ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ ΟΙΝΟΥΣΣΩΝ

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΕΞΑΜ. (ΟΦΕΙΛΟΜΕΝΟ) ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2014

ΘΕΜΑ 1 (4 Χ 1 = 4 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Α. Υπολογίστε τον $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε να είναι κάθετα μεταξύ τους τα διανύσματα $\lambda\vec{\alpha}$, $\vec{\alpha}+\lambda\vec{\beta}$, όταν $\vec{\alpha}=(-1,\ 2)$, $\vec{\beta}=(4,\ 3)$.

Β. Ποια η γωνία των διανυσμάτων $\vec{v}=\vec{\alpha}+\vec{\beta}$, $\vec{u}=\vec{\alpha}-\vec{\beta}$, όταν $|\vec{\alpha}|=\sqrt{2}$, $|\vec{\beta}|=1$, $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=\frac{\pi}{6}$; Δίνεται $cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Γ. Εξετάστε αν ισχύουν οι ισότητες: (**i**) $\alpha^{log\beta}=\beta^{log\alpha}$, για $0<\alpha,\beta\neq 1$

(**ii**) $log_{\alpha}\theta=\dfrac{1}{log_{\theta}a}$, για $0<\alpha,\theta\neq 1$.

Δ. Βρείτε τις τιμές των παραστάσεων: $\Gamma=\dfrac{log2+log12-log3}{log14-log7}=\ldots$,

$\mathrm{B}=2\cdot log5+log20+log2=\ldots$, $\mathrm{A}=log50+log2.000=\ldots$.

ΘΕΜΑ 2 (4 Χ 1 = 4 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Α. Αν σε επίπεδο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ότι $\cos\widehat{\mathrm{A}}=\dfrac{\gamma}{2\beta}$, δείξτε ότι $\alpha=\beta$ και αντιστρόφως.

Β. Να επιλυθεί επίπεδο τρίγωνο ΑΒΓ με $\alpha=24$, $\beta=30$, $\gamma=20$.

Γ. Αν G το κέντρο βάρους επιπέδου τριγώνου ΑΒΓ και Μ τυχαίο σημείο του χώρου, δείξτε ότι: $\overrightarrow{\mathrm{MA}}+\overrightarrow{\mathrm{MB}}+\overrightarrow{\mathrm{M\Gamma}}=3\cdot\overrightarrow{\mathrm{M}G}$

Δ. Δείξτε ότι αν ΜΑ διάμεσος του επιπέδου τριγώνου ΑΒΓ, τότε $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}=2\cdot\overrightarrow{\mathrm{AM}}$.

ΘΕΜΑ 3 (2 Χ 1 = 2 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Α. Ποια η εξίσωση της ευθείας, τα σημεία της οποίας ισαπέχουν από τα σημεία $\mathrm{A}(1,\ -2)$, $\mathrm{B}(3,\ 2)$;

Β. Ποιο το συμμετρικό του σημείου $\mathrm{M}(1,\ 3)$ ως προς την ευθεία $(\varepsilon): x-2y+3=0$;

ΚΑΛΗ ΣΑΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ☺

Στέφανος Ι. Καρναβάς, Μαθηματικός (M.Ed.), Επίκουρος Καθηγητής.