατική ανάλυση. Κατά συνέπεια, δύο αντλίες είναι όμοιες όταν οι αντίστοιχοι αδιάστατοι αριθμοί που προέκυψαν από την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου, είναι μεταξύ τους ίσοι. Δηλαδή οι **απαιτήσεις πλήρους ομοιότητας** είναι:

$$\frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot d^5} = \frac{P_m}{\rho_m \cdot n_m^3 \cdot d_m^5} \quad (12.24\alpha)$$

$$\frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2} = \frac{g \cdot H_m}{n_m^2 \cdot d_m^2} \quad (12.24\beta)$$

$$\frac{Q}{n \cdot d^3} = \frac{Q_m}{n_m \cdot d_m^3} \quad (12.24\gamma)$$

$$\frac{n \cdot d^2}{\nu} = \frac{n_m \cdot d_m^2}{\nu_m} \quad (12.24\delta)$$

$$\frac{\varepsilon}{d} = \frac{\varepsilon_m}{d_m} \quad (12.24\epsilon)$$

$$\frac{l}{d} = \frac{l_m}{d_m} \quad (12.24\sigma\tau)$$

Αν για το μοντέλο και το πρωτότυπο ισχύουν οι εξισώσεις (12.24α-στ), η συμπεριφορά τους θα είναι ακριβώς ίδια, τηρουμένων φυσικά των αναλογιών. Αλλά, όπως εξηγήσαμε αναλυτικά στην παράγραφο 4.4, είναι εξαιρετικά δύσκολο ως αδύνατο να επιτευχθεί πλήρης ομοιότητα μεταξύ πρωτότυπου και μοντέλου. Προσπαθώντας λοιπόν να διαμορφώσουμε μοντέλο με όσο το δυνατόν πλησιέστερη συμπεριφορά μοντέλου και πρωτοτύπου, τίθενται διαδοχικά οι ακόλουθες επιμέρους απαιτήσεις ομοιότητας:

α) **Γεωμετρική ομοιότητα.** Ένα μοντέλο και ένα πρωτότυπο είναι γεωμετρικά όμοια, αν και μόνο αν όλα τα μήκη των αντλιών και στις τρεις συντεταγμένες του χώρου έχουν τον ίδιο λόγο. Ο λόγος αυτός καλείται κλίμακα μήκους ή απλά, κλίμακα και συμβολίζεται συνήθως με λ .

Τις απαιτήσεις της γεωμετρικής ομοιότητας, η οποία αποτελεί προϋπόθεση της φυσικής ομοιότητας, τις εκφράζουν οι εξισώσεις (12.24ε) και (12.24ε). Από αυτές εύκολα προκύπτει για τα ομόλογα **μήκη** των αντλιών:

$$\frac{d_m}{d} = \frac{\epsilon_m}{\epsilon} = \frac{l_m}{l} = \lambda \quad (12.25)$$

Υπενθυμίζουμε πως όταν υπάρχει γεωμετρική ομοιότητα, οι ομόλογες γωνίες μοντέλου και ομοιώματος είναι ίσες. Για τις **γωνίες** των περυγιών:

$$\frac{\alpha_m}{\alpha} = \frac{\beta_m}{\beta} = 1 \quad (12.25\alpha)$$

Όσον αφορά στα ομόλογα εμβαδά και όγκους μοντέλου και πρωτότυπου ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις (παράγρ. 4.2.2):

$$\frac{S_m}{S} = \lambda^2 \quad (12.25\beta)$$

$$\frac{V_m}{V} = \lambda^3 \quad (12.25\gamma)$$

β) **Κινηματική ομοιότητα.** Σύμφωνα με τον ορισμό της κινηματικής ομοιότητας, **δύο αντλίες είναι κινηματικά όμοιες, αν ομόλογες στοιχειώδεις μάζες του αντλούμενου υγρού βρίσκονται σε ομόλογες θέσεις σε ομόλογους χρόνους.** Δηλαδή, αφού γεωμετρική ομοιότητα εισάγει την αναλογία του χώρου, η κινηματική εισάγει την αναλογία του χρόνου μετακίνησης των στοιχειωδών μαζών, άρα σχετίζεται με την ταχύτητα ή την παροχή του αντλούμενου υγρού. Από τις εξισώσεις (12.24), προκύπτει η κυρίαρχη απαίτηση κινηματικής ομοιότητας, η οποία εκφράζεται από τη σχέση:

$$\frac{Q}{n \cdot d^3} = \frac{Q}{n_m \cdot d_m^3} \quad (12.26)$$

Δηλαδή το ομοίωμα πρέπει να έχει την ίδια ειδική παροχή με το πρωτότυπο.

Επειδή η ροή στην αντλία κάθε άλλο παρά ατριβής είναι, η επίτευξη κινηματικής ομοιότητας συνδυάζεται με τις απαιτήσεις δυναμικής ομοιότητας.

γ) **Δυναμική ομοιότητα.** Η δυναμική ομοιότητα προϋποθέτει τη γεωμετρική και κινηματική ομοιότητα και εισάγει την αναλογία των δυνάμεων: **Δύο αντλίες είναι δυναμικά όμοιες όταν έχουν αναλογία μηκών (γεωμετρική ομοιότητα), αναλογία χρόνων (κινηματική ομοιότητα) και αναλογία δυνάμεων.** Στην άντληση υγρού από αντλία, συναντάμε τις δυνάμεις αδράνειας, βαρύτητας και ιξώδους τριβής. Οι απαιτήσεις δυναμικής ομοιότητας προκύπτουν από τις εξισώσεις (12.24):

$$\frac{n \cdot d^2}{\nu} = \frac{n_m \cdot d_m^2}{\nu} = \text{Re} \quad (12.27)$$

$$\frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2} = \frac{g \cdot H_m}{n_m^2 \cdot d_m^2} = \frac{1}{Fr} \quad (12.28)$$

Σημειώνουμε τέλος ότι η σχέση (12.24α) συνδυάζει τις απαιτήσεις κινηματικής και δυναμικής ομοιότητας των αντλιών.

Όπως σημειώσαμε, είναι εξαιρετικά δύσκολο να δημιουργηθεί ακριβές ομοίωμα μιας αντλίας. Αν και είναι σχετικά εύκολο να επιτύχουμε γεωμετρική ομοιότητα με κλίμακα λ , είναι δύσκολο και συχνά αδύνατο (ή ασύμφορο) να χρησιμοποιηθεί υγρό αντίστοιχου κινηματικού ιξώδους, αφού αν μεταβληθεί η περιστροφική ταχύτητα, επηρεάζονται οι συνθήκες κινηματικής ομοιότητας. Επομένως, η πειραματική διαδικασία λαμβάνει υπόψη τις αποκλίσεις ομοιότητας του ομοιώματος από την πρωτότυπη αντλία. Ακόμα όμως και αν έχουν εξασφαλισθεί ικανοποιητικά οι θεωρητικοί όροι της ομοιότητας, χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στο σχεδιασμό και στην κατασκευή του μοντέλου. Ένα αναξιόπιστο μοντέλο θα οδηγήσει σε σημαντικά λάθη σχεδιάσεως. Πέρα από τα θεωρητικά στοιχεία, υπάρχουν και περιορισμοί που έχουν προκύψει πειραματικά. Για παράδειγμα θεωρείται αναξιόπιστο μοντέλο φυγόκεντρης αντλίας με διάμετρο περωτής μικρότερη από 12 in ή αποδιδόμενο ύψος μικρότερο από το 80% του πρωτότυπου.

Το πιο πιστό ομοίωμα μιας αντλίας είναι η ίδια η αντλία. Όσο παράδοξη και αν ακούγεται η αυτονόητη διατύπωση ότι **μία αντλία είναι όμοια με τον εαυτό της με κλίμακα $\lambda = 1$** , τα πορίσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή των παραπάνω σχέσεων είναι εξαιρετικά χρήσιμα. Πιο συγκεκριμένα, αλλάζοντας την ταχύτητα περιστροφής από n_1 σε n_2 , αφού τα γεωμετρικά μεγέθη μένουν αμετάβλητα, μεταβάλλονται η παροχή, το αποδιδόμενο ύψος και η απαιτούμενη ισχύς. Σύμφωνα με τις σχέσεις της ομοιότητας έχουμε:

$$(12.26) \Rightarrow \frac{Q_1}{n_1 \cdot d^3} = \frac{Q_2}{n_2 \cdot d^3} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (12.29)$$

$$(12.28) \Rightarrow \frac{g \cdot H_1}{n_1^2 \cdot d^2} = \frac{g \cdot H_2}{n_2^2 \cdot d^2} \Rightarrow \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \quad (12.30)$$

$$(12.24a) \Rightarrow \frac{P_1}{\rho \cdot n_1^3 \cdot d^5} = \frac{P_2}{\rho \cdot n_2^3 \cdot d^5} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^3 \quad (12.31)$$

Οι παραπάνω σχέσεις αναφέρονται στην περίπτωση εκείνη που μεταβάλλεται η ταχύτητα περιστροφής της αντλίας, αφού η σωληνογραμμή παραμένει αμετάβλητη. Είναι εντελώς διαφορετική η περίπτωση κατά την οποία τροποποιείται η σωληνογραμμή. Αν για παράδειγμα μειώσουμε το άνοιγμα της βαλβίδας καταθλίψεως, θα μειωθεί η παροχή Q , αλλά όχι και η περιστροφική ταχύτητα της αντλίας n . Είναι προφανές ότι σ' αυτήν την περίπτωση η εξίσωση (12.29) δεν ισχύει. Αυτό συμβαίνει επειδή οι δύο καταστάσεις λειτουργίας της αντλίας δεν παρουσιάζουν κινηματική και δυναμική ομοιότητα.

12.4 Ειδική ταχύτητα.

12.4.1 Ορισμός.

Ο διαφορετικός σχεδιασμός της φτερωτής και των λοιπών γεωμετρικών χαρακτηριστικών των δυ-

ναμικών αντλιών, οδηγεί, όπως είδαμε, σε σημαντικές διαφορές κατά την άντληση ενός υγρού. Η λειτουργία όμως κάθε αντλίας μπορεί να αναχθεί σε πρότυπες συνθήκες, οι οποίες επιτρέπουν τη σύγκρισή της με άλλες, διαφορετικού σχεδιασμού ή τύπου. Μία τέτοια σύγκριση είναι ιδιαίτερα σημαντική για την εκτίμηση των δυνατοτήτων μιας αντλίας ορισμένης γεωμετρίας, κατά τη διαδικασία επιλογής αντλιών από το χρήστη. Ακόμα πιο σημαντική είναι η γνώση των γενικών χαρακτηριστικών μιας σχεδιαζόμενης αντλίας, με βάση τα γεωμετρικά της χαρακτηριστικά που επιλέγει ο σχεδιαστής μηχανικός. Η βοήθεια της διαστατικής ανάλυσης και της θεωρίας της ομοιότητας σ' αυτήν τη διαδικασία, είναι αποφασιστικής σημασίας.

Η πειραματική διαδικασία, αλλά και η εμπειρία έδειξαν ότι η γεωμετρία μιας περιστροφικής δυναμικής αντλίας επηρεάζει κατά κύριο λόγο τρία αλληλοσυνδεόμενα μεγέθη: Τη γωνιακή ταχύτητα ω (ή τη συχνότητα περιστροφής n : $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$), την παροχή Q και το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας H . Θα είναι επομένως ιδιαίτερα χρήσιμος ένας αδιάστατος αριθμός που θα περιέχει μόνο αυτά τα τρία μεγέθη. Ο αριθμός αυτός μπορεί να προκύψει με συνδυασμό κάποιων από τους αδιάστατους αριθμούς του Πίνακα 12.3.2. Πιο συγκεκριμένα, επιλέγουμε τους αδιάστατους αριθμούς N_S και N_Q που περιέχουν τα παραπάνω μεγέθη και τη διάμετρο d την οποία απαλείφουμε:

$$N_Q = \frac{Q}{n \cdot d^3} \Rightarrow d^3 = \frac{Q}{n \cdot N_Q}$$

$$N_h = \frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2} \Rightarrow d = \frac{(g \cdot H)^{0,5}}{n \cdot N_h^{0,5}} \Rightarrow d^3 = \frac{(g \cdot H)^{1,5}}{n^3 \cdot N_h^{1,5}}$$

Εξισώνοντας:

$$\frac{Q}{n \cdot N_Q} = \frac{(g \cdot H)^{1,5}}{n^3 \cdot N_h^{1,5}} \Rightarrow n^2 \cdot \frac{Q}{(g \cdot H)^{1,5}} = \frac{N_Q}{N_h^{1,5}} \Rightarrow \frac{N_Q}{N_h^{0,75}} = n \cdot \frac{Q^{0,5}}{(g \cdot H)^{0,75}} \quad (12.32a)$$

Και αντικαθιστώντας την περιστροφική ταχύτητα n με τη γωνιακή ταχύτητα ω , προκύπτει ο αδιάστατος αριθμός:

$$2\pi \cdot \frac{N_Q^{0,5}}{N_h^{0,75}} = \omega \cdot \frac{Q^{0,5}}{(g \cdot H)^{0,75}} \quad (12.32\beta)$$

Ο αδιάστατος αριθμός της εξίσωσης (12.32β) αποτελεί σημαντικό χαρακτηριστικό γνώρισμα μιας δυναμικής αντλίας και καλείται **ειδική ταχύτητα** N_{SU} . Η ειδική ταχύτητα συνδέει τη γωνιακή ταχύτητα, την παροχή και το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας και καθορίζεται από τη σχέση:

$$N_{SU} = \omega \cdot \frac{Q^{0,5}}{(g \cdot H)^{0,75}} = 2\pi \cdot n \cdot \frac{Q^{0,5}}{(g \cdot H)^{0,75}} \quad (12.33)$$

όπου: ω η γωνιακή ταχύτητα της περωτής ($\text{rad/s} = \text{s}^{-1}$), n η περιστροφική ταχύτητα (ή συχνότητα περιστροφής, $\text{rps} = \text{s}^{-1}$), Q η παροχή (m^3/s), H το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας (m) και g η επιτάχυνση της βαρύτητας ($g = 9,807 \text{ m/s}^2$). (Οι μονάδες σε παρένθεση αναφέρονται στο SI).

Αν σε μια αντλία με ειδική ταχύτητα N_{SU} , μεταβληθεί η ταχύτητα περιστροφής της περωτής από n_1 σε n_2 , αλλά το σύστημα αντλήσεως παραμένει το ίδιο, η ειδική ταχύτητα δεν μεταβάλλεται:

$$N_{SUI} = 2\pi \cdot n_1 \cdot \frac{Q_1^{0,5}}{H_1^{0,75}}$$

$$N_{SU2} = 2\pi \cdot n_2 \cdot \frac{Q_2^{0,5}}{H_2^{0,75}}$$

Διαιρώντας κατά μέλη:

$$\frac{N_{SU1}}{N_{SU2}} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^{0,5} \cdot \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{0,75}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις ομοιότητας (12.29) και (12.30), προκύπτει:

$$\frac{N_{SU1}}{N_{SU2}} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{0,5} \cdot \left[\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right]^{0,75} \Rightarrow \frac{N_{SU1}}{N_{SU2}} = 1 \Rightarrow N_{SU1} = N_{SU2}$$

Αντίθετα, **αν διατηρήσουμε σταθερή την ταχύτητα περιστροφής της αντλίας και μεταβάλλουμε την παροχή της** (π.χ. χρησιμοποιώντας μία βαλβίδα στο σωλήνα καταθλίψεως του συστήματος αντλήσεως), **μεταβάλλεται** και το αποδιδόμενο ύψος, αλλά **και η ειδική ταχύτητα** όπως ορίζεται από την εξίσωση (12.33). Όταν η παροχή τείνει στο μηδέν (βαλβίδα καταθλίψεως κλειστή), η ειδική ταχύτητα τείνει επίσης στο μηδέν, αφού όταν το ύψος που καλείται να αντιμετωπίσει η αντλία τείνει στο μηδέν, η ειδική ταχύτητα τείνει στο άπειρο. Αν λοιπόν επιθυμούμε σε μία αντλία και τις όμοιες μ' αυτήν να αντιστοιχεί μία και μόνο ειδική ταχύτητα, πρέπει να ορίσουμε πιο συγκεκριμένα αυτό το χαρακτηριστικό μέγεθος. Για τούτο χρησιμοποιούμε την παροχή (και το αποδιδόμενο ύψος) που αντιστοιχούν στο **βέλτιστο σημείο λειτουργίας της αντλίας (BEP: Best Efficiency Point)**, δηλαδή την παροχή, για την οποία η αντλία έχει το μέγιστο βαθμό αποδόσεως, ή αλλιώς, την κανονική παροχή Q_n :

$$N_{SU} = 2\pi \cdot n \cdot \frac{Q_n^{0,5}}{(g \cdot H_n)^{0,75}} \quad (12.33a)$$

Από την εξίσωση (12.33a) διαπιστώνουμε ότι **η ειδική ταχύτητα μιας αντλίας είναι ανεξάρτητη από τις ιδιότητες του αντλούμενου ρευστού.**

Στις **πολυβάθμιες αντλίες**, η ειδική ταχύτητα αναφέρεται σε μία βαθμίδα (επομένως για τον υπολογισμό της χρησιμοποιούμε το αποδιδόμενο ύψος της μίας βαθμίδας).

Σημειώνουμε ότι **η ειδική ταχύτητα δεν παριστάνει κάποια ταχύτητα, αλλά είναι ένας αδιάστατος αριθμός.** Η σημασία της όμως αποδείχθηκε εξαιρετικά σημαντική. **Αποτελεί το σημαντικότερο πρότυπο μέγεθος για την ταξινόμηση, τη σχεδίαση και τη σύγκριση των δυναμικών αντλιών.**

Η ειδική ταχύτητα N_{SU} καλείται και **Παγκόσμια Ειδική Ταχύτητα** (Universal Specific Speed), επειδή η τιμή της είναι ανεξάρτητη από το σύστημα μονάδων, αλλά και για να διαχωρισθεί από την παραλλαγή της που χρησιμοποιείται στην πράξη.

12.4.2 Η ειδική ταχύτητα στη βιομηχανική πρακτική.

Δυστυχώς, οι κατασκευαστές αντλιών, «απλοποιώντας» την έκφραση και χρησιμοποιώντας εμπορικές μονάδες για τα μεγέθη, έφυγαν από την παραπάνω θεωρητική βάση της ειδικής ταχύτητας ως αδιάστατου αριθμού. Αν και από πρώτη ματιά αυτή η παρέκκλιση φαίνεται να είναι πιο πρακτική, στην πραγματικότητα συσκοτίζει την έννοια της ειδικής ταχύτητας και δημιουργεί προβλήματα συμβατότητας, αφού οι τιμές της εξαρτώνται από τις μονάδες.

Στις Η.Π.Α., συνηθισμένη μονάδα ογκομετρικής παροχής ήταν τα gpm (gallons US per min). Έθεσαν λοιπόν τις τιμές της παροχής σε gpm, τις τιμές της περιστροφικής ταχύτητας σε rpm και τις τιμές του ύψους σε ft. Αυτές όμως οι μονάδες, αν και πιο πρακτικές, δεν είναι συμβατές μεταξύ τους. Επιπλέον, επειδή η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή, την απάλειψαν από τον τύπο ορισμού της ειδικής ταχύτητας. Για

τον ίδιο λόγο απάλειψαν και το 2π. Έτσι προέκυψε:

$$N_S(\text{US}) = n(\text{rpm}) \cdot \frac{[Q(\text{gpm})]^{0,5}}{[H(\text{ft})]^{0,75}} \quad (12.34\alpha)$$

Στη Μεγάλη Βρετανία χρησιμοποιήθηκε αντίστοιχος τύπος, με μόνη διαφορά τις μονάδες παροχής (αυτοκρατορικό γαλόνι ανά λεπτό).

Στην ηπειρωτική Ευρώπη, στην οποία επικρατούσαν τα μετρικά συστήματα, πρακτική μονάδα μετρήσεως της περιστροφικής ταχύτητας ήταν οι rpm και της παροχής τα m^3/h . Και εδώ παραλήφθηκαν από τον τύπο το g και το 2π:

$$N_S(\text{Metric}) = n(\text{rpm}) \cdot \frac{[Q(\text{m}^3/\text{h})]^{0,5}}{[H(\text{m})]^{0,75}} \quad (12.34\beta)$$

Έτσι επικράτησε να καλείται ειδική ταχύτητα, μία παραλλαγή της παγκόσμιας ειδικής ταχύτητας (αδιάστατου αριθμού N_{SU}), που είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο:

$$N_s = n \cdot \frac{(Q)^{0,5}}{(Q)^{0,75}} \quad (12.34)$$

Αυτή η ειδική ταχύτητα δεν είναι αδιάστατο μέγεθος:

$$[N_s] = [L]^{0,75} \cdot [T]^{1,5}$$

αλλά οι διαστάσεις που προκύπτουν δεν έχουν καμία φυσική έννοια και για τούτο η N_S αναφέρεται ως αριθμός χωρίς να σημειώνονται μονάδες.

Για να αποκτήσει η ειδική ταχύτητα κάποια φυσική έννοια, αξιοποιώντας τη σχέση υπολογισμού της εξισώσεως (12.34), δόθηκε ο ακόλουθος **εμπειρικός ορισμός**:

Ειδική ταχύτητα μιας αντλίας N_S καλείται η ταχύτητα με την οποία πρέπει να περιστρέφεται μια γεωμετρικά όμοια αντλία, ώστε να αποδίδει ολικό ύψος ίσο με τη μονάδα μήκους και παροχή ίση με τη μονάδα παροχής.

Το **Hydraulic Institute**, το οποίο είναι ένα ίδρυμα των μεγαλύτερων κατασκευαστών αντλιών στη Βόρεια Αμερική και με το οποίο συνεργάζεται ο αντίστοιχος ευρωπαϊκός οργανισμός **Euro pump**, ορίζει την **ειδική ταχύτητα ως την περιστροφική ταχύτητα (σε rpm), την οποία έχει μια γεωμετρικά όμοια αντλία που αποδίδει ύψος 1 m (για τις USA 1 ft) και παροχή 1 m^3/h (για τις USA 1 gpm).**

Με βάση τους παραπάνω ορισμούς της ειδικής ταχύτητας και σε μία προσπάθεια εναρμονίσεως με το SI, προστίθεται ακόμα μια έκφραση της ειδικής ταχύτητας σε μονάδες SI: ταχύτητα περιστροφής σε rps ($= \text{s}^{-1}$), παροχή σε m^3/s , ύψος σε m. Οι εμπειρικοί ορισμοί, ανάγουν την ειδική ταχύτητα σε μια ορισμένη περιστροφική ταχύτητα (rpm ή rps), κάτι που όπως διαπιστώσαμε παραπάνω δεν είναι ακριβές. Πλέον όμως οι τιμές αυτές εξαρτώνται από τις μονάδες που χρησιμοποιήσαμε, άρα άλλη θα είναι η τιμή της ειδικής ταχύτητας μιας αντλίας στις μονάδες που χρησιμοποιεί η αμερικάνικη βιομηχανία και άλλη στην Ευρώπη. Η σύγχυση που έχει προκληθεί, θα επιτείνεται καθώς βαδίζουμε στην τεχνολογική παγκοσμιοποίηση. Ιδιαίτερα πρέπει να προσέξουν οι χρήστες μηχανικοί που προσπαθούν από τη γνώση της ειδικής ταχύτητας μιας αντλίας να εξαγάγουν κάποια ωφέλιμα συμπεράσματα. Στην ουσία συναντάμε τις ακόλουθες ειδικές ταχύτητες, οι οποίες διαφέρουν ως προς τις τιμές τους (σε παρένθεση οι χρησιμοποιούμενες μονάδες στα μεγέθη n, Q, H):

- Παγκόσμια ειδική ταχύτητα: αδιάστατος αριθμός N_{SU}
- Ειδική ταχύτητα US: (rpm, gpm, ft), $N_S(\text{US})$
- Ειδική ταχύτητα Metric: (rpm, m^3/h , m), $N_S(\text{M})$

– Ειδική ταχύτητα SI: (rps, m³/s, m),

N_S (SI)

Παράδειγμα 4

Μία αντλία λειτουργεί στις 1600 rpm και στο βέλτιστο σημείο λειτουργίας της, δίνοντας παροχή 380 m³/h και ύψος 85 m. Να υπολογισθεί η παγκόσμια ειδική ταχύτητα της αντλίας με χρήση μονάδων του SI και του αγγλικού τεχνικού συστήματος, καθώς επίσης οι ειδικές ταχύτητες US, Metric και SI.

Λύση:

Δεδομένα: $n = 1600$ rpm, $Q = 380$ m³/h, $H = 85$ m

Ζητούμενα: N_{SU} , $N_S(US)$, $N_S(M)$, $N_S(SI)$

Για να προκύψει ο αδιάστατος αριθμός N_{SU} , πρέπει όλα τα μεγέθη να ακολουθούν με συνέπεια ένα σύστημα μονάδων.

– **SI**: $n = 1600/60$ rps, $Q = 380/3600$ m³/s, $H = 85$ m, $g = 9,81$ m/s²
(12.33) $\Rightarrow N_{SU} = 0,351$

– **ΑΤΣ**: Αξιοποιούμε τους συντελεστές μετατροπής του Πίνακα 1.3.3:

$n = 1600/60$ rps, $Q = (380/3600)/0,0283$ ft³/s

$H = 85/0,3048$ ft, $g = 9,81/0,3048$ ft/s² = 32,185 ft/s²

(12.33) $\Rightarrow N_{SU} = 0,351$

Επιβεβαιώνεται δηλαδή ότι **η ειδική ταχύτητα N_{SU} , όπως και κάθε άλλος αδιάστατος αριθμός, είναι ανεξάρτητη από το σύστημα μονάδων.**

– **US (rpm, gpm, ft)**:

$n = 1600$ rpm

$Q = (380/3600)/(6,309 \cdot 10^{-5})$ gpm = 1673 gpm (Πίνακας 1.3.4)

$H = 85/0,3048$ ft = 278,9 ft

(12.34) $\Rightarrow N_S(US) = 959$

– **Metric (rpm, m³/h, m)**:

$n = 1800$ rpm, $Q = 380$ m³/h, $H = 40$ m

(12.34) $\Rightarrow N_S(M) = 1114,2$

– **SI (rps, m³/s, m)**:

$n = 1600/60$ rps, $Q = 380/3600$ m³/s, $H = 85$ m

(12.34) $\Rightarrow N_S(SI) = 0,31$

Ο Πίνακας 12.4.1 δίνει τους συντελεστές μετατροπής των τιμών της ειδικής ταχύτητας, ανάλογα με τις μονάδες ύψους, παροχής και περιστροφικής ταχύτητας που χρησιμοποιήθηκαν κατά τον ορισμό της:

Πίνακας 12.4.1
Συντελεστές μετατροπής ειδικής ταχύτητας N_S .

Μετατροπή σε \rightarrow	N_{SU}	$N_S(SI)$	$N_S(M)$	$N_S(US)$
N_{SU}	1	0,882	3176	2734
$N_S(SI)$ (m, m ³ /s, rps)	1,13	1	3600	3100
$N_S(M)$ (m, m ³ /h, rpm)	$3,15 \cdot 10^{-4}$	$2,78 \cdot 10^{-4}$	1	0,861
$N_S(US)$ (ft, gpm, rpm)	$3,66 \cdot 10^{-4}$	$3,23 \cdot 10^{-4}$	1,162	1

Γενικά, θα διαχωρίσουμε τον αδιάστατο αριθμό N_{SU} από την εμπειρικά προσδιορισμένη ειδική ταχύτητα N_S , για την οποία θα χρησιμοποιήσουμε κατά κύριο λόγο τιμές που προκύπτουν με χρήση μονάδων του SI. Η σχέση μεταξύ των N_{SU} και N_S είναι:

$$N_{SU} = 2 \cdot \pi \cdot N_S(\text{SI})/g^{0,75} \Rightarrow N_{SU} = 1,13 \cdot N_S(\text{SI}) \quad (12.35)$$

Σύμφωνα με τον εμπειρικό ορισμό της ειδικής ταχύτητας από το Hydraulic Institute, αν η ταχύτητα περιστροφής μιας αντλίας ισούται με την ειδική της ταχύτητα, η αντλία, στο βέλτιστο σημείο λειτουργίας της, θα αποδίδει ύψος ίσο με τη μονάδα μήκους και παροχή ίση με τη μονάδα παροχής. Στο SI: Αν $n = N_S \Rightarrow H_S = 1 \text{ m}$ και $Q_S = 1 \text{ m}^3/\text{s}$.

Η αποδιδόμενη ισχύς της αντλίας θα είναι:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_{oS} = \gamma \text{ KW (SI)}$$

Δηλαδή η αποδιδόμενη ισχύς σ' αυτήν την ειδική περίπτωση, ισούται αριθμητικά με το ειδικό βάρος του αντλούμενου υγρού.

Αν θελήσουμε να εκφράσουμε την ειδική ταχύτητα της αντλίας ως συνάρτηση της περιστροφικής ταχύτητας, του αποδιδόμενου ύψους και της αποδιδόμενης ισχύος, αντικαθιστώντας την παροχή στην εξίσωση (12.34) παίρνομε:

$$N_S = n \cdot \frac{[P / (\gamma \cdot H)]^{0,5}}{(H)^{0,75}} = n \cdot \frac{P^{0,5}}{\gamma^{0,5} \cdot (H)^{1,25}} \Rightarrow N_{SP} = N_S \cdot \gamma^{0,5} = n \cdot \frac{P^{0,5}}{(H)^{1,25}} \quad (12.36)$$

Ο αριθμός N_{SP} καλείται **δυναμική ειδική ταχύτητα**. Όπως παρατηρούμε από τη σχέση ορισμού της εξίσωσης (12.36), πρόκειται για μια παραλλαγή της ειδικής ταχύτητας N_S (η οποία καλείται και κινηματική ειδική ταχύτητα). Η διαφορά βρίσκεται στο ότι η δυναμική ειδική ταχύτητα συμπεριλαμβάνει ως παράμετρο και μια σημαντική ιδιότητα του αντλούμενου ρευστού, το ειδικό βάρος γ . Αν και αυτό σε ορισμένες περιπτώσεις προσομοιώσεως αποτελεί πλεονέκτημα, καθιστά τη δυναμική ειδική ταχύτητα ακατάλληλη για το χαρακτηρισμό της αντλίας.

Η δυναμική ειδική ταχύτητα ορίζεται εμπειρικά, με τρόπο αντίστοιχο με την ειδική ταχύτητα (τη θέση της παροχής λαμβάνει η αποδιδόμενη ισχύς):

Δυναμική ειδική ταχύτητα N_{SP} αντλίας καλείται η ταχύτητα με την οποία πρέπει να περιστρέφεται μια γεωμετρικά όμοια αντλία, ώστε να αποδίδει ολικό ύψος ίσο με τη μονάδα μήκους και η απαιτούμενη ισχύς να ισούται με τη μονάδα ισχύος.

Παρατηρούμε ότι αν γνωρίζουμε την κινηματική ειδική ταχύτητα και το ειδικό βάρος του αντλούμενου υγρού, εύκολα υπολογίζομε και τη δυναμική:

$$N_{SP} = N_S \cdot \sqrt{\gamma} \quad (12.36\alpha)$$

Για αντλούμενο ρευστό το **νερό**, η αριθμητική σχέση κινηματικής και δυναμικής ταχύτητας στο SI είναι:

$$N_{SP}(\text{SI}) = 3.13 \cdot N_S(\text{SI}) \quad (12.36\beta)$$

Η δυναμική ειδική ταχύτητα αναφέρεται ως καθαρός αριθμός, αν και έχει διαστάσεις (από τις οποίες όμως δεν προκύπτει φυσική έννοια).

12.4.3 Ειδική ταχύτητα και ταξινόμηση αντλιών.

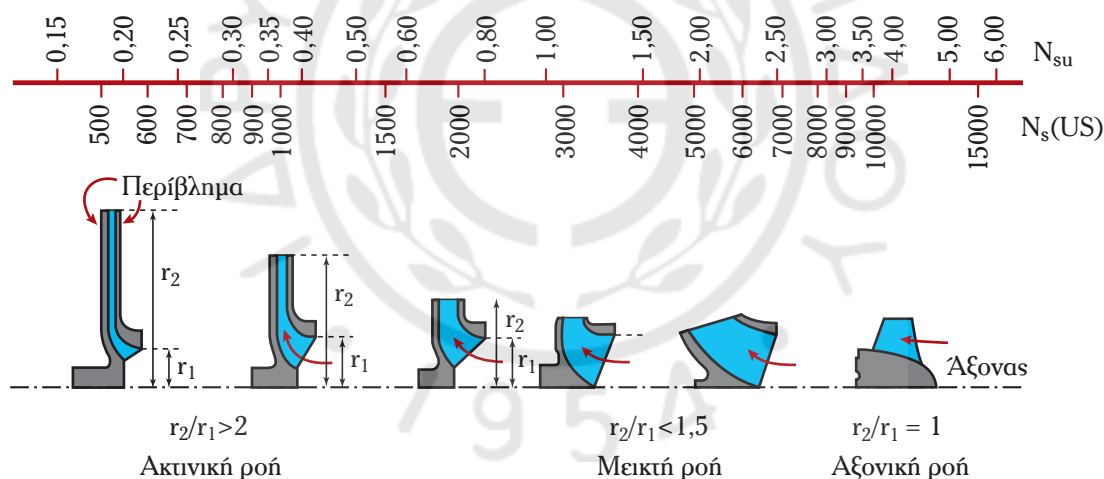
Η ειδική ταχύτητα μιας αντλίας συνδέει το αποδιδόμενο ύψος με την παροχή. Διερευνώντας την εξίσωση (12.34), διαπιστώνομε ότι αντλία με μικρή ειδική ταχύτητα δίνει σχετικά μικρές παροχές και μεγάλα ύψη. Αντίθετα, αντλία με μεγάλη ειδική ταχύτητα δίνει μεγάλες παροχές και μικρά ύψη. Αλλά στη σχέση ορισμού της N_S υπεισέρχεται και η περιστροφική ταχύτητα. Όσο πιο μεγάλη είναι η περιστροφική ταχύτητα στις συνθήκες βέλτιστης αποδόσεως της αντλίας, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η ειδική της ταχύτητα. Έτσι, αν λόγου χάριν δύο αντλίες δίνουν ίδια (κανονική) παροχή και ίδιο ύψος, εκείνη που έχει

μεγαλύτερη ειδική ταχύτητα θα εργάζεται με μεγαλύτερη περιστροφική ταχύτητα (άρα θα έχει μικρότερες διαστάσεις).

Η ειδική ταχύτητα αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά μεγέθη μιας δυναμικής αντλίας, καθώς σχετίζεται με τον τύπο της αντλίας και το σχήμα της πτερωτής, αφού ταυτόχρονα είναι ανεξάρτητη από το μέγεθος της αντλίας και το αντλούμενο υγρό. Αποτελεί μία από τις πιο χρήσιμες παραμέτρους για τους μηχανικούς που ασχολούνται με το σχεδιασμό ή τη λειτουργία των δυναμικών αντλιών. Για το σχεδιαστή αντλιών, αποτελεί τη βασική παράμετρο (φυσικά όχι τη μοναδική). Για το μηχανικό εφαρμογής, η ειδική ταχύτητα είναι ένα εργαλείο για τη σύγκριση των διαφόρων αντλιών και την επιλογή του αποδοτικότερου και ταυτόχρονα οικονομικού εξοπλισμού. Δίνει έναν άμεσο συσχετισμό της παροχής, του αποδιδόμενου ύψους και της περιστροφικής ταχύτητας των αντλιών, όταν αυτές λειτουργούν στο μέγιστο βαθμό αποδόσεώς τους και επιτρέπει την ταξινόμηση των στροφείων των αντλιών όσον αφορά στη γεωμετρική τους ομοιότητα.

Το σχήμα 12.4α παρουσιάζει την ταξινόμηση των δυναμικών αντλιών με βάση την ειδική τους ταχύτητα.

Παρατηρούμε ότι οι αντλίες ακτινικής ροής (φυγόκεντρες) έχουν ειδικές ταχύτητες N_{SU} περίπου από 0,17 ως 1,5 [(ή 500 – 4000 $N_S(US)$)]. Οι αντλίες μεικτής ροής, από 1,5 ως 3,2 (4000 – 9000, US) και οι αξονικής ροής (με έλικα), μεγαλύτερη από 3,2 (από 9000, US). Οι τιμές αυτές δικαιολογούν και τη συμπεριφορά τους σε σχέση με το αποδιδόμενο ύψος και παροχή που περιγράψαμε στην παράγραφο 10.6: Όσο μεγαλύτερη η ειδική ταχύτητα μιας δυναμικής αντλίας, τόσο μικρότερη η ικανότητά της να αντιμετωπίσει μεγάλα ύψη και τόσο μεγαλύτερη η παροχή.



Σχ. 12.4α.

Ταξινόμηση δυναμικών αντλιών με κριτήριο την ειδική ταχύτητα.
(Επεξεργασία από ANSI/HI 1.1-2.-2000)

Σημείωση: Παρά το ότι ο ορισμός της ειδικής ταχύτητας N_{SU} βασίστηκε στην ομοιότητα των δυναμικών αντλιών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στις αντλίες θετικής εκτοπίσεως. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η περιστροφική ταχύτητα του στροφείου τους (ή, προκειμένου για παλινδρομικές, του στροφαλοφόρου) είναι μικρότερη από τις περιστροφικές ταχύτητες των δυναμικών αντλιών, λογικό είναι να προκύπτουν μικρότερες ειδικές ταχύτητες. Υπενθυμίζουμε ότι οι αντλίες θετικής εκτοπίσεως δίνουν σχετικά μικρότερες παροχές και μεγαλύτερα ύψη. Το σχήμα 12.4β παρουσιάζει τις περιοχές ειδικών ταχυτήτων ορισμένων αντλιών θετικής εκτοπίσεως.

Όπως είπαμε, η ειδική ταχύτητα μιας δυναμικής αντλίας αναφέρεται στις βέλτιστες συνθήκες λειτουργίας, δηλαδή στο μέγιστο βαθμό αποδόσεως της αντλίας. Αλλά και αντίστροφα, ο μέγιστος βαθμός αποδόσεως επηρεάζεται από την ειδική ταχύτητα της αντλίας. Πιο συγκεκριμένα, ο μέγιστος βαθμός απο-



Σχ. 12.4β.

Ειδικές ταχύτητες αντλιών θετικής εκτοπίσεως.

δόσεως των αντλιών ακτινικής ροής αυξάνει σε αντλίες με αυξημένη τιμή ειδικής ταχύτητας. Στις αντλίες μεικτής ροής ο βαθμός αποδόσεως είναι υψηλός και μειώνεται ελαφρά για αντλίες με μεγαλύτερη ειδική ταχύτητα, ενώ στις αντλίες αξονικής ροής, ο βαθμός αποδόσεως μειώνεται με την αύξηση της ειδικής ταχύτητας. Το διάγραμμα του σχήματος 12.4γ παρουσιάζει αυτήν την εξάρτηση. Η οικονομική κατά συνέπεια λειτουργία μίας φυγόκεντρης αντλίας, επιβάλλει να αποφεύγουμε πολύ χαμηλές τιμές ειδικής ταχύτητας. Έτσι όμως περιορίζεται η ικανότητα της αντλίας να ανταποκριθεί σε μεγάλα ύψη. Η αυξημένη ειδική ταχύτητα επιδρά δυσμενώς στο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως (το μειώνει). Για τούτο αποφεύγονται οι πολύ μεγάλες ειδικές ταχύτητες. Για παράδειγμα, μια αντλία με $N_{SU} = 0,25$ και παροχή 100 ως 250 m^3/h , έχει βαθμό αποδόσεως περίπου 68%, ενώ μια άλλη με την ίδια παροχή και ειδική ταχύτητα $N_{SU} = 0,65$ πλησιάζει το 80%. Το γεγονός ότι η πρώτη (που είναι αντιοικονομικής λειτουργίας) αποδίδει μεγαλύτερο ύψος, αντισταθμίζεται με τη χρήση πολυβάθμιας αντλίας ειδικής ταχύτητας $N_{SU} = 0,65$.

Για τις αντλίες μεικτής και αξονικής ροής αποφεύγουμε τις υπερβολικές τιμές της ειδικής ταχύτητας, αφού εκτός από το ύψος μειώνεται και ο βαθμός αποδόσεως.

Η ειδική ταχύτητα, επηρεάζει το σχεδιασμό της φτερωτής, το βαθμό αποδόσεως, το επιτρεπόμενο ύψος και την παροχή. Καθορίζει επομένως σε σημαντικό βαθμό και τη μορφή των χαρακτηριστικών καμπυλών της αντλίας (όπως θα δούμε αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο).

Δίνουμε στη συνέχεια ορισμένα παραδείγματα υπολογισμού με αξιοποίηση των σχέσεων και συμπερασμάτων που προέκυψαν από την εισαγωγή της έννοιας της σχετικής ταχύτητας, σε συνδυασμό με τη διαστατική ανάλυση και την ομοιότητα των αντλιών.

Παράδειγμα 5

Φυγόκεντρη αντλία με ειδική ταχύτητα 0,5 (SI) έχει κανονική παροχή νερού 150 l/s και αντίστοιχο αποδιδόμενο ύψος 70 m. α) Να υπολογισθεί η ταχύτητα περιστροφής και β) αν η ταχύτητα περιστροφής είναι 1600 rpm και για την αντλία ισχύει το διάγραμμα του σχήματος 12.4γ, να υπολογισθεί το ύψος, η παροχή και η αξονική ισχύς.

Λύση:

Δεδομένα: $N_S(SI) = 0,5$, $Q_n = 150 \text{ l/s} = 0,15 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_n = 70 \text{ m}$, $\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$

Ζητούμενα: α) n_n , β) αν $n = 1600 \text{ rpm}$, H , Q , P

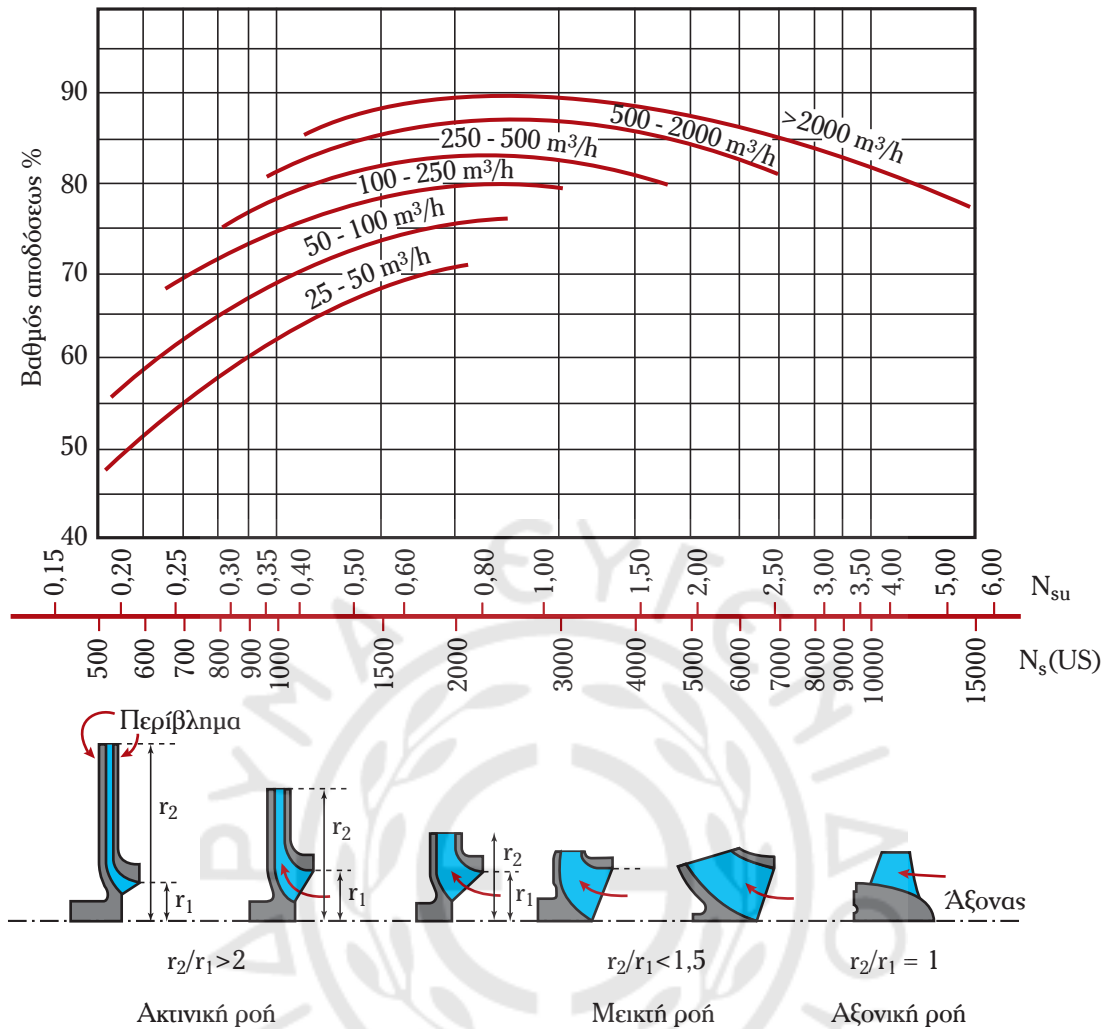
α) Η ταχύτητα περιστροφής υπολογίζεται από την εξίσωση ορισμού της ειδικής ταχύτητας N_S (12.34):

$$(12.34) \Rightarrow n_n = N_S \cdot \frac{H_n^{0,75}}{Q_n^{0,5}}$$

Με αντικατάσταση στο SI λαμβάνουμε:

$$n_n = 31,24 \text{ rps} = 1875 \text{ rpm}$$

β) Με την προϋπόθεση ότι δεν μεταβάλλονται οι συνθήκες στο σύστημα αντλήσεως, ισχύουν οι σχέσεις ομοιότητας (12.29) και (12.30):



Σχ. 12.4γ.

Επίδραση της ειδικής ταχύτητας και της παροχής στο βαθμό αποδόσεως των περιστροφικών δυναμικών αντλιών.

$$(12.29) \Rightarrow \frac{Q_n}{Q_1} = \frac{n_n}{n_1} \Rightarrow Q_1 = Q_n \cdot \frac{n_1}{n_n} \Rightarrow Q_1 = 0,128 \text{ m}^3/\text{s} = 128 \text{ l/s}$$

$$(12.30) \Rightarrow \frac{H_n}{H_1} = \left(\frac{n_n}{n_1}\right)^2 \Rightarrow H_1 = H_n \cdot \left(\frac{n_1}{n_n}\right)^2 \Rightarrow H_1 = 51 \text{ m}$$

Η αποδιδόμενη

ισχύς δίνεται από τη σχέση:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_1 = 64 \text{ KW}$$

$$(12.35) \Rightarrow N_{SU} = 1,13 \cdot N_s(SI) \Rightarrow N_{SU} = 0,565$$

Από το σχήμα 12.4γ, για $N_{SU} = 0,565$ και παροχή $Q = 0,15 \cdot 3600 = 540 \text{ m}^3/\text{h}$, λαμβάνομε:
 $n = 0,84$

Οπότε: $n = P_o/P_a \Rightarrow P_a = P_o/n \Rightarrow P_a = 76,2 \text{ KW}$

Παράδειγμα 6

Φυγόκεντρη αντλία διπλής αναρροφήσεως δίνει παροχή $600 \text{ m}^3/\text{h}$ και ολικό ύψος 60 m . Η αντλία

λειτουργεί στις 1500 rpm και στο βέλτιστο βαθμό αποδόσεως. Να υπολογισθούν η ειδική ταχύτητα της αντλίας, η δυναμική ειδική ταχύτητα και η αποδιδόμενη ισχύς, αν το αντλούμενο ρευστό είναι νερό.

Λύση:

Δεδομένα: $Q = 600/3600 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 60 \text{ m}$, $n = 1500 \text{ rpm}$, $\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$

Ζητούμενα: N_S , N_{SP} , P

– Η ειδική ταχύτητα υπολογίζεται από την εξίσωση (12.34):

$$N_S = n_n \cdot \frac{Q_n^{0,5}}{H_n^{0,75}} \Rightarrow N_S(\text{SI}) = 0,475$$

$$N_{SU} = 1,13 \cdot N_S(\text{SI}) \Rightarrow N_{SU} = 0,535$$

– Η δυναμική ειδική ταχύτητα υπολογίζεται από την εξίσωση (12.36):

$$N_{SP} = N_S \cdot \sqrt{Y} \Rightarrow N_{SP}(\text{SI}) = 1,48$$

– Η αποδιδόμενη ισχύς P_o μπορεί να υπολογισθεί με δύο τρόπους:

$$N_{SP} = n \cdot \frac{P^{0,5}}{H^{1,25}} \Rightarrow P = \left(\frac{N_{SP}}{n} \right)^2 \cdot H^{2,5} \Rightarrow P_o = 98,1 \text{ KW}$$

$$\text{Επίσης: } P_o = \gamma \cdot Q \cdot H \Rightarrow P_o = 98,1 \text{ KW}$$

Σημείωση: Υπάρχει μία σύγχυση με την παροχή που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό της ειδικής ταχύτητας στην περίπτωση αντλιών διπλής αναρροφήσεως. Σημειώνουμε ότι η ειδική ταχύτητα αξιοποιείται για το σχεδιασμό της πτερωτής, επομένως χρησιμοποιούμε την ολική παροχή (αφού αυτή είναι και η παροχή στην πτερωτή), ανεξάρτητα με το αν η αντλία είναι απλής ή διπλής αναρροφήσεως. Η σύγχυση προκαλείται από το ότι για την ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως που θα δούμε πιο κάτω (παράγρ. 12.5.3) χρησιμοποιούμε την παροχή της μιας αναρροφήσεως, επομένως στις αντλίες διπλής αναρροφήσεως, το μισό της ολικής παροχής.

Παράδειγμα 7

Φυγόκεντρα αντλία με 6 βαθμίδες, δίνει παροχή νερού $360 \text{ m}^3/\text{h}$ και ολικό ύψος 180 m . Η αντλία λειτουργεί στις 1600 rpm . Να υπολογισθούν η ειδική ταχύτητα της αντλίας και ο βαθμός αποδόσεως της αν η αξονική ισχύς που καταναλώνει είναι 210 KW .

Λύση:

Δεδομένα: $Q = 360 \text{ m}^3/\text{h} = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{ολ} = 180 \text{ m}$, $n = 1600 \text{ rpm}$,
 $P_a = 210 \text{ KW}$, $\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$

Ζητούμενα: N_S , η

Η ειδική ταχύτητα υπολογίζεται για μία βαθμίδα:

$$H = H_{ολ}/6 = 30 \text{ m}$$

$$N_S = n_n \cdot \frac{Q_n^{0,5}}{H_n^{0,75}} \Rightarrow N_S(\text{SI}) = 0,658 \Rightarrow N_{SU} = 0,743$$

Η αποδιδόμενη ισχύς αναφέρεται στο ολικό ύψος:

$$P_o = \gamma \cdot Q_{ολ} \cdot H_{ολ} \Rightarrow P = 176,6 \text{ KW}$$

$$\eta = \frac{P_o}{P_a} \Rightarrow \eta = 0,841 \text{ ή } 73,6 \%$$

Σημειώνουμε ότι το ίδιο αποτέλεσμα θα προέκυπτε αν υπολογίζαμε το βαθμό αποδόσεως για μια βαθμίδα.

μίδα της αντλίας (χρησιμοποιώντας την εναλλακτική μέθοδο υπολογισμού της αποδιδόμενης ισχύος που χρησιμοποιήσαμε στο προηγούμενο παράδειγμα) και πολλαπλασιάζαμε επί 6.

12.5 Σππλαιίωση.

Ένας σημαντικός περιορισμός που αφορά σε κάθε σύστημα αντλήσεως, ανεξάρτητα του τύπου της αντλίας, σχετίζεται με την αναρρόφησή της. Σ' αυτήν, το υγρό εισέρχεται συνήθως με πίεση σημαντικά χαμηλότερη από την πίεση της δεξαμενής αναρροφήσεως. Είναι πολύ πιθανόν, ακριβώς εκεί να δημιουργηθούν ατμοί του υγρού (λόγω εξατμίσεως), οι οποίοι θα σχηματίσουν φυσαλίδες. Στις περιστροφικές δυναμικές αντλίες, οι θύλακες αυτοί ατμού μπορούν να οδηγήσουν σε εξαιρετικά δυσάρεστα αποτελέσματα. Καθώς το υγρό εισέρχεται στην περωτή, η πίεση μειώνεται ακόμα περισσότερο και οι θύλακες ατμού ενισχύονται. Στη συνέχεια, μεταφέρονται σε περιοχές υψηλότερης πίεσεως όπου οι φυσαλίδες ατμού καταρρέουν απελευθερώνοντας σημαντική ποσότητα ενέργειας. Αποτέλεσμα είναι η διάβρωση των στερεών επιφανειών (του στροφείου). Το φαινόμενο καλείται **σππλαιίωση** (cavitation) και οδηγεί σε ταχύτατη φθορά την περωτή της αντλίας.

12.5.1 Αναρρόφηση δυναμικών αντλιών.

Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο (παράγρ. 11.2), από τη δεξαμενή αναρροφήσεως ως την είσοδο της αντλίας παρουσιάζεται σημαντική πτώση πίεσεως. Επειδή στη δεξαμενή αναρροφήσεως συνήθως επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση, η πτώση πίεσεως στο σωλήνα αναρροφήσεως πλησιάζει το υγρό στις συνθήκες βρασμού του, οι οποίες εκφράζονται με την τάση ατμών του υγρού στη συγκεκριμένη θερμοκρασία αντλήσεως (βλ. παράγρ. 1.2.6). Όταν το υγρό φτάνει στην είσοδο της αντλίας, πρέπει να έχει ύψος ενέργειας μεγαλύτερο από το ύψος ενέργειας, στο οποίο το υγρό βράζει. Η διαφορά των δύο ενεργειακών υψών καλείται **διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHa (Net Positive Suction Head Available)**, το οποίο ορίσαμε επακριβώς στην παράγραφο 11.2 (εξίσωση 11.9). Πιο συγκεκριμένα, το ενεργειακό ύψος του υγρού στην αναρρόφηση της αντλίας A είναι:

$$H_A = y_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \quad (12.37\alpha)$$

Για να αρχίσει ο βρασμός, πρέπει η πίεση του υγρού να πέσει τόσο, ώστε να γίνει ίση με την τάση ατμών του p_v . Άρα το ύψος ενέργειας, στο οποίο παρουσιάζεται έναρξη του βρασμού, είναι:

$$H_v = y_A + \frac{p_v}{\gamma} \quad (12.37\beta)$$

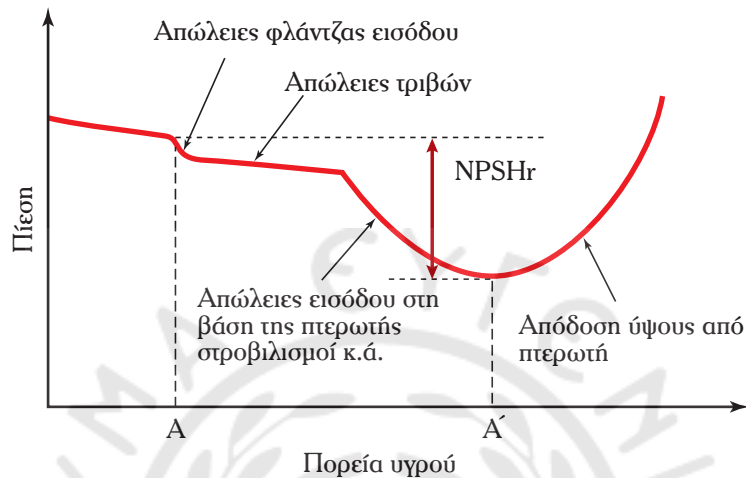
Επομένως, το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως είναι:

$$\begin{aligned} \text{NPSHa} &= H_A - H_v \Rightarrow \\ &= \text{NPSHa} = \left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \right) - \frac{p_v}{\gamma} = \frac{p_A - p_v}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow \end{aligned} \quad (12.37)$$

Το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως, αποτελεί χαρακτηριστικό του συστήματος αναρροφήσεως και δεν εξαρτάται από την αντλία.

Καθώς το υγρό από το σημείο A (φλάντζα) εισέρχεται στο εσωτερικό της αντλίας και οδηγείται στην είσοδο της περωτής, αντιμετωπίζει διάφορες τριβές που σημειώνονται στο σχήμα 12.5α. Επομένως, σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli, παρουσιάζεται και άλλη πτώση πίεσεως. Καθώς αρχίζει να περιστρέφεται, η ταχύτητά του αυξάνεται σημαντικά και στο πίσω μέρος των περυγίων η πίεση μειώνεται κι άλλο. Στη συνέχεια, καθώς το υγρό απομακρύνεται από τον άξονα της περωτής (ή από την έλικα για τις

αντλίες αξονικής ροής), η πίεση αυξάνεται (σχ. 12.5α). Υπάρχει λοιπόν μία μέγιστη πτώση πίεσεως από την είσοδο της αντλίας ως τα σημεία ελάχιστης πίεσεως στην είσοδο της περωτής (ή πιο σωστά, στην πίσω πλευρά των περυγίων της και κοντά στην είσοδο). Αυτή η πτώση πίεσεως εξαρτάται αποκλειστικά από το σχεδιασμό της αντλίας και την ταχύτητα αναρροφήσεως του υγρού, επομένως από την παροχή της αντλίας. Και επειδή η παροχή μιας δυναμικής αντλίας εξαρτάται από την ταχύτητα περιστροφής της (όταν η σωληνογραμμή δεν μεταβάλλεται), η πτώση ενέργειας πίεσεως εξαρτάται από το σχεδιασμό της αντλίας και την ταχύτητα περιστροφής.



Σχ. 12.5α.
Πτώση πίεσεως στην είσοδο της αντλίας.

Η πτώση του ύψους πίεσεως από την αναρρόφηση ως τα σημεία ελάχιστης πίεσεως εντός της περωτής, καλείται απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως $NPSH_r$ (Net Positive Suction Head Required) και αποτελεί σημαντικό χαρακτηριστικό της αντλίας.

Η ακριβής θερμοδυναμική έκφραση του $NPSH_r$, προκύπτει με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli μεταξύ της αναρροφήσεως A και του σημείου ελάχιστης πίεσεως εντός της αντλίας A' :

$$\left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} \right) - \left(\frac{p_{A'}}{\gamma} + \frac{v_{A'}^2}{2g} \right) = h_{AA'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow NPSH_r = \left(\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} \right) - \frac{p_{A'}}{\gamma} = h_{AA'} + \frac{v_{A'}^2}{2g} \quad (12.38)$$

Η εξίσωση (12.38), αν και εξηγεί ποιοτικά το φαινόμενο της πτώσεως πίεσεως, δεν είναι υπολογιστικά αξιοποιήσιμη. Αυτό οφείλεται από τη μια στην αδυναμία να υπολογίσουμε το ύψος απωλειών $h_{AA'}$ και από την άλλη, στο ότι δεν γνωρίζουμε ούτε την ακριβή θέση του σημείου ελάχιστης πίεσεως A' (γνωρίζουμε μόνο πως βρίσκεται στην περιοχή εισόδου στην περωτή και στην πίσω πλευρά των περυγίων), ούτε την ταχύτητα που έχει το υγρό σ' αυτό το σημείο. **Το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως υπολογίζεται πειραματικά και δίνεται από τον κατασκευαστή μαζί με την αντλία.**

Για τον πειραματικό υπολογισμό του $NPSH_r$ μιας αντλίας, η αντλία τοποθετείται σε κλειστό σύστημα αντλήσεως όμοιο μ' αυτό του σχήματος 12.5β. Αντλία κενού μειώνει σταδιακά την πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως, επομένως και το διαθέσιμο $NPSH$ του συστήματος. Μόλις αρχίζουν να δημιουργούνται οι πρώτες φυσαλίδες ατμού, παρουσιάζεται πτώση του αποδιδόμενου ύψους. Όταν η πτώση γίνει ίση με το 3% του ολικού ύψους, η πειραματική διαδικασία σταματά και υπολογίζουμε

το αποδιδόμενο NPSH. Αυτό θεωρείται ίσο με το απαιτούμενο NPSH της αντλίας, για το οποίο ο κατασκευαστής εγγυάται λειτουργία της αντλίας χωρίς σπλαιώση.

Για να αποφύγουμε το φαινόμενο της σπλαιώσεως κατά τη λειτουργία μιας περιστροφικής δυναμικής αντλίας, απαραίτητη προϋπόθεση αποτελεί το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως (NPSHa) να είναι μεγαλύτερο από το απαιτούμενο (NPSHr):

$$\text{NPSHa} > \text{NPSHr} \quad (12.39)$$

Σημείωση: Από πολλούς μελετητές, η πώση του αποδιδόμενου ύψους κατά 3%, θεωρείται υπερβολικό αφού έχει πλέον αρχίσει η σπλαιώση. Έμμεσα το γεγονός το παραδέχεται και το Hydraulic Institute που είναι υπεύθυνο γι' αυτό το όριο, καθώς συστήνει στους χρήστες να υπάρχει αξιόλογη διαφορά μεταξύ του NPSHa και NPSHr. Η διαφορά αυτή M καλείται περιθώριο καθαρού θετικού ύψους αναρροφήσεως:

$$M = \text{NPSHa} - \text{NPSHr} \quad (12.39a)$$

Παράδειγμα 8

Φυγόκεντρη αντλία τροφοδοτείται με νερό 60°C, από δεξαμενή αναρροφήσεως ατμοσφαιρικής πίεσεως, με παροχή 80 m³/h. Ο σωλήνας αναρροφήσεως είναι από χυτοσίδηρο, διαμέτρου 8 cm και μήκους 4 m. Ο συντελεστής τοπικών απωλειών είναι 2.

α) Αν το στατικό ύψος αναρροφήσεως είναι 3 m, πόσο θα πρέπει να είναι το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως της αντλίας;

β) Αν το NPSHr ισούται με 3,5 m, ποια υψομετρική διαφορά από τη δεξαμενή αναρροφήσεως πρέπει να έχει η είσοδος της αντλίας;

Λύση:

Δεδομένα: $L_a = 4 \text{ m}$, $d_a = 0,08 \text{ cm}$, $\epsilon = 0,00026 \text{ m}$, $\Sigma K_a = 2$, $Q = 80/3600 \text{ m}^3/\text{s}$
 $p_1 = 101,3 \text{ KPa}$, $p_v = 19,9 \text{ KPa}$ (Πίν. 11.2.1), $\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$

Ζητούμενα: α) Αν $H_{\Sigma a} = 3 \text{ m}$ $\text{NPSHr} = ?$;
 β) Αν $\text{NPSHr} = 3,5 \text{ m}$, $H_{\Sigma a} = ?$;

α) Πρέπει να υπολογίσουμε το διαθέσιμο καθαρό ύψος αναρροφήσεως. Προς τούτο μας χρειάζεται η πίεση στο τέλος της αναρροφήσεως A. Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής καταθλίψεως 1 και της εισόδου της αντλίας A:

$$(y_1 - y_A) + \frac{p_1 - p_A}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_A^2}{2g} = h_a \quad (1)$$

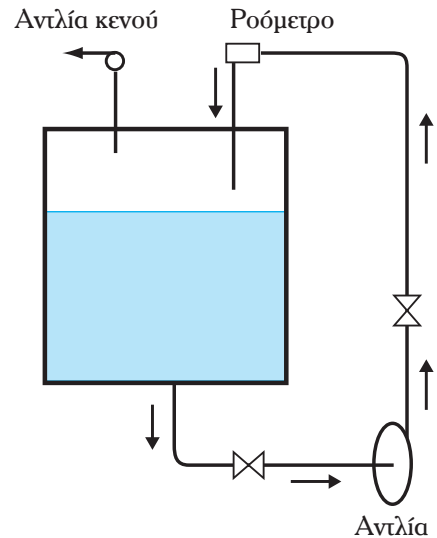
Όπου $y_1 - y_A = H_{\Sigma a}$

Η ταχύτητα στο σωλήνα αναρροφήσεως είναι:

$$v_a = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_a^2} \Rightarrow v_a = 4,42 \text{ m/s}$$

$$(\text{Re}_a = \frac{v_a \cdot d_a}{\nu} \Rightarrow \text{Re}_a = 3,54 \cdot 10^5, \epsilon/d = 0,00325) \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0271$$

$$h_a = \left(f_a \cdot \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K \right) \cdot \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow h_a = 3,34$$



Σχ. 12.5β.
Πειραματικός προσδιορισμός του NPSHr.

$$(1) \Rightarrow \frac{p_1 - p_A}{\gamma} = H_{\Sigma a} + \frac{v_A^2}{2g} + h_a \Rightarrow p_1 - p_A = 72,0 \text{ KPa} \Rightarrow p_A = 29,3 \text{ KPa}$$

$$\text{NPSHa} = \frac{p_A - p_v}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow \text{NPSHa} = 1,95 \text{ m}$$

$$(12.41) \Rightarrow \text{NPSHr} < 1,95 \text{ m}$$

β) Αν $\text{NPSHr} = 3,5 \text{ m}$, σύμφωνα με την εξίσωση (12.41) πρέπει:

$$\text{NPSHa} > \text{NPSHr} = 3,5 \text{ m} \quad (2)$$

$$\text{NPSHa} = \frac{p_A - p_v}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_A - p_v}{\gamma} = \text{NPSHa} - \frac{v_a^2}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_A - p_v}{\gamma} > 2,5 \text{ m} \Rightarrow p_A - p_v > 24,56 \text{ KPa} \Rightarrow p_A > 44,46 \text{ KPa}$$

$$(1) \Rightarrow H_{\Sigma a} = \frac{p_1 - p_A}{\gamma} - \frac{v_A^2}{2g} - h_a \Rightarrow H_{\Sigma a} < 1,45 \text{ m}$$

Άρα η ελάχιστη υψομετρική διαφορά της εισόδου της αντλίας από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως είναι 1,45 m. Για μεγαλύτερη υψομετρική διαφορά θα παρουσιασθεί το φαινόμενο της σπηλαιώσεως.

12.5.2 Σπηλαιώση αντλιών.

Την προϋπόθεση της εξισώσεως (12.39) πρέπει να την τηρεί αυστηρά ο μηχανικός που ασχολείται με τα συστήματα αντλήσεως. Όταν σχεδιάζει το σύστημα, φροντίζει να έχει επαρκές διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως (αν χρειαστεί τοποθετεί την αντλία χαμηλότερα από τη δεξαμενή αναρροφήσεως). Όταν επιλέγει αντλία, φροντίζει το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως να είναι μικρότερο από το διαθέσιμο του συστήματος αντλήσεως. Αν αυτή η προϋπόθεση δεν ισχύει, τότε η δημιουργία ατμών του υγρού και συνακόλουθη σπηλαιώση προκύπτει αναπόφευκτα:

$$\text{NPSHa} \leq \text{NPSHr} \Rightarrow \text{ΣΠΗΛΑΙΩΣΗ} \quad (12.40)$$

Παρατηρούμε ότι για να αποφύγουμε το φαινόμενο της σπηλαιώσεως, πρέπει να διατηρήσουμε όσο το δυνατόν υψηλότερο το διαθέσιμο NPSH, και σε κάθε περίπτωση μεγαλύτερο από το απαιτούμενο από την αντλία NPSH, το οποίο μας παρέχει ο κατασκευαστής. Στον Πίνακα 12.5.1 που ακολουθεί αναφέρονται οι παράμετροι που αυξάνουν το NPSHa:

Πίνακας 12.5.1
Παράμετροι μεταβολής του διαθέσιμου NPSH.

Παράμετρος	Επίπτωση στο NPSHa
1. Ύψος απωλειών της σωληνογραμμής αναρροφήσεως (h_a)	Αύξηση του ύψους απωλειών μειώνει το NPSHa.
2. Στατικό ύψος αναρροφήσεως ($H_{\Sigma a}$)	Αύξηση του στατικού ύψους αναρροφήσεως μειώνει το NPSHa.
3. Πίεση της δεξαμενής αναρροφήσεως (p_1)	Μείωση της πίεσεως στη δεξαμενή αναρροφήσεως μειώνει το NPSHa. Αν η δεξαμενή αναρροφήσεως είναι ατμοσφαιρική, η μεταβολή της p_{atm} επιδρά στο NPSHa.
4. Θερμοκρασία T	Αύξηση της θερμοκρασίας αυξάνει την τάση ατμών p_v , άρα μειώνει το NPSHa.



Σχ. 12.5γ.

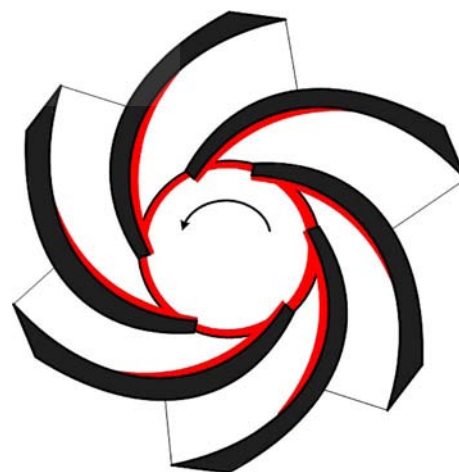
Δημιουργία φυσαλίδων ατμού σε περιοχές χαμηλής πίεσης.

Η εμπειρία και η πειραματική διαδικασία έχει δείξει ότι το φαινόμενο της σπηλαιώσεως παρουσιάζεται ακόμα και αν ισχύει η ανισότητα (12.39), αλλά το NPSHa είναι ελαφρά μεγαλύτερο του NPSHr. Αυτό οφείλεται σε αστάθμητους παράγοντες. Για παράδειγμα, μία απρόβλεπτη αύξηση των απωλειών στην αναρρόφηση της αντλίας λόγω κάποιου τοπικού εμποδίου, αυξάνει στην πράξη το NPSHr (σύμφωνα με την εξίσωση 12.38) πέρα από την τιμή του κατασκευαστή, αφού μια τοπική αύξηση της θερμοκρασίας, αυξάνει την τάση ατμών, άρα μειώνει το NPSHa (σύμφωνα με την εξίσωση 12.37). Επίσης, η παρουσία κάποιων στερεών σωματιδίων ή μικροσκοπικών φυσαλίδων, μπορεί να δώσει το έναυσμα για την έναρξη του φαινομένου σε πίεση ελαφρά μεγαλύτερη από την τάση ατμών του υγρού. Για τούτο συστήνεται να υπάρχει μια αξιόλογη διαφορά μεταξύ του διαθέσιμου και του απαιτούμενου NPSH (τουλάχιστον 15% μεγαλύτερο NPSHa). (Το Hydraulic Institute προτείνει, ανάλογα με τις συνθήκες αναρροφήσεως, ο λόγος του διαθέσιμου προς το απαιτούμενο NPSH να κυμαίνεται από 1,1 ως 2,5). Η δημιουργία φυσαλίδων ατμού σε περιοχές που επικρατούν πολύ χαμηλές πιέσεις φαίνονται στην εικόνα του σχήματος 12.5γ.

Οι περιοχές της περωτής στις οποίες παρουσιάζονται χαμηλές πιέσεις και κατά συνέπεια κινδυνεύουν από σπηλαιώση, εικονίζονται με κόκκινο χρώμα στο σχήμα 12.5δ. Πρόκειται κυρίως για τις περιοχές εισόδου στην περωτή (μάτι) και τις περιοχές στην πίσω πλευρά των περυγίων, στα 2/3 περίπου του μήκους τους (αν και σε περιπτώσεις έντονης σπηλαιώσεως μπορούν να επεκταθούν ως και στις απολήξεις των περυγίων).

As δούμε τώρα το μηχανισμό δημιουργίας και τα αποτελέσματα που έχει η σπηλαιώση. Σημειώνομε ότι η πρώτη επιτυχής ερμηνεία του φαινομένου της σπηλαιώσεως έγινε από τον Rayleigh το 1917, στην προσπάθειά του να εξηγήσει τη σπηλαιώδη διάβρωση που παρουσιαζόταν στις προπέλες των πλοίων.

Μια φυσαλίδα ατμού διαμορφώνεται όταν οι ενεργειακές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσεως το επιτρέψουν. Το αρχικό της μέγεθος είναι πολύ μικρό (διάμετρος μικρότερη του 1 mm). Σύντομα το μέγεθός της αυξάνει, καθώς και άλλη πο-



Σχ. 12.5δ.

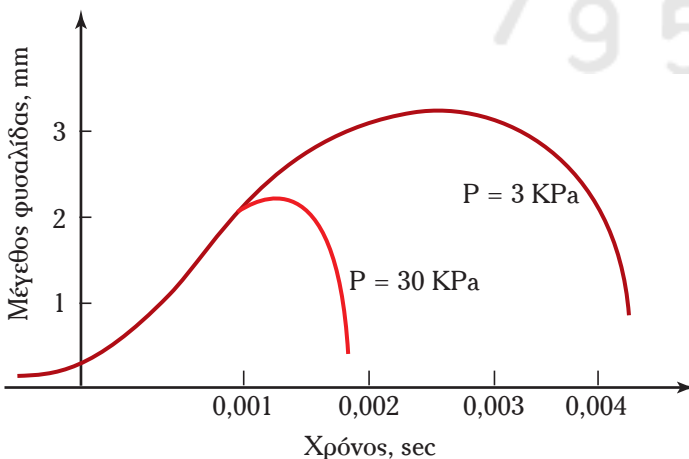
Περιοχές της περωτής ενάλωτες σε σπηλαιώση.

σότητα υγρού στις συγκεκριμένες συνθήκες ατμοποιείται. Καθώς όμως ρέει μαζί με το υπόλοιπο υγρό προς περιοχές υψηλότερης πίεσεως, αρχίζει να συστέλλεται και στη συνέχεια καταρρέει σύμφωνα με το μηχανισμό που περιγράφεται στη συνέχεια. Η χρονική εξέλιξη του μεγέθους της απεικονίζεται στο σχήμα 12.5ε (Worster-1956, με αξιοποίηση των θεωρητικών εξισώσεων του Rayleigh).

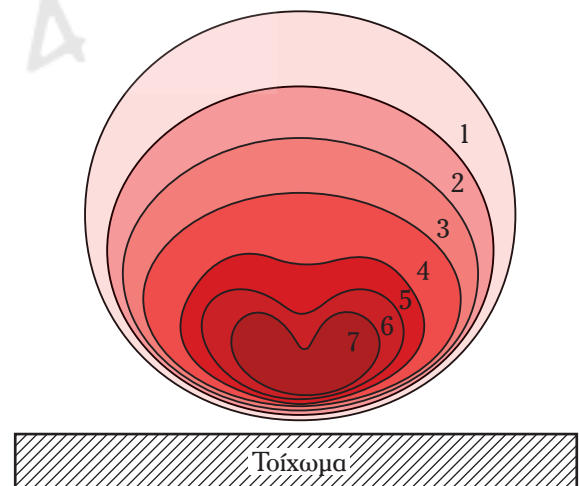
Οι φυσαλίδες ατμού που δημιουργούνται στα σημεία χαμηλής πίεσεως, έχουν ιδιαίτερα υψηλό ενεργειακό περιεχόμενο. Πιο συγκεκριμένα, η εσωτερική ενέργεια του κορεσμένου ατμού είναι πολύ μεγαλύτερη από την εσωτερική ενέργεια του κορεσμένου υγρού ίδιας πίεσεως και θερμοκρασίας. Για παράδειγμα, νερό θερμοκρασίας 25°C βράζει σε πίεση 3,17 KPa. Σ' αυτές τις συνθήκες πίεσεως και θερμοκρασίας, η ενθαλπία του κορεσμένου υγρού είναι μόλις 104,8 KJ/Kg, ενώ η ενθαλπία του κορεσμένου υδρατμού, 2547,3 KJ/Kg. Η διαφορά των δύο ενεργειακών καταστάσεων είναι 2442,5 KJ/Kg και ισούται με την ενθαλπία εξατμίσεως (ή βρασμού) του νερού. Πρόκειται για την ενέργεια που πρέπει να απορροφήσει από το περιβάλλον 1 Kg νερού θερμοκρασίας 25°C και πίεσεως 3,17 KPa, για να μετατραπεί σε υδρατμό. Η ενέργεια αυτή αποθηκεύεται στις φυσαλίδες ατμού τις οποίες, λόγω του υψηλού ενεργειακού περιεχομένου τους (σε σχέση με το υγρό περιβάλλον), μπορούμε να τις παρομοιάσουμε με μικροσκοπικές «βόμβες».

Οι φυσαλίδες ατμού κινούνται μέσα στην αντλία μαζί με το υπόλοιπο υγρό, επομένως σύντομα βρίσκονται σε περιοχές υψηλής πίεσεως (σύμφωνα με το σχ. 12.5α). Στις νέες όμως υψηλότερες πιέσεις, ο κορεσμένος ατμός υγροποιείται εκ νέου και οι φυσαλίδες συνθλίβονται, απελευθερώνοντας ανεξέλεγκτα την αποθηκευμένη ενέργεια. Πιο συγκεκριμένα, η κατάρρευση των φυσαλίδων ατμού που βρίσκονται σε επαφή με στερεές επιφάνειες, ακολουθεί την πορεία που φαίνεται στο σχήμα 12.5στ, το οποίο έχει προκύψει από τις διαδοχικές φωτογραφίες πειραματικής διατάξεως του σχήματος 12.5ζ. Οι αριθμοί (1-9) αντιστοιχούν σε διαδοχικές χρονικές στιγμές (με διαφορά μικρότερη από 0,5 ms). Αρχικά οι φυσαλίδες έχουν σχήμα περίπου σφαιρικό (1), στη συνέχεια πεπιεσμένο (2, 3, 4). Στο χρονικό σημείο 4 δημιουργείται εσοχή (στην πάνω πεπλατυσμένη πλευρά της φυσαλίδας), η οποία γίνεται συνεχώς οξύτερη (4, 5, 6...) κατευθυνόμενη προς το τοίχωμα. Καθώς μειώνεται ο όγκος, αυξάνει η «ενεργειακή πυκνότητα».

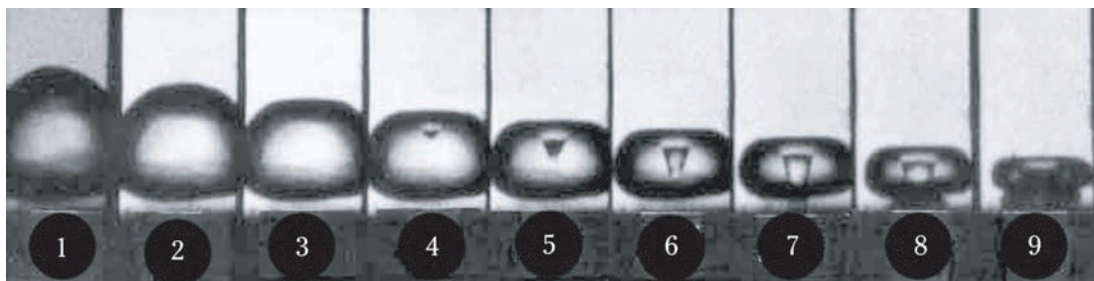
Στο σχήμα 12.5ζ δεν αποτυπώνεται η στιγμή της καταρρεύσεως. Πρόκειται για μια ιδιόμορφη «έκρηξη» προς το εσωτερικό της φυσαλίδας, γνωστή ως **έκρηξη προς τα μέσα** (implode). Η εσοχή, τη στιγμή που η φυσαλίδα καταρρέει ή πιο σωστά εκρήγνυται προς τα μέσα, μετατρέπεται σε ισχυρό **μικροσκοπικό ρεύμα υγρού (microjet)** που προσκρούει βίαια και κάθετα στο τοίχωμα (υπολογισμοί ανεβάζουν την ταχύτητα του microjet κοντά στο τοίχωμα, ως και 400 m/s). Ταυτόχρονα, το υγρό που περιβάλλει τη φυ-



Σχ. 12.5ε.
Εξέλιξη φυσαλίδας ατμού σε διάφορες
πίεσεις ατμοποίησης.



Σχ. 12.5στ.
Σχηματική παράσταση καταρρεύσεως
φυσαλίδας ατμού.

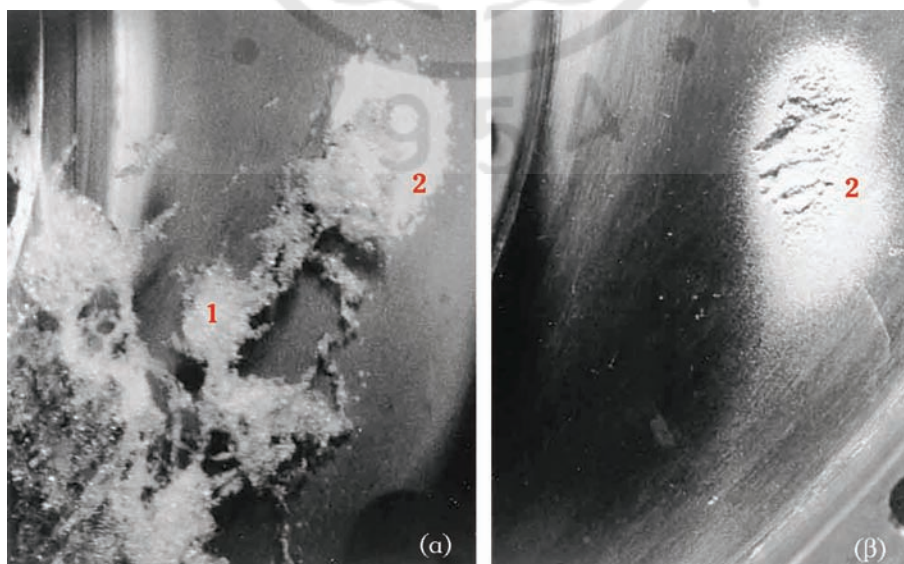


Σχ. 12.5z.
Κατάρρευση φυσαλίδας.

σαλίδα εισβάλλει απότομα στον όγκο που πριν κατείχε ο ατμός που υγροποιήθηκε (ο κορεσμένος ατμός έχει όγκο 2000–60.000 μεγαλύτερο από το κορεσμένο υγρό, ανάλογα με τη θερμοκρασία), δημιουργώντας ένα **κρουστικό κύμα (shock wave)**.

Η ποσότητα ενέργειας που περιείχε η φυσαλίδα, κατά το μεγαλύτερο τμήμα της μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών κατά την κρούση, ενώ η υπόλοιπη, λόγω ιξώδους τριβής. Επομένως, ένα σημαντικό –αλλά όχι κυρίαρχο– αποτέλεσμα της σπηλαιώσεως είναι η **απώλεια ενέργειας**. Πρόκειται για την ενέργεια ατμοποίησης, η οποία κατά την εκ νέου υγροποίηση του ατμού (που παρουσιάσαμε παραπάνω) δεν αποδίδεται ως ωφέλιμη ενέργεια στο υγρό. Έτσι, στο παράδειγμα του νερού 25°C στο οποίο αναφερθήκαμε, για κάθε gr νερού που ατμοποιείται, έχουμε απώλεια ενέργειας 2,44 KJ.

Η σημαντικότερη όμως συνέπεια της σπηλαιώσεως αφορά στη **διάβρωση** των στερεών επιφανειών, με τις οποίες βρίσκονται σε επαφή οι φυσαλίδες ατμού, δηλαδή **των πτερυγίων της περωτής** (σχ. 12.5n). Για να κατανοήσουμε το πρόβλημα, πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι η διαδικασία δημιουργίας και καταρρεύσεως φυσαλίδων είναι ταχύτατη και επαναλαμβάνεται χιλιάδες φορές σε μια σχετικά μικρή απόσταση. Πειραματικές έρευνες δείχνουν ότι η διαδικασία δημιουργίας και καταρρεύσεως μιας φυσαλίδας ατμού διαρκεί μόλις μερικά χιλιοστά του δευτερολέπτου (περίπου 3 ως 4 ms). Επομένως, το πρόβλημα



Σχ. 12.5n.
Σπηλαιώση περωτής φυγόκεντρης ανιλίας. α) Δημιουργία φυσαλίδων ατμού (σημείο 1) και κατάρρευση (σημείο 2), β) φθορά πτερυγίου στο σημείο 2.

διαβρώσεως της επιφάνειας δεν το δημιουργεί μια φυσαλίδα, αλλά οι εκατοντάδες χιλιάδες φυσαλίδες που καταρρέουν «χτυπώντας» την επιφάνεια με συνεχή μικρά ρεύματα και κρουστικά κύματα. Η τοπική πίεση που αναπτύσσεται είναι πολύ μεγάλη. Καθώς η ταχύτητα μηδενίζεται στο σημείο προσκρούσεως του microjet, η κινητική του ενέργεια μετατρέπεται σε ενέργεια πίεσεως. Αυτή η διαδοχική απελευθέρωση ενέργειας στο σημείο κρούσεως, αυξάνει τη θερμοκρασία του μετάλλου. Η τοπική θερμοκρασία που αναπτύσσεται στην περιοχή συνεχών κρούσεων, ανέρχεται σε μερικές χιλιάδες βαθμούς. Η καταπόνηση του μετάλλου είναι έντονη και η φθορά αναπόφευκτη. Έτσι, μια ισχυρή διαδικασία σπλαιώσεως, θα προκαλέσει ζημιά στα περύγια, η οποία θα γίνει οπτικά αντιληπτή σε λίγες ημέρες, αφού σε οριακές συνθήκες σπλαιώσεως, η διάβρωση των περυγίων θα γίνει αντιληπτή μετά από αρκετούς μήνες, ίσως και χρόνια. Η διάβρωση αυτή έχει ιδιαίτερη μορφή, καθώς αφορά σε ορισμένες περιοχές της μεταλλικής επιφάνειας των περυγίων και καλείται **σπλαιώδης διάβρωση** (σχ. 12.5θ).

Η αντοχή των μετάλλων στη σπλαιώδη διάβρωση εξαρτάται από τη χημική τους σύνθεση και από το βαθμό λειάνσεως της επιφάνειάς τους. Η κατάταξη ορισμένων κατά σειρά αυξανόμενης ανθεκτικότητας είναι:

Μόλυβδος – Χυτοσίδηρος – Ορείχαλκος – Αλουμίνιο – Ανοξείδωτος χάλυβας.

Ενδεικτικό της δημιουργίας σπλαιώσεως είναι ο **θόρυβος** που εκπέμπεται κατά την κατάρρευση των φυσαλίδων και οι **δονήσεις** της αντλίας που προκαλούν τα συνεχή κρουστικά κύματα. Και τα δύο φαινόμενα είναι χαρακτηριστικά και επιτρέπουν τη μακροσκοπική διάγνωση του φαινομένου της σπλαιώσεως.

Όσο συνεχίζεται η παραγωγή φυσαλίδων στα σημεία χαμηλής πίεσεως και η σύνθλιψή τους στα σημεία υψηλότερης, τόσο προχωρά και η φθορά της περωτής. Παράλληλα, μειώνεται το αποδιδόμενο ύψος και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας.

Η παραπάνω περιγραφή αφορά στην **κύρια μορφή της σπλαιώσεως** (ή κλασική σπλαιώση), η οποία παρουσιάζεται στα σημεία χαμηλής πίεσεως στην είσοδο της περωτής και στις πίσω πλευρές των περυγίων κοντά στην είσοδο. Υπάρχει όμως και μία **δευτερεύουσα σπλαιώση**, η οποία οφείλεται στην επανακυκλοφορία ενός ποσοστού υγρού στην είσοδο της περωτής (μάτι). Σε ορισμένες μάλιστα περιπτώσεις, μπορεί να παρουσιασθεί ακόμα και όταν οι ενεργειακές συνθήκες δεν επιτρέπουν να αναπτυχθεί η κλασική σπλαιώση που περιγράφουμε παραπάνω.

12.5.3 Ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως.

Οι υψηλές ταχύτητες του υγρού στη σωληνογραμμή αναρροφήσεως αυξάνουν το ύψος απωλειών και επομένως μειώνουν το διαθέσιμο NPSH του συστήματος, ευνοώντας το φαινόμενο της σπλαιώσεως. Όμως το αν θα εμφανισθεί ευκολότερα ή πιο δύσκολα η σπλαιώση, εξαρτάται και από το απαιτούμενο NPSH της αντλίας, το οποίο σχετίζεται άμεσα με τη γεωμετρία της εισόδου στην περωτή. Η γεωμετρία αυτή αποτελεί σημαντικό σχεδιαστικό πρόβλημα για τους κατασκευαστές αντλιών και σημαντική παράμετρο επιλογής αντλιών για τους χρήστες. Το πρόβλημα κατέστη σημαντικό κατά τη διάρκεια του 20^{ου} αιώνα, όταν αυξήθηκαν ορμητικά οι διαστάσεις, οι παροχές και η καταναλισκόμενη ισχύς των αντλιών.

Στο πρόβλημα διαμορφώσεως ενός κριτηρίου που θα δείχνει ότι μια αντλία δεν παρουσιάζει εύκολα σπλαιώση, μια πρώτη απάντηση δόθηκε με την εισαγωγή του συντελεστή σπλαιώσεως από τους L. Moody και D. Thoma (1922). Ορίστηκε



Σχ. 12.5θ.

Σπλαιώδης διάβρωση περωτής.

ως **συντελεστής σπηλαιώσεως** σ ο λόγος του απαιτούμενου καθαρού θετικού ύψους αναρρόφησης προς το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας:

$$\sigma = \frac{\text{NPSHr}}{H} \quad (12.41)$$

Όμως ο συντελεστής σπηλαιώσεως αποδείχθηκε ανεπαρκές κριτήριο τόσο για το σχεδιασμό, όσο και για την επιλογή της αντλίας. Για παράδειγμα, μια αντλία τροφοδοσίας λέβητα που αποδίδει μεγάλο ύψος και έχει ίδιο NPSHr φαίνεται να έχει μικρό συντελεστή σπηλαιώσεως σε σχέση με μία άλλη που αποδίδει μικρότερο ύψος, αλλά έχει το ίδιο NPSHr, αν και οι πιθανότητες σπηλαιώσεως είναι παραπλήσιες. Πιο σημαντικό κριτήριο αποδείχθηκε η **ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως της αντλίας** (την έννοια της οποίας εισήγαγε ο μηχανικός της Worthington Co, Karassik το 1937). Αυτή ορίζεται όπως και η ειδική ταχύτητα, αλλά στη θέση του ολικού ύψους τίθεται το NPSHr της αντλίας. Ως αδιάστατος αριθμός, που προκύπτει από τη διαστατική ανάλυση και καλείται **παγκόσμια ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως**, δίνεται από την εξίσωση:

$$N_{SSU} = 2\pi \cdot n \cdot \frac{Q_n^{0,5}}{(g \cdot \text{NPSHr})^{0,75}} \quad (12.42)$$

Όπως όμως και η ειδική ταχύτητα, έτσι και η ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως στην πράξη απλοποιήθηκε και έχασε τον αδιάστατο χαρακτήρα της:

$$N_{SS} = n \cdot \frac{Q_n^{0,5}}{\text{NPSHr}^{0,75}} \quad (12.43)$$

Έτσι πρόκυψε και ο εμπειρικός της ορισμός:

Ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως αντλίας N_{SS} καλείται η ταχύτητα με την οποία πρέπει να περιστρέφεται μια γεωμετρικά όμοια αντλία ώστε το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως να ισούται με τη μονάδα μήκους, όταν η παροχή ισούται με τη μονάδα παροχής.

Οι διαστάσεις και οι μονάδες της ειδικής ταχύτητας αναρροφήσεως, είναι ίδιες μ' αυτές της ειδικής ταχύτητας N_S (παράγρ. 12.4.2).

Η ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως, διαμορφώνοντας συσχετισμό μεταξύ του NPSHr, της παροχής και της ταχύτητας περιστροφής, είναι σαφώς πιο σύνθετο και αξιόπιστο κριτήριο από το σχετικά απλό συντελεστή σπηλαιώσεως.

Από την εξίσωση (12.43) παρατηρούμε ότι η ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως είναι ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της παροχής (στο βέλτιστο σημείο λειτουργίας). Αν αυξήσουμε την παροχή θα αυξηθεί και η N_{SS} . Αλλά θα αυξηθεί πολύ περισσότερο το ύψος απωλειών στο σωλήνα αναρροφήσεως (το οποίο είναι ανάλογο του τετραγώνου της παροχής), επομένως θα μειωθεί το διαθέσιμο NPSH. Και επειδή όσο πιο μικρό είναι το NPSHa τόσο πιο εύκολα παρουσιάζεται η σπηλαίωση, οι πολύ υψηλές ειδικές ταχύτητες αναρροφήσεως αποτελούν μειονέκτημα. Όταν όμως μία αντλία εργάζεται σε υψηλό αριθμό στροφών ή δίνει μεγάλες παροχές διατηρώντας αξιόλογο NPSHa, η ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως μπορεί να είναι μεγαλύτερη (χωρίς αυτό να σημαίνει ότι έχει μικρό NPSHr).

Όπως η ειδική ταχύτητα σχετίζεται άμεσα με τη γεωμετρία των πτερυγίων της πτερωτής, έτσι και η **ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως σχετίζεται άμεσα με τη γεωμετρία εισόδου στην πτερωτή**. Έτσι, μεγαλύτερη διατομή εισόδου στα πτερύγια και πιο ομαλή γωνία εισόδου, βελτιώνουν την ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως, μειώνοντας τον κίνδυνο σπηλαιώσεως.

Γενικά, οι ειδικές ταχύτητες αναρροφήσεως των αντλιών κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 2,2 ως 4,4 (N_{SS}) ή 6000 ως 12.000 (US). Αντλίες με τιμές μεγαλύτερες, έχουν μεγάλο μάτι στροφείου και είναι ευάλωτες σε σπηλαίωση λόγω επανακυκλοφορίας, ενώ αντλίες με μικρότερες τιμές, έχουν μικρό μάτι στροφείου και είναι ευάλωτες σε κλασική σπηλαίωση.

Πιο συγκεκριμένη εκτίμηση της τάσεως προς σπηλαίωση ενός συστήματος αντλήσεως προκύπτει αν

υπολογίσουμε τη **διαθέσιμη ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως** N_{SSA} (του συστήματος αντλήσεως) και τη συγκρίνουμε με την N_{SS} (της αντλίας). Η διαθέσιμη ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως προκύπτει από εξισώσεις αντίστοιχες με τις (12.42) και (12.43):

$$N_{SSUA} = 2\pi \cdot n \cdot \frac{Q_n^{0,5}}{(g \cdot NPSHa)^{0,75}} \quad (12.42a)$$

$$N_{SSA} = n \cdot \frac{Q^{0,5}}{NPSHa} \quad (12.43a)$$

Θα πρέπει να είναι:

$$N_{SSA} > N_{SS} \quad (12.43\beta)$$

Η εμπειρία έχει δείξει (και αυτό αποτελεί και σύσταση του Hydraulic Institute) ότι μια αντλία πρέπει να λειτουργεί με διαθέσιμη ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως ίση ή μικρότερη από 3,1 (N_{SSUA}) ή 8500 (US). Σε αντλίες με υψηλές ταχύτητες περιστροφής ή πολύ μεγάλες παροχές, συναντάμε ειδικές ταχύτητες αναρροφήσεως 4 (N_{SSU}) ή και μεγαλύτερες.

Παράδειγμα 9

Πόσο είναι το συνιστώμενο όριο περιστροφικής ταχύτητας μιας αντλίας που δίνει παροχή $680 \text{ m}^3/\text{h}$, αν το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως ισούται με 9 m ;

Λύση:

Δεδομένα: $Q = 680 \text{ m}^3/\text{h} = 680/3600 \text{ m}^3/\text{s}$,
 $NPSHa = 9 \text{ m}$

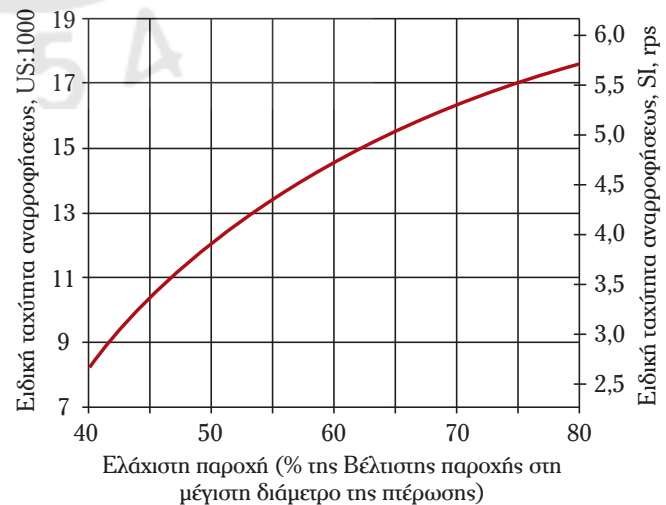
Ζητούμενο: n

Σύμφωνα με την παραπάνω υπόδειξη, ενδείκνυται: $N_{SSUA} = 3,1$.

$$(12.42a) \Rightarrow n = N_{SSA} \cdot \frac{NPSHa^{0,75}}{Q^{0,5}} \Rightarrow n = 32,7 \text{ rps} = 1962 \text{ rpm}$$

Στην περίπτωση που η αντλία δεν μπορεί να λειτουργήσει σε αυτές τις στροφές, τότε θα πρέπει να επιλέξουμε την αμέσως μικρότερη επιτρεπόμενη ταχύτητα (π.χ. 1800 rpm).

Σε πιο ειδικές περιπτώσεις που είμαστε αναγκασμένοι να χρησιμοποιήσουμε μεγάλες ειδικές ταχύτητες αναρροφήσεως, χρησιμοποιούνται αντλίες, οι περωτές των οποίων έχουν μικρότερο αριθμό περυγίων και με όσο το δυνατόν μικρότερο πάχος. Το πρόβλημα σ' αυτές τις περιπτώσεις είναι ότι τίθενται σημαντικοί περιορισμοί στην παροχή της αντλίας. Το διάγραμμα του σχήματος 12.51 που έχει προκύψει από την εμπειρία και τις εργαστηριακές δοκιμές, δείχνει την παροχή ως ποσοστό της βέλτιστης παροχής που θα μπορούσε να λειτουργήσει η αντλία σε συνάρτηση με την ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως.



Σχ. 12.51.

Σχέση μεταξύ της ελάχιστης επιτρεπόμενης παροχής και της ειδικής ταχύτητας αναρροφήσεως.

Μια λύση στους περιορισμούς που θέτει η ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως, προκύπτει με χρήση επαγωγέα (inducer). Πρόκειται για μία έλικα, η οποία τοποθετείται στην είσοδο της περωτής και εξομαλύνει τη ροή, εμποδίζοντας τη σπηλαιώση. Σ' αυτές τις περιπτώσεις, η ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως μπορεί να φτάσει σε πολύ υψηλότερες τιμές ($N_{SSU} = 7,5$ ή και μεγαλύτερο).

12.5.4 Ο αέρας στην αντλία.

Εκτός από την εξάτμιση (βρασμό) του αντλούμενου υγρού, υπάρχει και μία άλλη σημαντική αιτία δημιουργίας φυσαλίδων στο εσωτερικό των δυναμικών αντλιών, η οποία δεν σχετίζεται με την τάση ατμών, αλλά με τα διαλυμένα στο αντλούμενο ρευστό αέρια. Σύμφωνα με το Νόμο του Henry, η διαλυτότητα των αερίων στα υγρά, μειώνεται όταν μειωθεί η πίεση (ή αυξηθεί η θερμοκρασία). Όταν λοιπόν το αντλούμενο υγρό έχει σημαντικές ποσότητες διαλυμένων αερίων, στα σημεία μειωμένης πίεσης (είσοδος αντλίας, είσοδος της περωτής, περιοχές πίσω από τα περύγια), η διαλυτότητα είναι χαμηλή. Αν η περιεκτικότητα του υγρού σε αέριο είναι μεγαλύτερη από το όριο που θέτει η διαλυτότητα, η επιπλέον ποσότητα αερίου θα αποβληθεί με τη μορφή φυσαλίδων. Σε αντίθεση όμως με τις φυσαλίδες ατμού, οι φυσαλίδες αερίων δεν εκρήγνυνται. Καθώς παρασύρονται σε περιοχές υψηλότερης πίεσης, αυξάνεται και πάλι η διαλυτότητα και ποσότητες αερίου διαλύονται πάλι στο υγρό. Το μέγεθος της φυσαλίδας μειώνεται σταδιακά και ομαλά μέχρι πλήρους εξαφανίσεώς της. Το μόνο αποτέλεσμα είναι οι διαταραχές στη ροή που συνεπάγονται κάποια μικρή απώλεια ύψους (η ενέργεια διαλύσεως είναι συντριπτικά μικρότερη από την ενέργεια ατμοποίησης). Συχνά το φαινόμενο δημιουργίας φυσαλίδων αερίου λόγω μείωσης της διαλυτότητας, αναφέρεται και ως **σπηλαιώση αερίου** (Gaseous Cavitation), σε αντίθεση με τη **σπηλαιώση ατμού** (Vaporous Cavitation) που εξετάσαμε στην προηγούμενη παράγραφο.

Το πρόβλημα παρουσίας αέρα ή αερίων στο εσωτερικό των δυναμικών αντλιών, αποτελεί γενικότερο πρόβλημα με σημαντικές επιπτώσεις στη λειτουργία τους. Οι πιο συνηθισμένες πηγές αερίων στο αντλούμενο υγρό είναι οι ακόλουθες:

- Εισροή αέρα με το αντλούμενο υγρό. Ιδιαίτερα όταν η δεξαμενή αναρροφήσεως έχει ατμοσφαιρική πίεση και το στατικό ύψος αναρροφήσεως είναι μεγαλύτερο ή ίσο του μηδενός, στην αναρρόφηση της αντλίας υπάρχει υποπίεση, με αποτέλεσμα πιθανή εισαγωγή αέρα από κάποια οπή ή χαραμάδα (αν η αναρρόφηση δεν είναι αεροστεγής) από την ατμόσφαιρα στην αντλία.
- Ελλιπής εξαερισμός κατά την έναρξη λειτουργίας της αντλίας.
- Αξιόλογες ποσότητες διαλυμένου αέρα ή άλλων αερίων, σε συνδυασμό με χαμηλές πιέσεις και υψηλές θερμοκρασίες.
- Συνεχιζόμενες χημικές διεργασίες που παράγουν αέρια κατά τη διάρκεια της αντλήσεως.

Όταν μείγμα αέρα και υγρού εισέρχεται στην περωτή φυγόκεντρης αντλίας, η φυγόκεντρη επιτάχυνση του υγρού είναι σημαντικά μεγαλύτερη απ' αυτήν του αερίου. Αν το ποσοστό του αερίου είναι μικρό, το αέριο διαχέεται στο υγρό υπό μορφή μικρών φυσαλίδων, οι οποίες συμπαρασύρονται από το υγρό και αντλούνται μαζί μ' αυτό. Αν όμως το ποσοστό των αερίων είναι σημαντικό, το υγρό κινείται ταχύτερα προς την περιφέρεια και το αέριο παγιδεύεται στο κέντρο της περωτής δημιουργώντας αεροθύλακα. Αν η ποσότητα του αερίου είναι μεγάλη, επέρχεται διαχωρισμός και διάσπαση της ροής, με αποτέλεσμα τη διακοπή της αντλήσεως.

Η ικανότητα των δυναμικών περιστροφικών αντλιών να διαχειρίζονται εισερχόμενο αέρα, σχετίζεται με τη γεωμετρία τους. Όσον αφορά πιο συγκεκριμένα στην ειδική ταχύτητα της αντλίας, όσο μεγαλύτερη είναι, τόσο μεγαλύτερα ποσοστά αέρα μπορεί να διαχειρισθεί. Αυτό σχετίζεται με την αναπτυσσόμενη φυγόκεντρική δράση αλλά και τη μεγαλύτερη διατομή εισόδου στην περωτή. Αντλίες μεγάλης ειδικής ταχύτητας και μεγαλύτερης διατομής εισόδου είναι οι μεικτές και, κυρίως, οι αξονικής ροής (σχ. 12.4α). Σ' αυτές η φυγόκεντρική δράση είναι περιορισμένη, επομένως και ο διαχωρισμός πιο δύσκολος. Για παράδειγμα, μία αντλία ακτινικής ροής ειδικής ταχύτητας 0,2(SI), δύναται να αντλήσει υγρό με μέγιστη περιεκτικότητα αέρα περίπου 5% κατ' όγκο. Αντίστοιχα, μια αντλία ειδικής ταχύτητας 1,0(SI), μπορεί

να αντλήσει υγρό με μέγιστη περιεκτικότητα αέρα περίπου 10% κατ' όγκο. Η δυνατότητα διαχείρισης αερίων είναι ακόμα μεγαλύτερη στις αντλίες μεικτής και αξονικής ροής.

Η παρουσία αερίων στο εσωτερικό των δυναμικών αντλιών έχει δυσμενείς επιπτώσεις στο ολικό ύψος και το βαθμό αποδόσεως. Έτσι η αντλία ειδικής ταχύτητας 1,0 που αναφέραμε παραπάνω, παρουσιάζει μείωση του βαθμού αποδόσεως ως και 40%, ανάλογα με το ποσοστό του αέρα. Σημειώνουμε όμως ότι σχετικά μικρές ποσότητες αέρα, μειώνουν τις διαβρωτικές επιπτώσεις της σπηλαιώσεως ατμού, αφού οι φυσαλίδες του, λόγω της συμπίεσής τους που διαθέτουν, απορροφούν κάποιο ποσοστό της ενέργειας που απελευθερώνεται κατά την κατάρρευση των φυσαλίδων ατμού. Για τον ίδιο λόγο μειώνονται ο θόρυβος και οι δονήσεις που προκαλούνται από τη σπηλαίωση.

12.6 Ασκήσεις.

1. Πτερωτή αντλίας έχει τα ακόλουθα γεωμετρικά χαρακτηριστικά: $r_1 = 10 \text{ cm}$, $r_2 = 20 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$, $\beta_1 = 62^\circ$. Η είσοδος στην πτερωτή γίνεται κατά ακτινική διεύθυνση και η εσωτερική παροχή είναι $200 \text{ m}^3/\text{h}$. Αν η περιστροφική ταχύτητα είναι 1300 rpm , να υπολογισθούν οι ακτινικές και οι απόλυτες ταχύτητες εισόδου και εξόδου στην πτερωτή.

$$[v_1 = v_{r1} = 4,42 \text{ m/s}, v_{r2} = 2,21 \text{ m/s}, v_2 = 26,15 \text{ m/s}]$$

2. Η αντλία της παραπάνω ασκήσεως, είναι τοποθετημένη σε σύστημα αντλήσεως νερού στατικού ύψους 10 m , με δεξαμενές ατμοσφαιρικής πίεσεως. Οι διάμετροι των σωλήνων αναρροφήσεως και κατάθλιψεως είναι $d_a = 14 \text{ cm}$ και $d_k = 12 \text{ cm}$ αντίστοιχα. Οι απώλειες από την είσοδο της αντλίας ως την είσοδο της πτερωτής είναι αμελητέες, στην πτερωτή δίνονται από την εμπειρική σχέση $h_i = 560 \cdot Q^2$ και από την έξοδο της πτερωτής ως την κατάθλιψη της αντλίας, από τη σχέση: $h_c = 340 \cdot Q^2$. Ο ογκομετρικός βαθμός αποδόσεως ισούται με 93%. Να υπολογισθούν το αποδιδόμενο ύψος, η αποδιδόμενη ισχύς, το ύψος απωλειών του συστήματος και η μεταβολή της πίεσεως από την είσοδο ως την έξοδο της αντλίας.

$$[H_o = 69,5 \text{ m}, P_o = 35,2 \text{ KW}, \Sigma h = 59,5 \text{ m}, p_k - p_a = 677,2 \text{ KPa}]$$

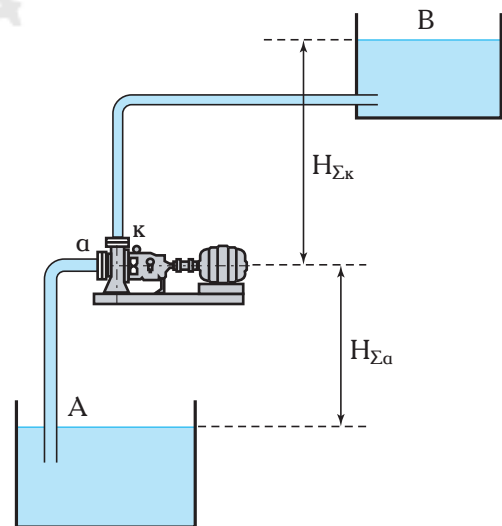
3. Η πτερωτή φυγόκεντρης αντλίας έχει διάμετρο εισόδου 20 cm και εξόδου 32 cm . Το πλάτος των περυγίων είναι 3 cm και η γωνία απολήξεως $\beta_2 = 62^\circ$. Το νερό εισέρχεται στην πτερωτή με ακτινική διεύθυνση ($\alpha_1 \cong 90^\circ$). Όταν η πτερωτή περιστρέφεται με 1400 rpm , δίνει παροχή νερού $400 \text{ m}^3/\text{h}$. Να υπολογισθούν οι ταχύτητες εισόδου και εξόδου της πτερωτής, η μεταβολή της πίεσεως από την είσοδο ως την έξοδο της πτερωτής, το θεωρητικό εσωτερικό ύψος και η εσωτερική ισχύς της αντλίας.

$$[v_1 = 5,9 \text{ m/s}, v_2 = 19,28 \text{ m/s}, p_2 - p_1 = 335,7 \text{ KPa}, H_e = 51,4 \text{ m}, P_e = 56 \text{ KW}]$$

4. Αν η αντλία της προηγούμενης ασκήσεως έχει $d_a = 18 \text{ cm}$, $d_k = 16 \text{ cm}$, μηχανικό βαθμό αποδόσεως 96%, υδραυλικό και ογκομετρικό βαθμό αποδόσεως 90%, να υπολογισθούν το αποδιδόμενο ύψος, η αξονική και η αποδιδόμενη ισχύς και η αύξηση της πίεσεως από την είσοδο της πτερωτής ως την κατάθλιψη της αντλίας.

$$[H_o = 46,27 \text{ m}, P_o = 45,4 \text{ KW}, P_a = 45,4 \text{ KW}, p_k - p_a = 448,1 \text{ KPa}]$$

5. Στο σύστημα αντλήσεως του σχήματος 12.6, οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο και το αντλούμενο υγρό νερό 40°C . Ο σωλήνας αναρροφήσεως έχει $d_a = 12 \text{ cm}$, $L_a = 5 \text{ m}$



Σχ. 12.6.

και $\Sigma K = 2$, ενώ ο σωλήνας καταθλίψεως, $d_k = 10$ cm, $L_k = 90$ m και $\Sigma K = 8$. Το στατικό ύψος αναρροφήσεως είναι 4 m και της καταθλίψεως 15 m. Η πτερωτή της φυγόκεντρης αντλίας του συστήματος, η οποία περιστρέφεται με 1800 rpm, έχει διάμετρο εισόδου 10 cm και εξόδου 27 cm, πάχος 2 cm και γωνία της εφαπτόμενης με τα περύγια $\beta_2 = 60^\circ$. Εμπειρικοί υπολογισμοί έδειξαν ότι το ύψος απωλειών από την αναρρόφηση ως την είσοδο της πτερωτής δίνεται από τη σχέση: $h_{a1} = 550 \cdot Q^2$.

Αν η παροχή του συστήματος είναι 140 m³/s, ο μηχανικός βαθμός αποδόσεως της αντλίας 95% και ο ογκομετρικός βαθμός 93%, να υπολογισθούν: α) Το διαθέσιμο και το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως, καθώς και το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως. β) Το ολικό και το εσωτερικό ύψος, η αξονική, η εσωτερική και η αποδιδόμενη στο υγρό ισχύς και ο ολικός βαθμός αποδόσεως της αντλίας. γ) Οι μεταβολές της πίεσεως από το Α ως το Β.

$$[\alpha) NPSH_a = 3,76 \text{ m}, NPSH_r = 2,30 \text{ m}, H_{a, \max} = 7,37 \text{ m}, \beta) H_o = 59,45 \text{ m}, H_e = 62,32 \text{ m}, P_a = 26,9 \text{ KW}, P_e = 25,56 \text{ KW}, P_o = 22,68 \text{ KW} \gamma) p_a = 38,3 \text{ KPa}, p_1 = 21,6 \text{ KPa}, p_2 = 329,1 \text{ KPa}, p_k = 615,2 \text{ KPa}]$$

6. Φυγόκεντρο αντλία με ειδική ταχύτητα $N_S(SI) = 0,63$ έχει κανονική παροχή νερού 520 m³/h και αντίστοιχο αποδιδόμενο ύψος 39 m.

α) Να υπολογισθεί η ταχύτητα περιστροφής της αντλίας στο βέλτιστο σημείο λειτουργίας. β) Αν η ταχύτητα περιστροφής είναι 1300 rpm, να υπολογισθεί το ύψος, η παροχή και η αποδιδόμενη ισχύς.

$$[\alpha) n_n = 1552 \text{ rpm}, \beta) Q = 435,5 \text{ m}^3/\text{h}, H_o = 27,36 \text{ m}, P_o = 32,47 \text{ KW}]$$

7. Μια δυναμική αντλία εργαζόμενη στο βέλτιστο σημείο αποδόσεως, έχει περιστροφική ταχύτητα 1350 rpm, δίνει παροχή νερού 390 m³/h αποδίδοντας ύψος 49 m. α) Να υπολογισθεί η ειδική ταχύτητα της αντλίας και να προσδιορισθεί ο τύπος της. β) Να υπολογισθούν η παροχή το αποδιδόμενο ύψος και η αποδιδόμενη ισχύς, αν η περιστροφική ταχύτητα της αντλίας γίνει 1600 rpm.

$$[\alpha) N_{SU} = 0,453, \beta) Q = 462,2 \text{ m}^3/\text{h}, H_o = 68,3 \text{ m}, P_o = 86,7 \text{ KW}]$$

8. Φυγόκεντρο αντλία διπλής αναρροφήσεως δίνει παροχή 540 m³/h και ολικό ύψος 70 m. Η αντλία λειτουργεί στις 1600 rpm και στον βέλτιστο βαθμό αποδόσεως. α) Να υπολογισθούν η ειδική ταχύτητα της αντλίας και η αποδιδόμενη ισχύς, αν το αντλούμενο ρευστό είναι νερό. β) Αν το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως είναι 3,2 m, πόση είναι η ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως; γ) Αν η αντλία λειτουργεί στις 1200 rpm πόση θα είναι η αποδιδόμενη ισχύς;

$$[\alpha) N_{SU} = 0,484 P_o = 103 \text{ KW}, \beta) N_{SSU} = 3,46 \gamma) P_o = 43,46 \text{ KW}]$$

9. Φυγόκεντρο αντλία διπλής αναρροφήσεως με 4 βαθμίδες, λειτουργεί στις 1600 rpm και δίνει παροχή νερού 420 m³/h και ολικό ύψος 180 m. α) Να υπολογισθούν η ειδική ταχύτητα της αντλίας και η αξονική ισχύς που καταναλώνει αν ο βαθμός αποδόσεως της είναι 82% και β) σε ποια περιστροφική ταχύτητα πρέπει να λειτουργήσει η αντλία για να αποδώσει ύψος 240 m; Τι παροχή θα δώσει η αντλία;

$$[\alpha) N_{SU} = 0,594 P_a = 251,2 \text{ KW}, \beta) n = 1848 \text{ rpm}, Q = 485 \text{ m}^3/\text{h}]$$

10. Φυγόκεντρο αντλία τροφοδοτείται με νερό 45° C, από δεξαμενή αναρροφήσεως ατμοσφαιρικής πίεσεως, με παροχή 180 m³/h. Ο σωλήνας αναρροφήσεως είναι από χυτοσίδηρο, διαμέτρου 12 cm και μήκους 6 m. Ο συντελεστής τοπικών απωλειών είναι 2. α) Αν το στατικό ύψος αναρροφήσεως είναι 4 m, σε ποια όρια πρέπει να κινείται το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως της αντλίας; β) Αν το NPSHr ισούται με 3 m, πόσο είναι το μέγιστο ύψος αναρροφήσεως του συστήματος αντλήσεως;

$$[\alpha) NPSH_r < 2,15 \text{ m}, \beta) H_{\Sigma a, \max} = 3,15 \text{ m}]$$

11. Περιστροφική αντλία δίνει παροχή νερού (25° C) 680 m³/h. Ο σωλήνας αναρροφήσεως είναι από χυτοσίδηρο, διαμέτρου 30 cm, μήκους 5 m και ο συντελεστής τοπικών απωλειών ισούται με 3. Η

δεξαμενή αναρροφήσεως είναι ατμοσφαιρική και το στατικό ύψος αναρροφήσεως, 1 m. α) Να υπολογισθεί το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως. β) Πόσο είναι το συνιστώμενο όριο περιστροφικής ταχύτητας της αντλίας;

$$[\alpha) \text{NPSHa} = 7,79 \text{ m}, \beta) n = 1770 \text{ rpm}]$$

12. Αντλία με παροχή 1300 gpm (gal(US)/min) και αποδιδόμενο ύψος 150 ft, έχει περιστροφική ταχύτητα 1750 rpm. Το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως υπολογίσθηκε ίσο με 20 ft. α) Να υπολογισθεί η ειδική ταχύτητα και η διαθέσιμη ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως της αντλίας και β) να προσδιορισθεί ο τύπος της αντλίας και να εκτιμηθεί ο κίνδυνος σπλαιώσεως.

$$[\alpha) N_{SU} = 0,54 \text{ } N_{SSUA} = 2,44, \beta) \text{ Ακτινικής ροής, μικρός}]$$

13. Αντλία με περιστροφική ταχύτητα 1600 rpm και ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως $N_{SS}(\text{SI}) = 3$, δίνει παροχή $350 \text{ m}^3/\text{h}$ και αποδιδόμενο ύψος 90 m. Να υπολογισθούν η ειδική ταχύτητα $N_S(\text{SI})$ και το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως, ώστε ο λόγος του διαθέσιμου προς το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως να ισούται με 1,5.

$$[N_S(\text{SI}) = 0,285 \text{ (rps, SI)}, \text{NPSHa} = 5,84 \text{ m}]$$





ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΑΝΤΛΙΩΝ

- 13.1 Χαρακτηριστικές καμπύλες δυναμικών αντλιών
- 13.2 Πλήρεις χαρακτηριστικές καμπύλες
- 13.3 Χαρακτηριστικές καμπύλες αντλιών θετικής εκτοπίσεως
- 13.4 Σημείο λειτουργίας συστήματος αντλήσεως
- 13.5 Σύνδεση αντλιών
- 13.6 Ασκήσεις

13.1 Χαρακτηριστικές καμπύλες δυναμικών αντλιών.

Η ροή του υγρού στις δυναμικές αντλίες, την οποία μελετήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη. Αντίστοιχα πολύπλοκη είναι η σχέση μεταξύ των χαρακτηριστικών μεγεθών της αντλίας, αν προσπαθήσουμε να την εκφράσουμε με μαθηματική ακρίβεια.

Πρόκειται ιδιαίτερα για τις σχέσεις μεταξύ των μεγεθών που ενδιαφέρουν το χρήστη και που καθορίζουν το εύρος χρήσεων, αλλά και την ποιότητα της αντλίας: παροχή, αποδιδόμενο ύψος, αξονική και αποδιδόμενη ισχύς, βαθμός αποδόσεως της αντλίας και απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως. Όμως οι σχέσεις μεταξύ των παραπάνω μεγεθών είναι κρίσιμης σημασίας τόσο για την επιλογή, όσο και για τη σωστή λειτουργία της αντλίας. Υπάρχουν για παράδειγμα περιπτώσεις που μας ενδιαφέρει μια αντλία να αποδίδει μεγάλο ύψος και σχετικά μικρή παροχή ή το αντίστροφο. Με ποια κριτήρια θα προχωρήσουμε στην **επιλογή**; Στη συνέχεια και εφόσον απαντήσουμε στο προηγούμενο ερώτημα ποια είναι η σωστή από υδροδυναμικής πλευράς **τοποθέτηση** της αντλίας στο σύστημα αντλήσεως; Τέλος, η αντλία που θα επιλέξουμε και θα εγκαταστήσουμε θα χρειασθεί πιθανόν να αντιμετωπίσει διάφορα φορτία (ύψη). Ποιοι θα πρέπει να είναι οι κατάλληλοι **χειρισμοί** της αντλίας ώστε να μην προκαλέσουμε ακούσια ζημιά;

Οι κατασκευαστές αντλιών πρέπει να καλύπτουν ευρεία ποικιλία αναγκών, αλλά και να παρέχουν επαρκή δεδομένα – **κριτήρια επιλογής, τοποθέτησεως και λειτουργίας** – στο μηχανικό που είναι υπεύθυνος για το συγκεκριμένο σύστημα αντλήσεως, στο οποίο θα εργασθεί η αντλία.

Αν και κάποια γενικά κριτήρια έχουν ήδη προκύψει από τα όσα αναφέραμε στα δύο προηγούμενα κεφάλαια, ο υπολογισμός ενός συστήματος αντλήσεως και η σωστή επιλογή, τοποθέτηση και χρήση της αντλίας, απαιτεί πιο συγκεκριμένη έκφραση των σχέσεων μεταξύ των χαρακτηριστικών μεγεθών της. Αυτήν την παρέχει ο κατασκευαστής με τις **χαρακτηριστικές καμπύλες των αντλιών**. Οι χαρακτηριστικές καμπύλες δείχνουν συγκεκριμένα τις δυνατότητες και τα όρια κάθε αντλίας και αποτελούν αναγκαίο δεδομένο για τον υπολογισμό και τη λειτουργία οποιουδήποτε συστήματος αντλήσεως.

Ιδιαίτερη σημασία παρουσιάζουν οι χαρακτηριστικές αντλίες των δυναμικών αντλιών. Όπως είδαμε (παράγρ. 12.1.1), μόνο στην περίπτωση της ιδανικής τριβής δύναται να εκφρασθεί η σχέση των (θεωρητικών) χαρακτηριστικών μεγεθών της αντλίας (Q , H , P , η) με εξισώσεις. Πιο συγκεκριμένα, η **σχέση του θεωρητικού ύψους με τη θεωρητική παροχή της αντλίας**, δίνεται από την εξίσωση:

$$H_{\theta} = \frac{\omega^2 \cdot r_2^2}{g} - \frac{\omega \cdot r_2}{g \cdot A_2 \cdot \tan \beta_2} \cdot Q_{\theta} \quad (13.1)$$

ή πιο απλά:

$$H_{\theta} = A - B \cdot Q_{\theta} \quad (13.1a)$$

όπου:

$$A = \frac{\omega^2 \cdot r_2^2}{g}, \quad B = \frac{\omega \cdot r_2}{g \cdot A_2 \cdot \tan \beta_2} \quad (13.1\beta)$$

Αντίστοιχα, η **σχέση της θεωρητικής ισχύος με την παροχή** είναι:

$$P_{\theta} = \omega^2 \cdot r_2^2 \cdot \rho \cdot Q_{\theta} - \frac{\omega \cdot r_2}{A_2 \cdot \tan \beta_2} \cdot \rho \cdot Q_{\theta}^2 \quad (13.2)$$

ή

$$P_{\theta} = \gamma \cdot A \cdot Q_{\theta} - \gamma \cdot B \cdot Q_{\theta}^2 \quad (13.2a)$$

Σημειώνουμε ότι οι συντελεστές A και B των σχέσεων (13.1a) και (13.2a), εξαρτώνται αποκλειστικά από τα κατασκευαστικά στοιχεία των αντλιών και από την ταχύτητα περιστροφής τους και είναι ανεξάρτητοι από τις ιδιότητες του υγρού. Αλλά στη σχέση ισχύος-παροχής συναντάμε και την πυκνότητα (ή το ειδικό βάρος) του αντλούμενου υγρού. Φυσικά σ' αυτήν την ιδανική κατάσταση, ο βαθμός αποδόσεως

ισούται με 100% ($\eta = 1$), αφού υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει καμιά ενεργειακή απώλεια.

Τα **πραγματικά μεγέθη** είναι εντελώς διαφορετικά. Όπως είδαμε, υπάρχουν σημαντικές **απώλειες ύψους** (λόγω κυκλοφοριακής ροής, τριβών και κρούσεων, βλ. παράγρ. 12.1.2), και **απώλειες ισχύος** (απώλειες τριβών, κρούσεων, διαρροών, δίσκου, εδράνων, βλ. παράγρ. 12.1.3). Τέλος, η θεωρητική παροχή διαφοροποιείται ελαφρά από την εσωτερική και αρκετά από την πραγματική παροχή.

Είναι προφανές ότι οι σχέσεις ύψους-παροχής και ισχύος-παροχής διαφοροποιούνται σημαντικά από τις θεωρητικές εξισώσεις (13.1) και (13.2). Και φυσικά, ο βαθμός αποδόσεως καθίσταται αρκετά μικρότερος της μονάδας. Αυτή τη διαφοροποίηση τη βλέπουμε (ποιοτικά) στα σχήματα 12.1στ, 12.1θ και 12.1ι). Λόγω όμως της πολυπλοκότητας που παρουσιάζει η ροή στο εσωτερικό της αντλίας, η προσέγγιση των πραγματικών σχέσεων μπορεί να γίνει μόνο με τη διαστατική ανάλυση και το πείραμα.

Η διαστατική ανάλυση (παράγρ. 12.3.1), έδωσε τις ακόλουθες συναρτήσεις μεταξύ των πραγματικών μεγεθών Q , H , P :

$$\frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2} = f \left(\frac{Q}{n \cdot d^3}, \frac{n \cdot d^2}{v}, \frac{\epsilon}{d}, \frac{l}{d}, \beta \right) \quad (13.3)$$

$$\frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot d^5} = f \left(\frac{Q}{n \cdot d^3}, \frac{n \cdot d^2}{v}, \frac{\epsilon}{d}, \frac{l}{d}, \beta \right) \quad (13.4)$$

Η πειραματική διαδικασία και ο κατάλληλος σχεδιασμός – κατασκευή – δοκιμασία της αντλίας αποτελούν τα επόμενα βήματα. Όπως είδαμε, ο σχεδιασμός της πτερωτής βασίζεται στην τιμή της ειδικής ταχύτητας N_s , η οποία αποτελεί συνδυασμό των δύο βασικών αδιαστάτων παραμέτρων της συναρτήσεως (13.3):

$$N_{su} = \frac{N_Q^{0,5}}{N_h^{0,75}} \quad \text{όπου: } N_h = \frac{g \cdot H}{n^2 \cdot d^2}, \quad N_Q = \frac{Q}{n \cdot d^3}$$

Τις τελικές σχέσεις μεταξύ ύψους-παροχής, ισχύος-παροχής, βαθμού αποδόσεως-παροχής αλλά και απαιτούμενου καθαρού θετικού ύψους αναρροφήσεως-παροχής, τις δίνει η κατασκευάστρια εταιρία υπό μορφή διαγραμμάτων. Οι καμπύλες που απεικονίζονται σ' αυτά, καλούνται **χαρακτηριστικές καμπύλες της αντλίας**. Σημειώνουμε ότι όμοιες αντλίες ή αντλίες με την ίδια ειδική ταχύτητα θα έχουν ποιοτικά όμοια διαγράμματα, τα οποία όμως θα διαφοροποιούνται σημαντικά όσον αφορά στις τιμές των μεγεθών (αφού αυτές εξαρτώνται από το μέγεθος των αντλιών και την ταχύτητα περιστροφής τους).

Μία δυναμική αντλία σχεδιάζεται και κατασκευάζεται για μια ορισμένη περιοχή παροχών και αποδιδόμενου ύψους. Σ' αυτήν την περιοχή έχει την καλύτερη σχέση ωφέλιμου αποτελέσματος προς κατανάλωση, επομένως τον καλύτερο βαθμό αποδόσεως. Αν και ο κατασκευαστής συστήνει την αντλία για τη συγκεκριμένη περιοχή, αυτή συχνά λειτουργεί και με άλλες τιμές παροχών και αποδιδόμενου ύψους, λόγω των αναγκών του συστήματος αντλήσεως.

13.1.1 Η καμπύλη $H = f_1(Q)$ ή $H - Q$ (ή καμπύλη στραγγαλισμού).

Με βάση τη διαστατική ανάλυση, η σχέση μεταξύ αποδιδόμενου ύψους και (πραγματικής) παροχής δίνεται από τη συνάρτηση (13.3). Για μία δεδομένη αντλία, λαμβάνοντας υπόψη ότι η τραχύτητα η αναλογία m_k και η γωνία β είναι δεδομένα, οι μεταβλητές παράμετροι της συναρτήσεως είναι οι ακόλουθες:

- Η παροχή Q .
- Το αποδιδόμενο ύψος H (ή H_0).
- Η ταχύτητα περιστροφής (ή συχνότητα περιστροφής) n .
- Η διάμετρος της πτερωτής D (σε ένα κέλυφος μπορούν να τοποθετηθούν πτερωτές διαφόρων διαμέτρων).
- Το ιξώδες του αντλούμενου ρευστού.

Για να μειωθούν οι μεταβλητές, ως ρευστό υποτίθεται το νερό θερμοκρασίας περιβάλλοντος ($\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$). Αν και ο ρόλος του ιξώδους στη σχέση ύψους-παροχής δεν είναι τόσο σημαντικός, πιθανή μεγάλη αλλαγή του πρέπει να ληφθεί υπόψη. Η εξέταση της αντλίας για ορισμένη ταχύτητα περιστροφής (n) και ορισμένη διάμετρο πτερωτής (D), περιορίζει τις μεταβλητές σε δύο: Το αποδιδόμενο ή ολικό ύψος και την παροχή.

Επομένως, **για σταθερή ταχύτητα περιστροφής n και συγκεκριμένη διάμετρο πτερωτής D , το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας H_0 εξαρτάται από την παροχή Q :**

$$\text{Αν } n \text{ και } D \text{ σταθερά} \Rightarrow H_0 = f_1(Q) \quad (13.5)$$

Η σχέση (13.5) εκφράζεται με διάγραμμα (και όχι με εξίσωση) με άξονα τεταγμένων την αξονική ισχύ και τετημημένων την παροχή Q . Τη μορφή αυτού του διαγράμματος που καλείται **καμπύλη $H-Q$ ή καμπύλη στραγγαλισμού**, τη συναντήσαμε ήδη στο σχήμα 12.1στ. Πιο συγκεκριμένα, η μορφή της καμπύλης $H-Q$ εξαρτάται από την ειδική ταχύτητα της αντλίας N_S , τον αριθμό των πτερυγίων και τη μορφή του περιβλήματος.

Υπάρχουν δύο είδη καμπύλων $H-Q$:

Ευσταθείς καμπύλες $H-Q$: Σ' αυτές, όταν αυξάνεται η παροχή, μειώνεται το αποδιδόμενο ύψος. Στο σχήμα 13.1α ευσταθείς καμπύλες είναι οι 1-1α και 1-1β. Εύκολα διαπιστώνομε ότι η μέγιστη τιμή αποδιδόμενου ύψους παρουσιάζεται στο σημείο μηδενισμού της παροχής:

$$Q \rightarrow 0 \Rightarrow H \rightarrow H_{\max}$$

Στις ευσταθείς καμπύλες, σε κάθε τιμή του ύψους H αντιστοιχεί μία και μόνο μία τιμή της παροχής Q .

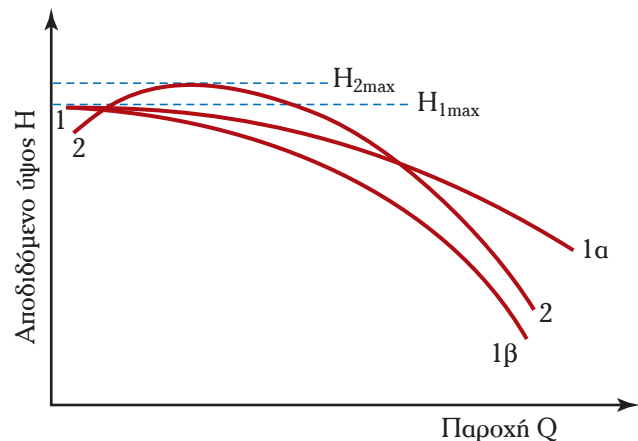
Ασταθείς καμπύλες $H-Q$ (καμπύλη 2 του σχ. 13.1α): Σ' αυτήν την περίπτωση που συναντάται σε ορισμένες φυγόκεντρες αντλίες, το μέγιστο ύψος H_{\max} παρουσιάζεται για παροχή $Q_0 \neq 0$. Για παροχές από 0 έως Q_0 το αποδιδόμενο ύψος αυξάνεται, αφού παραπέρα αύξηση της παροχής συνοδεύεται από μείωση του ύψους. Υπάρχει λοιπόν μία περιοχή τιμών αποδιδόμενου ύψους H , στις οποίες αντιστοιχούν δύο παροχές.

Οι κατασκευαστές των αντλιών αποφεύγουν γενικά τις καμπύλες αυτής της μορφής (επειδή δημιουργείται κάποια αστάθεια και, κυρίως, απρόβλεπτη συμπεριφορά στην περίπτωση της παράλληλης συνδέσεως αντλιών) και στοχεύουν σε ευσταθείς καμπύλες $H-Q$.

Γενικά, ευσταθείς καμπύλες $H-Q$ παρουσιάζουν αντλίες με μεγάλες ειδικές ταχύτητες. Έτσι, οι αντλίες μεικτής και αξονικής ροής έχουν ευσταθείς καμπύλες. Πιο δύσκολα επιτυγχάνεται ευσταθής καμπύλη στις αντλίες ακτινικής ροής. Όσο πιο μικρή είναι η ειδική ταχύτητα, τόσο αυξάνεται η πιθανότητα να προκύψει ασταθής καμπύλη. Η μείωση του αριθμού των πτερυγίων και της γωνίας απολήξεώς τους (β) είναι δύο σημαντικά σχεδιαστικά μέτρα, τα οποία συμβάλλουν ώστε να προκύψουν ευσταθείς καμπύλες.

Οι χαρακτηριστικές καμπύλες $H-Q$ διακρίνονται επίσης, ανάλογα με την κλίση τους, σε **ομαλές και απότομης πτώσεως**. Γενικά, όσο μεγαλύτερη είναι η ειδική ταχύτητα N_S , τόσο πιο απότομη είναι η πτώση της καμπύλης.

Σημειώνομε ότι οι καμπύλες του σχήματος 13.1α είναι ποιοτικές. Αλλά ένα διάγραμμα που αφορά σε μία αντλία, για να είναι πρακτικά αξιοποιήσιμο, πρέπει να αναφέρεται σε ποσότητες, δηλαδή συγκεκριμένες τιμές ύψους-παροχής. Τέτοια διαγράμματα θα συναντήσουμε στη συνέχεια. Υπενθυμίζομε σ' αυτό το σημείο ότι οι αντλίες



Σχ. 13.1α.
Καμπύλες $H-Q$ δυναμικών αντλιών.

ακτινικής ροής (και οι στροβιλοαντλίες) αποδίδουν μεγάλο ύψος και σχετικά μικρές παροχές, οι αντλίες μεικτής ροής είναι πιο ισορροπημένες, ενώ οι αντλίες αξονικής ροής μεγάλες παροχές και σχετικά μικρά ύψη.

Η καμπύλη ύψους-παροχής είναι η σημαντικότερη καμπύλη των αντλιών και γι' αυτό συχνά καλείται **κύρια χαρακτηριστική καμπύλη**.

Σημείωση: Ορισμένοι κατασκευαστές τοποθετούν αντί του αποδιδόμενου ύψους (έργο ανά μονάδα βάρους), την αποδιδόμενη πίεση (έργο ανά μονάδα όγκου). Η σχέση των δύο μεγεθών είναι (βλ. παράγρ. 3.4.1 Πίνακας 3.4.1):

$$H = \frac{P}{\gamma} \Leftrightarrow p = H \cdot \gamma$$

Για παράδειγμα για αποδιδόμενο ύψος $H_0 = 10$ m και διακινούμενο ρευστό το νερό, η αντίστοιχη πίεση είναι:
 $p_0 = (10 \text{ m}) \cdot (9,81 \text{ KN/m}^3) = 98,1 \text{ KPa}$.

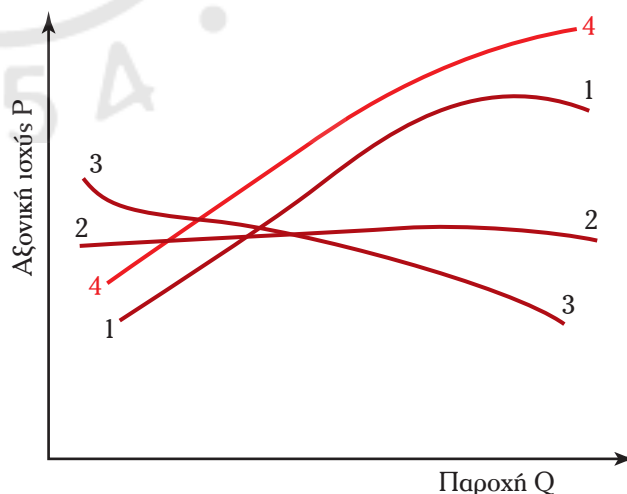
13.1.2 Η καμπύλη $P_a = f_2(Q)$ ή $P - Q$ (ισχύος – παροχής).

Για τη σχέση ισχύος-παροχής η διαστατική ανάλυση έδωσε τη συνάρτηση (13.4). Παρατηρούμε πως συναντάμε τις ίδιες παραμέτρους που επηρεάζουν και τη σχέση ύψους-παροχής. Μόνη επιπλέον παράμετρος είναι η πυκνότητα του υγρού. Θεωρώντας αντλούμενο ρευστό το νερό, σταθερή ταχύτητα περιστροφής n και συγκεκριμένη διάμετρο πτερωτής D , προκύπτει:

$$\text{Αν } n \text{ και } D \text{ σταθερά} \Rightarrow P_a = f_2(Q) \quad (13.6)$$

Η σχέση (13.6) αποτελεί σχέση διαγράμματος με άξονα τεταγμένων την αξονική ισχύ και τεταγμένων την παροχή Q . Οι μορφές των καμπύλων ισχύος-παροχής (μία εκ των οποίων συναντήσαμε στο σχ. 12.1θ), παρουσιάζονται ποιοτικά στο σχήμα 13.1β. Παρατηρούμε ότι στις αντλίες ακτινικής ροής (οι οποίες έχουν μικρές ειδικές ταχύτητες, καμπύλες 1 και 4 του σχήματος), η κατανάλωση ισχύος αυξάνει γενικά με την αύξηση της παροχής (με πιθανή μικρή εξαίρεση στις μεγάλες παροχές). Αντίθετα, στις αντλίες αξονικής ροής (καμπύλη 3 του σχήματος) η αξονική ισχύς μειώνεται με την αύξηση της παροχής. Τέλος, οι αντλίες μεικτής ροής, παρουσιάζουν μικρές μεταβολές της ισχύος σε σχέση με την παροχή (καμπύλη 2 του διαγράμματος).

Τις καμπύλες $P - Q$ τις διακρίνουμε σε καμπύλες **υπερφορτίσεως** και **μη υπερφορτίσεως**. Οι πρώτες, αντιστοιχούν σε ασταθείς καμπύλες $H - Q$, αφορούν επομένως, σε ορισμένες αντλίες ακτινικού τύπου. Σ' αυτές, η αξονική ισχύς αυξάνεται συνεχώς με την αύξηση της παροχής και υπάρχει πιθανότητα να δημιουργηθεί πρόβλημα υπερφορτίσεως στην κινητήρια μηχανή της αντλίας. Οι καμπύλες μη υπερφορτίσεως, αντιστοιχούν σε ευσταθείς καμπύλες $H - Q$ και χαρακτηρίζονται από μία μέγιστη κατανάλωση ισχύος. Η παραπέρα αύξηση της παροχής αντισταθμίζεται από σημαντική μείωση του ύψους που έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της αξονικής ισχύος. Οι αντλίες μεικτής και αξονικής ροής (καθώς και αρκετές ακτινικής ροής) έχουν καμπύλες $P - Q$ μη υπερφορτίσεως. Στο σχήμα 13.1β οι καμπύλες 1, 2 και 3 είναι μη υπερφορτίσεως, ενώ αντίθετα η 4 είναι καμπύλη υπερφορτίσεως.



Σχ. 13.1β.

Καμπύλες $P - Q$ δυναμικών αντλιών: (1), (4) ακτινικής ροής, (2) μεικτής ροής και (3) αξονικής ροής. (1), (2), (3) μη υπερφορτίσεως, (4) υπερφορτίσεως.

13.1.3 Η καμπύλη $\eta = f_3(Q)$ ή $\eta - Q$ και το βέλτιστο σημείο λειτουργίας (BEP).

Όπως είδαμε στην παράγραφο 12.1.3, η αποδιδόμενη στο διακινούμενο υγρό ισχύς είναι μικρότερη από την αξονική που καταναλώνει η αντλία. Πιο συγκεκριμένα, ένα μέρος της αξονικής ισχύος καταναλώνεται για την αντιμετώπιση των μηχανικών τριβών (απώλειες εδράνων και δίσκου), ένα άλλο για την αντιμετώπιση της κυκλοφορίας του υγρού εντός της αντλίας (απώλειες κρούσεων και διαρροών) και ένα άλλο για την αντιμετώπιση των υδραυλικών τριβών (απώλειες τριβών). Εφόσον η ταχύτητα περιστροφής και η διάμετρος της πτερωτής είναι δεδομένες, το πρώτο τμήμα των παραπάνω απωλειών είναι πρακτικά ανεξάρτητο από την παροχή, το δεύτερο παίρνει μεγάλες τιμές στις μικρές παροχές και το τρίτο, στις μεγάλες (βλ. σχ. 12.1θ). Υπάρχει λοιπόν άμεση εξάρτηση του βαθμού αποδόσεως της αντλίας $\eta = P_o/P_a$ με την παροχή:

$$\text{Αν } n \text{ και } D \text{ σταθερά} \Rightarrow \eta = f_3(Q) \quad (13.7)$$

Η συνάρτηση $\eta = f_3(Q)$ εκφράζεται από διάγραμμα, το οποίο καλείται **χαρακτηριστική καμπύλη βαθμού αποδόσεως-παροχής της αντλίας** ή απλά **καμπύλη $\eta - Q$** . Το διάγραμμα αυτό έχει πάντοτε τη μορφή του σχήματος 13.1γ.

Η κλίση της καμπύλης (πόσο απότομα ανεβαίνει από το 0% στο η_{\max} και κυρίως πόσο απότομα κατεβαίνει για παροχές $Q > Q_n$), καθώς και το σημείο της μέγιστης αποδόσεως, εξαρτώνται από την ειδική ταχύτητα της αντλίας.

Όπως είναι φυσικό, οι κατασκευαστές σχεδιάζουν και προτείνουν κάθε αντλία να λειτουργεί σε συνθήκες μέγιστης παροχής, δηλαδή στο σημείο της καμπύλης $\eta - Q$ που αντιστοιχεί στο η_{\max} . Το σημείο αυτό καλείται **βέλτιστο σημείο λειτουργίας** ή για συντομία **BEP** (Best Efficiency Point). Η παροχή που αντιστοιχεί στο BEP καλείται **βέλτιστη** ή **κανονική παροχή** της αντλίας. Αντίστοιχα, το ύψος καλείται κανονικό αποδιδόμενο ύψος και η ισχύς κανονική ισχύς.

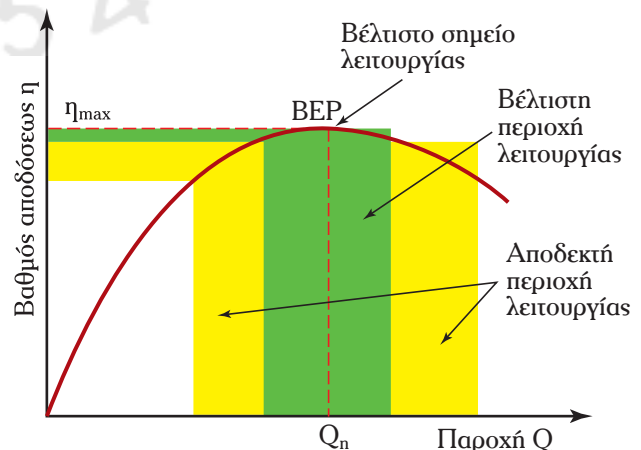
Παρατηρούμε πως για λίγο μικρότερες ή μεγαλύτερες τιμές της παροχής, η μείωση του βαθμού αποδόσεως είναι μικρή. Η περιοχή αυτή συνίσταται επίσης ως κατάλληλη για τη λειτουργία της αντλίας και καλείται **βέλτιστη περιοχή λειτουργίας**. Όταν η αντλία λειτουργεί σ' αυτήν την περιοχή, έχει μεγάλη απόδοση, μικρότερο θόρυβο και στρωτή λειτουργία (μείωση δονήσεων). Συνήθως, η βέλτιστη περιοχή ορίζεται ως η περιοχή στην οποία ο βαθμός αποδόσεως αποκλίνει ως 15% από τη μέγιστη τιμή του. Υπάρχει επίσης μια ευρύτερη περιοχή (για ακόμα μικρότερες ή μεγαλύτερες παροχές, στο σχήμα με κίτρινο χρώμα) στην οποία, αν και ο βαθμός αποδόσεως έχει μειωθεί αρκετά, οι συνθήκες λειτουργίας είναι αποδεκτές. Πέρα απ' αυτήν την περιοχή πρέπει να αποφεύγεται η λειτουργία της αντλίας, όχι μόνο επειδή είναι αντισυμβαλλόμενη, αλλά επειδή υπάρχει κίνδυνος σοβαρών βλαβών.

Υπενθυμίζουμε ότι η ειδική ταχύτητα της αντλίας υπολογίζεται για το βέλτιστο σημείο λειτουργίας της.

13.1.4 Η καμπύλη $NPSHr = f_4(Q)$ ή $NPSHr-Q$.

Τελευταία (αλλά όχι μικρότερης σημασίας) σχέση που καθορίζει μαζί με τις προηγούμενες την επιλογή, τοποθέτηση και χρήση των δυναμικών αντλιών, είναι η σχέση μεταξύ του απαιτούμενου καθαρού θετικού ύψους αναρροφήσεως $NPSHr$ και της παροχής Q . Όπως είδαμε στην παράγραφο 12.5.1, το $NPSHr$ δίνεται από την (υπολογιστικά μη αξιοποιήσιμη) εξίσωση (12.38):

$$NPSHr = h_{AA'} + \frac{v_{A'}^2}{2g}$$



Σχ. 13.1γ.
Καμπύλη $P - Q$ δυναμικών αντλιών και βέλτιστο σημείο λειτουργίας.

Τόσο όμως οι απώλειες $h_{AA'}$, όσο και η ταχύτητα $v_{A'}$ είναι ανάλογες του τετραγώνου της παροχής. Επομένως, το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως, είναι μικρό για μικρές παροχές και αυξάνει απότομα για μεγάλες (με την αύξησή του, αυξάνει και ο κίνδυνος σπλαιώσεως). Επειδή τόσο οι απώλειες όσο και η θέση του σημείου A' εξαρτώνται από την επιλεχθείσα γεωμετρία εισόδου στην περωτή, η παραπάνω σχέση εκφράζεται γραφικά:

$$\text{Αν } n \text{ και } D_{\text{εισ}} \text{ σταθερά} \Rightarrow \text{NPSHr} = f_4(Q) \quad (13.8)$$

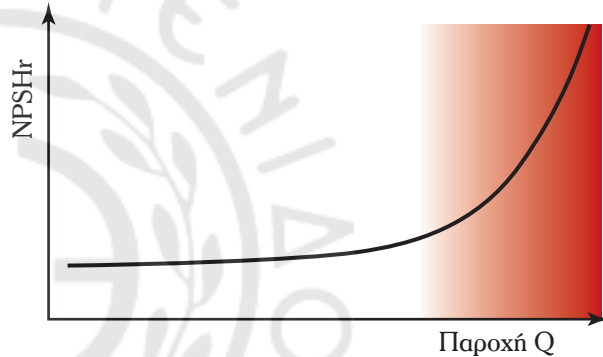
Η μορφή της καμπύλης NPSHr-Q φαίνεται στο σχήμα 13.1δ.

Παρατηρούμε πως στις μεγάλες παροχές το NPSHr αυξάνει πολύ και επομένως ο κίνδυνος της σπλαιώσεως είναι άμεσος. Πρόκειται για περιοχή, την οποία πρέπει να αποφύγουμε κατά τη λειτουργία της αντλίας. Οι σχεδιαστές των αντλιών φροντίζουν (με την κατάλληλη διαμόρφωση της εισόδου στην αντλία και την περωτή, παράγρ. 12.5.3) να επιτυγχάνουν όσο το δυνατόν μικρότερες τιμές NPSHr για το BEP και γενικότερα για την περιοχή βέλτιστης λειτουργίας της αντλίας. Η περιοχή βέλτιστης λειτουργίας της αντλίας πρέπει να βρίσκεται πριν από την επιρρεπή σε σπλαιώση περιοχή παροχών.

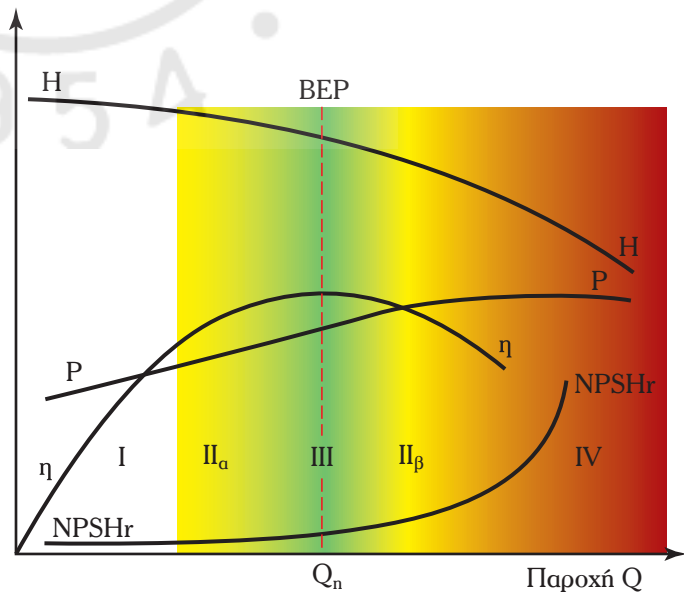
Σημείωση: Μερικές φορές τα διαγράμματα $H - Q$ και $P - Q$ αντί να αναφέρονται στις απόλυτες τιμές των μεγεθών αυτών, αναφέρονται στις σχετικές τιμές ως προς τα αντίστοιχα μεγέθη που αντιστοιχούν στο μέγιστο βαθμό αποδόσεως: H/H_n , P/P_n , Q/Q_n (%).

13.1.5 Σύνθετο διάγραμμα καμπυλών δυναμικών αντλιών.

Σκοπός των διαγραμμάτων μιας αντλίας με συγκεκριμένα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και ταχύτητα περιστροφής, είναι να μας δώσουν μια συνολική εικόνα της αντλίας, εποπτεία της λειτουργίας της και δυνατότητα υπολογισμών επί του συστήματος αντλήσεως στο οποίο είναι τοποθετημένη. Δεν θα ήταν καθόλου πρακτικό αν είχαμε τέσσερα ανεξάρτητα διαγράμματα $H - Q$, $P - Q$, $\eta - Q$ και $\text{NPSHr} - Q$. Και δεν υπάρχει λόγος για κάτι τέτοιο, αφού και οι τέσσερις καμπύλες έχουν κοινή τεταγμένη, την παροχή Q . Έχομε επομένως τη δυνατότητα να τοποθετήσουμε τις τέσσερις καμπύλες σε ένα διάγραμμα, χρησιμοποιώντας τον ίδιο άξονα τεταγμένων (παροχή Q) και διαφορετικό άξονα τεταγμένων για κάθε καμπύλη. Έτσι λαμβάνομε το σύνθετο διάγραμμα του σχήματος 13.1ε (στο οποίο σε κάθε καμπύλη αντιστοιχεί και ένας κάθετος άξονας τιμών). Στο διάγραμμα αυτό μπορούμε να κάνομε κάποιες ουσιαστικές ποιοτικές διαπιστώσεις για τη λειτουργία της αντλίας. Με βάση τα όσα αναφέραμε μέχρι τώρα, διακρίνομε **τέσσερις ζώνες παροχών** (και τιμών των αντιστοίχων μεγεθών):



Σχ. 13.1δ.
Καμπύλη NPSHr - Q δυναμικών αντλιών.



Σχ. 13.1ε.
Καμπύλες αντλίας.

- Η **βέλτιστη περιοχή** λειτουργίας είναι η (III), γύρω από το BEP.
- **Αποδεκτή περιοχή** λειτουργίας είναι η (II – α και β) γύρω από τη βέλτιστη.
- Στην περιοχή μικρών παροχών (I) πρέπει να αποφευχθεί η παρατεταμένη χρήση της αντλίας, επειδή, εκτός από την αντισυμβατική λειτουργία, υπάρχουν κίνδυνοι σημαντικών βλαβών λόγω θερμάνσεως της αντλίας (η μικρή παροχή δεν απάγει τη θερμότητα) και δονήσεων.
- Τέλος, την περιοχή (IV) πρέπει να την αποφύγουμε, επειδή ο κίνδυνος της σπλαιώσεως (λόγω υψηλών τιμών NPSHr) είναι άμεσος. Στις αντλίες με καμπύλη ισχύος υπερφορτίσεως, άμεσος είναι και ο κίνδυνος υπερφορτίσεως του κινητήρα. Επίσης, η αξονική ώθηση λαμβάνει μεγάλες τιμές.

Όμως το διάγραμμα αυτό που δίνει εξαιρετικά ποιοτικά στοιχεία, καθίσταται δύσχρηστο στην πράξη, αν τοποθετήσουμε τους 4 διαφορετικούς άξονες τεταγμένων (H, P, η, NPSHr) και συγκεκριμένες τιμές για τον καθένα. Είναι προτιμότερο να διατηρήσουμε τον οριζόντιο άξονα της παροχής και να τοποθετήσουμε τη μια καμπύλη (με τον αντίστοιχο άξονα) κάτω από την άλλη.

Ο ISO, προτείνει τη δομή καμπυλών του σχήματος 13.1στ, αλλά και με παράλληλη καταγραφή των στοιχείων της αντλίας, του ρευστού και των δοκιμών. Το διάγραμμα του σχήματος αναφέρεται σε συγκεκριμένη αντλία και την περιγράφει όχι μόνο ποιοτικά, αλλά και ποσοτικά (έχει τιμές μεγεθών). Από το διάγραμμα βλέπουμε για παράδειγμα πως η συγκεκριμένη αντλία όταν λειτουργεί στο σημείο βέλτιστης λειτουργίας της (BEP) δίνει παροχή $Q = 210 \text{ m}^3/\text{h}$, αποδίδει ύψος $H_o = 89 \text{ m}$, καταναλώνει ισχύ $P_a = 60 \text{ KW}$ και έχει βαθμό αποδόσεως $\approx 85\%$.

Από το διάγραμμα της αντλίας, μπορούμε να υπολογίσουμε και την ειδική της ταχύτητα. Έτσι, αν η αντλία του σχήματος 13.1στ λειτουργεί στις 1500 rpm, η ειδική ταχύτητα (υπολογιζόμενη πάντοτε στο BEP) θα είναι:

$$N_{SU} = 2\pi \cdot n \cdot \frac{Q_n^{0,5}}{(g \cdot H_n)^{0,75}} \Rightarrow N_{SU} = 0,236$$

Δηλαδή πρόκειται για τυπική φυγόκεντρα αντλία (παράγρ. 12.4.3). Τον τύπο της αντλίας μπορούμε να τον προσδιορίσουμε και από τις μορφές των καμπυλών (κυρίως από την καμπύλη $P - Q$).

Σημειώνουμε ότι οι τύποι που συναντήσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, ισχύουν και για τις τιμές που λαμβάνουμε από τα διαγράμματα των χαρακτηριστικών καμπυλών. Έτσι, για την αποδιδόμενη ισχύ και για διακινούμενο ρευστό το νερό, έχουμε:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \quad \text{και} \quad P_o = \eta \cdot P_a$$

Οι τιμές αυτές πρέπει να μας δίνουν κατά προσέγγιση την ίδια αποδιδόμενη ισχύ, όποιον και από του δύο παραπάνω τύπους κι αν εφαρμόσουμε:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o = 50,9 \text{ KW}$$

$$P_o = \eta \cdot P_a \Rightarrow P_o = 51,0 \text{ KW}$$

Σημείωση 1: Τα διαγράμματα δίνουν πάντοτε τιμές προσεγγιστικές. Σ' αυτό οφείλεται η μικρή απόκλιση που προκύπτει παραπάνω. Το διπλό υπολογισμό της αποδιδόμενης ισχύος ενδείκνυται να τον κάνουμε, ώστε να επιβεβαιώσουμε τις τιμές που διαβάζουμε στα διαγράμματα.

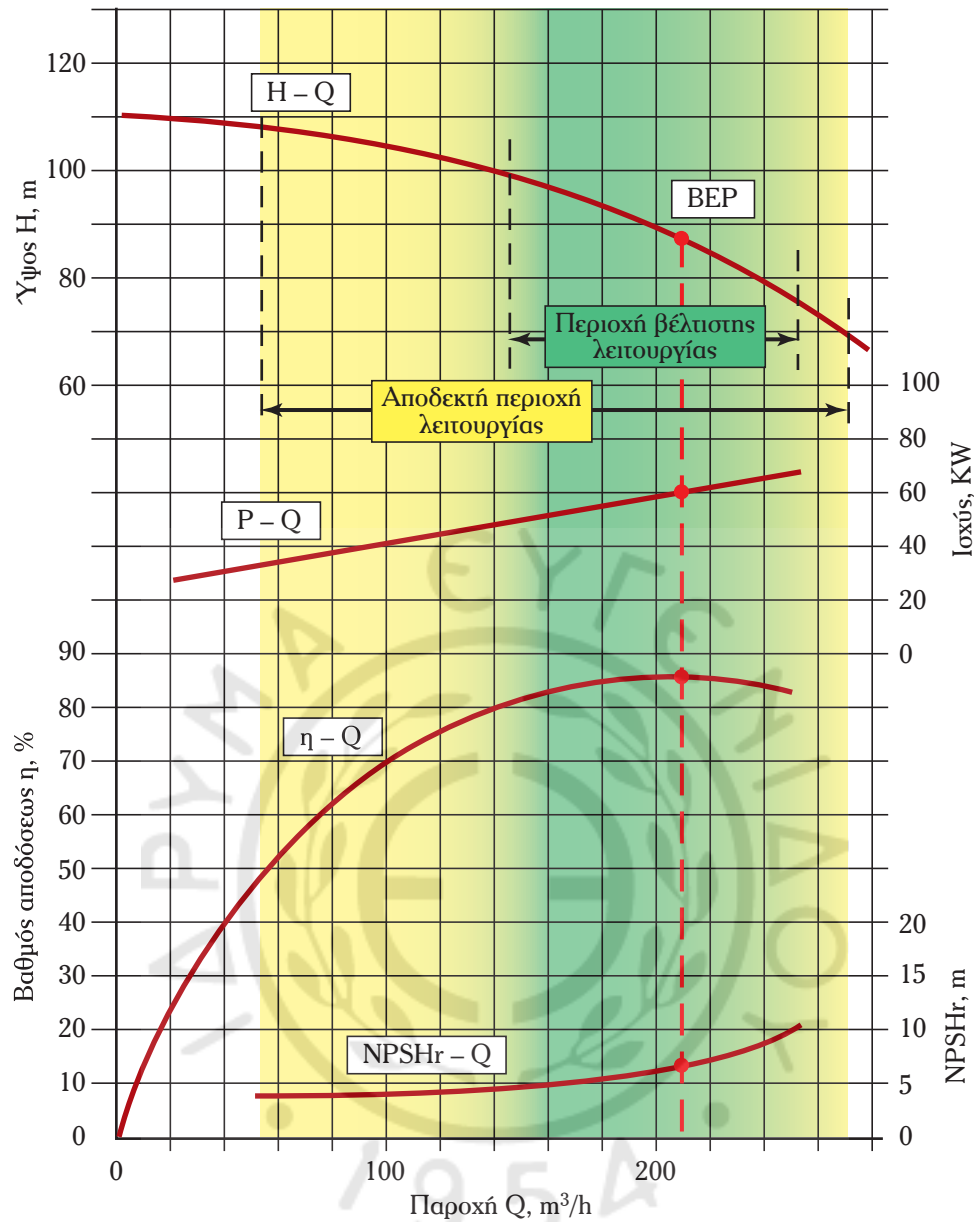
Σημείωση 2: Όπως είπαμε, τα διαγράμματα του κατασκευαστή δίνονται για αντλούμενο υγρό το νερό. Επομένως, όταν αυτό αντικαθίσταται με άλλο υγρό, η ισχύς του διαγράμματος πρέπει να πολλαπλασιαστεί επί τη σχετική πυκνότητα του υγρού:

$$P_a = \gamma \cdot Q \cdot H_o / \eta$$

$$P_{av} = \gamma_v \cdot Q \cdot H_o / \eta \Rightarrow P_{av} = \rho_{ox} \cdot P_a$$

Παράδειγμα 1

Αν η αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες αυτές του σχήματος 13.1στ αντλεί υγρό σχετικής πυκνότητας 0,9 με παροχή $150 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθεί, το αποδιδόμενο ύψος, η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς, ο



Σχ. 13.1στ.
Χαρακτηριστικές καμπύλες αντλίας κατά ISO.

βαθμός αποδόσεως και το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως.

Λύση:

Δεδομένα: $\rho_{\text{ox}} = 0,9$, $Q = 150 \text{ m}^3/\text{h}$, διάγραμμα σχήματος 13.1στ

Ζητούμενα: H_o , P_a , P_o , η , NPSHr

Στο διάγραμμα βρίσκουμε τα σημεία τομής της γνωστής παροχής ($150 \text{ m}^3/\text{h}$) με τις καμπύλες $H - Q$, $P - Q$, $\eta - Q$ και $\text{NPSHr} - Q$. Διαβάζουμε τις τιμές που αντιστοιχούν στις κλίμακες τιμών. Είναι:

$$H = H_o = 99 \text{ m}$$

$$P = 50 \text{ KW}$$

$$\eta = 81,5 \%$$

$$\text{NPSHr} = 5 \text{ m}$$

Επειδή το αντλούμενο ρευστό δεν είναι νερό, η τιμή της ισχύος πρέπει να διορθωθεί:

$$P_{au} = \rho_{ox} \cdot P_a \Rightarrow P_{au} = 45 \text{ KW}$$

Η αποδιδόμενη ισχύς δεν παρουσιάζεται στο διάγραμμα του σχήματος 13.1ζ, αλλά υπολογίζεται:

$$P_{ou} = \rho_{ox} \cdot \gamma_v \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_{ou} = 36,4 \text{ KW}$$

(Επίσης: $P_{ou} = \eta \cdot P_{au} \Rightarrow P_{ou} = 36,6 \text{ KW}$)

13.2 Πλήρεις χαρακτηριστικές καμπύλες.

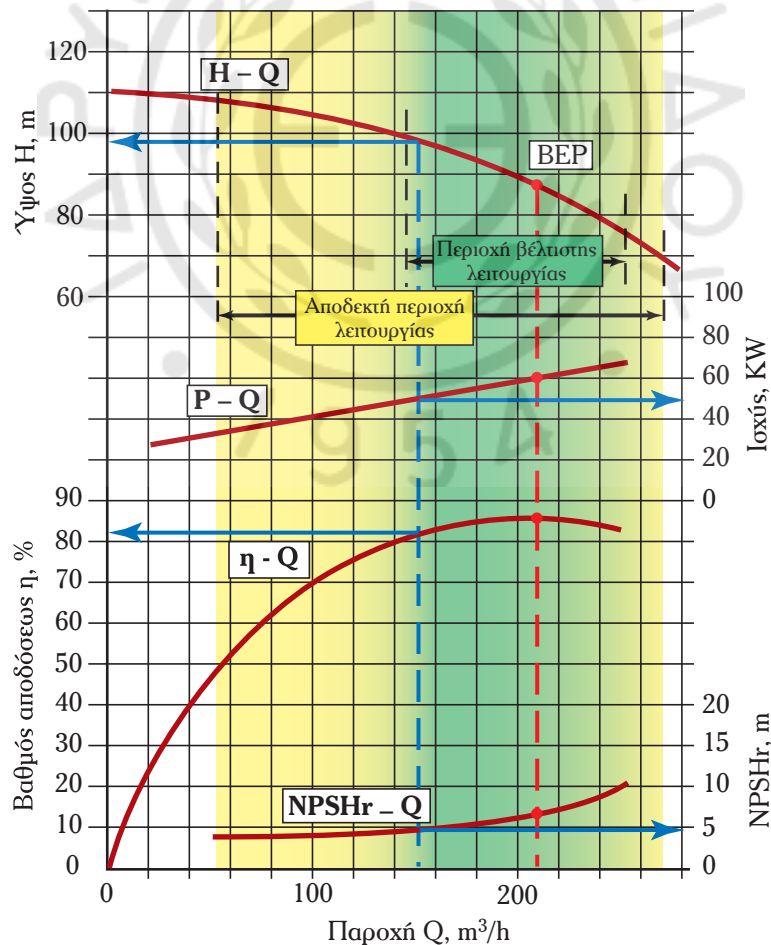
Στην παραπάνω ανάλυση θεωρήσαμε σταθερή την ταχύτητα περιστροφής n και τη διάμετρο της περωτής D (για το NPSHr, την $D_{εισ}$). Όμως συνήθως μία αντλία έχει τη δυνατότητα να λειτουργεί σε διάφορες περιστροφικές ταχύτητες, αφού η περωτή της μπορεί να αντικατασταθεί με άλλη διαφορετικής διαμέτρου. Επομένως, οι συναρτήσεις που προκύπτουν για το ύψος, την ισχύ, το βαθμό αποδόσεως και το NPSHr είναι:

$$H = f_1(Q, n, D)$$

$$P = f_2(Q, n, D)$$

$$\eta = f_3(Q, n, D)$$

$$\text{NPSHr} = f_4(Q, n, D_{εισ})$$



Σχ. 13.1ζ.

Παρατηρούμε ότι η καθεμία απ' αυτές έχει τέσσερις μεταβλητές, επομένως είναι αδύνατη η γραφική τους απεικόνιση. Αν διατηρήσουμε μία από τις δύο νέες μεταβλητές σταθερά, για παράδειγμα $D = \text{σταθερή}$, θα προκύψουν οι συναρτήσεις:

$$H = f_1(Q, n)$$

$$P = f_2(Q, n)$$

$$\eta = f_3(Q, n)$$

$$\text{NPSHr} = f_4(Q, n)$$

Μπορούμε τώρα τις συναρτήσεις (τριών πλέον μεταβλητών) να τις αποτυπώσουμε στο τρισδιάστατο χώρο με άξονες συντεταγμένων την παροχή Q , την περιστροφική ταχύτητα n και για κάθε συνάρτηση το αντίστοιχο μέγεθος. Θα λάβουμε έτσι για κάθε συνάρτηση, αντί για μία χαρακτηριστική καμπύλη, μία χαρακτηριστική επιφάνεια. Έτσι προκύπτουν οι **χαρακτηριστικές επιφάνειες των αντλιών**, οι οποίες όμως δεν έχουν πρακτική αξία (δεν μπορούμε να διαβάσουμε τιμές μεγεθών).

Πολύ πιο πρακτικό είναι στα διαγράμματα δύο διαστάσεων που ήδη παρουσιάσαμε, να προσθέσουμε και άλλες καμπύλες, οι οποίες αντιστοιχούν σε άλλες τιμές περιστροφικής ταχύτητας (ή διαμέτρου αν θεωρήσουμε την περιστροφική ταχύτητα σταθερή). Έτσι προκύπτουν οι **πλήρεις χαρακτηριστικές καμπύλες των αντλιών**, οι οποίες είναι ιδιαίτερα χρήσιμες και πρακτικές. Πρόκειται ουσιαστικά για προβολή του τρισδιάστατου διαγράμματος στο επίπεδο που ορίζεται από τους άξονες της παροχής και του μεγέθους, στο οποίο αναφέρεται η συνάρτηση (H , P , η , NPSHr).

Η σημαντικότερη διαφοροποίηση των πλήρων χαρακτηριστικών καμπυλών, πέρα από τον πολλαπλασιασμό των καμπυλών σε κάθε διάγραμμα, είναι η ενσωμάτωση του διαγράμματος βαθμού αποδόσεως-παροχής ($\eta - Q$), στο διάγραμμα ύψους-παροχής ($H-Q$), με σχεδιασμό καμπυλών σταθερού βαθμού αποδόσεως. Οι καμπύλες αυτές είναι κλειστές και «συγκλίνουν» σε κάποιο σημείο, στο οποίο έχουμε το μέγιστο βαθμό αποδόσεως της αντλίας (BEP). Σε ορισμένα διαγράμματα πλήρων χαρακτηριστικών καμπυλών και οι καμπύλες ισχύος αποτυπώνονται στο διάγραμμα $H-Q$, αν και σ' αυτήν την περίπτωση, ο υπολογισμός της αξονικής ισχύος χάνει σε επίπεδο προσεγγίσεως.

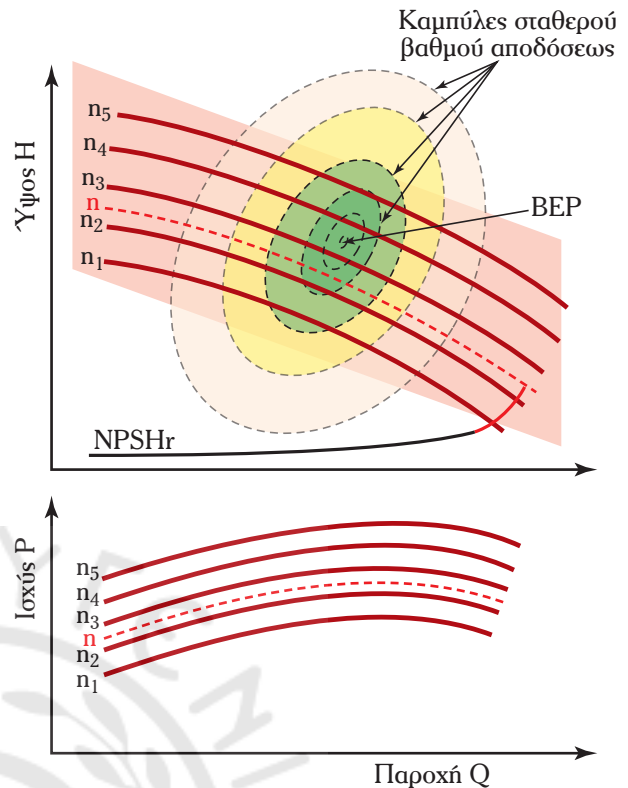
Στο σχήμα 13.2α βλέπουμε (ποιοτικά) ένα διάγραμμα πλήρων χαρακτηριστικών καμπυλών αντλίας με ορισμένη διάμετρο περωτής για διάφορες ταχύτητες περιστροφής. Όπως είναι φυσικό, το αποδιδόμενο ύψος και η καταναλισκόμενη ισχύς, αυξάνουν με την αύξηση της περιστροφικής ταχύτητας:

$$n_1 < n_2 < n_3 < n_4 < n_5$$

Παρατηρούμε τα διαδοχικά επίπεδα αποδόσεων. Όσο απομακρυνόμαστε από το BEP τόσο πιο αντιοικονομική γίνεται η λειτουργία της αντλίας.

Αν η αντλία λειτουργεί σε ενδιάμεση ταχύτητα n , για παράδειγμα $n_2 < n < n_3$, υποθέτουμε κατά προσέγγιση καμπύλες ύψους και ισχύος ανάμεσα στις καμπύλες που αντιστοιχούν στις τιμές n_2 και n_3 .

Σημειώνουμε ότι σε κάθε ταχύτητα περιστροφής, η αντίστοιχη καμπύλη έχει το δικό της σημείο βέλτιστης λειτουργίας.



Σχ. 13.2α.

Πλήρεις χαρακτηριστικές καμπύλες αντλίας σε διάφορες ταχύτητες (D σταθερή).

Στο διάγραμμα του σχήματος 13.2α έχει τοποθετηθεί μόνο μία (απλώς ενδεικτική) καμπύλη NPSHr.

Για το πέρασμα από τις απλές στις πλήρεις χαρακτηριστικές καμπύλες, η συμβολή της Θεωρίας της Ομοιότητας είναι εξαιρετικά σημαντική. Όταν αλλάζουμε ταχύτητα περιστροφής ή κλίμακα μηκών, λαμβάνουμε μια αντλία όμοια με την προηγούμενη. Σύμφωνα με όσα είπαμε για την ομοιότητα των αντλιών (παράγρ. 12.3.2), έχουμε:

$$\frac{Q_1}{n_1 \cdot D_1^3} = \frac{Q_2}{n_2 \cdot D_2^3} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right) \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 \quad (13.9\alpha)$$

$$\frac{H_1}{n_1^2 \cdot D_1^2} = \frac{H_2}{n_2^2 \cdot D_2^2} \Rightarrow \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \quad (13.9\beta)$$

$$\frac{P_1}{n_1^3 \cdot D_1^5} = \frac{P_2}{n_2^3 \cdot D_2^5} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5 \quad (13.9\gamma)$$

όπου: $D_1/D_2 = \lambda$, η κλίμακα της γεωμετρικής ομοιότητας.

Στην περίπτωση κατά την οποία η διάμετρος μένει σταθερή ($\lambda=1$) και μεταβάλλεται η ταχύτητα περιστροφής, οι σχέσεις ομοιότητας γίνονται:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (13.10\alpha)$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \quad (13.10\beta)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3 \quad (13.10\gamma)$$

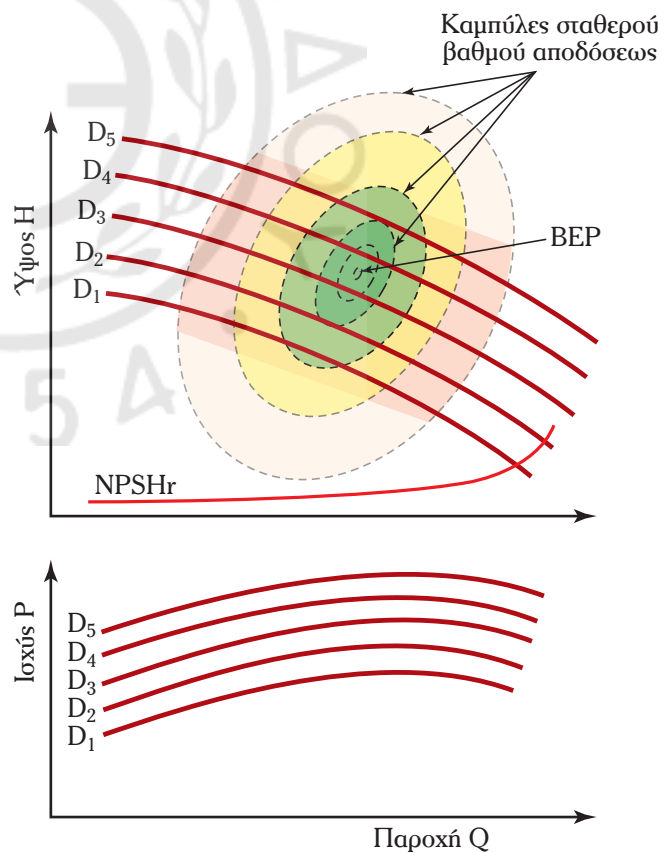
Αντίστοιχα, στην περίπτωση που αλλάξουμε κλίμακα μηκών, για ορισμένη ταχύτητα περιστροφής προκύπτουν:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 \quad (13.11\alpha)$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \quad (13.11\beta)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5 \quad (13.11\gamma)$$

Σημείωση: Οι εξισώσεις (13.11) ισχύουν όταν αλλάξουν αναλογικά όλες οι διαστάσεις της αντλίας (γεωμετρική ομοιότητα) και όχι μόνο η διάμετρος. Δεν ισχύουν επομένως παρά μόνο κατά προσέγγιση στην περίπτωση κατά την οποία αλλάζουμε μόνο πτερωτή, προσαρμόζοντας τη νέα διάμετρο στο ίδιο μάτι και αφήνοντας αναλ-



Σχ. 13.2β.

Πλήρεις χαρακτηριστικές καμπύλες αντλίας με διάφορους διαμέτρους πτερωτής (η σταθερή).

λοίωτα τα υπόλοιπα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αντλίας. Η εξαιρετική αυτή δυνατότητα που παρέχουν οι κατασκευαστές στις αντλίες (back pullout pumps) διαμορφώνει σημαντικό πλεονέκτημα (και είναι κρίμα που ορισμένοι χρήστες αντλιών το αξιοποιούν μόνο για λόγους συντηρήσεως της αντλίας). Σ' αυτήν όμως την περίπτωση, ο κατασκευαστής θα δώσει **τις πλήρεις χαρακτηριστικές καμπύλες για σταθερή ταχύτητα περιστροφής και διάφορες διαμέτρους πτερωτής**. Ένα τέτοιο (ποιοτικό) διάγραμμα βλέπουμε στο σχήμα 13.2β.

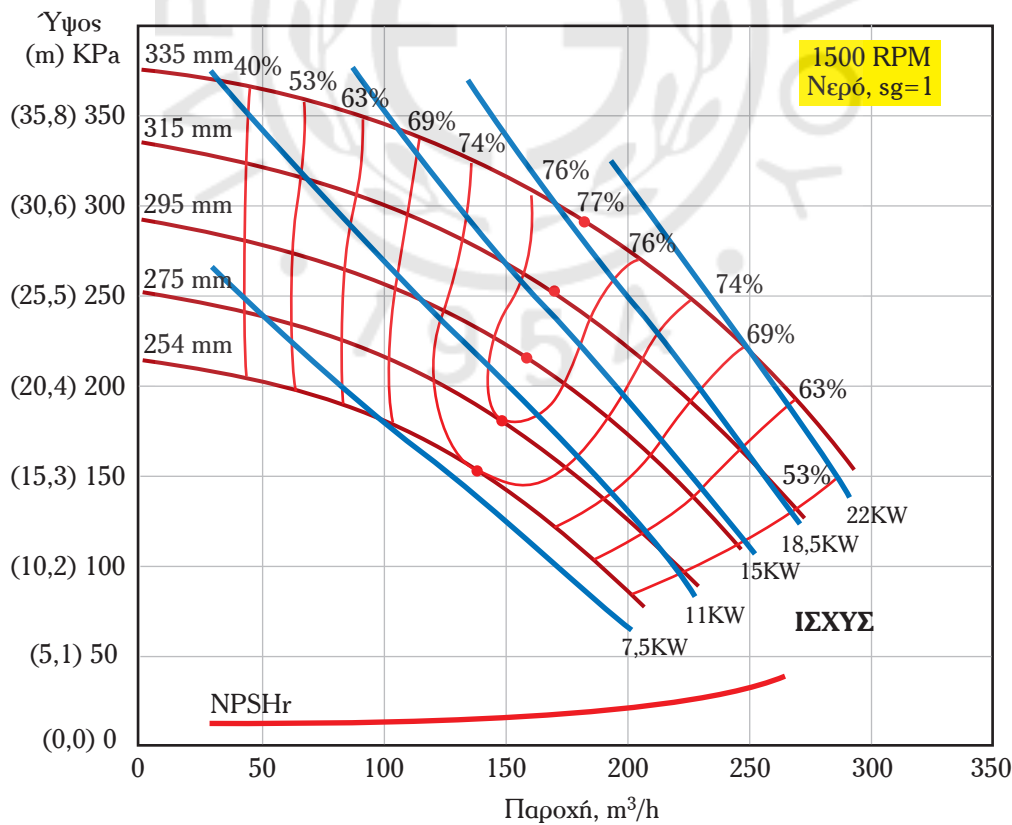
Όσον αφορά, στην καμπύλη NPSHr αυτού του διαγράμματος, σημειώνουμε ότι είναι ίδια για όλες τις διαμέτρους, εφόσον η διατομή εισόδου στην πτερωτή δεν μεταβάλλεται.

Αν πρέπει να υπολογίσουμε τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της αντλίας όταν εργάζεται με διαφορετική ταχύτητα περιστροφής, υπολογίζουμε από το διάγραμμα τα αντίστοιχα μεγέθη για την ταχύτητα περιστροφής, στην οποία αναφέρεται το διάγραμμα. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις (13.10) για να ανάγουμε τα μεγέθη στην ταχύτητα περιστροφής που λειτουργεί η αντλία.

Τα διαγράμματα χαρακτηριστικών καμπυλών που δίνουν οι κατασκευαστές είναι στη λογική που περιγράψαμε παραπάνω.

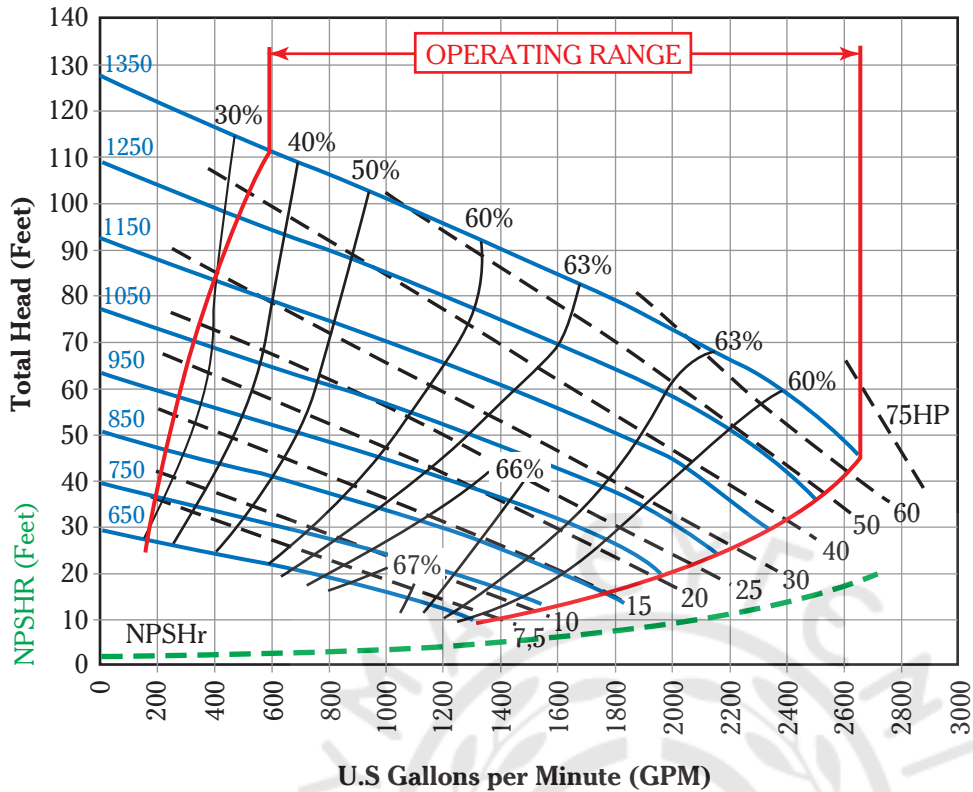
Οι οργανισμοί τυποποίησης έχουν εκδώσει συγκεκριμένες προδιαγραφές τόσο για τις δοκιμές, όσο και για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων σε διαγράμματα. Πιο πρόσφατο είναι το πρότυπο ISO 9906 (1999): Rotodynamic pumps — Hydraulic performance acceptance tests. Παρόλα αυτά συνεχίζουν να υπάρχουν διαφορές, ανάλογα με τον τύπο της αντλίας, τον κατασκευαστή και τις χρησιμοποιούμενες μονάδες (στις ΗΠΑ συναντάμε και τα πρότυπα ANSI/HI 1.6 και 2.6).

Στα σχήματα 13.2γ, 13.2δ και 13.2ε δίνονται διαγράμματα κατασκευαστών για τρεις διαφορετικές δυναμικές αντλίες. Το σχήμα 13.2γ αναφέρεται σε φυγόκεντρη αντλία με περιστροφική ταχύτητα 1500 rpm και με δυνατότητα αλλαγής διαμέτρου πτερωτής. Παρατηρούμε ότι στο διάγραμμα ύψους – παροχής έχουν ενσωματωθεί, εκτός από τις καμπύλες του βαθμού αποδόσεως, και οι καμπύλες ισχύος και NPSHr.



Σχ. 13.2γ.

Χαρακτηριστικές καμπύλες φυγόκεντρης αντλίας (Armstrong).



Suction: 8"
 Discharge: 8"
 Impeller Diameter: 14.75"
 Max. Solid Sphere: 3.00"
 Certified tests are performed using
 Hydraulic Institute acceptance level

REPRIMING LIFTS	
RPM	FEET
650	9
750	12
850	15
950	17
1050	20
1150	21
1250	22
1350	23

Determine NPSHR prior to using repriming table. Do not use available suction lifts.

Σχ. 13.26.

Χαρακτηριστικές καμπύλες αντλίας σταθερής διαμέτρου (Veir).

Το διάγραμμα του σχήματος 13.26, αναφέρεται σε φυγόκεντρη αντλία σταθερής διαμέτρου περωτής, η οποία λειτουργεί σε διάφορες ταχύτητες περιστροφής (μονάδες US, μορφή κατά Hydraulic Institute). Οι καμπύλες του σχήματος 13.2ε αναφέρονται σε αντλία μεικτής ροής, περιστροφικής ταχύτητας 1480 rpm και ακολουθούν τις προδιαγραφές του ISO 9906.

Σημείωση: Οι χαρακτηριστικές καμπύλες της αντλίας που δίνει ο κατασκευαστής αφορούν στην ομαλή λειτουργία της αντλίας. Αν αυτή διαταραχθεί, διαφοροποιούνται και οι χαρακτηριστικές. Έτσι, αν για παράδειγμα αυξηθεί η περιεκτικότητα του αντλούμενου υγρού σε αέριο (παράγρ. 12.5.4) η χαρακτηριστική H-Q κατεβαίνει χαμηλότερα (μικρότερο αποδιδόμενο ύψος για την ίδια παροχή) με ανάλογες επιπτώσεις και στις άλλες καμπύλες. Όπως θα δούμε παρακάτω, στην περιοχή σπλαιώσεως, η καμπύλη H-Q κατέρχεται απότομα.

Παράδειγμα 2

Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.2γ και διάμετρο περωτής 315 mm δίνει παροχή νερού 180 m³/h. Να υπολογισθούν το αποδιδόμενο ύψος, η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας αν η αντλία λειτουργεί (α) στις 1500 rpm (β) στις 1300 rpm.

Λύση:

Δεδομένα: $Q = 180 \text{ m}^3/\text{h}$, $\gamma = 9,81 \text{ KN/m}^3$, $D = 315 \text{ mm}$, καμπύλες σχήματος 13.2γ.

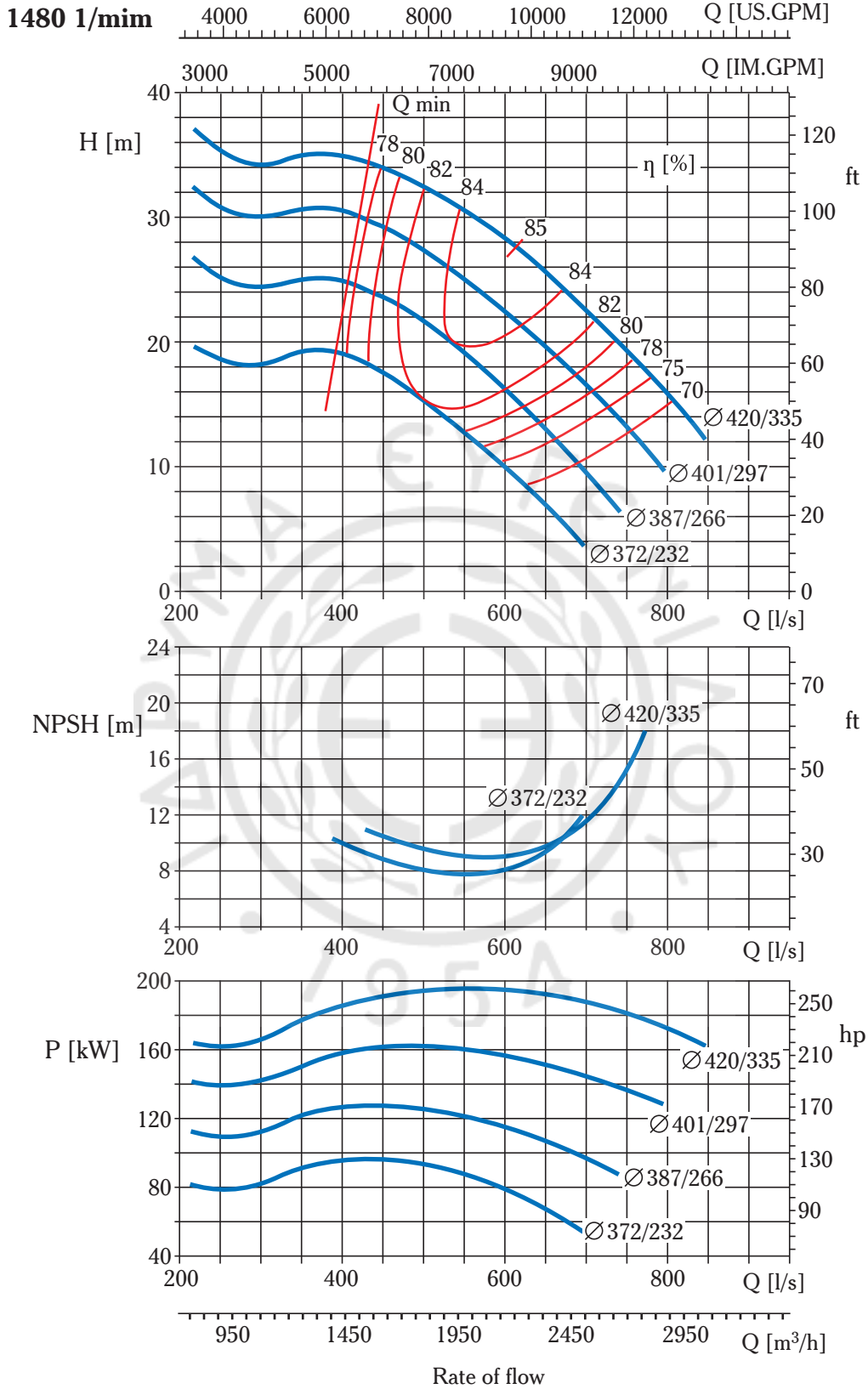
Ζητούμενα: H_o , P_o , P_a , η για (α) $n = 1500 \text{ rpm}$ (β) $n = 1500$

α) Από το διάγραμμα ($n = 1500 \text{ rpm}$) λαμβάνομε:

$$H \cdot \gamma = 233 \text{ KPa} \Rightarrow H_o = 23,75 \text{ m}$$

$$P_a \approx 16 \text{ KW}$$

$$\eta \approx 75,2 \%$$



Σχ. 13.2ε.

Χαρακτηριστικές καμπύλες ανίλιás μεικτής ροής (KSB).

$$\text{NPSHr} \cdot \gamma \approx 20 \text{ KPa} \Rightarrow \text{NPSHr} \approx 2,05 \text{ m}$$

$$\text{Είται: } P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o = 11,7 \text{ KW}$$

$$(\text{Επίσης: } P_o = \eta \cdot P_a \Rightarrow P_o = 12 \text{ KW}).$$

(Επειδή οι τιμές της παροχής και του ύψους έχουν μεγαλύτερη ακρίβεια, τις προτιμάμε για πιο ακριβή υπολογισμό της αποδιδόμενης ισχύος.)

β) Για τον υπολογισμό των αντιστοίχων μεγεθών σε $n = 1300 \text{ rpm}$ χρησιμοποιούμε τις εξισώσεις της ομοιότητας (13.10). Ξεκινάμε από την παροχή, την οποία γνωρίζουμε:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$(Q_1 = 180 \text{ m}^3/\text{h}, n_1 = 1300 \text{ rpm}, n_2 = 1500 \text{ rpm}) \Rightarrow Q_2 = 207,7 \text{ m}^3/\text{h}$$

Δηλαδή, σε συνθήκες ομοιότητας η αντλία θα έδινε παροχή $207,7 \text{ m}^3/\text{h}$ στις 1500 rpm . Τότε σύμφωνα με το διάγραμμα του σχήματος 13.2στ θα είχαμε:

$$H_2 \cdot \gamma = 215 \text{ KPa} \Rightarrow H_2 = 21,92 \text{ m}$$

$$P_{a2} \approx 16,7 \text{ KW}$$

$$n_2 \approx 73,8 \%$$

$$\text{NPSHr} \cdot \gamma \approx 22 \text{ KPa} \Rightarrow \text{NPSHr}_2 \approx 2,25 \text{ m}$$

$$\text{Είται: } P_{o2} = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_{o2} = 12,4 \text{ KW} \quad (\text{Επίσης: } P_o = \eta \cdot P_a \Rightarrow P_o = 12,3 \text{ KW}).$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \Rightarrow H_{o1} = 16,47 \text{ m}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^3 \Rightarrow P_{a1} \approx 10,9 \text{ KW}$$

$$\frac{\text{NPSHr}_1}{\text{NPSHr}_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \Rightarrow \text{NPSHr}_1 \approx 1,7 \text{ m}$$

$$P_{o1} = \gamma \cdot Q \cdot H_{o1} \Rightarrow P_{o1} = 8,1 \text{ KW}$$

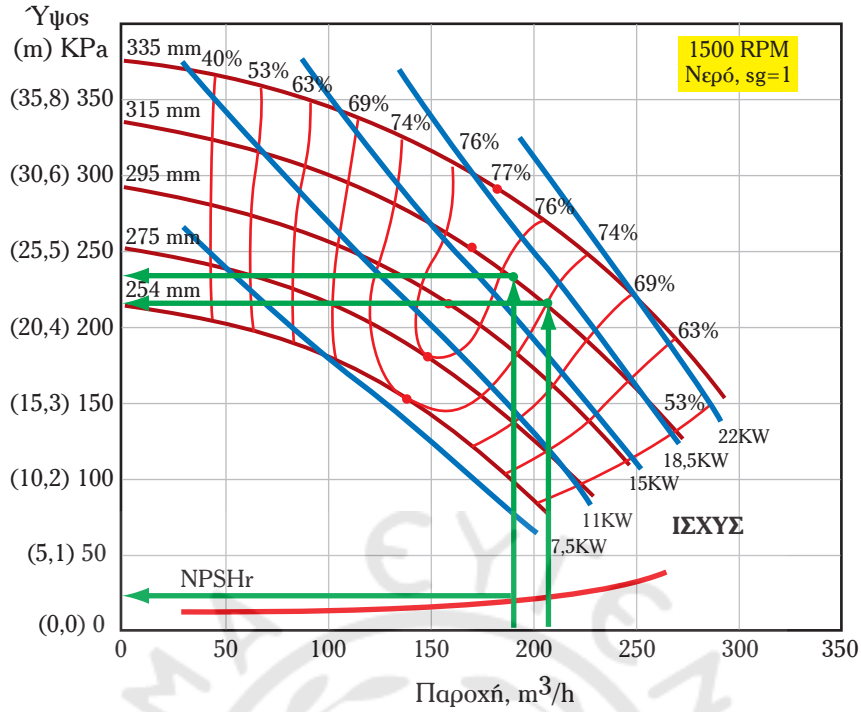
$$\text{και: } \eta = P_o/P_a \Rightarrow \eta \approx 74,3\%$$

– Διαγράμματα εκλογής αντλίας.

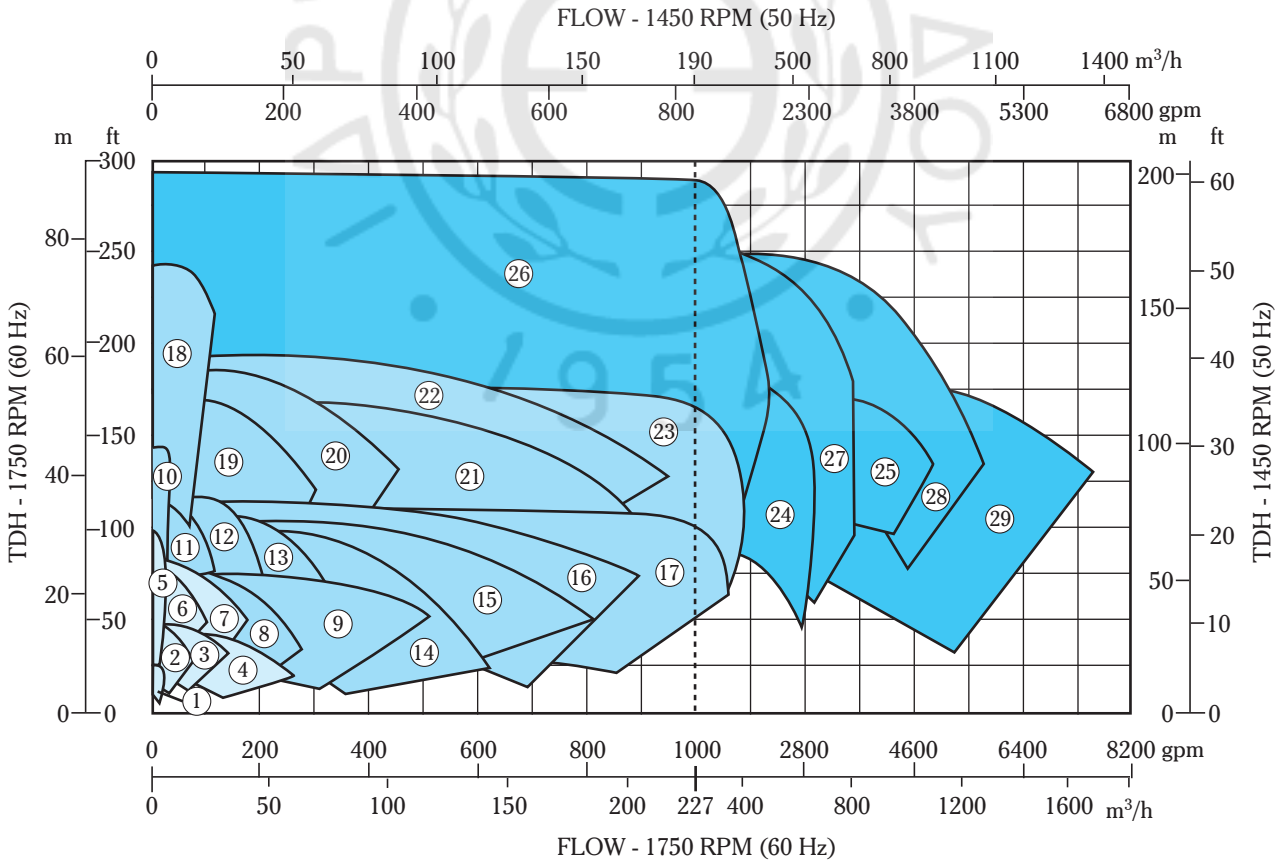
Όπως είδαμε, κάθε δυναμική αντλία έχει μια περιοχική βέλτιστη, και μια ευρύτερη αποδεκτής λειτουργίας. Οι περιοχές αυτές σημειώνονται στα διαγράμματα των σχημάτων 13.2α και 13.2β, αλλά και στο διάγραμμα της αντλίας του σχήματος 13.2δ. Οι κατασκευαστές αντλιών, φροντίζουν να καλύπτουν με τα προϊόντα τους ένα όσο το δυνατόν μεγαλύτερο φάσμα αναγκών σε αποδιδόμενα ύψη και παροχές. Προκειμένου να διευκολύνουν τους πελάτες στην επιλογή της κατάλληλης για τις ανάγκες τους αντλίας, δίνουν διαγράμματα ύψους-παροχής που καλύπτει ένας τύπος αντλιών, με πολύ μεγάλο εύρος τιμών. Ένα τέτοιο διάγραμμα δεν μπορεί φυσικά να χρησιμοποιηθεί για υπολογισμούς. Η χρήση του εξαντλείται στην επιλογή της κατάλληλης αντλίας. Αυτή θα συνοδεύεται από τις χαρακτηριστικές της καμπύλες. Ένα διάγραμμα επιλογής αντλιών παρουσιάζει στο σχήμα 13.2ζ.

13.3 Χαρακτηριστικές καμπύλες αντλιών θετικής εκτοπίσεως.

Όπως είδαμε στην παράγραφο 10.4.1, μια παλινδρομική αντλία που λειτουργεί σε σταθερή ταχύτητα,



Σχ. 13.2στ.



Σχ. 13.2ζ.

Διάγραμμα επιλογής ανίλις (Flowserve).

δίνει παροχή Q που μπορεί να υπολογισθεί από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του συστήματος κυλίνδρου-εμβόλου και από την ταχύτητα περιστροφής του στροφαλοφόρου:

$$Q = \eta_v \cdot \frac{\pi \cdot (2D^2 - d^2)}{4} \cdot L \cdot n$$

Αν οι εσωτερικές διαρροές είναι αμελητέες, η παροχή είναι σταθερή. Άρα η παροχή εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αντλίας και την ταχύτητα περιστροφής του στροφαλοφόρου και όχι από το ύψος που αντιμετωπίζει η αντλία. Αυτό ισχύει με ικανοποιητική ακρίβεια για σχετικά μικρά ύψη. Όταν όμως το ύψος που αποδίδει η αντλία αυξηθεί σημαντικά, οι εσωτερικές διαρροές είναι αναπόφευκτες, ο ογκομετρικός βαθμός αποδόσεως η_v μειώνεται, επομένως μειώνεται και η παροχή.

Αντίστοιχη είναι η συμπεριφορά και των περιστροφικών αντλιών θετικής εκτόπισεως (με ελαφρά μεγαλύτερη κάμψη της καμπύλης $H-Q$). Μπορούμε κατά συνέπεια να απεικονίσουμε ποιοτικά τη σχέση ύψους-παροχής σε όλες τις αντλίες θετικής εκτόπισεως με το διάγραμμα του σχήματος 13.3α.

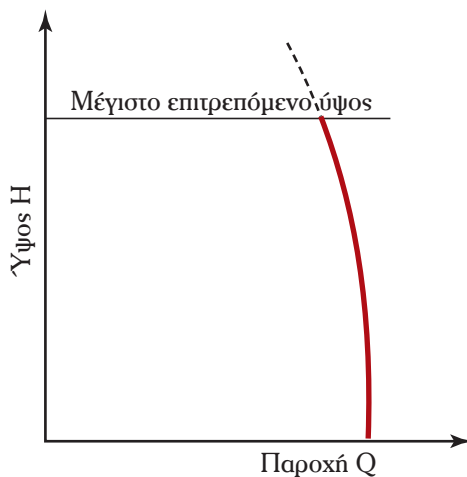
Στις περιστροφικές αντλίες θετικής εκτόπισεως οι οποίες χρησιμοποιούνται για άντληση υγρών με διάφορα ιξώδη (και για παχύρρευστα υγρά), υπάρχουν και άλλα διαγράμματα χρήσιμα τόσο για την επιλογή της κατάλληλης αντλίας, όσο και για τη λειτουργία της. Δύο τέτοια διαγράμματα (περιστροφικής ταχύτητας-παροχής και ισχύος-πίεσεως αντίστοιχα) για υγρό ιξώδους 50000 cst που αντλείται με χρήση γραναζωτής αντλίας, βλέπουμε στο σχήμα 13.3β.

13.4 Σημείο Λειτουργίας συστήματος αντλήσεως.

Οι χαρακτηριστικές καμπύλες των αντλιών (και ιδιαίτερα η καμπύλη $H-Q$) δείχνουν τις δυνατότητές τους. Ανάλογα με τις συνθήκες, μια συγκεκριμένη αντλία θα λειτουργήσει σε ένα σημείο που θα βρίσκεται πάνω στις καμπύλες που τη χαρακτηρίζουν. Εφόσον η αντλία λειτουργεί με ορισμένη διάμετρο περωτής και με συγκεκριμένη ταχύτητα περιστροφής, το σημείο στο οποίο θα λειτουργήσει η αντλία, εξαρτάται από το σύστημα στο οποίο είναι τοποθετημένη.

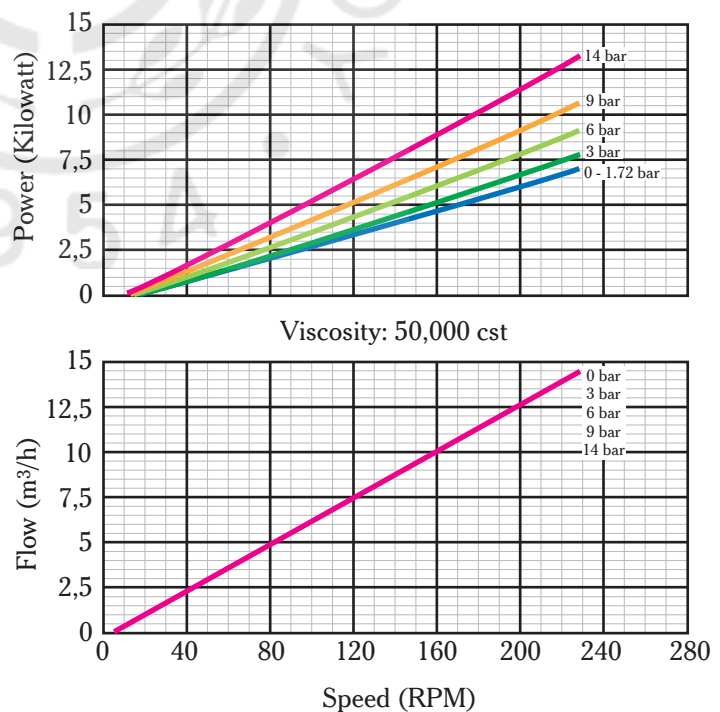
13.4.1 Χαρακτηριστική καμπύλη συστήματος.

Η αντλία βρίσκεται πάντοτε τοποθετημένη σε ένα σύστημα αντλήσεως, στο οποίο



Σχ. 13.3α.

Καμπύλη $H-Q$ αντλίας θεικής εκτόπισεως.



Σχ. 13.3β.

Διαγράμματα γραναζωτής αντλίας.

παρέχει την αναγκαία ενέργεια για την άντληση του υγρού. Έχει κατά συνέπεια να αντιμετωπίσει τις υδραυλικές απώλειες στο σωλήνα αναρροφήσεως και στο σωλήνα καταθλίψεως, την αύξηση της δυναμικής, κινητικής ενέργειας και της ενέργειας πίεσεως του υγρού (για συντομία, τις ενεργειακές απαιτήσεις του συστήματος αντλήσεως). Το ολικό ενεργειακό ύψος που απαιτεί το σύστημα και αποδίδει η αντλία, όπως είδαμε (παράγρ. 11.1.2), υπολογίζεται από την εξίσωση ενέργειας (11.2) (γνωστή και ως εξίσωση Bernoulli για αντλίες):

$$H_o = H_{\Sigma} + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \quad (11.2)$$

Γνωρίζουμε το σύστημα αντλήσεως, όταν είναι γνωστά:

α) Τα μεγέθη των σωλήνων αναρροφήσεως και καταθλίψεως (μήκη L , διάμετροι d , τραχύτητες ϵ , συντελεστές τοπικών απωλειών K).

β) Το στατικό ύψος $H_{\Sigma} = y_2 - y_1$.

γ) Οι πιέσεις στη δεξαμενή αναρροφήσεως p_1 και στο χώρο καταθλίψεως p_2 .

Όταν τα παραπάνω στοιχεία είναι δεδομένα, όπως δείξαμε στην παράγραφο 11.1.2, η εξίσωση ενέργειας μπορεί να λάβει τη μορφή:

$$H = \alpha + \beta \cdot Q^2 \quad (13.12)$$

όπου:

$$\alpha = H_{\Sigma} + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} \quad (13.12a)$$

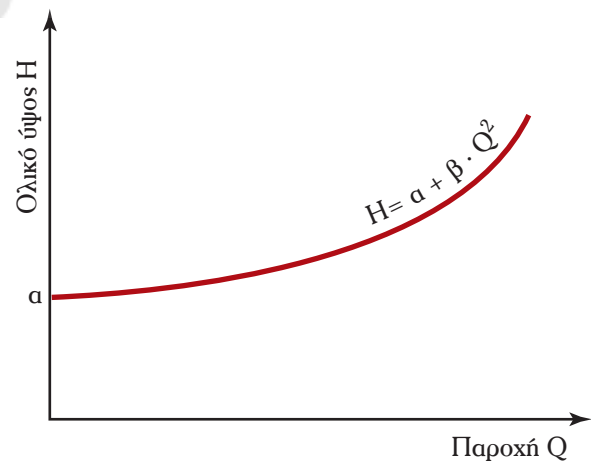
$$\beta = \frac{8}{\pi^2 g} \left[\left(f_a \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{1}{d_a^4} + \left(f_k \frac{L_k}{d_k} + \Sigma K_k \right) \cdot \frac{1}{d_k^4} + \frac{1}{d_2^4} \right] \quad (13.12b)$$

(Αν υπάρχει δεξαμενή καταθλίψεως, $d_2 \rightarrow \infty \Rightarrow 1/d_2^4 = 0$)

Οι συντελεστές α και β είναι σταθεροί, εξαρτώμενοι από τα δεδομένα του συστήματος αντλήσεως. Ακριβέστερα, ο β μεταβάλλεται ελαφρά στις μικρές παροχές, λόγω μεταβολής των συντελεστών τριβής f_a και f_k , σταθεροποιείται όμως για σχετικά μεγάλες παροχές. Αυτές οι μικρές μεταβολές δεν έχουν καμιά πρακτική αξία. Μπορούμε να υπολογίσουμε τους συντελεστές τριβής f_a και f_k για πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή.

Η εξίσωση (13.12) αποτελεί συνάρτηση δεύτερου βαθμού της παροχής ως προς το ύψος. Σε σύστημα ορθογωνίων συντεταγμένων, με άξονα τετμημένων, την παροχή και τεταγμένων το αποδιδόμενο ύψος, παρίσταται με την καμπύλη του σχήματος 13.4α. Η καμπύλη αυτή (η οποία εξαρτάται αποκλειστικά από το σύστημα αντλήσεως και δεν έχει καμμία σχέση με την αντλία) καλείται **χαρακτηριστική καμπύλη συστήματος** (ή σωληνογραμμής).

Εξετάζοντας την εξίσωση (13.12) διαπιστώνουμε ότι η χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος έχει **ελάχιστη τιμή α** ίση με το άθροισμα του στατικού ύψους και του ύψους πίεσεως της σωληνογραμμής. Διαπιστώνουμε επίσης ότι αν μεταβληθεί αυτό το άθροισμα, τότε απλά όλη η καμπύλη απλά θα μετακινηθεί (προς τα πάνω αν αυξηθεί το α ή προς τα κάτω αν το α μειωθεί). Η **κλίση της χαρακτηριστικής καμπύλης της σωληνογραμμής**, εξαρτάται από την τιμή του συντελεστή β . Όσο πιο μεγάλος είναι, τόσο πιο απότομα ανεβαίνει η καμπύλη, άρα και οι ενεργειακές απαιτή-

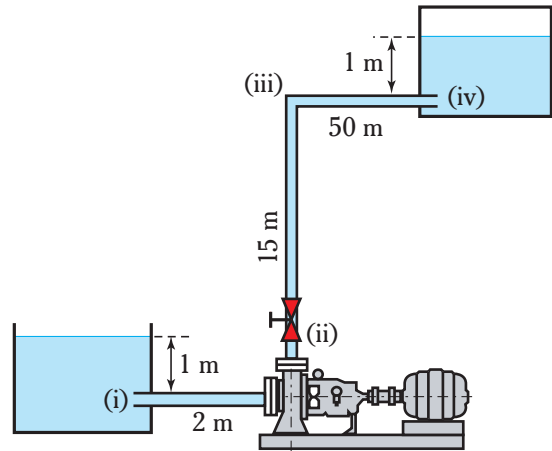


Σχ. 13.4α.

Χαρακτηριστική καμπύλη συστήματος αντλήσεως.

σεις του συστήματος από την αντλία. Η τιμή του β εξαρτάται κυρίως από τη διάμετρο καταθλίψεως, αλλά και από το μήκος του σωλήνα καταθλίψεως καθώς και τους συντελεστές τοπικών απωλειών σ' αυτόν. Συνήθως, η συνεισφορά του σωλήνα αναρροφήσεως στην τιμή του β δεν είναι μεγάλη, επειδή φροντίζουμε η αναρρόφηση να έχει όσο το δυνατόν μικρότερες ενεργειακές απαιτήσεις, έτσι ώστε να αποφύγουμε τη σπηλαιώση. Σε ένα δεδομένο σύστημα αντλήσεως, μπορούμε να αυξήσουμε την τιμή του συντελεστή β (άρα και την κλίση της καμπύλης) κλείνοντας μερικά μια βαλβίδα στην κατάθλιψη (δηλ. αυξάνοντας το ΣK_k).

Ο συντελεστής α καλείται στατικός και ο β δυναμικός συντελεστής.



Σχ. 13.4β.

Παράδειγμα 3

Στο σύστημα αντλήσεως του σχήματος (σχ. 13.4β) οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο με διαμέτρους $d_a = 12$ cm και $d_k = 10$ cm. Υπάρχουν οι ακόλουθες τοπικές απώλειες: (i): επιστόμιο με οξεία γωνία (ii): σφαιρική βαλβίδα (iii): καμπύλη γωνία 90° (iv): έξοδος σε δεξαμενή. Στην ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής καταθλίψεως επικρατεί πίεση 1,5 bar. Να σχεδιασθεί η χαρακτηριστική καμπύλη της σωληνογραμμής αν (α) η βαλβίδα είναι πλήρως ανοικτή, (β) η βαλβίδα είναι μερικώς ανοικτή με $h/d = 0,3$.

Λύση:

Διερεύνηση: Για να σχεδιάσουμε τη χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος, πρέπει να υπολογίσουμε ζεύγη τιμών (H, Q) . Τα απαιτούμενα ζεύγη (H, Q) είναι τουλάχιστον τρία, αλλά όσα περισσότερα υπολογίσουμε τόσο, με πιο μεγάλη ακρίβεια σχεδιάζεται η καμπύλη.

Η τυπική αναλυτική διαδικασία είναι η ακόλουθη:

- Δίνουμε τιμές στην παροχή Q .
- Υπολογίζουμε ακριβείς τιμές των συντελεστών τριβής f_a και f_b
- Υπολογίζουμε τους συντελεστές α και β αξιοποιώντας τις εξισώσεις (13.12α) και (13.12β) (ή εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli και την εξίσωση απωλειών Darcy-Weisbach)
- Υπολογίζουμε τις αντίστοιχες τιμές του ολικού ύψους H .

Υπάρχει όμως και η μέθοδος προσεγγιστικού υπολογισμού των f_a και f_b (με την υπόθεση της πλήρως αναπτυγμένης τυρβώδους ροής) και υπολογισμού των συντελεστών α και β . Στη συνέχεια, θέτοντας τιμές στην παροχή, λαμβάνουμε αντίστοιχες τιμές του ολικού ύψους. Τη μέθοδο αυτή ακολουθούμε στη συνέχεια.

Δεδομένα: $d_a = 12$ cm, $L_a = 2$ m, $d_k = 10$ cm, $L_k = 65$ m, $\epsilon_a = \epsilon_k = 0,00026$ m

$p_1 = 101,3$ KPa, $p_2 = 150$ KPa, $H_\Sigma = (-1 + 15 + 1)$ m = 15 m (σχ. 13.4β)

- Οι συντελεστές τοπικών απωλειών υπολογίζονται από τα δεδομένα του Πέμπτου Κεφαλαίου (παράγρ. 5.5):

$K_i = 0,8$, $K_{iii} = 0,5$, $K_{iv} = 1,0$ και $K_{ii(\alpha)} = 6$, $K_{ii(\beta)} = 13$ (σχ. 5.5iv).

α) $\Sigma K_a = 0,8$, $\Sigma K_k = 7,5$

$$H_o = H_\Sigma + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + (h_a + h_k) \Rightarrow H = \alpha + \beta \cdot Q^2 \quad (1)$$

$$\alpha = H_\Sigma + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} \Rightarrow \alpha = 19,96 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{8}{\pi^2 g} \left[\left(f_a \frac{L_a}{d_a} + \Sigma K_a \right) \cdot \frac{1}{d_a^4} + \left(f_k \frac{L_k}{d_k} + \Sigma K_k \right) \cdot \frac{1}{d_k^4} \right] \quad (2)$$

$$(\epsilon_a/d_a = 0,00217, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_a = 0,0239$$

$$(\epsilon_k/d_k = 0,00217, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_k = 0,0252$$

$$(2) \Rightarrow \beta = 20.180 \text{ (s}^2/\text{m}^5)$$

$$(1) \Rightarrow H = 19,96 + 20.180 \cdot Q^2 \text{ (SI)} \quad (3)$$

Για κάθε τιμή του Q , η σχέση (1) μας δίνει αντίστοιχες τιμές του H .

Π.χ: Αν $Q = 100 \text{ m}^3/\text{h} = 100/3600 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow H = 35,53 \text{ m}$

Διαμορφώνουμε πίνακα ζευγών και στη συνέχεια περνάμε τα ζεύγη σε διάγραμμα $H-Q$ (πίνακας). Προκύπτει η χαρακτηριστική καμπύλη α του συστήματος του σχήματος 13.4γ.

β) $\Sigma K_a = 0,8$, $\Sigma K_k = 14,5$

Το μόνο που αλλάζει σε σχέση με την πρώτη περίπτωση είναι η τιμή του συντελεστή β , ο οποίος αυξάνεται λόγω τοπικών απωλειών:

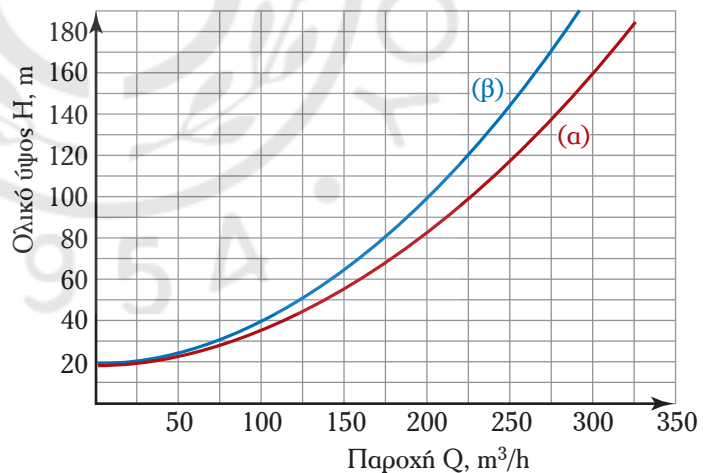
$$(2) \Rightarrow \beta = 25.960 \text{ (s}^2/\text{m}^5)$$

$$(1) \Rightarrow H = 19,96 + 25.960 \cdot Q^2 \text{ (SI)} \quad (4)$$

Διαμορφώνουμε νέο πίνακα ζευγών (Q, H) και περνώντας τα στο διάγραμμα $H-Q$ προκύπτει η χαρακτηριστική καμπύλη του τροποποιημένου συστήματος [καμπύλη (β) του διαγράμματος του σχ. 13.4γ)], η οποία έχει μεγαλύτερη κλίση από την καμπύλη (α).

Πίνακας Q - H

Q (m ³ /h)	(α) H (m)	(β) H (m)
0	19,96	19,96
50	23,86	24,97
100	35,53	40,00
150	55,00	65,04
200	82,24	100,10
250	117,28	145,17
300	160,09	200,26



Σχ. 13.4γ.

Χαρακτηριστικές καμπύλες συστήματος αντλήσεως.

Σημείωση: Υπενθυμίζουμε ότι στους τύπους τα μεγέθη τίθενται σε μονάδες του διεθνούς συστήματος, ανεξάρτητα από τις μονάδες που χρησιμοποιούμε στο διάγραμμα και στον πίνακα.

13.4.2 Σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως.

Η **χαρακτηριστική καμπύλη της αντλίας $H - Q$** , την οποία παρέχει ο κατασκευαστής, δείχνει το ύψος ενέργειας που μπορεί να αποδώσει η αντλία στις διάφορες παροχές. Δεν έχει καμιά εξάρτηση

από το σύστημα αντλήσεως. Συχνά, το ύψος H αυτής της καμπύλης καλείται **αποδιδόμενο ύψος της αντλίας**.

Η **χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος $H - Q$** , την οποία κατασκευάζει ο χρήστης του συστήματος αντλήσεως, δείχνει το ύψος ενέργειας το οποίο χρειάζεται το σύστημα από την αντλία. Δεν έχει καμμία εξάρτηση από την αντλία. Καλείται **ολικό ύψος του συστήματος αντλήσεως**.

Το ύψος ενέργειας που αποδίδει η αντλία στο σύστημα στο οποίο είναι τοποθετημένη, καλύπτει τις ενεργειακές ανάγκες του συστήματος. Επομένως, το αποδιδόμενο ύψος της αντλίας πρέπει να ισούται με το ολικό ύψος του συστήματος. Με άλλα λόγια, οι δύο σχέσεις $H-Q$ πρέπει να έχουν κοινή λύση:

$$H_o = f_1(Q)$$

$$H_o = a + \beta \cdot Q^2$$

Και αφού και οι δύο παραπάνω συναρτήσεις αποτυπώνονται σε καμπύλες, κοινή λύση αποτελεί το σημείο τομής των δύο καμπυλών. Πιο συγκεκριμένα, αν πάνω σε διάγραμμα της χαρακτηριστικής καμπύλης της αντλίας, σχεδιάσουμε τη χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος, στην οποία είναι τοποθετημένη η αντλία, **το σημείο, τομής των δύο καμπυλών είναι το σημείο, στο οποίο θα λειτουργήσει το σύστημα αντλήσεως** (σχ. 13.46).

Το σημείο τομής της χαρακτηριστικής καμπύλης της αντλίας $H - Q$ με τη χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος $H - Q$, καλείται **σημείο λειτουργίας του συστήματος** (operating point, για συντομία, **ΣΛ**). Στο σημείο αυτό θα αυτορρυθμισθεί το σύστημα αντλήσεως.

Προσδιορίζοντας το σημείο λειτουργίας του συστήματος, προσδιορίζουμε (από το διάγραμμα της αντλίας) την παροχή Q , το ύψος H , το βαθμό αποδόσεως η και την ισχύ P .

Αν τροποποιήσουμε τα χαρακτηριστικά του συστήματος, η χαρακτηριστική καμπύλη του μεταβάλλεται (όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο) και το σημείο λειτουργίας ολισθαίνει πάνω στη χαρακτηριστική καμπύλη της αντλίας $H - Q$.

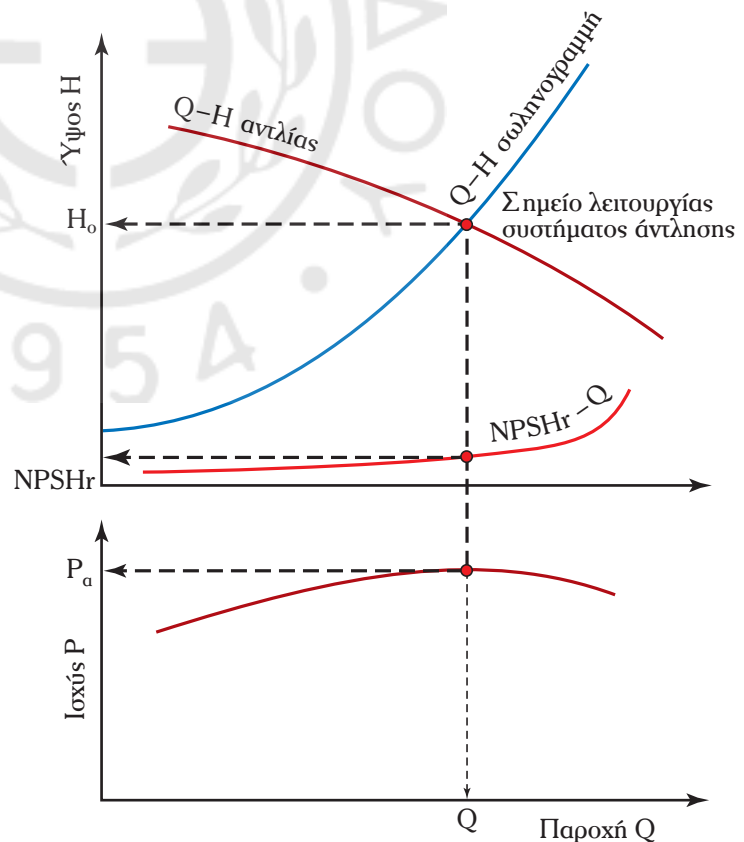
Αν η αντλία λειτουργήσει με άλλη διάμετρο ή με άλλη ταχύτητα περιστροφής, τότε η χαρακτηριστική της καμπύλη $H - Q$ μετατοπίζεται και το σημείο λειτουργίας ολισθαίνει πάνω στη χαρακτηριστική του συστήματος.

13.4.3 Υπολογισμός συστήματος αντλήσεως.

α) Μεθοδολογικές παρατηρήσεις.

Όταν μας δίνεται ένα σύστημα αντλήσεως και οι χαρακτηριστικές καμπύλες της αντλίας του, το σύστημα θα αυτορρυθμιστεί στο σημείο λειτουργίας του. Ο υπολογισμός της παροχής Q , του ολικού ή αποδιδόμενου ύψους H_o , της αξονικής ισχύος P_a , και του βαθμού αποδόσεως η , γίνεται με τα επόμενα βήματα:

- Αν το διάγραμμα είναι σύνθετο, προσδιορίζουμε τη χαρακτηριστική καμπύ-



Σχ. 13.46.

Σημείο λειτουργίας συστήματος αντλήσεως.

λη $H - Q$ της αντλίας που αντιστοιχεί στις συνθήκες του προβλήματος. Το ίδιο κάνουμε για την καμπύλη $P - Q$.

– Σχεδιάζουμε πάνω στο διάγραμμα $H - Q$ της αντλίας τη χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος $H = \alpha + \beta \cdot Q^2$.

– Προσδιορίζουμε το σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως, δηλαδή την τομή των δύο καμπυλών $H - Q$ (αντλίας και συστήματος).

– Για το σημείο λειτουργίας του συστήματος λαμβάνουμε από το διάγραμμα τις τιμές των Q , H , P και η .

Το βήμα 2, δηλαδή ο σχεδιασμός της χαρακτηριστικής καμπύλης συστήματος $H - Q$, είναι η πιο επίπονη διαδικασία. Πρέπει να προσδιορίσουμε αρκετά ζεύγη τιμών (Q_i , H_i). Τα ελάχιστα ζεύγη είναι τρία, αλλά αν περιοριστούμε σε τόσο λίγα, η σχεδίαση δεν θα είναι ακριβής. Ο υπολογισμός γίνεται με χρήση της εξίσωσης Bernoulli για το σύστημα αντλήσεως:

$$H_o = H_\Sigma + \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h$$

Δίνοντας μία τιμή Q_i στην παροχή, υπολογίζουμε αντίστοιχη τιμή για το ολικό ύψος H_i , ακολουθώντας τη διαδικασία που αναπτύξαμε στο Ενδέκατο Κεφάλαιο (παράγρ. 11.1.3), δηλαδή υπολογίζουμε τις απώλειες στους σωλήνες αναρροφήσεως και καταθλίψεως και, αντικαθιστώντας στην εξίσωση ενέργειας, υπολογίζουμε το ολικό ύψος H_i . Στη συνέχεια δίνουμε νέα τιμή στην παροχή και επαναλαμβάνουμε.

Επειδή η διαδικασία θα επαναληφθεί αρκετές φορές (όσα και τα ζεύγη που θα πάρουμε), η παραπάνω διαδικασία μπορεί να συντομευθεί κάνοντας ελάχιστα σε ακρίβεια. Η σύντομη αυτή μέθοδος (που την ακολουθήσαμε ήδη στο παράδειγμα 13.3) έχει τα ακόλουθα βήματα:

– Υποθέτοντας πλήρως τυρβώδη ροή, υπολογίζουμε τους συντελεστές τριβής και, αντικαθιστώντας τα γνωστά μεγέθη στην εξίσωση ενέργειας, λαμβάνουμε τη σχέση: $H = \alpha + \beta \cdot Q^2$ όπου τα α και β είναι γνωστά.

– Δίνοντας τιμές στην παροχή, λαμβάνουμε όσα ζεύγη τιμών (Q , H) επιθυμούμε (επαρκή για τον ακριβή σχεδιασμό της καμπύλης).

Σημείωση: Η αποδιδόμενη ισχύς υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H$$

Η σχέση $\eta = P_o/P$ μας δίνει τη δυνατότητα να επιβεβαιώσουμε ότι σωστά διαβάσαμε τις τιμές του διαγράμματος (είναι άλλο ζήτημα αν σωστά σχεδιάσαμε τη χαρακτηριστική καμπύλη της σωληνογραμμής).

β) Παραδείγματα υπολογισμού.

Παράδειγμα 4

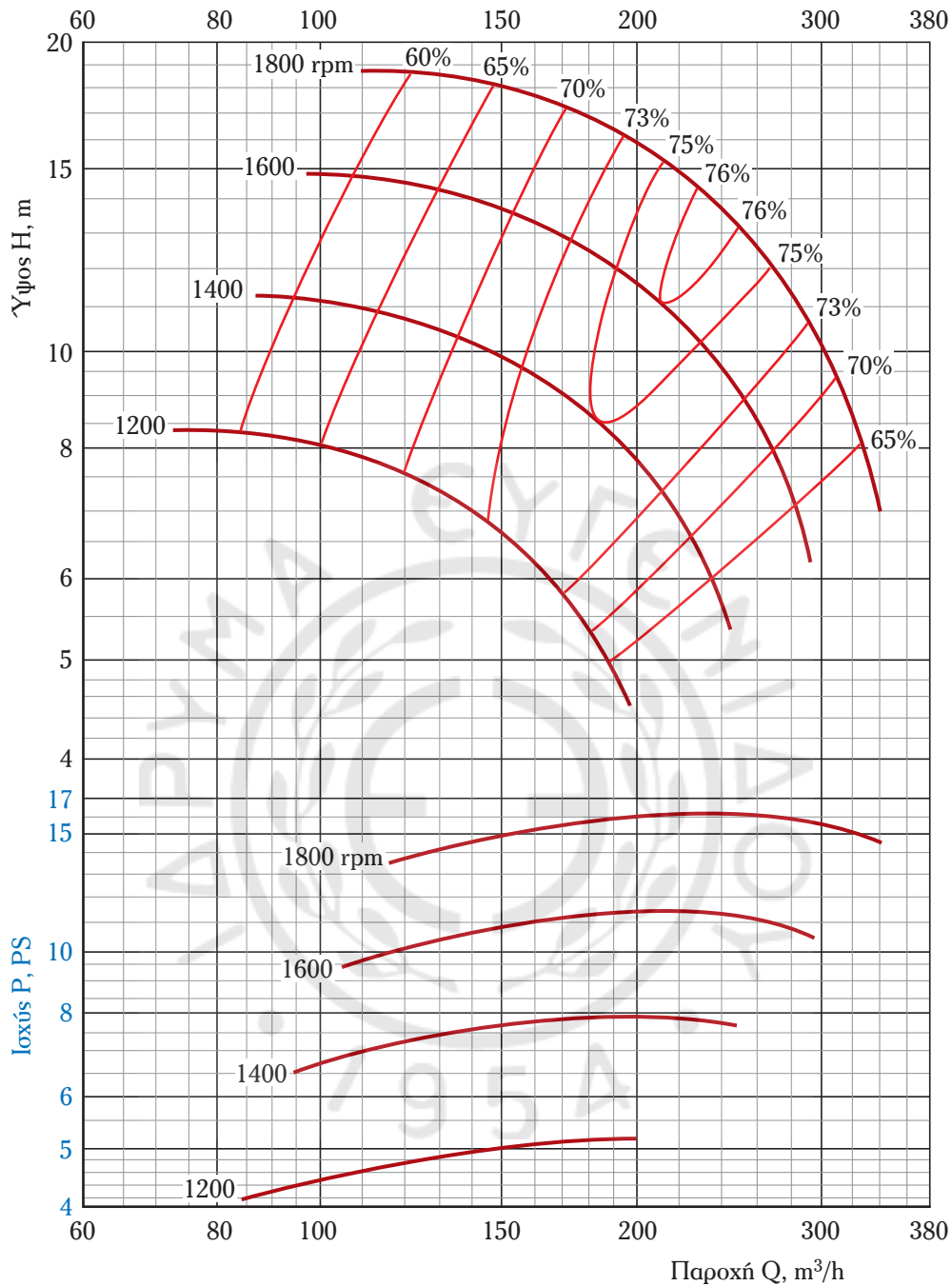
Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.4ε, μεταφέρει νερό σε απόσταση 150 m και σε υψομετρική διαφορά 6 m. Η αντλία λειτουργεί στις 1600 rpm. Η κατάθλιψη είναι από ασφαλισμένο κυτοσίδηρο διαμέτρου 15 cm. Να υπολογισθούν η παροχή, η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας. Οι απώλειες στην αναρρόφηση και οι δευτερεύουσες απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες.

Λύση:

Δεδομένα: $L = 150$ m, $d = 0,15$ m, $\epsilon = 0,00012$ m, $\nu = 10^{-6}$ m²/s

$H_\Sigma = 6$ m, $n = 1600$ rpm

Ζητούμενα: Q , P_α , P_o , η



Σχ. 13.4ε.

Χαρακτηριστικές καμπύλες αντλίας (σε διάγραμμα λογαριθμικής κλίμακας).

- α) Επιλέγουμε την καμπύλη Q–H που αντιστοιχεί στις 1600 rpm: Καμπύλη (I)
 β) Κατασκευάζουμε τη χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος: Δίνομε τιμές στο Q και από την εξίσωση Bernoulli παίρνουμε αντίστοιχες τιμές του H.

$$H_o = H_{\Sigma} + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = H_{\Sigma} + h_k \Rightarrow H = H_{\Sigma} + \frac{8}{\pi^2 g} f \cdot \frac{L}{d^5} \cdot Q^2 \quad (1)$$

– Για $Q = 60/3600 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow v = 0,655 \text{ m/s}$

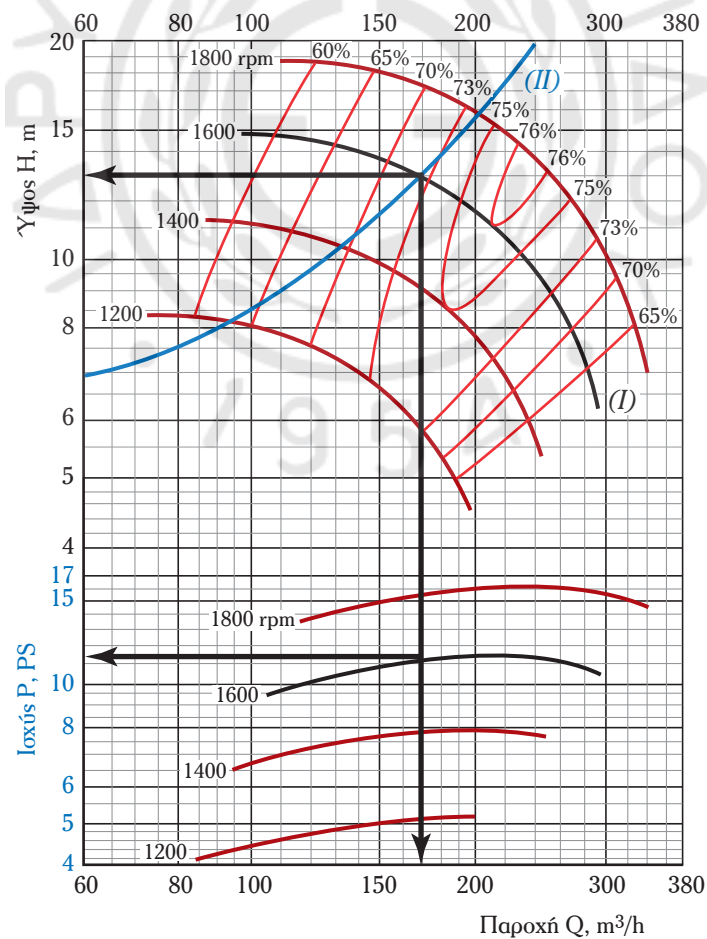
$$(\epsilon/d = 0,00067, \text{Re} = 1,2 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0204$$

$$(1) \Rightarrow H = 6,83 \text{ m}$$

Κατά τον ίδιο τρόπο εργαζόμαστε και για άλλες τιμές του Q συντάσσοντας τον παρακάτω πίνακα:

Q m^3/h	v m/s	f	H m	Q m^3/h	v m/s	f	H m
60	0,94	0,0206	6,93	150	2,56	0,0195	11,52
80	1,26	0,0202	7,62	200	3,14	0,0193	15,72
100	1,57	0,0199	8,50	240	3,77	0,0192	19,92

Περνάμε τα σημεία στο διάγραμμα $Q - H$ και ενώνοντας τα, σχεδιάζουμε τη χαρακτηριστική του συστήματος (II) (σχ. 13.4στ).



Σχ. 13.4στ.

γ) Η τομή των καμπυλών της αντλίας (I) και του συστήματος (II) αποτελεί το σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως.

δ) Από το διάγραμμα υπολογίζουμε (σχ. 13.4στ):

$$Q = 170 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$H_o = 13 \text{ m}$$

$$\eta = 72,5 \%$$

$$P_a = 11,2 \text{ PS} = 8,25 \text{ KW}$$

Είναι: $P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o = 6,02 \text{ KW}$

(Επίσης: $P_a = P_o/\eta \Rightarrow P_a = 8,25 \text{ KW}$)

Εναλλακτικά, τη χαρακτηριστική του συστήματος μπορούμε να την υπολογίσουμε ως ακολούθως:

$$(\epsilon_k/d_k = 0,00217, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f_k = 0,019$$

$$(1) \Rightarrow H = 6 + 3120 \cdot Q^2 \text{ (SI) (2)}$$

Χρησιμοποιώντας την (2) λαμβάνουμε τα ακόλουθα ζεύγη:

Q m ³ /h	H m	Q m ³ /h	H m	Q m ³ /h	H m
60	6,87	100	8,41	200	15,63
80	7,54	150	11,42	240	19,86

Μια σύγκριση με τις τιμές του προηγούμενου πίνακα δείχνει ότι οι διαφορές, ειδικά στις μεγαλύτερες παροχές, είναι αμελητέες (~ 0,5 %).

Παράδειγμα 5

Φυγόκεντρη αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες αυτές του σχήματος 13.4ζ, ανυψώνει νερό σε ύψος 20 m. Ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από χυτοσίδηρο με διάμετρο 7 cm και μήκος 50 m και ο συνολικός συντελεστής τοπικών απωλειών είναι $\Sigma K = 3,5$. α) Να υπολογισθούν η παροχή Q, το αποδιδόμενο ύψος H, ο βαθμός αποδόσεως η , η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς. β) Αν αυξήσουμε τις τοπικές απώλειες έτσι ώστε $\Sigma K = 30$, ποιες αλλαγές θα συμβούν;

Λύση:

Δεδομένα: $L = 50 \text{ m}$, $d = 0,07 \text{ m}$, $\epsilon = 0,00026 \text{ m}$

$H_\Sigma = 20 \text{ m}$, α) $\Sigma K = 3,5$ β) $\Sigma K = 30$

Ζητούμενα: Q, H, η , P_a , P_o

α) Η **χαρακτηριστική της αντλίας** $H = f(Q)$ δίνεται.

Κατασκευή της χαρακτηριστικής του συστήματος: Θεωρούμε αμελητέες τις απώλειες στην αναρρόφηση. Επίσης, δεν έχομε μεταβολή του ύψους πίεσεως και κινητικής ενέργειας (αν υπήρχε, θα δίνονταν τα σχετικά στοιχεία). Η εξίσωση ενέργειας δίνει:

$$H = H_\Sigma + h_k \tag{1}$$

$$h_k = \frac{8}{\pi^2 g \cdot d^4} \left(f \cdot \frac{L}{d} + K \right) \cdot Q^2$$

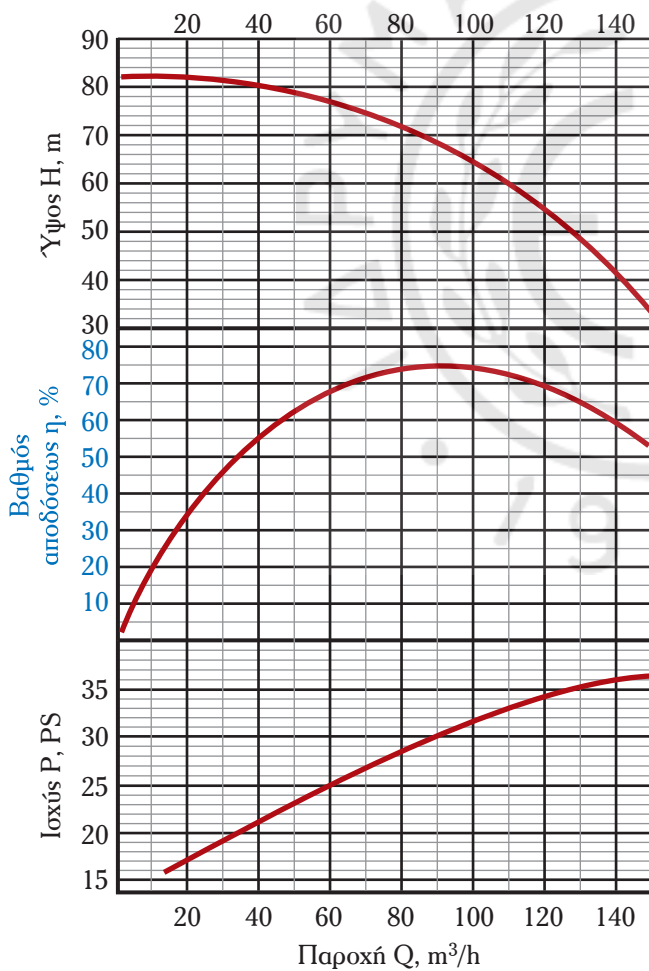
$$(\epsilon_k/d_k = 0,0037, \text{ YET}) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,028$$

$$(1) \Rightarrow H = 20 + 80.890 \cdot Q^2 \text{ (SI)}$$

Λαμβάνομε ζεύγη τιμών:

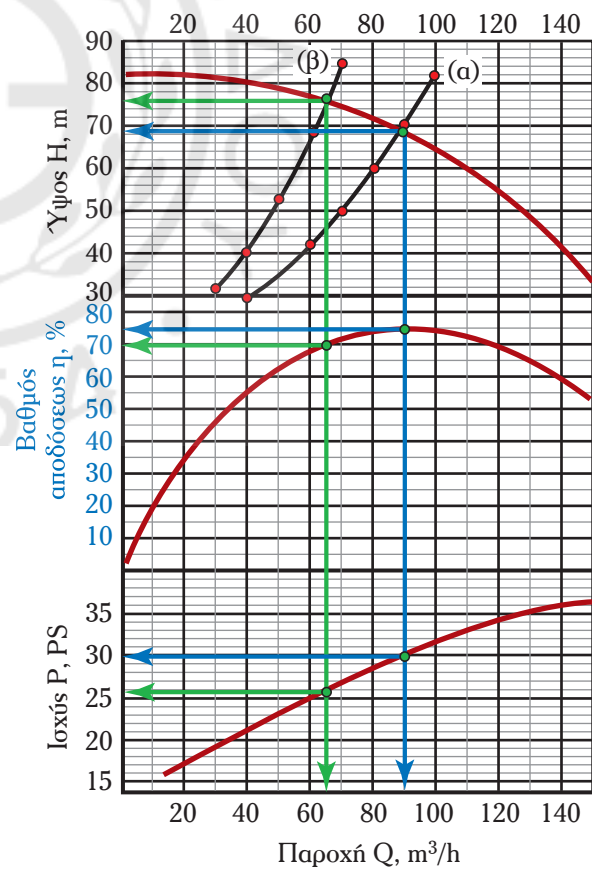
Q (m ³ /h)	H (m)
40	30,0
60	42,5
70	50,6
80	60,0
90	70,6
100	82,4

- Σχεδιάζομε την καμπύλη του συστήματος (α).
- Εντοπίζομε το ΣΛ (σημείο λειτουργίας) ως την τομή των 2 καμπυλών H - Q (σχ. 13.4n).
- Διαβάζομε τις τιμές που αντιστοιχούν στα μεγέθη:



Σχ. 13.4ζ.

Χαρακτηριστικές καμπύλες αντλίας.



Σχ. 13.4n.

$$Q = 89 \text{ m}^3/\text{h}, H = 68,5 \text{ m}, \eta = 75\%,$$

$$P_a = 30 \text{ PS} = 22,1 \text{ KW}$$

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H \Rightarrow P_o = 16,6 \text{ KW}$$

$$(\text{επίσης: } P_o = \eta \cdot P_a = 16,6 \text{ KW})$$

β) Αλλάζοντας το ΣΚ, μεταβάλλεται η χαρακτηριστική του συστήματος (σχ. 13.4η):

$$(1) \Rightarrow H = 20 + 172.080 \cdot Q^2 \text{ (SI)}$$

– Τα ζεύγη που προκύπτουν είναι τα ακόλουθα:

Q m ³ /h	H m	Q m ³ /h	H m
40	41,3	80	105
60	67,8	30	31,9
70	85,1	50	53,2

Περνώντας τα σημεία στο διάγραμμα, προκύπτει η καμπύλη του συστήματος (β), μεγαλύτερης κλίσεως από την (α). Το νέο σημείο λειτουργίας ολισθαίνει πάνω στη χαρακτηριστική καμπύλη της αντλίας και δίνει μικρότερη παροχή (στραγγαλισμός). Οι νέες τιμές των μεγεθών είναι:

$$Q = 65 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$\eta = 70,5\%$$

$$P = 26 \text{ PS} = 19,1 \text{ KW}$$

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H \Rightarrow P_o = 13,5 \text{ KW}$$

$$(\text{επίσης: } P_o = \eta \cdot P_a = 13,5 \text{ KW})$$

Σημείωση: Και στις δύο περιπτώσεις, τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν ότι στο σημείο λειτουργίας έχουμε πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή.

13.4.4 Οι καμπύλες NPSH-Q και οι συνθήκες σπλαιώσεως.

Μία από τις χαρακτηριστικές καμπύλες της αντλίας είναι και η καμπύλη NPSHr-Q. Βρίσκοντας επομένως το σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως, μπορούμε να προσδιορίσουμε το απαιτούμενο από την αντλία καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHr. Αυτό όμως δεν έχει κάποια ιδιαίτερη σημασία αν δεν το συγκρίνουμε με το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως της σωληνογραμμής αναρροφήσεως NPSHa. Στα δύο προηγούμενα παραδείγματα, δεν μας απασχόλησε το ζήτημα, γι' αυτό τα διαγράμματα των σχημάτων 13.4ε και 13.4ζ δεν περιείχαν τις καμπύλες NPSHr-Q. Όμως ο συσχετισμός του διαθέσιμου και του απαιτούμενου NPSH είναι εξαιρετικά σημαντικός αφού, όπως είδαμε στην παράγραφο 12.5, συνδέεται με το πρόβλημα της σπλαιώσεως της αντλίας.

Όταν γνωρίζουμε τη σωληνογραμμή αναρροφήσεως, μπορούμε να υπολογίσουμε το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως NPSHa σε συνάρτηση με την παροχή Q. Επομένως, μπορούμε να σχεδιάσουμε τη χαρακτηριστική καμπύλη NPSHa-Q του συστήματος. Είναι (παράγρ. 12.5.1):

$$NPSHa = \left(\frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} \right) - \frac{P_v}{\gamma} \quad (13.13a)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής αναρροφήσεως (1) και της εισόδου της αντλίας (A), έχουμε:

$$y_1 - y_A + \frac{p_1 - p_A}{\gamma} + \frac{v_1^2 - v_A^2}{2g} = h_a \Rightarrow \frac{p_A}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{v_A^2}{2g} - H_{\Sigma a} - h_a \quad (13.13\beta)$$

όπου: $H_{\Sigma a} = y_A - y_1$, το στατικό ύψος αναρροφήσεως.

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (13.13α) λαμβάνουμε:

$$NPSH_a = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - H_{\Sigma a} - h_a \quad (13.11\gamma)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση των απωλειών:

$$h_a = \frac{8}{\pi^2 g \cdot d_a^4} \left(f \cdot \frac{L_a}{d_a} + K_a \right) \cdot Q^2$$

Επομένως η εξίσωση (13.13γ) παίρνει τη μορφή:

$$NPSH_a = a - b \cdot Q^2 \quad (13.14)$$

όπου:

$$a = \frac{p_1 - p_v}{\gamma} - H_{\Sigma a} \quad (13.14\alpha)$$

και

$$b = \frac{8}{\pi^2 g \cdot d_a^4} \left(f_a \cdot \frac{L_a}{d_a} + K_a \right) \quad (13.14\beta)$$

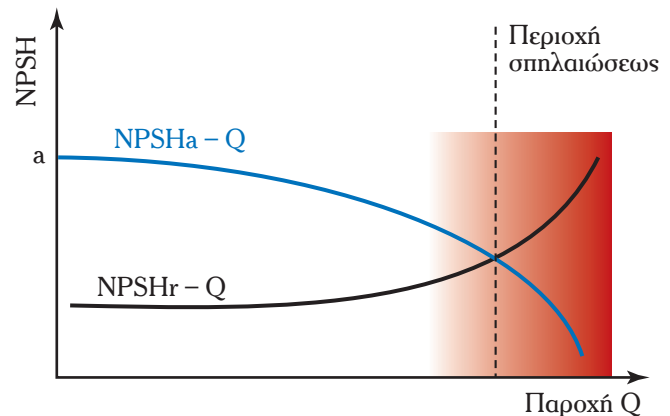
Η εξίσωση (13.14) δείχνει ότι το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως του συστήματος μειώνεται με την αύξηση της παροχής. Η συνάρτηση αυτή αποτυπώνεται γραφικά ως **καμπύλη NPSHa-Q**. Για την κατασκευή της, ακολουθούμε διαδικασία όμοια μ' αυτήν που ακολουθούμε για την κατασκευή της χαρακτηριστικής καμπύλης του συστήματος: δίνουμε τιμές στην παροχή Q και λαμβάνουμε αντίστοιχες τιμές του NPSHa. Η καμπύλη έχει τη μορφή που βλέπουμε στο σχήμα 13.4θ.

Παρατηρούμε ότι το απαιτούμενο από την αντλία NPSHr (την καμπύλη του οποίου δίνει ο κατασκευαστής) αυξάνεται με την αύξηση της παροχής, ενώ το διαθέσιμο από το σύστημα NPSHa (την καμπύλη του οποίου σχεδιάζουμε) μειώνεται με την αύξηση της παροχής. Υπάρχει επομένως ένα σημείο τομής των δύο καμπυλών, που αντιστοιχεί σε παροχή Q_{ar} , στο οποίο:

$$\text{Για } Q = Q_{ar} \Rightarrow NPSH_r = NPSH_a$$

$$\text{Για } Q > Q_{ar} \Rightarrow NPSH_r > NPSH_a$$

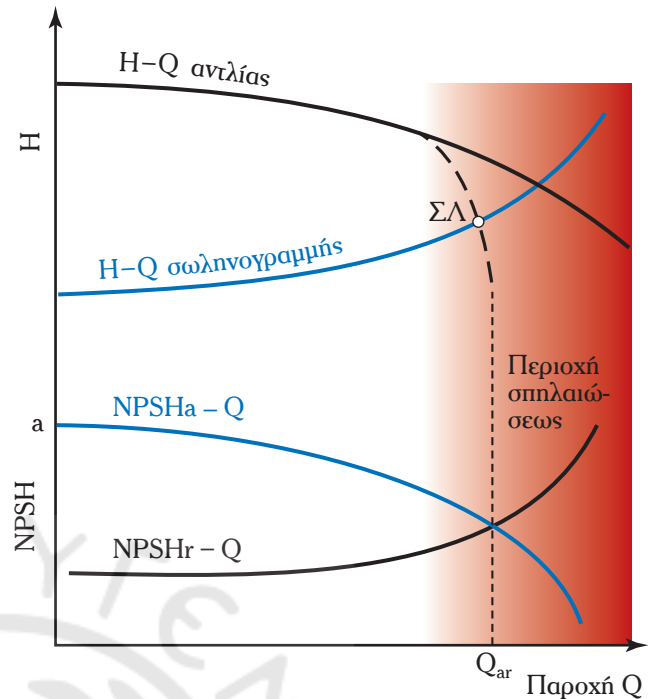
Όπως όμως τονίσαμε στην παράγραφο 12.5, απαραίτητη προϋπόθεση για την ομαλή λειτουργία της αντλίας χωρίς σπνλαίωση είναι το διαθέσιμο NPSH να παραμένει μεγαλύτερο από το απαιτούμενο (και μάλιστα να υπάρχει μια αξιόλογη διαφορά). Η χαρακτηριστική καμπύλη $H - Q$ δίνεται από τον κατασκευαστή για συνθήκες ομαλής λειτουργίας της αντλίας. Όταν αυτές δεν εξασφαλίζονται, η καμπύλη $H - Q$ του κατασκευαστή δεν ισχύει. Έτσι, στην περιοχή σπνλαι-



Σχ. 13.4θ.
Διαθέσιμο και απαιτούμενο NPSH.

ώσεως, η καμπύλη $H-Q$ πέφτει απότομα, όπως δείχνει η διακεκομμένη γραμμή του σχήματος 13.4i.

Γενικά, η περιοχή σπλαιώσεως πρέπει να θεωρείται απαγορευμένη για τη λειτουργία ενός συστήματος αντλήσεως (όχι μόνο για την κατακόρυφη πτώση του αποδιδόμενου ύψους που φαίνεται στο σχήμα, αλλά κυρίως για τα καταστροφικά αποτελέσματα που συνεπάγεται η σπλαιώση για την αντλία). Γνωρίζοντας επομένως τη χαρακτηριστική καμπύλη της αντλίας $NPSH_r-Q$, πρέπει να φροντίσουμε η αντίστοιχη καμπύλη του συστήματος αναρροφήσεως $NPSH_a-Q$ να τέμνεται με την πρώτη σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερες παροχές. Όπως προκύπτει από την εξίσωση (13.14), αυτό συμβαίνει είτε όταν αυξάνεται ο συντελεστής a (μετακίνηση της καμπύλης $NPSH_a-Q$ προς τα πάνω), είτε όταν μειώνεται ο συντελεστής b (μικρότερη κλίση της καμπύλης). Το πρώτο επιτυγχάνεται με τη μείωση του στατικού ύψους αναρροφήσεως (είτε την αύξηση της πίεσης στη δεξαμενή αναρροφήσεως). Το δεύτερο, με τη μείωση των απωλειών στο σωλήνα αναρροφήσεως (χρήση σωλήνα μεγαλύτερης διαμέτρου και μικρότερου μήκους, ελαχιστοποίηση των τοπικών απωλειών στην αναρρόφηση).



Σχ. 13.4i.
Καμπύλη $H-Q$ και σπλαιώση.

Παράδειγμα 6

Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.1στ βρίσκεται τοποθετημένη σε σύστημα αντλήσεως νερού θερμοκρασίας 40°C . Στην ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως, επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση. Ο σωλήνας αναρροφήσεως είναι από χυτοσίδηρο, διαμέτρου 12 cm και μήκους 5 m . Να υπολογισθεί η παροχή του συστήματος στην οποία δημιουργούνται συνθήκες σπλαιώσεως αν η επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως βρίσκεται α) 2 m χαμηλότερα από την είσοδο της αντλίας και β) 2 m υψηλότερα από την είσοδο της αντλίας.

Λύση:

Δεδομένα: $L_a = 5\text{ m}$, $d_a = 0,12\text{ m}$, $\epsilon = 0,00026\text{ m}$, $K_a = 0,8$ (έξοδος από δεξαμενή)

$$p_1 = 101,3\text{ KPa}, p_v = 7,4\text{ KPa} \text{ (Πίν. 11.2.1)}, \gamma = 9,81\text{ KN/m}^3$$

$$\text{(α)} H_{\Sigma a} = 2\text{ m}, \text{(β)} H_{\Sigma a} = -2\text{ m}$$

Ζητούμενα: Q_{ar}

Πάνω στο διάγραμμα $NPSH_r-Q$ του κατασκευαστή θα σχεδιάσουμε την καμπύλη $NPSH_a-Q$ του συστήματος. Προς τούτο, θα διαμορφώσουμε ζεύγη τιμών, αξιοποιώντας την εξίσωση (13.14).

$$\text{α)} \text{ Αν } Q = 0 \Rightarrow NPSH_a = a \Rightarrow NPSH_a = \frac{101,3 - 7,4}{9,81} - 2 = 7,57\text{ m}$$

$$\text{Αν } Q = 50\text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow v_a = 1,23\text{ m/s} \Rightarrow Re_a = 1,45 \cdot 10^5 \Rightarrow f_a = 0,25$$

$$(13.12) \Rightarrow NPSH_a = 7,43\text{ m}$$

Επαναλαμβάνομε με διάφορες τιμές παροχής και διαμορφώνομε τα ζεύγη του πίνακα:

Q m ³ /h	NPSHa m
0	7,57
50	7,43
100	7,00
150	6,32
200	5,35
220	4,88
240	4,37

Περνώντας τα σημεία στο διάγραμμα και σχεδιάζοντας την καμπύλη (α) του σχήματος 13.4ια, εντοπίζομε την τομή της με την καμπύλη NPSHr. Στο σημείο τομής διαβάζομε την κρίσιμη παροχή σπλαιώσεως:

$$Q_{ar} = 185 \text{ m}^3/\text{h}$$

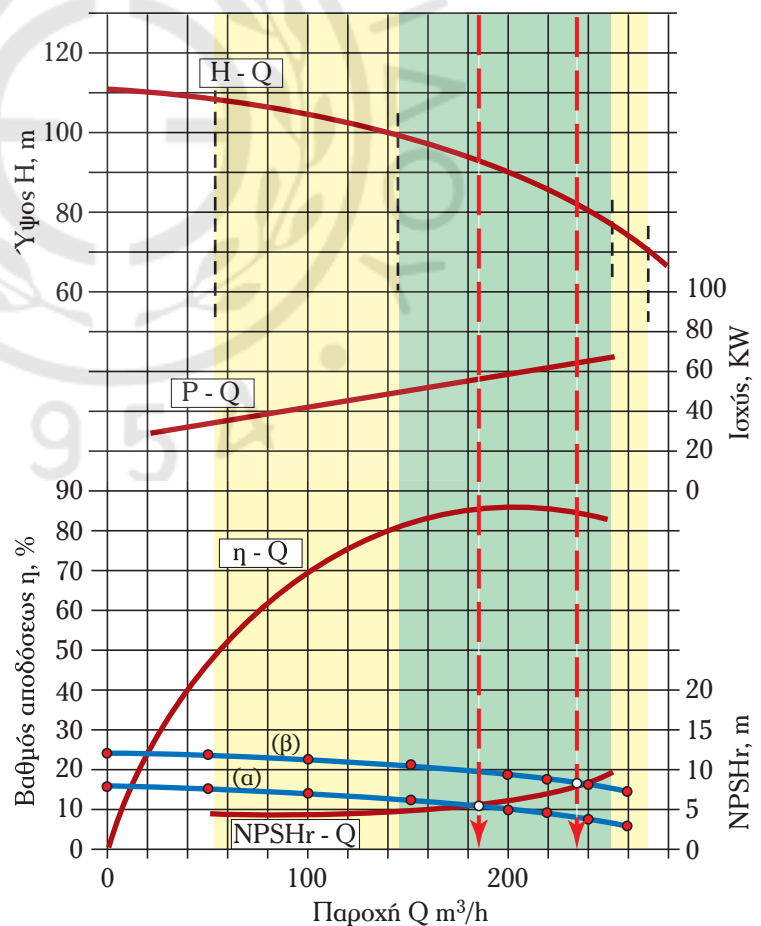
β) Στη δεύτερη περίπτωση το μόνο που αλλάζει είναι ο συντελεστής α της σχέσεως (13.14), ο οποίος αυξάνει κατά 4 m (από 7,57 σε 11,57 m). Οι απώλειες δεν επηρεάζονται, επομένως η καμπύλη NPSHa μετακινείται υψηλότερα κατά 4 m. Η νέα καμπύλη (β) του σχήματος 13.4ια τέμνεται με την καμπύλη NPSHr σε σημείο που αντιστοιχεί σε μεγαλύτερη παροχή:

$$Q_{ar} = 235 \text{ m}^3/\text{h}$$

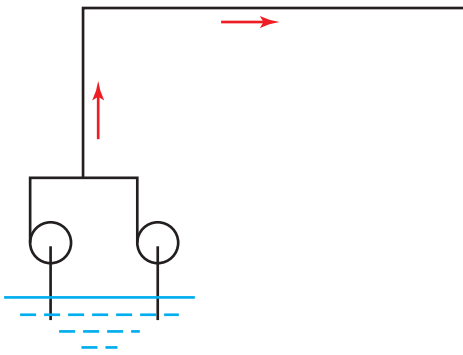
Σημειώνομε ότι πρέπει να αποφευχθεί η τοποθέτηση της αντλίας όπως στην περίπτωση (α), επειδή έτσι αποκλείεται η αντλία να αξιοποιήσει την περιοχκή βέλτιστης λειτουργίας της. Φαίνεται επίσης ότι δεν είναι επιτυχής η επιλογή της διαμέτρου του σωλήνα αναρροφήσεως. Απαιτείται μεγαλύτερη διάμετρος, ώστε η καμπύλη NPSHa να έχει μικρότερη κλίση.

13.5 Σύνδεση αντλιών.

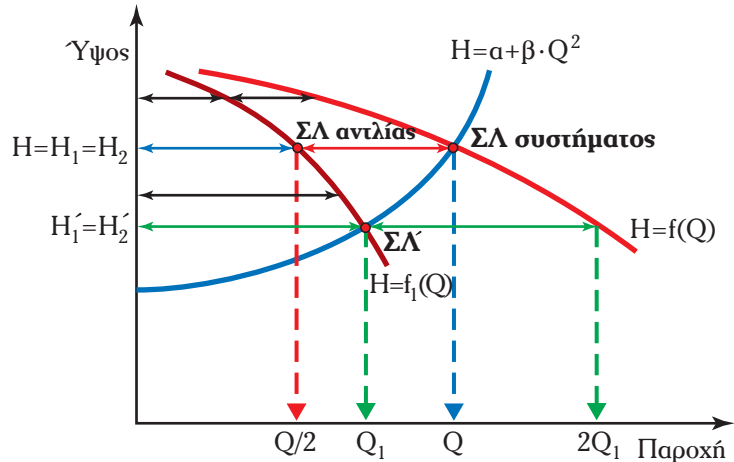
Όταν επιδιώκομε μεγάλες παροχές ή μεγάλα ύψη, η χρήση μιας αντλίας ίσως να μην είναι η κατάλληλη ή η πιο οικονομική λύση. Σε ορισμένες μάλιστα περιπτώσεις, μία υφιστάμενη αντλία δεν μπορεί να ανταποκριθεί στις απαιτήσεις του συστήματος αντλήσεως. Σ' αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιούμε τη σύνδεση αντλιών. Η σύνδεση δύο ή περισσότερων αντλιών παράλληλα ή σε σειρά,



Σχ. 13.4ια.



Σχ.13.5α.
Παράλληλη σύνδεση.



Σχ.13.5β.
Παράλληλη σύνδεση ομοίων αντλιών.

δύναται να δώσει ικανοποιητική λύση σε αρκετά προβλήματα αντλήσεως. Γενικά, η παράλληλη σύνδεση χρησιμοποιείται για την αύξηση της παροχής του συστήματος αντλήσεως, ενώ η σύνδεση σε σειρά, για την αύξηση του αποδιδόμενου ύψους.

13.5.1 Παράλληλη σύνδεση αντλιών.

α) Παράλληλη σύνδεση δύο ομοίων αντλιών.

Δύο (ή περισσότερες) όμοιες αντλίες συνδέονται παράλληλα όταν καταθλίβουν στον ίδιο σωλήνα (στην αναρρόφηση πιθανόν να έχουμε διαφορετικούς σωλήνες). Στο σχήμα 13.5α βλέπουμε μια τέτοια σύνδεση.

Αν η χαρακτηριστική καμπύλη της κάθε αντλίας είναι η $H = f_1(Q)$, ο σχεδιασμός της χαρακτηριστικής των δύο ομοίων σε παράλληλη σύνδεση αντλιών $H = f(Q)$ γίνεται ως ακολούθως:

Κατασκευή της χαρακτηριστικής καμπύλης $H - Q$ των συνδεδεμένων αντλιών: Σε ορισμένο αποδιδόμενο ύψος H_i και αντίστοιχη παροχή Q_i του συστήματος των δύο συνδεδεμένων παράλληλα αντλιών, η κάθε αντλία αποδίδει το ίδιο ύψος (δηλ. η μονάδα βάρους του υγρού λαμβάνει την ίδια ενέργεια είτε διέλθει από τη μία είτε από την άλλη αντλία). Αλλά η παροχή της κάθε αντλίας ισούται με το μισό της συνολικής παροχής (στην παράλληλη σύνδεση οι παροχές προστίθενται):

$$H_i = H_{1i} = H_{2i}$$

$$Q_i = Q_{1i} + Q_{2i} = 2Q_{1i}$$

Επομένως, μετακινώντας κάθε σημείο της $H=f_1(Q)$ οριζόντια (δηλ. στο ίδιο ύψος) μέχρι διπλασιασμού της παροχής, παίρνουμε την χαρακτηριστική καμπύλη των παράλληλα συνδεδεμένων αντλιών $H = f(Q)$ (σχ. 13.5β).

Αν οι συνδεδεμένες αντλίες ήταν τρεις, τότε $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3Q_1$, δηλαδή θα τριπλασιάζαμε κατά την οριζόντια κατεύθυνση την παροχή.

Υπολογισμός του συστήματος αντλήσεως: Αφού σχεδιάσουμε την χαρακτηριστική καμπύλη $H = f(Q)$, υπολογίζουμε και σχεδιάζουμε την χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος $H = a + \beta \cdot Q^2$.

Το **σημείο λειτουργίας του συστήματος των συνδεδεμένων αντλιών** προσδιορίζεται στην τομή των δύο καμπυλών $H = f(Q)$ και $H = a + \beta \cdot Q^2$. Χρειάζεται όμως προσοχή: διότι η κάθε μία αντλία αποδίδει ύψος H και παροχή $Q/2$ (αν οι αντλίες είναι δύο). Άρα το **σημείο λειτουργίας της κάθε μιας αντλίας** βρίσκεται στο ίδιο ύψος και στο μισό της παροχής (σχ. 13.5β). Σ' αυτό θα διαβάσουμε το βαθμό αποδό-

σεως, την αξονική ισχύ και το NPSHr της κάθε αντλίας.

Αν η μία μόνο αντλία ήταν τοποθετημένη στο σύστημα αντλήσεως, το σημείο λειτουργίας της θα ήταν το ΣΛ' και το αποδιδόμενο ύψος το H_1' .

Παρατηρούμε ότι το σύστημα των δύο παραλλήλων αντλιών, τοποθετημένο στη συγκεκριμένη σωληνογραμμή, δίνει παροχή Q μεγαλύτερη από την παροχή που θα έδινε η μία αντλία τοποθετημένη στο ίδιο σύστημα (αλλά όχι διπλάσια) και ύψος H μεγαλύτερο από αυτό που θα απέδιδε η μία αντλία:

$$Q_1' < Q < 2Q_1' \quad H = H_1 = H_2 > H_1'$$

Σημείωση: Αν οι όμοιες αντλίες έχουν ασταθή χαρακτηριστική $H = f_1(Q)$ και το ολικό ύψος του συστήματος είναι μεγαλύτερο από H_0 (το ύψος που αντιστοιχεί σε $Q = 0$), τότε είναι αναγκαίο οι δύο αντλίες να ξεκινούν ταυτόχρονα. Αν αυτό δεν συμβεί, η αντλία που θα ξεκινήσει με καθυστέρηση δεν μπορεί να υπερνικήσει την πίεση του σωλήνα και να προσθέσει την παροχή της. Τέτοιες αντλίες αποφεύγουμε να τις συνδέσουμε παράλληλα. Αυτό είναι ένα σημαντικό μειονέκτημα των φυγοκέντρων αντλιών με ασταθή χαρακτηριστική καμπύλη $H - Q$.

Παράδειγμα 7

Δύο όμοιες αντλίες με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.4ε, βρίσκονται συνδεδεμένες παράλληλα σε σύστημα αντλήσεως νερού. Ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από χυτοσίδηρο, μήκους 120 m και διαμέτρου 18 cm. Το στατικό ύψος του συστήματος είναι 2 m και οι αντλίες λειτουργούν στις 1200 rpm. α) Να υπολογισθούν η παροχή, το αποδιδόμενο ύψος, η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας. β) Ποια θα είναι τα αντίστοιχα μεγέθη αν λειτουργεί μόνο η μία αντλία;

Λύση:

Δεδομένα: $L = 120$ m, $d = 0,18$ m, $\epsilon = 0,00026$ m, $\nu = 10^{-6}$ m²/s, $\gamma = 9,81$ KN/m³

$H_{\Sigma} = 2$ m, $n = 1200$ rpm

Ζητούμενα: Q , H , P_a , P_o , η

Βήμα 1: Από την καμπύλη (I) της μίας αντλίας που λειτουργεί στις 1200 rpm παίρνουμε την καμπύλη που αντιστοιχεί στις δύο παράλληλα συνδεδεμένες όμοιες αντλίες. Προς τούτο για σταθερά ύψη διπλασιάζουμε τις παροχές:

$$H = 8,4 \text{ m} \Rightarrow Q_1 = 75 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow Q = 150 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$H = 8,2 \text{ m} \Rightarrow Q_1 = 93 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow Q = 186 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$H = 7,8 \text{ m} \Rightarrow Q_1 = 110 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow Q = 220 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$H = 7,5 \text{ m} \Rightarrow Q_1 = 123 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow Q = 246 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$H = 7,0 \text{ m} \Rightarrow Q_1 = 140 \text{ m}^3/\text{h} \Rightarrow Q = 280 \text{ m}^3/\text{h}$$

Έτσι προκύπτει η **χαρακτηριστική των δύο συνδεδεμένων αντλιών (Ia) (σχ. 13.5γ)**.

Βήμα 2: Σχεδιάζουμε τη χαρακτηριστική του συστήματος: Δίνουμε τιμές στο Q και από την εξίσωση Bernoulli παίρνουμε αντίστοιχες τιμές του H .

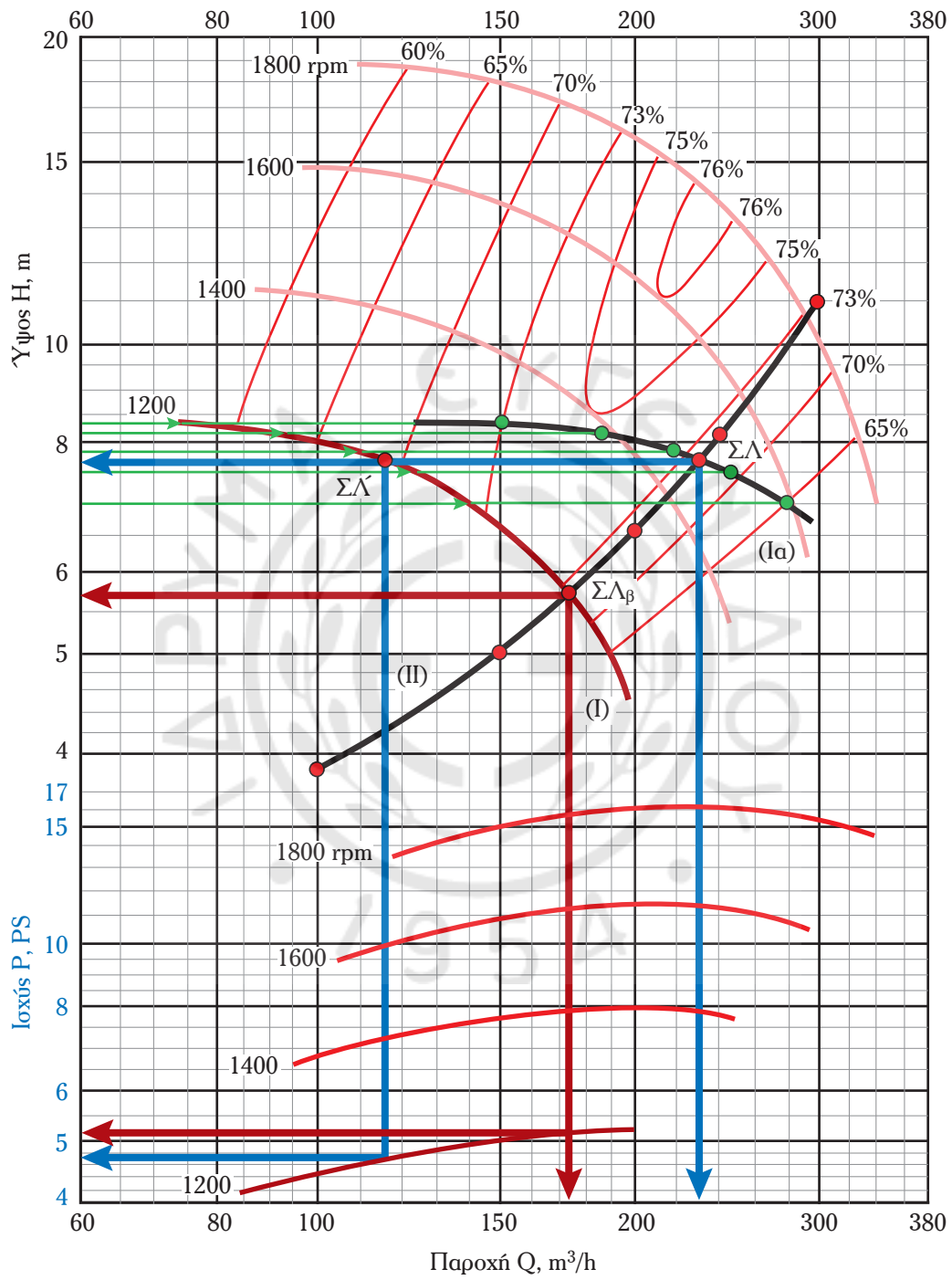
$$H_0 = H_{\Sigma} + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \Rightarrow H = H_{\Sigma} + \frac{8}{\pi^2 g} f \cdot \frac{L}{d^5} \cdot Q^2 \quad (1)$$

– Για $Q = 60/3600$ m³/s $\Rightarrow v = 0,65$ m/s

$$(\epsilon/d = 0,00144, \text{Re} = 1,2 \cdot 10^5) \xrightarrow{\text{Moody}} f = 0,0231$$

$$(1) \Rightarrow H = 3,34 \text{ m}$$

Κατά τον ίδιο τρόπο εργαζόμαστε και για άλλες τιμές του Q συντάσσουμε τον παρακάτω πίνακα:



Σχ. 13.5γ.

Q m ³ /h	v m/s	f	H m	Q m ³ /h	v m/s	f	H m
60	0,65	0,0231	3,34	200	2,18	0,0221	6,57
80	0,87	0,0228	3,60	240	2,62	0,0220	8,13
100	1,09	0,0226	3,91	300	3,27	0,0219	11,00
150	1,64	0,0222	5,03				

Περνάμε τα σημεία στο διάγραμμα Q – H και ενώνοντάς τα, σχεδιάζουμε τη χαρακτηριστική του συστήματος (II) όπως φαίνεται στο σχήμα 13.5γ (τα δύο πρώτα σημεία δεν μπορούν να αποτυπωθούν στο διάγραμμα λόγω μικρού ολικού ύψους).

Βήμα 3: Η τομή της καμπύλης της αντλίας (I) και του συστήματος (II) αποτελεί το σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως (ΣΛ).

Από το διάγραμμα του σχήματος 13.5γ λαμβάνουμε:

$$Q = 230 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$H_o = 7,7 \text{ m}$$

Βήμα 4: Τα ζητούμενα που αποτελούν μεγέθη των αντλιών τα ανιχνεύουμε στο σημείο λειτουργίας της κάθε αντλίας (ΣΛ):

$$\eta = 68,5 \%$$

$$P_a = 4,7 \text{ PS} = 3,46 \text{ KW}$$

$$\text{Είναι: } P_o = \gamma \cdot (Q/2) \cdot H_o \Rightarrow P_o = 2,4 \text{ KW (Επίσης: } P_o = \eta \cdot P_a \Rightarrow P_a = 2,37 \text{ KW)}$$

Σημείωση: Η συνολική κατανάλωση των δύο αντλιών είναι: $P = 2P_a = 6,92 \text{ KW}$.

Δεύτερο ερώτημα: Αν λειτουργήσει μόνο η μία αντλία στο ίδιο σύστημα, η χαρακτηριστική του συστήματος δεν μεταβάλλεται. Επομένως, σημείο λειτουργίας (ΣΛ_β), θα είναι η τομή της χαρακτηριστικής της αντλίας (I) με τη χαρακτηριστική του συστήματος (II).

Από το διάγραμμα του σχήματος 13.5γ διαβάζουμε:

$$Q = 173 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$H_o = 5,7 \text{ m}$$

$$\eta = 72,5 \%$$

$$P_a = 5,1 \text{ PS} = 3,75 \text{ KW}$$

$$\text{και } P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o = 2,7 \text{ KW}$$

Παρατηρούμε ότι με την παράλληλη σύνδεση των δύο ομοίων αντλιών του παραδείγματος, η παροχή αυξήθηκε κατά 33%, με σημαντική όμως ενεργειακή επιβάρυνση λόγω μεγαλύτερου ύψους απωλειών, αλλά και μικρής πτώσεως στο βαθμό αποδόσεως των αντλιών.

β) Παράλληλη σύνδεση δύο διαφορετικών αντλιών.

Αν οι δύο αντλίες έχουν διαφορετικές χαρακτηριστικές καμπύλες ύψους-παροχής $H = f_1(Q)$ και $H = f_2(Q)$ και τροφοδοτούν τον ίδιο σωλήνα καταθλίψεως, η χαρακτηριστική του συστήματος των δύο παράλληλα συνδεδεμένων αντλιών είναι η $H = f(Q)$.

Ο σχεδιασμός της νέας καμπύλης βασίζεται στην ίδια λογική με προηγούμενα. Αν το σύστημα των δύο αντλιών αποδίδει ύψος H_1 τότε και η κάθε αντλία χωριστά θα αποδίδει το ίδιο ύψος, αφού η παροχή του

συστήματος θα ισούται με το άθροισμα των παροχών των δύο αντλιών:

$$H_i = H_{1i} = H_{2i}$$

$$Q_i = Q_{1i} + Q_{2i}$$

Αθροίζουμε επομένως τις παροχές σε διάφορα ύψη και λαμβάνουμε αρκετά σημεία για την **κατασκευή της χαρακτηριστικής των παράλληλα συνδεδεμένων αντλιών** $H = f(Q)$ (σχ. 13.5δ). Σημειώνουμε ότι για τα ύψη τα οποία δεν μπορεί να αποδώσει μία εκ των δύο αντλιών (στο σχήμα η 1), η χαρακτηριστική του συστήματος ταυτίζεται με τη χαρακτηριστική της αντλίας μεγαλύτερου μέγιστου ύψους (στο σχήμα 13.5δ, το πρώτο τμήμα της νέας καμπύλης, αριστερά).

Στη συνέχεια υπολογίζουμε και σχεδιάζουμε τη **χαρακτηριστική του συστήματος** $H = a + \beta \cdot Q^2$ και εντοπίζουμε το **σημείο λειτουργίας του συστήματος (ΣΛ)** στην τομή της με την $H = f(Q)$. Τα σημεία λειτουργίας των αντλιών είναι τα $\Sigma\Lambda_1$ και το $\Sigma\Lambda_2$. Σ' αυτά θα αναζητήσουμε τους βαθμούς αποδόσεως, τις αξονικές ισχύεις και τα NPSHr των αντλιών.

Παρατηρούμε πως αν Q και H η παροχή και το ύψος του συστήματος των παράλληλα συνδεδεμένων αντλιών και Q_1 , H_1 , Q_2 , H_2 τα αντίστοιχα μεγέθη, αν κάθε αντλία μόνη της λειτουργούσε στην ίδια σωληνογραμμή, τότε:

$$H > H_1 > H_2$$

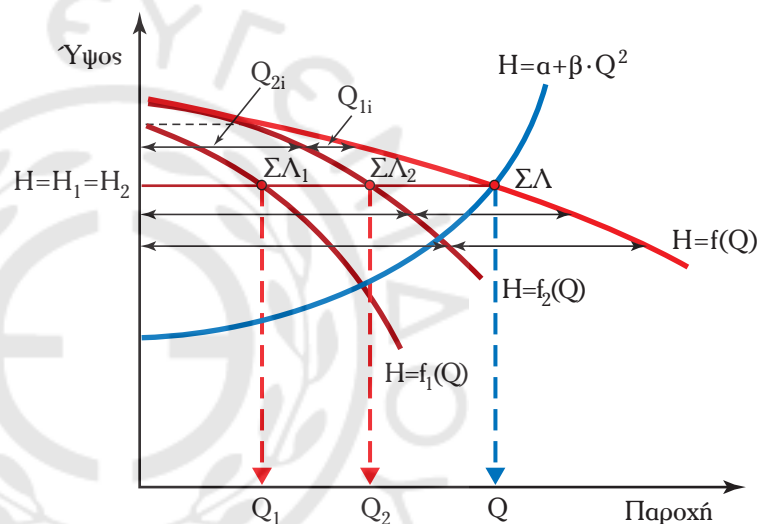
$$Q_2 < Q_1 < Q < Q_1 + Q_2$$

Δηλαδή, αν και η παράλληλη σύνδεση αντλιών χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο για την αύξηση της παροχής του συστήματος, ως αποτέλεσμα έχουμε και την αύξηση του ολικού ύψους, αφού η παροχή είναι μικρότερη από το άθροισμα των παροχών που θα έδινε κάθε αντλία εάν βρισκόταν μόνη της στο σύστημα αντλήσεως. Αυτό οφείλεται στο ότι η αύξηση της παροχής αυξάνει σημαντικά το ύψος απωλειών, επομένως και το ολικό ύψος.

γ) Παράλληλη σύνδεση διαφορετικών αντλιών ευρισκομένων σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους.

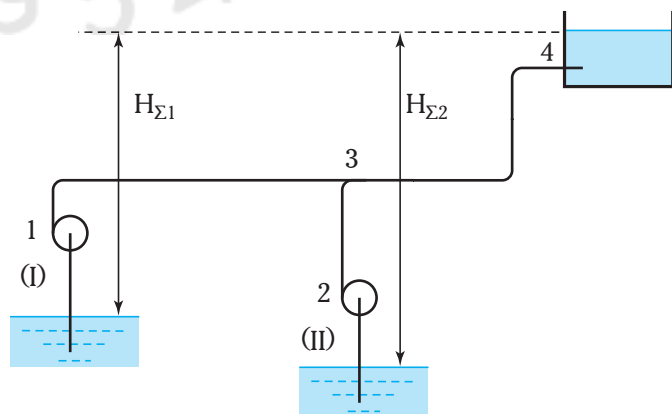
Οι διαφορές με την προηγούμενη περίπτωση βρίσκονται (α) στο διαφορετικό στατικό ύψος που έχει να αντιμετωπίσει κάθε αντλία και (β) στο τμήμα καταθλίψεως της κάθε αντλίας πριν καταλήξουμε στον κοινό σωλήνα (τμήματα 1-3 και 2-3 του σχ. 13.5ε).

Πριν λοιπόν εντοπίσουμε την καμπύλη λειτουργίας του συστήματος των δύο



Σχ. 13.5δ.

Παράλληλη σύνδεση διαφορετικών αντλιών.



Σχ. 13.5ε.

Παράλληλη σύνδεση αντλιών ευρισκομένων σε απόσταση μεταξύ τους.

αντλιών, πρέπει να ανάγομε τις αντλίες στις ίδιες υδραυλικές συνθήκες (που επικρατούν στο τμήμα 3–4). Ας υποθέσουμε για απλοποίηση ότι το τμήμα 2–3 είναι μικρό άρα με αμελητέες απώλειες.

– **Ανάγομε τις αντλίες στις ίδιες υδραυλικές συνθήκες.**

Έστω H_I και H_{II} οι χαρακτηριστικές των δύο αντλιών.

Σύμφωνα με το σχήμα 13.5ε: $H_{\Sigma I} < H_{\Sigma II}$. Επειδή η αντλία (I) έχει να αντιμετωπίσει μικρότερο στατικό ύψος από την (II), μετατοπίζομε την καμπύλη της προς τα πάνω κατά ΔH_{Σ} :

$$\Delta H_{\Sigma} = H_{\Sigma I} - H_{\Sigma II}$$

και παίρνομε την H_I' . Όμως η αντλία I έχει να αντιμετωπίσει και τις απώλειες του τμήματος 1–3, άρα στο σημείο 3 δεν αποδίδεται όλο το ύψος που δείχνει η καμπύλη H_I' . Αφαιρούμε λοιπόν από την H_I' τις απώλειες:

$$h_{13} = \alpha_1 \cdot Q^2$$

Προκύπτει η H_I'' . Για την αφαίρεση, πρώτα φτιάχνομε την καμπύλη του σωλήνα 1–3: $h_{13} = \alpha \cdot Q^2$ και στη συνέχεια αφαιρούμε:

$$H_I'' = H_I' - h_{13}.$$

Έτσι, στο κοινό τμήμα της καταθλίψεως 3–4 και με στατικό ύψους $H_{\Sigma II}$, η αντλία (I) συνεισφέρει με την ανηγμένη (ως προς το στατικό ύψος και ως προς το ύψος απωλειών) καμπύλη H_I'' και η αντλία II με την καμπύλη H_{II} . (Για την αντλία II δεν χρειάστηκε αναγωγή, αφού χρησιμοποιείται το $H_{\Sigma II}$ και υποθέσαμε αμελητέες απώλειες στο τμήμα 2–3). Αυτές τις δύο καμπύλες H_I'' και H_{II} **συνθέτομε** όπως και στην προηγούμενη περίπτωση.

Προκύπτει η καμπύλη $H = f(Q)$.

– Κατασκευάζομε τη **χαρακτηριστική του συστήματος** 2–3–4 με στατικό ύψος $H_{\Sigma II}$:

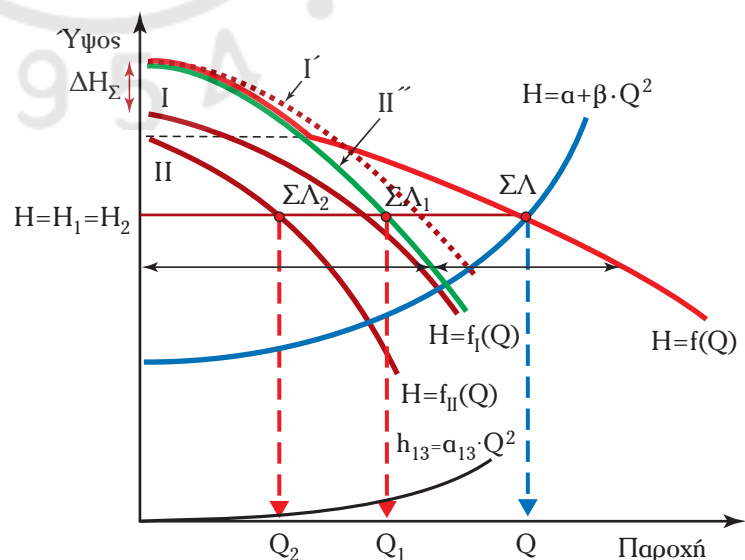
$$H = \alpha + \beta \cdot Q^2$$

– Το σημείο τομής των καμπυλών $H = f(Q)$ και $H = \alpha + \beta \cdot Q^2$ αποτελεί το **σημείο λειτουργίας του συστήματος** αντλήσεως.

Η ανωτέρω διαδικασία και η τελικώς προκύπτουσα καμπύλη $H = f(Q)$ παρουσιάζονται στο σχήμα 13.5στ.

13.5.2 Σύνδεση σε σειρά δύο ομοίων αντλιών.

Αν και η παράλληλη σύνδεση αντλιών χρησιμοποιείται συχνά για την αύξηση της παροχής, η σύνδεση σε σειρά δεν είναι τόσο συνηθισμένη. Αυτό επειδή όταν έχουμε να αντιμετωπίσομε μεγάλα ύψη (χωρίς αντίστοιχες μεγάλες παροχές) τα οποία δεν μπορεί να αντιμετωπίσει μια (μονοβάθμια) αντλία, είναι προτιμότερη λύση η χρησιμοποίηση πολυβάθμιας αντλίας. Αν όμως οι ανάγκες μεγάλου ύψους δεν είναι μόνιμες, τότε τη λύση μπορεί να προσφέρει η σύνδεση αντλιών σε σειρά. Σημειώνομε ότι αύξηση του ολικού ύψους έχουμε και κατά την παράλληλη σύνδεση. Αυτή όμως η αύξηση



Σχ. 13.5στ.

Παράλληλη σύνδεση απομακρυσμένων αντλιών.

οφείλεται σε αύξηση του ύψους απωλειών (λόγω αυξήσεως της παροχής) και δεν εξυπηρετεί κάποιες επιπλέον ενεργειακές ανάγκες του συστήματος αντλήσεως.

Στη σύνδεση αντλιών σε σειρά, η κατάθλιψη της πρώτης αντλίας τροφοδοτεί την επόμενη. Επομένως, η παροχή είναι κοινή, αφού τα αποδιδόμενα ύψη προστίθενται:

$$Q = Q_1 = Q_2$$

$$H = H_1 + H_2 = 2H_1$$

Για να σχεδιάσουμε λοιπόν τη χαρακτηριστική καμπύλη των δύο σε σειρά συνδεδεμένων ομοίων αντλιών, διπλασιάζουμε τις τεταγμένες H της χαρακτηριστικής καμπύλης της μίας αντλίας $H = f_1(Q)$. Έτσι προκύπτει η καμπύλη $H = f(Q)$ (σχ. 13.5ζ).

Υπολογίζοντας και σχεδιάζοντας τη χαρακτηριστική του συστήματος $H = a + \beta \cdot Q^2$, προσδιορίζουμε το **σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως** στην τομή των δύο καμπυλών. Η παροχή και το ύψος κάθε μιας αντλίας είναι αντίστοιχα:

$$Q_1 = Q_2 = Q \quad H_1 = H_2 = H/2$$

Η κάθε αντλία επομένως λειτουργεί στο «ΣΛ αντλίας» του σχήματος 13.5ζ και σ' αυτό το σημείο θα διαβάσουμε από τα διαγράμματα, τον βαθμό αποδόσεως, την αξονική ισχύ και το NPSHr της αντλίας.

Αν στο σύστημα αντλήσεως υπήρχε μόνο η μία αντλία, το σημείο λειτουργίας του συστήματος θα ήταν η τομή της $H = f_1(Q)$ με την $H = a + \beta \cdot Q^2$, δηλαδή το ΣΛ' του σχήματος 13.5ζ. Παρατηρούμε την πολύ μεγάλη αύξηση του αποδιδόμενου στο υγρό ύψους (το ύψος H δεν θα μπορούσε να το καλύψει η μία αντλία). Υπάρχει και μια αξιόλογη αύξηση της παροχής (ως αποτέλεσμα της αυξήσεως του αποδιδόμενου ύψους).

Παρατηρούμε ότι: $H_1' < H < 2H_1$, και $Q_1' < Q$

13.5.3 Τροφοδοσία από μία αντλία δύο σωληνογραμμών.

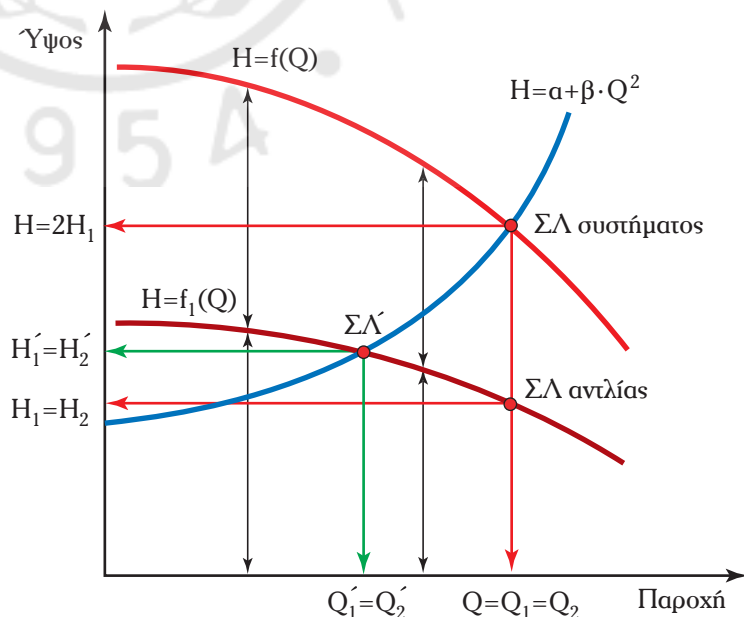
Μία αντλία μπορεί να τροφοδοτήσει δύο (ή περισσότερες) σωληνώσεις, οι οποίες διακλαδίζονται από την κατάθλιψη της αντλίας. Σ' αυτήν την περίπτωση δεν αλλάζει φυσικά η χαρακτηριστική καμπύλη της αντλίας $H = f(Q)$, αλλά έχουμε δύο καμπύλες σωληνογραμμών: $H_1 = a_1 + \beta_1 \cdot Q_1^2$ και $H_2 = a_2 + \beta_2 \cdot Q_2^2$. Το ερώτημα είναι αν υπάρχει ένα σημείο λειτουργίας του συστήματος και πώς θα το προσδιορίσουμε.

Αν οι δύο σωλήνες καταθλίψεως μεταφέρουν το υγρό στο ίδιο στατικό ύψος και πίεση, τότε $a_1 = a_2 = a$ ($= H_\Sigma + \Delta p / \gamma$) και οι χαρακτηριστικές τους καμπύλες είναι οι (1) και (2) του σχήματος 13.5η.

Έστω ότι η αντλία αποδίδει στο ρευστό ύψος H (ενέργεια στη μονάδα του βάρους). Αυτό είναι το αποδιδόμενο ύψος για το υγρό που κινείται μέσω του σωλήνα (1), είτε μέσω του (2):

$$H = H_1 = H_2$$

Η παροχή στο σωλήνα (1) είναι Q_1



Σχ. 13.5ζ.

Σύνδεση δύο ομοίων αντλιών σε σειρά.

και στον (2) Q_2 , άρα η συνολική παροχή των δύο σωλήνων είναι:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

Προσθέτοντας επομένως τις παροχές των δύο σωλήνων για διάφορα ύψη, λαμβάνουμε επαρκή σημεία για να σχεδιάσουμε τη **χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος των δύο σωλήνων** (3). Η τομή αυτής της καμπύλης με τη χαρακτηριστική της αντλίας $H = f(Q)$ δίνει το **σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως**. Στο ΣΛ του συστήματος προσδιορίζουμε την παροχή Q και το ύψος H . Είναι:

$$H = H_1 = H_2$$

Επομένως στα σημεία τομής του ύψους με τις καμπύλες (1) και (2) προσδιορίζουμε τις παροχές του κάθε σωλήνα Q_1 και Q_2 ($Q = Q_1 + Q_2$).

Αν κλείσουμε την παροχή του ενός σωλήνα, για παράδειγμα του (1), το σημείο λειτουργίας του συστήματος θα μετακινηθεί στην τομή της χαρακτηριστικής καμπύλης του άλλου σωλήνα με τη χαρακτηριστική της αντλίας (ΣΛ₂, με αποδιδόμενο ύψος H_2' και παροχή Q_2').

Παρατηρούμε ότι κατά την τροφοδοσία δύο παραλλήλων σωλήνων αυξάνεται η ολική παροχή και μειώνεται το ύψος (σε σχέση με τα μεγέθη που θα είχαμε με τροφοδοσία ενός μόνο σωλήνα). Αυτό συμβαίνει επειδή στην περίπτωση που τροφοδοτούνται και οι δύο σωλήνες, αυξάνεται η ολική διατομή ροής στην κατάθλιψη:

$$A = A_1 + A_2 = \pi \cdot (d_1^2 + d_2^2) / 4$$

13.6 Ασκήσεις.

1. Να υπολογισθούν οι ειδικές ταχύτητες των αντλιών με χαρακτηριστικές καμπύλες των σχημάτων 13.2γ, 13.2δ, 13.2ε, και 13.4ε.

$$[N_{SU}: 0,52, 0,84, 1,8, 1,2]$$

2. Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.1 στ αντλεί υγρό σχετικής πυκνότητας 0,86 με παροχή ίση με Q_n . Να υπολογισθούν: το αποδιδόμενο ύψος, η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς, ο βαθμός αποδόσεως και το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως.

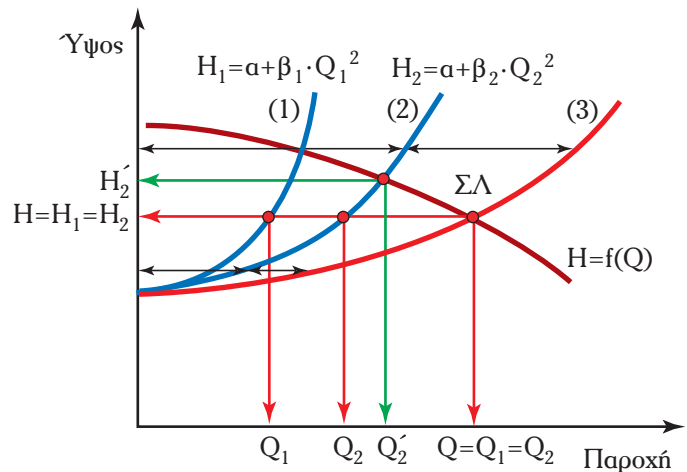
$$[H = 89 \text{ m}, \eta = 0,85, P_a = 51,6 \text{ KW}, P_o = 43,9 \text{ KW}, NPSH_r = 6,5 \text{ m}]$$

3. Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.2δ αντλεί νερό αποδίδοντας ύψος 70 ft. Να υπολογισθούν: η παροχή (σε m^3/h), η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς (σε KW) και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας.

$$[Q = 327 \text{ m}^3/\text{h}, P_a = 32 \text{ KW}, P_o = 20,2 \text{ KW}, \eta = 0,63]$$

4. Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.2γ και διάμετρο πτερωτής 295 mm λειτουργεί στις 1750 rpm και δίνει παροχή νερού $200 \text{ m}^3/\text{h}$. Να υπολογισθούν το αποδιδόμενο ύψος, η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας.

$$[H = 28,6 \text{ m}, P_a = 20,5 \text{ KW}, P_o = 15,6 \text{ KW}, \eta = 0,762]$$



Σχ. 13.5n.

Δύο σωληνογραμμές τροφοδοτούμενες από μία αντλία.

5. Στο σύστημα αντλήσεως νερού του σχήματος 13.6α, οι σωλήνες είναι από χυτοσίδηρο με διαμέτρους $d_a = 5$ in, $d_k = 4$ in και μήκη $L_a = 6$ m, $L_k = 60$ m. Υπάρχουν οι ακόλουθες τοπικές απώλειες: (I): Φίλτρο με ποδοβαλβίδα ($K = 3$) (II) και (IV): καμπύλες γωνίες 90° (III): συρταρωτή βαλβίδα (V): έξοδος σε δεξαμενή. Να σχεδιασθεί η χαρακτηριστική καμπύλη της σωληνογραμμής αν: α) η βαλβίδα είναι πλήρως ανοικτή και β) η βαλβίδα είναι μερικώς ανοικτή με $h/d = 0,3$. Και στις δύο περιπτώσεις, να υπολογισθεί η παροχή και η αποδιδόμενη ισχύς για ολικό ύψος 50 m.

$$[\alpha) Q = 208,3 \text{ m}^3/\text{h}, P_o = 28,7 \text{ KW}, \beta) Q = 136 \text{ m}^3/\text{h}, P_o = 18,6 \text{ KW}]$$

6. Στο σύστημα αντλήσεως της προηγούμενης ασκήσεως, η θερμοκρασία του νερού είναι 25°C . Να σχεδιασθεί η χαρακτηριστική καμπύλη $NPSH_a - Q$ και να υπολογισθεί το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως για παροχές α) 150 και β) $200 \text{ m}^3/\text{h}$.

$$[\alpha) NPSH_a = 3,44 \text{ m}, \beta) NPSH_a = 1,46 \text{ m}]$$

7. Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.1στ, μεταφέρει νερό σε απόσταση 40 m και σε υψομετρική διαφορά 2 m. Η δεξαμενή καταθλίψεως έχει πίεση 3 bar μεγαλύτερη από την πίεση της δεξαμενής αναρροφήσεως. Η κατάθλιψη είναι από ασφατωμένο χυτοσίδηρο διαμέτρου 8 cm. Να υπολογισθούν η παροχή, η αξονική ισχύς, ο βαθμός αποδόσεως και το $NPSH_a$ της αντλίας. Οι απώλειες στην αναρρόφηση και οι δευτερεύουσες απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες.

$$[Q = 187 \text{ m}^3/\text{h}, H = 93 \text{ m}, P_a = 57 \text{ KW}, \eta = 0,852, NPSH_a = 5,2 \text{ m}]$$

8. Φυγόκεντρο αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες αυτές του σχήματος 13.2ε, με διάμετρο $\Phi 401/297$, ανυψώνει νερό σε ύψος 10 m. Ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από χυτοσίδηρο με διάμετρο 36 cm και μήκος 50 m. Ο συνολικός συντελεστής τοπικών απωλειών είναι $\Sigma K = 5$. Να υπολογισθούν η παροχή Q , το αποδιδόμενο ύψος H , ο βαθμός αποδόσεως η , η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς.

$$[Q = 585 \text{ L/s}, H = 23 \text{ m}, P_a = 157 \text{ KW}, \eta = 0,842, NPSH_a = 8,4 \text{ m}]$$

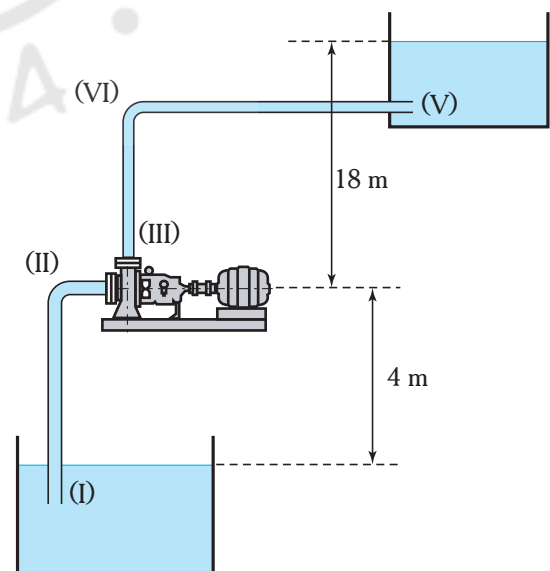
9. Αν στο σύστημα αντλήσεως της προηγούμενης ασκήσεως, αυξήσουμε τις τοπικές απώλειες στραγγαλίζοντας τη βαλβίδα καταθλίψεως τόσο, ώστε ο συντελεστής τοπικών απωλειών να γίνει ίσος με 20, πόσο θα μεταβληθούν τα παραπάνω μεγέθη;

$$[Q = 430 \text{ L/s}, H = 30 \text{ m}, P_a = 160 \text{ KW}, \eta = 0,78, NPSH_a = 10,2 \text{ m}]$$

10. Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.4ε, λειτουργεί στις 1300 rpm σε σύστημα που μεταφέρει νερό σε απόσταση 10 m και υψομετρική διαφορά 5 m. Ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από ασφατωμένο χυτοσίδηρο διαμέτρου 14 cm. α) Να υπολογισθούν η παροχή, η ισχύς, η αποδιδόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας αν ο συντελεστής τοπικών απωλειών ισούται με 5. β) Ποια θα είναι τα αντίστοιχα μεγέθη αν η αντλία λειτουργήσει στις 1500 rpm;

$$[\alpha) Q = 165 \text{ m}^3/\text{h}, P_a = 4,6 \text{ KW}, \eta = 0,74, \beta) Q = 205 \text{ m}^3/\text{h}, P_a = 7 \text{ KW}, \eta = 0,752]$$

11. Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.4ζ, τροφοδοτεί με νερό δεξαμενή μέσω σωλήνα από χυτοσίδηρο με διάμετρο 7 cm και μήκος 50 m.



Σχ. 13.6α

Ο συντελεστής τοπικών απωλειών στην κατάθλιψη είναι 2,5. Να υπολογισθούν η παροχή, η αποδιδόμενη και αξονική ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως, για στατικό ύψος 20 m.

$$[Q = 90 \text{ m}^3/\text{h}, P_o = 16,7 \text{ KW}, P_a = 22,1 \text{ KW}, \eta = 0,75]$$

12. Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.4ε, μεταφέρει νερό σε απόσταση 70 m λειτουργώντας στις 1400 rpm. Ο σωλήνας είναι από χυτοσίδηρο διαμέτρου 6 in. Το στατικό ύψος είναι 4 m. Να υπολογισθούν η παροχή, το αποδιδόμενο ύψος, η καταναλισκόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας.

$$[Q = 190 \text{ m}^3/\text{h}, H = 8,4 \text{ m}, P_a = 5,9 \text{ KW}, \eta = 0,75]$$

13. Στο σύστημα αντλήσεως της προηγούμενης ασκήσεως, συνδέσουμε παράλληλα ακόμα μια όμοια αντλία. Να υπολογισθούν τα αντίστοιχα μεγέθη και να σχολιασθεί αν και πότε θα χρησιμοποιούσαμε μια τέτοια σύνδεση.

$$[Q = 234 \text{ m}^3/\text{h}, H = 10,8 \text{ m}, \Sigma P_a = 10,4 \text{ KW}, \eta = 0,655]$$

14. Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.4ε, μεταφέρει νερό σε απόσταση 1 Km. Η αντλία λειτουργεί στις 1600 rpm και το στατικό ύψος είναι 5 m. α) Αν η παροχή είναι $200 \text{ m}^3/\text{h}$, να υπολογισθούν ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας, η αξονική ισχύς και οι απώλειες της σωληνογραμμής. β) Αν ο σωλήνας είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο διαμέτρου 24 cm, να υπολογισθούν η παροχή, ο βαθμός αποδόσεως και η ισχύς.

$$[\alpha) \eta = 0,754, P_a = 8,5 \text{ KW}, \Sigma h = 6,7 \text{ m}, \beta) Q = 208 \text{ m}^3/\text{h}, \eta = 0,758, P_a = 8,5 \text{ KW}]$$

15. Δύο όμοιες αντλίες με χαρακτηριστικές καμπύλες αυτές του σχήματος 13.4ε, λειτουργούν σε παράλληλη σύνδεση για μεταφορά νερού σε απόσταση 200 m και υψομετρική διαφορά 3 m, μέσω σωλήνα από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο διαμέτρου 18 cm. Αν οι αντλίες λειτουργούν στις 1400 rpm, να υπολογισθούν η παροχή του συστήματος, το αποδιδόμενο ύψος, η καταναλισκόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως των αντλιών.

$$[Q = 244 \text{ m}^3/\text{h}, H = 10,8 \text{ m}, \Sigma P_a = 10,9 \text{ KW}, \eta = 0,675]$$

16. Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.4ζ, χρησιμοποιείται για τη μεταφορά νερού σε ύψος 15 m. Ο σωλήνας καταθλίψεως έχει συνολικό μήκος 60 m, διάμετρο 6 cm και είναι από γαλβανισμένο σίδηρο. Ο συνολικός συντελεστής τοπικών απωλειών είναι 4. Να υπολογισθεί η παροχή, το αποδιδόμενο ύψος, η αξονική και η αποδιδόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας.

$$[Q = 67 \text{ m}^3/\text{h}, H = 76 \text{ m}, P_a = 19,2 \text{ KW}, P_o = 13,8 \text{ KW}, \eta = 0,71]$$

17. Σε σύστημα αντλήσεως το οποίο μεταφέρει νερό σε ύψος 15 m, ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο μήκους 50 m και διαμέτρου 3 in. Ο συντελεστής τοπικών απωλειών ισούται με 4. Διαθέτουμε δύο όμοιες αντλίες με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 3.4ζ. Να υπολογισθούν η παροχή, το αποδιδόμενο ύψος, η καταναλισκόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως των αντλιών: α) Αν χρησιμοποιήσουμε τη μία αντλία. β) Αν χρησιμοποιήσουμε τις δύο αντλίες σε παράλληλη σύνδεση και γ) αν χρησιμοποιήσουμε τις δύο αντλίες σε σύνδεση σε σειρά.

$$[\alpha) Q = 110 \text{ m}^3/\text{h}, H = 60 \text{ m}, P_a = 24,3 \text{ KW}, \eta = 0,73. \beta) Q = 128 \text{ m}^3/\text{h}, H = 76 \text{ m}, P_a = 38,2 \text{ KW}, \eta = 0,70. \gamma) Q = 137 \text{ m}^3/\text{h}, H = 86 \text{ m}, P_a = 52,8 \text{ KW}, \eta = 0,62]$$

18. Δύο όμοιες αντλίες με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.2γ με διάμετρο περωτής 295 mm, βρίσκονται συνδεδεμένες παράλληλα σε σύστημα αντλήσεως νερού. Ο σωλήνας καταθλίψεως είναι από χυτοσίδηρο, μήκους 120 m και διαμέτρου 16 cm. Το στατικό ύψος του συστήματος είναι 12 m και ο συντελεστής τοπικών απωλειών ισούται με 6. α) Να υπολογισθούν η παροχή, το αποδι-

δόμενο ύψος, η αξονική και αποδιδόμενη ισχύς και ο βαθμός αποδόσεως της αντλίας. β) Ποια θα είναι τα αντίστοιχα μεγέθη αν λειτουργεί μόνο η μία αντλία;

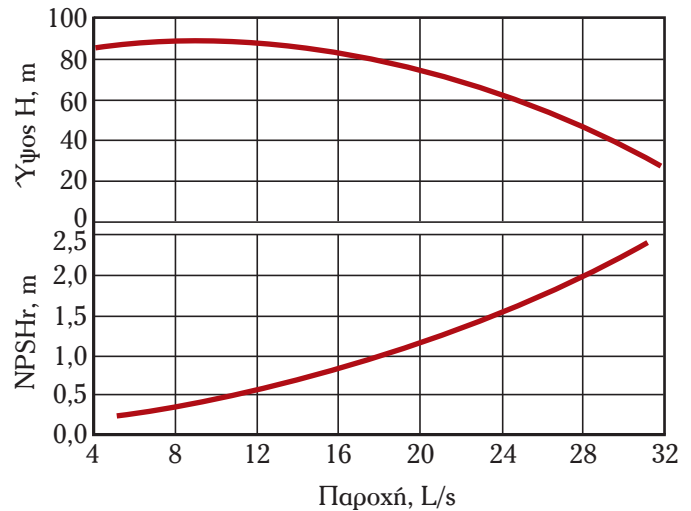
- [α) $Q = 243 \text{ m}^3/\text{h}$, $H = 24,9 \text{ m}$, $P_a = 22,4 \text{ KW}$, $P_o = 16,4 \text{ KW}$, $\eta = 0,73$
 β) $Q = 180 \text{ m}^3/\text{h}$, $H = 19,8 \text{ m}$, $P_a = 13 \text{ KW}$, $P_o = 9,7 \text{ KW}$, $\eta = 0,748$]

- 19.** Αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες $H-Q$ και $NPSHr-Q$ του σχήματος 13.6β, βρίσκεται τοποθετημένη σε σύστημα αντλήσεως νερού θερμοκρασίας 25°C . Στην ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως, επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση. Ο σωλήνας αναρροφήσεως είναι από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο, διαμέτρου 9 cm και μήκους 6 m και ο συντελεστής τοπικών απωλειών της αναρροφήσεως ισούται με 2 . Να υπολογισθεί η παροχή του συστήματος στην οποία δημιουργούνται συνθήκες σπλαιώσεως αν το στατικό ύψος αναρροφήσεως είναι 5 m .

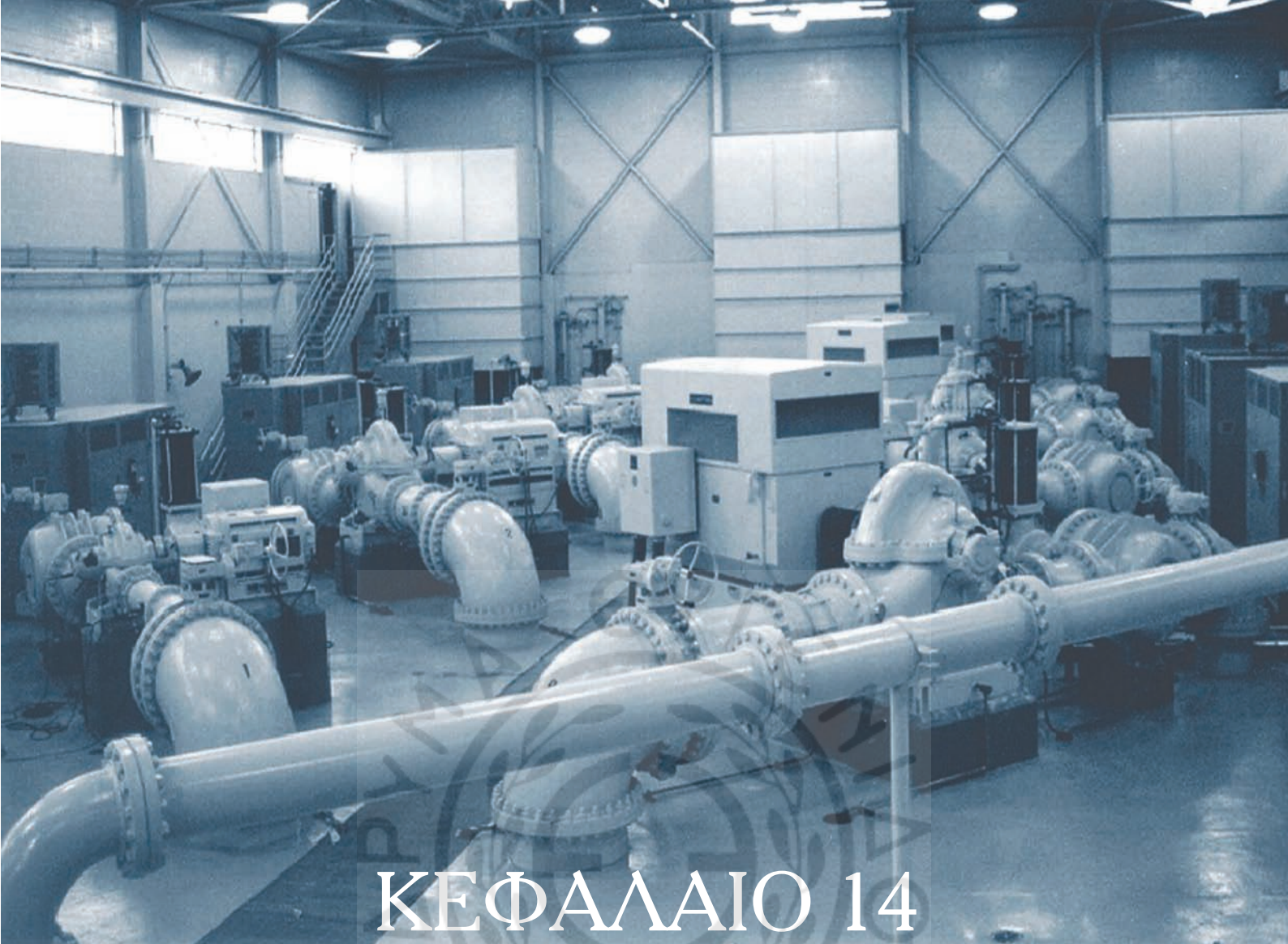
$$[Q = 27 \text{ L/s}]$$

- 20.** Η αντλία της προηγούμενης άσκησης, τροφοδοτεί σωλήνα καταθλίψεως από ασφαλωμένο χυτοσίδηρο, μήκους 60 m και διαμέτρου 8 cm , με συντελεστή τοπικών απωλειών 5 και στατικό ύψος καταθλίψεως, 15 m . Να υπολογισθεί η παροχή του συστήματος, το ολικό ύψος και η αποδιδόμενη ισχύς της αντλίας.

$$[Q = 21,2 \text{ L/s}, H = 70 \text{ m}, P_o = 14,4 \text{ KW}]$$



Σχ. 13.6β.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΝΤΛΗΣΕΩΣ

14.1 Γενικά

14.2 Σχεδιασμός της αναρροφήσεως

14.3 Υπολογισμός διαμέτρου του σωλήνα καταθλίψεως

14.4 Κριτήρια επιλογής αντλιών

14.5 Ανάλυση κόστους κύκλου ζωής (LCC Analysis)

14.6 Η παραγωγή αντλιών σήμερα

14.1 Γενικά.

Η πληθώρα των διεργασιών που απαιτούν κυκλοφορία ή μεταφορά υγρών, έχει ως συνέπεια σε κάθε παραγωγική εγκατάσταση να υπάρχουν δεκάδες ως εκατοντάδες συστήματα αντλήσεως. Η ολική κατανάλωση ενέργειας για τη λειτουργία των αντλιών, αποτελεί μια από τις σημαντικότερες ενεργειακές παραμέτρους της εγκαταστάσεως. Είναι φυσικό επομένως, ο σχεδιασμός και η σωστή λειτουργία ενός συστήματος αντλήσεως να αποτελεί μια από τις πιο σημαντικές εργασίες του μηχανικού. Σ' αυτό το κεφάλαιο, θα αναφέρουμε ορισμένες βασικές αρχές που σχετίζονται με τη σωστή σχεδίαση ενός συστήματος, χωρίς τη φιλοδοξία να καλύψουμε αυτό το σημαντικό θέμα.

Η σχεδιαστική και λειτουργική προσέγγιση ενός συστήματος αντλήσεως, απαιτεί προετοιμασία σε σχέση με τους στόχους που το σύστημα καλείται να εξυπηρετήσει. Ενδείκνυται να ακολουθήσουμε τα ακόλουθα βήματα:

- Προσδιορισμός των συνθηκών και των βασικών παραμέτρων λειτουργίας.
- Καθορισμός των αμέσων και των μελλοντικών αναγκών που πρέπει να καλύψει το σύστημα αντλήσεως.
- Συγκέντρωση και ανάλυση όλων των στοιχείων λειτουργίας του.
- Αξιολόγηση των εναλλακτικών σχεδίων και των βελτιώσεων.
- Καθορισμός των βελτίστων οικονομικοτεχνικών επιλογών, λαμβάνοντας υπόψη όλα τα υποσυστήματα.

Στη συνέχεια προχωράμε στην εφαρμογή της καλύτερης επιλογής. Διαμορφώνουμε τις τεχνικές προδιαγραφές, προβαίνουμε στην προμήθεια του σχετικού εξοπλισμού και την εγκατάσταση του συστήματος αντλήσεως.

Η ενασχόληση του μηχανικού με το σύστημα αντλήσεως είναι συνεχής. Έτσι, μετά την εγκατάσταση, συνεχίζεται ο έλεγχος και η βελτιστοποίηση του συστήματος, έτσι ώστε να λειτουργεί όσο το δυνατόν πιο αποδοτικά. Μάλιστα, αυτή η φάση – αν και σε σημαντικό βαθμό καθορίζεται από τις αρχικές σχεδιαστικές επιλογές – είναι ακόμα πιο σημαντική, καθώς ένα σύστημα αντλήσεως που λειτουργεί και συντηρείται σωστά, έχει χρόνο ζωής 15 ως 20 χρόνια.

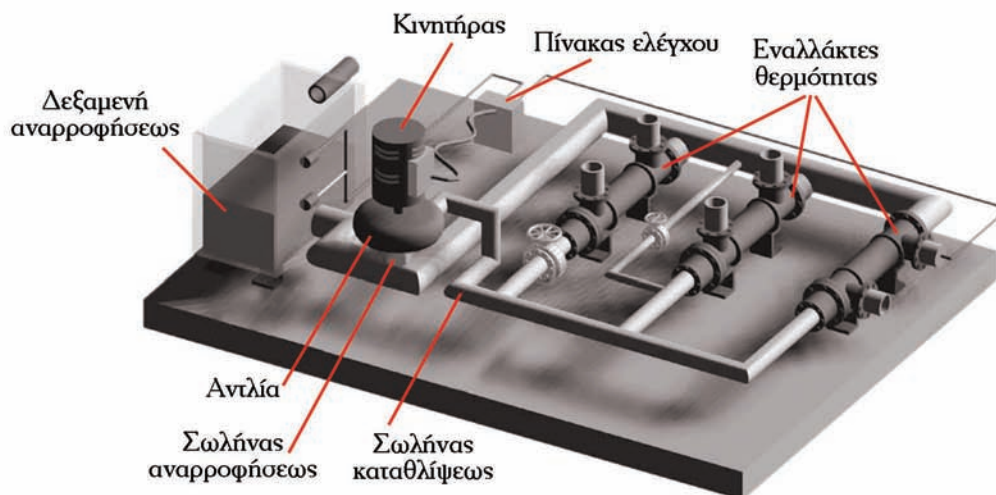
Ένα σύστημα αντλήσεως αποτελείται από τρία βασικά υποσυστήματα: Την **αναρρόφηση**, την **κατάθλιψη** και την **αντλία**. Η αντλία λαμβάνει ενέργεια από μια **κινητήρια μηχανή** (στις ανεξάρτητες αντλίες λειτουργεί μόνο για την τροφοδοσία της αντλίας). Στις σύγχρονες αντλίες, ο κινητήρας συνδέεται με πίνακα ελέγχου του συστήματος. Ο σωλήνας καταθλίψεως μεταφέρει το υγρό στον **εξοπλισμό τελικής χρήσεως** (π.χ. εναλλάκτες θερμότητας, δεξαμενή πίεσεως, και γενικότερα υδραυλικός εξοπλισμός). Σε αρκετές περιπτώσεις, το σύστημα αντλήσεως είναι κλειστό, δηλαδή το υγρό, μετά την κατάθλιψη και αφού διέλθει από τον εξοπλισμό χρήσεως (π.χ. εναλλάκτες θερμότητας) επανακυκλοφορεί στο σωλήνα αναρροφήσεως. Ένα τέτοιο σύστημα αποτυπώνεται στο σχήμα 14.1.

Σύμφωνα με τα όσα αναπτύχθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, μία δυναμική αντλία σχεδιάζεται προκειμένου να λειτουργήσει στο σημείο βέλτιστης αποδόσεως (BEP) ή στη βέλτιστη περιοχή της. Εργαζόμενη στο BEP η αντλία, θα έχει το μέγιστο βαθμό αποδόσεως, θα δίνει παροχή ίση με την κανονική (βέλτιστη) Q_n και θα αποδίδει ύψος H_n :

$$\text{BEP: } \eta = \eta_{\max} \quad Q = Q_n \quad H = H_n$$

Φυσικά η αντλία μπορεί να λειτουργήσει και σε άλλα σημεία, με μικρότερο βαθμό αποδόσεως, καθοριζόμενα από διαφορετικές τιμές ύψους και παροχής, πάντοτε όμως πάνω στη χαρακτηριστική καμπύλη της $H-Q$.

Το σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως στο οποίο είναι τοποθετημένη (ή θα τοποθετηθεί) η αντλία, κατά συνέπεια και το σημείο λειτουργίας της αντλίας, εξαρτάται όχι μόνο από την αντλία, αλλά και από τη σωληνογραμμή: Αποτελεί, όπως είδαμε, την τομή της χαρακτηριστικής καμπύλης της αντλίας με τη χαρακτηριστική καμπύλη της σωληνογραμμής. Επομένως, με δεδομένη την αντλία (και τις καμπύλες



Σχ. 14.1
Σύστημα αντλήσεως (κλειστό).

της), για να βρίσκεται το σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως στη βέλτιστη περιοχή, πρέπει να διαμορφώσουμε κατάλληλα τη σωληνογραμμή και ιδιαίτερα το πιο ενεργοβόρο τμήμα της, που είναι η κατάθλιψη.

Για να ισχύουν όμως οι καμπύλες της αντλίας, αλλά και για να λειτουργεί ομαλά το σύστημα αντλήσεως, θα πρέπει να υπάρχει κατάλληλη διαμόρφωση του υποσυστήματος της αναρροφήσεως, ώστε να αποφεύγονται φαινόμενα σπλαιώσεως ή ακόμα και διακοπή της αντλήσεως.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, τρία κεντρικά προβλήματα μας απασχολούν κατά το σχεδιασμό ενός συστήματος αντλήσεως: Η **επιλογή της κατάλληλης αντλίας**, η **διαμόρφωση της αναρροφήσεως** ώστε το σύστημα να λειτουργεί ομαλά και η **διαμόρφωση της καταθλίψεως**, ώστε το σύστημα να λειτουργεί αποδοτικά. Ο σχεδιασμός των τριών υποσυστημάτων είναι αλληλένδετος. Προκειμένου να επιλέξουμε αντλία σχεδιάζουμε πρόχειρα την αναρρόφηση και την κατάθλιψη. Αφού επιλέξουμε την αντλία (ή αν υπάρχει διαθέσιμη), ασχολούμαστε πιο συγκεκριμένα με τα δύο υποσυστήματα και με το σύστημα αντλήσεως ως σύνολο.

Αναφέρομε στη συνέχεια, μερικές αρχές σχεδιασμού του συστήματος αντλήσεως, χωρίς φυσικά να εξαντλούμε το θέμα, με το οποίο ασχολούνται εξειδικευμένα συγγράμματα. Εστιάζουμε περισσότερο στα ζητήματα που πρέπει να γνωρίζει ο χρήστης του συστήματος αντλήσεως, ακόμα και αν δεν το σχεδιάσει ποτέ ο ίδιος.

14.2 Σχεδιασμός της αναρροφήσεως.

Όπως είδαμε, για να λειτουργεί η αντλία απρόσκοπτα (άρα και το σύστημα αντλήσεως) και να έχουν ισχύ οι χαρακτηριστικές της καμπύλες, πρέπει να αποφύγουμε δημιουργία συνθηκών σπλαιώσεως. Αυτό σημαίνει ότι κατά το σχεδιασμό της αναρροφήσεως, πρέπει να εξασφαλίσουμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερο διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως $NPSH_a$ ή πιο σωστά, ασφαλή διαφορά μεταξύ του διαθέσιμου από το σύστημα και του απαιτούμενου από την αντλία $NPSH_r$:

$$M = NPSH_a - NPSH_r$$

Γενικά συνίσταται η διαφορά αυτή να είναι μεγαλύτερη του 25% του απαιτούμενου $NPSH_r$ της αντλίας.

Σύμφωνα με τις εξισώσεις (13.14), (13.14α) και (13.14β), το $NPSH_a$ αυξάνεται όταν: α) μειώνεται το στατικό ύψος αναρροφήσεως $H_{\Sigma,a}$ και β) μειώνεται το ύψος απωλειών στο σωλήνα αναρροφήσεως.

Η **μείωση του στατικού ύψους αναρροφήσεως** $H_{\Sigma a}$ επιτυγχάνεται τοποθετώντας την αντλία σε όσο το δυνατόν μικρότερη υψομετρική διαφορά από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής αναρροφήσεως και, αν είναι δυνατόν, χαμηλότερα από αυτή (οπότε το στατικό ύψος αναρροφήσεως είναι αρνητικό). Η τοποθέτηση της αντλίας χαμηλότερα από τη δεξαμενή αναρροφήσεως, εκτός από το ότι βοηθά στην αντιμετώπιση της σπλαιώσεως, λύνει και το πρόβλημα πληρώσεως των δυναμικών αντλιών, οι οποίες δεν είναι αυτοεκκινούμενες.

Η **μείωση των απωλειών στο σωλήνα αναρροφήσεως** και η διασφάλιση της λειτουργικότητας του συστήματος επιτυγχάνεται με τα ακόλουθα μέτρα:

α) **Μείωση του μήκους του σωλήνα αναρροφήσεως** στο ελάχιστο αναγκαίο. Αν και το μήκος του σωλήνα αναρροφήσεως είναι γενικά μικρό, να μην ξεχνάμε ότι διπλασιασμός του μήκους σημαίνει και διπλασιασμό των γραμμικών απωλειών. Χρειάζεται όμως προσοχή για να μην δημιουργηθούν άλλα προβλήματα. Έτσι, αν η είσοδος του σωλήνα αναρροφήσεως βρίσκεται κοντά στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, κατά την αναρρόφηση της αντλίας θα δημιουργηθεί έντονος στροβιλισμός και κοάνη περιδινήσεως (ρουφήχτρα, hollow vortex) (σχ. 14.2α), με πιθανό αποτέλεσμα η αντλία να αναρροφά αέρα, με όλες τις δυσάρεστες επιπτώσεις που εξετάσαμε στην παράγραφο 12.5.4. Για να αποφευχθεί το φαινόμενο, ο σωλήνας αναρροφήσεως πρέπει να βρίσκεται σε ικανοποιητική υψομετρική διαφορά από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής. Σύμφωνα με το Hydraulic Institute, το ελάχιστο ύψος εμβάπτισεως (S_{\min}) σε ανοικτή δεξαμενή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{\min} = d_E + 2,3 \cdot v_E \cdot \sqrt{\frac{d_E}{g}} \quad (14.1)$$

όπου: d_E η διάμετρος εισόδου του υγρού στο σωλήνα αναρροφήσεως και v_E η ταχύτητα εισόδου. Σε συνδυασμό με το ελάχιστο ύψος εμβάθυνσεως, πρέπει να τηρούνται και οι σωστές αποστάσεις του στομιού του σωλήνα αναρροφήσεως από τα τοιχώματα (συνήθως $>2,5 d_E$) και τον πυθμένα της δεξαμενής.

Παράδειγμα 1

Να υπολογισθεί το ελάχιστο ύψος εμβάπτισεως σωλήνα αναρροφήσεως σε ανοικτή δεξαμενή, αν η παροχή είναι $180 \text{ m}^3/\text{h}$ και η διάμετρος της εισόδου στο σωλήνα αναρροφήσεως, 22 cm .

Λύση:

Δεδομένα: $Q = 180 \text{ m}^3/\text{h} = 0,05 \text{ m}^3/\text{s}$, $d_E = 0,22 \text{ m}$

Ζητούμενο: S_{\min}

Υπολογίζουμε την ταχύτητα εισόδου:

$$v_E = \frac{4 \cdot Q_E}{\pi \cdot d_E^2} \Rightarrow v_E = 1,32 \text{ m/s}$$

$$(14.1) \Rightarrow S_{\min} = 0,67 \text{ m}$$

β) **Αύξηση της διαμέτρου του σωλήνα αναρροφήσεως.** Το μικρό μήκος της αναρροφήσεως δεν καθιστά ιδιαίτερα δαπανηρή την τοποθέτηση σε αυτή σωλήνα αυξημένης διαμέτρου (άρα πιο ακριβού), ο οποίος οδηγεί σε σημαντική πτώση των απωλειών. Η επιλογή της κατάλληλης διαμέτρου έχει ως κριτήριο την επιθυμητή ταχύτητα στο σωλήνα αναρροφήσεως. Αυτή πρέπει να είναι μικρή,



Σχ. 14.2α.

Σχηματισμός κοάνης περιδινήσεως στη δεξαμενή αναρροφήσεως αντλίας.

ώστε να ελαχιστοποιούνται οι απώλειες, αλλά επαρκής, ώστε το ρεύμα του υγρού να συμπαρασύρει τα αιωρούμενα στερεά σωματίδια και να μην επιτρέπει διαχωρισμούς και κατακαθίσεις. Αν και κάθε σύστημα έχει πιθανές ιδιομορφίες, οι συνιστώμενες τυπικές ταχύτητες αναρροφήσεως είναι οι ακόλουθες:

- για το νερό: 1 – 1,5 m/s,
- για τα ελαφρά λάδια: 1,0 m/s,
- για τα παχύρρευστα υγρά: 0,5 m/s
- για τα ζεστά υγρά: 0,6 m/s

Στην περίπτωση που το αντλούμενο ρευστό περιέχει μεγάλη ποσότητα αιωρούμενων στερεών, ως ελάχιστη ταχύτητα συνιστάται το 1 m/s.

Πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι διάμετρος σωλήνα μεγαλύτερη από τη διάμετρο της φλάντζας αναρροφήσεως της αντλίας, απαιτεί εξάρτημα συστολής. Η συστολή πρέπει να είναι βαθμιαία με όσο το δυνατό μικρότερη γωνία (παράγρ. 5.5.4) και έκκεντρη, ώστε να μειώνονται οι στροβιλισμοί του αναρροφώμενου υγρού και να αποφεύγεται η δημιουργία θύλακα αέρα στην είσοδο της αντλίας.

γ) **Ελαχιστοποίηση των τοπικών απωλειών** στο σωλήνα αναρροφήσεως. Αποφεύγουμε τη μη αναγκαία τοποθέτηση εξαρτημάτων (π.χ. βαλβίδες). Αν πρέπει να τοποθετήσουμε εξαρτήματα αλλαγής διεύθυνσεως (γωνίες), φροντίζουμε να έχουν μεγάλη ακτίνα καμπυλότητας.

Υπάρχουν όμως αναπόφευκτες τοπικές απώλειες, καθώς και **εξαρτήματα** αναγκαία για την ορθή λειτουργία της αναρροφήσεως που τις αυξάνουν.

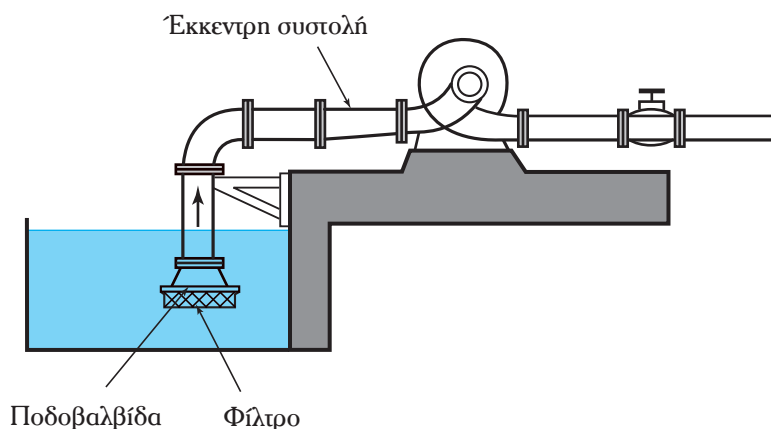
Έχουμε καταρχήν την **είσοδο του υγρού από τη δεξαμενή στο σωλήνα** αναρροφήσεως. Όπως είδαμε (παράγρ. 5.5.1) ο συντελεστής τοπικών απωλειών K , ανάλογα με τη διαμόρφωση της εισόδου, κυμαίνεται από 0,02 ως 0,8. Επιδιώκοντας όσο το δυνατόν μικρότερη τιμή, καταφεύγουμε συχνά σε **κωδωνοειδή** είσοδο.

Αν θέλουμε να αποφύγουμε την είσοδο στερεών σωματιδίων, τοποθετούμε στην είσοδο του σωλήνα ειδικά **φίλτρα**.

Αν η δυναμική αντλία βρίσκεται υψηλότερα από τη δεξαμενή αναρροφήσεως και δεν διαθέτει ειδικό σύστημα πληρώσεως, τοποθετούμε **ποδοβαλβίδα**, ώστε να εμποδίσουμε το άδειασμα του σωλήνα αναρροφήσεως. Ο συντελεστής τοπικών απωλειών του φίλτρου και της ποδοβαλβίδας είναι αρκετά μεγάλος, κυμαινόμενος από $K = 2$ ως $K = 6$.

Στο σχήμα 14.2β βλέπουμε αναρρόφηση συστήματος αντλήσεως με φίλτρο και ποδοβαλβίδα, καθώς και έκκεντρη συστολή.

δ) **Εξασφάλιση στεγανότητας:** Εκτός από τα μέτρα αύξησεως του διαθέσιμου καθαρού θετικού ύψους αναρροφήσεως για την αποφυγή σπληναιώσεως ατμού, πολύ σημαντικό είναι να αποφύγουμε και τη σπληναιώση αερίου. Υπενθυμίζουμε ότι στο σωλήνα αναρροφήσεως παρουσιάζεται σημαντική πτώση πίεσης. Ιδιαίτερα αν η δεξαμενή αναρροφήσεως έχει ατμοσφαιρική πίεση και βρίσκεται κάτω από την αντλία, η πίεση στο σωλήνα αναρροφήσεως είναι σημαντικά μικρότερη από την ατμοσφαιρική. Επομένως, η έλλειψη πλήρους στεγανότητας θα οδηγήσει σε αναρρόφηση αέρα με αρνητικές επιπτώσεις στην απόδοση της αντλίας, ακόμα και τη δυνατότητα αντλήσεως (παράγρ. 12.5.4). Γι' αυτό το λόγο, πριν λειτουργήσουμε το σύστημα αντλήσεως για πρώτη φορά, υποβάλουμε σε υδραυλική πίεση τη γραμμή αναρροφήσεως ώστε να βεβαιωθούμε για τη στεγανότητά της.



Σχ. 14.2β.

Αναρρόφηση ανιπλικού συστήματος.

14.3 Υπολογισμός διαμέτρου του σωλήνα καταθλίψεως.

Η δεύτερη σημαντική πλευρά του σχεδιασμού, αφορά στην ενεργειακή μελέτη και στην αποδοτικότητα του συστήματος αντλήσεως. Κάποιες βασικές παράμετροι είναι ήδη δεδομένες από τις ανάγκες τις οποίες καλείται το σύστημα να εξυπηρετήσει. Έτσι, συνήθως είναι δεδομένο το στατικό ύψος και το ύψος πίεσης που πρέπει να καλυφθούν ενεργειακά από την αντλία. Επίσης δεδομένη κατά προσέγγιση πρέπει να θεωρηθεί και η απόσταση, στην οποία το σύστημα θα μεταφέρει το υγρό. Επομένως, το μήκος της σωληνογραμμής έχει μία ελάχιστη τιμή, την οποία κατά πάσα πιθανότητα θα υπερβούμε κατά το σχεδιασμό της εγκατάστασης. Τέλος, είναι γνωστό το διακινούμενο υγρό και οι συνθήκες διακινήσεως (άρα είναι γνωστές οι ιδιότητές του, όπως η θερμοκρασία, οι πιέσεις στις οποίες θα βρεθεί, το ιξώδες, η διαβρωτικότητα κ.ά.). Η γνώση των συνθηκών μεταφοράς, επιτρέπει να προχωρήσουμε στην **επιλογή των καταλλήλων υλικών** κατασκευής των σωλήνων και των εξαρτημάτων.

Το **ολικό ύψος** που καλείται να καλύψει η αντλία, αποτελεί το άθροισμα του στατικού ύψους, του ύψους πίεσης, του ύψους ταχύτητας και του ύψους απωλειών. Τα τρία πρώτα προσδιορίζουν τις ενεργειακές ανάγκες του συστήματος, πρόκειται επομένως για ωφέλιμη ενέργεια που, μέσω της αντλίας, αποδίδεται στο υγρό. Γνωρίζοντας τις ανάγκες που καλείται να αντιμετωπίσει το σύστημα αντλήσεως, γνωρίζουμε και αυτά τα τρία ενεργειακά ύψη. Παραδείγματος χάριν αν πρέπει να μεταφέρουμε νερό σε χώρο με διαφορά πίεσης 5 bar, το ύψος πίεσης είναι $\Delta p/\gamma = 51$ m. Αν η υψομετρική διαφορά είναι 15 m, τόσο είναι και το στατικό ύψος. Αν το νερό πρέπει να εξέρχεται από ακροφύσιο με ταχύτητα 20 m/s, το ύψος ταχύτητας είναι $v^2/2g = 20,4$ m. Αντίθετα, το ύψος απωλειών (απώλειες ενέργειας λόγω τριβών ανά μονάδα βάρους ρευστού), εξαρτάται από την παροχή και τη διαμόρφωση της σωληνογραμμής. Λαμβάνοντας υπόψη ότι ο σωλήνας αναρροφήσεως είναι μικρού μήκους και σχετικά μεγάλης διαμέτρου, επομένως, σύμφωνα με την εξίσωση των απωλειών, έχει μικρές απώλειες, **το ύψος απωλειών οφείλεται κατά κύριο λόγο στο σωλήνα καταθλίψεως**. Η κλίση της χαρακτηριστικής καμπύλης της σωληνογραμμής εξαρτάται κατά συνέπεια από τις επιλογές που θα κάνουμε σχετικά μ' αυτόν.

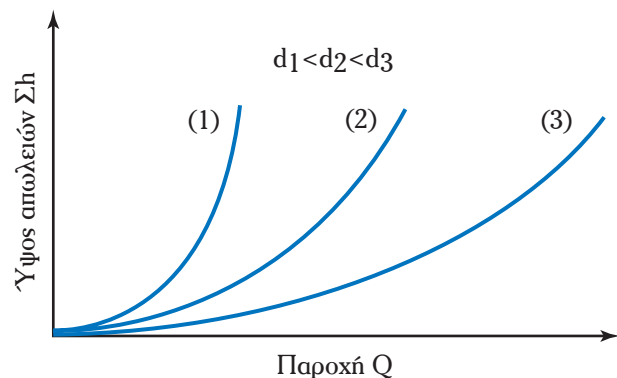
Στόχος μας είναι **το σημείο λειτουργίας του συστήματος**, δηλαδή η τομή της χαρακτηριστικής του συστήματος με τη χαρακτηριστική της αντλίας, πρώτον **να βρίσκεται στην περιοχή βέλτιστης λειτουργίας** της αντλίας και δεύτερον σε κάθε περίπτωση όχι στην περιοχή σπλαιώσεως. Αν σχεδιάσαμε σωστά την αναρρόφηση, η περιοχή σπλαιώσεως βρίσκεται έξω από τη περιοχή βέλτιστης λειτουργίας. Επομένως, **για το σχεδιασμό και την επιλογή του σωλήνα καταθλίψεως, βασικά δεδομένα αποτελούν η βέλτιστη παροχή Q_n και το αντίστοιχο ύψος H_n** . Όπως είναι λογικό, φροντίζουμε να ελαχιστοποιήσουμε τις τοπικές απώλειες, αποφεύγοντας εξαρτήματα, τα οποία δεν είναι αναγκαία. Επίσης, φροντίζουμε το μήκος του σωλήνα καταθλίψεως να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο, αποφεύγοντας τις άσκοπες διαδρομές.

Η σημαντικότερη όμως παράμετρος είναι η διάμετρος του σωλήνα καταθλίψεως. Όπως φαίνεται στο σχήμα 14.3α, μικρή διάμετρος καταθλίψεως σημαίνει απότομη καμπύλη ύψους απωλειών-παροχής (άρα και σωληνογραμμής), αφού όσο μεγαλύτερη η διάμετρος, τόσο μικραίνει η κλίση της καμπύλης.

Η επιλογή της κατάλληλης διαμέτρου, αποτελεί μία από τις σημαντικότερες εργασίες κατά τη σχεδίαση ενός συστήματος αντλήσεως. Ο τρόπος υπολογισμού παρουσιάζεται στο παράδειγμα που ακολουθεί.

Παράδειγμα 2

Σύστημα αντλήσεως νερού έχει στατικό ύψος



Σχ. 14.3α.

Καμπύλες $\Sigma h-Q$ για διάφορες διαμέτρους καιάθλιψεως.

15 m και δεξαμενές αναρροφήσεως και καταθλίψεως ατμοσφαιρικής πίεσεως. Στο σύστημα θα εγκατασταθεί αντλία με χαρακτηριστικές καμπύλες του σχήματος 13.2δ. Το ύψος απωλειών της αναρροφήσεως για την κανονική παροχή της αντλίας είναι 3 m και ο ολικός συντελεστής τοπικών απωλειών στην κατάθλιψη ισούται με 12. Ο σωλήνας καταθλίψεως θα είναι από χυτοσίδηρο μήκους 150 m. Να υπολογισθεί η διάμετρος του σωλήνα καταθλίψεως (σε mm), ώστε το σύστημα αντλήσεως να λειτουργεί με το μέγιστο βαθμό αποδόσεως.

Λύση:

Δεδομένα: $H_{\Sigma} = 15$ m, $h_a = 3$ m, καμπύλη H-Q σχήματος 13.2δ.

$$L_k = 150$$
 m, $\epsilon_k = 0,00026$ m, $\Sigma K_k = 12$, $\nu = 10^{-6}$ m²/s

Ζητούμενο: βέλτιστη διάμετρος d_k

Βήμα 1: Από την καμπύλη H-Q του σχήματος 13.2δ, παίρνομε τη βέλτιστη παροχή και το αντίστοιχο ύψος (για διάμετρο πτερωτής 335 mm):

$$Q_n \approx 180 \text{ m}^3/\text{h} = 0,05 \text{ m}^3/\text{s}, H_n \approx 30 \text{ m}$$

Γι' αυτές τις τιμές θα υπολογίσουμε τη διάμετρο του σωλήνα καταθλίψεως.

Βήμα 2: Η εξίσωση ενέργειας του συστήματος αντλήσεως δίνει:

$$H_o = H_{\Sigma} + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Sigma h \Rightarrow H_o = H_{\Sigma} + \Sigma h \Rightarrow \Sigma h = 15 \text{ m} \Rightarrow h_k = \Sigma h - h_a \Rightarrow h_k = 12 \text{ m}$$

Βήμα 3: Έχομε να αντιμετωπίσομε ένα τυπικό πρόβλημα υπολογισμού της διαμέτρου ενός σωλήνα (βλ. παράγρ. 5.7.3). Σύμφωνα με την εξίσωση απωλειών:

$$h_k = \frac{8}{\pi^2 g} \left(f \cdot \frac{L}{d_k} + \Sigma K_k \right) \cdot \frac{1}{d_k^5} \cdot Q_n^2$$

Στην εξίσωση αυτή άγνωστοι είναι ο συντελεστής τριβής και η διάμετρος. Η εξίσωση επιλύεται με δοκιμές (για κάθε τιμή της διαμέτρου d λαμβάνομε αντίστοιχη τιμή του f από το διάγραμμα Moody). Διαμορφώνομε πίνακα και με διαδοχικές δοκιμές προσδιορίζομε τη ζητούμενη διάμετρο (κριτήριο για διορθώσεις, το ολικό ύψος):

d' (mm)	v' (m/s)	ϵ/d'	Re'	f'	h' (m)	$h'-h$	d (mm)
100	6,37	0,00260	$6,37 \cdot 10^5$	0,0254	103,5	91,5	$d > 100$
200	1,59	0,00130	$3,18 \cdot 10^5$	0,0217	3,65	-8,35	$d < 200$
150	2,83	0,00173	$4,24 \cdot 10^5$	0,0230	14,29	2,29	$d > 150$
160	2,49	0,00163	$3,98 \cdot 10^5$	0,0227	10,49	-1,51	$d < 160$
155	2,65	0,00168	$4,11 \cdot 10^5$	0,0228	12,20	0,20	$d \approx 155$

Επομένως, ο σωλήνας καταθλίψεως που θα επιλέξομε θα έχει εσωτερική διάμετρο $d_k \cong 155$ mm.

Κατά τη διαδικασία υπολογισμού της βέλτιστης διαμέτρου, δεν χρειάζεται σχολαστικός υπολογισμός, για τρεις λόγους:

- Τα δεδομένα των καμπυλών είναι προσεγγιστικά,
- το σημείο λειτουργίας του συστήματος αρκεί να είναι κοντά στο ΒΕΡ και

γ) η διάμετρος που θα επιλέξουμε θα εξαρτηθεί από τις υπάρχουσες εσωτερικές διαμέτρους της τυποποίησης (άρα τις διαθέσιμες στο εμπόριο).

Οποιαδήποτε όμως προχειρότητα στον υπολογισμό δεν είναι αποδεκτή, επειδή το κόστος των σωλίνων καταθλίψεως και των εξαρτημάτων τους είναι πολύ σημαντικό, δυνάμενο να φτάσει ως και το 40% της επενδύσεως. Αυτός είναι εξάλλου και ο λόγος που συνήθως, στα συστήματα αντλήσεως δεν χρησιμοποιούνται οι βέλτιστες από ενεργειακής πλευράς διαμέτροι καταθλίψεως, αλλά λίγο μικρότερες (άρα φθηνότερες). Δηλαδή **επιλέγουμε την οικονομικοτεχνικά βέλτιστη** διάμετρο.

Συγκεκριμενοποιώντας τη διαδικασία υπολογισμού της οικονομικά και τεχνικά βέλτιστης διαμέτρου, πρέπει να λάβουμε υπόψη τρεις σημαντικούς παράγοντες:

- α) Κόστος αγοράς (σωλίνων, συνδέσεων, εξαρτημάτων).
- β) Κόστος εγκαταστάσεως.
- γ) Λειτουργικό κόστος (κατανάλωση ενέργειας).

Το κόστος αγοράς αυξάνεται ανάλογα σχεδόν με τη διάμετρο, το κόστος εγκαταστάσεως παρουσιάζει μικρές μεταβολές, ενώ το κόστος λειτουργίας αυξάνεται σημαντικά με τη μείωση της διαμέτρου (παρουσιάζοντας χαμηλές τιμές στην περιοχή βέλτιστης λειτουργίας της αντλίας). Αν τοποθετήσουμε σε άξονες με τετμημένη τη διάμετρο τις παραπάνω παραμέτρους κόστους (τις δύο πρώτες ως άθροισμα) και αθροίσουμε, λαμβάνουμε την καμπύλη ολικού κόστους, όπως φαίνεται στο σχήμα 14.3β. Σ' αυτήν εντοπίζουμε την περιοχή της οικονομικοτεχνικά βέλτιστης διαμέτρου. (Η γνώση τιμών αγοράς σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο συγκεκριμενοποιεί και τροποποιεί την αντίστοιχη καμπύλη).

Το πρόβλημα επιλογής της οικονομικοτεχνικά βέλτιστης διαμέτρου γίνεται πιο σύνθετο αν προστεθεί και η παράμετρος του υλικού κατασκευής του σωλήνα, καθώς και το κόστος συντηρήσεως. Γενικά, η διάμετρος επιλέγεται έτσι, ώστε η ταχύτητα του υγρού στο σωλήνα καταθλίψεως σε κανονικές συνθήκες λειτουργίας να κυμαίνεται από 1,4 ως 3,5 m/s.

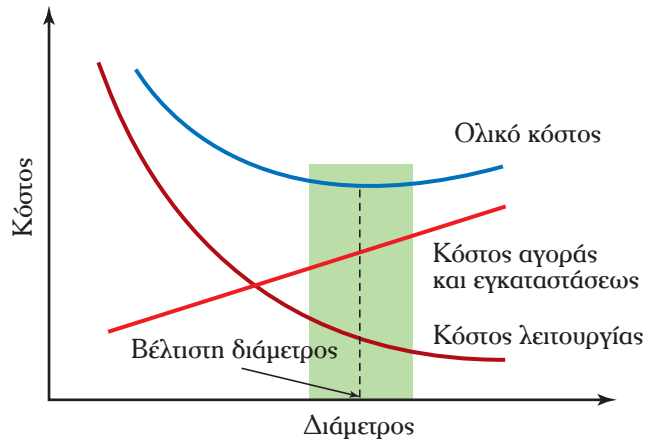
Υπενθυμίζουμε ότι η παραπάνω υπολογιστική διαδικασία δεν αφορά στη διάμετρο του σωλήνα αναρροφήσεως, η οποία προσδιορίζεται αποκλειστικά από λειτουργικούς παράγοντες, όπως είδαμε στην παράγραφο 14.2.

Αν και ο υπολογισμός της διαμέτρου είναι πολύ σημαντικός, ο σχεδιασμός της σωληνογραμμής της καταθλίψεως δεν τελειώνει σ' αυτόν. Πρέπει να σχεδιασθεί η σωληνογραμμή ανάλογα με το χώρο και τη διεργασία που εξυπηρετεί το σύστημα αντλήσεως, να τοποθετηθούν τα διάφορα εξαρτήματα, να σφραχισθούν οι σωληνώσεις κ.ά..

14.4 Κριτήρια επιλογής αντλιών.

Στις δύο προηγούμενες παραγράφους σχεδιασμού της αναρροφήσεως και υπολογισμού του σωλήνα καταθλίψεως, θεωρήσαμε ότι η αντλία υπάρχει ή έχει ήδη επιλεγεί. Η επιλογή όμως της κατάλληλης αντλίας αποτελεί τη σημαντικότερη ενέργεια κατά το σχεδιασμό του συστήματος αντλήσεως.

Ήδη στην παράγραφο 10.6 προχωρήσαμε σε μία πρώτη σύγκριση των διαφόρων τύπων αντλιών και αναφέραμε τα βασικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματά τους. Μπορούμε τώρα να γίνουμε πιο συγκεκριμένοι. Διευκρινίζουμε όμως πως οι παράμετροι επιλογής είναι περισσότερες απ' όσες θα αναφερθούν στη



Σχ. 14.3β.

Υπολογισμός βέλτιστης διαμέτρου σωλήνα κατάθλιψεως.

συνέχεια και η επιλογή αντλίας σε ελάχιστες περιπτώσεις αποτελεί μονόδρομο.

Βασική προϋπόθεση για τη σωστή επιλογή της αντλίας αποτελεί η αναλυτική γνώση του συστήματος αντλήσεως στο οποίο θα τοποθετηθεί. Πιο συγκεκριμένα, πρέπει να γνωρίζουμε και να λάβουμε καθοριστικά υπόψη τα ακόλουθα δεδομένα:

α) **Ιδιότητες του αντλούμενου υγρού:** Οι ιδιότητες του αντλούμενου ρευστού πρέπει να ληφθούν σοβαρά υπόψη για την επιλογή της αντλίας.

Ιδιαίτερη σημασία πρέπει να δοθεί καταρχήν στο **ιξώδες** του υγρού. Αν το αντλούμενο ρευστό είναι παχύρρευστο, μάλλον θα αποκλείσουμε τις αντλίες δυναμικού τύπου και θα χρησιμοποιήσουμε κάποια περιστροφική αντλία θετικής εκτοπίσεως. Βέβαια, αν έχουμε τη δυνατότητα μείωσης του ιξώδους με θέρμανση του διακινούμενου υγρού (όπως συμβαίνει π.χ. στη διακίνηση βαρέων καυσίμων), διαμορφώνεται και η εναλλακτική λύση χρήσεως αντλιών δυναμικού τύπου. Οι περιστροφικές δυναμικές αντλίες έχουν μειωμένη απόδοση όταν αντλούν υγρά μεγάλου ιξώδους και κατά συνέπεια, μεγαλύτερες απαιτήσεις ισχύος. Οι χαρακτηριστικές καμπύλες των αντλιών (οι οποίες έχουν προκύψει για διακινούμενο υγρό το νερό), τροποποιούνται με διορθωτικούς συντελεστές, στην περίπτωση που το κινηματικό ιξώδες είναι $>20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Αντίστοιχης σημασίας είναι και η **συγκέντρωση στερεών** σωματιδίων, καθώς και το μέγεθος και η σκληρότητά τους. Αν το υγρό έχει πολύ μεγάλη συγκέντρωση στερεών, επιλέγουμε μια αντλία που δεν θα φράξει ή δεν θα αποτύχει πρόωρα.

Αν το αντλούμενο ρευστό συμπαρασύρει μεγάλες **ποσότητες αερίων** θα πρέπει να επιλέξουμε αντλίες, οι οποίες μπορούν να ανταποκριθούν, δηλαδή είτε περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως, είτε αντλίες ακροφυσίου.

Αν το υγρό έχει **διαβρωτικές ιδιότητες**, θα πρέπει να επιλέξουμε μια αντλία ειδικής κατασκευής, της οποίας η περωτή και τα τμήματα που έρχονται σε επαφή με το υγρό να αντιστέκονται στη διάβρωση.

Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται κατά την άντληση υγρών που βρίσκονται σε **υψηλή θερμοκρασία**. Ιδιαίτερα, για θερμοκρασίες αντλήσεως μεγαλύτερες των 90°C , πρέπει να εξετασθούν προσεκτικά τα υλικά κατασκευής της αντλίας και ιδιαίτερα ορισμένα τμήματά της, όπως το σύστημα στεγανοποίησης.

Η γνώση των **πιέσεων λειτουργίας** σχετίζεται με την επιλογή των καταλλήλων υλικών, ενώ η **τάση ατμών** σε συνδυασμό με τη θερμοκρασία λειτουργίας σχετίζονται με το απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως της αντλίας. Τέλος, η **πυκνότητα** του αντλούμενου υγρού, σχετίζεται άμεσα με την ισχύ της αντλίας.

β) **Απαιτήσεις του συστήματος σε παροχή και ολικό ύψος:** Αποτελεί το σημαντικότερο κριτήριο για την επιλογή της κατάλληλης αντλίας. Είναι λογικό η αντλία που θα επιλέξουμε να έχει βέλτιστη παροχή, αντίστοιχη με την απαιτούμενη από το σύστημα. Αλλά ταυτόχρονα θα πρέπει να αποδίδει και ύψος αντίστοιχο με το ολικό ύψος που απαιτεί το σύστημα.

Η σχέση βέλτιστης παροχής και αποδιδόμενου ύψους της αντλίας σε ορισμένη ταχύτητα περιστροφής, εκφράζεται από την ειδική ταχύτητά της. Όπως τονίσαμε στην παράγραφο 12.4, η έκφραση της ειδικής ταχύτητας πιθανόν να διαφέρει, ανάλογα με τον κατασκευαστή και το σύστημα. Στη συνέχεια αναφερόμαστε αποκλειστικά στην **Παγκόσμια Ειδική Ταχύτητα** (Universal Specific Speed) N_{SU} , η οποία αποτελεί αδιάστατο μέγεθος (εξίσωση 12.33α):

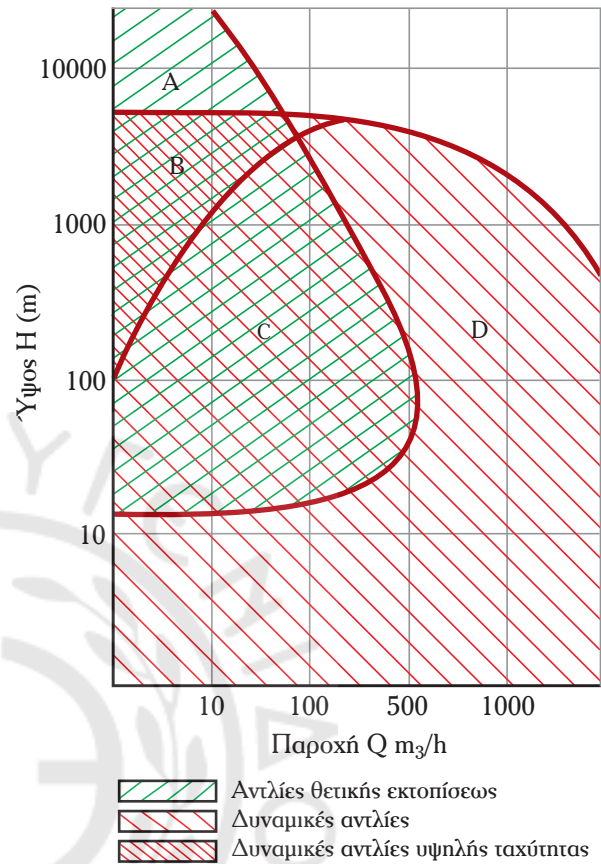
$$N_{SU} = 2\pi \cdot n \cdot \frac{Q_n^{0,5}}{(g \cdot H_n)^{0,75}}$$

Για μετατροπές από ή σε εκφράσεις της ειδικής ταχύτητας N_S που δεν είναι αδιάστατες (US, Metric, SI), χρησιμοποιούμε τον Πίνακα 12.4.1.

Υπενθυμίζουμε ότι οι αντλίες αξονικής ροής, οι οποίες έχουν μεγάλες ειδικές ταχύτητες, δίνουν μεγάλες παροχές αλλά αποδίδουν μικρά ύψη. Καθώς η ειδική ταχύτητα μειώνεται, μειώνονται και οι παροχές αλλά αυξάνεται η δυνατότητα αποδόσεως μεγαλύτερων υψών. Έτσι, οι δυνατότητες μεγάλης παροχής

μειώνονται στις αντλίες μεικτής ροής και ακόμα περισσότερο στις αντλίες ακτινικής ροής, με αντίστοιχη βελτίωση του αποδιδόμενου ύψους. Αν το ολικό ύψος είναι ακόμα πιο μεγάλο και η παροχή μικρότερη, περνάμε στις στροβιλοαντλίες καθώς και στις πολυβάθμιες φυγόκεντρες αντλίες, χωρίς να αποκλείεται η περίπτωση να περάσουμε στις περιστροφικές αντλίες, στατικού τύπου (ιδιαίτερα αν το αντλούμενο υγρό είναι παχύρρευστο) ή και στις παλινδρομικές (για πολύ μεγάλα ύψη και πολύ μικρές παροχές). Το διάγραμμα του σχήματος 14.4α δίνει μια γενική εικόνα της χρήσεως αντλιών θετικής εκτοπίσεως ή δυναμικού τύπου, ανάλογα με τα αποδιδόμενα ύψη και τις παροχές. Παρατηρούμε ότι μονόδρομος στις επιλογές μας παρουσιάζεται στην περιοχή Α (πολύ μεγάλο ύψος – μικρή παροχή, αντλίες θετικής εκτοπίσεως) και στην περιοχή D (μικρό ύψος είτε μεγάλη παροχή, δυναμικές αντλίες). Στην αρκετά συνηθισμένη περιοχή C (μέτριο ύψος, μικρή ως μέτρια παροχή) έχουμε τη δυνατότητα επιλογής αντλίας στατικού ή κινητικού τύπου. Τέλος, στην περιοχή Β (μεγάλο ύψος-μικρή παροχή), έχουμε να επιλέξουμε μεταξύ αντλιών στατικού τύπου και δυναμικών αντλιών υψηλών περιστροφικών ταχυτήτων.

Για την επιλογή ανάμεσα στους διάφορους τύπους των περιστροφικών δυναμικών αντλιών, αξιοποιούμε την ειδική ταχύτητα. Για να γίνει κατανοητή η σχέση ύψους-παροχής με την ειδική ταχύτητα, ασ συγκρίνομε τα ύψη πέντε αντλιών με $Q_n = 100 \text{ m}^3/\text{h}$, $n = 1750 \text{ rpm}$ και διαφορετικές ειδικές ταχύτητες N_{SU} , όπως προκύπτουν με χρήση της εξίσωσης 12.33α, (Πίν. 14.4.1):



Σχ. 14.4α.
Επιλογή αντλίας με βάση το ολικό ύψος και την παροχή.

Πίνακας 14.4.1
Σύγκριση αντλιών διαφορετικής ειδικής ταχύτητας.

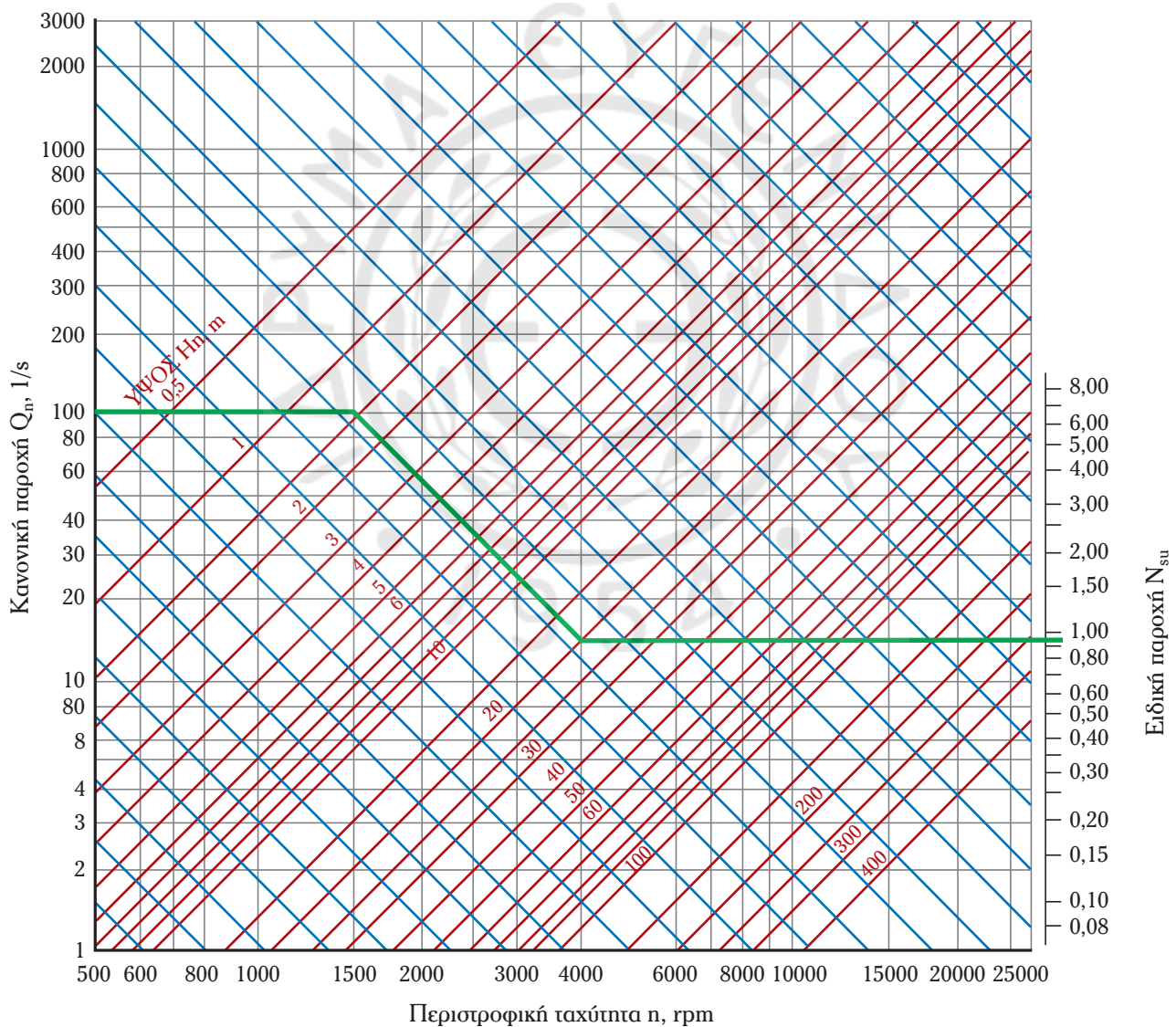
N_{SU}	Τύπος αντλίας	n rpm	Q_n m^3/h	H_n m
0,2	Ακτινικής ροής	1750	100	83,21
1,0	Ακτινικής ροής	1750	100	9,73
2,0	Μεικτής ροής	1750	100	3,86
4,0	Αξονικής ροής	1750	100	1,53
5,0	Αξονικής ροής	1750	100	1,14

Παρατηρούμε τη μεγάλη διαφορά αποδιδόμενου ύψους που προκύπτει για τις αντλίες διαφορετικών ειδικών ταχυτήτων.

Για να αποφευχθεί η υπολογιστική διαδικασία που απαιτεί η εξίσωση (12.33), χρησιμοποιείται συχνά

το σχετικό νομογράφημα του σχήματος 14.4β. Σ' αυτό, ξεκινώντας από την παροχή (άξονας τεταγμένων), πηγαίνομε ακολουθώντας οριζόντια διαδρομή στην ταχύτητα περιστροφής (άξονας τετμημένων). Στη συνέχεια ακολουθώντας την πλάγια μπλε γραμμή φτάνομε στο ύψος (το οποίο σημειώνεται με πλάγιες κόκκινες γραμμές στο σχήμα 14.4β. Στο σημείο τομής διαβάζομε την ειδική ταχύτητα της αντλίας (κλίμακα δεξιά). Για παράδειγμα μία αντλία που έχει κανονική παροχή 100 l/s, λειτουργεί στις 1500 rpm και αποδίδει ύψος 20 m, σύμφωνα με το διάγραμμα έχει ειδική ταχύτητα $N_{SU} = 0,95$. (Εφαρμόζοντας τη σχέση (12.33), προκύπτει: $N_{SU} = 0,947$).

Φυσικά το αποδιδόμενο ύψος και η παροχή εξαρτώνται και από το μέγεθος της αντλίας, τη διάμετρο της περωτής και την περιστροφική της ταχύτητα. Αλλά αν η ειδική ταχύτητα είναι δεδομένη, τα παραπάνω σημαντικά μεγέθη μεταβάλλουν κατά τον ίδιο τρόπο το αποδιδόμενο ύψος και την παροχή. Αν για παράδειγμα η αντλία του Πίνακα 14.4.1 με $N_{SU} = 2$ λειτουργήσει με περιστροφική ταχύτητα 1600 rpm, θα έχουμε μικρότερη παροχή και μικρότερο αποδιδόμενο ύψος:



Σχ. 14.4β.
 Νομογράφημα υπολογισμού (Παγκόσμιας) Ειδικής Ταχύτητας N_{SU} .

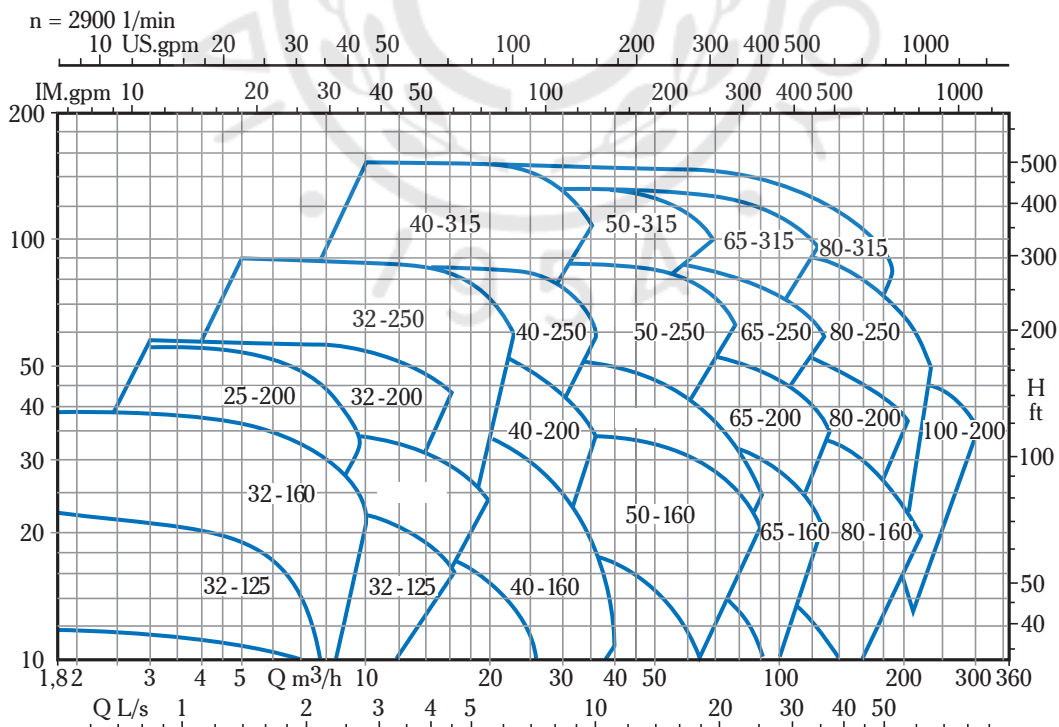
$$\frac{Q_n}{Q'_n} = \frac{n}{n'} \quad \Rightarrow Q'_n = 91,4 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$\frac{H_n}{H'_n} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \quad \Rightarrow H'_n = 3,23\text{m}$$

Σημειώνουμε ότι η γνώση του ολικού ύψους που απαιτεί το σύστημα αντλήσεως, προϋποθέτει τη γνώση όλων των μεγεθών του συστήματος αντλήσεως που το καθορίζουν (στατικό ύψος, ύψος πίεσεως και ταχύτητας, στοιχεία σωλήνων). Μεταξύ αυτών είναι φυσικά και η διάμετρος του σωλήνα καταθλίψεως, αφού στο ολικό ύψος περιλαμβάνεται και το ύψος απωλειών του συστήματος.

Οι εταιρείες παραγωγής αντλιών, παρέχουν (όπως είδαμε στην παράγρ. 13.2) συνολικότερα διαγράμματα (τα οποία αναφέρονται σε μια οικογένεια αντλιών) για την επιλογή της κατάλληλης αντλίας σε συνάρτηση με την παροχή και το ολικό ύψος του συστήματος αντλήσεως. Συνήθως επί των διαγραμμάτων αυτών σημειώνονται και ορισμένα τεχνικά στοιχεία. Σύμφωνα με όσα αναφέραμε παραπάνω, θα ήταν ιδιαίτερα χρήσιμο, μαζί μ' αυτά να παρείχαν για κάθε ομάδα αντλιών και την ειδική της ταχύτητα. Ένα τέτοιο διάγραμμα βλέπουμε στο σχήμα 14.4γ (εκτός από την ταχύτητα περιστροφής, περιέχει για κάθε αντλία, την ονομαστική διάμετρο της καταθλίψεως και τη διάμετρο της περωτής).

γ) **Απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως:** Στην πλέον συνηθισμένη περίπτωση που η σχέση αποδιδόμενου ύψους-παροχής μας οδηγούν σε επιλογή δυναμικής αντλίας, μία ακόμα βασική παράμετρος είναι το NPSHr της αντλίας. Ιδιαίτερα όταν ο σχεδιασμός του συστήματος αντλήσεως δεν αφήνει σημαντικά περιθώρια για μεγάλες τιμές διαθέσιμου NPSH, η παράμετρος αυτή αποκτά πρωτεύουσα σημασία. Για παράδειγμα μια αντλία πιθανόν να είναι η πιο κατάλληλη για το σύστημά μας, με κριτήριο



Σχ. 14.4γ.

Διάγραμμα εκλογής αντλίας σε συνάρτηση με την παροχή και το ολικό ύψος του συστήματος (KSB).

την κανονική παροχή και το αντίστοιχο αποδιδόμενο ύψος. Αλλά αν με βάση το διαθέσιμο NPSH του συστήματος και το απαιτούμενο NPSH της αντλίας, η περιοχί βέλτιστης λειτουργίας αποτελεί και περιοχί σπλαιώσεως, η αντλία πρέπει να απορριφθεί (εκτός και αν υπάρχει τρόπος, με αλλαγές στη σχεδίαση της αναρροφήσεως, να αυξήσουμε σημαντικά το διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως).

δ) **Βαθμός αποδόσεως της αντλίας:** Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω κριτήρια (που σχετίζονται με την κάλυψη των λειτουργικών προϋποθέσεων που θέτει το σύστημα αντλήσεως), έχουμε περιορίσει αρκετά το εύρος των προς επιλογή αντλιών. Συνήθως όμως παραμένει μεγάλος αριθμός επιλεξιμών αντλιών. Στο σημείο αυτό έχουμε καλύψει σε σημαντικό βαθμό τις τεχνικές προϋποθέσεις και τίθεται το καθοριστικό ερώτημα που σχετίζεται με την οικονομική λειτουργία του συστήματος. Από τις αντλίες που καλύπτουν τις ανάγκες του συστήματος αντλήσεως, θα προτιμήσουμε κατά πάσα πιθανότητα εκείνη που έχει καλύτερο βαθμό αποδόσεως.

Για να καταστεί πιο σαφές το κριτήριο της οικονομικής λειτουργίας, διαμορφώνεται συχνά και ένας επιπλέον δείκτης: ο λόγος της κανονικής παροχής της προς την ισχύ που καταναλώνει η αντλία (ο οποίος δείχνει την παροχή ανά μονάδα καταναλισκόμενης ισχύος ή τον όγκο του υγρού που διακινείται ανά μονάδα καταναλισκόμενης ενέργειας). Ο δείκτης αυτός επιτρέπει την άμεση σύγκριση της λειτουργίας των αντλιών από οικονομικής πλευράς (αρκεί φυσικά οι αντλίες να καλύπτουν το σύστημα από πλευράς αποδιδόμενου ύψους και NPSH).

Παράδειγμα 3

Σε σύστημα αντλήσεως με απαιτήσεις ολικού ύψους 50 m και παροχής νερού 2000 m³/h, πρόκειται να τοποθετηθεί δυναμική αντλία. Υπολογίζεται ότι η αντλία θα εργάζεται 8000 ώρες ετησίως. Αν έχουμε να επιλέξουμε μεταξύ δύο καταλλήλων αντλιών, με την πρώτη να έχει βαθμό αποδόσεως 82% και τη δεύτερη 78%, πόση θα είναι η διαφορά στο ετήσιο κόστος λειτουργίας των δύο αντλιών; Το κόστος της ενέργειας να ληφθεί ίσο με 0,05 € ανά KWh. Η αντλία θα τροφοδοτείται από κινητήρα επαρκούς ισχύος, βαθμού αποδόσεως 96%.

Λύση:

Δεδομένα: $Q = 2000 \text{ m}^3/\text{h}$, $H = 50 \text{ m}$, $t = 8000 \text{ h}$
 $\eta_1 = 0,82$, $\eta_2 = 0,78$, $\eta_k = 0,96$, $c = 0,05 \text{ €/KWh}$

Ζητούμενο: ΔC

Η αποδιδόμενη ισχύς της αντλίας είναι:

$$P_o = \gamma \cdot Q \cdot H_o \Rightarrow P_o = 272,5 \text{ KW}$$

Η αξονική ισχύς των δύο αντλιών θα διαφοροποιείται:

$$P_a = P_o / \eta \Rightarrow P_{a1} = 332,32 \text{ KW} \text{ και } P_{a2} = 349,36 \text{ KW}$$

Και η κατανάλωση ισχύος από τον κινητήρα:

$$P_k = P_a / \eta \Rightarrow P_{k1} = 346,164 \text{ KW} \text{ και } P_{k2} = 363,915 \text{ KW}$$

Η ετήσια κατανάλωση ισχύος θα είναι αντίστοιχα:

$$E_1 = (346,164 \text{ KW}) \cdot (8000 \text{ h}) = 2.769.309 \text{ KWh}$$

$$E_2 = (363,915 \text{ KW}) \cdot (8000 \text{ h}) = 2.911.325 \text{ KWh}$$

Η διαφορά κατανάλωσης ενέργειας ανά χρόνο είναι:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 142.015 \text{ KWh}$$

Σε χρηματική αξία: $\Delta C = 7100 \text{ €/έτος}$

Η οικονομική σύγκριση της ενεργειακής καταναλώσεως των δύο αντλιών θα μπορούσε να γίνει και με τη διαμόρφωση των λόγων:

$$Q/P_1 = 5,77 \text{ m}^3/\text{KWh} = 1,60 \text{ m}^3/\text{J}$$

$$Q/P_2 = 5,50 \text{ m}^3/\text{KWh} = 1,53 \text{ m}^3/\text{J}$$

Πέρα από τα παραπάνω κριτήρια, υπάρχουν και άλλα τα οποία πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά την επιλογή της αντλίας και το σχεδιασμό του συστήματος αντλήσεως, όπως η γεωμετρία της αντλίας (οριζόντια ή κάθετη), το μέγεθός της, η συμβατότητα με κινητήριες μηχανές, η απαίτηση σταθερότητας (ή μη) της παροχής ανεξαρτήτως φορτίου, η δυνατότητα λειτουργίας σε ένα εύρος περιστροφικών ταχυτήτων, η δυνατότητα αλλαγής διαμέτρων περωτίς, η ευκολία συντηρήσεως κ.λπ..

Μεταξύ των διαφόρων επιπλέον κριτηρίων, θεωρούμε σημαντικότερο τις προδιαγραφές, με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η αντλία. Στον τομέα αυτόν μένει ακόμα να γίνουν αρκετά. Ο ISO έχει προχωρήσει σε κάποιες προδιαγραφές (Πίν. 14.6.1 στο τέλος του κεφαλαίου), οι οποίες όμως δεν καλύπτουν προς το παρόν όλο το εύρος. Στις ΗΠΑ ισχύουν οι προδιαγραφές ANSI/HI, οι οποίες δεν είναι ακόμα επαρκώς εναρμονισμένες με τις προδιαγραφές ISO. Τα βήματα παγκοσμιοποίησης των προδιαγραφών των αντλιών δεν είναι τόσο γρήγορα όσο σε άλλους τομείς. Αυτό πρέπει να μας κάνει ιδιαίτερα προσεκτικούς. Η αξιοπιστία του οργανισμού τυποποίησης είναι κατά την άποψή μας απαραίτητη προϋπόθεση για την προμήθεια εξοπλισμού.

Η κινητήρια μηχανή της αντλίας.

Μέχρι τώρα δεν ασχοληθήκαμε ιδιαίτερα με τη μηχανή που κινεί την αντλία, επειδή δεν επηρεάζει τους υδραυλικούς υπολογισμούς. Η κινητήρια μηχανή (ή απλά κινητήρας) παρέχει στον άξονα της αντλίας την (αξονική) ισχύ, το σημαντικότερο τμήμα της οποίας μεταβιβάζεται στο αντλούμενο ρευστό (σχ. 11.4ε, παράγρ. 11.4.4). Η ισχύς που φτάνει στον άξονα της αντλίας είναι μικρότερη της ισχύος που καταναλώνει ο κινητήρας (λόγω μηχανικών απωλειών). Ο λόγος της ισχύος του κινητήρα προς την αξονική ισχύ αποτελεί το **βαθμό αποδόσεως του κινητήρα** η_{κ} :

$$\eta_{\kappa} = \frac{P_{\kappa}}{P_a} \Rightarrow P_{\kappa} = \eta_{\kappa} \cdot P_a \quad (14.2)$$

Όπως έχουμε αναφέρει, οι αντλίες που λαμβάνουν ενέργεια από μία κινητήρια μηχανή η οποία εξυπηρετεί και άλλους ενεργειακούς σκοπούς, καλούνται εξαρτημένες. Σ' αυτές, η μετάδοση της ισχύος στον άξονα της αντλίας γίνεται με διάφορους τρόπους (ιμάντες, γρανάζια κ.ά.).

Πιο σημαντικές και με μεγαλύτερους βαθμούς ελευθερίας στην επιλογή είναι οι ανεξάρτητες αντλίες, δηλαδή οι αντλίες στις οποίες προσαρμόζεται κινητήρια μηχανή εργαζόμενη αποκλειστικά για αυτή. Η μηχανή μπορεί να είναι μία μηχανή εσωτερικής καύσεως (π.χ. μια μηχανή Diesel). Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις κινητήρια μηχανή της αντλίας είναι ένας ηλεκτροκινητήρας. Αν και υπάρχουν ηλεκτροκινητήρες συνεχούς ρεύματος, συνήθως πρόκειται για κινητήρες εναλλασσόμενου ρεύματος.

Οι ταχύτητες περιστροφής των αντλιών εξαρτώνται από το σύστημα μετάδοσης της ισχύος. Η απευθείας σύζευξη του κινητήρα με τον άξονα της αντλίας, συνεπάγεται περιορισμούς στις διαθέσιμες περιστροφικές ταχύτητες, στις οποίες μπορεί να λειτουργήσει. Πιο συγκεκριμένα, οι κινητήρες εναλλασσόμενου ρεύματος, έχουν συχνότητες 50 ή 60 Hz και ανάλογα με τη σύνδεση δίνουν τις περιστροφικές ταχύτητες που αναφέρονται στον Πίνακα 14.4.2.

Στην πράξη, οι μηχανές περιστρέφονται με λίγο μεγαλύτερες ταχύτητες (εξαρτώμενες από την έξοδο ισχύος και την κατασκευή). Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται ελεγκτές ταχύτητας (motor speed controllers) είναι δυνατές και άλλες ταχύτητες. Η μετάδοση κινήσεως με ιμάντες, γρανάζια (gearboxes) ή όταν χρησιμοποιούνται στρόβιλοι ή μηχανές εσωτερικής καύσεως ως οδηγοί, επιτρέπουν επίσης την επιθυμητή ρύθμιση της ταχύτητας περιστροφής.

Πίνακας 14.4.2
Περιστροφικές ταχύτητες αναφοράς τριφασικού κινητήρα (IEC).

Αριθμός πόλων	2	4	6	8	10	12	14
Συχνότητα 50 Hz	2900	1450	960	725	580	480	415
Συχνότητα 60 Hz	3500	1750	1160	875	700	580	500

Είναι προφανές ότι επιλέγοντας μία ανεξάρτητη αντλία, πρέπει να επιλέξουμε και τον κινητήρα της. Υπάρχουν περιπτώσεις, στις οποίες η χρήση της αντλίας καθορίζει και το είδος του κινητήρα. Έτσι, μια πυροσβεστική αντλία δεν πρέπει να εξαρτάται από την ηλεκτρική ενέργεια (ή τουλάχιστον να μπορεί να λειτουργήσει και χωρίς αυτή). Επομένως είναι εμφανής η επιλογή μιας μηχανής εσωτερικής καύσεως κατάλληλης ισχύος ως κινητήριας μηχανής της αντλίας.

Ο κινητήρας που θα επιλεγεί για την κίνηση μιας αντλίας πρέπει να ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις ισχύος του συστήματος αντλήσεως και να διαθέτει ένα επιπλέον απόθεμα ισχύος ασφάλειας. Σημαντικοί παράγοντες που έχουν επιπτώσεις στην επιλογή, είναι το κόστος αγοράς και η αξιόπιστη λειτουργία. Οι ηλεκτροκινητήρες σταθερής ταχύτητας έχουν χαμηλότερο αρχικό κόστος. Οι ακριβότερες ηλεκτρικές μηχανές μεταβλητής ταχύτητας, πλεονεκτούν στην περίπτωση που η αντλία λειτουργεί για μεγάλα διαστήματα με μικρότερες παροχές ή αντιμετωπίζει μεταβλητά φορτία, οπότε η χρήση τους συνεπάγεται σημαντική εξοικονόμηση ενέργειας. Συχνά υπάρχει διαθέσιμη μεγάλη ποσότητα ατμού που δικαιολογεί το πρόσθετο κόστος ενός ατμοστροβίλου (αν και σ' αυτήν την περίπτωση αυξάνει το κόστος συντηρήσεως).

Ένα σημαντικό θέμα που σχετίζεται με την οικονομική και ομαλή λειτουργία των φυγοκέντρων αντλιών, αλλά και της επιλογής του κατάλληλου κινητήρα, είναι ο **έλεγχος της παροχής**, ιδιαίτερα όταν η αντλία αντιμετωπίζει μεταβλητά φορτία. Για να ανταποκριθεί στις μεταβλητές ανάγκες η αντλία, πρέπει ή να χρησιμοποιήσουμε κάποιο σύστημα παρακάμψεως (bypass) ή να μεταβάλλουμε την καμπύλη του συστήματος ή να μεταβάλλουμε την καμπύλη της αντλίας, ώστε να μετακινηθεί το σημείο λειτουργίας του συστήματος.

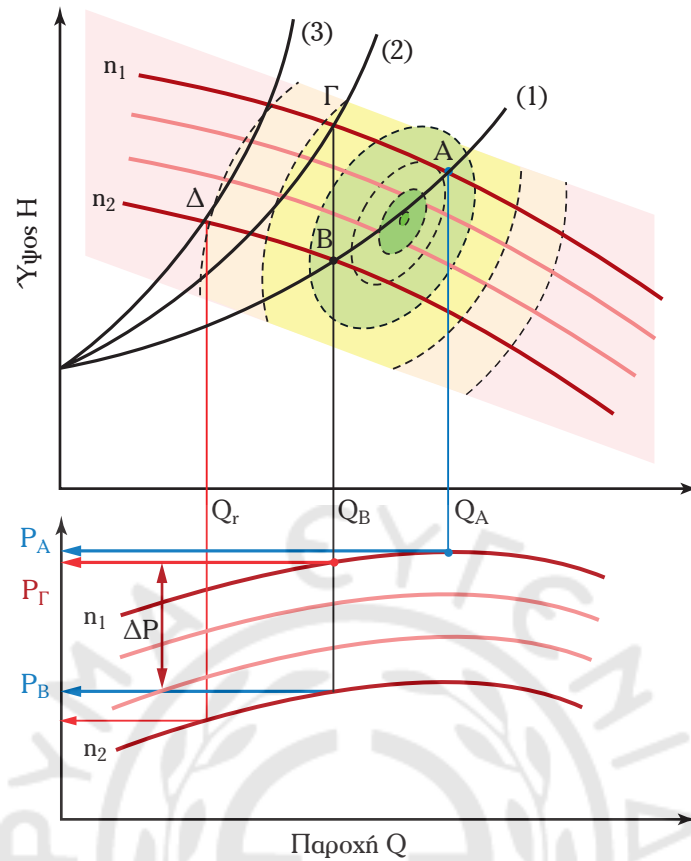
Στην πρώτη περίπτωση χρήσεως συστήματος παρακάμψεως (bypass valve) ανακυκλώνουμε μέρος της παροχής που δίνει η αντλία από την κατάθλιψη στην αναρρόφηση. Ο έλεγχος της παροχής είναι πολύ καλός αλλά δαπανηρός, λόγω της καταναλισκόμενης ενέργειας για την άντληση του υγρού που επανακυκλοφορεί.

Στη δεύτερη περίπτωση για τη μεταβολή της καμπύλης είτε του συστήματος είτε της αντλίας χρησιμοποιούνται **ρυθμιστικές βαλβίδες** (throttle valves). Αν και ο έλεγχος της ροής είναι ικανοποιητικός, οι απώλειες ενέργειας είναι σημαντικές (αφού το σημείο λειτουργίας του συστήματος απομακρύνεται από την περιοχή βέλτιστης αποδόσεως).

Η μετακίνηση της χαρακτηριστικής καμπύλης της αντλίας, άρα και του σημείου λειτουργίας του συστήματος, είναι η ενεργειακά ενδεικνυόμενη λύση (το σημείο λειτουργίας συνεχίζει να βρίσκεται στη βέλτιστη περιοχή). Έχει όμως αυξημένο αρχικό κόστος, αφού πρέπει να χρησιμοποιηθούν είτε **κινητήρες πολλαπλών ταχυτήτων**, είτε **οδηγοί ρυθμίσεως ταχύτητας (ASD)**.

Το σχήμα 14.4δ διευκρινίζει τα παραπάνω: Έστω ότι το σύστημα, εφοδιασμένο με φυγόκεντρη αντλία, εργάζεται στο σημείο Α δίνοντας παροχή Q_A και καταναλώνοντας ισχύ P_A . Για να μειώσουμε την παροχή από Q_A σε Q_B , έχουμε τρεις επιλογές:

α) Τοποθετούμε σύστημα bypass ανακυκλώνοντας από την κατάθλιψη της αντλίας στη δεξαμενή αναρροφήσεως την επιπλέον παροχή $Q_A - Q_B$. Οι καμπύλες της αντλίας και του συστήματος, άρα και το σημείο λειτουργίας δεν μεταβάλλονται. Η κατανάλωση της αντλίας παραμένει ίση με P_A .



Σχ. 14.46.

Έλεγχος παροχής συστήματος αντλήσεως.

β) Μετατοπίζουμε τη χαρακτηριστική του συστήματος από τη θέση 1 στη 2 (αυξάνοντας τις τοπικές απώλειες με στραγγαλισμό της βαλβίδας καταθλίψεως). Το σημείο λειτουργίας ολισθαίνει στη θέση Γ (αρκετά μικρότερου βαθμού αποδόσεως). Παρατηρούμε ότι η ισχύς (P_{Γ}) είναι λίγο μικρότερη από την αρχική P_A . Η χρήση επομένως αυτής της μεθόδου πλεονεκτεί λίγο ενεργειακά από τη λύση της ανακυκλώσεως. Όμως η λειτουργία της αντλίας για μεγάλο διάστημα μακριά από το BEP, συχνά εγκυμονεί κινδύνους.

γ) Μετατοπίζουμε τη χαρακτηριστική καμπύλη της αντλίας Η- Q προς τα κάτω, μειώνοντας την ταχύτητα περιστροφής από n_1 σε n_2 . Το σημείο λειτουργίας μετακινείται από το Α στο Β. Η αντλία συνεχίζει να λειτουργεί στην περιοχή βέλτιστης αποδόσεως. Η κατανάλωση ισχύος είναι τώρα ίση με P_B , σημαντικά μικρότερη από την αρχική P_A , αλλά και την P_{Γ} . Το ενεργειακό όφελος είναι ιδιαίτερα σημαντικό και από οικονομικοτεχνικής πλευράς αποτελεί συνήθως την ενδεδειγμένη λύση, παρά το αυξημένο αρχικό κόστος. Για παραπέρα μείωση της παροχής, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μία από τις προηγούμενες λύσεις (bypass είτε ρυθμιστική βαλβίδα) χωρίς σημαντικό ενεργειακό κόστος, αφού πλέον η καταναλισκόμενη ισχύς δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη.

14.5 Ανάλυση κόστους κύκλου ζωής (LCC Analysis).

Η οικονομική διάσταση, εκτός από το κόστος λειτουργίας, εμπεριέχει και το **αρχικό κόστος αγοράς** της αντλίας, τη **συντήρηση**, καθώς και την υποστήριξη του προϊόντος (επομένως την **αξιοπιστία** του). Έτσι, αν η αποδοτικότερη αντλία του παραδείγματος 3, είναι ακριβότερη κατά 35.000 € από την άλλη και διαθέτουν και οι δύο τον ίδιο βαθμό αξιοπιστίας, η διαφορά του αρχικού κόστους θα απεσβενόταν περίπου σε 5 χρόνια. Με προσδόκιμο χρόνο λειτουργίας τα 15 χρόνια, θα επιλέγαμε την πρώτη αντλία.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις μας εισάγουν στην οικονομοτεχνική μελέτη σχεδιασμού και προμήθειας εξοπλισμού. Μια τέτοια μελέτη βασίζεται πλέον, στην ανάλυση του κόστους για τον κύκλο ζωής του εξοπλισμού ή κάποιου τμήματός του. Είναι γνωστή διεθνώς ως **Life Cycle Cost (LCC) Analysis**. Η Europump και το Hydraulic Institute διαθέτουν ειδική έκδοση με εξειδίκευση στις αντλίες («Pump Life Cycle Costs»), την οποία μπορούν να προμηθευτούν οι ενδιαφερόμενοι. Η όλη διαδικασία βασίζεται στον προσδόκιμο χρόνο λειτουργίας του εξοπλισμού και στην κοστολόγηση της αρχικής αγοράς, εγκαταστάσεως, λειτουργίας και της συντηρήσεως για τον προσδόκιμο χρόνο. Η σχέση που δίνει το LCC είναι η ακόλουθη:

$$LCC = C_{ic} + C_{in} + C_e + C_o + C_m + C_s + (C_{env} + C_d) \quad (14.3)$$

όπου: το C σημαίνει κόστος και οι δείκτες προσδιορίζουν τις επιμέρους δαπάνες για τον κύκλο ζωής του εξοπλισμού. Ειδικότερα για τις αντλίες:

ic (initial cost): τιμή αγοράς (αντλία, σύστημα, σωλήνες κ.λπ.).

in (installation): κόστος εγκαταστάσεως και ενάρξεως λειτουργίας.

e (energy): κόστος ενέργειας (για όλο τον κύκλο ζωής της αντλίας).

o (operating): λειτουργικό κόστος (κόστος εργασίας κανονικής επιβλέψεως).

m (maintenance): κόστος συντηρήσεως της αντλίας.

s: (loss of production): απώλεια παραγωγής (down time).

env (environmental): περιβαλλοντικές δαπάνες.

d (decommissioning): παροπλισμός.

Για την αντλία και το σύστημα αντλήσεως γενικότερα, οι σημαντικότερες δαπάνες είναι το κόστος ενέργειας, το κόστος λειτουργίας και συντηρήσεως και το αρχικό κόστος. Η αναλογία τους εκφράζεται (σε γενικές γραμμές) στο σχήμα 14.5. Είναι επομένως οικονομοτεχνικά λανθασμένη πιθανή επιλογή που βασίζεται στην άμεση δαπάνη, δηλαδή την τιμή αγοράς.

Μία τέτοια ανάλυση, όταν χρησιμοποιείται ως εργαλείο συγκρίσεως εναλλακτικών λύσεων (τεχνικά επαρκών) οδηγεί στην επιλογή της αποδοτικότερης (τουλάχιστον με τα διαθέσιμα στοιχεία). Μπορεί όμως και πρέπει να χρησιμοποιείται και ως **εργαλείο συνεχούς βελτιστοποιήσεως της αποδόσεως των εγκατεστημένων συστημάτων αντλήσεως**, με τον περιορισμό της ενεργειακής καταναλώσεως, των εργασιών συντηρήσεως κ.ά.. Για να έχουμε το σύστημα υπό συνεχή έλεγχο και όσο το δυνατόν πιο αποδοτικό, προτείνονται μεταξύ άλλων:

α) Υπαρξη πλήρους αρχείου των εξαρτημάτων του συστήματος αντλήσεως: (δεξαμενές, σωληνώσεις, αντλίες, βαλβίδες και στοιχεία ελέγχου των ταχυτήτων ή της κατευθύνσεως ροής κ.ά.). Το αρχείο πρέπει να περιλάβει τις τυπικές πληροφορίες, όπως το όνομα του εξαρτήματος ή το αναγνωριστικό του, τον κατασκευαστή, το μοντέλο, το μέγεθος κ.λπ..

β) Διατήρηση των χαρακτηριστικών καμπυλών των αντλιών, σχεδίαση των χαρακτηριστικών καμπυλών των σωληνογραμμών και καταγραφή των Σημείων Λειτουργίας και ταχυτήτων ροής για διάφορα φορτία που αντιμετωπίζει το σύστημα.

γ) Εντοπισμός των εξαρτημάτων που προκαλούν αυξημένο ύψος απωλειών για πιθανή μελλοντική (ή άμεση) αντικατάσταση. (Π.χ. μια σφαιρική βαλβίδα έχει πολύ υψη-



Σχ. 14.5.

Οι σημαντικότερες δαπάνες κύκλου ζωής οε σύστημα αντλήσεως.

λό συντελεστή απωλειών και η παρουσία της στο σύστημα αντλήσεως ίσως δεν δικαιολογείται).

δ) Εντοπισμός των αντλιών που λειτουργούν με χαμηλό βαθμό αποδόσεως. Μια συντηρητική ή πρόχειρη σχεδίαση του συστήματος, οδηγεί συχνά στη χρήση αντλιών μεγάλου μεγέθους, οι οποίες σπαταλούν ισχύ. Η μείωση της διαμέτρου του στροφείου ή η μελλοντική αντικατάσταση της αντλίας με μία μικρότερη, ίσως είναι η κατάλληλη ενέργεια.

ε) Εντοπισμός των αντλιών με υψηλές δαπάνες συντηρήσεως. Οι υψηλές δαπάνες συντηρήσεως αποτελούν ένδειξη ότι ίσως η αντλία δεν είναι κατάλληλη για το συγκεκριμένο σύστημα αντλήσεως. Η μελέτη διορθωτικών μέτρων ίσως λύσει το πρόβλημα, διαφορετικά η αντλία χρειάζεται αντικατάσταση.

14.6 Η παραγωγή αντλιών σήμερα.

Ως επίλογο, παραθέτουμε κάποια στοιχεία για την παγκόσμια αγορά, τους τύπους και τις χρήσεις αντλιών (επεξεργασία από ISO/TC 115: «Pumps» Business Plan, 2004).

α) Στις αρχές της δεύτερης χιλιετίας, εκτιμάται ότι περίπου 300.000 άτομα απασχολούνται άμεσα σε εταιρείες κατασκευής αντλιών, χωρίς να υπολογίζονται εκείνοι που ασχολούνται με την εμπορία, ούτε φυσικά οι χρήστες των συγκροτημάτων αντλήσεως. Η παραγωγή αντλιών αυξάνεται με ετήσιους ρυθμούς περίπου 3%.

β) Η γεωγραφική κατανομή της παραγωγής (αλλά και χρήσεως) αντλιών είναι η ακόλουθη:

Ευρώπη	38%
Γερμανία	10%
Γαλλία	6%
Μ. Βρετανία	5%
Ιταλία	5%
Αμερική	37%
ΗΠΑ	30%
Ασία	22%
Ιαπωνία	15%

Όσον αφορά στους κατασκευαστές, οι εταιρείες που παράγουν αντλίες θετικής εκτοπίσεως είναι σχετικά μικρές και διάσπαρτες. Αντίθετα, στην παραγωγή των δυναμικών αντλιών, παρατηρήθηκε τα τελευταία χρόνια μεγάλη συγκέντρωση παραγωγικών μονάδων, η οποία οδήγησε στη δημιουργία πολύ μεγάλων ομίλων (Flowserve/IDP, ITT Group, Weir/Warman/Envirotech, Ebara, Grundfos, KSB κ.ά.). Είναι χαρακτηριστικό ότι το 40% της παγκόσμιας παραγωγής αντλιών καλύπτεται από τους 10 μεγαλύτερους ομίλους.

γ) Όσον αφορά στους τύπους των αντλιών, η κατάσταση είναι η ακόλουθη:

Δυναμικές περιστροφικές αντλίες	64%
Περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως	12%
Εμβολοφόρες παλινδρομικές αντλίες	11%
Παλινδρομικές αντλίες διαφράγματος	9%
Λοιπές	4%

δ) Τέλος, όσον αφορά στις χρήσεις, παρουσιάζεται η ακόλουθη κατανομή:

Αντληση νερού	16%
Πετρελαιοειδή	16%
Θέρμανση-αερισμός-κλιματισμός	16%
Χημική βιομηχανία	14%
Ηλεκτροπαραγωγή	11%
Λοιπά	27%

Όσον αφορά στην τυποποίηση σε διεθνή κλίμακα, αν και έχουν γίνει αξιόλογα βήματα όπως παρουσιάζει ο Πίνακας 14.6.1 προτύπων του ISO, η διαδικασία ενοποίησης των προτύπων κατασκευής και ελέγχου των αντλιών συνεχίζεται, αξιοποιώντας φυσικά τις τεχνολογικές εξελίξεις.

Πίνακας 14.6.1
Πρότυπα ISO για αντλίες (μέχρι 30.7.2004).

ISO	Τίτλος
ISO 2858:1975	End-suction centrifugal pumps (rating 16 bar) -Designation nominal duty point and dimensions (Confirmed in 2000)
ISO 3661:1977	End-suction centrifugal pumps - Baseplate and installation dimensions (Confirmed in 2002)
ISO 5198:1987	Centrifugal, mixed flow and axial pumps - Code for hydraulic performance tests - Precision grade (*)
ISO 3069:2000	End-suction centrifugal pumps - Dimensions of cavities for mechanical seals and for soft packing
ISO 9905:1994	Technical specifications for centrifugal pumps - Class I (*)
ISO 5199:2002	Technical specifications for centrifugal pumps - Class II
ISO 9908:1993	Technical specifications for centrifugal pumps - Class III (*)
ISO 9906:1999	Rotodynamic pumps - Hydraulic performance acceptance tests - Grade 1 and 2 (*)
ISO 15783:2002	Sealless rotodynamic pumps - Class II - Technical specifications
ISO 14847:1999	Rotary positive displacement pumps – Technical requirements (*)
ISO 16330:2003	Reciprocating positive displacement pumps – Technical requirements

(συνεχίζεται)

ISO	Τίτλος
ISO 13709:2003	Centrifugal pumps for petroleum, petrochemical and natural gas industries
ISO 21049:2004	Shaft sealing systems for centrifugal and rotary pumps

(*) *Under systematic review*



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



Ιδιότητες ρευστών.

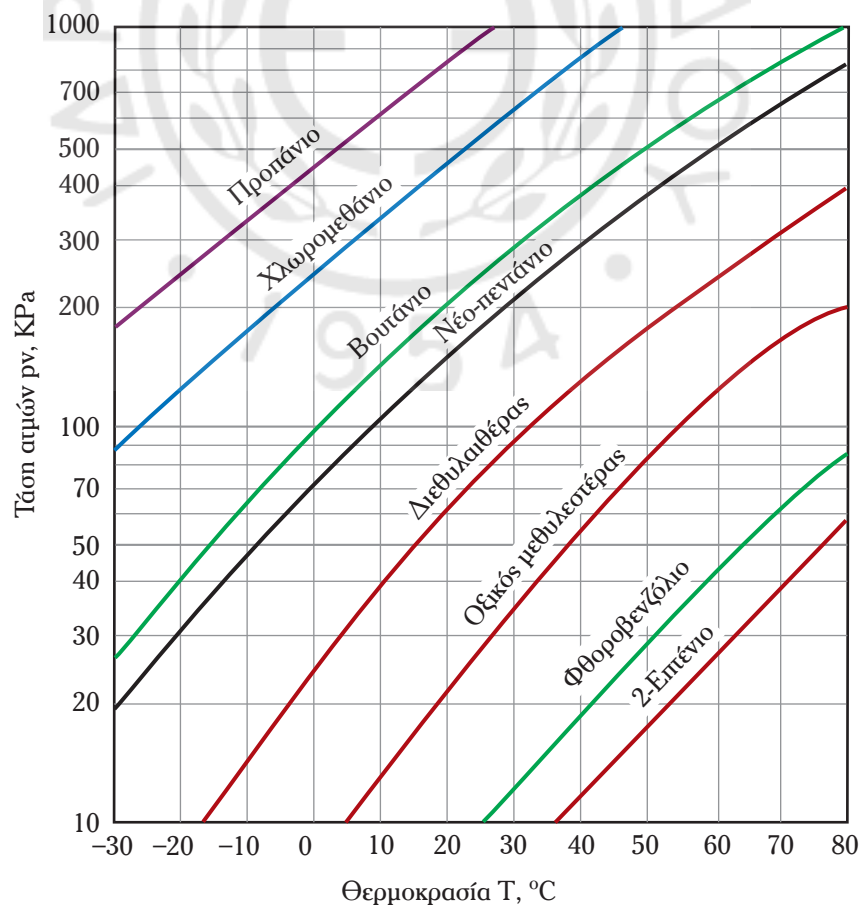
Πίνακας 1.
Ιδιότητες υγρών σε διάφορες θερμοκρασίες.
 (Πυκνότητα ρ , Κινηματικό ιξώδες ν , Επιφανειακή τάση σ , Συμπίεσιότητα β)

Υγρό	T °C	ρ kg/m ³	ν m ² /s	σ N/m	β Kpa ⁻¹
Νερό	0	1000	$1,79 \cdot 10^{-06}$	$7,56 \cdot 10^{-02}$	$5,03 \cdot 10^{-07}$
	3,98	1000	$1,57 \cdot 10^{-06}$		
	10	1000	$1,31 \cdot 10^{-06}$	$7,42 \cdot 10^{-02}$	$4,72 \cdot 10^{-07}$
	20	998	$1 \cdot 10^{-06}$	$7,28 \cdot 10^{-02}$	$4,52 \cdot 10^{-07}$
	30	996	$8,06 \cdot 10^{-07}$	$2,26 \cdot 10^{-02}$	$3,40 \cdot 10^{-07}$
	40	992	$6,58 \cdot 10^{-07}$	$6,96 \cdot 10^{-02}$	$4,37 \cdot 10^{-07}$
	50	988	$5,57 \cdot 10^{-07}$	$6,79 \cdot 10^{-02}$	$4,37 \cdot 10^{-07}$
	60	983	$4,78 \cdot 10^{-07}$	$6,62 \cdot 10^{-02}$	$4,38 \cdot 10^{-07}$
	70	978	$4,16 \cdot 10^{-07}$	$6,64 \cdot 10^{-02}$	$4,46 \cdot 10^{-07}$
	80	972	$3,67 \cdot 10^{-07}$	$6,26 \cdot 10^{-02}$	$4,55 \cdot 10^{-07}$
	90	965	$3,28 \cdot 10^{-07}$		$4,67 \cdot 10^{-07}$
100	958	$2,96 \cdot 10^{-07}$	$5,89 \cdot 10^{-02}$	$4,83 \cdot 10^{-07}$	
Αιθανόλη	0	806	$2,2 \cdot 10^{-06}$	$2,41 \cdot 10^{-02}$	$9,80 \cdot 10^{-07}$
	20	789	$1,52 \cdot 10^{-06}$	$2,28 \cdot 10^{-02}$	$1,11 \cdot 10^{-06}$
	40	772	$1,08 \cdot 10^{-06}$		$1,27 \cdot 10^{-06}$
	60	754	$0,785 \cdot 10^{-06}$		$1,47 \cdot 10^{-06}$
Αιθυλενογλυκόλη	20	1117	$19,1 \cdot 10^{-06}$	$4,84 \cdot 10^{-02}$	
	40	1110	$8,3 \cdot 10^{-06}$		
	60	1090	$4,54 \cdot 10^{-06}$		
	80	1070	$2,82 \cdot 10^{-06}$		
	100	1060	$1,88 \cdot 10^{-06}$		
Βενζόλιο	0	900	$1,01 \cdot 10^{-06}$	$3,02 \cdot 10^{-02}$	$8,13 \cdot 10^{-07}$
	20	881	$0,742 \cdot 10^{-06}$	$2,88 \cdot 10^{-02}$	$7,14 \cdot 10^{-07}$
	40	858	$0,586 \cdot 10^{-06}$		$1,1 \cdot 10^{-06}$
	60	836	$0,469 \cdot 10^{-06}$		$1,28 \cdot 10^{-06}$
	80	815	$0,404 \cdot 10^{-06}$		$1,54 \cdot 10^{-06}$
Κηροζίνη	-18	841	$8,4 \cdot 10^{-06}$		
	20	814	$2,37 \cdot 10^{-06}$	$2,90 \cdot 10^{-02}$	
Μεθανόλη	0	810	$1,01 \cdot 10^{-06}$	$2,45 \cdot 10^{-02}$	$1,07 \cdot 10^{-06}$
	10	801			$1,14 \cdot 10^{-06}$
	20	791	$0,756 \cdot 10^{-06}$	$2,26 \cdot 10^{-02}$	$1,22 \cdot 10^{-06}$

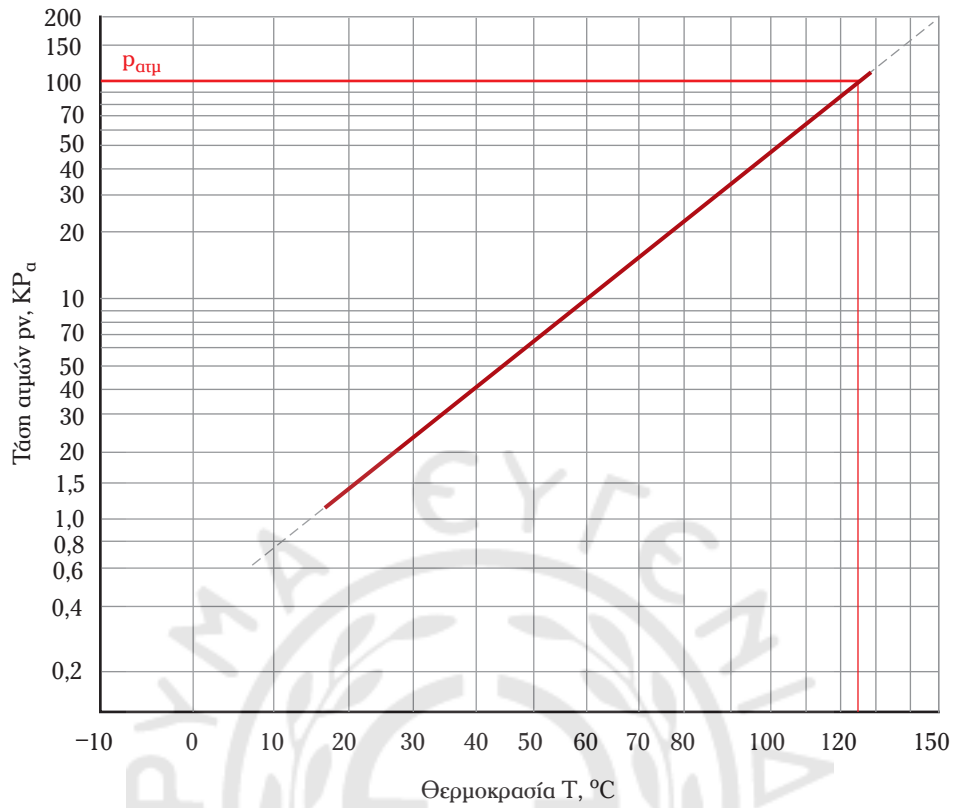
(συνεχίζεται)

Υγρό	T °C	ρ kg/m ³	ν m ² /s	σ N/m	β Kpa ⁻¹
Μεθανόλη	30	783	$0,651 \cdot 10^{-06}$		$1,29 \cdot 10^{-06}$
	40	774	$0,581 \cdot 10^{-06}$		$1,38 \cdot 10^{-06}$
	50	765	$0,518 \cdot 10^{-06}$		$1,47 \cdot 10^{-06}$
Οκτάνιο (κανονικό)	0	718	$0,983 \cdot 10^{-06}$		$1 \cdot 10^{-06}$
	20	703	$0,772 \cdot 10^{-06}$		
	25				$1,2 \cdot 10^{-06}$
	40	686	$0,631 \cdot 10^{-06}$		$1,34 \cdot 10^{-06}$
Υδράργυρο	0	13600	$0,124 \cdot 10^{-06}$		$4 \cdot 10^{-08}$
	4	13590			
	20	13550	$0,115 \cdot 10^{-06}$	$48,4 \cdot 10^{-02}$	$4 \cdot 10^{-08}$
	40	13500	$0,107 \cdot 10^{-06}$		
	60	13450	$0,102 \cdot 10^{-06}$		
	80	13400	$0,0970 \cdot 10^{-06}$		
	100	13350	$0,0929 \cdot 10^{-06}$		

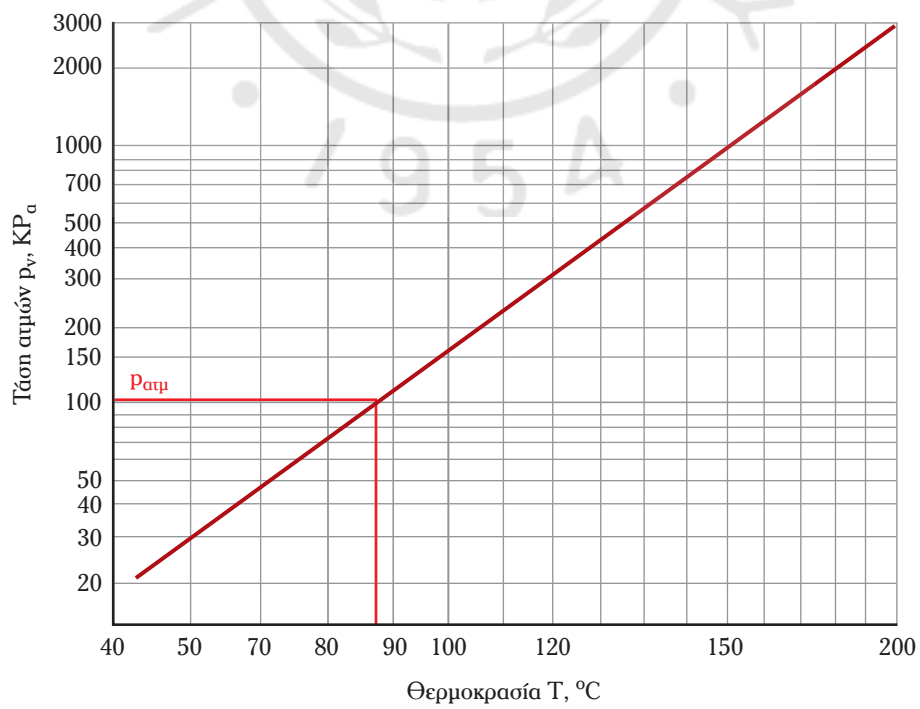
Σχήμα 1.
Τάση ατμών ορισμένων πιπτικών ενώσεων.



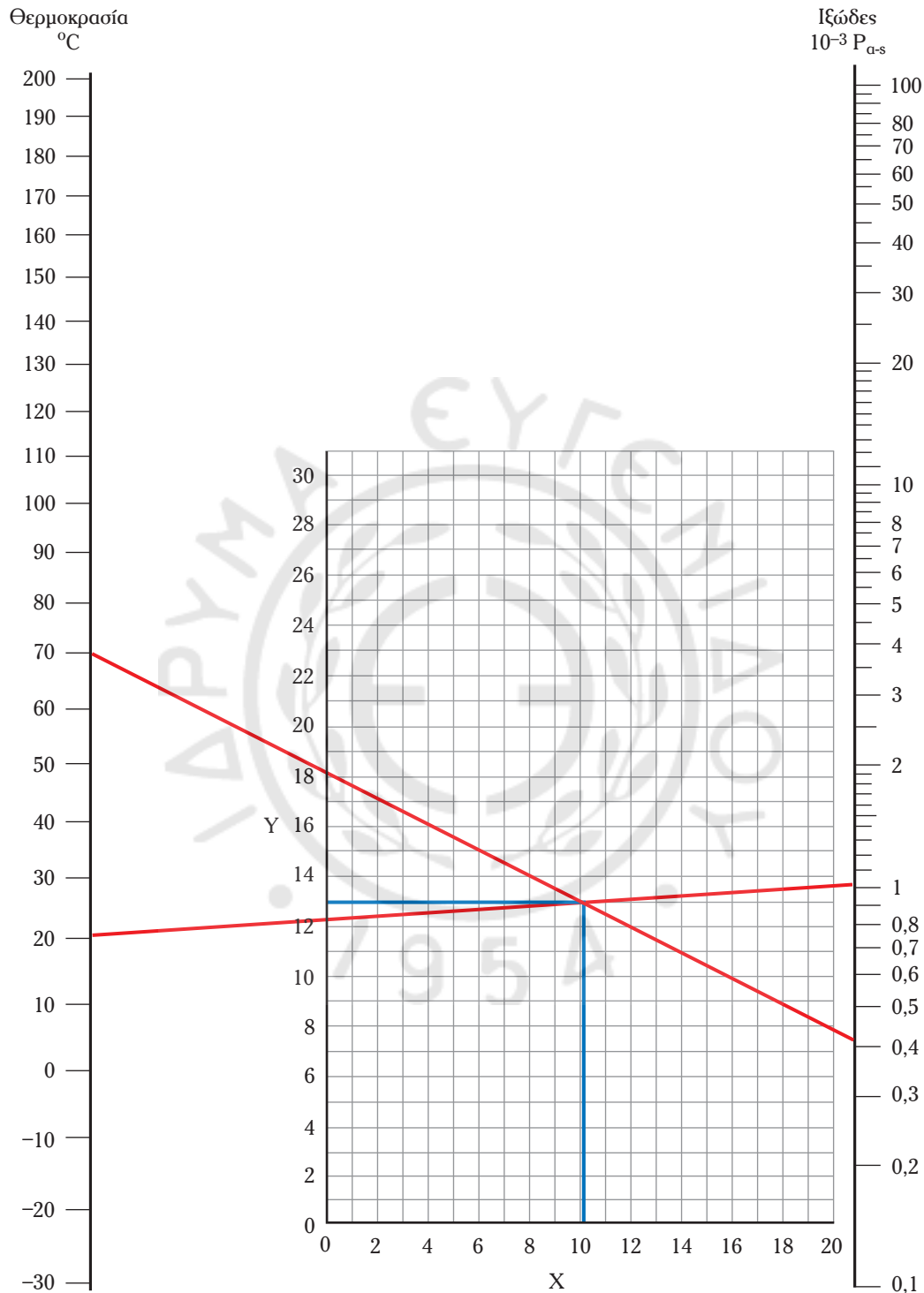
Σχήμα 2.
Τάση ατμών οκτανίου.



Σχήμα 3.
Τάση ατμών αιθανόλης.



Σχήμα 4.
Νομογράφημα υπολογισμού ιξώδους.



Τιμές των X και Y για διάφορα υγρά λαμβάνομε από τον Πίνακα 2. Παραδείγματος χάριν για νερό $X = 10,2$ και $Y = 13$. Συνδέοντας το σημείο (X, Y) με τη θερμοκρασία (π.χ. 70°C) και προεκτείνοντας την ευθεία, διαβάζομε την τιμή του ιξώδους μ .

Πίνακας 2.
Τιμές X και Y προς χρήση στο νομογράφημα ιξώδους.

Υγρό	X	Y
Αιθυλική αλκοόλη, 100%	10,5	13,8
Αιθυλική αλκοόλη, 40%	6,5	16,6
Αιθυλενογλυκόλη	6,0	23,6
Ακεταλδεϋδη	15,2	4,8
Ακετόνη, 100%	14,5	7,2
Ακετόνη, 35%	7,9	15,0
Αμμωνία, 100%	12,6	2,0
Αμμωνία, 26%	10,1	13,9
Ανιλίνη	8,1	18,7
Βενζόλιο	12,5	10,9
Γλυκερίνη, 100%	2,0	30,0
Γλυκερίνη, 50%	6,9	19,6
Διοξειδίο του αζώτου	12,9	8,6
Διοξειδίο του άνθρακα	11,6	0,3
Διοξειδίο του θείου	15,2	7,1
Διχλωρομεθάνιο	14,6	8,9
Εξάνιο	14,7	7,0
Επάνιο	14,1	8,4
Θεικό οξύ, 98%	7,0	24,8
Θεικό οξύ, 60%	10,2	21,3
Κυκλοεξάνιο	9,8	12,9
Κηροζίνη	10,2	16,9
Μεθανόλη, 90%	12,3	11,8
Μεθανόλη, 40%	7,8	15,5
Νερό	10,2	13,0
Νιτρικό οξύ	12,8	13,8
Ξυλένιο (meta)	13,9	10,6
Οκτάνιο	13,7	10,0
Πεντάνιο	14,9	5,2
Τετραχλωράνθρακας	12,7	13,1
Τολουόλιο	13,7	10,4
Υδράργυρος	18,4	16,4
Υδροξειδίο του Νατρίου, 50%	3,2	25,8
Υδροχλωρικό οξύ, 31,5%	13,0	16,6
Φωσφορικό οξύ	12,8	13,8
Χλωροβενζόλιο	12,3	12,4
Χλωροφόρμιο	14,4	10,2
Freon-11	14,4	9,0
Freon-12	16,8	5,6
Freon-21	15,7	7,5
Freon-22	17,2	4,7
Freon-113	12,5	11,4

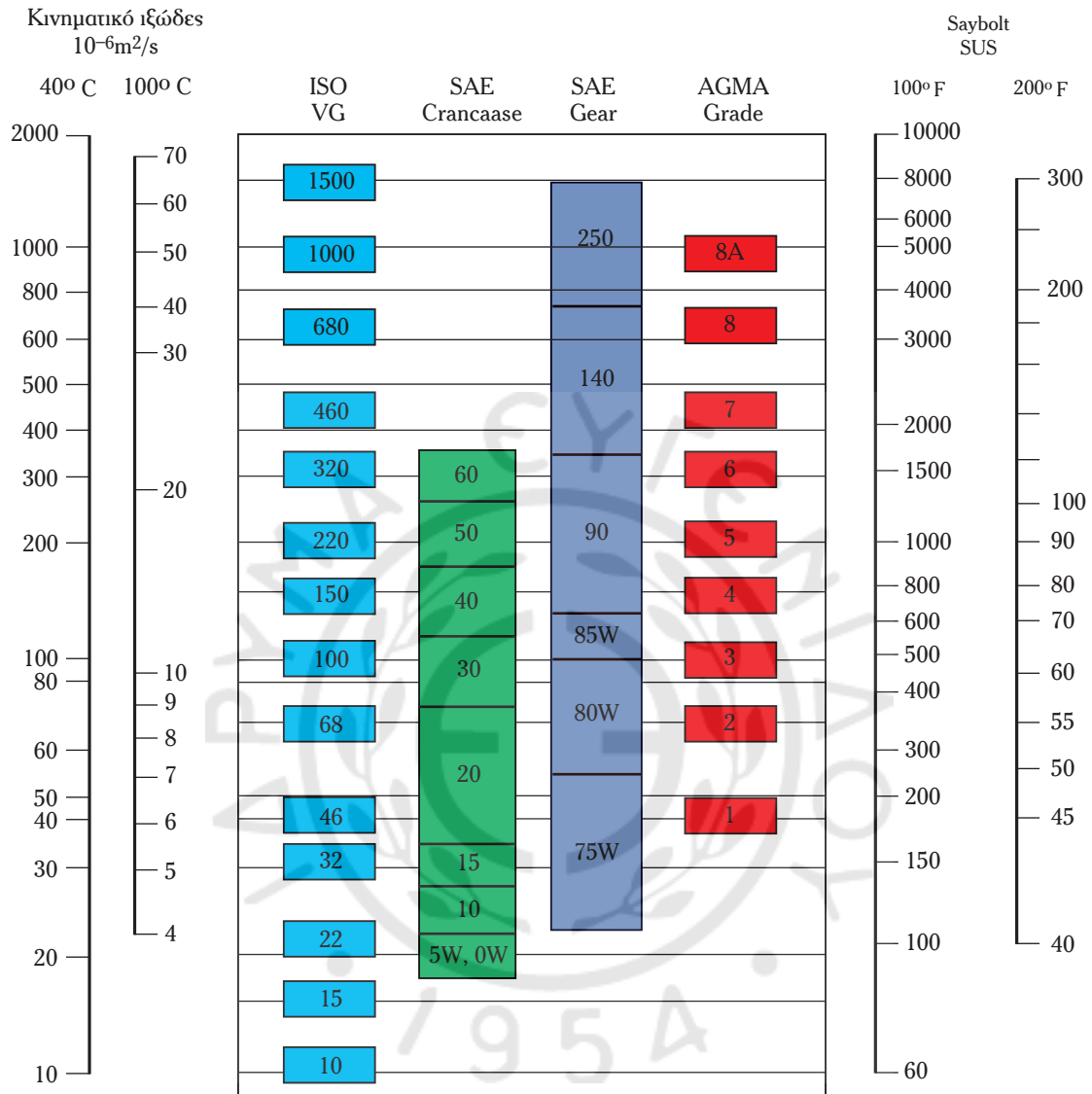
Πίνακας 3.
Βαθμοί ιξώδους (VG) ISO.

Οι πολλές κλίμακες μετρήσεως του ιξώδους (το οποίο αποτελεί τη σημαντικότερη φυσική ιδιότητα των λιπαντικών), όπως SAE, SUS, ANSI, BSI, °E, RI κ.ά., οδήγησαν το 1975 σε διεθνή συμφωνία και την καθιέρωση της κλίμακας ISO. Με το πρότυπο ISO 3448:1992 (Industrial liquid lubricants – ISO viscosity classification) καθιερώνεται ένα σύστημα της ταξινόμησης ιξώδους για τα βιομηχανικά υγρά λιπαντικά και τα σχετικά ρευστά συμπεριλαμβανομένων των ορυκτελαίων που χρησιμοποιούνται ως λιπαντικά, υδραυλικά ρευστά, και για άλλες εφαρμογές. Στον Πίνακα φαίνονται οι βαθμοί ιξώδους (ISO V.G.) και η αντιστοίχισή τους σε μονάδες SI (m^2/s).

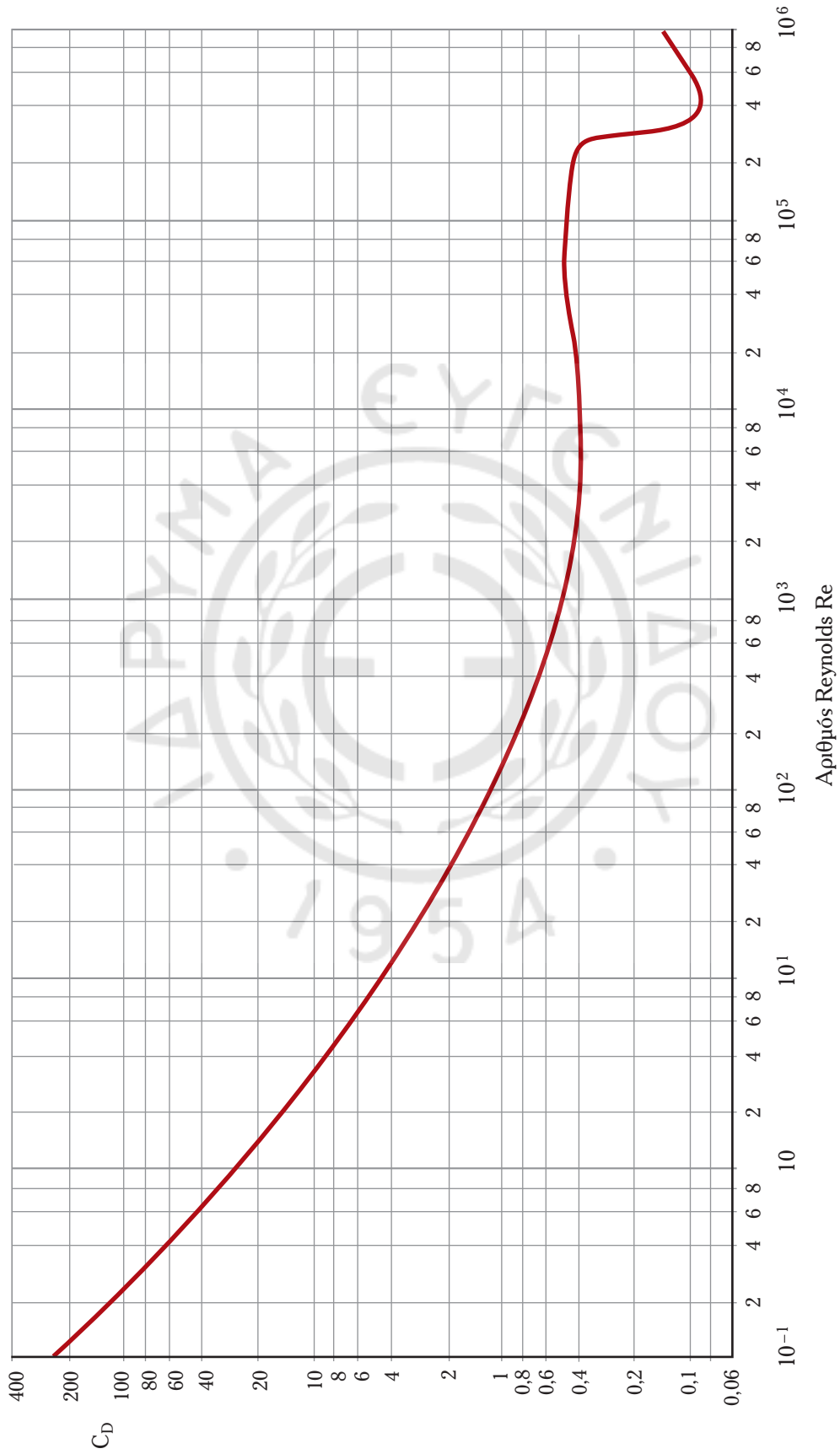
ISO VG	Viscosity Grade Ranges ($10^{-7} m^2/s$ σε 40 °C)		
	Μέση τιμή	Ελάχιστη (-10%)	Μέγιστη (+10%)
2	2,2	1.98	2.42
3	3,2	2.88	3.52
5	4,6	4.14	5.06
7	6,8	6.12	7.48
10	10	9.00	11.0
15	15	13.5	16.5
22	22	19.8	24.2
32	32	28.8	35.2
46	46	41.4	50.6
68	68	61.2	74.8
100	100	90.0	110
150	150	135	165
220	220	198	242
320	320	288	352
460	460	414	506
680	680	612	748
1000	1000	900	1100
1500	1500	1350	1650

Σημείωση: Οι βαθμοί ιξώδους ISO είναι ίδιοι με εκείνους του ASTM και του BSI. Τα ιξώδη σε βαθμούς ISO μετρούνται σε 40°C, ενώ σε ASTM και BSI μετρούνται σε 100°F (37.8° C). Τα λιπαντικά ενός δεδομένου βαθμού ASTM ή BSI είναι ελαφρώς πιο ιξώδη από τα λιπαντικά του αντίστοιχου βαθμού ISO.

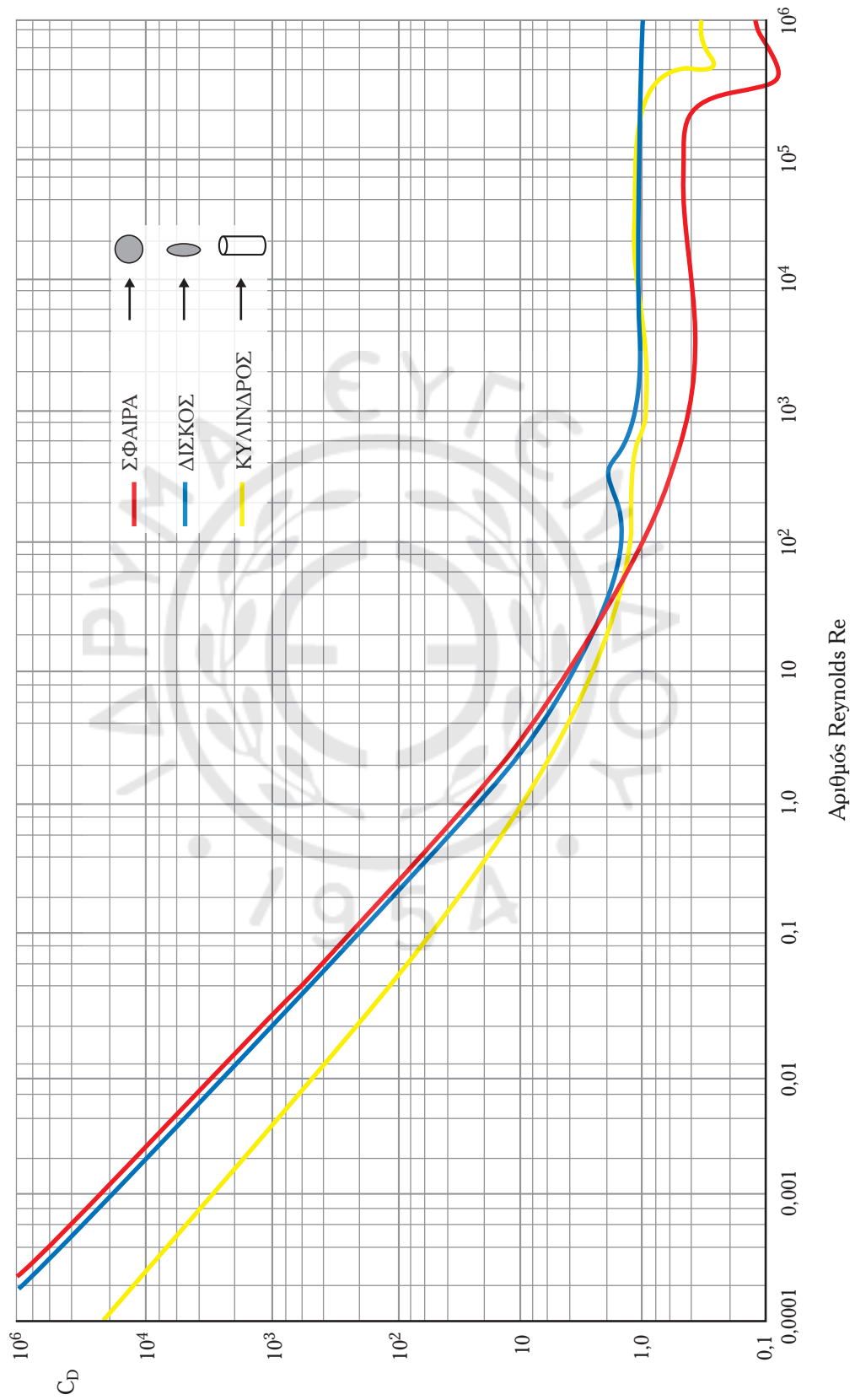
Πίνακας 4.
Αντιστοίχιση κλιμάκων ιξώδους λιπαντικών.



Σχήμα 5.
Συντελεστής οπισθέλκουσας σφαίρας.



Σχήμα 6.
Συντελεστής οπισθέλκουσας σφαιράς, δίσκου, κυλίνδρου.



Αντίσταση υλικών στη διάβρωση.

Πίνακας 5.
Αντίσταση σε οξεία.

ΥΛΙΚΟ \ ΠΡΕΥΣΤΟ												
	Θειικό οξύ 10%	Θειικό οξύ 30%	Νιτρικό οξύ 10%	Νιτρικό οξύ 20%	Υδροχλωρικό οξύ αραιό	Υδροχλωρικό οξύ 20%	Υδροχλωρικό οξύ 30%	Υδροχλωρικό οξύ 30%	Υδροφθορικό οξύ 10%	Μηρμυκικό οξύ 10-85%	Οξικό οξύ 20%	Οξαλικό οξύ 10%
ΜΕΤΑΛΛΑ												
Αλουμίνιο	U	U	U	U	U	U	U	U	53	113	102	59
Μπρούντζος	U	U	U	U	U	U	75	75	U	113	U	113
Χάλυβας ανθρακούχος	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U
Χαλκός	U	U	U	U	U	U	75	75	U	113	U	113
Σίδηρος όλκιμος, Pearlitic												
Hastelloy C	113	102	113	102	97	81	113	113	113	113	164	113
Inconel	U	U	47	41	47	41	U	U	108	108	47	113
Monel	41	41	U	U	47	41	219	219	41	113	113	113
Νικέλιο	41	41	U	U	47	41	91	91	41	113	47	53
Stainless Steel 304	U	U	175	164	U	U	U	U	103	119	119	U
Stainless Steel 316	U	U	113	159	U	U	U	U	159	219	219	191
ΠΛΑΣΤΙΚΑ - ΕΛΑΣΤΙΚΑ												
ABS	75	47	75	69	47	47	U	U	75	U	69	53
BUtyl	97	97	86	86	64	U	191	191	81	81	80	103
CPVC	97	97	97	86	97	97	U	U	97	75	97	103
EPDM	75	75	30	30	164	53	30	30	164	164	75	164
FEP	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219
FKM	191	191	219	219	191	191	113	113	219	103	108	219
HDPE	75	75	75	75	86	75	75	75	75	75	75	75
Neoprene	108	108	U	U	81	97	108	108	108	86	86	108
N-RUbbber	80	80	U	U	75	81	53	53	81	U	41	81
PFA	136	136	108	108	137	137	108	108	108	108	108	
PP	108	108	108	75	119	119	97	97	137	113	119	81
PTFE	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258
PVC Type 2	75	75	75	75	75	75	69	69	75	47	75	75
PVDC	64	41	69	81	97	97	86	86	97	81	64	91
PVDF	136	119	108	97	153	153	142	142	153	137	164	81
SBR Styrene	U	U	U	U			U	U	108		U	
Ρητίνες Εποξειδικές	75	64	75	53	103	108	U	U	86	35	58	147
Ρητίνες Φουρανικές	136	136	41	U	142	142	U	U	137	142	136	108
Ρητίνες Πολυεστερικές	119	119	81	53	103	103	47	47	119	81	108	119
Ρητίνες Βινυλεστέρα	108	97	81	81	125	119	U	U	108	53	108	108

Πίνακας 6.
Αντίσταση σε ανόργανες ουσίες.

<div style="text-align: center;"> ΡΕΥΣΤΟ ΥΛΙΚΟ </div>	Αμμωνία (άνυδρη)	Υδροξείδιο αμμωνίου 10%	Χλωριούχος σίδηρος, 50%	Θειικός σίδηρος	Χλωριούχο ασβέστιο	Υδροξείδιο ασβεστίου 10%	Θειικός χαλκός	Υπεροξείδιο υδρογόνου 30%	Υδροξείδιο καλίου 5%	Υπερμαγγανικό κάλιο 10%	Διπτανθρακικό νάτριο 20%	Ανθρακικό νάτριο	Χλωριούχο νάτριο	Καυστικό νάτριο 10%	Χλωριούχος ψευδάργυρος
	ΜΕΤΑΛΛΑ														
Αλουμίνιο	97	191	U	U	30	41	U	191	U	113	80	U	U	U	U
Μπρούντζος	41	U	U	U			U	U	47	108	47	53	113	102	U
Χάλυβας ανθρακούχος	219	113	U	U	30	41	U	U	113	41	53	64	86	113	U
Χαλκός	41	U	U	41	30	113	U	U	53	41	41	53	113	113	U
Σίδηρος όλκιμος, Pearlitic											45		97	65	U
Hastelloy C	313	113	113	81	108	91	113	53	113	113	113	113	113	124	136
Inconel	313	47	41	U	30	113	47	75	113	113	113	113	113	164	41
Monel	313	U	U	41	113	113	47	30	113	113	113	113	113	191	108
Νικέλιο	47	U	U	U	30	113	47		113	113	113	113	113	113	108
Stainless Steel 304	264	113	U	41	80	113	113	113	164	113	136	113	113	113	U
Stainless Steel 316	313	113	U	108	75	113	219	219	191	190	191	191	191	191	108
ΠΛΑΣΤΙΚΑ – ΕΛΑΣΤΙΚΑ															
ABS	U	41		75	75		75	U	75	U	75	75	75	75	75
BUtyl	U	102	86	103	102	102	102	U	97	69	97	97	97	97	102
CPVC	97	108	97	97	97	91	113	97	97	102	113	113	113	102	97
EPDM	164	113	164	153	113	113	164	53	164	113	164	164	164	164	164
FEP	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219
FKM	U	102	219	219	158	164	219	191	175	86	219	102	219	30	219
HDPE	75	75	75		75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75
Neoprene	108	105	86	108	108	119	108	U	108	53	108	108	108	108	86
N-Rubber	U	41	81	81	80	108	80	U	53	U	80	97	69	80	80
PFA	108	153	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	108	136	108
PP	119	119	113	108	119	108	108	53	113	80	119	119	119	119	108
PTFE	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258
PVC Type 2	47	75		75	75		75	U	75	75	75	75	75	75	75
PVDC		U	75	81	97	86	97	64	53	69	97	97	97	47	91
PVDF	153	153	153	153	153	147	153	137	113	153	153	153	153	113	142
SBR Styrene	108		108			108	108		U				108		
Ρητίνες Εποξειδικές	U	102	137	108	108	113	113	75	108	80	136	164	113	102	136
Ρητίνες Φουρανικές	142	97	131	142	142	119	142	U	136	142	142	142	142	U	142
Ρητίνες Πολυεστερικές	119	75	119	119	119	97	119	47	80	113	86	86	119	69	136
Ρητίνες Βινυλεστέρα	119	81	113	108	97	97	131	91	80	119	108	97	97	91	97

Πίνακας 7.
Αντίσταση σε οργανικές ουσίες.

ΠΡΕΥΣΤΟ ΥΛΙΚΟ	ΡΕΥΣΤΟ												
	Ακετόνη	Βενζόλιο	Οινόπνευμα	Εστέρες	Αιθέρες	Αιθυλενογλυκόλη	Φορμαλδεΰδη αραιή	Γλυκόλες	Επτάνιο	Εξάνιο	Έλαια και λίπη	Τολουένιο	Ξυλένιο
ΜΕΤΑΛΛΑ													
Αλουμίνιο	275	113	113		47	53		41	53	41	81	113	108
Μπρούντζος	219	219	219	219	108	186	81	53	191	191	81	191	136
Χάλυβας ανθρακούχος	164	75	131		108	53		41	191	191	81	191	108
Χαλκός	75	53	53		41	53			41			113	108
Σίδηρος όλκιμος, Pearlitic						164							
Hastelloy C	108	113	113		108	314	113		108	137	137	113	164
Inconel	102	113	41		47	113	113	53	108			113	108
Monel	102	113	113		47	113	113	53	108	53		113	54
Νικέλιο	102	113	108		41	113	113		113	41	30	113	108
Stainless Steel 304	102	125	108		108	113	313	53	137	137	81	113	108
Stainless Steel 316	219	219	108	219	107	186	125	41	191	137	137	191	108
ΠΛΑΣΤΙΚΑ – ΕΛΑΣΤΙΚΑ													
ABS	U	U	64		U	75	53	75	69	U	75	U	U
BUtyl	86	U	103		U	103		81		U		U	U
CPVC	U	U	97	U	U	113	75	97	97	81	113	U	U
EPDM	164	U	159			164	75	164	U	U		U	U
FEP	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	219	242
FKM	U	219	191		U	219	125	219	191	225	97	219	219
HDPE	64	U	75	41	U	75	75	75	59	41	U	U	U
Neoprene	U	U	108		U	86	75	86	108	108	41	U	U
N-RUbbber	U	U	81		U	81		64	U	U		U	U
PFA	108	108	108		108	108	108	108	108	108	108	113	108
PP	119	75	97		U	125	108	81	41	59	97	30	30
PTFE	258	258	258	259	259	258	164	258	258	258	258	258	258
PVC Type 2	U	U	75	U	U	75	75	75	75	35	75	U	U
PVDC	47	41	81	41		97	75		81	81	81	43	U
PVDF	U	80	153	91	64	153	64	153	153	153	159	113	113
SBR Styrene	108	U	108			108	108		U	U		U	U
Ρητίνες Εποξειδικές	58	97	81	86	47	164	59	164	81	97		80	75
Ρητίνες Φουρανικές	108	142	142	137	47	142	86		113	81	137	142	142
Ρητίνες Πολυεστερικές	U	U	47			119	41	119	108	47	119	U	47
Ρητίνες Βινυλεστέρα	U	U	53	81	97	113	81	113	113	86	113	64	75

Πίνακας 8.
Αντίσταση σε καύσιμα – λιπαντικά.

ΠΡΕΥΣΤΟ ΥΛΙΚΟ	Crude Oil	Diesel Fuels	Fuel Oil	Gasohol	Gasoline, Refined	Gasoline, unleaded	Jet Fuel, JP-4	Kerosene	Lubricating Oil	Machine Oil	Motor Oil	Naphtha	Petroleum Oils, Refined	Transformer Oil
	ΜΕΤΑΛΛΑ													
Αλουμίνιο	53	47	75	81	113	113	91	91	81			97	47	41
Μπρούντζος	53	47	191	81	108	191	219	191			53	219	41	47
Χάλυβας ανθρακούχος	53	102	108	81	108	191	91	191	81	113	137	47		41
Χαλκός	41		41	81	47	47		47	47		81	47	47	
Σίδηρος ολκιμος, Pearlitic														
Hastelloy C	47	108	108	81	108	175	53	113		113		108		47
Inconel			75			41	47	47			47	81		
Monel	164		97	81	53	53	47	91	53		47	64	47	47
Νικέλιο			97		53	53	41	113				64		47
Stainless Steel 304	113	47	137		147	41	53	219	81	113	137	137	41	47
Stainless Steel 316	113	47	86	81	113	41	219	219	81	113	137	113	41	47
ΠΛΑΣΤΙΚΑ – ΕΛΑΣΤΙΚΑ														
ABS	47			U	U	U		47	53		47	75		
BUtyl	U		U				U	U	U	U		U		U
CPVC	113	53			81	U	108	97	97	97	97	75	97	97
EPDM	U	U	U	U		U	U	U	U	U	U	U	U	U
FEP	219	219	219		219	219	219	219	219	75	219	219	219	219
FKM	164	219	214	47	97	97	219	219	219	108	103	219	103	219
HDPE	64	64	108		U	75		41	U			41	41	75
Neoprene	U	41	108		47	108	U	108	108	108		U	53	69
N-RUbbber	U	U	U		U	U	U	U	U			U	U	U
PFA	108	108	108		108	108	108	108	108		108	108		108
PP	80	53	91	U	U	U	35	47	35	59	U	59	81	58
PTFE	258	258	258	108	258	258	258	258	258	258	258	258	258	258
PVC Type 2	75		75	75	U		75	75	75	75	75	75		
PVDC	80	64	64		47	81	41	64	64			81		
PVDF	153	153	153	153		153	137	142	153	108	137	153	142	
SBR Styrene	U	108			U	U	U	U	U			U	U	U
Ρητίνες Εποξειδικές	164	137	137		81	137	81	137	125		41	119		124
Ρητίνες Φουρανικές		137	137		142	153	75	137				142		
Ρητίνες Πολυεστερικές	119	108	41		41	47	41	81				81		119
Ρητίνες Βινυλεστέρα	136	119	108		97	53	97	147	108		137	113	108	164

Πίνακας 9.
Αντίσταση σε νερό και υδατικά διαλύματα.

ΥΛΙΚΟ \ ΡΕΥΣΤΟ	Θαλασσινό νερό	Πόσιμο νερό	Αποιονισμένο νερό	Αποσταγμένο νερό	Χλωριωμένο νερό	Νερό με άλατα	Λύματα	Απορρυπαντικά	Διαλύματα σαπουνιού
	ΜΕΤΑΛΛΑ								
Αλουμίνιο	53	113	97	U	41	U			164
Μπρούντζος	136	113		108	U	136	47		191
Χάλυβας ανθρακούχος	47		U	U	U	41	47		91
Χαλκός	41	113		47	U	41	47	30	41
Σίδηρος όλκιμος, Pearlitic	47	45				47			
Hastelloy C	313	113	108	313	113	164			47
Inconel	41		75	30	47	41			47
Monel	136	113		U	U	136			53
Νικέλιο	47		108	41	U	41			75
Stainless Steel 304	41	113	242	136	U	41	47	97	47
Stainless Steel 316	136	113	242	136	U	136	47	97	47
ΠΛΑΣΤΙΚΑ –ΕΛΑΣΤΙΚΑ									
ABS	47	41	75	75	75	75	41		
BUtyl			75		U	102			80
CPVC	97	113	97	97	113	97	97	86	97
EPDM	136	136	136	164	30	136	113	158	169
FEP	219		219	219	219	219	219	219	219
FKM	102	164	102	102	102	102	102	219	219
HDPE	75		75	75	75	75	75	75	75
Neoprene	113	97	113	108	U	113	86	86	108
N-RUubber			80	80	80	80			80
PFA	108		108	108		108	108	108	113
PP	119	97	119	119	75	119	119	80	97
PTFE	258	219	258	258	258	258	258	258	258
PVC Type 2	75	75	75	75	75	75	75	75	41
PVDC	91	91	91	91	97	97	91		97
PVDF	153	153	153	153	119	153	136		53
SBR Styrene	108		113	108		108		108	108
Ρητίνες Εποξειδικές	164		136	113	U	113		136	
Ρητίνες Φουρανικές	136		136	108	142				
Ρητίνες Πολυεστερικές	119	113	86	108	119	97			41
Ρητίνες Βινυλεστέρα	97	113	113	113	97	97		64	75

Οι αριθμοί που αναφέρονται στους Πίνακες 5 έως 9, αντιστοιχούν στη μέγιστη θερμοκρασία (°C) μέχρι την οποία το υλικό αντιστέκεται επαρκώς στη διάβρωση. Για τα μέταλλα αυτό σημαίνει ότι ο ρυθμός διαβρώσεως είναι μικρότερος από 1,27 mm ανά έτος. Για τα πλαστικά και ελαστικά, αναφερόμαστε σε επαρκή αντίσταση του υλικού σε διάλυση ή χημική αντίδραση. U: unsatisfactory (ανεπαρκής).

Πίνακας 10.
Γαλβανική σειρά μετάλλων σε θαλασσινό νερό (ρέον).

Μέταλλα και κράματα	Μ.Ο. (Volt)	ελάχιστο min	μέγιστο max
Μαγνήσιο (Mg) και κράματα	-1,62	-1,63	-1,60
Ψευδάργυρος, Zn	-1,01	-1,03	-0,98
Αλουμίνιο κράματα	-0,88	-1,00	-0,76
Κάδμιο, Cd	-0,73	-0,76	-0,70
Mild Steel	-0,66	-0,71	-0,60
Χυτοσίδηρος	-0,66	-0,72	-0,60
Σφυρήλατος Σίδηρος	-0,66	-0,71	-0,60
Χάλυβας απλός	-0,65	-0,70	-0,60
Stainless steel Type 410 (13% Cr)	-0,52	-0,58	-0,46
Stainless Steel, Type 304 (18 Cr-8 Ni)(*)	-0,52	-0,58	-0,46
Νικέλιο, Ni	-0,52	-0,58	-0,46
Stainless Steel, Type 304 (18 Cr-8 Ni-3 Mo)	-0,49	-0,54	-0,43
Inconel (78 Ni-13.5 Cr-6 Fe)	-0,41	-0,46	-0,35
Aluminium Bronze (92 Cu-8 Al)	-0,37	-0,42	-0,31
Navel Brass (60 Cu-39 Zn)	-0,35	-0,40	-0,30
Yellow Brass (65 Cu-35 Zn)	-0,35	-0,40	-0,30
Red Brass (85 Cu-15 Zn)	-0,35	-0,40	-0,30
Muntz Metal (alpha-beta brass, 60 Cu-40 Zn)	-0,35	-0,40	-0,30
Χαλκός, Cu	-0,32	-0,36	-0,28
Κασσίτερος, Sn	-0,32	-0,33	-0,31
Aluminium Brass (76 Cu-22 Zn-2 Al)	-0,32	-0,36	-0,28
50-50 Lead/Tin Solder (Σύρμα συγκόλλησης)	-0,31	-0,35	-0,26
Stainless Steel, Type 410 (13 Cr) (passive)	-0,31	-0,35	-0,26
Admiralty Brass (71 Cu-28 Zn-1 Sn)	-0,30	-0,34	-0,25
Manganese Bronze (58.5 Cu-39 Zn-1 Sn-1 Fe-0.3 Mn)	-0,29	-0,33	-0,25
Bronze Composition G (88 Cu-2 Zn-10 Sn)	-0,28	-0,31	-0,24
Bronze Composition M (88 Cu-3 Zn-6.5 Sn-1.5 Pb)	-0,28	-0,31	-0,24
Silicon Bronze (96 Cu, Max- Fe-Zn-Si-Mn-Sn)	-0,26	-0,27	-0,24
90 Cu-10Ni	-0,25	-0,28	-0,21
75 Cu-20 Ni-5 Zn	-0,22	-0,25	-0,19
Μόλυβδος, Pb	-0,22	-0,25	-0,19
70 Cu-30 Ni	-0,20	-0,22	-0,18
Inconel (78 Ni-13.5 Cr-6 Fe) (Passive)	-0,16	-0,17	-0,14
Stainless Steel 17-4 PH	-0,15	-0,20	-0,10
Nickel 200	-0,15	-0,20	-0,10
Άργυρος, Ag	-0,12	-0,14	-0,09
Monel 400 (70 Ni-30 Cu), K-500	-0,09	-0,14	-0,04
Stainless Steel, Type 304 (18-8), (passive)	-0,08	-0,10	-0,05
Stainless Steel, Type 316 (18-8, 3 Mo) (passive)	-0,05	-0,10	0,00
Titanium	0,01	-0,05	+0,06
Inconel 625	0,03	-0,04	+0,10
Hastelloy C	0,03	-0,04	+0,10
Λευκόχρυσος, Pt	0,22	+0,18	+0,25
Γραφίτης	0,25	+0,20	+0,30

(*) Στις κράματα, οι αριθμοί αναφέρονται σε ποσοστά % των στοιχείων.

Πίνακας 11.
Ρυθμός διαβρώσεως των μετάλλων.

Μέταλλο	Ατμοσφαιρικός αέρας	Ουδέτερα και Αλκαλικά διαλύματα			Διαλύματα Οξέων		
		Υδροξείδιο Νατρίου, 5%	Γλυκό Νερό	Θαλασσινό Νερό	Θεικό Οξύ, 5% (μη οξειδωτικό)	Οξικό οξύ, 5% (μη οξειδωτικό)	Νιτρικό οξύ, 5% (οξειδωτικό)
Αλουμίνιο	0–0,5	13.000	0,1	1-50	8–100	0,5–5	15–80
Κράματα Χαλκού	0–0,2	2–5	0–1	0,2–15	2–50	2–15	150–1500
Χρυσός	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1
Σίδηρος	1–8	0–0,2	0,1–10	0,1–10	15–400	10–400	1000–10000
Μόλυβδος	0–0,2	5–500	0,1–2	0,2–15	0–2	10–150	100–6000
Μολυβδαίνιο	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	0–0,2	<0,1	υψηλός
Κράματα Νικελίου	0–0,2	0–0,2	0–0,2	0–1	2–35	2–10	0,1–1500
Λευκόχρυσος	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1
Άργυρος	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	0–1	<0,1	υψηλός
Ανοξειδωτος Χάλυβας	0–0,2	0–0,2	0–0,2	0–200	0–100	0–0,5	0–2
Ταντάλιο	<0,1	<1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1
Κασσίτερος	0–0,2	5–20	0–0,5	0,1	2–500	2–500	100–400
Τιτάνιο	<0,1	<0,2	<0,1	<0,1	10–100	<0,1	0,1–1
Ψευδάργυρος	0–0,5	15–200	0,5–10	0,5–10	υψηλός	600–800	υψηλός
Ζιρκόνιο	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,5	<0,1	<0,1

Σημείωση: Οι ταχύτητες διαβρώσεως (σε mills/year, 1mill = 0,1 in) αναφέρονται για θερμοκρασίες ως 100°C.

Προτυποποίηση σωλήνων και εξαρτημάτων κατά ISO.

Πίνακας 12.
Πρότυπα ISO για σωλήνες και εξαρτήματα.

ISO 7-1	Pipe Threads Where Pressure-Tight Joints Are Made on the Threads—Part 1: Dimensions, Tolerances and Designation Third Edition
ISO 8	Pipe Threads Where Pressure-Tight Joints Are Made on the Threads—Part 2: Verification by Means of Limit Gauges First Edition
ISO 228-1	Pipe Threads Where Pressure-Tight Joints Are Not Made on the Threads—Part 1: Dimensions, Tolerances and Designation Third Edition
ISO 228-2	Pipe Threads Where Pressure-Tight Joints Are Not Made on the Threads—Part 2: Verification by Means of Limit Gauges Second Edition
ISO 392	Asbestos-Cement Pipe Fittings for Building and Sanitary Purposes First Edition
ISO 580	Injection-Moulded Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) Fittings—Oven Test—Test Method and Basic Specifications Second Edition
ISO 1179	Pipe Connections, Threaded to ISO 228/1, for Plain End Steel and Other Metal Tubes in Industrial Applications Second Edition
ISO 2035	Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) Moulded Fittings for Elastic Sealing Ring Type Joints for Use Under Pressure—Pressure-Resistance Test First Edition
ISO 2044	Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) Injection- Moulded Solvent-Welded Socket Fittings for Use with Pressure Pipe—Hydraulic Internal Pressure Test First Edition
ISO 2284	Hand Taps for Parallel and Taper Pipe Threads—General Dimensions and Marking Third Edition
ISO 2507-1	Thermoplastic Pipes and Fittings—Vicat Softening Temperature—Part 1: General Test Method First Edition; (Replaces ISO 2507)
ISO 2507-2	Thermoplastic Pipes and Fittings—Vicat Softening Temperature—Part 2: Test Conditions for Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) or Chlorinated Poly(Vinyl Chloride) (PVC-C) Pipes and Fittings and for High Impact Resistance Poly(Vinyl Chloride) (PVC-HI) Pipes First Edition (Replaces ISO 2507)
ISO 2507-3	Thermoplastics Pipes and Fittings—Vicat Softening Temperature—Part 3: Test Conditions for Acrylonitrile / Butadiene / Styrene (ABS) and Acrylonitrile/Styrene/Acrylic Ester (ASA) Pipes and Fittings First Edition
ISO 2852	Stainless Steel Clamp Pipe Couplings for the Food Industry Second Edition
ISO 3183-1	Petroleum and Natural Gas Industries—Steel Pipe for Pipelines—Technical Delivery Conditions—Part 1: Pipes of Requirement Class A Second Edition
ISO 3183-2	Petroleum and Natural Gas Industries—Steel Pipe for Pipelines—Technical Delivery Conditions—Part 2: Pipes of Requirements Class B Second Edition
ISO TR 3313	Measurement of Pulsating Fluid Flow in a Pipe by Means of Orifice Plates, Nozzles or Venturi Tubes Second Edition

(συνεχίζεται)

ISO 3458	Assembled Joints Between Fittings and Polyethylene (PE) Pressure Pipes—Test of Leakproofness Under Internal Pressure First Edition
ISO 3459	Polyethylene (PE) Pressure Pipes—Joints Assembled with Mechanical Fittings—Internal Under-Pressure Test Method and Requirement First Edition
ISO 3477	Polypropylene (PP) Pipes and Fittings—Density—Determination and Specification Second Edition
ISO 3503	Assembled Joints Between Fittings and Polyethylene (PE) Pressure Pipes—Test of Leakproofness Under Internal Pressure When Subjected to Bending First Edition
ISO 3514	Chlorinated Polyvinyl Chloride (CPVC) Pipes and Fittings—Specification and Determination of Density First Edition
ISO 3603	Fittings for Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) Pressure Pipes with Elastic Sealing Ring Type Joints—Pressure Test for Leakproofness First Edition
ISO 3604	Fitting for Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) Pressure Pipes with Elastic Sealing Ring Type Joints—Pressure Test for Leakproofness Under Conditions of External Hydraulic Pressure First Edition
ISO 4059	Polyethylene (PE) Pipes—Pressure Drop in Mechanical Pipe-Jointing Systems—Method of Test and Requirements First Edition
ISO 4230	Hand- and Machine-Operated Circular Screwing Dies for Taper Pipe Threads—R Series Second Edition
ISO 4231	Hand- and Machine-Operated Circular Screwing Dies for Parallel Pipe Threads—G Series Second Edition
ISO 4434	Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) Adaptor Fittings for Pipes Under Pressure—Laying Length and Size of Threads—Metric Series First Edition
ISO 4439	Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) Pipes and Fittings—Determination and Specification of Density First Edition
ISO 4451	Polyethylene (PE) Pipes and Fittings—Determination of Reference Density of Uncoloured and Black Polyethylenes First Edition; (Erratum–1980)
ISO 4488	Asbestos—Cement Pipes and Joints for Thrust-Boring and Pipe Jacking First Edition
ISO 5168	Measurement of Fluid Flow—Estimation of Uncertainty of a Flow-Rate Measurement First Edition
ISO 5969	Ground Thread Taps for Pipe Threads G Series and Rp Series—Tolerances on the Threaded Portion First Edition; (Corrigendum 1–1991)
ISO 6605	Hydraulic Fluid Power—Hose Assemblies—Method of Test First Edition
ISO 6964	Polyolefin Pipes and Fittings—Determination of Carbon Black Content by Calcination and Pyrolysis—Test Method and Basic Specification First Edition
ISO 7268	Pipe Components—Definition of Nominal Pressure First Edition: (Amendment 1–1984)
ISO 7278-2	Liquid Hydrocarbons—Dynamic Measurement—Proving Systems for Volumetric Meters—Part 2: Pipe Provers First Edition; (CEN EN ISO 7278-2: 1995)

ISO 7387-1	Adhesives with Solvents for Assembly of PVC-U Pipe Elements—Characterization—Part 1: Basic Test Methods First Edition
ISO 7608	Shipbuilding—Inland Navigation—Couplings for Disposal of Oily Mixture and Sewage Water First Edition
ISO 8142	Thermal Insulation—Bonded Preformed Man-Made Mineral Fibre Pipe Sections—Specification First Edition
ISO 8361-1	Thermoplastics Pipes and Fittings—Water Absorption—Part 1: General Test Method First Edition
ISO 8361-2	Thermoplastics Pipes and Fittings—Water Absorption—Part 2: Test Conditions for Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) Pipes and Fittings First Edition
ISO 8361-3	Thermoplastics Pipes and Fittings—Water Absorption—Part 3: Test Conditions for Acrylonitrile/Butadiene/Styrene (ABS) Pipes and Fittings First Edition
ISO 8497	Thermal Insulation—Determination of Steady-State Thermal Transmission Properties of Thermal Insulation for Circular Pipes First Edition CEN EN ISO 8497: 1996
ISO TR 9080	Thermoplastics Pipes for the Transport of Fluids—Methods of Extrapolation of Hydrostatic Stress Rupture Data to Determine the Long-Term Hydrostatic Strength of Thermoplastics Pipe Materials First Edition
ISO 9261	Agricultural Irrigation Equipment—Emitting-Pipe Systems—Specification and Test Methods First Edition
ISO 9356	Polyolefin Pipe Assemblies with or Without Jointed Fittings—Resistance to Internal Pressure—Test Method First Edition
ISO 9691	Rubber—Recommendations for the Workmanship of Pipe Joint Rings—Description and Classification of Imperfections First Edition
ISO TR 9824-1	Measurement of Free Surface Flow in Closed Conduits—Part 1: Methods First Edition
ISO TR 9824-2	Measurement of Free Surface Flow in Closed Conduits—Part 2: Equipment First Edition
ISO 9853	Injection-Moulded Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) Fittings for Pressure Pipe Systems—Crushing Test First Edition
ISO 10400	Petroleum and Natural Gas Industries—Formulae and Calculation for Casing, Tubing, Drill Pipe and Line Pipe Properties First Edition
ISO 10420	Petroleum and Natural Gas Industries—Flexible Pipe Systems for Subsea and Marine Riser Applications First Edition
ISO 10422	Petroleum and Natural Gas Industries—Threading, Gauging, and Inspection of Casing, Tubing and Line Pipe Threads—Specification First Edition
ISO 11413	Plastics Pipes and Fittings—Preparation of Test Piece Assemblies Between a Polyethylene (PE) Pipe and an Electrofusion Fitting First Edition
ISO 11414	Plastics Pipes and Fittings—Preparation of Polyethylene (PE) Pipe/Pipe or Pipe/Fitting Test Piece Assemblies by Butt Fusion First Edition
ISO 11420	Method for the Assessment of the Degree of Carbon Black Dispersion in Polyolefin Pipes, Fittings and Compounds First Edition

ISO TR 11647	Fusion Compatibility of Polyethylene (PE) Pipes and Fittings First Edition
ISO 11961	Petroleum and Natural Gas Industries—Steel Pipes for Use as Drill Pipe—Specification First Edition
ISO 13783	Plastics Piping Systems—Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) End-Load-Bearing Double-Socket Joints—Test Method for Leaktightness and Strength While Subjected to Bending and Internal Pressure First Edition
ISO 540	Solid Mineral Fuels—Determination of Fusibility of Ash—High-Temperature Tube Method Third Edition
ISO 1635-2	Seamless Wrought Copper and Copper Alloy Tube—Part 2: Technical Conditions of Delivery for Condenser and Heat-Exchanger Tubes First Edition
ISO 1651	Tube Drawing Mandrels First Edition; Amendment 1—1982
ISO 1684	Wire, Bar and Tube Drawing Dies—Specifications First Edition; Amendment 2—1982
ISO 2718	Standard Layout for a Method of Chemical Analysis by Gas Chromatography First Edition
ISO 2804	Wire, Bar or Tube Drawing Dies—As-Sintered Pellets of Hardmetal (Carbide)—Dimensions Second Edition
ISO 4397	Fluid Power Systems and Components—Connectors and Associated Components—Nominal Outside Diameters of Tubes and Nominal Inside Diameters of Hoses Second Edition
ISO 5361-5	Tracheal Tubes—Part 5: Requirements and Methods of Test for Cuffs and Tubes First Edition; (CSA CAN/CSA-Z5361-94)
ISO 5730	Stationary Shell Boilers of Welded Construction (Other Than Water-Tube Boilers) First Edition
ISO 6207	Seamless Nickel and Nickel Alloy Tube First Edition
ISO 7228	Tracheal Tube Connectors Third Edition; (CSA CAN/CSA-Z7228-94)
ISO 8434-1	Metallic Tube Connections for Fluid Power and General Use—Part 1: 24 Degree Compression Fittings First Edition; (Replaces ISO 8434)
ISO 8434-2	Metallic Tube Connections for Fluid Power and General Use—Part 2: 37 Degree Flared Fittings First Edition; (Replaces ISO 8434)
ISO 8434-3	Metallic Tube Connections for Fluid Power and General Use—Part 3: O-Ring Face Seal Fittings First Edition
ISO 8434-4	Metallic Tube Connections for Fluid Power and General Use—Part 4: 24 Degree Cone Connectors with O-Ring Weld-On Nipples First Edition
ISO 8434-5	Metallic Tube Connections for Fluid Power and General Use—Part 5: Test Methods for Threaded Hydraulic Fluid Power Connections First Edition
ISO 8491	Metallic Materials—Tube (In Full Section)—Bend Test First Edition
ISO 8492	Metallic Materials—Tube—Flattening Test First Edition

ISO 8493	Metallic Materials—Tube—Drift Expanding Test First Edition
ISO 8494	Metallic Materials—Tube—Flanging Test First Edition
ISO 8495	Metallic Materials—Tube—Ring Expanding Test First Edition
ISO 8496	Metallic Materials—Tube—Ring Tensile Test First Edition
ISO 8762	Workplace Air—Determination of Vinyl Chloride—Charcoal Tube/Gas Chromatographic Method First Edition
ISO 9095	Steel Tubes—Continuous Character Marking and Colour Coding for Material Identification First Edition
ISO 9455-12	Soft Soldering Fluxes—Test Methods—Part 12: Steel Tube Corrosion Test First Edition (CENELEC EN ISO 9455-12–1994)
ISO 9486	Workplace Air—Determination of Vaporous Chlorinated Hydrocarbons—Charcoal Tube/Solvent Desorption/Gas Chromatographic Method First Edition
ISO 9487	Workplace Air—Determination of Vaporous Aromatic Hydrocarbons—Charcoal Tube/Solvent Desorption/Gas Chromatographic Method First Edition
ISO 11496	Seamless and Welded Steel Tubes for Pressure Purposes—Ultrasonic Testing of Tube Ends for the Detection of Laminar Imperfections First Edition
ISO 13664	Seamless and Welded Steel Tubes for Pressure Purposes—Magnetic Particle Inspection of the Tube Ends for the Detection of Laminar Imperfections First Edition
ISO 13665	Seamless and Welded Steel Tubes for Pressure Purposes—Magnetic Particle Inspection of the Tube Body for the Detection of Surface Imperfections First Edition
ISO 49	Malleable Cast Iron Fittings Threaded to ISO 7-1 Second Edition; Corrigendum 1 02/15/1997
ISO 264	Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) Fittings With Plain Sockets for Pipes Under Pressure—Laying Length—Metric Series First Edition; Addendum 1–1982
ISO 265-1	Pipes and Fittings of Plastics Materials—Fittings for Domestic and Industrial Waste Pipes—Basic Dimensions: Metric Series—Part 1: Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) First Edition
ISO 727	Fittings of Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC-U), Chlorinated Polyvinyl Chloride (PVC-C) or Acrylonitrile /Butadiene /Styrene (ABS) with Plain Sockets for Pipes Under Pressure—Dimensions of Sockets—Metric Series Fourth Edition
ISO 881	Asbestos-Cement Pipes, Joints and Fittings for Sewerage and Drainage First Edition
ISO 2016	Capillary Solder Fittings for Copper Tubes—Assembly Dimensions and Tests First Edition
ISO 2048	Double-Socket Fittings for Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) Pressure Pipes with Elastic Sealing Ring Type Joints—Minimum Depths of Engagement Second Edition
ISO 2531	Ductile Iron Pipes, Fittings and Accessories for Pressure Pipelines Fourth Edition

ISO 2851	Metal Pipes and Fittings—Stainless Steel Bends and Tees for the Food Industry First Edition
ISO 3253	Hose Connections for Equipment for Welding, Cutting and Related Processes First Edition
ISO 3419	Non-Alloy and Alloy Steel Butt-Welding Fittings Second Edition; (Erratum–1982)
ISO 3501	Assembled Joints Between Fittings and Polyethylene (PE) Pressure Pipes—Test of Resistance to Pull out First Edition
ISO 3545-1	Steel Tubes and Fittings—Symbols for Use in Specifications—Part 1: Tubes and Tubular Accessories with Circular Cross-Section First Edition
ISO 3545-2	Steel Tubes and Fittings—Symbols for Use in Specifications—Part 2: Square and Rectangular Hollow Sections First Edition
ISO 3545-3	Steel Tubes and Fittings—Symbols for Use in Specifications—Part 3: Tubular Fittings with Circular Cross-Section First Edition
ISO 3586	Glass Plant, Pipeline and Fittings—General Rules for Testing, Handling and Use First Edition
ISO 3587	Glass Plant, Pipeline and Fittings—Pipeline and Fittings of Nominal Bore 15 to 150 mm—Compatibility and Interchangeability First Edition; (Erratum–1979)
ISO 3633	Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) Pipes and Fittings for Soil and Waste Discharge (Low and High Temperature) Systems Inside Buildings—Specifications First Edition
ISO 4056	Polyethylene (PE) Pipes and Fittings—Designation of Polyethylene, Based on Nominal Density and Melt Flow Index First Edition
ISO 4132	Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) and Metal Adaptor Fittings for Pipes Under Pressure—Laying Lengths and Size of Threads—Metric Series First Edition
ISO 4144	Stainless Steel Fittings Threaded to ISO 7/1 First Edition
ISO 4145	Non-Alloy Steel Fittings Threaded to ISO 7/1 Second Edition
ISO 4422-1	Pipes and Fittings Made of Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) for Water Supply—Specifications—Part 1: General First Edition; Supersedes ISO 4422: 1990
ISO 4422-2	Pipes and Fittings Made of Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) for Water Supply—Specifications—Part 2: Pipes (With or Without Integral Sockets) First Edition
ISO 4422-3	Pipes and Fittings Made of Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) for Water Supply—Specifications—Part 3: Fittings and Joints First Edition; Supersedes ISO 4422: 1990
ISO 4422-5	Pipes and Fittings Made of Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) for Water Supply—Specifications—Part 5: Fitness for Purpose of the System First Edition; Supersedes ISO 4422: 1990
ISO 4435	Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) Pipes and Fittings for Buried Drainage and Sewerage Systems—Specifications First Edition
ISO 4440-1	Thermoplastics Pipes and Fittings—Determination of Melt Mass-Flow Rate—Part 1: Test Method First Edition

ISO 4440-2	Thermoplastics Pipes and Fittings—Determination of Melt Mass-Flow Rate—Part 2: Test Conditions First Edition
ISO 4486	Asbestos-Cement Ventilation Ducts and Fittings—Dimensions and Characteristics First Edition
ISO 4704	Glass Plant, Pipeline and Fittings—Glass Plant Components First Edition; (Erratum–1979)
ISO 5251	Stainless Steel Butt-Welding Fittings First Edition
ISO 5256	Steel Pipes and Fittings for Buried or Submerged Pipelines—External and Internal Coating by Bitumen or Coal Tar Derived Materials First Edition
ISO 6447	Rubber Seals—Joint Rings Used for Gas Supply Pipes and Fittings—Specification for Material First Edition
ISO 6448	Rubber Seals—Joint Rings Used for Petroleum Product Supply Pipes and Fittings—Specification for Material First Edition
ISO 6455	Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) Fittings with Elastic Sealing Ring Type Joints for Pipes Under Pressure—Dimensions of Laying Lengths—Metric Series First Edition
ISO 6594	Cast Iron Drainage Pipes and Fittings—Spigot Series First Edition; (Corrected and Reprinted–1985)
ISO 6761	Steel Tubes—Preparation of Ends of Tubes and Fittings for Welding First Edition
ISO TR 7074	Performance Requirements for Plastic Pipes and Fittings for Use in Underground Drainage and Sewage First Edition
ISO 7245	Pipes and Fittings of Acrylonitrile-Butadiene-Styrene (ABS)—General Specification for Moulding and Extrusion Materials First Edition
ISO 7246	Pipes and Fittings of Acrylonitrile/Styrene/Acrylester (ASA)—General Specification for Moulding and Extrusion Materials First Edition
ISO 7279	Polypropylene (PP) Fittings for Pipes Under Pressure—Sockets for Fusion Using Heated Tools—Metric Series—Dimensions of Sockets First Edition
ISO 7370	Glass Fibre Reinforced Thermosetting Plastics (GRP) Pipes and Fittings—Nominal Diameters, Specified Diameters and Standard Lengths First Edition
ISO 7671	Polypropylene (PP) Pipes and Fittings (Jointed by Means of Elastomeric Sealing Rings) for Soil and Waste Discharge (Low and High Temperature) Systems Inside Buildings—Specifications First Edition
ISO 7675	Chlorinated Poly(Vinyl Chloride) (PVC-C) Pipes and Fittings for Soil and Waste Discharge (Low and High Temperature) Systems Inside Buildings—Specifications First Edition
ISO 7682	Acrylonitrile/Butadiene/Styrene (ABS) Pipes and Fittings for Soil and Waste Discharge (Low and High Temperature) Systems Inside Buildings—Specifications First Edition
ISO 7686	Plastics Pipes and Fittings—Opacity—Test Method First Edition
ISO 8283-1	Plastics Pipes and Fittings—Dimensions of Sockets and Spigots for Discharge Systems Inside Buildings—Part 1: Unplasticized Poly(Vinyl Chloride) (PVC-U) and Chlorinated Poly(Vinyl Chloride) (PVC-C) First Edition

ISO 8283-2	Plastics Pipes and Fittings—Dimensions of Sockets and Spigots for Discharge Systems Inside Buildings—Part 2: Polyethylene (PE) First Edition
ISO 8283-3	Plastics Pipes and Fittings—Dimensions of Sockets and Spigots for Discharge Systems Inside Buildings—Part 3: Polypropylene (PP) First Edition
ISO 8283-4	Plastics Pipes and Fittings—Dimensions of Sockets and Spigots for Discharge Systems Inside Buildings—Part 4: Acrylonitrile/Butadiene/Styrene (ABS) First Edition
ISO 8434-1	Metallic Tube Connections for Fluid Power and General Use—Part 1: 24 Degrees Compression Fittings First Edition; (Replaces ISO 8434)
ISO 8434-2	Metallic Tube Connections for Fluid Power and General Use—Part 2: 37 Degree Flared Fittings First Edition; (Replaces ISO 8434)
ISO 8434-3	Metallic Tube Connections for Fluid Power and General Use—Part 3: O-Ring Face Seal Fittings First Edition
ISO 8572	Pipes and Fittings Made of Glass-Reinforced Thermosetting Plastics (GRP)—Definitions of Terms Relating to Pressure, Including Relationships Between Them, and Terms for Installation and Jointing First Edition
ISO 8770	High-Density Polyethylene (PE-HD) Pipes and Fittings for Soil and Waste Discharge (Low and High Temperature) Systems Inside Buildings—Specifications First Edition
ISO 8772	High-Density Polyethylene (PE-HD) Pipes and Fittings for Buried Drainage and Sewerage Systems— Specifications First Edition
ISO 8773	Polypropylene (PP) Pipes and Fittings for Buried Drainage and Sewerage Systems—Specifications First Edition
ISO 8796	Polyethylene (PE) 25 Pipes for Irrigation Laterals— Susceptibility to Environmental Stress-Cracking Induced by Insert-Type Fittings— Test Method and Specification First Edition
ISO 9095	Steel Tubes—Continuous Character Marking and Colour Coding for Material Identification First Edition
ISO 9623	PE/Metal and PP/Metal Adaptor Fittings for Pipes for Fluids Under Pressure—Design Lengths and Size of Threads—Metric Series First Edition
ISO 9625	Mechanical Joint Fittings for Use with Polyethylene Pressure Pipes for Irrigation Purposes First Edition
ISO 9803	Vacuum Technology—Pipeline Fittings—Mounting Dimensions First Edition
ISO 9808	Solar Water Heaters—Elastomeric Materials for Absorbers, Connecting Pipes and Fittings—Method of Assessment First Edition
ISO 10147	Pipes and Fittings Made of Crosslinked Polyethylene (PE-X)—Estimation of the Degree of Crosslinking by Determination of the Gel Content First Edition
ISO TR 10358	Plastics Pipes and Fittings—Combined Chemical- Resistance Classification Table First Edition; (Cancels and Replaces TR 6285, TR 7471, TR 7472, TR 7473, TR 7474)
ISO 10508	Thermoplastics Pipes and Fittings for Hot and Cold Water Systems First Edition

ISO 10806	Pipework–Non-Alloyed and Stainless Steel Fittings for Corrugated Flexible Metallic Hoses First Edition
ISO TR 10837	Determination of the Thermal Stability of Polyethylene (PE) for Use in Gas Pipes and Fittings First Edition
ISO 10928	Plastics Piping Systems—Glass-Reinforced Thermosetting Plastics (GRP) Pipes and Fittings—Methods for Regression Analysis and Their Use First Edition
ISO 10931-3	Plastics Piping Systems for Industrial Applications—Poly(Vinylidene Fluoride) (PVDF)—Part 3: Fittings First Edition
ISO TR 11295	Techniques for Rehabilitation of Pipeline Systems by the Use of Plastics Pipes and Fittings First Edition
ISO 12162	Thermoplastics Materials for Pipes and Fittings for Pressure Applications—Classification and Designation—Overall Service (Design) Coefficient First Edition (CEN EN ISO 12162: 1995)
ISO 13761	Plastics Pipes and Fittings—Pressure Reduction Factors for Polyethylene Pipeline Systems for Use at Temperatures Above 20 Degrees C First Edition

Πίνακας 13.
Πρότυπα ISO για φλάντζες και εξαρτήματα.

ISO 666	Machine Tools—Mounting of Plain Grinding Wheels by Means of Hub Flanges Second Edition
ISO 1609	Vacuum Technology—Flange Dimensions First Edition
ISO 2536	Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC) Pressure Pipes and Fittings, Metric Series—Dimensions of Flanges First Edition
ISO 3019-1	Hydraulic Fluid Power—Positive Displacement Pumps and Motors—Dimensions and Identification Code for Mounting Flanges and Shaft Ends—Part 1: Inch Series Shown in Metric Units First Edition; (Erratum–1975)
ISO 3019-2	Hydraulic Fluid Power—Positive Displacement Pumps and Motors—Dimensions and Identification Code for Mounting Flanges and Shaft Ends—Part 2: Two- and Four-Hole Flanges and Shaft Ends—Metric Series Second Edition
ISO 3019-3	Hydraulic Fluid Power—Positive Displacement Pumps and Motors—Dimensions and Identification Code for Mounting Flanges and Shaft Ends—Part 3: Polygonal Flanges (Including Circular Flanges) Second Edition
ISO 3663	Polyethylene (PE) Pressure Pipe and Fittings, Metric Series—Dimensions of Flanges First Edition
ISO 3669	Vacuum Technology—Bakable Flanges—Dimensions First Edition
ISO 5211-1	Part-Turn Valve Actuator Attachment—Part 1: Flange Dimensions First Edition
ISO 5211-2	Part-Turn Valve Actuator Attachment—Part 2: Flange and Coupling Performance Characteristics First Edition

(συνεχίζεται)

ISO 5429	Coated Abrasives—Flap Wheels with Incorporated Flanges or Separate Flanges—Designation and Dimensions First Edition
ISO 6580	General Purpose Industrial Fans—Circular Flanges—Dimensions First Edition
ISO 7005-1	Metallic Flanges—Part 1: Steel Flanges First Edition; (AS/NZS 4331.1: 1995)
ISO 7005-2	Metallic Flanges—Part 2: Cast Iron Flanges First Edition; (Supersedes ISO 2084, ISO 2229 and ISO 2441) (AS/NZS 4331.2: 1995)
ISO 7005-3	Metallic Flanges—Part 3: Copper Alloy and Composite Flanges First Edition; (Supersedes ISO 2084, ISO 2229 and ISO 2441) (AS/NZS 4331.3: 1995)
ISO 7299	Diesel Engines—End-Mounting Flanges for Fuel Injection Pumps Second Edition
ISO 9624	Thermoplastics Pipes for Fluids Under Pressure—Mating Dimensions of Flange Adapters and Loose Backing Flanges First Edition
ISO 12129-2	Plain Bearing—Part 2: Tolerances on Form and Position and Surface Roughness for Shafts, Flanges and Thrust Collars First Edition
ISO 4708	Cork-Composition Cork Gasket Material—Test Methods First Edition
ISO 4709	Cork-Composition Cork Gasket Material—Specifications First Edition
ISO 5892	Rubber Building Gaskets—Materials for Preformed Solid Vulcanized Structural Gaskets—Specification First Edition
ISO 7483	Dimensions of Gaskets for Use with Flanges to ISO 7005 First Edition; (Corrigendum 1–1995)
ISO 225	Fasteners-Bolts, Screws, Studs and Nuts—Symbols and Designations of Dimensions Second Edition
ISO 262	ISO General Purpose Metric Screw Threads—Selected Sizes for Screws, Bolts and Nuts
ISO 263	ISO Inch Screw Threads-General Plan and Selection for Screws, Bolts and Nuts-Diameter Range 0.06 to 6 in First Edition
ISO 273	Fasteners—Clearance Holes for Bolts and Screws First Edition; Amendment Slip–1979; NZS/ISO 273: 1979
ISO 885	General Purpose Bolts and Screws—Metric Series—Radii Under the Head First Edition
ISO 887	Plain Washers for Metric Bolts, Screws and Nuts—General Plan First Edition
ISO 888	Bolts, Screws and Studs—Nominal Lengths, and Thread Lengths for General Purpose Bolts First Edition
ISO 898-1	Mechanical Properties of Fasteners—Part 1: Bolts, Screws and Studs Second Edition; AS/NZS 4291.1: 1995
ISO 898-7	Mechanical Properties of Fasteners—Part 7: Torsional Test and Minimum Torques for Bolts and Screws with Nominal Diameters 1 mm to 10 mm First Edition; CEN EN 20898-7: 1995
ISO 965-2	ISO General Purpose Metric Screw Threads—Tolerances Part 2: Limits of Sizes for General Purpose Bolt and Nut Threads—Medium Quality Second Edition

(συνεχίζεται)

ISO R1501	ISO Miniature Screw Threads First Edition
ISO 1891	Bolts, Screws, Nuts and Accessories—Terminology and Nomenclature First Edition; Amendment Slip—1980
ISO 4014	Hexagon Head Bolts—Product Grades A and B Second Edition; (AS/NZS 1110: 1995)
ISO 4015	Hexagon Head Bolts—Product Grade B—Reduced Shank (Shank Diameter is Approximately Equal to Pitch Diameter) First Edition
ISO 4016	Hexagon Head Bolts—Product Grade C Second Edition
ISO 4162	Hexagon Flange Bolts—Small Series First Edition
ISO 4759-1	Tolerances for Fasteners—Part 1: Bolts, Screws and Nuts with Thread Diameters Greater Than or Equal to 1,6 and Less Than or Equal to 150 mm and Product Grades A, B and C First Edition
ISO 4759-2	Tolerances for Fasteners—Part 2: Bolts, Screws and Nuts with Thread Diameters from 1 up to 3 mm and Product Grade F, for Fine Mechanics First Edition; (Amendment Slip—1980)
ISO 4759-3	Tolerances for Fasteners—Part 3: Plain Washers for Bolts, Screws and Nuts with Nominal Thread Diameters from 1 mm up to and Including 150 mm—Product Grades A and C Second Edition
ISO 6157-1	Fasteners—Surface Discontinuities—Part 1: Bolts, Screws and Studs for General Requirements First Edition
ISO 6157-3	Fasteners—Surface Discontinuities—Part 3: Bolts, Screws and Studs for Special Requirements First Edition
ISO 7378	Fasteners—Bolts, Screws and Studs—Split Pin Holes and Wire Holes First Edition
ISO 7411	Hexagon Bolts for High-Strength Structural Bolting with Large Width Across Flats (Thread Lengths According to ISO 888)—Product Grade C—Property Classes 8.8 and 10.9 First Edition
ISO 7412	Hexagon Bolts for High-Strength Structural Bolting with Large Width Across Flats (Short Thread Length)—Product Grade C—Property Classes 8.8 and 10.9 First Edition
ISO 8677	Cup Head Square Neck Bolts with Large Head—Product Grade C First Edition
ISO 8678	Cup Head Square Neck Bolts with Small Head and Short Neck—Product Grade B First Edition
ISO 8765	Hexagon Head Bolts with Metric Fine Pitch Thread—Product Grades A and B First Edition
ISO 8839	Mechanical Properties of Fasteners—Bolts, Screws, Studs and Nuts Made of Non-Ferrous Metals First Edition
ISO 8992	Fasteners—General Requirements for Bolts, Screws, Studs and Nuts First Edition

Πίνακας 14.
Πρότυπα ISO για βαλβίδες.

ISO 683-15	Heat-Treatable Steels, Alloy Steels and Free-Cutting Steels—Part 15: Valve Steels for Internal Combustion Engines Second Edition
ISO 4126-1	Safety Valves—Part 1: General Requirements First Edition
ISO 4401	Hydraulic Fluid Power—Four-Port Directional Control Valves—Mounting Surfaces Second Edition
ISO 4411	Hydraulic Fluid Power—Valves—Determination of Pressure Differential/Flow Characteristics First Edition
ISO 4422-4	Pipes and Fittings Made of Unplasticized Poly (Vinyl Chloride) (PVC-U) for Water Supply—Specifications— Part 4: Valves and Ancillary Equipment First Edition; Supersedes ISO 4422: 1990
ISO 5208	Industrial Valves—Pressure Testing of Valves Second Edition
ISO 5209	General Purpose Industrial Valves—Marking First Edition
ISO 5210	Industrial Valves—Multi-Turn Valve Actuator Attachments First Edition
ISO 5599-1	Pneumatic Fluid Power—Five-Port Directional Control Valves—Part 1: Mounting Interface Surfaces Without Electrical Connector Second Edition
ISO 5599-2	Pneumatic Fluid Power—Five-Port Directional Control Valves —Part 2: Mounting Interface Surfaces With Optional Electrical Connector First Edition
ISO 5599-3	Pneumatic Fluid Power—Five-Port Directional Control Valves—Part 3: Code System for Communication of Valve Functions First Edition
ISO 5752	Metal Valves for Use in Flanged Pipe Systems—Faceto- Face and Centre-to-Face Dimensions Second Edition
ISO 5781	Hydraulic Fluid Power—Pressure-Control Valves (Excluding Pressure-Relief Valves), Sequences Valves, Unloading Valves, Throttle Valves and Check Valves—Mounting Surfaces First Edition
ISO 5783	Hydraulic Fluid Power—Code for Identification of Valve Mounting Surfaces and Cartridge Valve Cavities Second Edition
ISO 5996	Cast Iron Gate Valves First Edition
ISO 6002	Bolted Bonnet Steel Gate Valves First Edition
ISO 6182-2	Fire Protection—Automatic Sprinkler Systems—Part 2: Requirements and Test Methods for Wet Alarm Valves, Retard Chambers and Water Motor Alarms First Edition
ISO 6182-3	Fire Protection—Automatic Sprinkler Systems—Part 3: Requirements and Test Methods for Dry Pipe Valves First Edition
ISO 6182-4	Fire Protection—Automatic Sprinkler Systems—Part 4: Requirements and Test Methods for Quick-Opening Devices First Edition
ISO 6182-5	Fire-Protection—Automatic Sprinkler Systems—Part 5: Requirements and Test Methods for Deluge Valves First Edition

(συνεχίζεται)

ISO 6263	Hydraulic Fluid Power—Compensated Flow-Control Valves—Mounting Surfaces Second Edition
ISO 6264	Hydraulic Fluid Power—Pressure-Relief Valves—Mounting Surfaces First Edition
ISO 6403	Hydraulic Fluid Power—Valves Controlling Flow and Pressure-Test Methods First Edition; (Corrected and Reprinted–1989)
ISO 6404	Hydraulic Fluid Power—Servovalves—Test Methods First Edition
ISO 7121	Flanged Steel Ball Valves First Edition
ISO 7244	Air Distribution and Air Diffusion—Aerodynamic Testing of Dampers and Valves First Edition
ISO 7259	Predominantly Key-Operated Cast Iron Gate Valves for Underground Use First Edition
ISO 7349	Thermoplastics Valves—Connection References First Edition
ISO 7368	Hydraulic Fluid Power—Two-Port-Slip-In Cartridge Valves—Cavities First Edition
ISO 7508	Unplasticized Polyvinyl Chloride (PVC-U) Valves for Pipes Under Pressure—Basic Dimensions—Metric Series First Edition
ISO 7714	Agricultural Irrigation Equipment—Volumetric Valves—General Requirements and Test Methods Second Edition
ISO 7790	Hydraulic Fluid Power Four-Port Modular Stack Valves and Four-Port Directional Control Valves, Sizes 03 and 05—Clamping Dimensions First Edition
ISO 7967-3	Reciprocating Internal Combustion Engines—Vocabulary of Components and Systems—Part 3: Valves, Camshaft Drive and Actuating Mechanisms First Edition
ISO 8233	Thermoplastics Valves—Torque—Test Method First Edition; (Corrected and Reprinted–1989)
ISO 8242	Polypropylene (PP) Valves for Pipes Under Pressure—Basic Dimensions—Metric Series First Edition
ISO 8659	Thermoplastic Valves—Fatigue Strength—Test Method First Edition
ISO 9393-1	Thermoplastic Valves—Pressure Test Methods and Requirements—Part 1: General First Edition
ISO 9393-2	Thermoplastic Valves—Pressure Test Methods and Requirements—Part 2: Test Conditions and Basic Requirements for PE, PP, PVC-U and PVDF Valves First Edition
ISO 9635	Irrigation Equipment—Hydraulically Operated Irrigation Valves First Edition
ISO 9644	Agricultural Irrigation Equipment—Pressure Losses in Irrigation Valves—Test Method First Edition
ISO 9911	Agricultural Irrigation Equipment—Manually Operated Small Plastic Valves First Edition
ISO 9952	Agricultural Irrigation Equipment—Check Valves First Edition
ISO 10418	Petroleum and Natural Gas Industries—Offshore Production Platforms—Analysis, Design, Installation and Testing of Basic Surface Safety Systems First Edition

ISO 10419	Petroleum and Natural Gas Industries—Drilling and Production Equipment—Installation, Maintenance and Repair of Surface Safety Valves and Underwater Safety Valves Offshore First Edition
ISO 10423	Petroleum and Natural Gas Industries—Drilling and Production Equipment—Specification for Valves, Wellhead and Christmas Tree Equipment First Edition
ISO 10433	Petroleum and Natural Gas Industries—Drilling and Production Equipment—Specification for Wellhead Surface Safety Valves and Underwater Safety Valves for Offshore Service First Edition
ISO 10497	Testing of Valves—Fire Type—Testing Requirements First Edition
ISO 10522	Agricultural Irrigation Equipment—Direct-Acting Pressure—Regulating Valves First Edition
ISO 10631	Metallic Butterfly Valves for General Purposes First Edition
ISO 10931-4	Plastic Piping Systems for Industrial Applications—Poly(Vinylidene Fluoride) (PVDF)—Part 4: Valves First Edition
ISO 10933	Polyethylene (PE) Valves for Gas Distribution Systems First Edition

Οι Πίνακες που αναφέρονται στη διάβρωση των υλικών (5–11) έχουν προκύψει από επεξεργασία των παρακάτω βοηθημάτων:

- Herbert O: Prandtl's Essentials of Fluid Mechanics
- Schweitzer, Philip, A., P.E., Corrosion-Resistant Piping Systems
- US Army Corps of Engineers: Liquid Process Piping
- KSB: Αντλίες
- Stephen C. Dexter: Galvanic Corrosion, University of Delaware, Sea Grant College Program, Marine Advisory Service (MAS) notes
- Practical Galvanic Series, MIL-STD-889
- Denny Jones, Principles and Prevention of Corrosion, Prentice-Hall, 1996
- R. E. Bolz, G. L. Tuve, CRC Handbook of Tables for Applied Engineering Science, 2nd edition, CRC Press 1973.

Οι πίνακες Προτυποποίησης (12-14) προέκυψαν με επεξεργασία από:

- Piping Handbook, edited by Mohinder L. Nayyar, 7th ed McGraw-Hill 2000

ΛΕΞΙΛΟΓΙΟ

ΕΛΛΗΝΟ-ΑΓΓΛΙΚΟ

A

αδιάστατος αριθμός

αδιάστατες ομάδες
αδιάστατες σταθερές
ακτινική ροή
ακροφύσιο, προφύσιο
αντλία

αντλία εκχύσεως (ακροφυσίου)
αντλία οδοντώσεως (γρναζωτή)
αντλία λοβού
αντλία συρταρωτών πτερυγίων
κοχλιωτή αντλία
φυγόκεντρη αντλία
αντλία αξονικής ροής
αντλία μεικτής ροής
στροβιλοαντλία
αντλία περιφερειακής ροής

άνωση

αξονική ροή

απόβλητα

απόσταγμα

απότομη διαστολή (για αγωγούς)

απότομη συστολή (για αγωγούς)

ατριβής ροή

B

βαθμονόμηση

βαλβίδα (δικλείδα, βάνα)

γωνιακή βαλβίδα

βαλβίδα με σφαίρα

βαλβίδα πεταλούδας

βαλβίδα αντεπιστροφής

βαλβίδα ελέγχου

συρταρωτή βαλβίδα

σφαιρική βαλβίδα

ανακουφιστική βαλβίδα

βέλτιστο σημείο λειτουργίας

βυθομετρικός σωλήνας

Γ

γλυκό νερό

γραμμή ροής (ροϊκή γραμμή)

γωνία ή καμπύλη

γωνία με φέτες

Δ

δεξαμενή

διάκενο, ανοχή

διάμετρος

ονομαστική διάμετρος

εξωτερική διάμετρος

εσωτερική διάμετρος

dimensionless

number

dimensionless groups

pure constants

radial flow

nozzle

pump

jet pump

gear pump

lobe pump

rotary vane pump

screw pump

centrifugal pump

axial flow pump

mixed flow pump

turbine pump

peripheral pump

buoyancy

axial flow

waste

distillate

sudden expansion

sudden contraction

inviscid flow

calibration

valve

angle valve

ball valve

butterfly valve

check valve

control valve

gate valve

globe valve

relief valve

Best Efficiency Point (BEP)

sounding pipe

fresh water

streamline

elbow

mitered elbow

tank

clearance

diameter

Nominal

Diameter (ND)

Outside Diameter

(OD)

Inside Diameter

(ID)

διατομή μέγιστης συστολής

διατήρηση της ενέργειας

διατήρηση της μάζας

διασταλτικά (μη νευτώνεια ρευστά)

διαστατικά ομογενής

διαστατικές μεταβλητές

διαστατικές σταθερές

διαστατική ανάλυση

διατμητική τάση

διαφορική ανάλυση

διαχυτήρας

δυνάμεις αδράνειας

δύναμη ανώσεως

E

έκρηξη προς τα μέσα

εκτοξευόμενη φλέβα

εκχειλιστής, υπερχειλιστής

εμβάπτιση

εξίσωση συνέχειας

επαγωγέας

επιφανειακή τάση

Θ

θιξοτροπικά (μη νευτώνεια ρευστά)

I

ινώδης φλέβα ροής

ιξώδες, συνεκτικότητα

ιξώδης ροή, διατμητική ροή

ισχύς

K

καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως

κέντρο ανώσεως

κέντρο βάρους

κέντρο πίεσεως

κοιλότητα

κόλλα διαλυτών

κρουστικό κύμα

Λ

λύματα

M

μέτρο ελαστικότητας

μη μόνιμη ροή

μικροσκοπικό ρεύμα υγρού

μόνιμη ροή

vena contracta

conservation of energy

conservation of mass

dilatant

dimensionally

homogeneous

dimensional variables

dimensional

constants

dimensional analysis

shear stress

differential analysis

diffuser

inertia forces

buoyancy force

implode

jet

weir

submersion

continuity equation

inducer

surface tension

thixotropic

streakline

viscosity

viscous flow, viscid

flow

power

Net Positive Suction Head (NPSH)

center of buoyancy

center of gravity

center of pressure

cavity

solvent cementing

shock wave

sewage

modulus of elasticity

unsteady flow

microjet

steady flow

N

νερό έρματος
νερό πόσιμο
νερό τροφοδοσίας

ballast water
potable water
feedwater

O

όγκος ελέγχου
οικιακά λύματα
ολικό (ενεργειακό) ύψος
ομοιότητα
οπή, διάφραγμα
οπισθέλκουσα, αντίσταση
οργανικά λύματα, βοθρολύματα
οριακό στρώμα, οριακή στιβάδα
όριο της φλέβας
ορμή, ποσότητα κινήσεως
ορμή γραμμική

control volume
grey water
total head
similarity
orifice
drag
black water
boundary layer
jet boundary
momentum
linear momentum

Π

πάχος οριακού στρώματος

boundary-layer
thickness

πάχος τοιχώματος
πεδίο ροής
περίβλημα αντλίας
πιεζομετρική γραμμή
πίεση

wall thickness
flow field
volute, casing
hydraulic grade line
pressure

απόλυτη πίεση
σχετική πίεση

absolute pressure
gage (gauge)
pressure
pressure drop
pressure force
vapor pressure
pressure head

πίωση πιέσεως
δύναμη πιέσεως
τάση ατμών, πίεση ατμών
ύψος πίεσεως ($h = p/\gamma = p/\rho g$)

hub
hub and spigot
standard
blade
vane
impeller

ποτήρι
ποτήρι και βύσμα συνδέσεως
πρότυπο
περύγιο, λεπίδα
περύγιο
περωτή

P

ρεοπηκτικά (μη νευτώνεια ρευστά)
ρητίνες
ροή ρευστού
ροϊκός σωλήνας
ροπή
ροπή αδράνειας

rheopectic
resins
fluid flow
streamtube
moment
moment of inertia

Σ

σημείο λειτουργίας
σπνλαίωση
σπνλαίωση αερίου
σπνλαίωση ατμού

operating point
cavitation
gaseous
cavitation
vaporous
cavitation

στροβιλισμός, δίνη
στρωτή ροή
συμπιεστότητα

eddy
laminar flow
compressibility

συμπεστή ροή
συμπύκνωμα
στένωση (αγωγού), συστολή
στρόβιλος, δίνη
στροφορμή
συνοχή
σύνδεση

σύνδεση με ελεύθερη άρθρωση
σύνδεση με θερμική τήξη
σύνδεση με φλάντζα
σύνδεση με κοχλιωτό σύνδεσμο
σύνδεση με περαστό σύνδεσμο
σύνδεση με περαστό σύνδεσμο
συγκολλήσεως
σύνδεση με συγκολλητό σύνδεσμο
σύνδεση με συγκόλληση

συνθήκη μη ολισθήσεως
σωλήνας
σωλήνας διαστολής
σωλήνας χωρίς ραφή
σωλήνας με ραφή

T

ταμιευτήρας, δεξαμενή
τάση
ταχύτητα (διάνυσμα ταχύτητας)
τεχνική προδιαγραφή

τέλεια οδήγηση
τραχύτητα
τριβή
τριχοειδή φαινόμενα
τριχοειδής σωλήνας
τροχιά
τυποποίηση
τυρβώδες οριακό στρώμα

τυρβώδης ροή

Υ

υψόμετρο
ύψος αναρροφήσεως αντλίας
ύψος απωλειών
ύψος ταχύτητας (κινητικής ενέργειας)

Φ

φυγοκεντρική αντλία
φυγοκεντρικός διαχωριστής
φυγόκεντρος δύναμη

X

χοάνη περιδινίσεως, ρουφήχτρα
χυτοσιδηρός σωλήνας
χωρίς ποτήρι

Ψ

ψευδοπλαστικά (μη νευτώνεια ρευστά)

compressible flow
condensate
contraction
vortex
angular momentum
cohesion
joint

universal joint
heat fusion
flanged joint
screwed joint
sleeve joint
socket-weld, SW

welded joint
butt-welded, BW
no slip condition
pipe
expansion pipe
seamless pipe, tubing
welded pipe

reservoir
stress
velocity
technical
specification
perfect guidance
roughness
friction
capillary phenomena
capillary tube
pathline
standardization
turbulent boundary
layer
turbulent flow

altitude
pump suction lift
head loss
velocity head

centrifugal pump
centrifugal separator
centrifugal force

hollow vortex
cast iron pipe
hubless

pseudoplastic

ΛΕΞΙΛΟΓΙΟ ΑΓΓΛΟ-ΕΛΛΗΝΙΚΟ

A		dilatant	διασταλτικά (μη νευτώνεια ρευστά)
altitude	υψόμετρο	dimensional analysis	διαστατική ανάλυση
angular momentum	στροφορμή	dimensionally homogeneous	διαστατικά ομογενής
axial flow	αξονική ροή	dimensional variables	διαστατικές μεταβλητές
B		dimensional constants	διαστατικές σταθερές
ballast water	νερό έρματος	dimensionless groups	αδιάστατες ομάδες
Best Efficiency Point (BEP)	βέλτιστο σημείο λειτουργίας	dimensionless number	αδιάστατος αριθμός
black water	οργανικά λύματα, βοθρολύματα	distillate	απόσταγμα
blade	περύγιο, λεπίδα	drag	αντίσταση, οπισθέλκουσα
boundary layer	οριακό στρώμα, οριακή στιβάδα	E	
boundary-layer thickness	πάχος οριακού στρώματος	elbow	καμπύλη ή γωνία
buoyancy	άνωση	mitered elbow	γωνία με φέτες
buoyancy force	δύναμη ανώσεως, ανωστική δύναμη	eddy	στροβιλισμός, δίνη
butt-welded, BW	σύνδεση με συγκόλληση	expansion pipe	σωλήνας διαστολής
C		F	
calibration	βαθμονόμηση	feedwater	νερό τροφοδοσίας
capillary phenomena	τριχοειδή φαινόμενα	flow field	πεδίο ροής
capillary tube	τριχοειδής σωλήνας	fluid flow	ροή ρευστού
cast iron pipe	χυτοσιδηρός σωλήνας	fresh water	γλυκό νερό
cavitation	σπηλαιώση	friction	τριβή
gaseous cavitation	σπηλαιώση αερίου	G	
vaporous cavitation	σπηλαιώση ατμού	grey water	οικιακά λύματα
cavity	κοιλότητα	H	
center of buoyancy	κέντρο ανώσεως	head loss	ύψος απωλειών
center of gravity	κέντρο βάρους	heat fusion	σύνδεση με θερμική τήξη
center of pressure	κέντρο πίεσεως	hub	ποτήρι
centrifugal force	φυγόκεντρος δύναμη	hub and spigot	ποτήρι και βύσμα
centrifugal pump	φυγοκεντρική αντλία	hubless	συνδέσεως
centrifugal separator	φυγοκεντρικός διαχωριστής	hydraulic grade line	χωρίς ποτήρι
clearance	διάκενο, ανοχή	I	πιεζομετρική γραμμή
cohesion	συνοχή	impeller	περωτή
compressibility	συμπιεστότητα	implode	έκρηξη προς τα μέσα
compressible flow	συμπιεστή ροή	inducer	επαγωγέας
condensate	συμπύκνωμα	inertia forces	δυνάμεις αδράνειας
conservation of energy	διατήρηση της ενέργειας	inviscid flow	ατριβής ροή
conservation of mass	διατήρηση της μάζας	J	
continuity equation	εξίσωση συνέχειας	jet	εκτοξευόμενη φλέβα,
contraction	στένωση (αγωγού), συστολή	jet boundary	όριο της φλέβας
control volume	όγκος ελέγχου	joint	σύνδεση
D		flanged joint	σύνδεση με φλάντζα
diameter	διάμετρος	screwed joint	σύνδεση με κοχλιωτό σύνδεσμο
Nominal Diameter	Ονομαστική διάμετρος	sleeve joint	σύνδεση με περαστό σύνδεσμο
Outside Diameter	Εξωτερική διάμετρος	socket-weld, SW	σύνδεση με περαστό σύνδεσμο
Inside Diameter	Εσωτερική διάμετρος	universal joint	σύνδεση με συγκολλησεως
differential analysis	διαφορική ανάλυση		σύνδεση με ελεύθερη άρθρωση
diffuser	διαχυτήρας		

welded joint	σύνδεση με συγκολλητό σύνδεσμο	pump suction lift	ύψος αναρροφήσεως αντλίας
L		pure constants	αδιάστατες σταθερές
laminar flow	στρωτή ροή	R	
linear momentum	ορμή (γραμμική)	radial flow	ακτινική ροή
M		resins	ρητίνες
microjet	μικροσκοπικό ρεύμα υγρού	rheopectic	ρεοπηκτικά (μη νευτώνεια ρευστά)
modulus of elasticity	μέτρο ελαστικότητας	reservoir	δεξαμενή, ταμιευτήρας
moment	ροπή	roughness	τραχύτητα
moment of inertia	ροπή αδράνειας	S	
momentum	ορμή, ποσότητα κινήσεως	sewage	λύματα
N		shear stress	διατμητική τάση
Net Positive Suction Head	καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως	shock wave	κρουστικό κύμα
no slip condition	συνθήκη μη ολισθήσεως	similarity	ομοιότητα
nozzle	ακροφύσιο	solvent cementing	κόλλα διαλυτών
O		sounding pipe	βυθομετρικός σωλήνας
operating point	σημείο λειτουργίας	standard	πρότυπο
orifice	οπή, διάφραγμα	standardization	τυποποίηση
P		steady flow	μόνιμη ροή
pathline	τροχιά	streakline	ινώδης φλέβα ροής
perfect guidance	τέλεια οδήγηση	streamline	γραμμική ροής, ροϊκή (ή ρευματική) γραμμή
pipe	σωλήνας	streamtube	ροϊκός σωλήνας
seamless pipe, tubing	σωλήνας χωρίς ραφή	stress	τάση
welded pipe	σωλήνας με ραφή	submersion	εμβάπτιση
potable water	πόσιμο νερό	sudden contraction	απότομη συστολή (για αγωγούς)
power	ισχύς	sudden expansion	απότομη διαστολή (για αγωγούς)
pressure	πίεση	surface tension	επιφανειακή τάση
absolute pressure	απόλυτη πίεση	T	
gage (gauge) pressure	σχετική πίεση	tank	δεξαμενή
pressure drop	πτώση πιέσεως	technical specification	τεχνική προδιαγραφή
pressure force	δύναμη πιέσεως	thixotropic	θιξοτροπικά (μη νευτώνεια ρευστά)
vapor pressure	τάση ατμών, πίεση ατμών	total head	ολικό (ενεργειακό) ύψος
pressure head	ύψος πιέσεως ($h = p/\gamma = p/\rho g$)	turbulent boundary layer	τυρβώδες οριακό στρώμα
pseudoplastic	ψευδοπλαστικά (μη νευτώνεια ρευστά)	turbulent flow	τυρβώδης ροή
pump	αντλία	U	
jet pump	αντλία εκχύσεως ή ακροφυσίου	unsteady flow	μη μόνιμη ροή
gear pump	αντλία οδοντώσεως (γρاناζωτή)	V	
lobe pump	αντλία λοβού	valve	βαλβίδα, (βάνα, δικλείδα)
rotary vane pump	αντλία συρταρωτών περυγίων	angle valve	γωνιακή βαλβίδα
screw pump	κοχλιωτή αντλία	ball valve	βαλβίδα με σφαίρα
centrifugal pump	φυγόκεντρη αντλία	butterfly valve	βαλβίδα πεταλούδας
axial flow pump	αντλία αξονικής ροής	check valve	βαλβίδα αντεπιστροφής
mixed flow pump	αντλία μεικτής ροής	control valve	βαλβίδα ελέγχου
turbine pump	στροβιλοαντλία (περιφερειακής ροής)	gate valve	συρταρωτή βαλβίδα
peripheral pump	αντλία περιφερειακής ροής	globe valve	σφαιρική βαλβίδα
		relief valve	ανακουφιστική βαλβίδα
		vane	περύγιο
		velocity	ταχύτητα (διάνυσμα ταχύτητας)

velocity head	ύψος ταχύτητας (ύψος κινητικής ενέργειας)	vortex	στρόβιλος, δίνη
vena contracta	διατομή μέγιστης συστολής	hollow vortex	χοάνη περιδινήσεως, ρουφήχτρα
viscid flow	ιξώδης ροή	W	
viscosity	ιξώδες, συνεκτικότητα	wall thickness	πάχος τοιχώματος
viscous flow	ιξώδης ροή, διατμητική ροή	waste	απόβλητα
volute, casing	περίβλημα αντλίας	weir	εκχειλιστής, υπερχειλιστής



ΣΥΜΒΟΛΑ ΚΑΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

Σύμβολο	Μονάδα	Μέγεθος
A, S	m ²	Εμβαδόν
A	N	Άωση
b	m	Βάση (μήκος)
b	m	Πάχος τοιχώματος
b	m	Πλάτος περωτής
Br	–	Αριθμός Brinkman
c	J/KgK	Ειδική θερμότητα
c _p	J/KgK	Ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση
c _v	J/KgK	Ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο
C	–	Συντελεστής τραχύτητας Hazen-Williams
C _c	–	Συντελεστής συστολής στομίου (orifice)
C _D	–	Συντελεστής οπισθέλκουσας
C _v	–	Συντελεστής διορθώσεως ταχύτητας
d	m	Εσωτερική διάμετρος
d _h	m	Ισοδύναμη (ή υδραυλική) διάμετρος
d _x , d _y	m	Απόσταση άξονα
D	m	Εξωτερική διάμετρος
D	m	Διάμετρος περωτής
DN, Φ		Ονομαστική διάμετρος
E	Kg/ms	Ιξώδες δίνης (ή δινοϊξώδες)
E	J	Ενέργεια
E _δ	J	Δυναμική ενέργεια
E _κ	J	Κινητική ενέργεια
\dot{E}	W	Ροή ενέργειας
Eu	–	Αριθμός Euler
f	–	Συντελεστής τριβής
f _f	–	Συντελεστής τριβής Fanning
F	N	Δύναμη
F _D	N	Οπισθέλκουσα δύναμη
F _κ	N	Κεντρομόλος δύναμη
Fr	–	Αριθμός Froude
g	m/s ²	Επιτάχυνση βαρύτητας
h	m	Ύψος
h	m	Ύψος ενέργειας (ενέργεια ανά μονάδα βάρους)
h _f	m	Ύψος γραμμικών απωλειών
h _k , h _i	m	Ύψος τοπικών απωλειών
h _i	m	Ύψος απωλειών σωλήνα i
h _p	m	Ύψος αντλίας
h _t	m	Ύψος στροβίλου
K	–	Συντελεστής τοπικών απωλειών
H	m	Ολικό ύψος
H _{a,max}	m	Μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος αναρροφήσεως
H _ε	m	Εσωτερικό αποδιδόμενο ύψος αντλίας
H _Θ	m	Ύψος αντλίας (θεωρητικά αποδιδόμενο)
H _m	m	Μανομετρικό ύψος αντλίας
H _o	m	Αποδιδόμενο ύψος αντλίας
H _p	m	Ύψος πίεσεως συστήματος αντλήσεως

H_{Σ}	m	Στατικό (γεωμετρικό) ύψος
$H_{\Sigma a}$	m	Στατικό ύψος αναρροφήσεως
$H_{\Sigma k}$	m	Στατικό ύψος καταθλίψεως
h	J/Kg	Ειδική ενθαλπία (Θερμοδυναμική)
H	J	Ενθαλπία (Θερμοδυναμική)
I	$Kg \cdot m^2$	Ροπή αδράνειας
I_X	m^4	Ροπή αδράνειας επιφάνειας ως προς άξονα x
I_{XY}	m^4	Γινόμενο αδράνειας ως προς τους άξονες x, y
J	$Kg \cdot m/s$	Ορμή
k	-	Εκθέτης αδιαβατικής διεργασίας ($k = c_p / c_v$)
K	Pa	Σταθερά ελαστικότητας
L, l	m	Μήκος, Διάστημα
L_{eq}	m	Ισοδύναμο μήκος
\bar{L}, L	$Kg \cdot m^2/s$	Στροφορμή
m	Kg	Μάζα
\dot{m}	Kg/s	Παροχή μάζας
m_r	Kg/mole	Μοριακή μάζα του αερίου
M	Nm	Ροπή δυνάμεως
M	-	Αριθμός Mach
n	s^{-1}	Συχνότητα (ή ταχύτητα) περιστροφής
n	-	Εκθέτης πολυτοπικής διεργασίας (Θερμοδυναμική)
n	-	Συντελεστής παροχής στομίου
n	-	Συντελεστής τραχύτητας του Manning
n	moles	Ποσότητα ουσίας
\bar{n}	-	Μοναδιαίο διάνυσμα
N	-	Αριθμός μορίων
N_S	-	Ειδική ταχύτητα αντλίας (SI, Metric, US)
N_{SU}	-	Ειδική ταχύτητα αντλίας (παγκόσμια, universal)
N_{SP}	-	Δυναμική ειδική ταχύτητα αντλίας
N_{SS}	-	Ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως αντλίας
N_{SSU}	-	Ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως αντλίας (παγκόσμια)
N_{SSA}	-	Διαθέσιμη ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως αντλίας
N_{SSUA}	-	Διαθέσιμη ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως (παγκόσμια)
N_{PSHa}	m	Διαθέσιμο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως
N_{PSHr}	m	Απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρροφήσεως
Nu	-	Αριθμός Nusselt
p	Pa	Πίεση
p_{atm}	Pa	Ατμοσφαιρική πίεση
p_{ox}	Pa	Σχετική πίεση
p_v	Pa	Τάση ατμών
P	W	Ισχύς
P_a	W	Εισερχόμενη ή αξονική ισχύς αντλίας
P_e	W	Εσωτερική ισχύς αντλίας
P_{Θ}	W	Ισχύς αντλίας (θεωρητικά αποδιδόμενη)
P_k	W	Ισχύς κινητήριας μηχανής
P_o	W	Αποδιδόμενη ισχύς αντλίας
P_e	-	Αριθμός Peclet
P_r	-	Αριθμός Prandtl
q	J/Kg	Θερμότητα ανά μονάδα μάζας (Θερμοδυναμική)
Q	W	Ροή θερμότητας (Θερμοδυναμική)

Q	m^3/s	Παροχή όγκου
Q_ε	m^3/s	Εσωτερική παροχή αντλίας
Q_θ	m^3/s	Θεωρητική παροχή αντλίας
Q_n	m^3/s	Βέλτιστη ή κανονική παροχή αντλίας
R, r	m	Ακτίνα
R	J/KgK	Σταθερά αερίου (Θερμοδυναμική)
R_w	J/mole · °K	Παγκόσμια σταθερά αερίων $R_w = 8,314$ J/mole · °K
Re	-	Αριθμός Reynolds
S	m^2/m	Εξωτερικό εμβαδόν ανά μονάδα μήκους σωλήνα
S_{min}	m	Ελάχιστο ύψος εμβαπίσεως
T	K	Θερμοκρασία
T	s	Περίοδος
t	s	Χρόνος
u	m/s	Τοπική ταχύτητα
u	m/s	Επιτρόχια ταχύτητα σε περωτή αντλίας
u	J/Kg	Ειδική Εσωτερική Ενέργεια (Θερμοδυναμική)
U	J	Εσωτερική Ενέργεια (Θερμοδυναμική)
v	m/s	Ταχύτητα
v_r	m/s	Ακτινική συνιστώσα ταχύτητας
v_u	m/s	Επιτρόχια συνιστώσα ταχύτητας
V	m^3	Όγκος
y	m	Ύψος
y_o	m	Πάχος οριακού στρώματος
w	m/s	Εφαπτομενική ταχύτητα σε περωτή αντλίας
w	J/Kg	Έργο ανά μονάδα μάζας (Θερμοδυναμική)
W	J	Έργο (Θερμοδυναμική)
We	-	Αριθμός Weber
Z	-	Συντελεστής συμπίεσότητας
a	m/s^2	Επιτάχυνση
a	K^{-1}	Συντελεστής γραμμικής διαστολής
a	-	Διορθωτικός συντελεστής κινητικής ενέργειας
α, β	rad	Γωνίες περυγίων περωτής
α_κ	m/s^2	Κεντρομόλος επιτάχυνση
α_ϕ	m/s^2	Φυγόκεντρη επιτάχυνση
α_r	rad/s^2	Γωνιακή επιτάχυνση
β	K^{-1}	Συντελεστής κυβικής διαστολής
β	Pa^{-1}	Συμπίεστικότητα
β	-	Συντελεστής διορθώσεως της ορμής
B, W	N	Βάρος
B_ϕ	N	Φαινόμενο βάρος
γ	N/m^3	Ειδικό βάρος
γ_{ox}	-	Σχετικό ειδικό βάρος
Δ	-	Διαφορά, μεταβολή
ΔQ_j	m^3/s	Διόρθωση παροχής στο βρόχο j
ε	m	Τραχύτητα
n	-	Βαθμός αποδόσεως
η_h	-	Υδραυλικός βαθμός αποδόσεως
η_m	-	Μηχανικός βαθμός αποδόσεως
n_v	-	Ογκομετρικός βαθμός αποδόσεως
θ, ω	rad	Γωνία

λ	–	Κλίμακα μήκους
μ	Kg/ms	Δυναμικό ιξώδες (ή συνεκτικότητα)
ν	m ² /s	Κινηματικό ιξώδες
Π	–	Αδιάστατη παράμετρος
ρ	Kg/m ³	Πυκνότητα
ρ_{ox}	–	Σχετική πυκνότητα
σ	N/m	Επιφανειακή τάση
σ	–	Συντελεστής σπλαιώσεως σ
Σh	m	Συνολικό ύψος απωλειών
Σh_j	m	Συνολικό ύψος απωλειών βρόχου j
τ	Pa	Διατμητική τάση
$\tau_{εφ}$	Pa	Εφελκυστική τάση
u	m ³ /Kg	Ειδικός όγκος
Φ		Φυσική ποσότητα
ω	rad/s	Γωνιακή ταχύτητα
Ω	Kg·m/s	Ώθηση
x, y, z	m	Διαστάσεις χώρου



ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

ABS	Acrylonitrile-Butadiene-Styrene
AFNOR	Association Francaise de Normalisation
ANSI	American National Standards Institute
API	American Petroleum Institute
ASME	American Society of Mechanical Engineers
ASTM	American Society for Testing and Materials
BEP	Best Efficiency Point
BSI	British Standards Institute
CEN	Comite Europeen de Normalization
CPE	Chlorinated Poly-Ethylene
CPVC	Chlorinated Poly-Vinyl-Chloride
DIN	Deutsches Institut für Normung
DN	Nominal Diameter
ECTFE	Ethylene-Chloro-Tri-Fluoro-Ethylene
EN	European Standard
EPDM	Ethylene-Propylene-Diene Monomer
ETFE	Ethylene-Tetra-Fluoro-Ethylene
FEP	Fluoro-Ethylene-Propylene
FKM	Fluoroelastomer
gpm	gallons per minute
HDPE	High Density Poly-Ethylene
HI	Hydraulic Institute
HVAC	Heating, ventilating, and air-conditioning
ID	Inside Diameter
IEC	International Electrotechnical Commission
ISO	International Standards Organization
FKM	Fluoroelastomer
JIS	Japan Industrial Standards
LCC	Life Cycle Cost
NPSHa	Net Positive Suction Head available
NPSHr	Net Positive Suction Head Required
NR	Natural rubber
OD	Outside Diameter
PE	Poly-Ethylene
PFA	Per-Fluoro-Alkoxyethylene
PP	Polypropylene
psi	Pounds per square inch
PTFE	Poly-Tetra-Fluoro-Ethylene (Teflon)
PVC	Poly-Vinyl-Chloride
PVDC	Poly-Vinyl-Dene-Chloride
PVDF	Poly-Vinyl-Dene-Fluoride
rpm	Revolutions per minute
rps	Revolutions per second
SAE	Society of Automotive Engineers
SBR	styrene butadiene rubber
SI	Systeme International d' Units
SSU	Seconds Saybolt Universal (same as SUS)
UNI	Ente Nazionale Italiano di Unificazione
ΕΛΟΤ	Ελληνικός Οργανισμός Τυποποίησης
ΣΛ	Σημείο λειτουργίας συστήματος άντλησης
TOTEE	Τεχνικές Οδηγίες Τεχνικού Επιμελητηρίου Ελλάδας

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

A. Βιβλία στην Ελληνική γλώσσα.

1. Αθανασιάδης Ν.: *Σημειώσεις Μηχανικής των Ρευσιών*, έκδοση 2^η, ΕΜΠ 1970.
2. Ακριτίδης Κ.: *Αντλίες*, Γιακούδης, Θεσσαλονίκη.
3. Αλεξόπουλος Κ.: *Γενική Φυσική*, 4^η έκδοση, Ολυμπία, Αθήνα 1986.
4. Ασσαέλ Μ., Τρυσλερ Μ., Τσολάκης Θ.: *Θερμοφυσικές Ιδιότητες Ρευσιών*, Τζιόλας Θεσσαλονίκη 1997.
5. Βαγενάς Δ.: *Σωληνώσεις βιομηχανικών εγκαταστάσεων, πλοίων οικισμών και οικοδομών*, Αθήνα 1979.
6. Γκανούλης Ι.: *Εισαγωγή στη Μηχανική των Ρευσιών*, Θεσσαλονίκη 1982.
7. Δανιήλ Γ. – Μιμνκόπουλος Κ.: *Βοηθητικά μηχανήματα πλοίων*, Ίδρυμα Ευγενίδου, Αθήνα 2003.
8. Καστρινάκης Ε.: *Μηχανικές Φυσικές Διεργασίες*, Τζιόλας, Θεσσαλονίκη 2000.
9. Κορωνάκης Π.: *Μηχανική Ρευσιών*, Ίων 2001.
10. Κουμούτσος Ν.: *Φαινόμενα μεταφοράς*, Αθήναι 1975.
11. Κουτσογιάννης Δ. – Ξανθόπουλος Θ.: *Τεχνική Υδρολογία*, 3^η έκδοση, ΕΜΠ, Αθήνα 1999.
12. Λάζος Χ.: *Μηχανική και τεχνολογία στην αρχαία Ελλάδα*, Αίολος, Αθήνα 1993.
13. Πάντζαλης Ν.: *Σημειώσεις Μηχανικής των Ρευσιών*, Θεσσαλονίκη 1995.
14. Παπαευσταθίου Τ.: *Κάουσιμα-Λιπανικά*, γ έκδοση, Ίδρυμα Ευγενίδου, Αθήνα 2003.
15. Τερζίδης Γ.: *Μαθήματα Υδραυλικής*, Θεσσαλονίκη 1977.
16. Brodkey R., Hershey H.: *Φαινόμενα Μεταφοράς*, Τόμοι Α-Β, Τζιόλας Θεσσαλονίκη 1989.
17. Daugherty R. – Franzini J.: *Μηχανική ρευσιών*, Πλαίσιο, Αθήνα.
18. Hughes W. – Brighton J.: *Δυναμική των Ρευσιών*, 3^η Έκδοση, Τζιόλας Θεσσαλονίκη 2005.
19. Mc Kabe W. – Smith C.: *Βασικά φυσικά διεργασίες Χημικής Μηχανικής*, 2^η έκδοση, Mc Graw-Hill, Έκδοση Τεχνικού Επιμελητηρίου Ελλάδας, Αθήνα 1971).
20. ΚΣΒ: *Αντλίες*, Έκδοση Συλλόγου Μηχανολόγων-Ηλεκτρολόγων Μηχανικών Β.Ε, Θεσσαλονίκη 1982.
21. Steeter V. – Benjamin W.: *Μηχανική Ρευσιών*, Φούντας, Αθήνα 2000.

B. Βιβλία στην Αγγλική γλώσσα.

1. Bachus L. – Custodio A.: *Know and understand centrifugal pumps*, Elsevier Ltd 2003.
2. Bloomer J.: *Practical Fluid Mechanics for Engineering Applications*, Dekker 2000.
3. Brennen CE.: *Hydrodynamics of Pumps*, Oxford University Press, 1994.
4. Brennen CE.: *Cavitation and Bubble Dynamics*, Oxford University Press 1995.
5. Bruce H.: *Fluid Mechanics for Civil Engineers*, New Zealand 1995.
6. Chaurette J.: *Pump System Analysis and Sizing*, 5th Ed, Fluide Design Inc. 2003.
7. Chaurette J.: *Tutorial Centrifugal Pump Systems*, Fluide Design Inc. 2005.
8. Darby R.: *Chemical Engineering Fluid Mechanics*, 2th ed, Dekker 2001.
9. Dorf R. (Ed.): *The Engineering Handbook*, CRC Press LLC, 2000.
10. Fenton J.: *Numerical methods*, Universität Karlsruhe, 2006.
11. Fenton J.: *A First Course in Hydraulics*, Universität Karlsruhe, 2007.
12. Fenton J.: *Hydromechanics*, Universität Karlsruhe, 2007.
13. Frankel M.: *Facility Piping Systems Handbook*, 2th ed, McGraw-Hill 2002.
14. Herbert O.: *Prandtl's Essentials of Fluid Mechanics*, 2th ed, Springer-Verlag New York 2004.
15. Karassik I. – Messina J. – Cooper P. – Heald C.: *Pump Handbook*, 3th ed, McGraw-Hill 2001.
16. Kreith F. – Raton B.: *Mechanical Engineering Handbook*, CRC Press LLC, 1999.
17. Kundu R. – Cohen I.: *Fluid Mechanics*, 2th ed, Academic Press 2002.
18. Lobanoff V. – Ross R.: *Centrifugal pumps, design & application*, 2th ed, Butterworth-Heinemann 1992.
19. Marghitu Dan B.: *Mechanical Engineer's Handbook*, Academic Press 2001.
20. Mohinder L. – Nayyar: *Piping Handbook*, 7th ed, McGraw-Hill 2000.
21. Nakayama Y.: *Introduction to Fluid Mechanics*, Butterworth-Heinemann 1999.
22. Parisher R. – Rhea R.: *Pipe Drafting and Design*, 2th ed, Butterworth-Heinemann 2002.
23. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 7th ed, McGraw-Hill 1997.

24. Poling B. – Prausnitz J., – O’Connell P.: *The Properties of Gases and Liquids*, 4th ed, McGraw-Hill, 2004.
25. Schweitzer P.: *Corrosion Resistance Tables*, 4th Ed, Dekker, New York 1995.
26. Upp E., La Nasa P.: *Fluid Flow Measurement*, 2th ed., Butterworth Heinemann, 2002.
27. White F: *Fluid Mechanics*, 2th ed, McGraw-Hill, 1999.
28. Zappe, W: *Valve Selection Handbook* 4th ed, Elsevier Science 1999.
29. *Dictionary of Engineering*, 2th Edition, McGraw-Hill, 2003.
30. *DOE Fundamentals Handbook: Thermodynamics, Heat Transfer, and Fluid Flow*, DOE-HDBK 1992.
31. *DOE Fundamentals Handbook: Mechanical Science*, DOE-HDBK 1993.
32. *DOE Fundamentals Handbook: Engineering Symbolology, Prints, and Drawings*, DOE-HDBK 1993.
33. Bureau International des Poids et Mesures (BIPM): *The International System of Units (SI)*, 8th ed., 2006.
34. NCEES: *Fundamentals of Engineering Supplied-Reference Handbook*, 8th ed, National Council of Examiners for Engineering and Surveying, USA 2007.
35. US Army Corps of Engineers: *Liquid Process Piping*, Washington 1999.
36. Europump and the Hydraulic Institute: *Pump Life Cycle Costs: A Guide to LCC Analysis of Pumps and Pumping Systems*, 2001.
37. Europump and the Hydraulic Institute: *Variable Speed Pumping: A Guide to Successful Applications*, 2004.
38. KSB: *Selecting Centrifugal Pumps* 4th ed, KSB Aktiengesellschaft 2005.

Γ. Δικτυακοί τόποι.

- me.queensu.ca/courses/MECH451/
- www.ansi.org
- www.armstrongpumps.com/
- www.bipm.org/en/si/
- www.chemengg.com
- www.eere.energy.gov
- www.efluids.com/
- www.efunda.com
- www.elot.gr
- www.emis.de
- www.energy.gov/intustry/
- www.engineering.com
- www.engineeringpage.com
- www.engineeringtoolbox.com
- www.europump.org
- www.intute.ac.uk/sciences/engineering/
- www.iso.org
- www.fluidedesign.com
- www.flowserve.com
- www.ksb.com
- www.lightmypump.com
- www.physics.nist.gov/Pubs
- www.pumplearning.org
- www.pump-magazine.com
- www.pumps.org
- www.pumpschool.com
- www.reference.com
- www.rheology.org
- www.vikingpump.com
- www.weirsp.com/
- www.wikipedia.org/wiki
- www.windows.ucar.edu/

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

0.1	Ιστορική αναδρομή	10
0.2	Μηχανική των ρευστών	13
0.3	Μάζα και ενέργεια	14
0.4	Ιδιότητες των υλικών σωμάτων	15
0.5	Κίνηση υλικού σώματος	16
0.5.1	Μεγέθη κινήσεως	16
0.5.2	Εξισώσεις κινήσεως	17
0.6	Ορμή (ή ποσότητα κινήσεως)	18
0.7	Αλληλεπίδραση υλικών σωμάτων – Δυνάμεις	18
0.7.1	Οι τρεις Νόμοι του Newton	18
0.7.2	Κρούση	19
0.7.3	Βάρος και ειδικό βάρος σώματος	19
0.8	Αλληλεπίδραση υλικών σωμάτων – Ροή ενέργειας	20
0.9	Δυναμική στερεού σώματος	21
0.9.1	Ροπές Δυνάμεων	22
0.9.2	Συνθήκες Ισορροπίας Σώματος	23
0.9.3	Διατμητική τάση	23
0.10	Αρχές διατηρήσεως	23
0.11	Ισορροπία και κινητική των διεργασιών	23

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΑ ΡΕΥΣΤΑ

1.1	Ορισμός ρευστών	26
1.2	Ιδιότητες των ρευστών	26
1.2.1	Θερμοκρασία	27
1.2.2	Πίεση	31
1.2.3	Πυκνότητα και ειδικό βάρος	33
1.2.4	Συμπεστικότητα	41
1.2.5	Εσωτερική Ενέργεια και Ενθαλπία	43
1.2.6	Επιφανειακή τάση – Τάση ατμών	46
1.2.7	Ιξώδες ή συνεκτικότητα	53
1.2.8	Στοιχειώδης όγκος ρευστού	59
1.3	Μονάδες	60
1.4	Ασκήσεις	66

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

2.1	Γενικά	70
2.2	Υδροστατική πίεση	70
2.2.1	Θεμελιώδης εξίσωση της υδροστατικής	70
2.2.2	Πορίσματα και εφαρμογές	73
2.2.3	Υδροστατική ισορροπία σε πεδία δυνάμεων	77
2.3	Η πίεση της ατμόσφαιρας	82

2.4	Μέτρηση της πίεσης.	84
2.4.1	Μέτρηση ατμοσφαιρικής πίεσης: Βαρόμετρα	84
2.4.2	Μανόμετρα	86
2.4.3	Μεθοδολογικές παρατηρήσεις και παραδείγματα υπολογισμού	87
2.5	Δυνάμεις, κέντρο πίεσης	93
2.5.1	Κεντροειδές και κέντρο πίεσης	93
2.5.2	Υπολογισμός δυνάμεων πίεσης	94
2.5.3	Μεθοδολογία υπολογισμού και παραδείγματα	99
2.6	Άνωση	108
2.6.1	Φαινόμενο βάρους βυθισμένου σώματος	109
2.7	Πλεύση	111
2.7.1	Μέτρηση της πυκνότητας υγρών και στερεών	113
2.8	Ασκήσεις	114

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΡΕΥΣΤΩΝ

3.1	Γενικά περί ροής	120
3.1.1	Βασικές έννοιες – Είδη ροής.	120
3.1.2	Νόμος ιξώδους ροής του Newton	124
3.1.3	Ιξώδες ή συνεκτικότητα	126
3.1.4	Στρωτή και τυρβώδης ροή - Ο αριθμός Reynolds	128
3.1.5	Ροή σε οριακό στρώμα	131
3.1.6	Ροή γύρω από στερεά – Οπισθέλκουσα δύναμη.	135
3.2	Οι βασικές εξισώσεις ροής	137
3.3	Εξίσωση συνέχειας	139
3.4	Ισοζύγιο ενέργειας	143
3.4.1	Μορφές ενέργειας	143
3.4.2	Ισοζύγιο ενέργειας για μόνιμη ροή	147
3.4.3	Η εξίσωση Bernoulli	148
3.4.4	Ενεργειακά ύψη - Πιεζομετρική γραμμή	150
3.4.5	Διορθωτικοί συντελεστές κινητικής ενέργειας.	152
3.4.6	Δυναμική θεώρηση σε ροή ρευστού: Ισχύς	154
3.5	Εφαρμογές	155
3.5.1	Θεώρημα του Torricelli	155
3.5.2	Σωλήνας Venturi	157
3.5.3	Σημείο ανακοπής	158
3.5.4	Σωλήνας Pitot	159
3.5.5	Ύψος απωλειών	159
3.5.6	Έργο και ισχύς αντλίας.	160
3.6	Ασκήσεις	162

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ – ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

4.1	Διαστατική ανάλυση	168
4.1.1	Εισαγωγή	168
4.1.2	Διαστάσεις και μονάδες	168
4.1.3	Ομογενείς εξισώσεις	170
4.1.4	Αδιάστατοι αριθμοί.	172
4.1.5	Διαστατική ανάλυση	173

4.1.6 Η μέθοδος Rayleigh	174
4.1.7 Το θεώρημα Π και η μέθοδος Buckingham	177
4.1.8 Μεθοδολογικές παρατηρήσεις	181
4.2 Ομοιότητα	185
4.2.1 Γενικά για την ομοιότητα	185
4.2.2 Γεωμετρική ομοιότητα	186
4.2.3 Κινηματική ομοιότητα	188
4.2.4 Δυναμική ομοιότητα	188
4.3 Ασκήσεις	190

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ ΡΟΗ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ ΣΕ ΣΩΛΗΝΕΣ

5.1 Εισαγωγή.	196
5.2 Στροπή και τυρβώδης ροή σε σωλήνες	197
5.3 Οι βασικές εξισώσεις ροής σε σωλήνες	202
5.3.1 Εξίσωση συνέχειας	202
5.3.2 Εξίσωση ενέργειας	203
5.4 Γραμμικές απώλειες	206
5.4.1 Εξίσωση γραμμικών απωλειών	206
5.4.2 Συντελεστής τριβής f – Διάγραμμα Moody	208
5.5 Τοπικές απώλειες	222
5.5.1 Είσοδος από δεξαμενή σε σωλήνα	223
5.5.2 Έξοδος από σωλήνα σε δεξαμενή	224
5.5.3 Αλλαγή διεύθυνσεως, γωνίες	224
5.5.4 Αλλαγή διαμέτρου, συστολές και διαστολές	225
5.5.5 Βαλβίδα και λοιπά εξαρτήματα	229
5.6 Ολικές απώλειες	231
5.7 Υπολογισμός ροής σε σωλήνα	232
5.7.1 Βασικό πρόβλημα: Υπολογισμός απωλειών	234
5.7.2 Υπολογισμός παροχής	235
5.7.3 Υπολογισμός διαμέτρου	240
5.8 Ασκήσεις	245

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

6.1 Θεώρημα ωθήσεως - ορμής	252
6.2 Η εξίσωση της ορμής	254
6.3 Διορθωτικοί συντελεστές ορμής	258
6.4 Δυνάμεις ασκούμενες σε αγωγούς	260
6.5 Εφαρμογές	262
6.5.1 Ευθύγραμμος αγωγός σταθερής διατομής	262
6.5.2 Ακροφύσιο	264
6.5.3 Αλλαγή διεύθυνσεως (γωνίες)	266
6.5.4 Διακλάδωση ροής	269
6.5.5 Ροή σε ανακλαστήρα	271
6.5.6 Ροή σε περύγιο	273
6.6 Η εξίσωση της στροφορμής	275
6.7 Γενίκευση των ισοζυγίων ποσοτήτων	281
6.7.1 Θεώρημα μεταφοράς του Reynolds	281

6.7.2	Ισοζύγιο μάζας	281
6.7.3	Ισοζύγιο ενέργειας	282
6.7.4	Ισοζύγιο ορμής	282
6.7.5	Ισοζύγιο στροφορμής	283
6.7.6	Διαφορικές εξισώσεις ισοζυγίων	283
6.8	Ασκήσεις	284

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΒΔΟΜΟ ΣΩΛΗΝΕΣ ΚΑΙ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ

7.1	Σωλήνες	290
7.1.1	Υλικά κατασκευής σωλήνων	291
7.1.2	Τυποποίηση σωλήνων και εξαρτημάτων	298
7.2	Σύνδεσμοι και εξαρτήματα	312
7.2.1	Σύνδεσμοι σωλήνων και εξαρτημάτων	312
7.2.2	Εξαρτήματα σωληνώσεων	316
7.2.3	Εξαρτήματα αλλαγής διευθύνσεως (γωνίες)	316
7.2.4	Εξαρτήματα αλλαγή διατομής	317
7.2.5	Εξαρτήματα διακλαδώσεως	317
7.2.6	Ειδικά εξαρτήματα	317
7.2.7	Εξαρτήματα ρυθμίσεως της ροής (βαλβίδες)	317
7.3	Όργανα μετρήσεως	320
7.3.1	Γενικά	320
7.3.2	Όργανα μετρήσεως της παροχής	322
7.4	Σχεδιαστικός συμβολισμός	327

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΟΓΔΩΟ ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΩΛΗΝΩΝ

8.1.	Σύνδεση σωλήνων σε σειρά	330
8.1.1	Υπολογισμός του ύψους απωλειών	331
8.1.2	Υπολογισμός της παροχής	333
8.1.3	Υπολογισμός διαμέτρου	336
8.2	Παράλληλη σύνδεση σωλήνων	338
8.2.1	Υπολογισμός του ύψους απωλειών	339
8.2.2	Υπολογισμός των παροχών	341
8.2.3	Υπολογισμός διαμέτρου	343
8.3	Μεικτή σύνδεση σωλήνων	344
8.4	Διακλάδωση σωλήνων	347
8.4.1	Πρόβλημα των τριών δεξαμενών	348
8.4.2	Γενίκευση του προβλήματος των τριών δεξαμενών	357
8.5	Χρήση υπολογιστικών προγραμμάτων	358
8.6	Ασκήσεις	361

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΑΤΟ ΔΙΚΤΥΑ ΣΩΛΗΝΩΣΕΩΝ

9.1	Γενικά για τα δίκτυα	368
9.2	Υπολογισμός δικτύων σωληνώσεων	369
9.3	Μέθοδος διαδοχικών προσεγγίσεων Hardy Cross	371
9.4	Παραδείγματα υπολογισμού	375
9.5	Γενίκευση του υπολογισμού δικτύων	387

9.5.1 Αντλίες βρόχων	387
9.5.2 Δεξαμενές τροφοδοσίας δικτύου	391
9.5.3 Η σχέση των Hazen–Williams	395
9.6 Δίκτυα σωληνώσεων σε πλοία	398
9.6.1 Δίκτυα νερού	399
9.6.2 Δίκτυο κυτών	400
9.6.3 Δίκτυο σεντινών	400
9.6.4 Δίκτυο καυσίμων	400
9.6.5 Δίκτυο λιπάνσεως	400
9.6.6 Δίκτυα αερισμού-εξαερισμού	400
9.7 Ασκήσεις	401

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΑΝΤΛΙΕΣ

10.1 Ιστορική αναδρομή	406
10.2 Μηχανήματα διακινήσεως ρευστών	408
10.3 Γενικά για τις αντλίες	409
10.3.1 Βασικές έννοιες και ορισμοί	409
10.3.2 Κατάταξη των αντλιών	411
10.4 Αντλίες θετικής εκτοπίσεως (ή αντλίες στατικού τύπου)	414
10.4.1 Παλινδρομικές αντλίες	414
10.4.2 Περιστροφικές αντλίες θετικής εκτοπίσεως	417
10.5 Δυναμικές αντλίες (ή αντλίες κινητικού τύπου)	421
10.5.1 Αντλίες ακτινικής ροής ή φυγόκεντρες αντλίες	422
10.5.2 Αντλίες αξονικής ροής (ή αντλίες με έλικα)	425
10.5.3 Αντλίες μεικτής ροής	427
10.5.4 Αντλίες περιφερειακής ροής ή στροβιλοαντλίες	427
10.5.5 Αντλίες ακροφυσίου ή εκκυτήρες	428
10.6 Σύγκριση αντλιών	429

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΔΕΚΑΤΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΝΤΛΗΣΕΩΣ

11.1 Οι νόμοι διατηρήσεως σε σύστημα αντλήσεως	434
11.1.1 Εξίσωση της συνέχειας	434
11.1.2 Εξίσωση της ενέργειας	435
11.1.3 Υπολογισμοί σε συστήματα αντλήσεως	439
11.2 Ύψος αναρροφήσεως	448
11.3 Επίδραση των φυσικών ιδιοτήτων του υγρού στην αντλία	454
11.4 Χαρακτηριστικά μεγέθη συστημάτων αντλήσεως και αντλιών	455
11.4.1 Ενεργειακά ύψη	455
11.4.2 Ογκομετρική παροχή	462
11.4.3 Ισχύς	463
11.4.4 Βαθμοί αποδόσεως	464
11.5 Ασκήσεις	466

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΩΔΕΚΑΤΟ ΡΟΗ ΣΤΙΣ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΑΝΤΛΙΕΣ

12.1 Η ροή στη φυγόκεντρη αντλία	472
12.1.1 Η ροή του υγρού στην περωτή – Τρίγωνα ταχυτήτων	473

12.1.2	Απώλειες ύψους	478
12.1.3	Απώλειες ισχύος	480
12.1.4	Βαθμός αποδόσεως της αντλίας	481
12.2	Παρατηρήσεις για υπολογισμούς στην περωτή	482
12.3	Διαστατική ανάλυση και ομοιότητα αντλιών	489
12.3.1	Διαστατική ανάλυση της ροής στην αντλία	490
12.3.2	Ομοιότητα αντλιών	493
12.4	Ειδική ταχύτητα	495
12.4.1	Ορισμός	495
12.4.2	Η ειδική ταχύτητα στη βιομηχανική πρακτική	497
12.4.3	Ειδική ταχύτητα και ταξινόμηση αντλιών	500
12.5	Σπλαίωση	505
12.5.1	Αναρρόφηση δυναμικών αντλιών	505
12.5.2	Σπλαίωση αντλιών	508
12.5.3	Ειδική ταχύτητα αναρροφήσεως	512
12.5.4	Ο αέρας στην αντλία	515
12.6	Ασκήσεις	516

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΑΝΤΛΙΩΝ

13.1	Χαρακτηριστικές Καμπύλες δυναμικών αντλιών	520
13.1.1	Η καμπύλη $H = f_1(Q)$ ή $H-Q$ (ή καμπύλη στραγγαλισμού)	521
13.1.2	Η καμπύλη $P_a = f_2(Q)$ ή $P-Q$ (ισχύος – παροχής)	523
13.1.3	Η καμπύλη $\eta = f_3(Q)$ ή $\eta-Q$ και το βέλτιστο σημείο λειτουργίας (BEP)	524
13.1.4	Η καμπύλη $NPSH_r = f_4(Q)$ ή $NPSH_r-Q$	524
13.1.5	Σύνθετο διάγραμμα καμπυλών δυναμικών αντλιών	525
13.2	Πλήρεις χαρακτηριστικές καμπύλες	528
13.3	Χαρακτηριστικές καμπύλες αντλιών θετικής εκτοπίσεως	534
13.4	Σημείο Λειτουργίας συστήματος αντλήσεως	536
13.4.1	Χαρακτηριστική καμπύλη συστήματος	536
13.4.2	Σημείο λειτουργίας του συστήματος αντλήσεως	539
13.4.3	Υπολογισμός συστήματος αντλήσεως	540
13.4.4	Οι καμπύλες $NPSH-Q$ και οι συνθήκες σπλαιώσεως	546
13.5	Σύνδεση αντλιών	549
13.5.1	Παράλληλη σύνδεση αντλιών	550
13.5.2	Σύνδεση σε σειρά δύο ομοίων αντλιών	555
13.5.3	Τροφοδοσία από μία αντλία δύο σωληνογραμμών	556
13.6	Ασκήσεις	557

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΝΤΛΗΣΕΩΣ

14.1	Γενικά	562
14.2	Σχεδιασμός της αναρροφήσεως	563
14.3	Υπολογισμός διαμέτρου του σωλήνα καταθλίψεως	566
14.4	Κριτήρια επιλογής αντλιών	568
14.5	Ανάλυση κόστους κύκλου ζωής (LCC Analysis)	576
14.6	Η παραγωγή αντλιών σήμερα	578

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ιδιότητες ρευστών	582
-------------------	-----

Πίνακας 1. Ιδιότητες υγρών σε διάφορες θερμοκρασίες	582
Σχήμα 1. Τάση ατμών ορισμένων πιπτικών ενώσεων	583
Σχήμα 2. Τάση ατμών οκτανίου	584
Σχήμα 3. Τάση ατμών αιθανόλης	584
Σχήμα 4. Νομογράφημα υπολογισμού ιξώδους	585
Πίνακας 2. Τιμές X και Y προς χρήση στο νομογράφημα ιξώδους	586
Πίνακας 3. Βαθμοί ιξώδους (VG) ISO	587
Πίνακας 4. Αντιστοίχιση κλιμάκων ιξώδους λιπαντικών	588
Σχήμα 5. Συντελεστής οπισθέλκουσας σφαίρας	589
Σχήμα 6. Συντελεστής οπισθέλκουσας σφαίρας, δίσκου, κυλίνδρου	590
Αντίσταση υλικών στη διάβρωση	591
Πίνακας 5. Αντίσταση σε οξέα	591
Πίνακας 6. Αντίσταση σε ανόργανες ουσίες	592
Πίνακας 7. Αντίσταση σε οργανικές ουσίες	593
Πίνακας 8. Αντίσταση σε καύσιμα – λιπαντικά	594
Πίνακας 9. Αντίσταση σε νερό και υδατικά διαλύματα	595
Πίνακας 10. Γαλβανική σειρά μετάλλων σε θαλασσινό νερό (ρέον)	596
Πίνακας 11. Ρυθμός διαβρώσεως των μετάλλων	597
Προτυποποίηση σωλίνων και εξαρτημάτων κατά ISO	598
Πίνακας 12. Πρότυπα ISO για σωλίνες και εξαρτήματα	598
Πίνακας 13. Πρότυπα ISO για φλάντζες και εξαρτήματα	606
Πίνακας 14. Πρότυπα ISO για βαλβίδες	609
ΛΕΞΙΛΟΓΙΟ ΕΛΛΗΝΟ-ΑΓΓΛΙΚΟ	612
ΛΕΞΙΛΟΓΙΟ ΑΓΓΛΟ-ΕΛΛΗΝΙΚΟ	614
ΣΥΜΒΟΛΑ ΚΑΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ	617
ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ	621
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	622
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	624





