

ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ ΟΙΝΟΥΣΣΩΝ
ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΣΤΑ **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α'** ΕΞΑΜΗΝΟΥ
ΣΠΟΥΔΩΝ, ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ **ΜΑΡΤΙΟΥ 2013**.

ΘΕΜΑ 1 (3,0 ΜΟΝΑΔΕΣ)

A. Πλοίο απέπλευσε από λιμάνι Ε γεωγραφικού πλάτους $\varphi_E = 24^\circ S$ με πορεία $Z_\ell = N60^\circ W$ και έφθασε σε λιμάνι Α γεωγραφικού πλάτους $\varphi_A = 6^\circ N$. Να γίνει το σχετικό σχήμα και να υπολογισθούν η διανυθείσα απόσταση d και η αποχώρηση e .

B. Πλοίο αναχωρεί από λιμάνι Ε γεωγραφικού πλάτους $\varphi_E = 5^\circ N$ και πλέει $N30^\circ E$ σε απόσταση 200 ν.μ. Να γίνει το σχετικό σχήμα και να υπολογισθούν η αποχώρηση e και το γεωγραφικό πλάτος φ_A του σημείου αφίξεως Α.

Γ. Από πλοίο που κατευθύνεται προς Βορρά με ταχύτητα $u = 25 \text{ knots}$ παρατηρούμε κατευθείαν προς Ανατολάς του ένα ναυάγιο Ν και λίγο πιο πέρα έναν φάρο Φ. Μία ώρα αργότερα το ναυάγιο και ο φάρος διοπτρεύονται $S30^\circ E$ και $S70^\circ E$ αντίστοιχα.

Να γίνει το σχετικό σχήμα και να υπολογισθεί η απόσταση του ναυαγίου από τον φάρο.

ΘΕΜΑ 2 (3,0 ΜΟΝΑΔΕΣ)

A. Δείξτε ότι σε κάθε επίπεδο τρίγωνο ΑΒΓ με διαμέσους ΑΔ, ΒΕ, ΓΖ ισχύει ότι $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CZ} = \vec{0}$. Να γίνει σχετικό σχήμα.

B. Αν τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι γραμμικώς ανεξάρτητα, να εξετάσετε αν τα $2\vec{\alpha} - \vec{\beta}, \vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$ είναι γραμμικώς ανεξάρτητα ή εξαρτημένα.

Γ. Να υπολογισθούν οι λογάριθμοι: $\log_7 7, \log_2 4^{15}, \log_{13} 1, 5^{\log_5 3}, \ln e$.

ΘΕΜΑ 3 (4,0 ΜΟΝΑΔΕΣ)

A. Με **χρήση διανυσμάτων** αποδείξτε ότι κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή. Να γίνει σχετικό σχήμα.

B. Αν $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2), \vec{\beta} = (\beta_1, \beta_2)$ δείξτε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \alpha_1 \cdot \beta_1 + \alpha_2 \cdot \beta_2$.

Γ. Να **εξηγήσετε** αν είναι σωστές οι παρακάτω ιδιότητες του εσωτερικού γινομένου:

(i) Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$ τότε $\vec{\beta} = \vec{\gamma}$ (ii) $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})\vec{\gamma} = \vec{\alpha}(\vec{\beta} \cdot \vec{\gamma})$

A. Αποδείξτε ότι: (i) $e^{\ln a} = a, a > 0$ (ii) $\log_\beta a = \frac{1}{\log_\alpha \beta}, a > 0, \beta > 0, \alpha \neq 1, \beta \neq 1$.

ΚΑΛΗ ΣΑΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ☺