



ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ
ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΚΕΙΜΕΝΟ
ΑΚΑΔΗΜΙΩΝ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ

ΦΥΣΙΚΗ

ΑΝΤΩΝΙΟΥ Χ. ΒΡΟΥΛΟΥ
ΣΤΕΦΑΝΟΥ Ι. ΚΑΡΝΑΒΑ

γ' έκδοση

ΠΛΟΙΑΡΧΩΝ + ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ



ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ



ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΚΕΙΜΕΝΟ
ΑΚΑΔΗΜΙΩΝ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ

ΦΥΣΙΚΗ

ΑΝΤΩΝΙΟΥ Χ. ΒΡΟΥΛΟΥ
Φυσικού

ΣΤΕΦΑΝΟΥ Ι. ΚΑΡΝΑΒΑ
Μαθηματικού (Μ.Εδ.),
Επικ. Καθηγητή, Α.Ε.Ν. Οινουσών

Γ' ΕΚΔΟΣΗ

1954

ΑΘΗΝΑ
2021



Α΄ ΕΚΔΟΣΗ 2012

Β΄ ΕΚΔΟΣΗ 2018

Γ΄ ΕΚΔΟΣΗ 2021

ISBN: 978-960-337-174-8

Copyright © 2021 Ίδρυμα Ευγενίδου

Απαγορεύεται η ολική ή μερική ανατύπωση του βιβλίου και των εικόνων με κάθε μέσο καθώς και η διασκευή, η προσαρμογή, η μετατροπή και η κυκλοφορία του (Άρθρο 3 του Ν. 2121/1993).

ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Το 1952 ο Ευγένιος Ευγενίδης (1882-1954) όρισε με τη διαθήκη του τη σύσταση του Ιδρύματος Ευγενίδου, του οποίου ως μοναδικό σκοπό έταξε «να συμβάλη εις τήν εκπαίδευσιν νέων ελληνικής ύπηκοότητος εν τῷ ἐπιστημονικῷ καὶ τεχνικῷ πεδίῳ». Ο ιδρυτής και χορηγός του Ιδρύματος Ευγενίδου ορθά προέβλεψε ότι αναγκαίο παράγοντα για την πρόοδο της Ελλάδος αποτελεί η άρτια κατάρτιση των Ελλήνων τεχνιτών κατά τα πρότυπα της επαγγελματικής εκπαίδευσης άλλων ευρωπαϊκών χωρών.

Την 23η Φεβρουαρίου του 1956 εγκρίθηκε η σύσταση του κοινωφελούς Ιδρύματος Ευγενίδου, την διοίκηση και διαχείριση του οποίου κατά την ρητή επιθυμία του ιδρυτή του ανέλαβε η αδελφή του Μαριάνθη Σίμου (1895 -1981). Τότε ξεκίνησε η υλοποίηση του σκοπού του Ιδρύματος και η εκπλήρωση μίας από τις βασικότερες ανάγκες του εθνικού μας βίου από την Μαριάνθη Σίμου και τους επιστημονικούς συνεργάτες της.

Το έργο της Μαριάνθης Σίμου συνέχισε από το 1981 ο πολύτιμος συνεργάτης και διάδοχος του Ευγενίου Ευγενίδη, Νικόλαος Βερνίκος-Ευγενίδης (1920-2000). Από το 2000 το έργο του Ιδρύματος Ευγενίδου συνεχίζει ο Λεωνίδας Δημητριάδης-Ευγενίδης, ο οποίος υλοποιεί τον σκοπό του Ιδρύματος προσαρμόζοντας το όραμα του ιδρυτή του στις σύγχρονες εξελίξεις.

Μία από τις πρώτες δραστηριότητες του Ιδρύματος Ευγενίδου, ευθύς μετά την ίδρυσή του, υπήρξε η συγγραφή και έκδοση εκπαιδευτικών βιβλίων για τους μαθητές των τεχνικών σχολών, καθώς διαπιστώθηκε ότι αποτελεί πρωταρχική ανάγκη ο εφοδιασμός τους με σειρές από βιβλία, τα οποία θα έθεταν τα ορθά θεμέλια για την παιδεία τους και θα αποτελούσαν συγχρόνως πολύτιμη βιβλιοθήκη για κάθε τεχνικό. Καρπός αυτής της δραστηριότητας είναι η Βιβλιοθήκη του Τεχνίτη, η οποία αριθμεί 32 τίτλους, η Βιβλιοθήκη του Τεχνικού, που περιλαμβάνει 50 τίτλους, η Τεχνική Βιβλιοθήκη με 11 τίτλους και η Βιβλιοθήκη του Τεχνικού Βοηθού Χημικού με 3 τίτλους. Επιπλέον, από το 1977 μέχρι σήμερα έχουν εκδοθεί 171 τίτλοι για τους μαθητές των Τεχνικών και Επαγγελματικών Λυκείων και 16 για τους μαθητές των Σχολών Μέσης Τεχνικής και Επαγγελματικής εκπαίδευσης.

Ξεχωριστή σειρά βιβλίων του Ιδρύματος Ευγενίδου αποτελεί η Βιβλιοθήκη του Ναυτικού (1967 έως σήμερα), η οποία είναι το αποτέλεσμα της συνεργασίας του Ιδρύματος Ευγενίδου με την Διεύθυνση Εκπαίδευσης Ναυτικών του Υπουργείου Ναυτιλίας. Η συγγραφή και έκδοση των εκπαιδευτικών βιβλίων για τους σπουδαστές των ναυτικών σχολών ανατέθηκε στο Ίδρυμα Ευγενίδου με την υπ' αριθμ. 61288/5031/9.8.1966 απόφαση του Υπουργείου Εμπορικής Ναυτιλίας, οπότε και λειτούργησε η αρμόδια Επιτροπή Εκδόσεων, η οποία είχε συσταθεί ήδη από το 1958. Η συνεργασία Ιδρύματος Ευγενίδου και Υπουργείου Εμπορικής Ναυτιλίας ανανεώθηκε και επικαιροποιήθηκε με Υπουργικές Αποφάσεις το 1999 και το 2005, με τις οποίες το Ίδρυμα Ευγενίδου την συγγραφή των εκπαιδευτικών βοηθημάτων για τις Ακαδημίες Εμπορικού Ναυτικού (Α.Ε.Ν.). Η ανάθεση της αρμοδιότητας για την έκδοση των διδακτικών βιβλίων για τις Ακαδημίες επαναβεβαιώθηκε με νομοθετική ρύθμιση τον Μάρτιο του 2020 (Ν. 4676).

Στην Βιβλιοθήκη του Ναυτικού περιλαμβάνονται 138 διδακτικά βιβλία ναυτικής εκπαίδευσης, καθώς και σχετικές έρευνες και πρακτικά συνεδρίων. Όλα τα βιβλία της Βιβλιοθήκης του Ναυτικού ανταποκρίνονται στις ανάγκες των σπουδαστών των ΑΕΝ και είναι γενικότερα χρήσιμα για όλους τους αξιωματικούς του Εμπορικού Ναυτικού, που ασκούν το επάγγελμα ή εξελίσσονται στην ιεραρχία. Επιπλέον οι συγγραφείς και η Επιτροπή Εκδόσεων καταβάλλουν κάθε προσπάθεια ώστε τα διδακτικά βιβλία να είναι επιστημονικώς άρτια, να επικαιροποιούνται με βάση τα εκάστοτε αναλυτικά προγράμματα σπουδών των Α.Ε.Ν. και να παραμένουν συμβατά με τις μεταβαλλόμενες διεθνείς απαιτήσεις.

Η διαχρονική συμβολή του Ιδρύματος Ευγενίδου στη Ναυτική Εκπαίδευση επιτυγχάνεται όχι μόνο με την έκδοση των σχετικών εκπαιδευτικών βιβλίων αλλά και με δωρεές στις Ακαδημίες Εμπορικού Ναυτι-

κού, υποτροφίες σε αξιωματικούς του Λιμενικού Σώματος, εκπόνηση μελετών/ερευνών και διεξαγωγή συνεδρίων για την ναυτική εκπαίδευση και την ναυτιλία γενικότερα, καθώς και παροχή πρόσβασης σε κορυφαίες ναυτιλιακές βάσεις δεδομένων μέσω της Βιβλιοθήκης του.

Με την προσφορά των εκδόσεών του στους καθηγητές, στους σπουδαστές των ΑΕΝ και σε όλους τους αξιωματικούς του Εμπορικού Ναυτικού, αλλά και με την πλειάδα εκδόσεων για Τεχνικούς, το Ίδρυμα Ευγενίδου συνεχίζει να συμβάλλει στην τεχνική εκπαίδευση της Ελλάδος, υλοποιώντας επί 60 και πλέον χρόνια το όραμα του ιδρυτή του, αείμνηστου ευεργέτη Ευγένιου Ευγενίδη.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Ιωάννης Γκόλιας, Καθηγητής ΕΜΠ, Πρόεδρος.

Αχιλλέας Ματσάγγος, Αντιναύαρχος Λ.Σ. (ε.α.).

Γεώργιος Γεωργούλης, Πλοίαρχος Α' Ε.Ν., Ε.Δι.Π. Παν/μίου Αιγαίου.

Ελευθέριος Πετρόπουλος, Αρχιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Υπ. Ναυτιλίας και Νησιωτικής Πολιτικής.

Χρήστος Βαγιωνάκης, Προϊστάμενος Τμήματος Κανονισμών και Εκπαιδευτικών Προγραμμάτων, Υπ. Ναυτιλίας και Νησιωτικής Πολιτικής.

Γραμματέας της Επιτροπής, **Ελευθερία Τελειώνη**.

Επιστημονικός Σύμβουλος για την Α' και Β' Έκδοση του βιβλίου «Φυσική» **Εμμανουήλ Δρης**, ομ. καθηγητής ΕΜΠ.

Διατελέσαντα μέλη της Επιτροπής

Πρόεδροι

Α. Παππάς (1955-1983) Καθηγητής ΕΜΠ, Μ. Αγγελόπουλος (1983-2003) ομ. Καθηγητής ΕΜΠ, Α. Σταυρόπουλος ομ. Καθηγητής Πανεπ. Πειραιώς (2003-2008), Ε. Δρης, Ομ. Καθηγητής ΕΜΠ (2008-2020)

Λοιπά μέλη

Γ. Κακριδής (1955-1959) Καθηγητής ΕΜΠ, Α. Καλογεράς (1957-1970) Καθηγητής ΕΜΠ, Χ. Καβουνίδης (1955-1984) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Μ. Αγγελόπουλος (1970-1983), Ομ. Καθηγητής ΕΜΠ, Σπ. Γουλιέλμος (1958) Αντιπλοίαρχος, Ξ. Αντωνιάδης (1959-1966) Αντιπλοίαρχος, Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Π. Γ. Τσακίρης (1967-1969) Πλοίαρχος, Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Ελλ. Σίδερης (1967-1969) Υποναύαρχος, Π. Φουστέρης (1969-1971) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Αλ. Μοσχονάς (1971-1972) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Ι. Χρυσανθακόπουλος (1972-1974) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Αθαν. Σωτηρόπουλος (1974-1977) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Γ. Σπαρτιώτης (1977) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., προσωρινός Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Θ. Πουλάκης (1977-1979) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Π. Λυκούδης (1979-1981) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Αναστ. Δημαράκης (1981-1982) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Κ. Τσαντήλας (1982-1984) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Ε. Τζαβέλας (1984-1986) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Γ. Γρηγοράκος (1986-1988) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Α. Μπαρκατσάς (1988-1989) Αρχιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Κ. Παπαναστασίου (1989) Αρχιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Γ. Λάμπρου (1989-1992) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Κ. Κοκορέτσας (1992-1993) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Κ. Μαρκάκης (1993-1994) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Ι. Ζουμπούλης (1994-1995) Πλοίαρχος Λ.Σ., Φ. Ψαρράς (1995-1996) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Γ. Καλαρώνης (1996-1998) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Θ. Ρεντζεπέρης (1998-2000) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Ι. Στεφανάκης (2000-2001) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Κ. Μαρίνος (2001) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Π. Εξαρχόπουλος (2001-2003) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Κ. Μπριλάκης (2003-2004) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Ν. Θεμέλαρος (2003-2004) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Π. Κουβέλης (2004-2005) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Δ. Βασιλάκης (2005-2008) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Π. Πετρόπουλος (2008-2009) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Α. Ματσάγγος (2009-2011) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Ι. Σέργης (2011-2012) Αρχιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Ι. Τζαβάρας, (2004-2013) Αντιναύαρχος Λ.Σ. (Ε.Α.), Ι. Τεγόπουλος (1988-2013) Ομ. Καθηγητής ΕΜΠ, Α. Θεοφανόπουλος (2012-2014) Πλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Β. Καλλιπολίτου (2014-2017) Αντιπλοίαρχος Λ.Σ. Δ/ντρια Ναυτ. Εκπαιδ., Σ. Μπέλλας (2017-2018) Αρχιπλοίαρχος Λ.Σ. Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Α. Τσελίκης (2018-2019) Αρχιπλοίαρχος Λ.Σ. Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ., Α. Βουτσινάς, Αντιπλοίαρχος Λ.Σ., Δ/ντής Ναυτ. Εκπαιδ..

Σύμβουλοι επί των Εκδόσεων

Δ. Γ. Νιάνιας (1956-1965) Καθηγητής ΕΜΠ, Κ. Αγγ. Μανάφης (1966-2018), ομ. Καθηγητής Φιλοσ. Σχολής Πανεπιστημίου Αθηνών.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ Α' ΕΚΔΟΣΗΣ

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται σε όλους τους πρωτοετείς και δευτεροετείς σπουδαστές των Ακαδημιών Εμπορικού Ναυτικού, στους αυριανούς πλοιάρχους ή μηχανικούς της ελληνικής ή ελληνόκτητης ναυτιλίας.

Έχει γραφτεί σύμφωνα με τα οριζόμενα στα αναμορφωμένα αναλυτικά και ωρολόγια προγράμματα σπουδών των Α.Ε.Ν., όπως αυτά περιγράφονται στο Φ.Ε.Κ. 1224 Β' /2007, που εκδόθηκε σε εφαρμογή των module courses του International Maritime Organization κατ' απαίτηση της Διεθνούς Συμβάσεως STCW.

Για τους σκοπούς του παρόντος βιβλίου χρησιμοποιήσαμε ως σημείο αφετηρίας την προϋπάρχουσα γνώση, την οποία γνωρίζουμε από την πολύχρονη εμπειρία μας ότι κατέχει ο μέσος σπουδαστής που εισάγεται στις Α.Ε.Ν.. Αποδεχόμενοι ότι η μάθηση έχει ενεργητικό και όχι παθητικό χαρακτήρα, απαιτεί την εποικοδομητική συμμετοχή του σπουδαστή και είναι μία πολύπλοκη γνωσιακή δραστηριότητα που δεν χωράει βιασύνη, προχωρήσαμε στη συγγραφή του.

Το βιβλίο αυτό θα έχει εκπληρώσει τον στόχο του αν καταφέρει να συμβάλει επιτυχώς στο να κατανοήσουν οι ενεργοί σπουδαστές στοιχειώδεις έννοιες της φυσικής, τις οποίες συναντούν τόσο στην καθημερινή τους ζωή στην ξηρά, όσο και μέσα στα πλοία και όχι όταν απομνημονεύσουν απομονωμένα στοιχεία και διαδικασίες.

Αισθανόμαστε επιτακτική την ανάγκη να ευχαριστήσουμε θερμά όλο το προσωπικό του Τμήματος Εκδόσεων του Ιδρύματος Ευγενίδου για την πλήρη και αποδοτική συνεργασία που είχαμε τα τέσσερα τελευταία έτη και ειδικά τον Ομότιμο Καθηγητή του Ε.Μ.Π. και Πρόεδρο της Επιτροπής Εκδόσεων κ. Εμμανουήλ Αντ. Δρη, για την υπομονή του, τον άφθονο χρόνο που διέθεσε, τις εύστοχες υποδείξεις του, καθώς και την αμέριστη συμπαράσταση και ουσιαστική βοήθειά του σε όλα τα στάδια μέχρι την ολοκλήρωση της συγγραφής, ως κριτής και ειδικός επιστημονικός σύμβουλος για το βιβλίο αυτό. Θέλουμε επίσης να ευχαριστήσουμε το συνάδελφο φυσικό Στέργιο Παπακωνσταντίνου για τη σημαντική βοήθεια που μας προσέφερε στο ξεκίνημα αυτής της προσπάθειας.

Τα κεφάλαια 6, 7, 8, 13, 14, 15, 16 και 17 εκπονήθηκαν αυτοτελώς από τον κ. Βρούλο και τα κεφάλαια 1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11 και 12 από τον κ. Καρναβά.

Ως ανθρώπινο δημιούργημα το βιβλίο, δεν μπορεί να είναι τέλειο. Ελπίζουμε ότι αυτή μας η προσπάθεια θα τύχει καλόπιστης κριτικής εκ μέρους των αναγνωστών και των συναδέλφων μας. Μην διστάσετε να επικοινωνήσετε μαζί μας για οποιεσδήποτε παρατηρήσεις, σχόλια ή υποδείξεις, που θεωρείτε ότι θα συντελέσουν στην βελτίωση του παρόντος βιβλίου, επ' ωφελεία της παρεχόμενης ναυτικής εκπαίδευσης.

Καλλιθέα – Οινούσσες, Μάιος 2012
Αντώνης Χ. Βρούλος – Στέφανος Ι. Καρναβάς

ΠΡΟΛΟΓΟΣ Β' ΕΚΔΟΣΗΣ

Στην παρούσα Β' έκδοση του βιβλίου Φυσική διορθώθηκαν οι αβλεψίες και παραλείψεις της 1^{ης} έκδοσης και η ύλη δομήθηκε κατά πιο παιδαγωγικό τρόπο, με απλότητα, σαφήνεια, πληρότητα και συστηματική ταξινόμηση. Βασικός σκοπός και της παρούσας έκδοσης είναι η βαθιά κατανόηση της θεωρίας της Φυσικής και ιδίως των εφαρμογών της στην καθημερινή ζωή πάνω στο πλοίο, η ανάπτυξη σωστής κριτικής σκέψεως και η απόκτηση εμπειρίας στη λύση ασκήσεων, προκειμένου οι αυριανοί αξιωματικοί γέφυρας και μηχανής να αποκτήσουν μία στέρεη γνώση του αντικειμένου της Φυσικής.

Σε κάθε κεφάλαιο περιέχεται η βασική θεωρία και αρκετά επιλεγμένα παραδείγματα, υποδειγματικά λυμένα, ώστε οι σπουδαστές, σύμφωνα με αυτά, να μπορούν να επιλύσουν μόνοι τους τις άλυτες ασκήσεις, η δυσκολία των οποίων αυξάνεται σταδιακά, καθιστώντας έτσι το βιβλίο ένα χρήσιμο εργαλείο μελέτης και εξάσκησης.

Θεωρούμε, λοιπόν, ότι το βιβλίο θα τους προσφέρει ουσιαστική βοήθεια, καλύπτοντας πλήρως την ύλη της θεωρίας και των εφαρμογών της Φυσικής σύμφωνα με το ΦΕΚ 2303 Β'/16-09-2013 «Ωρολόγια και Αναλυτικά Προγράμματα ΑΕΝ/ Π-Μ», το οποίο έχει ενσωματώσει τις αλλαγές της αναθεωρημένης Διεθνούς Συμβάσεως STCW 1978 (2010 τροποποιήσεις Manila).

Επιθυμούμε να εκφράσουμε για άλλη μία φορά τις ευχαριστίες μας στο προσωπικό της Ομάδας Εκδόσεων του Ιδρύματος Ευγενίδου για την επίπονη απασχόλησή τους στην άρτια προετοιμασία και ολοκλήρωση αυτής της εκδόσεως και κυρίως στον Επιστημονικό Σύμβουλο του βιβλίου, Ομότιμο Καθηγητή του Ε.Μ.Π. και Πρόεδρο της Επιτροπής Εκδόσεων κ. Εμμανουήλ Δρη για τις καίριες επισημάνσεις του.

Οι Συγγραφείς

ΠΡΟΛΟΓΟΣ Γ' ΕΚΔΟΣΗΣ

Το παρόν σύγγραμμα απευθύνεται σε σπουδαστές/στρίες των σχολών Πλοιάρχων (Α', Β', Γ' εξαμήνων) και Μηχανικών (Α', Β' εξαμήνων) των ΑΕΝ, σύμφωνα με τα νέα ωρολόγια και αναλυτικά προγράμματα (2321 Β713.06.2019) που καταρτίστηκαν αντίστοιχα, από την επιτροπή εμπειρογνομόνων του Ιδρύματος Ευγενίδου για τις σχολές Πλοιάρχων και την πρόταση της ομάδας εργασίας για τις σχολές Μηχανικών (ΑΔΑ: ΩΟ0Ζ4653ΠΩ-ΝΑ4 & αρ. πρωτ. 2231.2-9/42341/07.06.2019).

Οι γνώσεις που προαπαιτούνται για τη μελέτη του βιβλίου δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλες, λόγω της ανομοιογενούς προέλευσης των εισαγόμενων στις ΑΕΝ. Απαιτείται η καλή γνώση της φυσικής, γυμνασιακού επιπέδου. Οι άλυτες ασκήσεις, αποτελούν ουσιαστικό μέρος του βιβλίου. Ο/η αναγνώστης/στρία θα χρειασθεί να ασχοληθεί, με ένα μεγάλο μέρος από αυτές, για την καλύτερη κατανόηση των εννοιών και αποτελεσμάτων της θεωρίας. Το επίπεδο τους κυμαίνεται από απλές εφαρμογές ορισμών, έως πιο απαιτητικές και ενδιαφέρουσες. Στην παρούσα έκδοση, στο τέλος του βιβλίου, παρατίθεται πίνακας με ελληνικούς και αγγλικούς τεχνικούς και επιστημονικούς όρους που πραγματεύονται στα αντίστοιχα κεφάλαια, ώστε να γίνεται χρήση της αγγλικής ορολογίας που συναντάται στο πλοίο, όπως ορίζει στον προτεινόμενο τρόπο διδασκαλίας το ανωτέρω ΦΕΚ.

Επιθυμούμε να εκφράσουμε για άλλη μία φορά τις ευχαριστίες μας στο προσωπικό της Ομάδας Εκδόσεων του Ιδρύματος Ευγενίδου για την επίπονη απασχόλησή τους και τις καίριες επισημάνσεις τους στην άρτια προετοιμασία και ολοκλήρωση αυτής της έκδοσης.

Οι Συγγραφείς

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 1: Μετρήσεις

1.1 Έννοιες μήκους, εμβαδού, όγκου, χρόνου – Μονάδες μέτρησής τους – Συσχετισμός των μονάδων	1
1.2 Έννοια της μάζας. Μονάδες μέτρησης – Έλξη της Γης στα σώματα. Βαρυτική επιτάχυνση – Μεταβολή του βάρους σώματος συναρτήσει του ύψους και του γεωγραφικού πλάτους	4
1.3 Πυκνότητα και ειδικό βάρος σώματος. Μονάδες μέτρησής τους. Συσχετισμός ειδικού βάρους και πυκνότητας.	8
1.4 Συστήματα μονάδων	12

Κεφάλαιο 2: Κινηματική

2.1 Μετατόπιση, ταχύτητα, επιτάχυνση	15
2.2 Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.	19
2.3 Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση	21
2.4 Ομαλή κυκλική κίνηση και κυκλική ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση	24
2.5 Σύνθεση κινήσεων – Απόλυτη και σχετική κίνηση	34

Κεφάλαιο 3: Δυναμική

3.1 Δυνάμεις	43
3.2 Οι νόμοι του Νεύτωνα	49
3.3 Αδρανειακά και μη αδρανειακά συστήματα αναφοράς.	52
3.4 Τριβή	54
3.5 Ορμή – Αρχή διατήρησης της ορμής – Κέντρο μάζας – Κίνηση κέντρου μάζας	57
3.6 Νόμος του Hooke. Ελαστικότητα. Διάτμηση και στρέψη.	64
3.7 Ροπή δύναμης	69
3.8 Ισορροπία στερεού σώματος.	72
3.9 Μεταφορική και στροφορική κίνηση στερεού. Στροφορμή. Θεμελιώδης Νόμος της Στροφορικής Κίνησης.	75

Κεφάλαιο 4: Έργο – Ενέργεια – Ισχύς

4.1 Έργο δύναμης.	91
4.2 Μηχανική, κινητική και δυναμική ενέργεια. Διατηρητικές και μη διατηρητικές δυνάμεις	95
4.3 Αρχή διατήρησης της ενέργειας – Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας	100
4.4 Ισχύς. Συντελεστής απόδοσης μηχανής	102
4.5 Ενεργειακή μελέτη στροφορικών κινήσεων στερεών σωμάτων	104
4.6 Αρχή των δυνατών έργων. Απλές μηχανές	107
4.7 Μηχανικό πλεονέκτημα (ή μόχλευση), λόγος ταχυτήτων, απόδοση	112

Κεφάλαιο 5: Υδροστατική – Υδροδυναμική

5.1 Ορισμοί. Παροχή. Ροή. Δυναμική γραμμή. Στροπή και τυρβώδης ροή	117
5.2 Πίεση. Ατμοσφαιρική πίεση και εξάρτησή της από το ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας. Αρχή του Pascal.	119
5.3 Υδροστατική πίεση. Θεώρημα Torricelli	123
5.4 Δυναμική πίεση. Αρχή του Bernoulli	134
5.5 Αρχή του Αρχιμήδη	136
5.6 Αριθμός Reynolds. Κρίσιμη ταχύτητα ρευστού. Συντελεστές αντίστασης για ρευστά. Νόμος Stokes. Αντίσταση σε τυρβώδη ροή	139
5.7 Δυναμική άνοση – Υποπίεση, υπερπίεση και φαινόμενο Magnus	144

Κεφάλαιο 6: Θερμότητα

6.1 Θερμοκρασία	149
6.2 Θερμοδυναμική ενέργεια. Θερμότητα	151
6.3 Διάδοση της θερμότητας.	153
6.4 Θερμική διαστολή στερεών και υγρών.	156
6.5 Θερμική διαστολή των αερίων. Καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων. Νόμοι της θερμοδυναμικής.	159
6.6 Θερμικές μηχανές.	167

Κεφάλαιο 7: Στατιστική Μηχανική

7.1 Στατιστική ισορροπία	175
7.2 Κατανομή των Maxwell-Boltzmann.	176
7.3 Κινητική θεωρία και καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων	178
7.4 Εντροπία	180

Κεφάλαιο 8: Μετατροπές φάσεων

8.1 Αλλαγές φάσεων υλικών σωμάτων.	183
8.2 Κορεσμένοι ατμοί.	185
8.3 Θερμότητες μεταβολής φάσεων	186
8.4 Υγρασία απόλυτη και σχετική. Σημείο δρόσου.	187

Κεφάλαιο 9: Ηλεκτρικά φορτία

9.1 Θετικά και αρνητικά φορτία	189
9.2 Νόμος του Coulomb.	192
9.3 Ηλεκτρικό πεδίο.	194
9.4 Ηλεκτρικό δυναμικό.	199
9.5 Ηλεκτρικές εκκενώσεις	205
9.6 Κίνηση φορτισμένου σωματίου μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο.	210
9.7 Κατανομή φορτίων σε αγωγούς	214

Κεφάλαιο 10: Ηλεκτρικό ρεύμα

10.1 Ηλεκτρικό ρεύμα και πυκνότητα ρεύματος	219
---	-----

10.2 Αντίσταση και αγωγιμότητα αγωγού. Νόμος του Ohm.	222
10.3 Χωρητικότητα αγωγού. Πυκνωτής. Υπολογισμός χωρητικότητας πυκνωτή. Φόρτιση και εκφόρτιση πυκνωτή. Συνδεσμολογία πυκνωτών	229
10.4 Ηλεκτρεγερτική δύναμη ηλεκτρικής πηγής. Εσωτερική αντίσταση ηλεκτρικής πηγής. Νόμοι του Kirchhoff. Συνδεσμολογία αντιστάσεων	234
10.5 Συνδεσμολογία πηγών συνεχούς ρεύματος	241
10.6 Ενέργεια και ισχύς ηλεκτρικού ρεύματος.	245
10.7 Συσσωρευτής ηλεκτρικής ενέργειας	256

Κεφάλαιο 11: Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

11.1 Μαγνητισμός	263
11.2 Μαγνητικό πεδίο του ρεύματος.	266
11.3 Νόμος Laplace. Επίδραση του μαγνητικού πεδίου πάνω σε κινούμενο φορτίο.	271
11.4 Μονάδα μέτρησης του πεδίου B	274
11.5 Μαγνητική ροή.	274
11.6 Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή	275
11.7 Δινορεύματα ή ρεύματα του Foucault.	281

Κεφάλαιο 12: Εναλλασσόμενα ρεύματα

12.1 Εναλλασσόμενο ρεύμα. Διανυσματικά διαγράμματα.	285
12.2 Ισχύς εναλλασσόμενου ρεύματος	289
12.3 Αντιστάσεις στο εναλλασσόμενο ρεύμα.	292
12.4 Μετασχηματιστές – Γεννήτριες	300
12.5 Τριφασικό ρεύμα – Μεταφορά ηλεκτρικού ρεύματος – Κινητήρες.	303
12.6 Συγκόλληση.	310

Κεφάλαιο 13: Ταλαντώσεις

13.1 Απλή αρμονική ταλάντωση.	313
---------------------------------------	-----

Κεφάλαιο 14: Ηλεκτρικές ταλαντώσεις

14.1 Ηλεκτρικές ταλαντώσεις σε κύκλωμα LC.	323
14.2 Μετατροπή του κυκλώματος του Thomson σε κεραία εκπομπής–λήψης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.	325
14.3 Το φάσμα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων	327
14.4 Χαρακτηριστικά των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων ως προς τον τρόπο μετάδοσής τους στον αέρα, στο έδαφος και στο κενό.	328
14.5 Παράγοντες που επιδρούν στη διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.	331

Κεφάλαιο 15: Ήχος

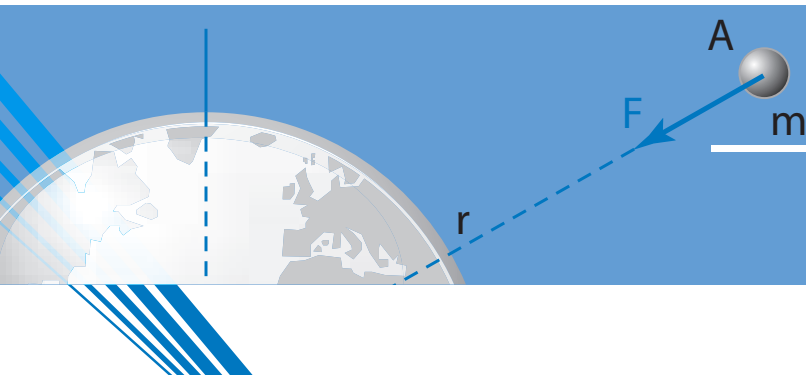
15.1 Παραγωγή, διάδοση και χαρακτηριστικά του ήχου.	335
15.2 Πηγές ήχου	337
15.3 Υποκειμενικά χαρακτηριστικά του ήχου.	337
15.4 Διάδοση ενέργειας με ηχητικά κύματα.	338
15.5 Υπόηχοι – Υπέρηχοι	339

15.6 Φαινόμενο Doppler	340
------------------------------	-----

Κεφάλαιο 16: Γεωμετρική οπτική

16.1 Παραγωγή και διάδοση του φωτός	345
16.2 Ανάκλαση και διάθλαση του φωτός. Πρίσματα	347
16.3 Λεπτοί φακοί	354
Γλωσσάριο ελληνοαγγλικών όρων	359
Ευρετήριο όρων	369
Ενδεικτική βιβλιογραφία	373





1.1 Έννοιες μήκους, εμβαδού, όγκου, χρόνου – Μονάδες μέτρησής τους – Συσχετισμός των μονάδων

Για την περιγραφή και τη μελέτη ενός φυσικού φαινομένου χρησιμοποιούνται τα διάφορα φυσικά μεγέθη ή φυσικές ποσότητες. Τα φυσικά μεγέθη εκφράζονται με την τιμή τους, που περιλαμβάνει την αριθμητική τιμή και τη μονάδα μέτρησης. Για παράδειγμα, ταχύτητα κατά μήκος του άξονα x είναι $u_x = -35,6 \text{ m/s}$. Το $-35,6 \text{ m/s}$ είναι η τιμή της ταχύτητας και το $-35,6$ η αριθμητική τιμή της.

Το **μήκος** είναι φυσικό μέγεθος που χαρακτηρίζει μία διάσταση. Για παράδειγμα, χαρακτηρίζει πόσο μεγάλη είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων που βρίσκονται σε μια ευθεία ή πόσο μεγάλη είναι η απόσταση δύο σημείων μετρούμενη κατά μήκος μιας καμπύλης διαδρομής που περνά απ' τα σημεία αυτά. Μονάδα μέτρησης του μήκους στο **Διεθνές Σύστημα Μονάδων** (Système International-SI) είναι το μέτρο (m).

Το μέτρο είναι, κατά προσέγγιση, ίσο με το ένα δεκάκις εκατομμυριοστό ($1/10\,000\,000$) της απόστασης του Βορείου Πόλου από τον Ισημερινό της Γης. Επίσης είναι ίσο, κατά προσέγγιση, με το πρότυπο μέτρο, το οποίο είναι η απόσταση μεταξύ δυο χαραγών σε μία ράβδο από ιριδιούχο λευκόχρυσο που φυλάσσεται στο Διεθνές Γραφείο Μέτρων και Σταθμών (Bureau International des Poids et Mesures) στις Σέβρες (Sèvres) κοντά στο Παρίσι.

Πολλαπλάσιο του 1 m είναι το 1 χιλιόμετρο ($1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$) και υποπολλαπλάσια το δεκατόμετρο ή παλάμη ($1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m}$), το εκατοστόμετρο ($1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$), το χιλιοστόμετρο ($1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$) και το μικρόμετρο ($1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$).

Έτος φωτός ($ly = \text{light year}$, $la = \text{light annum}$) ονομάζεται η απόσταση που διανύει το φως, κινούμενο στο κενό επί ένα έτος, και ισούται με $9,46 \times 10^{15} \text{ m}$. Στην αστρονομία μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το παρσέκ (1pc), ονομασία που προέρχεται

από τις λέξεις **parallaxe** και **second**. Εκφράζει την απόσταση του Ήλιου από σημείο, από το οποίο ο μέσος μεγάλος ημιάξονας της τροχιάς της Γης γύρω από τον Ήλιο φαίνεται υπό γωνία ενός δευτέρου λεπτού της μοίρας.

$$1 \text{ παρσέκ (1 pc)} = 3,26 \text{ ly} = 3,09 \times 10^{16} \text{ m}$$

Στη ναυτιλία ως μονάδα μέτρησης του μήκους χρησιμοποιείται το ναυτικό μίλι (ν.μ.), όπου: $1 \text{ ν.μ.} = 1852 \text{ m}$. Ισούται περίπου με την απόσταση δύο σημείων του ίδιου μέγιστου κύκλου στην επιφάνεια της Γης (π.χ. μεσημβρινού), που απέχουν μεταξύ τους ένα πρώτο λεπτό της μοίρας. Οι κανόνες του SI δεν περιλαμβάνουν σύμβολο για το ν.μ., αλλά ανεπίσημα χρησιμοποιούνται τα εξής διάφορα σύμβολα 1M, 1NM, 1Nm, 1nmi. Κατά τη μετατροπή από μία μονάδα σε άλλη ακολουθούνται κανόνες της άλγεβρας, όπως φαίνεται στα παραδείγματα που ακολουθούν:

$$\begin{aligned} 32,1 \text{ pc} &= 32,1 \times (1 \text{ pc}) = 32,1 \times (3,09 \times 10^{16} \text{ m}) = \\ &= (32,1 \times 3,09) \times 10^{16} \text{ m} = \\ &= 99,2 \times 10^{16} \text{ m} = 9,92 \times 10^{17} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6,7 \text{ km} &= 6,7 \times (10^3 \text{ m}) = 6,7 \times (10^3 \times 10^2 \text{ cm}) = \\ &= 6,7 \times 10^5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Ο πίνακας 1.1 δείχνει τις σχέσεις μεταξύ διαφόρων μονάδων μήκους. Σήμερα κυριαρχούν οι μονάδες του SI. Ο πίνακας 1.2 παρουσιάζει τα προθέματα στο SI. Στον πίνακα 1.3 δίνονται τιμές για διάφορα αντιπροσωπευτικά μήκη.

Το **εμβαδόν** είναι φυσικό μέγεθος που χαρακτηρίζει επιφάνειες, δηλαδή δύο διαστάσεις. Για παράδειγμα, εκφράζει πόσο μεγάλη είναι η επιφάνεια

Πίνακας 1.1
Μονάδες μέτρησης μήκους

1 έτος φωτός	ly	$9,46 \times 10^{15} \text{ m}$
1 παρσέκ	pc	$3,09 \times 10^{16} \text{ m}$
1 ναυτικό μίλι	M	1852 m

νεια ενός επίπεδου οικοπέδου ή πόσο μεγάλη είναι η επιφάνεια μιας σφαιρικής μπάλας. Μονάδα μέτρησης του εμβαδού στο SI, είναι το τετραγωνικό μέτρο (m^2). Το $1 m^2$ είναι η επιφάνεια ενός τετραγώνου με πλευρά ίση με $1 m$. Υπάρχουν πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσια του τετραγωνικού, τα οποία σχετίζονται με αυτό και μεταξύ τους. Η μετατροπή από τη μια μονάδα στην άλλη ακολουθεί τους κανόνες της άλγεβρας, όπως φαίνεται παρακάτω:

$$1 \text{ cm}^2 = (10^{-1} \text{ m})^2 = (10^{-1})^2 (\text{m})^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = (1 \text{ m})^2 = (10^2 \text{ cm})^2 = (10^2)^2 (\text{cm})^2 = 10^4 \text{ cm}^2$$

Εύκολα προκύπτει ότι:

$$1 \text{ km}^2 = (1000 \text{ m})^2 = 10^6 \text{ m}^2$$

$$34,7 \text{ m}^2 = 34,7 \times (\text{m}^2) = 34,7 \times (10 \text{ dm})^2 =$$

$$= 34,7 \times 10^2 \text{ dm}^2 = 3,47 \times 10^3 \text{ dm}^2$$

Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι η έκταση της Ελλάδας είναι περίπου $132\,000 \text{ km}^2$.

Ο *όγκος* είναι φυσικό μέγεθος που χαρακτηρίζει τον συνήθη χώρο, δηλαδή σχετίζεται με τρεις διαστάσεις. Για παράδειγμα, εκφράζει πόσο μεγάλη είναι η χωρητικότητα ενός βαρελιού ή πόση είναι η χωρητικότητα του αμπαριού ενός συγκεκριμένου πλοίου.

Μονάδα μέτρησης του όγκου στο SI είναι το κυβικό μέτρο (m^3). Το κυβικό μέτρο ισούται με τον όγκο (ορθού) κύβου ακμής ενός μέτρου. Το κυβικό δεκατόμετρο ή κυβική παλάμη ονομάζεται *λίτρο* και το σύμβολό του είναι l , όμως για να μην προκαλείται σύγχυση χρησιμοποιείται το σύμβολο $1 L$.

$$1 L = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Εκτός από τη μονάδα του SI και τα πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσιά της, για μέτρηση όγκων υπάρχουν κι άλλες μονάδες που χρησιμοποιούνται πολύ λιγότερο και σε πολύ ειδικές περιπτώσεις· τέτοιες μονάδες παρουσιάζονται στον πίνακα 1.4.

Για μετατροπές των τιμών μεγεθών σε διάφορες μονάδες ισχύουν όσα είπαμε και για τα μήκη και εμβαδά. Μερικά παραδείγματα είναι:

$$56,7 \text{ barrel US} = 56,7 \times (42 \text{ gal US}) = 2381,4 \text{ gal US}$$

$$56,7 \text{ barrel US} = 56,7 \times (159 \text{ L}) = 9,02 \times 10^3 \text{ L}$$

$$3475 \text{ cm}^3 = 3475 \times (10^{-2} \text{ dm})^3 = 3475 \times 10^{-6} \text{ dm}^3 =$$

$$= 3475 \times 10^{-6} \text{ L} = 3,475 \times 10^{-3} \text{ L}$$

Πίνακας 1.2
Μερικά από τα προθέματα στο SI

Παράγοντας	Πρόθεμα	Σύμβολο πολλαπλασιασμού
10^{12}	tera (τετρα)	T
10^9	giga	(γίγα) G
10^6	mega	(μέγα) M
10^3	kilo	(χίλιο) k
10^2	hecto	(έκτο, εκατό) h
10^1	deka	(δέκα) da
10^{-1}	deci	(ντεσι, δέκατο) d
10^{-2}	centi	(σεντι, εκατοστό) c
10^{-3}	milli	(μιλι, χιλιοστό) m
10^{-6}	micro	(μικρό) μ
10^{-9}	nano	(νάνο) n
10^{-12}	pico	(πίκο) p
10^{-15}	femto	(φέμπτο) f

Πίνακας 1.3
Αντιπροσωπευτικά μήκη

Μέση απόσταση Γης–Σελήνης	$3,8 \times 10^8 \text{ m}$
Μέση ακτίνα της Γης	$6,4 \times 10^6 \text{ m}$
Τυπικό ύψος τροχιάς δορυφόρου	$2 \times 10^5 \text{ m}$
Διάμετρος ατόμου υδρογόνου	$1 \times 10^{-10} \text{ m}$
Διάμετρος πυρήνα ατόμου	$1 \times 10^{-14} \text{ m}$

Πίνακας 1.4
Μονάδες όγκου, οι οποίες δεν ανήκουν στο SI

1 γαλόνι των ΗΠΑ	US gallon (1 gal US)	4 qt US	3,785 L
1 barrel US για πετρέλαιο κ.λπ.	42 gal US		159 L
1 τόρος (ναυτιλία)	tonnage		$2,83 \text{ m}^3$

Για τη μέτρηση του χρόνου χρησιμοποιούνται περιοδικά φαινόμενα, δηλαδή φαινόμενα που επαναλαμβάνονται πανομοιότυπα σε τακτά χρονικά διαστήματα όπως ημερονύκτιο, φάσεις σελήνης, κίνηση εκκρεμούς, κτύποι ανθρώπινης καρδιάς, μεταβολή ενέργειας ορισμένων ατόμων κ.ά.. Τα όργανα που χρησιμοποιούνται για τη μέτρησης χρόνου λέγονται *χρονόμετρα*. Το δευτερόλεπτο (second) που συμβολίζεται ως s , είναι η θεμελιώδης μονάδα μέτρησης χρόνου. *Αληθής ηλιακή ημέρα* ονομάζεται ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δυο διαδοχικών διαβάσεων του Ηλίου από το μεσημβρινό του τόπου. Επειδή αυτός ο χρόνος δεν είναι σταθερός, ως μονάδα μέτρησης χρόνου λαμβάνεται ένα σταθερό διάστημα που ονομάζεται *μέση ηλιακή ημέρα* και υποδιαιρείται σε 24 ώρες. Η κάθε ώρα υποδιαιρείται σε 60 λεπτά και κάθε λεπτό σε 60 δευτερόλεπτα. Ισχύει ότι 1 μέση ηλιακή μέρα = 86.400 s (πίν. 1.5).

Αστροική ημέρα ονομάζεται ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δυο διαφορετικών διαβάσεων ενός απλανούς αστέρα από το μεσημβρινό ενός τόπου. Είναι σταθερός και ισχύει ότι 1 αστροική ημέρα = 86.164 s. Ο χρόνος που ορίζεται με τη βοήθεια περιστροφής της Γης, ονομάζεται *παγκόσμιος* (Universal Time – UT). Το 1956 το Διεθνές Συνέδριο μέτρων και σταθμών όρισε το δευτερόλεπτο ως το 1/31.556.925,9747 του τροπικού έτους 1900. *Τροπικό έτος* είναι ο χρόνος που περνά μεταξύ δυο διαδοχικών διόδων της Γης από το σημείο εαρινής ισημερίας. Επειδή για το Βόρειο ημισφαίριο ο ρυθμός περιστροφής της Γης είναι μεγάλος το καλοκαίρι και μικρότερος τον χειμώνα και συνεχώς μειώνεται, ο παγκόσμιος χρόνος αντικαταστάθηκε από τον εφημεριακό, διότι ως πρότυπο χρόνου δεν ήταν αμετάβλητο ούτε εύχρηστο. Ο χρόνος που ορίζεται με τη βοήθεια της τροχιακής κίνησης της Γης ονομάζεται *εφημεριακός* (Ephemeris Time – ET). Τον Οκτώβριο 1964 το δευτερόλεπτο που βασίζεται στο ρολόι κεσίου (^{133}Cs) υιοθετήθηκε προσωρινά ως διεθνές πρότυπο από τη 12^η Γενική Συνδιάσκεψη μέτρων και σταθμών που έγινε στο Παρίσι (πίν. 1.6). Έτσι, η ακρίβεια των μετρήσεων χρόνου έγινε 1 προς 10^{11} , διακόσιες φορές μεγαλύτερη σε σχέση με την ακρίβεια που δίνουν οι αστρονομικές παρατηρήσεις. Αν δύο ρολόγια κεσίου λειτουργούν για 5.000 χρόνια θα έχουν διαφορά ενός δευτερολέπτου.

Η Γη έχει διαιρεθεί σε 24 ατράκτους (ή ζώνες), κατά μήκος των μεσημβρινών και σε κάθε άτρακτο

Πίνακας 1.5
Μονάδες μέτρησης χρόνου

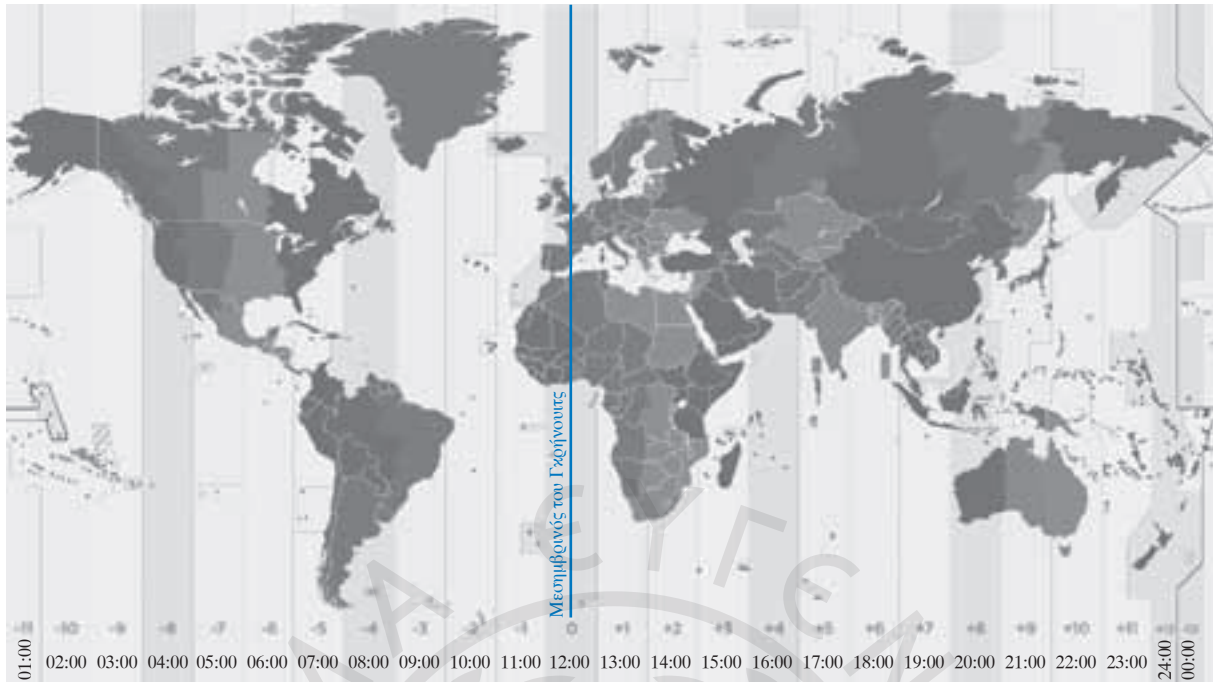
Νανοδευτερόλεπτο	ns	$10^{-9} s$
Μικροδευτερόλεπτο	μs	$10^{-6} s$
Μιλιδευτερόλεπτο	ms	$10^{-3} s$
Λεπτό	min	60 s
Ώρα	hr	3.600 s
Ημέρα	day	86.400 s

Πίνακας 1.6
Χρονικά διαστήματα κατά προσέγγιση

Ηλικία σύμπαντος	$5 \cdot 10^{17} s$
Ηλικία Γης	$1,3 \cdot 10^{17} s$
Έτος	$3,2 \cdot 10^7 s$
Ηλιακή ημέρα	$8,64 \cdot 10^4 s$
Περίοδος ραδιοκυμάτων	$1 \cdot 10^{-6} s$
Περίοδος ταλάντωσης σώματος	$1 \cdot 10^{-13} s$

η ώρα είναι ίδια. Αυτό είναι το σύστημα των *ωριαίων ατράκτων* (σχ. 1.1) που επιτρέπει να ρυθμίζουμε τα ρολόγια, γυρίζοντας τους δείκτες μπροστά (ή πίσω) κατά μία ώρα, όταν περνάμε από μία άτρακτο στην επόμενη (ή στην προηγούμενη).

Σύμφωνα με το σύστημα αυτό, ο 1^{ος} μεσημβρινός διέρχεται από το αστροσκοπείο Greenwich στην Αγγλία. Όταν εκεί είναι μεσημέρι (12:00), στην Ιταλία, στην Γερμανία και στις Σκανδιναβικές χώρες είναι 13:00, στην Ισλανδία 11:00, στη Νέα Υόρκη 07:00, στο Σαν Φρανσίσκο 04:00 και στην Ιαπωνία 21:00. Στην Ελλάδα χρησιμοποιείται ο συμβατικός χρόνος της Ανατολικής Ευρώπης (μεσημβρινός των 30° Α), δηλαδή ο κατά δύο ώρες μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο πολιτικό χρόνο του 1^{ου} μεσημβρινού Greenwich (UTC) (ώρα ζώνης Β). Κατά τη χρονική περίοδο από τέλος Μαρτίου έως τέλος Οκτωβρίου, ισχύει η θερινή ώρα Ελλάδος που είναι κατά τρεις ώρες μεγαλύτερη από τον αντίστοιχο πολιτικό χρόνο του 1^{ου} μεσημβρινού Greenwich (UTC) (ώρα ζώνης Β+1).



Σχ. 1.1

Το σύστημα των ωριαίων ατράκτων

1.2 Έννοια της μάζας. Μονάδες μέτρησης – Έλξη της Γης στα σώματα. Βαρυτική επιτάχυνση – Μεταβολή του βάρους σώματος συναρτήσει του ύψους και του γεωγραφικού πλάτους

Μάζα ονομάζεται η ποσότητα ύλης που περιέχει κάθε σώμα. Πιο συγκεκριμένα, η μάζα είναι ιδιότητα των σωμάτων, ανεξάρτητη από τις συγκεκριμένες ουσίες που αποτελούν το σώμα, η οποία ασκεί και δέχεται βαρυτική δύναμη από άλλα σώματα. Επίσης είναι το μέτρο της αντίστασης του σώματος στην επιτάχυνση, δηλαδή είναι μέτρο της αδράνειας του

σώματος. Στο SI μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το χιλιόγραμμα (kg), που ισούται με τη μάζα του διεθνούς προτύπου του χιλιογράμμου. Το διεθνές πρότυπο χιλιόγραμμα είναι ένας κύλινδρος από ιριδιούχο λευκόχρυσο, που φυλάσσεται στο Διεθνές Γραφείο Μέτρων και Σταθμών. Το 1 kg ισούται περίπου με τη μάζα ενός λίτρου νερού. Υπάρχουν πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσια του χιλιογράμμου, καθώς και μονάδες μάζας που δεν ανήκουν στο SI, οι οποίες χρησιμοποιούνται σε πολύ ειδικές περιπτώσεις (πίν. 1.7 και 1.8).

Κάθε σώμα έχει συγκεκριμένο όγκο, μέσα στον

Πίνακας 1.7
Μονάδες μάζας

1 γραμμάριο	g	10^{-3} kg
1 μιλιγκράμ	mg	10^{-6} kg
1 μικρογκράμ	μg	10^{-9} kg
1 τόνος	t	10^3 kg
1 amu (για άτομα)	ατομική μονάδα μάζας	$1,66 \cdot 10^{-24}$ g

Πίνακας 1.8
Μάζες σωμάτων κατά προσέγγιση

Γαλαξίας	$7 \cdot 10^{41}$ kg
Ήλιος	$2 \cdot 10^{30}$ kg
Γη	$6 \cdot 10^{24}$ kg
Σελήνη	$7 \cdot 10^{22}$ kg
Άνθρωπος	$7 \cdot 10^1$ kg
Άτομο υδρογόνου	$1,67 \cdot 10^{-27}$ kg
Ηλεκτρόνιο	$9,11 \cdot 10^{-31}$ kg

οποίο περικλείεται ορισμένη ποσότητα ύλης, που ονομάζεται **μάζα του σώματος**. Με την πάροδο του χρόνου, τα υλικά σώματα υφίστανται διάφορες μεταβολές (π.χ. οξείδωση σιδήρου, σήψη). Το νερό, μεταβάλλεται σε ατμό με την θέρμανση και με την ψύξη σε πάγο. Ένα κομμάτι χαρτί, με την καύση του, μεταβάλλεται σε αέρια και τέφρα. Σε όλες αυτές τις μεταβολές, η ύλη των σωμάτων δεν καταστρέφεται, απλώς αλλάζει μορφή.

Η πειραματική απόδειξη οφείλεται στον Γάλλο χημικό Antoine-Laurent de Lavoisier (1743-1794) ο οποίος διετύπωσε την Αρχή Διατήρησης της μάζας (ή αρχή αφθαρσίας της ύλης): «*Η ύλη κάθε σώματος παραμένει ποσοτικά σταθερή, οποιανδήποτε μεταβολή και αν υποστεί*». Η Αρχή αυτή αποδίδεται στον Έλληνα φιλόσοφο Αναξαγόρα (500-428 π.Χ.) σύμφωνα με τον οποίο: «*Μηδέν εκ το μη όντος γίνεσθαι, μηδέν εις το μη ον φθείρεσθαι*», δηλαδή η ύλη δε δημιουργείται εκ του μηδενός και αυτή που υπάρχει, δεν καταστρέφεται. Η μάζα ενός σώματος παραμένει αμετάβλητη με την κίνηση και την αλλαγή τοποθεσίας του σώματος οπότε αποτελεί μία σταθερά του σώματος. Η μάζα διατηρείται σταθερή, εφόσον στο σώμα δεν προστίθεται ούτε αφαιρείται καμία ποσότητα ύλης. Σε οποιοδήποτε μέρος της Γης και αν μεταφερθεί ένα σώμα, η μάζα του είναι πάντα η ίδια. Για σώμα που μεταφέρεται εκτός γήινης ατμόσφαιρας (πέρα πολύ μεγάλη απόσταση από τη Γη), η μάζα του εξακολουθεί να είναι ίδια με αυτή που είχε στην επιφάνεια της Γης. Όταν η μάζα ενός σώματος κατανέμεται ομοιόμορφα σε όλο τον όγκο του, το σώμα λέγεται **ομογενές**, ενώ όταν δεν κατανέμεται ομοιόμορφα, λέγεται **ανομοιογενές**.

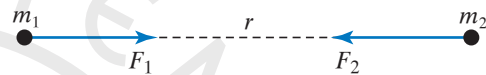
Στο πλαίσιο της Μηχανικής του Νεύτωνα, **βαρύτητα** ονομάζεται η ιδιότητα των σωμάτων να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με δυνάμεις που οφείλονται στις μάζες τους. Η βαρύτητα δρα εξ απόστασης (και όχι εξαιτίας της επαφής των αλληλεπιδρώντων σωμάτων), είναι πάντοτε ελκτική και είναι η πιο αδύναμη από τις τέσσερις δυνάμεις της φύσης στο μικρόκοσμο, αλλά η πιο ισχυρή στο μακρόκοσμο. Οι άλλες τρεις είναι η **ηλεκτρομαγνητική**, η **ασθενής πυρηνική** και η **ισχυρή πυρηνική** δύναμη.

Η Γη, λόγω της βαρύτητας, έλκει τα σώματα και προκαλεί την πτώση τους στην επιφάνειά της, όταν αυτά αφεθούν ελεύθερα σε κάποιο ύψος πάνω απ' αυτή. Η βαρύτητα είναι υπεύθυνη για την τροχιά της Γης και των υπόλοιπων πλανητών γύρω από τον Ήλιο, την τροχιά της Σελήνης γύρω από τη Γη, τον

σχηματισμό παλιροριών και για διάφορα άλλα φυσικά φαινόμενα.

1.2.1 Νόμος Παγκόσμιας Έλξης

Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ σημειακών μαζών δίνονται από τον **Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης** (του Νεύτωνα). Συγκεκριμένα, η βαρυτική δύναμη που ασκεί ένα υλικό σημείο (σωματίο) σ' ένα άλλο είναι ελκτική, ανάλογη του γινομένου των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασής τους. Η βαρυτική δύναμη που ασκείται στο κάθε υλικό σημείο βρίσκεται πάνω στην ευθεία που ενώνει τα δύο υλικά σημεία (σχ. 1.2). Οι απόλυτες τιμές των δύο δυνάμεων είναι ίσες, ενώ οι δυνάμεις ως διανύσματα είναι αντίθετες.



Σχ. 1.2

Βαρυτική έλξη μεταξύ δύο υλικών σημείων

Αν τα υλικά σημεία έχουν μάζες m_1 , m_2 και απέχουν απόσταση r (σχ. 1.2), το μέγεθος (το μέτρο) της βαρυτικής δύναμης είναι:

$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

όπου G είναι η σταθερά της παγκόσμιας έλξης· η τιμή της είναι ίδια για οποιοδήποτε ζεύγος μαζών και δεν εξαρτάται ούτε απ' τα υλικά σημεία, στα οποία αναφερόμαστε, ούτε απ' τη μάζα τους, ούτε από τον τόπο στον οποίο βρίσκονται, ούτε από το μέσο που παρεμβάλλεται ανάμεσα στα σώματα που αλληλεπιδρούν. Εξαρτάται μόνο απ' το σύστημα μονάδων που χρησιμοποιείται· η τιμή της λοιπόν στο SI είναι $6,673 \times 10^{-11} \text{ N} \times \text{m}^2 \times \text{kg}^{-2}$. Η πολύ μικρή τιμή αυτής της σταθεράς αποδεικνύει ότι οι βαρυτικές δυνάμεις είναι πολύ ασθενικές. Πράγματι, δύο σημειακές μάζες ίσες η κάθε μία με 1 kg, όταν βρίσκονται σε μεταξύ τους απόσταση 1 m, ασκούν η μια στην άλλη ελκτική δύναμη ίση με $6,673 \times 10^{-11} \text{ N}$, μια πάρα πολύ μικρή δύναμη, αν σκεφτείτε ότι το βάρος της μάζας του 1 kg στην επιφάνεια της Γης είναι περίπου 9,81 N. Έτσι αποδεικνύεται ότι:

1) Ο Νόμος της Παγκόσμιας Έλξης ισχύει και για δύο σφαιρικά σώματα και η πυκνότητα μάζας τους εξαρτάται μόνο από την ακτίνα της σφαιρικής κατανομής. Σ' αυτήν την περίπτωση η απόσταση είναι ίση με την απόσταση μεταξύ των κέντρων τους.

2) Ο νόμος ισχύει στην παραπάνω μορφή του για δύο σώματα ανεξάρτητα από το σχήμα τους, αν η μεταξύ τους απόσταση είναι πολύ μεγαλύτερη απ' τις διαστάσεις τους. Σ' αυτήν την περίπτωση αντιμετωπίζονται ως υλικά σημεία.

3) Στο εσωτερικό ενός σφαιρικού φλοιού με ομοιόμορφη κατανομή μάζας δεν ασκούνται βαρυτικές δυνάμεις.

Σύμφωνα με την ιδέα του πεδίου δυνάμεων, κάθε μάζα δημιουργεί ένα πεδίο δυνάμεων, το οποίο δρα στη συνέχεια πάνω σε κάθε άλλη μάζα ασκώντας της δύναμη.

Ως ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ένα σημείο του χώρου του πεδίου ορίζεται το πηλίκο της δύναμης F , που ασκεί το πεδίο σε μάζα (υπόθεμα) m , η οποία τοποθετείται στο εν λόγω σημείο διά της μάζας m . Είναι ευνόητο ότι η ένταση του πεδίου είναι διανυσματικό μέγεθος, που έχει σε κάθε σημείο την κατεύθυνση της βαρυτικής δύναμης που ασκείται στη μάζα m . Συνήθως, η ένταση του πεδίου βαρύτητας συμβολίζεται με g , οπότε:

$$g = F/m$$

Αν η μάζα που δημιουργεί το πεδίο είναι η M_Γ , τότε για σημείο A σε απόσταση $r \geq R_\Gamma$ από το κέντρο της G_Γ (σχ. 1.3) έχουμε για την ένταση:

$$g = F/m = G \cdot M_\Gamma / r^2$$

όπου: R_Γ η ακτίνα G_Γ και M_Γ η μάζα G_Γ .

Στο σχήμα 1.4 φαίνεται η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε διάφορα σημεία του χώρου.

Το g ως συνάρτηση του ύψους h από την επιφάνεια της G_Γ δίνεται από τη σχέση:

$$g = G \frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}$$

Μονάδα μέτρησης της έντασης του πεδίου βαρύτητας (G) στο SI είναι το 1 N/kg ή ισοδύναμα το 1 m/s^2 , διότι ισχύει:

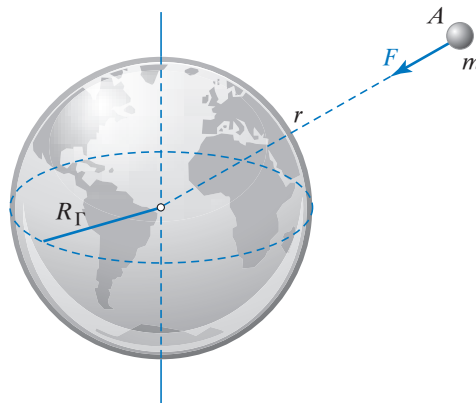
$$\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg}} = \frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1.2.2 Βαρυτική επιτάχυνση

Σύμφωνα με τον ορισμό της έντασης του βαρυτικού πεδίου, σώμα μέσα σε βαρυτικό πεδίο δέχεται βαρυτική δύναμη F που δίνεται από τη σχέση:

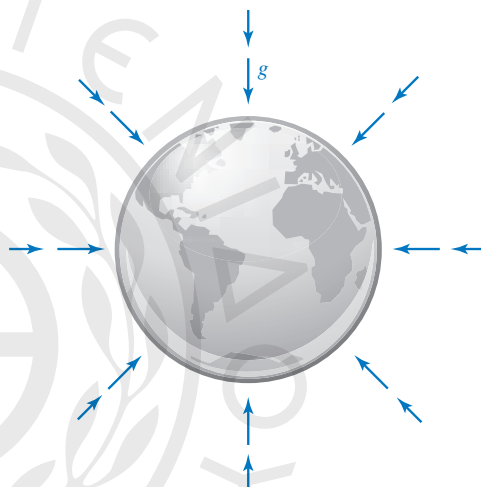
$$F = mg \quad (1)$$

Όπως θα δούμε στη δυναμική (κεφ. 3), το σώμα



Σχ. 1.3

Δύναμη που ασκεί η G_Γ σε σημειακή μάζα με $r \geq R_\Gamma$



Σχ. 1.4

Ένταση του πεδίου βαρύτητας που δημιουργεί η G_Γ σε διάφορα σημεία του χώρου

θα κινείται με επιτάχυνση a , για την οποία θα ισχύει:

$$F = ma \quad (2)$$

Απ' τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι $a = g$. Δηλαδή η επιτάχυνση που έχει ένα ελεύθερο σώμα υπό την επίδραση του πεδίου βαρύτητας, συμπίπτει με την ένταση του πεδίου βαρύτητας στο σημείο αυτό. Αυτό είναι χαρακτηριστικό μόνο του βαρυτικού πεδίου.

Η μάζα της σχέσης (1), εμφανίζεται στον Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης και ονομάζεται **βαριά μάζα** m_b . Η μάζα της σχέσης (2), εμφανίζεται στον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής που θα δούμε παρακάτω, αποτελεί το μέτρο της αδράνειας του σώματος και ονομάζεται **αδρανειακή μάζα** m_a . Οι μάζες αυτές είναι ίδιες και γι' αυτό δεν χρησιμοποιήσαμε διαφορετικά σύμβολα.

1.2.3 Μεταβολή του βάρους του σώματος συναρτήσει του ύψους και του γεωγραφικού πλάτους

Όπως είδαμε, η επιτάχυνση της βαρύτητας σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης (σχ. 1.5) δίνεται απ' τη σχέση:

$$g = G \frac{M_{\Gamma}}{(R_{\Gamma} + h)^2}$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας ή ισοδύναμα η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι:

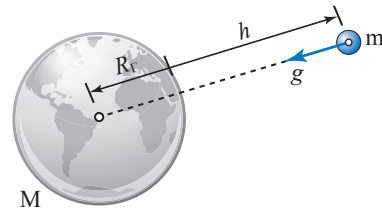
$$g_0 = G \cdot M_{\Gamma} / R_{\Gamma}^2$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις βρίσκουμε:

$$\frac{g}{g_0} = \frac{1}{\left(\frac{R_{\Gamma} + h}{R_{\Gamma}}\right)^2} = \frac{R_{\Gamma}^2}{(R_{\Gamma} + h)^2} \quad \text{ή} \quad g = g_0 \left(\frac{R_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h}\right)^2$$

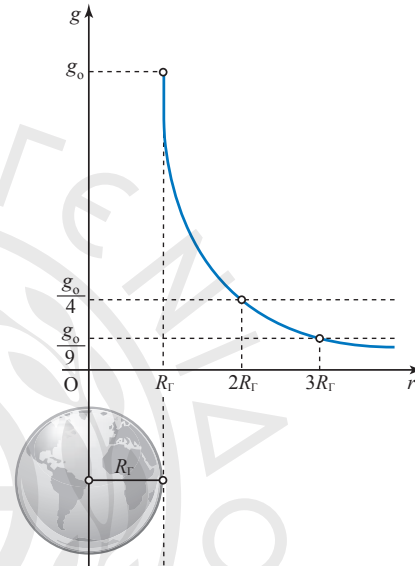
Παρατηρούμε ότι η ένταση της βαρύτητας μειώνεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης από το κέντρο της Γης (σχ. 1.6). Αν αγνοήσουμε άλλα φαινόμενα, όπως η κίνηση της Γης, και ταυτίσουμε τη βαρυτική δύναμη που ασκεί η Γη σ' ένα σώμα με το βάρος του σώματος, τότε, αφού θα έχουμε $B = mg$, το βάρος θα μειώνεται όπως μειώνεται και το g , οπότε όσο ψηλότερα ανεβαίνουμε από την επιφάνεια της Γης (που είναι ουσιαστικά η επιφάνεια της θάλασσας), τόσο μειώνεται και το βάρος των σωμάτων. Η ένταση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι περίπου ίση με $9,81 \text{ m/s}^2$ (πίν. 1.9).

Η ακτίνα της Γης στον Ισημερινό είναι μεγαλύτερη απ' την πολική ακτίνα κατά περίπου 21 km. Όταν η Γη ήταν σε ρευστή μορφή λόγω της περιστροφής της, τα λεγόμενα *φυγόκεντρα φαινόμενα* οδήγησαν σ' αυτήν την πλάτυνσή της, διότι αυτά τα φαινόμενα είναι πιο έντονα στον Ισημερινό. Το ότι τα σημεία στον Ισημερινό απέχουν περισσότερο από το κέντρο της Γης απ' ό,τι οι πόλοι, οδηγεί στο να υπάρχει σταδιακή αύξηση στην τιμή του g , καθώς κινούμαστε από πλάτος 0° (Ισημερινός) σε πλάτος 90° (έναν απ' τους δύο πόλους). Μια πρόσθετη αιτία είναι αυτές που ονομάζουμε *φυγόκεντρικές δυνάμεις*. Αυτές είναι ψευδοδυνάμεις που οφείλονται στην επιτάχυνση. Ένας παρατηρητής που βρίσκεται σε περιστρεφόμενο σύστημα αισθάνεται σαν να ασκείται πάνω του μία δύναμη με κατεύθυνση κατά μήκος της ακτίνας περιστροφής



Σχ. 1.5

Το g είναι ανεξάρτητο του m



Σχ. 1.6

Το g εξαρτάται μόνο από την απόσταση από το κέντρο της Γης

Πίνακας 1.9

Μεταβολή του (φαινομένου) g , σε σχέση με το υψόμετρο, σε τόπο με γεωγραφικό πλάτος 45°

Υψόμετρο (m)	g (m/s^2)
0	9,806
1000	9,803
4000	9,794
8000	9,782
16.000	9,757
32.000	9,71
100.000	9,60
500.000	8,53
1.000.000	7,41
380.000.000	0,00271

από το κέντρο προς τα έξω. Αυτές οι φυγοκεντρικές δυνάμεις είναι μεγαλύτερες στον Ισημερινό και μάλιστα είναι αντίθετες από τη βαρυτική δύναμη που ασκεί η Γη, καθώς επίσης συμβάλουν στο να είναι το βάρος μικρότερο στον Ισημερινό από ό,τι στους πόλους (πίν. 1.10).

Πίνακας 1.10

Μεταβολή του g , σε σχέση με το γεωγραφικό πλάτος, στο επίπεδο της θάλασσας

Γεωγραφικό πλάτος	g (m/s^2)
0°	9,780 39
10°	9,781 95
20°	9,786 41
30°	9,793 29
40°	9,801 71
50°	9,810 71
60°	9,819 18
70°	9,826 08
80°	9,830 59
90°	9,832 17

Η διεθνής σύμβαση στα πλαίσια του SI ορίζει το βάρος λαμβάνοντας υπόψη και τη φυγόκεντρο δύναμη. Μπορεί προφανώς να οριστεί ένα φαινόμενο g με βάση αυτά που είπαμε. Σε πολλές περιπτώσεις, κατά προσέγγιση ταυτίζουμε το βάρος με τη βαρυτική δύναμη.

Πρέπει να τονίσουμε ότι το βάρος είναι δύναμη που ασκείται σε σώμα που έχει μάζα. Το βάρος εξαρτάται από τον τόπο που βρίσκεται το σώμα και στο SI μετρείται σε newton (N). Η μάζα σχετίζεται με την ύλη του σώματος και είναι ανεξάρτητη του τόπου.

1.3 Πυκνότητα και ειδικό βάρος σώματος. Μονάδες μέτρησής τους. Συσχετισμός ειδικού βάρους και πυκνότητας

Όταν η μάζα ενός σώματος κατανέμεται ομοιόμορφα σε όλο τον όγκο του, το σώμα ονομάζεται *ομογενές*, αντιθέτως ονομάζεται *ανομοιογενές*.

Προκειμένου να χαρακτηρίσουμε πόσο πυκνό ή πόσο αραιό είναι ένα σώμα σε κάθε σημείο του, εισάγουμε για τη μάζα την έννοια της πυκνότητας (όγκου).

Πυκνότητα d ενός υλικού, ονομάζεται το φυσικό

μέγεθος το οποίο εκφράζεται με το πηλίκο της μάζας dm που περιέχεται σε έναν όγκο dV του υλικού, του οποίου όλες οι διαστάσεις είναι πολύ μικρές (τείνουν στο μηδέν), διά του όγκου αυτού, δηλαδή:

$$d = dm / dV$$

$$\text{Επομένως: πυκνότητα} = \frac{\text{μάζα}}{\text{όγκος}}$$

Όταν ένα σώμα αποτελείται από ομογενές υλικό, τότε δεν χρειάζεται ο όγκος να είναι πολύ μικρός, και ισχύει:

$$d = m / V$$

Σχετική πυκνότητα σώματος, ονομάζεται το πηλίκο της πυκνότητας του σώματος, προς την πυκνότητα νερού, που βρίσκεται σε θερμοκρασία 4°C ($d_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1.000 \text{ kg/m}^3$). Είναι καθαρός αριθμός ως πηλίκο ομοειδών μεγεθών.

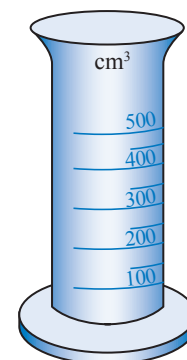
Όταν πρόκειται για αέρια, διακρίνουμε την απόλυτη και τη σχετική πυκνότητα.

Απόλυτη πυκνότητα αερίου, ονομάζεται η μάζα που περιέχεται στη μονάδα του όγκου. Εξαρτάται από την πίεση και τη θερμοκρασία του αερίου.

Σχετική πυκνότητα αερίου, ονομάζεται το πηλίκο της μάζας, ορισμένου όγκου του αερίου, προς τη μάζα ίσου όγκου αέρα, λαμβανόμενων και των δύο υπό τις ίδιες συνθήκες, θερμοκρασίας και πίεσης.

– Προσδιορισμός πυκνότητας με απλές μετρήσεις μάζας και όγκου

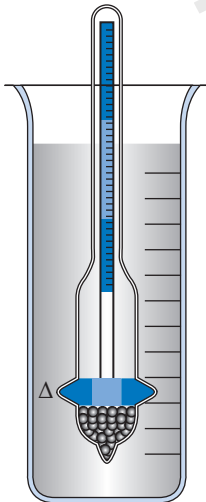
Προκειμένου υπολογίσουμε την πυκνότητα $d = m/V$ σώματος, αρχικά το ζυγίζουμε, ώστε να βρούμε τη μάζα του. Αν το σώμα έχει κανονικό γεωμετρικό σχήμα, ο όγκος του υπολογίζεται από τύπους γεωμετρίας. Προκειμένου υπολογίσουμε τον όγκο σωμάτων με ακανόνιστο σχήμα, ακολουθούμε τη μέθοδο του ογκομετρικού κυλίνδρου. Ο ογκομετρικός κύλινδρος είναι ένα κυλινδρικό δοχείο βαθμολογημένο σε κυβικά εκατοστόμετρα (σχ. 1.7). Γεμίζουμε



Σχ. 1.7
Ογκομετρικός κύλινδρος

τον κύλινδρο με νερό μέχρι κάποια υποδιαίρεση και στη συνέχεια τοποθετούμε, στο εσωτερικό του, το σώμα, τον όγκο του οποίου θέλουμε να υπολογίσουμε. Επειδή το νερό είναι ασυμπίεστο, εκτοπίζεται τόσος όγκος του, όσος ο όγκος του σώματος και η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στον κύλινδρο ανέρχεται. Η ανύψωση της στάθμης του νερού δείχνει σε cm^3 τον όγκο του σώματος.

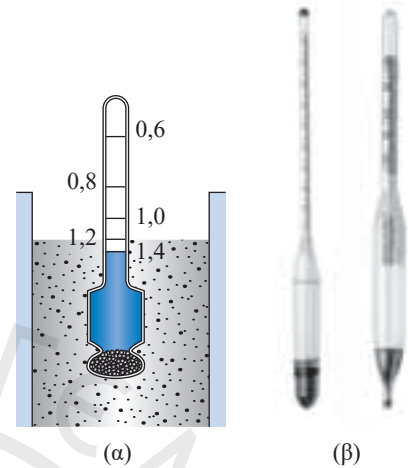
Προκειμένου υπολογίσουμε σύντομα την πυκνότητα υγρών, χρησιμοποιούμε όργανα ειδικής κατασκευής, τα **πυκνόμετρα** (σχ. 1.8). Είναι γυάλινοι πλωτήρες, με έρμα (υδράργυρο) στο κάτω μέρος τους και κατάλληλα βαθμολογημένοι στο άνω επίμηκες, συνήθως σε g/cm^3 . Ονομάζονται **αραιόμετρα** όταν χρησιμοποιούνται για μέτρηση υγρών, πυκνότητας μικρότερης του νερού. Η λειτουργία τους στηρίζεται στην αρχή του Αρχιμήδη, σύμφωνα με την οποία ένα σώμα βυθίζεται τόσο λιγότερο εντός υγρού, όσο πυκνότερο είναι το υγρό, καθώςον αυξάνεται η άνωση που δέχεται το σώμα από το υγρό. Η βαθμολογία τους γίνεται ως εξής: Αφήνουμε τον πλωτήρα να επιπλεύσει σε διάφορα υγρά, γνωστής πυκνότητας και σημειώνουμε, πάνω στο σωλήνα, την πυκνότητα των υγρών, μέσα στα οποία βυθίζεται ο πλωτήρας. Υπάρχουν διάφοροι τύποι πυκνόμετρων, που διαφέρουν ως προς το έρμα και τον τρόπο βαθμολογίας. Περισσότερο γνωστά είναι τα πυκνόμετρα Baumé και τα γαλακτόμετρα.



Σχ. 1.8
Πυκνόμετρο

Πυκνόμετρα Baumé. Χρησιμοποιούνται για μέτρηση πυκνότητας του ηλεκτρολύτη, που περιέχουν οι συσσωρευτές (μπαταρίες) και είναι βαθμολογημένα, από πάνω προς τα κάτω, από τον αριθμό 1,00

έως τον αριθμό 2,00 αντίστοιχα. Αν το πυκνόμετρο βυθισθεί, μέσα σε υγρό μπαταρίας και η ένδειξη του είναι π.χ. 1,20 σημαίνει ότι η πυκνότητα των υγρών της μπαταρίας είναι $1,2 g/cm^3$ (σχ. 1.9).



Σχ. 1.9
Πυκνόμετρο Baumé

Ανάλογα με τη βαθμολογία τους, ονομάζονται και αραιόμετρα ώστε να χρησιμοποιούνται για μέτρηση πυκνοτήτων, μικρότερων της πυκνότητας του νερού που ισούται με $1 g/cm^3$ και η βαθμολογία τους αρχίζει, εκ των άνω προς τα κάτω, από τον αριθμό 0,80 έως τον αριθμό 1,00 αντίστοιχα. Για υγρά, πυκνότερα από το νερό, χρησιμοποιούνται πυκνοί βαθμοί Baumé ($^{\circ} Be$). Οι ($0^{\circ} Be$) αντιστοιχούν σε πυκνότητα $1 g/cm^3$. Οι βαθμοί πάνω από το μηδέν, αντιστοιχούν σε πυκνότητες μεγαλύτερες από $1 g/cm^3$. Ανάμεσα στην πυκνότητα d και στους πυκνούς βαθμούς Baume b , ισχύει η σχέση:

$$d = \frac{146,8}{146,8 - b}$$

οπότε προκύπτει ο πίνακας 1.11.

Για υγρά αραιότερα από το νερό, χρησιμοποιούνται αραιοί βαθμοί Baume ($^{\circ} Be$). Οι ($10^{\circ} Be$) αντιστοιχούν σε πυκνότητα $1 g/cm^3$. Οι μεγαλύτεροι από τους 10 βαθμούς, αντιστοιχούν σε πυκνότητες μικρότερες από $1 g/cm^3$.

Γαλακτόμετρα. Χρησιμοποιούνται για μέτρηση πυκνότητας του γάλατος. Το επίμηκες στέλεχος φέρει υποδιαίρεσεις, από πάνω προς τα κάτω, από τον αριθμό 14 που αντιστοιχεί σε πυκνότητα $1,014 g/cm^3$, μέχρι τον αριθμό 42 που αντιστοιχεί σε πυκνότητα $1,042 g/cm^3$. Υπάρχουν τύποι γαλακτομέτρων που χρησιμοποιούνται για να μετρηθεί η περιεκτικότητα του βουτύρου, που παρασκευάζετε από το γάλα.

Πίνακας 1.11
Πίνακες μετατροπής
βαθμών Baumé σε μονάδες πυκνότητας

Πυκνοί βαθμοί Baumé	Πυκνότητα (g/cm ³)	Αραιοί βαθμοί Baumé	Πυκνότητα (g/cm ³)
0	1,000	10	1,000
10	1,074	20	0,933
20	1,160	30	0,875
30	1,261	40	0,823
40	1,381	50	0,778
50	1,526	60	0,737
60	1,706	70	0,700
70	1,933	80	0,667

Οινοπνευματόμετρα. Χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό του καθαρού οινοπνεύματος που περιέχεται στα οινοπνευματώδη ποτά. Είναι εκατοντάβαθμα, φέροντας τον αριθμό 0 στο κάτω μέρος και τον αριθμό 100 στο πάνω. Αν η ένδειξη είναι 60 σημαίνει ότι το οινοπνευμα βρίσκεται σε αναλογία 60% κατ' όγκο, δηλαδή τα 60 μέρη είναι καθαρό οινοπνευμα και τα 40 νερό.

Ειδικό βάρος ε ενός υλικού, ονομάζεται το φυσικό μέγεθος που εκφράζεται με το πηλίκο του βάρους dB του υλικού που περιέχεται σε έναν όγκο dV του υλικού, του οποίου όλες οι διαστάσεις είναι πολύ μικρές (τείνουν στο μηδέν), διά του όγκου αυτού, δηλαδή:

$$\varepsilon = dB / dV$$

$$\text{Επομένως: ειδικό βάρος} = \frac{\text{βάρος}}{\text{όγκος}}$$

Όταν ένα σώμα αποτελείται από ομογενές υλικό, τότε δεν χρειάζεται ο όγκος να είναι πολύ μικρός, και ισχύει:

$$\varepsilon = B / V$$

Η πυκνότητα και το ειδικό βάρος είναι χαρακτηριστικά του υλικού από το οποίο αποτελείται ένα σώμα. Μονάδα μέτρησης της πυκνότητας στο SI είναι το 1 χιλιόγραμμα ανά κυβικό μέτρο (1 kg/m³). Πολλές φορές χρησιμοποιούνται άλλες μονάδες, μεταξύ των οποίων πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια της ανωτέρω μονάδας. Συνήθως χρησιμοποιείται το 1 g/cm³.

$$1 \text{ g/cm}^3 = (10^{-3} \text{ kg}) / (10^{-2} \text{ m})^3 = (10^{-3} \text{ kg}) / (10^{-6} \text{ m}^3) = 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ άρα } 1 \text{ kg/m}^3 = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

Στον πίνακα 1.12 δίνονται ενδεικτικά οι πυκνότητες διαφόρων υλικών.

Στο SI μονάδα μέτρησης του ειδικού βάρους είναι το 1 newton ανά κυβικό μέτρο (1 N/m³).

Επειδή 1 kgf (χιλιόγραμμα δύναμης) = 9,81 N και 1 gf = 0,009 81 N, συμπεραίνουμε ότι:

$$1 \text{ N/m}^3 = (1/9,81) \text{ kgf/m}^3 = 0,102 \text{ kgf/m}^3$$

Έστω υλικό πυκνότητας d και ειδικού βάρους ε . Από τους ορισμούς προκύπτει ότι ισχύει:

$$\varepsilon = \frac{dB}{dV} = \frac{dm}{dV} \frac{g}{dm} = \frac{dm}{dV} g = dg,$$

όπου g η ένταση ή η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Βλέπουμε ότι ενώ η πυκνότητα, όπως και η μάζα, δεν εξαρτάται από τη βαρύτητα, το ειδικό βάρος όπως και το βάρος εξαρτάται από το g , δηλαδή τη βαρύτητα στο σημείο που βρίσκεται το υλικό.

Αν το υλικό βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης και εκφράσουμε το ειδικό βάρος υλικού σε gf/cm³ (γραμμάριο δύναμης ανά κυβικό εκατοστό) και την πυκνότητά του σε g/cm³, οι αριθμητικές τους τιμές συμπίπτουν με αρκετά καλή προσέγγιση. Αυτό σχετίζεται με το πώς ορίστηκε το 1 kgf και φυσικά το 1 gf. Δηλαδή, 1 kgf είναι η δύναμη με την οποία έλκει η Γη ένα σώμα μάζας 1 kg σε έναν τόπο όπου το

Πίνακας 1.12
Πυκνότητες υλικών σε g/cm³

Χρυσός	19,3
Μόλυβδος	11,3
Άργυρος	10,5
Χαλκός	8,9
Σίδηρος	7,8
Αργίλιο	2,7
Νερό (20 °C)	1
Πάγος	0,92
Πετρέλαιο	0,90
Οινοπνευμα	0,80
Φελλός	0,24
Αέρας (υπό κανονικές συνθήκες)	0,0013

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (περίπου), γι' αυτό αφού $F = mg$, έχουμε από τον ορισμό του 1 kgf ότι $1 \text{ kgf} = 1 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 = 9,81 \text{ N}$. Η πυκνότητα του υδραργύρου (Hg) είναι $13,6 \text{ g/cm}^3$ και το ειδικό βάρος του στην επιφάνεια της Γης είναι $13,6 \text{ gf/cm}^3$.

Ας το δούμε πιο αναλυτικά. Έχουμε τη σχέση πυκνότητας-ειδικού βάρους:

$$\varepsilon_{\Gamma} = d g_{\Gamma}$$

Θα εργαστούμε στο SI. Αν υποθέσουμε ότι το $d = 13,6 \text{ g/cm}^3$, τότε στο SI θα έχουμε:

$$d = 13,6 \times 10^{-3} / (10^{-2})^3 \text{ kg/m}^3 = 13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Επομένως, αφού (περίπου) $g_{\Gamma} = 9,81 \text{ m/s}^2$ στην επιφάνεια της Γης, έχουμε:

$$\varepsilon_{\Gamma} = d g_{\Gamma} = 13,6 \times 10^3 \times 9,81 \text{ N/m}^3,$$

όμως: $1 \text{ N} = (1/9,81) \times 10^3 \text{ gf}$ οπότε:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\Gamma} &= d g_{\Gamma} = 13,6 \times 10^3 \times 9,81 \text{ N/m}^3 = \\ &= 13,6 \times 10^3 \times 9,81 \times (1/9,81) \times 10^3 \text{ gf} / [(10^{-2})^3] \text{ cm}^3 = \\ &= 13,6 \times 10^3 \times 10^3 \times 9,81/9,81 \text{ gf/cm}^3 = 13,6 \text{ gf/cm}^3 \end{aligned}$$

Φυσικά στο φεγγάρι ο Hg θα έχει πολύ μικρότερο ειδικό βάρος, διότι:

$$\varepsilon_{\varphi\epsilon\gamma} = d g_{\varphi\epsilon\gamma}$$

$$\varepsilon_{\Gamma} = d g_{\Gamma}$$

$$\frac{\varepsilon_{\varphi\epsilon\gamma}}{\varepsilon_{\Gamma}} = \frac{d g_{\varphi\epsilon\gamma}}{d g_{\Gamma}} = \frac{g_{\varphi\epsilon\gamma}}{g_{\Gamma}}$$

Η τελευταία σχέση ισχύει πάντα, αρκεί οι όμοιες ποσότητες να εκφράζονται με τις ίδιες μονάδες. Επειδή στην επιφάνεια του φεγγαριού το $g = 1,62 \text{ m/s}^2$, περίπου το 1/6 της τιμής στην επιφάνεια της Γης, θα έχουμε:

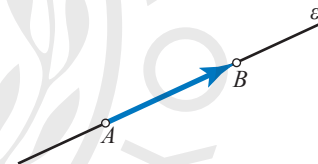
$$\begin{aligned} \varepsilon_{\varphi\epsilon\gamma} &= \frac{d g_{\varphi\epsilon\gamma}}{d g_{\Gamma}} = \frac{g_{\varphi\epsilon\gamma}}{g_{\Gamma}} \varepsilon_{\Gamma} = \\ &= \frac{1,62}{9,81} 13,6 \text{ gf/cm}^3 = 2,25 \text{ gf/cm}^3 \end{aligned}$$

Συμπεραίνουμε ότι στο φεγγάρι δεν συμπίπτουν οι αριθμητικές τιμές της πυκνότητας και του ειδικού βάρους, ενώ συμπίπτουν με σχετικά καλή προσέγγιση στην επιφάνεια της Γης.

Τα πολυπληθή φυσικά μεγέθη διακρίνονται σε δυο κατηγορίες, τα μονόμετρα (ή αριθμητικά ή βαθμωτά) και τα διανυσματικά. **Μονόμετρα** μεγέθη ονο-

μάζονται εκείνα, που για να καθορισθούν πλήρως απαιτείται μόνον η γνώση του μέτρου τους δηλαδή η αριθμητική τιμή τους και η μονάδα με την οποία μετρήθηκαν (π.χ. χρόνος, μάζα, διάστημα, πυκνότητα, ειδικό βάρος, έργο, ενέργεια, ισχύς, ροπή αδρανείας, θερμοκρασία). Η αντιμετώπιση των μονόμετρων φυσικών μεγεθών γίνεται με χρήση κανόνων άλγεβρας (αλγεβρικός λογισμός). **Διανυσματικά** μεγέθη ονομάζονται εκείνα, που για να καθορισθούν πλήρως εκτός από το μέτρο τους απαιτείται επιπλέον να είναι γνωστή η διεύθυνση, η φορά και το σημείο εφαρμογής τους (π.χ. ταχύτητα, επιτάχυνση, δύναμη, ορμή, ώθηση, ροπή, στροφορμή, μετατόπιση). Τα διανυσματικά μεγέθη παριστάνονται με διάνυσμα, δηλαδή με τμήμα ευθείας καθορισμένου μεγέθους, διεύθυνσης και φοράς. **Διάνυσμα** ονομάζεται ένα προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα, δηλαδή ένα ευθύγραμμο τμήμα, στο οποίο έχουν ορισθεί η αρχή και το τέλος. Το διάνυσμα \overline{AB} έχει αρχή το σημείο A και πέρας το σημείο B.

Ο φορέας του διανύσματος, εν προκειμένω η ευθεία (ε) προσδιορίζει τη διεύθυνση πάνω στην οποία ενεργεί το διάνυσμα (σχ. 1.10).



Σχ. 1.10
Το διάνυσμα \overline{AB}

Αρχετοί νόμοι της φυσικής μπορούν να εκφραστούν περιεκτικά με χρήση διανυσμάτων, απλοποιώντας τις διαδικασίες που χρησιμοποιούν τους νόμους αυτούς.

Η απεριόριστη ευθεία (ε) πάνω στην οποία βρίσκεται το διάνυσμα, ονομάζεται **φορέας** (ή στήριγμα) του διανύσματος. **Συγγραμμικά** ονομάζονται τα διανύσματα που έχουν τον ίδιο φορέα. Τα διανύσματα διακρίνονται σε ελεύθερα, ολισθαίνοντα και εφαρμοστά (ή δέσιμα). **Ελεύθερα** ονομάζονται τα διανύσματα που μπορούν να μετατεθούν πάνω στον φορέα τους, αλλά και παράλληλα σ' αυτόν (π.χ. ροπή ζεύγους δυνάμεων). **Ολισθαίνοντα** ονομάζονται τα διανύσματα που μπορούν να ολισθαίνουν πάνω στον φορέα τους, χωρίς να μεταβάλλεται το αποτέλεσμα της επίδρασης του φυσικού φαινομένου που παριστάνουν (π.χ. δύναμη που ασκείται σε στερεό σώμα). **Εφαρμοστά** (ή δέσιμα) ονομάζονται

τα διανύσματα που δεν μπορούν να ολισθήσουν πάνω στον φορέα τους, ούτε να μετατεθούν παράλληλα σε αυτόν διότι τότε θα πάψουν να περιγράφουν το φυσικό μέγεθος που χαρακτηρίζει το σημείο εφαρμογής τους (π.χ. ένταση ηλεκτρικού πεδίου σε σημείο του).

Φορά διανύσματος είναι η φορά από την αρχή προς το τέλος του και παριστάνεται με αιχμή βέλους. Το **μέτρο** διανύσματος εκφράζει την αριθμητική τιμή του και τη μονάδα με την οποία μετρήθηκε. **Σημείο εφαρμογής** διανύσματος ονομάζεται το σημείο εκείνο που είναι η αρχή από την οποία σχεδιάζεται το διάνυσμα. Δύο παράλληλα διανύσματα, που έχουν το ίδιο μέτρο ονομάζονται **ίσα**, αν έχουν την ίδια φορά, και **αντίθετα**, αν έχουν αντίθετη φορά.

Για τη μέτρηση των διαφόρων φυσικών μεγεθών της Μηχανικής, αρκούν τρεις θεμελιώδεις μονάδες μέτρησης, από τις οποίες μπορούν να προκύψουν όλες οι παράγωγες. Το βρετανικό τεχνικό σύστημα ή σύστημα fps, το οποίο έλαβε το όνομα του από τα αρχικά του λατινικού γραφίσματος των μονάδων μέτρησης των θεμελιωδών του μεγεθών: **foot** (πόδι) για **μήκος**, **pound** (λίβρα) για **μάζα** και **second** (δευτερόλεπτο) για τον **χρόνο**. Στις αγγλοσαξονικές χώρες χρησιμοποιείται η λίμπρα (*lb*) ως μονάδα μέτρησης τόσο μάζας $1 lb = 1 pound = 453,6 gr$ όσο και δύναμης ($1 lb = 4,45 N = 0,454 Kp$). Από τους τεχνικούς κυρίως, χρησιμοποιείται το τεχνικό σύστημα (ΤΣ) με θεμελιώδη μεγέθη το μήκος, το χρόνο και τη δύναμη με αντίστοιχες θεμελιώδεις μονάδες μέτρησης, το μέτρο ($1 m$), το δευτερόλεπτο ($1 s$) και το κιλοπόντ¹ ή χιλιόγραμμα βάρους ($1 kp$) αντίστοιχα. Ως $1 kp$ ορίζεται το βάρος σώματος μάζας $1 kg$ δηλαδή το πρότυπο χιλιόγραμμα (ή ισοδυνάμως ένα λίτρο νερό σε θερμοκρασία $4^{\circ}C$) που βρίσκονται στην επιφάνεια της θάλασσας, σε τόπο με γεωγραφικό πλάτος 45° . Σε βιομηχανικές ή εμπορικής φύσης εφαρμογές, το $1 kp$ ονομάζεται χιλιόγραμμα βάρους, αλλά δεν πρέπει να συγχέεται με τη μονάδα μέτρησης μάζας $1 kg$. Στην πράξη χρησιμοποιείται και ένα πολλαπλάσιο αυτής της μονάδος, το μεγαπόντ $1 Mp = 1.000 kp$. Υποπολλαπλάσιο του kp είναι το p ή γραμμάριο βάρους (gf) με $1 kp = 1.000 p = 1.000 gf$. Από τον ορισμό του $1 kp$ έπεται ότι σώμα μάζας $2 kg$ έχει βάρος $2 kp$. Άρα, όταν η μάζα ενός σώματος είναι μετρομένη σε γραμμάρια (g), χιλιόγραμμα (kg) ή τόνους (t), θα

είναι αριθμητικά ίση με το βάρος του σώματος εφόσον αυτό έχει μετρηθεί σε ποντ (p), κιλοπόντ (kp) ή μεγαπόντ (Mp), αντίστοιχα.

Επειδή $B = m \cdot g = 1 kg \cdot 9,81 m/s^2 = 9,81 N$ ισχύει ότι $1 kp = 9,81 N$. Στο βιβλίο χρησιμοποιείται το SI.



Παρατήρηση

Για την ονομασία της μονάδας βάρους δεν υπάρχει απόλυτη συμφωνία. Στη Γαλλία ονομάζεται kilogramme poids = χιλιόγραμμο βάρους και συμβολίζεται με kgp . Υποπολλαπλάσιο είναι το γραμμάριο βάρους (gp). Στις αγγλοσαξονικές χώρες ονομάζεται kilogram force = χιλιόγραμμο δύναμης και συμβολίζεται kpf . Υποπολλαπλάσιο είναι το γραμμάριο δύναμης (gf). Στη Γερμανία ονομάζεται kilopond (kp , κιλοπόντ) με υποπολλαπλάσιο το pond (p).

1.4 Συστήματα μονάδων

Τα φυσικά μεγέθη ή οι φυσικές ποσότητες χαρακτηρίζονται από αριθμητική τιμή και μονάδα μέτρησης. Η αριθμητική τιμή και η μονάδα μέτρησης αποτελούν την τιμή του φυσικού μεγέθους. Για παράδειγμα, η τιμή της επιτάχυνσης a κατά μήκος μίας ευθείας είναι $a = -45,2 m/s^2$, η αριθμητική τιμή της επιτάχυνσης είναι $-45,2$. Το a μπορεί να παριστάνει το φυσικό μέγεθος ή την τιμή του. Η αριθμητική τιμή είναι καθαρός αριθμός, χωρίς μονάδα μέτρησης, ενώ η τιμή γενικώς έχει και μονάδα μέτρησης.

Σε κάθε σύστημα φυσικών μεγεθών, λαμβάνεται ένα πλήθος απ' τα φυσικά μεγέθη του συστήματος, που θεωρούνται ως ανεξάρτητα και ονομάζονται **θεμελιώδη φυσικά μεγέθη**, ενώ οι αντίστοιχες μονάδες τους είναι οι θεμελιώδεις μονάδες. Κάθε άλλο φυσικό μέγεθος του συστήματος φυσικών μεγεθών και οι αντίστοιχες μονάδες τους είναι παράγωγα μεγέθη και παράγωγες μονάδες.

Μπορούν να προστεθούν και να αφαιρεθούν μόνο μεγέθη και εκφράσεις μεγεθών με ίδια διάσταση.

Το σύστημα μονάδων που έχει επικρατήσει δι-

¹ Από την λατινική λέξη pondus που σημαίνει βάρος.

εθνώς είναι το SI. Αυτό έχει ως θεμελιώδη μεγέθη τα ακόλουθα επτά με τις αντίστοιχες μονάδες μέτρησής τους. **Μήκος** (m, μέτρο), **μάζα** (χιλιόγραμμα, kg), **χρόνος** (δευτερόλεπτο, s), **ηλεκτρικό ρεύμα** (A, αμπέρ), **θερμοδυναμική ή απόλυτη θερμοκρασία** (K, κέλβιν), **ποσότητα ουσίας** (mol, γραμμομόριο), **φωτεινή ένταση** (cd, καντήλα).

Οι **ορισμοί** των μονάδων του SI είναι οι εξής:

1) Το **μέτρο** (m) είναι το **μήκος** που διανύει το φως στο κενό σε χρονικό διάστημα $1/299\,792\,458$ του δευτερολέπτου.

2) Το **χιλιόγραμμα** (kg) ισούται με τη **μάζα** του διεθνούς προτύπου του χιλιόγραμμου. Το διεθνές πρότυπο του χιλιόγραμμου, όπως είπαμε, είναι ένα κομμάτι από κράμα ιριδιούχου λευκόχρυσου που φυλάσσεται στις Σέβρες κοντά στο Παρίσι.

3) Το **δευτερόλεπτο** (s) είναι η διάρκεια $9\,192\,631\,770$ περιόδων της ακτινοβολίας που εκπέμπεται κατά τη μετάβαση των δύο υπέρλεπτων σταθμών της κατώτατης (θεμελιώδους) στάθμης του ατόμου του καυσίου-133.

4) Το **αμπέρ** (A) είναι εκείνο το σταθερό (**ηλεκτρικό**) ρεύμα το οποίο, όταν διέρχεται από δυο ευθύγραμμους παράλληλους αγωγούς άπειρου μήκους

αμελητέας κυκλικής διατομής, που βρίσκονται σε απόσταση μεταξύ τους 1 m στο κενό, ασκείται δύναμη μεταξύ τους ίση με 2×10^{-7} N/m.

5) Το **κέλβιν** (K) είναι το κλάσμα $1/273,16$ της **θερμοδυναμικής θερμοκρασίας** του τριπλού σημείου του νερού. Η σχέση μεταξύ της θερμοκρασίας Κέλβιν t (ή θ) και Κέλβιν T είναι:

$$t = T - T_0, \quad T_0 = 273,15 \text{ K}$$

6) Το **μολ** ή **γραμμομόριο** (mol) είναι η **ποσότητα ύλης** που περιέχει τόσες στοιχειώδεις οντότητες όσος είναι ο αριθμός των ατόμων που υπάρχουν σε $0,012$ kg άνθρακα-12. Τα άτομα του άνθρακα-12 είναι ελεύθερα, σε ηρεμία και στην κατώτατη (θεμελιώδη) ενεργειακή κατάστασή τους. Όταν χρησιμοποιείται το μολ, πρέπει να καθορίζονται οι στοιχειώδεις οντότητες που μπορεί να είναι άτομα, μόρια, ιόντα, ηλεκτρόνια ή άλλα σωματίδια ή καθορισμένες ομάδες τέτοιων σωματιδίων.

7) Η **καντέλα** (cd) είναι η φωτεινή ένταση σε δεδομένη κατεύθυνση, πηγής που εκπέμπει μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας 540×10^{12} χερτζ (Hz) και έχει ένταση ακτινοβολίας σ' αυτήν την κατεύθυνση ίση με $1/683$ βατ ανά στερεακτίνο (W/sr).



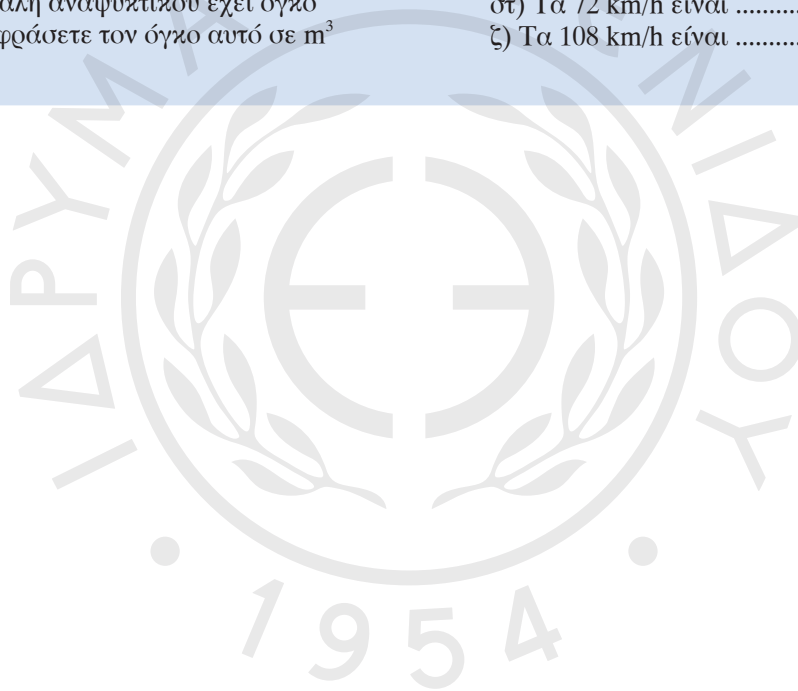
ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

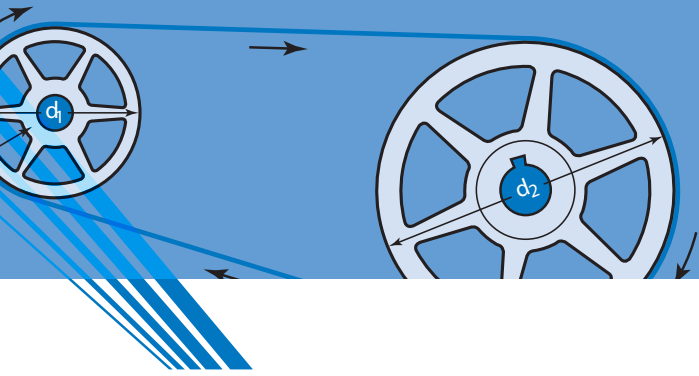
1. Σώμα στην επιφάνεια της Γης έχει βάρος 200 N. Πόσο είναι το βάρος του σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης;
2. Αρχούδα που βρίσκεται στο φυσικό της περιβάλλον, έχει βάρος $B = 2170,436$ N και μάζα $m = 220,7484$ kg. Να βρείτε το χρώμα της.
3. Να υπολογιστεί ο όγκος ομογενούς και συμπαγούς σιδερένιου εξαρτήματος μάζας 1000 kg. Δίνεται $d_{Fe} = 7,8$ g/cm³.
4. Ομογενές και συμπαγές κομμάτι σιδήρου έχει όγκο 1 m^3 . Ποια είναι η μάζα του; Δίνεται $d_{Fe} = 7,8$ g/cm³.
5. Σε δύο πανομοιότυπα κενά γυάλινα μπουκάλια όγκου 1 L το καθένα, ρίχνουμε καθαρό νερό και πετρέλαιο αντίστοιχα, μέχρις ότου γεμίσουν πλήρως. Ποιο έχει μεγαλύτερη μάζα; Αν τοποθετηθούν στους δύο δίσκους

ζυγού που αρχικά ισορροπεί, θα εξακολουθήσει να ισορροπεί και μετά; Δίνονται $d_{H_2O} = 1$ g/cm³, $d_{PETP} = 0,9$ g/cm³.

6. Αν τα 16 kg οινόπνευμα έχουν όγκο 20 L, να υπολογίσετε την πυκνότητα του οινοπνεύματος σε g/cm³, kg/cm³, kg/m³.
7. Σώμα έχει πυκνότητα 9 g/cm³. Ποιο είναι το ειδικό του βάρος σε gf/cm³, όταν $g = 9,81$ m/s².
8. Σώμα έχει ειδικό βάρος 3 p/cm³. Ποια είναι η πυκνότητά του σε g/cm³, όταν $g = 981$ cm/s²;
9. Η ακτίνα της Γης είναι 6.370 km. Να μετατρέψετε αυτό το μήκος σε m, cm, mm.
10. Μεταλλική (κλειστή) δεξαμενή πετρελαίου σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου, έχει μήκος ακμών στη βάση 5 m, 6 m και στο ύψος 4 m. Να υπολογίσετε:

- α) Τον όγκο της σε m^3 και L.
 β) Το εμβαδό σε m^2 του μετάλλου που απαιτείται για την κατασκευή της, αν υπάρχουν κατά την κατασκευή απώλειες 5% στις μεταλλικές επιφάνειες που χρησιμοποιούνται.
 γ) Το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειας της δεξαμενής.
 δ) Πόσα kg χρώματος θα χρειασθούν για να βαφτεί η δεξαμενή (εκτός από τη βάση της), αν με το 1 kg χρώματος βάφονται $4 m^2$ της μεταλλικής επιφάνειας;
- 11.** Βαρέλι πετρελαίου κυλινδρικού σχήματος έχει ύψος 1,5 m και εμβαδό βάσης $0,8 m^2$. Να υπολογίσετε πόσα λίτρα πετρελαίου περιέχει.
- 12.** Πλαστική φιάλη αναψυκτικού έχει όγκο 1,5 L. Να εκφράσετε τον όγκο αυτό σε m^3 και σε mm^3 .
- 13.** Πόσα κεραμικά πλακάκια τετραγωνικού σχήματος και μήκους πλευράς 0,2 m, θα χρειασθούν για να στρωθεί μπαλκόνι σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου, με πλευρές μήκους 20 m και 10 m;
- 14.** Δοχείο πετρελαίου έχει όγκο $V = 20 L$. Να εκφράσετε αυτόν τον όγκο σε m^3 και dm^3 .
- 15.** Πόσα δευτερόλεπτα έχει ένα έτος;
- 16.** Να γίνει μετατροπή των μονάδων και να συμπληρωθούν τα κενά.
 α) Οι 4 ώρες είναι λεπτά και δευτερόλεπτα.
 β) Τα $90 m^2$ είναι dm^2 και cm^2 .
 γ) Τα 90 m είναι dm και cm.
 δ) Τα $90 m^3$ είναι dm^3 και cm^3 .
 ε) Τα 36 km/h είναι m/s.
 στ) Τα 72 km/h είναι m/s.
 ζ) Τα 108 km/h είναι m/s.

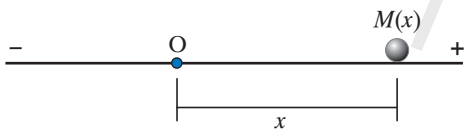




2.1 Μετατόπιση, ταχύτητα, επιτάχυνση

Κίνηση είναι η αλλαγή θέσης ενός σώματος σε σχέση με κάποιο σύστημα αναφοράς. Το σύνολο των διαδοχικών θέσεων, απ’ τις οποίες διέρχεται ένα (υλικό) σημείο κατά τη διάρκεια της κίνησής του αποτελούν την **τροχιά** του κινητού (σημείου). Η κίνηση διακρίνεται σε **ευθύγραμμη** και **καμπυλόγραμμη**. Η καμπυλόγραμμη διακρίνεται σε **επίπεδη** και **τροισδιάστατη**.

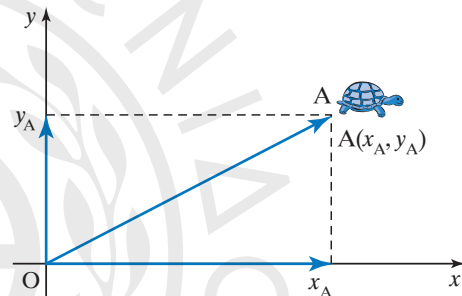
Για τον προσδιορισμό της θέσης του κινητού στην ευθύγραμμη κίνηση, χρησιμοποιείται ένας προσανατολισμένος άξονας με μια αρχή μετρήσεων O και μια συντεταγμένη θέσης x , που μετρείται από την αρχή του άξονα. Η τιμή της συντεταγμένης έχει απόλυτη τιμή ίση με την απόσταση του σώματος απ’ την αρχή του άξονα και το πρόσημό της δείχνει αν το σώμα βρίσκεται δεξιά (θετικός ημιάξονας) ή αριστερά (αρνητικός ημιάξονας) από το O (σχ. 2.1). Αν γνωρίζουμε τη συνάρτηση $x(t)$, δηλαδή τη θέση του σημείου κάθε χρονική στιγμή, έχουμε περιγράψει πλήρως την κίνηση. Συνήθως, στα πλαίσια της Γενικής Φυσικής, η συνάρτηση $x = x(t)$ ονομάζεται **εξίσωση κίνησης**.



Σχ. 2.1
Κίνηση σε ευθεία γραμμή,
1 βαθμός ελευθερίας

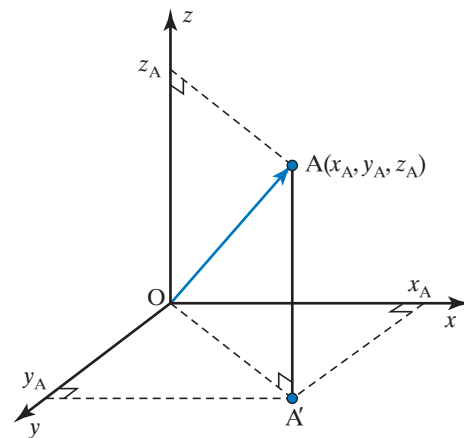
Στην περίπτωση κίνησης στο επίπεδο, χρησιμοποιείται ένα σύστημα αναφοράς από δύο ορθογώνιους άξονες συντεταγμένων (καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων) και χρειάζονται δύο συντεταγμένες θέσης (x, y) . Τα μέτρα των συντεταγμένων θέσης είναι οι αποστάσεις του σημείου από την αρχή O των αξόνων που είναι θετικές αν μετρούνται στον θετικό ημιάξονα και αρνητικές στον αρνητικό

ημιάξονα. Η διατεταγμένη δυάδα $[x(t), y(t)]$ προσδιορίζει πλήρως τη θέση του σημείου (υλικού σημείου, σωματίου) στο επίπεδο τη χρονική στιγμή t . Διάνυσμα θέσης \vec{OA} ενός κινητού (σημείου) είναι το διάνυσμα που σε κάθε σύστημα αναφοράς έχει ως αρχή την αρχή O του συστήματος και ως πέρας τη θέση A του σώματος (σχ. 2.2).



Σχ. 2.2
Κίνηση στην επιφάνεια, 2 βαθμοί ελευθερίας

Στην περίπτωση κίνησης στον τρισδιάστατο χώρο, χρειάζεται ένα τρισροθωγώνιο (καρτεσιανό) σύστημα αναφοράς και τρεις συντεταγμένες θέσης, (x, y, z) . Για τις τιμές τους ισχύουν όσα είπαμε και στα προηγούμενα (σχ. 2.3). Η διατεταγμένη τριάδα



Σχ. 2.3
Κίνηση στον χώρο, τρεις βαθμοί ελευθερίας

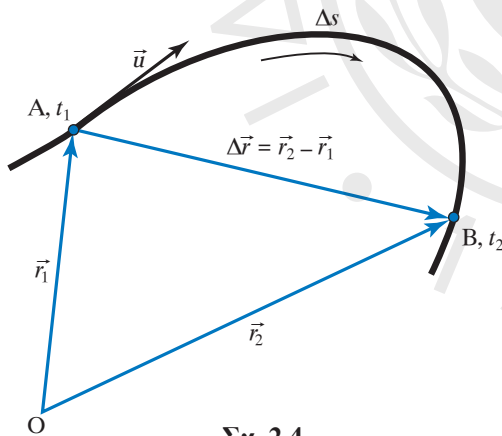
$[x(t), y(t), z(t)]$ προσδιορίζει πλήρως το διάνυσμα θέσης \vec{OA} , δηλαδή τη θέση του σημείου στον χώρο την κάθε χρονική στιγμή t (σχ. 2.3).

Μπορούν να ορισθούν συστήματα συντεταγμένων που δεν αποτελούνται από ευθύγραμμους άξονες. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι το γεωγραφικό πλάτος και μήκος στην επιφάνεια της Γης.

Ο ελάχιστος αριθμός συντεταγμένων που απαιτούνται για τον καθορισμό της θέσης ενός κινητού εκφράζει τους βαθμούς ελευθερίας (θέσης) σε οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς. Αν η κίνηση του κινητού περιορίζεται πάνω σε μία (καμπύλη) επιφάνεια το κινητό έχει δυο βαθμούς ελευθερίας (θέσης), ενώ πάνω σε μία (καμπύλη) γραμμή έχει έναν. Τρεις βαθμούς ελευθερίας έχει το αεροπλάνο που πετά, δύο το πλοίο που ταξιδεύει στη θάλασσα και έναν το τρένο που κινείται πάνω στις ράγες του.

2.1.1 Διάστημα Δs

Διάστημα Δs ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που εκφράζει το μήκος της συνολικής διαδρομής που κάνει το σημείο κατά την κίνησή του (σχ. 2.4). Πρέπει να ληφθεί υπόψη αν το σημείο κινείται μπρος πίσω κατά τη διαδρομή του.



Σχ. 2.4

Διανύσματα θέσης (\vec{r}_1, \vec{r}_2), μετατόπιση ($\Delta \vec{r}$) και διάστημα (Δs)

2.1.2 Μετατόπιση $\Delta \vec{r}$

Μετατόπιση $\Delta \vec{r}$ χαρακτηρίζεται το διάνυσμα που έχει ως αρχή την αρχική θέση A του σώματος και ως πέρας την τελική του θέση B (σχ. 2.4). Ισχύει $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, όπου \vec{r}_2, \vec{r}_1 είναι τα διανύσματα θέσης του σώματος στην τελική και στην αρχική

θέση αντίστοιχα. Σε ευθεία γραμμή ισχύει ότι $\Delta x = x_2 - x_1$.

Οι απόλυτες τιμές των τιμών του διαστήματος Δs και της μετατόπισης $\Delta \vec{r}$ συμπίπτουν όταν το σώμα κινείται ευθύγραμμα προς μια φορά. Τόσο το διάστημα όσο και η μετατόπιση έχουν την ίδια μονάδα μέτρησης, που στο SI είναι το 1 m.

Κατά τη διάρκεια της κίνησης ενός σώματος, δεν μας ενδιαφέρει μόνο η αλλαγή της θέσης του, αλλά και σε πόσο χρόνο αυτή πραγματοποιείται. Μεταξύ δύο πλοίων, για να αποφασίσουμε ποιο κινείται γρηγορότερα, δεν αρκεί μόνο να γνωρίζουμε πόσο έχει κινηθεί το καθένα, αλλά και το χρονικό διάστημα που απαιτήθηκε για τη διαγραφή της τροχιάς τους.

Έστω κινητό που κινείται σε κάποια τροχιά και τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται στο σημείο A, ενώ μετά από χρόνο Δt , δηλαδή τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t$ βρίσκεται στο σημείο B (σχ. 2.4). Αν $\Delta \vec{r}$ είναι η μετατόπιση του κινητού σε χρόνο Δt , ως μέση διανυσματική ταχύτητα του κινητού, \vec{u} , ορίζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που προκύπτει απ' τη σχέση:

$$\vec{u} = \Delta \vec{r} / \Delta t.$$

Συνεπώς, η μέση (διανυσματική) ταχύτητα ενός κινητού είναι ένα διάνυσμα, που έχει διεύθυνση και φορά τη διεύθυνση και φορά της μετατόπισης του κινητού και μέτρο ίσο με το πηλίκο του μέτρου της μετατόπισης προς τον αντίστοιχο χρόνο, στον οποίο πραγματοποιήθηκε η μετατόπιση.

Η ταχύτητα που με τον τρόπο αυτό ορίζεται δεν δίνει λεπτομερειακά στοιχεία για την κίνηση απ' το σημείο A προς το B, αλλά εξαρτάται απλά από τη συνολική μετατόπιση και τον συνολικό χρόνο που απαιτήθηκε γι' αυτήν τη μετατόπιση. Μονάδα μέτρησης της στο SI είναι το 1 m/s, καθώς και πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσιά της. Άλλες μονάδες μέτρησης είναι: το km/h, το μίλι ανά ώρα (mi/h), όπου 1 mile = 1609 m, το ν.μ. ανά ώρα (ή κόμβος), όπου το 1 ν.μ. = 1 M = 1 nmi = 1852 m, για τους ανέμους το μποφόρ. Η συσχέτιση των μποφόρ με km/h δίνεται στον πίνακα 2.1.

Από τον ορισμό της μέσης ταχύτητας προκύπτει ότι αυτή εξαρτάται από δύο χρονικές στιγμές. Κατά τη μελέτη των κινήσεων μας ενδιαφέρει η ταχύτητα του κινητού να ορίζεται για μία χρονική στιγμή, δηλαδή σε ένα συγκεκριμένο σημείο της τροχιάς του. Αν στον τύπο της μέσης ταχύτητας:

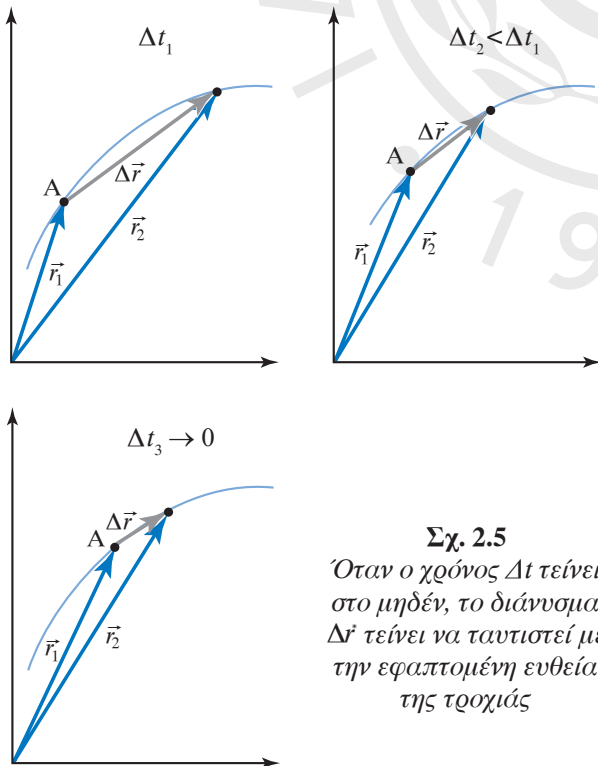
$$\vec{u} = \Delta \vec{r} / \Delta t$$

ο χρόνος Δt τείνει στο μηδέν, το διάνυσμα $\Delta \vec{r}$ τείνει να αποκτήσει ως φορέα την εφαπτόμενη ευθεία της τροχιάς στο σημείο A (σχ. 2.5). Στην περίπτωση αυτή η χορδή ταυτίζεται με το τόξο. Η ταχύτητα αυτή ονομάζεται **στιγμιαία ταχύτητα** και δίδεται από τη σχέση:

$$\vec{u} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Πίνακας 2.1
Αντιστοιχίες μποφόρ με km/h.

Μποφόρ	Ταχύτητα σε km/h
1	1–5
2	6–11
3	12–19
4	20–28
5	29–38
6	39–49
7	50–61
8	62–74
9	75–88
10	89–102
11	103–117
12	≥ 118



Σχ. 2.5
Όταν ο χρόνος Δt τείνει στο μηδέν, το διάνυσμα $\Delta \vec{r}$ τείνει να ταυτιστεί με την εφαπτομένη ευθεία της τροχιάς



Παρατηρήσεις

- Υπάρχουν δύο μέσες ταχύτητες: η μία είναι διανυσματικό μέγεθος και η άλλη βαθμωτό (μονόμετρο) μέγεθος. Μερικοί τη βαθμωτή ταχύτητα την ονομάζουν αριθμητική μέση ταχύτητα και τη διανυσματική, μέση διανυσματική. Στην πράξη τις λέμε όλες (μέσες) ταχύτητες και καταλαβαίνουμε ποια περίπτωση έχουμε από το συγκεκριμένο πρόβλημα και τα συμφραζόμενα.
- Η μέση ταχύτητα (διανυσματική) είναι ανεξάρτητη από τη διαδρομή που ακολουθεί το κινητό, μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης.



Παραδείγματα

1. Αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα και σε χρόνο 30 s διανύει απόσταση 1200 m. Να εκφράσετε την ταχύτητα του αυτοκινήτου σε km/h.

Λύση

Η ταχύτητα του αυτοκινήτου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1200 \text{ m}}{30 \text{ s}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Επειδή 1 m = 1/1000 km και 1 s = 1/3600 h, είναι:

$$u = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40 \times \frac{1}{1000} \frac{\text{km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 40 \times \frac{3600}{1000} \times \frac{\text{km}}{\text{h}} = 144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2. Ταχύπλοο σκάφος κινείται με σταθερή ταχύτητα 60 κόμβων. Πόσα km διανύει σε ένα τέταρτο της ώρας;

Λύση

1 κόμβος = 1 M/h (nmi/h), άρα $u = 60$ κόμβοι = 60 M/h. Όμως $1 \text{ nmi} = 1852 \text{ m} = 1,852 \text{ km}$. Οπότε:

$$u = 60 \frac{\text{nmi}}{\text{h}} = 60 \times \frac{1,852 \text{ km}}{\text{h}} = 111,12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Επειδή το σκάφος κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = \Delta x / \Delta t$, προκύπτει ότι

$$\Delta x = u \cdot \Delta t = 111,12 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1}{4} \text{ h} = 27,78 \text{ km}.$$

2.1.3 Επιτάχυνση

Γενικά η ταχύτητα δεν παραμένει σταθερή με τον χρόνο. Όταν η ταχύτητα ενός σημείου κατά τη διάρκεια της κίνησής του μεταβάλλεται, η κίνηση ονομάζεται **μεταβαλλόμενη**. Επειδή η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος, αρκεί να αλλάξει το μέτρο ή η διεύθυνση ή η φορά της για να μεταβληθεί. Όταν η (διανυσματική) ταχύτητα ενός σώματος μεταβάλλεται με τον χρόνο, λέμε ότι το σώμα επιταχύνεται.

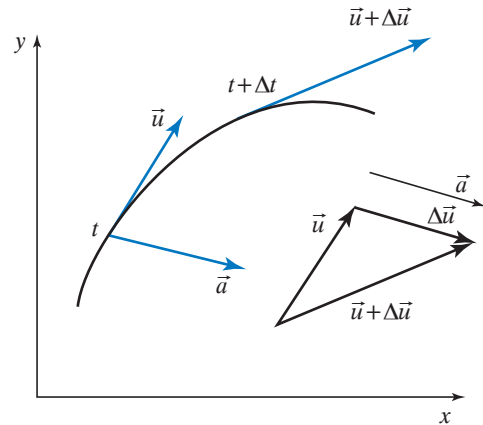
Όταν ένας οδηγός πατήσει γκάζι ή φρενάρι ή κινηθεί με ταχύτητα σταθερού μέτρου γύρω από κυκλική πλατεία, η (διανυσματική) ταχύτητα του αυτοκινήτου του μεταβάλλεται. Για να συγκρίνουμε τις επιταχύνσεις δύο κινητών, μας ενδιαφέρει όχι μόνο η μεταβολή της ταχύτητάς τους, αλλά και το χρονικό διάστημα, στο οποίο λαμβάνει χώρα αυτή η μεταβολή. Το φυσικό μέγεθος που εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας ενός σώματος, ονομάζεται **επιτάχυνση**. Διακρίνουμε την επιτάχυνση σε μέση και στιγμιαία.

1) **Μέση επιτάχυνση** ενός κινητού που τη χρονική στιγμή t έχει ταχύτητα \vec{u} και τη χρονική στιγμή $t + \Delta t$ έχει ταχύτητα $\vec{u} + \Delta \vec{u}$, ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται ως το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta \vec{u}$, προς το χρονικό διάστημα Δt , δηλαδή:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t}$$

Η διεύθυνση και η φορά της συμπίπτουν με τη διεύθυνση και φορά του $\Delta \vec{u}$ (σχ. 2.6). Μονάδα μέτρησης της μέσης επιτάχυνσης στο SI είναι το:

$$\frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Σχ. 2.6**

Διάνυσμα επιτάχυνσης (a)

Όταν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται με τον χρόνο λέμε ότι έχουμε επιταχυνόμενη κίνηση και όταν μειώνεται έχουμε επιβραδυνόμενη κίνηση. Ο όρος επιτάχυνση είναι ο πιο γενικός και χρησιμοποιείται σε όλες τις περιπτώσεις.

2) Η **στιγμιαία επιτάχυνση** αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη θέση ή χρονική στιγμή της κίνησης ενός σημείου, είναι μέγεθος διανυσματικό και ορίζεται από τη σχέση:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{u}(t + \Delta t) - \vec{u}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2},$$

έχει δε τη διεύθυνση και τη φορά του διανύσματος $d\vec{u}$ και μέτρο:

$$|\vec{a}| = \left| \frac{d\vec{u}}{dt} \right|$$

Παρατηρούμε ότι η στιγμιαία επιτάχυνση είναι η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης της ταχύτητας ως προς τον χρόνο ή η δεύτερη παράγωγος του διαστήματος ως προς τον χρόνο.

**Παράδειγμα**

Αυτοκίνητο αυξάνει την ταχύτητά του από 60 km/h σε 69 km/h μέσα σε 2,5 s, ενώ μια μοτοσυκλέτα στον ίδιο χρόνο φτάνει από ταχύτητα 0 km/h σε 9 km/h. Ποιο όχημα υφίσταται τη μεγαλύτερη επιτάχυνση; Οι κινήσεις είναι ευθύγραμμες.

Λύση

Η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας που υφίσταται το αυτοκίνητο σε χρόνο $\Delta t = 2,5$ s, είναι:

$$\Delta u = 69 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Άρα η επιτάχυνσή του υπολογίζεται από τη σχέση:

$$a_{\text{MOT}} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{9 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{2,5 \text{ s}} = \frac{9 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}}{2,5 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας της μοτοσυκλέτας σε χρόνο $\Delta t = 2,5$ s, είναι:

$$\Delta u = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 0 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Άρα, η επιτάχυνσή της υπολογίζεται από τη σχέση:

$$a_{\text{MOT}} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{9 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{2,5 \text{ s}} = \frac{9 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}}{2,5 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

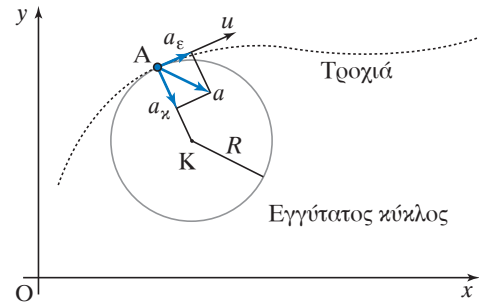
Παρατηρούμε ότι παρόλο που οι ταχύτητες των δύο οχημάτων είναι εντελώς διαφορετικές, ο ρυθμός μεταβολής τους είναι ο ίδιος. Κατά συνέπεια, τα δύο οχήματα έχουν την ίδια επιτάχυνση.

2.1.4 Επιτροχία και κεντρομόλος επιτάχυνση στην καμπυλόγραμμη κίνηση

Για κινητό (σημείο) που εκτελεί κυκλική κίνηση, μεταβάλλεται συνεχώς η διεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητάς του και είναι δυνατό να μεταβάλλεται και το μέτρο της. Και στις δύο περιπτώσεις η κίνηση είναι μεταβαλλόμενη, άρα υπάρχει επιτάχυνση. Στην καμπυλόγραμμη κίνηση η ταχύτητα είναι εφαπτόμενη στην τροχιά (σχ. 2.7).

Η επιτάχυνση \vec{a} στην καμπυλόγραμμη κίνηση δεν έχει την ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα. Η επιτάχυνση αναλύεται σε δύο συνιστώσες (σχ. 2.7).

Από αυτές η a_ϵ ονομάζεται **επιτροχία επιτάχυνση**, είναι εφαπτόμενη στην τροχιά και σχετίζεται με

**Σχ. 2.7**

Συνιστώσες της επιτάχυνσης \vec{a}

τη μεταβολή του μέτρου (της τιμής) της ταχύτητας, ενώ η a_x ονομάζεται **κεντρομόλος επιτάχυνση**, είναι κάθετη στην τροχιά και σχετίζεται με τη μεταβολή της διεύθυνσης της ταχύτητας.

Για τη συνιστώσα a_x ισχύει ότι $a_x = u^2/R$, όπου R η ακτίνα του εγγύτατου κύκλου¹ (δηλ. η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς στο θεωρούμενο σημείο). Για την επιτροχία ισχύει:

$$a_\epsilon = du/dt$$

Διακρίνουμε τα παρακάτω είδη κινήσεων:

- 1) Όταν $a_\epsilon = 0$ και $a_x = 0$, τότε η \vec{u} είναι σταθερή και η κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.
- 2) Όταν η a_ϵ είναι σταθερή και $a_x = 0$, τότε η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη.
- 3) Όταν $a_\epsilon = 0$ και η a_x είναι σταθερή, τότε το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό, μεταβάλλεται μόνο η διεύθυνση και η κίνηση είναι ομαλή κυκλική.
- 4) Όταν $a_\epsilon \neq 0$ και $a_x \neq 0$, τότε μεταβάλλονται το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας και η κίνηση είναι καμπυλόγραμμη.

2.2 Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

Ευθύγραμμη ομαλή ονομάζεται η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα όταν κινείται με σταθερή διανυσματική ταχύτητα. Αυτό σημαίνει ότι κινείται σε ευθεία γραμμή προς την ίδια κατεύθυνση και σε ίσα χρονικά διαστήματα διανύει ίσες αποστάσεις.

Η μέση ταχύτητά του $\vec{u} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0}$ ισούται με

τη στιγμιαία ταχύτητά του, $u = \frac{dx}{dt}$.

¹ **Εγγύτατος κύκλος** ονομάζεται ο κύκλος που στην περιοχή ενός σημείου της τροχιάς «εφαρμόζει» άριστα στην τροχιά.

$$\text{Δηλαδή } \bar{u} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} = u = \frac{dx}{dt} = \text{σταθερό.}$$

Για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, όπου η μέση ταχύτητα ισούται με τη στιγμιαία, μπορούμε να υπολογίσουμε τη σχέση μεταξύ μετατόπισης και χρόνου με τους παρακάτω τρόπους:

1) Ξεκινώντας απ' τη σχέση της μέσης ταχύτητας, $\bar{u} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, έχουμε: $x - x_0 = u \cdot (t - t_0)$,

$$\text{άρα } x = x_0 + u \cdot (t - t_0).$$

Αν $t_0 = 0$ s, έχουμε $x = x_0 + ut$.

2) Αν ξεκινήσουμε απ' τη σχέση για τη στιγμιαία ταχύτητα $u = dx/dt$, έχουμε $dx = u dt$. Στη συνέχεια, ολοκληρώνοντας ως προς τον χρόνο, μεταξύ t_0 και t , και υποθέτοντας ότι οι αντίστοιχες τιμές της θέσης είναι x_0 και x , προκύπτει:

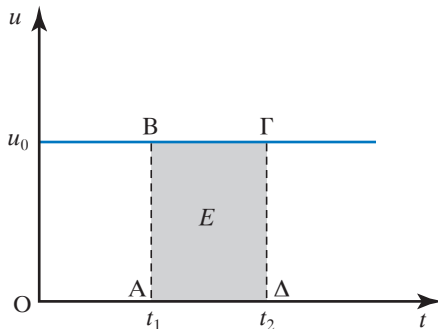
$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t u dt \quad \text{ή} \quad x - x_0 = u \int_{t_0}^t dt = u(t - t_0),$$

αφού $u = \text{σταθερό}$

τελικά $x = x_0 + u(t - t_0)$.

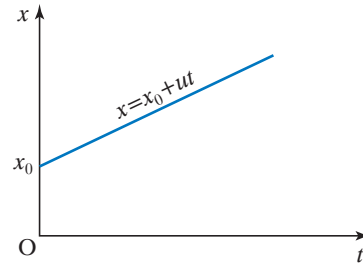
Η μετατόπιση Δx ισούται με το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση $u = u(t)$ και τον άξονα του χρόνου, από τη χρονική στιγμή t_1 που ξεκίνησε το κινητό, έως τη χρονική στιγμή t_2 που ολοκληρώθηκε η μετατόπιση. Αυτό ισχύει και όταν η ταχύτητα δεν είναι σταθερή, διότι η μετατόπιση υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα της ταχύτητας ως προς τον χρόνο. Στο σχήμα 2.8 το σκιασμένο εμβαδό E δίνεται απ' τον τύπο $E = (AB) \cdot (BG)$, διότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Είναι $(AB) = u_0$, $(BG) = t_2 - t_1$, οπότε $E = u_0(t_2 - t_1) = u_0 \Delta t$.

Το διάγραμμα θέσης-χρόνου εικονίζεται στο σχήμα 2.9, είναι ευθεία γραμμή και παριστάνει τη



Σχ. 2.8

Γραφικός υπολογισμός μετατόπισης



Σχ. 2.9

Διάγραμμα θέσης-χρόνου

σχέση $x = x_0 + ut$. Αν υποθέσουμε ότι η αρχή μέτρησης του διαστήματος είναι το 0, δηλαδή $x_0 = 0$, τότε η σχέση θέσης-χρόνου γίνεται $x = vt$ και η γραφική της παράσταση είναι ευθεία γραμμή που διέρχεται απ' την αρχή των αξόνων.

Η στιγμιαία ταχύτητα είναι η παράγωγος ως προς τον χρόνο της χρονικής συνάρτησης της θέσης $x(t)$, δηλαδή:

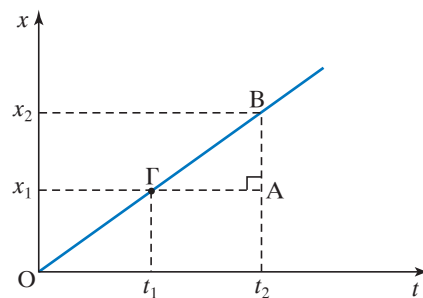
$$u = dx/dt$$

Αυτό σημαίνει ότι αν ξέρουμε τη συνάρτηση $x = x(t)$ μπορούμε να βρούμε τη στιγμιαία ταχύτητα υπολογίζοντας την παράγωγο ως προς τον χρόνο της $x = x(t)$. Αυτό ισχύει ακόμη και αν η εξάρτηση με τον χρόνο δεν είναι γραμμική, δηλαδή ακόμη και όταν η στιγμιαία ταχύτητα δεν είναι σταθερή.

Από τα παραπάνω αντιλαμβανόμαστε ότι η κλίση της καμπύλης θέσης-χρόνου ισούται κάθε χρονική στιγμή με τη στιγμιαία ταχύτητα.

Όταν η καμπύλη είναι ευθεία, ο υπολογισμός της κλίσης είναι πιο εύκολος. Όταν η καμπύλη δεν είναι ευθεία, τότε η κλίση υπολογίζεται από την κλίση της ευθείας που είναι εφαπτόμενη στην καμπύλη στο συγκεκριμένο σημείο που μας ενδιαφέρει.

Από τη γραφική παράσταση του σχήματος 2.10 βλέπουμε ότι τη χρονική στιγμή t_1 το κινητό βρίσκε-



Σχ. 2.10

Υπολογισμός της ταχύτητας από την κλίση

ται στη θέση x_1 και τη χρονική στιγμή t_2 βρίσκεται στη θέση x_2 . Η κλίση της ευθείας που παριστάνει την εξάρτηση $x = x(t)$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{κλίση} = \frac{(AB)}{(ΓΑ)} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = u.$$

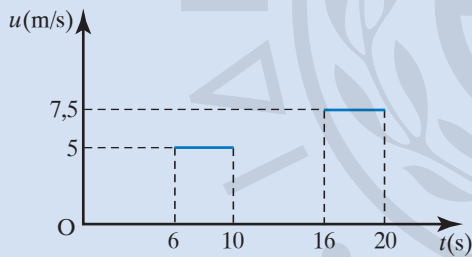


Παράδειγμα

Ταχύπλοο σκάφος κινείται ευθύγραμμα σε θαλάσσιο αγώνα. Έχουμε ορίσει ως αρχή μέτρησης του χρόνου τη στιγμή που ξεκινά η ευθύγραμμη κίνηση.

Μετά από 6 s, η ταχύτητά του έχει μέτρο 18 km/h και διατηρείται σταθερή μέχρι τη στιγμή 10 s. Τη στιγμή 16 s, η ταχύτητά του έχει γίνει 27 km/h και τη διατηρεί σταθερή μέχρι τη στιγμή 20 s.

1) Σε διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου (σχ. 2.11), να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας από 6 s μέχρι 10 s και από 16 s μέχρι 20 s.



Σχ. 2.11

2) Να υπολογίσετε τις μετατοπίσεις του ταχυπλόου στις παραπάνω χρονικές διάρκειες.

Λύση

1) Η χρονική διάρκεια από 6 s μέχρι 10 s είναι $\Delta t_1 = 10 \text{ s} - 6 \text{ s} = 4 \text{ s}$ και η ταχύτητα είναι σταθερή:

$$u_1 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 18 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Για τη χρονική διάρκεια από 16 s μέχρι 20 s που είναι $\Delta t_2 = 20 \text{ s} - 16 \text{ s} = 4 \text{ s}$ έχουμε:

$$u_2 = 27 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 27 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2) Για το χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 10 \text{ s} - 6 \text{ s} = 4 \text{ s}$ ισχύει:

$$u_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta x_1 = u_1 \cdot \Delta t_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} = 20 \text{ m}.$$

Για το χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 20 \text{ s} - 16 \text{ s} = 4 \text{ s}$ ισχύει:

$$u_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}$$

$$\text{άρα: } \Delta x_2 = u_2 \cdot \Delta t_2 = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} = 30 \text{ m}.$$

2.3 Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ονομάζεται η κίνηση που πραγματοποιεί ένα σώμα όταν κινείται σε ευθεία γραμμή και σε ίσα χρονικά διαστήματα έχει ίσες μεταβολές ταχύτητας, δηλαδή κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Σταθερή επιτάχυνση σημαίνει σταθερή επιτάχυνση ως διάνυσμα, δηλαδή η επιτάχυνση έχει σταθερό μέτρο, σταθερή διεύθυνση και σταθερή φορά. Η ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση διακρίνεται σε επιταχυνόμενη, όταν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται, και επιβραδυνόμενη, όταν μειώνεται. Όταν τα διανύσματα ταχύτητας και επιτάχυνσης \vec{u} , \vec{a} είναι ομόροπα, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, ενώ όταν είναι αντίροπα, είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Έστω ότι ένα σώμα τις χρονικές στιγμές t_0 , t έχει ταχύτητα u_0 , u αντίστοιχα.

Η ταχύτητα u_0 ονομάζεται **αρχική ταχύτητα**. Έχουμε $a = du/dt$, όπου τα a , u στη γενική περίπτωση εξαρτώνται από τον χρόνο. Επομένως:

$$du = a dt, \text{ οπότε } \int_{u_0}^u du = \int_{t_0}^t a dt$$

$$u - u_0 = \int_{t_0}^t a dt$$

Αν το a είναι σταθερό, τότε βγαίνει έξω από το ολοκλήρωμα και έχουμε:

$$u - u_0 = a \int_{t_0}^t dt = a(t - t_0)$$

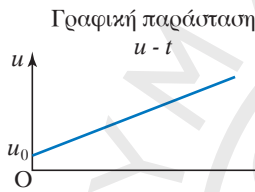
Η σχέση ταχύτητας-χρόνου είναι γραμμική. Φαίνεται από το τελευταίο αποτέλεσμα ότι η επιτάχυν-

ση σχετίζεται με τη μετατόπιση με τη σχέση:

$$a = \frac{u - u_0}{t - t_0} = \frac{\Delta u}{\Delta t},$$

δηλαδή η μέση και η στιγμιαία επιτάχυνση είναι ίδιες, εφόσον η επιτάχυνση είναι σταθερή. Μελετώντας τη σχέση $u - u_0 = a(t - t_0)$ ισχύουν τα εξής:

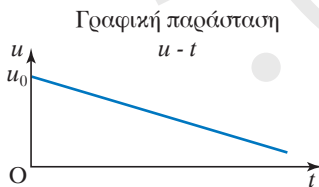
1) Εάν θέσουμε $t_0 = 0$ s η εξίσωση ταχύτητας-χρόνου αποκτά τη μορφή $u = u_0 + at$. Τότε το αντίστοιχο διάγραμμα είναι μία ευθεία που διέρχεται από το σημείο u_0 του άξονα των ταχυτήτων (σχ. 2.12). Αν η αρχική ταχύτητα u_0 του σώματος είναι μηδέν, η εξίσωση ταχύτητας-χρόνου γίνεται $u = at$. Το διάγραμμα στην περίπτωση αυτή είναι μία ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Υποθέσαμε ότι η αρχική ταχύτητα και η επιτάχυνση είναι θετικές.



Σχ. 2.12

Διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου με $u_0 \neq 0, a > 0$

2) Αν η αρχική ταχύτητα είναι θετική και η επιτάχυνση αρνητική, τότε το διάγραμμα της σχέσης $u = u_0 + at$ είναι όπως φαίνεται στο σχήμα 2.13.



Σχ. 2.13

Διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για $u_0 > 0, a < 0$

Από τη σχέση $u = dx/dt$ βρίσκουμε ότι $dx = udt$. Ολοκληρώνουμε αυτήν τη σχέση μεταξύ t_0, t με αντίστοιχες τιμές για τη θέση x_0, x . Θα έχουμε:

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t u dt \quad \text{ή} \quad x - x_0 = \int_{t_0}^t u dt$$

Αν υποθέσουμε ότι $t_0 = 0, x_0 = 0$, έχουμε για την περίπτωση της ευθύγραμμης κίνησης με σταθερή επιτάχυνση τη σχέση:

$$u = u_0 + at$$

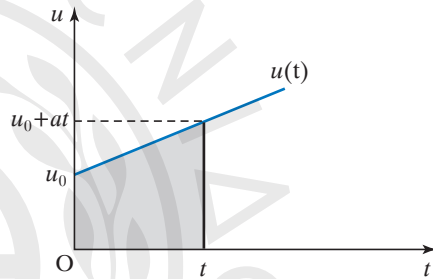
Τότε το $x = x(t)$ βρίσκεται από τη σχέση:

$$x = x_0 + \int_0^t (u_0 + at) dt = x_0 + u_0 \int_0^t dt + a \int_0^t t dt,$$

$$\text{τελικά } x = x_0 + u_0 t + 1/2 at^2$$

Άρα η μετατόπιση $\Delta x = (x - x_0)$ μπορεί να προσδιοριστεί με τον υπολογισμό του εμβαδού μεταξύ της καμπύλης $u = u(t)$ και του άξονα του χρόνου για το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_0 - t$ (σχ. 2.14). Στην ειδική περίπτωση όπου $t_0 = 0$ και $x_0 = 0$, ο υπολογισμός είναι εύκολος, γιατί ξέρουμε πώς να υπολογίζουμε το εμβαδόν τραπεζίου. Ισχύει δηλαδή:

$$x = E_{\text{ΤΡΑΠ}} = \frac{u + u_0}{2} t = \frac{(u_0 + at) + u_0}{2} t = u_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



Σχ. 2.14

Υπολογισμός του διαστήματος ως συνάρτησης του χρόνου, $a = \text{σταθερό}$

Αναλυτικότερα λοιπόν:

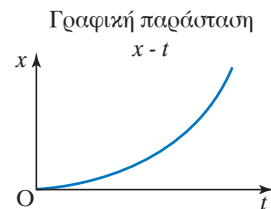
1) Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

$$x = u_0 t + 1/2 at^2, \quad a > 0,$$

όταν η αρχική ταχύτητα u_0 είναι μηδέν, η εξίσωση γίνεται:

$$x = 1/2 at^2$$

Το διάγραμμα είναι μια παραβολή όπως φαίνεται στο σχήμα 2.15.



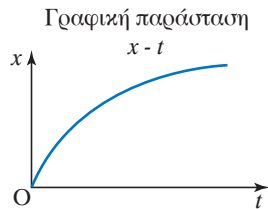
Σχ. 2.15

Διάγραμμα $x = x(t)$ για ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

2) Στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση όπου:

$$x = u_0 t - 1/2 at^2, a < 0,$$

το διάγραμμα είναι μια παραβολή όπως φαίνεται στο σχήμα 2.16.



Σχ. 2.16
Διάγραμμα $x = x(t)$ για ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση



Παράδειγμα

Αυτοκίνητο από τη στιγμή που θα ξεκινήσει επιταχυνόμενο ομαλά, αποκτά ταχύτητα 94 mi/h μέσα σε 7 s.

1) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

2) Να υπολογίσετε την απόσταση που διανύει στα πρώτα 7 s.

3) Ποια είναι η ταχύτητά του 10 s μετά την έναρξη της κίνησής του, αν υποθεθεί ότι εξακολουθεί να επιταχύνεται με τον ίδιο ρυθμό;

Λύση

1) Θεωρώντας ότι η αρχική του ταχύτητα είναι μηδέν, η ταχύτητα που αποκτά μετά από 7 s είναι:

$$u = 94 \frac{\text{mi}}{\text{h}} = 94 \cdot \frac{1609 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 42,01 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 42 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Άρα, η επιτάχυνσή του δίνεται από τη σχέση:

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u - u_0}{\Delta t} = \frac{42 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{7 \text{ s}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2) Θεωρώντας ότι η αρχική θέση x_0 του αυτοκινήτου είναι μηδέν και επειδή $u_0 = 0$, έχουμε:

$$x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 49 \text{ s}^2 = 147 \text{ m}.$$

3) Αφού το αυτοκίνητο εξακολουθεί να επιταχύνεται με τον ίδιο ρυθμό $a = 6 \text{ m/s}^2$, μετά από 10 s έχει ταχύτητα που δίνεται από τη σχέση:

$$u = at = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ s} = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

– Ελεύθερη πτώση μέσα στο πεδίο βαρύτητας

Ελεύθερη πτώση μέσα σε πεδίο βαρύτητας είναι η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα όταν κινείται μέσα στο πεδίο βαρύτητας χωρίς να ασκούνται πάνω του άλλες δυνάμεις εκτός από τη δύναμη της βαρύτητας. Για παράδειγμα, ένας δορυφόρος που κινείται γύρω από τη Γη σε περιοχή όπου δεν υπάρχουν τριβές εκτελεί ελεύθερη πτώση. Η Γη κατά την κίνησή της γύρω από τον Ήλιο εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σώμα που αφήνεται από μικρό ύψος, πάνω από την επιφάνεια της Γης, χωρίς αρχική ταχύτητα, και που κατά την κίνησή του η μόνη δύναμη που δέχεται είναι η σταθερή δύναμη του βάρους του, εκτελεί ελεύθερη πτώση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η κίνηση αυτή είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με σταθερή επιτάχυνση $a = g$, όπου g είναι η επιτάχυνση ή αλλιώς η ένταση της βαρύτητας.

Στην πράξη καμμία κίνηση κοντά στην επιφάνεια της Γης δεν είναι ελεύθερη πτώση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε κάθε σώμα, εκτός από το βάρος, ασκείται και η αντίσταση του αέρα. Η ελεύθερη πτώση πραγματοποιείται επακριβώς μόνο στο κενό.

Σε μικρό ύψος από την επιφάνεια της Γης η ελεύθερη πτώση χωρίς αρχική ταχύτητα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με σταθερή επιτάχυνση $a = g$. Η εξίσωση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι $u = u_0 + at$. Για την ελεύθερη πτώση με $u_0 = 0$ και $a = g$, προκύπτει ότι $u = gt$.

Η εξίσωση της μετατόπισης στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι: $\Delta x = u_0 t + 1/2 at^2$. Θέτοντας $\Delta x = s = y$ και $u_0 = 0$, προκύπτει $s = y = gt^2/2$. Η εξίσωση $y = gt^2/2$ δίνει το διάστημα που έχει διανύσει κατακόρυφα προς τα κάτω σε χρόνο t απ' το σημείο που το αφήσαμε.



Παραδείγματα

1. Σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από κάποιο ύψος. Αν $g = 10 \text{ m/s}^2$ να υπολογίσετε:

α) Μετά από πόσο χρόνο t , απ' τη στιγμή

που αφέθηκε ελεύθερο, θα διανύσει διάστημα $y = 80 \text{ m}$.

β) Πόση είναι τότε η ταχύτητά του.

Λύση

α) Το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε:
 $y = gt^2/2$ άρα:

$$t^2 = \frac{2y}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 4 \text{ s.}$$

β) Η ταχύτητα δίνεται από τη σχέση $u = gt$, οπότε: $u = gt = 10 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ s} = 40 \text{ m/s}$.

2. Από την κορυφή κτηρίου αφήνονται να πέσουν ελεύθερα μικρές σφαίρες με ρυθμό μία σφαίρα το δευτερόλεπτο.

α) Πόσο διάστημα έχει διανύσει η πρώτη σφαίρα, όταν ξεκινά η τέταρτη;

β) Πόση είναι η απόσταση της πρώτης σφαίρας από τη δεύτερη, όταν ξεκινά η τρίτη; Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Λύση

α) Όταν ξεκινά η τέταρτη σφαίρα, η πρώτη έχει διανύσει διάστημα y κινούμενη ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη για χρόνο $t = 3 \text{ s}$, χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση g . Οπότε:

$$y = gt^2/2 = 45 \text{ m}$$

β) Όταν ξεκινά η τρίτη σφαίρα, η πρώτη έχει διανύσει διάστημα y_1 , κινούμενη για χρόνο $t_1 = 2 \text{ s}$, ενώ η δεύτερη έχει διανύσει διάστημα y_2 κινούμενη για χρόνο $t_2 = 1 \text{ s}$. Και οι δύο εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση g . Οπότε:

$$y_1 = gt_1^2/2 = 5 \text{ m} \quad \text{και} \quad y_2 = gt_2^2/2 = 20 \text{ m.}$$

Άρα, η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι $\Delta y = y_2 - y_1 = 15 \text{ m}$.

3. Πίθηκος βρίσκεται πάνω σε δέντρο ύψους $h = 20 \text{ m}$. Ένα παιδί τρέχει με ταχύτητα $u = 2 \text{ m/s}$ και τη στιγμή που διέρχεται κάτω από το δέντρο, ο πίθηκος αφήνει να πέσει μια καρύδα.

Να υπολογίσετε την απόσταση της καρύδας από το παιδί, τη στιγμή που η καρύδα φτάνει στο έδαφος. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Λύση

Η καρύδα που πέφτει ελεύθερα, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση g . Ο χρόνος που χρειάζεται για να πέσει στο έδαφος υπολογίζεται ως εξής:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \text{άρα} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2 \text{ s}$$

Το παιδί εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στον χρόνο αυτό θα έχει μετακινηθεί κατά:

$$x = ut = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = 4 \text{ m}$$

Άρα, τη στιγμή που πέφτει η καρύδα στο έδαφος, το παιδί θα έχει μετακινηθεί απ' αυτήν κατά $x = 4 \text{ m}$.

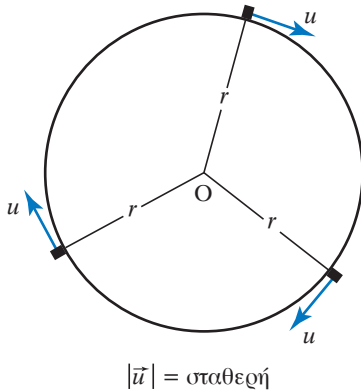
2.4 Ομαλή κυκλική κίνηση και κυκλική ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Μια κίνηση που επαναλαμβάνεται με τον ίδιο τρόπο σε ίσα χρονικά διαστήματα ονομάζεται **περιοδική**. Η κίνηση του ωροδείκτη του ρολογιού που επαναλαμβάνεται κάθε 12 h, του λεπτοδείκτη που επαναλαμβάνεται κάθε 1 h, του δευτερολεπτοδείκτη που επαναλαμβάνεται κάθε 1 min, οι κινήσεις της Γης γύρω από τον άξονά της και γύρω από τον Ήλιο και η κίνηση του εκκρεμούς, είναι περιοδικές κινήσεις.

Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι μια απλή περιοδική κίνηση. **Κυκλική** είναι η κίνηση ενός κινητού, όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου. Ειδική περίπτωση της κυκλικής κίνησης αποτελεί η ομαλή κυκλική κίνηση. **Ομαλή κυκλική** κίνηση ονομάζεται η κυκλική κίνηση ενός κινητού, κατά την οποία σε ίσα χρονικά διαστήματα, διανύει ίσα τόξα. Δηλαδή το μέτρο της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερό (σχ. 2.17). Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι η ακτίνα r της κυκλικής κίνησης.

Η ομαλή κυκλική κίνηση περιγράφεται με τα παρακάτω χαρακτηριστικά μεγέθη:

1) **Περίοδος (T)** στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζεται ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να πραγματοποιήσει μια περιφορά (να διαγράψει έναν πλήρη κύκλο). Είναι μέγεθος μονόμετρο και έχει μονάδες μέτρησης τις μονάδες μέτρησης του



Σχ. 2.17

Το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό

χρόνου. Στο SI και σε όλα τα συστήματα μονάδων η μονάδα μέτρησης (που είναι και θεμελιώδης μονάδα) είναι το 1 s. Φυσικά χρησιμοποιούνται και άλλες μονάδες χρόνου.

Για παράδειγμα η περίοδος κίνησης της Γης γύρω από τον άξονά της είναι 24 h και γύρω από τον Ήλιο περίπου 365 ημέρες.

2) **Συχνότητα** (f, ν) στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζεται το πηλίκο του αριθμού N των στροφών που εκτελεί το κινητό σε χρόνο t διά του χρόνου αυτού. Είναι μέγεθος μονόμετρο και ισχύει:

$$f = \frac{\text{αριθμός στροφών}}{\text{αντίστοιχος χρόνος}} = \frac{N}{t}$$

Μονάδα μέτρησης της συχνότητας είναι το 1 Hz = 1 κύκλος/δευτερόλεπτο ή $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$.

Άλλες μονάδες μέτρησης της συχνότητας είναι: $1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz}$, $1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$, $1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$



Παράδειγμα

1. Κινητό εκτελεί 720 στροφές σε χρόνο 2 min. Η συχνότητα της κίνησής του είναι:

$$f = \frac{720}{120} \text{ στροφές ανά δευτερόλεπτο} =$$

$$6 \text{ στροφές ανά δευτερόλεπτο} = 6 \text{ Hz} = 6 \text{ s}^{-1}.$$

2. Το ηλεκτρικό ρεύμα για οικιακή καταπόνηση, έχει συχνότητα 50 Hz, δηλαδή τα κινούμενα ηλεκτρόνια κάνουν 50 παλινδρομικές κινήσεις το δευτερόλεπτο και έχουν περίοδο:

$$T = \frac{1}{50} \text{ s} = 20 \text{ ms}$$

Από τη σχέση $f = N/t$ για $N = 1$ και $t = T$ έχουμε:

$$f = 1/T$$

Δηλαδή, η περίοδος και η συχνότητα είναι μεγέθη αντίστροφα. Για πολύ μικρές συχνότητες, προτιμάται η περιγραφή της κίνησης με την περίοδο. Έτσι, για την ιδιοπεριστροφή της Γης ($T = 24 \text{ h}$) δεν παίρνουμε τη συχνότητα $f = 0,000\ 012 \text{ Hz}$, αλλά την περίοδο.

3) **Γραμμικά μεγέθη στην ομαλή κυκλική κίνηση είναι:**

α) **Διάστημα** (Δs) στην ομαλή κυκλική κίνηση είναι το μήκος του τόξου που διανύει το κινητό σε κάποιο χρόνο. Είναι μέγεθος μονόμετρο και έχει μονάδα μέτρησης το 1 m.

β) **Γραμμική ταχύτητα** u στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος που έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

– Το **μέτρο** του είναι σταθερό και ίσο με το πηλίκο του μήκους του τόξου (Δs) που διανύει το κινητό κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς, σε χρονικό διάστημα Δt , προς αυτό το χρονικό διάστημα,

$$u = \Delta s / \Delta t$$

Γενικά $u = ds/dt$, ακόμη και για μη σταθερό u .

– Η **διεύθυνσή** του είναι η διεύθυνση της εφαπτόμενης ευθείας στο σημείο της τροχιάς που βρίσκεται το κινητό.

– Η **φορά** του είναι η φορά περιστροφής του κινητού κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς.

Έχει μονάδες μέτρησης τις μονάδες μέτρησης της (γραμμικής) ταχύτητας. Στο SI είναι το 1 m/s. Η γραμμική ταχύτητα εκφράζει τον ρυθμό, με τον οποίο το κινητό διαγράφει τόξα κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς και η κατεύθυνσή της μεταβάλλεται, καθώς το σώμα κινείται κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς.

Η ακτίνα που συνδέει το σώμα με το κέντρο της τροχιάς του ονομάζεται **επιβατική ακτίνα**.

4) **Γωνιακά μεγέθη:** Προκειμένου να περιγράψουμε την αλλαγή θέσης ενός κινητού στην ομαλή κυκλική κίνηση, χρησιμοποιούμε εκτός από το μήκος Δs του τόξου, και την επίκεντρη γωνία $\Delta \varphi$, η οποία αντιστοιχεί στο τόξο που διαγράφει το κινητό σε ορισμένο χρονικό διάστημα.

Η σχέση του μήκους Δs του τόξου με την αντίστοιχη γωνία $\Delta \varphi$, είναι:

$$\Delta \varphi = \Delta s / R$$

Μονάδες μέτρησης της γωνίας $\Delta\varphi$ είναι οι μονάδες μέτρησης γωνιών, π.χ. το 1 rad (ακτίνιο): όπου: **1 rad** είναι η γωνία που βαίνει σε τόξο με μήκος ίσο με την ακτίνα του κύκλου. Δηλαδή, $\Delta s = R$ οπότε:

$$\Delta\varphi = R/R = 1 \text{ rad}$$

Άλλες μονάδες μέτρησης είναι η μοίρα ($^\circ$) και ο βαθμός (grad). Δηλαδή:

$$1 \text{ rad} = \frac{360}{2\pi} \text{ μοίρες} = 57,3^\circ = \frac{400}{2\pi} \text{ grad} = 63,7 \text{ grad.}$$

5) **Γωνιακή ταχύτητα** ($\bar{\omega}$) στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος που έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

α) **Μέτρο** σταθερό και ίσο με το πηλίκο της γωνίας $\Delta\varphi$, που διαγράφει η επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα Δt , προς το χρονικό διάστημα αυτό $\omega = \Delta\varphi/\Delta t$.

Ακριβέστερα, το μέτρο ω της γωνιακής ταχύτητας ορίζεται ως η οριακή τιμή του πηλίκου της γωνίας $\Delta\varphi$, την οποία διαγράφει η επιβατική ακτίνα προς τον αντίστοιχο χρόνο Δt , όταν αυτός τείνει στο μηδέν και είναι:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

β) **Διεύθυνση**, τη διεύθυνση της ευθείας που είναι κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς και διέρχεται από το κέντρο της.

γ) **Φορά**, τη φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού ως εξής: τοποθετούμε την παλάμη του δεξιού χεριού, έτσι ώστε τα 4 δάχτυλα πλην του αντίχειρα, να δείχνουν τη φορά περιστροφής του κινητού κατά μήκος της τροχιάς. Τότε ο αντίχειρας μας δείχνει την φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας $\bar{\omega}$ (σχ. 2.18).

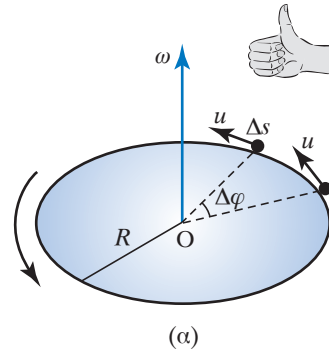
Ως φορά της γωνιακής ταχύτητας επιλέγεται κατά σύμβαση εκείνη η φορά που αντιστοιχεί σε προώθηση του δεξιόστροφου κοχλία, αν αυτός περιστραφεί με τη φορά περιστροφής του κινητού.

Μονάδα μέτρησης είναι το 1 rad/s.

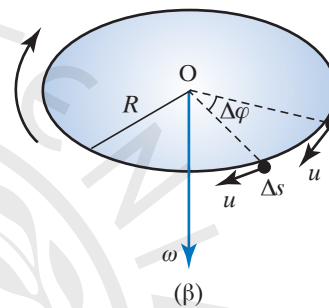
Η γωνιακή ταχύτητα $\bar{\omega}$ εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες (στρίβει). Επειδή το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας είναι σταθερό, η επιβατική ακτίνα σε ίσους χρόνους διαγράφει ίσες γωνίες.

Η γωνιακή ταχύτητα συνδέεται με την περίοδο με την ακόλουθη σχέση:

$$\omega = 2\pi/T$$



(α)



(β)

Σχ. 2.18

Διάνυσμα γωνιακής ταχύτητας: (α) Κίνηση αντίθετη των δεικτών του ρολογιού, (β) κίνηση σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού

Πράγματι, έστω κινητό που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Η γωνιακή ταχύτητά του υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\omega = \Delta\varphi/\Delta t$$

Το κινητό σε χρόνο μίας περιόδου $\Delta t = T$ διαγράφει τόξο γωνίας $\Delta\varphi = 2\pi \text{ rad}$. Οπότε:

$$\omega = \Delta\varphi/\Delta t = 2\pi/T$$

Μεταξύ γωνιακής ταχύτητας και συχνότητας ισχύει η σχέση:

$$\omega = 2\pi f$$

Πράγματι, απ' τη σχέση $\omega = 2\pi/T$, επειδή $f = 1/T$, προκύπτει ότι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{f}} = 2\pi f$$

Η γραμμική και η γωνιακή ταχύτητα συνδέονται με τη σχέση:

$$u = \omega R$$

Διαρώντας κατά μέλη τις σχέσεις μεταξύ των δύο ταχυτήτων (γραμμικής και γωνιακής) έχουμε:

$$\frac{u}{\omega} = \frac{2\pi R}{\frac{T}{2\pi}} = R \quad \text{άρα} \quad u = \omega R$$

Η γωνία πρέπει να δίνεται σε ακτίνια. Στην ομαλή κυκλική κίνηση η γωνιακή ταχύτητα ω είναι σταθερή, όπως και η γραμμική ταχύτητα u , άρα το σταθερό μέτρο της γραμμικής ταχύτητας u είναι τόσο μεγαλύτερο, όσο μεγαλύτερη είναι η ακτίνα R της κυκλικής τροχιάς.

Για τη γραμμική ταχύτητα ισχύει:

$$u = \frac{2\pi R}{T}$$

Πράγματι, έστω κινητό που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Η γραμμική ταχύτητά του υπολογίζεται από τη σχέση:

$$u = \Delta s / \Delta t$$

Το κινητό σε χρόνο μίας περιόδου $\Delta t = T$, διανύει τόξο ίσο με το μήκος της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς $\Delta s = 2\pi R$, οπότε:

$$u = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

Η γραμμική ταχύτητα συνδέεται με τη συχνότητα με τη σχέση:

$$u = 2\pi R f$$

Έχουμε αποδείξει ότι: $u = \frac{2\pi R}{T}$

Όμως: $f = 1/T$, οπότε $u = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi R}{1/f} = 2\pi R f$.

και επίσης

$$u = \omega \cdot R = 31,4 \cdot 100 \text{ mm/s} = 3,14 \text{ m/s}$$

2. Ποια η γωνιακή ταχύτητα της Γης κατά την περιστροφή της περί τον άξονά της; Η Γη εντός 24 ωρών διαγράφει γωνία 2π ακτινίων, οπότε από:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

προκύπτει:

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \text{ h}} = \frac{\pi \text{ rad}}{12 \text{ h}} = \frac{\pi \text{ rad}}{3.600 \text{ s}} = 7,26 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

2.4.1 Γωνιακή επιτάχυνση

Όταν ένα κινητό εκτελεί μεταβαλλόμενη κυκλική κίνηση, τότε μεταβάλλεται η γωνιακή του ταχύτητα. Σ' αυτήν την περίπτωση υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση $\vec{a}_{\Gamma\Omega N}$.

Γωνιακή επιτάχυνση ($\vec{a}_{\Gamma\Omega N}$) στην κυκλική κίνηση χαρακτηρίζεται το φυσικό διανυσματικό μέγεθος, που ορίζεται από το πηλίκο της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας $\Delta\omega$ του κινητού σε χρονικό διάστημα Δt , προς το χρονικό διάστημα αυτό. Η γωνιακή επιτάχυνση έχει:

Μέτρο: $a_{\Gamma\Omega N} = a = \Delta\omega / \Delta t$, **κατεύθυνση,**

την κατεύθυνση της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας και **μονάδα μέτρησης** το 1 rad/s^2 .

Η γωνιακή επιτάχυνση εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας.

Όταν $\omega_{\text{TEΛ}} > \omega_{\text{ΑΡΧ}}$, τότε $\omega_{\text{TEΛ}} - \omega_{\text{ΑΡΧ}} > 0$, άρα $\Delta\omega > 0$, συνεπώς $a_{\Gamma\Omega N} = a > 0$, τότε έχουμε γωνιακή επιτάχυνση (σχ. 2.19).

Όταν $\omega_{\text{TEΛ}} < \omega_{\text{ΑΡΧ}}$, τότε $\omega_{\text{TEΛ}} - \omega_{\text{ΑΡΧ}} < 0$, άρα $\Delta\omega < 0$, συνεπώς $a_{\Gamma\Omega N} = a < 0$, τότε έχουμε γωνιακή επιβράδυνση.



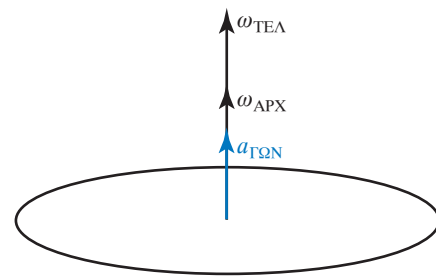
Παράδειγματα

1. Τροχαλία διάμετρου 200 mm εκτελεί 300 στροφές το λεπτό. Να υπολογισθούν η γωνιακή και η γραμμική της ταχύτητα.

Λύση

Είναι:

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi f = 2\pi \cdot 300 \text{ στροφές} / 60 \text{ s} = \\ &= 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \text{ rad/s} = 31,4 \text{ rad/s} = 31,4 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$



Σχ. 2.19
Γωνιακή επιτάχυνση

Όταν υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση, έχουμε μεταβολή του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας και υπάρχει η (γραμμική) **επιτόχια επιτάχυνση**. Η επιτόχια επιτάχυνση έχει τιμή $a_\epsilon = du/dt$.

Η επιτόχια επιτάχυνση είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης της τροχιάς στο σημείο που βρίσκεται το κινητό. Η φορά της είναι αυτή της μεταβολής του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας. Στην κυκλική κίνηση υπάρχει πάντοτε και κεντρομόλος επιτάχυνση, στην οποία θα αναφερθούμε παρακάτω.

2.4.2 Γραμμική επιτάχυνση στην ομαλή κυκλική κίνηση

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό. Η επιτάχυνση στην ομαλή κυκλική κίνηση είναι μόνο η κεντρομόλος επιτάχυνση a_κ (η επιτόχια επιτάχυνση είναι μηδέν), που έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

Μέτρο: $a_\kappa = u^2/R$, **διεύθυνση**, τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας, **φορά** προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και **μονάδα μέτρησης** το 1 m/s^2 .

Η κεντρομόλος επιτάχυνση και η γωνιακή ταχύτητα συνδέονται με τη σχέση $a_\kappa = \omega^2 R$.

Πράγματι, απ' τις σχέσεις $a_\kappa = u^2/R$ και $u = \omega R$, προκύπτει ότι:

$$a_\kappa = \frac{u^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

Από τον ίδιο τύπο δίνεται η κεντρομόλος επιτάχυνση, ακόμη και όταν η κυκλική κίνηση δεν είναι ομαλή.

- Κυκλική ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Στην κυκλική ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση,

η γωνιακή επιτάχυνση είναι σταθερή και έχουμε $\omega = \omega_0 + at$, όπου ω_0 η αρχική γωνιακή ταχύτητα, δηλαδή όταν $t = 0 \text{ s}$.

Σ' αυτήν την περίπτωση, απ' τη σχέση $\omega = d\varphi/dt$ βρίσκουμε $d\varphi = \omega dt$. Θέτοντας όπου ω την ανωτέρω τιμή ως συνάρτηση του χρόνου, μπορούμε με απλή ολοκλήρωση να βρούμε το $\varphi = \varphi(t)$. Η επιτόχια επιτάχυνση βρίσκεται εύκολα από τις σχέσεις:

$$u = \omega R, \quad a_\epsilon = \frac{du}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R \frac{d(\omega_0 + a_{\Gamma\Omega\Omega} t)}{dt} = R a_{\Gamma\Omega\Omega}$$

2.4.3 Μετάδοση περιστροφικής κίνησης

Συχνά παρουσιάζεται η ανάγκη να μεταδοθεί η περιστροφική κίνηση από έναν άξονα σ' έναν άλλο και τα μέσα που χρησιμοποιούνται για τον σκοπό αυτό είναι ο ιμάντας, η αλυσίδα και οι οδοντωτοί τροχοί. Σε κάθε μετάδοση κίνησης υπάρχουν δύο άξονες, ο **κινητήριος** και ο **κινούμενος**.

Παρακάτω αναλύεται η μετάδοση κίνησης με χρήση ιμάντα (σχ. 2.20). Ανάλογα ισχύουν και για τις άλλες περιπτώσεις. Όταν η συχνότητα του κινητήριου άξονα είναι μεγαλύτερη απ' αυτήν του κινούμενου άξονα, τότε μιλάμε για υποβιβασμό των στροφών. Αν d_1 είναι η διάμετρος του κινητήριου άξονα, n_1 οι στροφές που πραγματοποιεί σε δεδομένο χρόνο και d_2, n_2 η διάμετρος και οι στροφές του κινούμενου άξονα, ισχύει ότι $d_1/d_2 = n_2/n_1$.

Απόδειξη

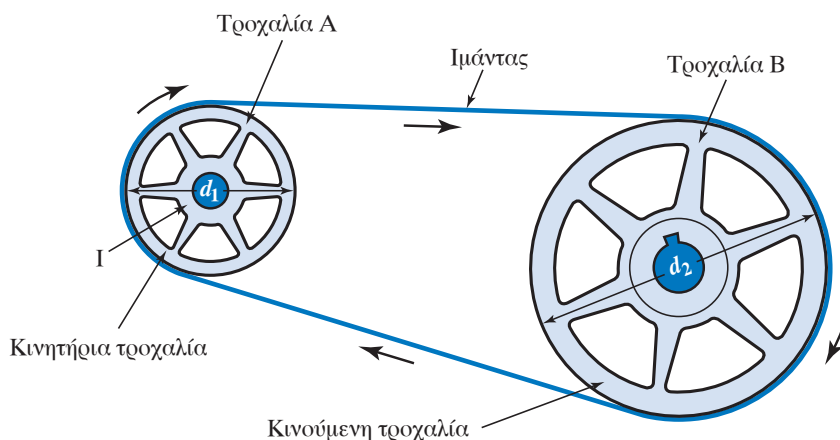
Από τη σχέση $u_1 = u_2$ ισχύει:

$$s_1/t = s_2/t \quad \text{άρα} \quad s_1 = s_2, \quad \text{άρα} \quad n_1 (2\pi R_1) = n_2 (2\pi R_2).$$

Επομένως $n_1 (2R_1) = n_2 (2R_2)$, οπότε $n_1 d_1 = n_2 d_2$ τελικώς:

$$d_1/d_2 = n_2/n_1$$

Συνήθως κατά τη μετάδοση της κίνησης, οι στρο-



Σχ. 2.20
Μετάδοση περιστροφικής κίνησης με ιμάντα

φές του κινητήριου άξονα είναι περισσότερες από τις στροφές του κινούμενου άξονα.

Στις κινήσεις με επίπεδο μιάντα δεν επιτυγχάνουμε στον κινούμενο άξονα τον αναμενόμενο αριθμό περιστροφών, διότι παρατηρείται μικρή ολίσθηση του μιάντα πάνω στην κινούμενη τροχαλία.

Η μείωση του αριθμού των αναμενόμενων στροφών είναι συνήθως της τάξεως του 5%.

Σχέση μετάδοσης (i) ονομάζεται ο λόγος $i = n_2/n_1$ όπου: n_1 ο αριθμός των στροφών του κινητήριου άξονα και n_2 ο αριθμός των αντιστοίχων στροφών του κινούμενου άξονα. Συνήθως είναι $n_2/n_1 < 1$ (υποβιβασμός των στροφών). Αν είναι $i = 1:3$ ή $i = 1:5$ σημαίνει ότι:

$$n_2/n_1 = 1/3 \quad \text{ή} \quad n_2/n_1 = 1/5 \quad \text{κ.ο.κ.}$$

Δεν είναι δυνατό να πετύχουμε πάρα πολύ μεγάλη σχέση υποβιβασμού (1:100) χρησιμοποιώντας μόνο δύο άξονες (απλή μετάδοση). Σ' αυτές τις περιπτώσεις χρησιμοποιούμε πολλαπλή σχέση μετάδοσης, δηλαδή κλιμακωτή μείωση των στροφών με περισσότερα από ένα ζεύγη μετάδοσης της κίνησης. Έστω παράδειγμα, τριπλής κλιμάκωσης με

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4,16}$$

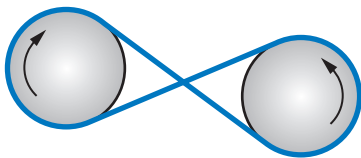
που σημαίνει ότι η τελική σχέση ισούται με μία τριπλή σχέση μετάδοσης, δηλαδή:

$$\frac{n_4}{n_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_3}{n_2} \cdot \frac{n_4}{n_3}$$

με $\frac{1}{100} = \frac{n_4}{n_1}, \frac{1}{4} = \frac{n_2}{n_1}, \frac{1}{6} = \frac{n_3}{n_2}$ και $\frac{1}{4,16} = \frac{n_4}{n_3}$

Αν η ακτίνα της κινητήριας είναι μεγαλύτερη από την ακτίνα της κινούμενης τροχαλίας, τότε η ταχύτητα της κινούμενης θα είναι μεγαλύτερη από της κινητήριας.

Αν η ακτίνα της κινητήριας είναι μικρότερη από την ακτίνα της κινούμενης τροχαλίας, τότε η ταχύτητα της κινούμενης θα είναι πιο μικρή από της κινητήριας. Στο σχήμα 2.21 η διάμετρος των δύο τροχαλιών είναι ίδια, άρα η ταχύτητά τους θα είναι ίδια,



Σχ. 2.21

Η κατεύθυνση της κίνησης αλλάζει

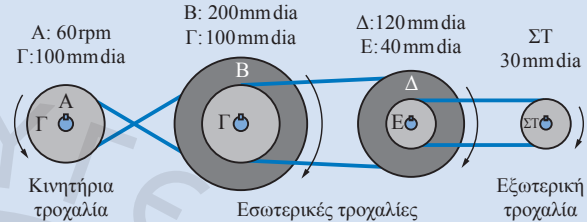
όμως η κατεύθυνση της κίνησης αλλάζει δηλαδή οι τροχαλίες γυρίζουν η μία αντίθετα από την άλλη.



Εφαρμογές

1. Για τον λόγο ταχυτήτων (σχ. 2.22) ισχύει ότι:

$$\Lambda.Τ. = \frac{n_A}{n_F} = \frac{d_B d_D d_F}{d_A d_C d_E} = \frac{200 \cdot 120 \cdot 30}{100 \cdot 100 \cdot 40} = \frac{18}{10}$$



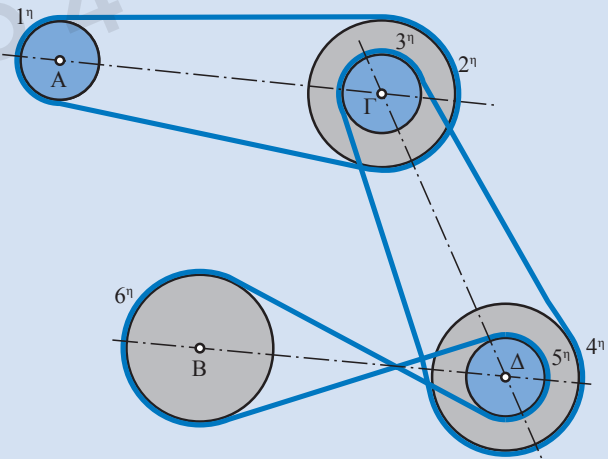
Σχ. 2.22

Η ταχύτητα της κινούμενης τροχαλίας είναι $60/1,8 = 33,3$ στροφές ανά λεπτό

2. Στο σχήμα 2.23, ο λόγος ταχυτήτων είναι:

$$\Lambda.Τ. = \frac{n_A}{n_B} = \frac{d_2 d_4 d_6}{d_1 d_3 d_5}$$

δηλαδή ο λόγος των ταχυτήτων περιστροφής της κινητήριας προς την κινούμενη τροχαλία είναι αντιστρόφως ανάλογος προς τον λόγο του γινομένου των διαμέτρων των κινούμενων προς το γινόμενο των διαμέτρων των κινητήριων τροχαλιών (σχ. 2.23).



Σχ. 2.23



Παραδείγματα

1. Τροχαλία ηλεκτροκινητήρα διαμέτρου $d_1 = 100 \text{ mm}$ με $n_1 = 2500$ στροφές/min μεταδίδει κίνηση σε παράλληλο άξονα με διάμετρο $d_2 = 200 \text{ mm}$. Πόσες στροφές/min εκτελεί ο άξονας αυτός; Εάν θέλουμε να εκτελεί $n_1 = 50$ στροφές/min, τι διαμέτρου τροχαλία πρέπει να τοποθετήσουμε στον αντίστοιχο άξονα;

Λύση

Από τη σχέση $\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1}$ κάνοντας τις αντί-

στοιχες αντικαταστάσεις έχουμε ότι για μεν το πρώτο ερώτημα $n_2 = 1.250$ στροφές/min, για δε το δεύτερο ερώτημα $d_2 = 5.000 \text{ mm}$.

2. Δρομέας τρέχει με ταχύτητα σταθερού μέτρου, σε κυκλικό στίβο που έχει μήκος περιφέρειας 400 m . Αν ο δρομέας κάνει μια περιφορά σε χρόνο 50 s , να υπολογίσετε:

- Το σταθερό μέτρο της ταχύτητάς του.
- Τη συχνότητα της κυκλικής κίνησης.

Λύση

α) Ο χρόνος, στον οποίο ο δρομέας εκτελεί μια περιφορά είναι ο χρόνος μιας περιόδου $T = 50 \text{ s}$. Σε αυτόν τον χρόνο εκτελεί μια περιφορά μήκους $s = 2\pi R = 400 \text{ m}$. Άρα:

$$u = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{400 \text{ m}}{50 \text{ s}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

β) Εφόσον γνωρίζουμε την περίοδο, η συχνότητα περιστροφής υπολογίζεται από τη σχέση:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{50 \text{ s}} = 0,02 \text{ Hz}$$

3. Το άκρο του περυγίου ανεμιστήρα στρέφεται με γραμμική ταχύτητα $u = 15 \text{ m/s}$ και η ακτίνα του έχει μήκος $R = 60 \text{ cm}$.

α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα και τη γωνιακή του ταχύτητα.

β) Να υπολογίσετε επίσης ποιο μήκος του τόξου θα έχει διανυθεί σε χρόνο ενός εκατοστού του δευτερολέπτου.

Λύση

α) Από τη σχέση $u = 2\pi Rf$ υπολογίζουμε τη συχνότητά του, άρα $u = 2\pi Rf$, άρα:

$$f = \frac{u}{2\pi R} = 4 \text{ Hz}$$

όπου $\pi = 3,14$ και $R = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m}$. Επίσης, η γωνιακή του συχνότητα υπολογίζεται ως εξής: $\omega = 2\pi f = 25,12 \text{ rad/s}$.

β) Το μήκος του τόξου που θα διανυθεί σε $t = 0,01 \text{ s}$ είναι $s = ut = 15 \text{ m/s} \cdot 0,01 \text{ s} = 0,15 \text{ m}$.

4. Στροφή δρόμου θεωρείται τόξο ακτίνας $R = 80 \text{ m}$. Να υπολογίσετε την κεντρομόλο επιτάχυνση αυτοκινήτου, όταν αυτό παίρνει τη στροφή με ταχύτητες μέτρων $u_1 = 36 \text{ km/h}$, $u_2 = 72 \text{ km/h}$.

Λύση

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει σχέση με τη μεταβολή στη διεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας. Είναι ένα διάνυσμα με διεύθυνση τη διεύθυνση της ακτίνας και φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση $a_{\kappa} = u^2/R$.

Έτσι, για $u = u_1 = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$, είναι:

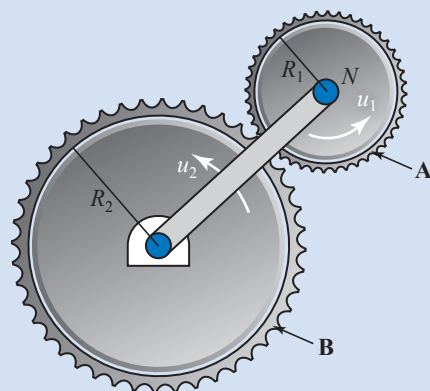
$$a_{\kappa_1} = \frac{100 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{80 \text{ m}} = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ ενώ για}$$

$$u = u_2 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \text{ είναι:}$$

$$a_{\kappa_2} = \frac{400 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{80 \text{ m}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Παρατηρούμε πως όταν η ταχύτητα διπλασιάζεται, η κεντρομόλος επιτάχυνση τετραπλασιάζεται, με σταθερή την ακτίνα περιστροφής.

5. Δύο γρανάζια περιστρέφονται εφαπτομενικά εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση (σχ. 2.24). Αν $u_1 = 1 \text{ m/s}$ η γραμμική ταχύτητα ση-



Σχ. 2.24

μείου της περιφέρειας του ακτίνας $R_1 = 0,1 \text{ m}$ μικρού γραναζιού και $\omega_2 = 2 \text{ rad/s}$ η γωνιακή ταχύτητα του μεγάλου γραναζιού υπολογίστε:

α) Τη γραμμική ταχύτητα σημείου της περιφέρειας του μεγάλου γραναζιού.

β) Τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του μικρού γραναζιού.

γ) Την ακτίνα R_2 του μεγάλου γραναζιού.

Λύση

α) Εφόσον τα δύο γρανάζια εφάπτονται συνεχώς έχουν πάντα ένα κοινό σημείο, που έχει μια τιμή γραμμικής ταχύτητας. Άρα, όλα τα σημεία της περιφέρειας των δύο γραναζιών έχουν την ίδια κατά μέτρο γραμμική ταχύτητα, δηλαδή $u_1 = u_2 = 1 \text{ m/s}$.

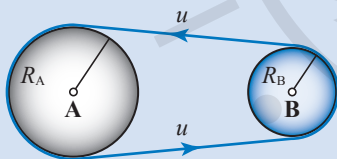
β) Για το μικρό γρανάζι ισχύει

$$u_1 = \omega_1 R_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{u_1}{R_1} = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ rad/s}$$

γ) Για το μεγάλο γρανάζι ισχύει

$$u_2 = \omega_2 \cdot R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{u_2}{\omega_2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m}$$

6. Στο σύστημα φόρτωσης πλοίου, ιμάντας συνδέει δύο δίσκους Α, Β ακτίνων $R_A = 20 \text{ cm}$, $R_B = 10 \text{ cm}$ αντίστοιχα (σχ. 2.25). Για λόγους ασφαλείας το μέτρο της ταχύτητας των σημείων του ιμάντα δεν πρέπει να ξεπεράσει τα 2 m/s .



Σχ. 2.25

α) Ποια η σχέση των συχνοτήτων περιστροφής των δύο δίσκων;

β) Ποια η μέγιστη επιτρεπόμενη συχνότητα περιστροφής για τους δίσκους Α, Β ώστε οι εργασίες να πραγματοποιούνται με ασφάλεια;

γ) Ποια η κεντρομόλος επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας κάθε δίσκου;

Λύση

α) Το μέτρο της ταχύτητας u κάθε σημείου του ιμάντα ισούται με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας των δίσκων. Τα σημεία του ιμάντα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τα σημεία της

περιφέρειας των δίσκων Α, Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με $u = 2\pi R_A f_A$, $u = 2\pi R_B f_B$, αντίστοιχα. Άρα,

$$1 = \frac{R_A f_A}{R_B f_B} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = \frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{2}$$

β) Είναι

$$u = 2\pi R_A f_A \Rightarrow f_A = \frac{u}{2\pi R_A} = \frac{2 \text{ m/s}}{2\pi \cdot 0,2 \text{ m}} = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή συχνότητας του δίσκου Α. Από

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{1}{2} \text{ έπεται } f_B = 2 \cdot f_A = \frac{10}{\pi} \text{ Hz}$$

γ) Για τους Α, Β αντίστοιχα είναι,

$$a_{K(A)} = \frac{u^2}{R_A} = 20 \text{ m/s}^2, \quad a_{K(B)} = \frac{u^2}{R_B} = 40 \text{ m/s}^2$$

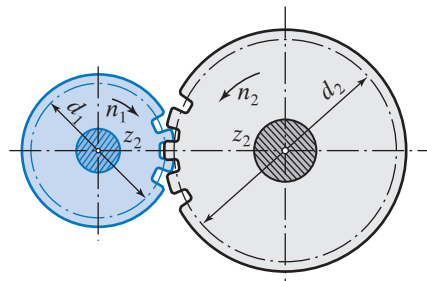
Σύστημα γραναζιών. Στην οδοντοκίνηση (σχ. 2.26) υπάρχουν οδοντωτοί τροχοί (γρανάζια) που είναι κύλινδροι των οποίων η εξωτερική περιφέρεια χωρίζεται σε ισαπέχουσες μεταξύ τους εσοχές (διάκενα δοντιών) και εξοχές (δόντια). Η οδοντοκίνηση αποτελεί τον πιο διαδεδομένο τρόπο μετάδοσης της περιστροφικής κίνησης μεταξύ δύο αξόνων. Όταν δύο ή περισσότερα γρανάζια (οδοντοτροχοί) εμπλέκονται μεταξύ τους, έχουμε συρμό γραναζιών και ισχύει ότι:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

όπου: d_1, d_2 , διάμετροι, n_1, n_2 στροφές και z_1, z_2 πλήθος δοντιών 1ου, 2ου γραναζιού, αντίστοιχα. Τα κλάσματα

$$\frac{d_1}{z_1} = \frac{d_2}{z_2}$$

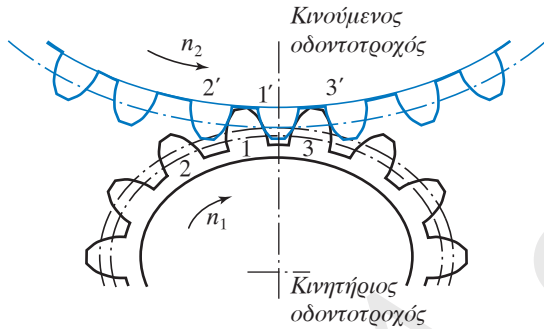
ονομάζονται **μοντούλ** και συμβολίζονται με το γράμμα m . Χρησιμοποιούνται για μεταφορά ισχύος



Σχ. 2.26

Κινητήριο και κινούμενο γρανάζι

(από mW έως MW) και κατασκευάζονται με διάμετρο από μερικά χιλιοστόμετρα (μηχανισμοί ρολογιών) έως δέκα ή περισσότερα μέτρα (αεροπλάνα, πλοία). Κάθε άξονας (άτρακτος) φέρει γρανάζι και η κινηματική σύνδεση των αξόνων επιτυγχάνεται με εμπλοκή των δοντιών ενός γραναζιού στα διάκενα του άλλου (σχ. 2.27).



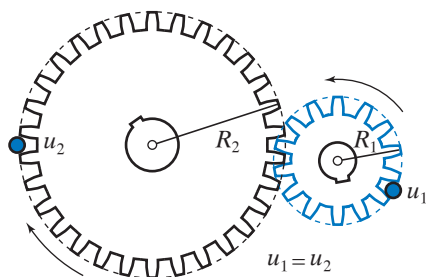
Σχ. 2.27

Μετάδοση κίνησης από το κινητήριο στο κινούμενο γρανάζι

Όταν γίνεται χρήση συρμού γραναζιών, τότε η περιστροφική κίνηση αλλάζει φορά περιστροφής από τον κινητήριο προς τον κινούμενο άξονα. Για την αύξηση ή μείωση της ταχύτητας περιστροφής, γίνεται χρήση γραναζιών διαφορετικού μεγέθους, οπότε ο λόγος ταχυτήτων (Λ.Τ.) είναι

$$\text{Λ.Τ.} = \frac{\text{Αριθμός δοντιών κινούμενου γραναζιού}}{\text{Αριθμός δοντιών κινητήριου γραναζιού}}$$

Αν το κινούμενο γρανάζι έχει μεγαλύτερο αριθμό δοντιών από ότι το κινητήριο γρανάζι, τότε παρατηρείται μείωση της ταχύτητας περιστροφής (μετριέται σε στροφές ανά λεπτό), ενώ στην αντίθετη περίπτωση παρατηρείται αύξηση της ταχύτητας περιστροφής. Σε δυο γρανάζια (ακτινών R_1, R_2) που είναι σε επαφή μεταξύ τους, χωρίς ολίσθηση και περιστρέφονται κατά αντίθετη φορά (σχ. 2.28), οι γραμμικές



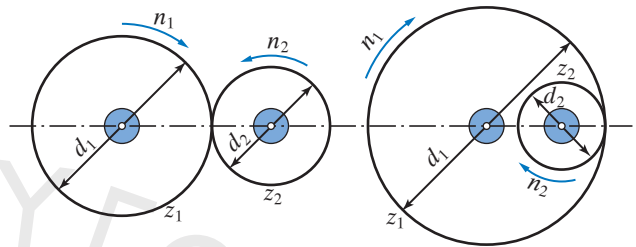
Σχ. 2.28

Σύστημα περιστρεφόμενων, με αντίθετη φορά, γραναζιών

ταχύτητες των περιφερειών επαφής έχουν ίδιο μέτρο $u_1 = u_2$. Για τα μέτρα γωνιακών ταχυτήτων είναι:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Η μετάδοση κίνησης μπορεί να γίνει με εξωτερική ή και με εσωτερική τοποθέτηση των γραναζιών (σχ. 2.29).



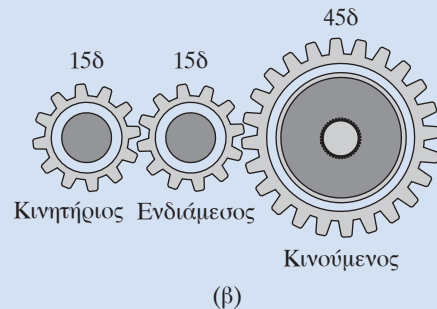
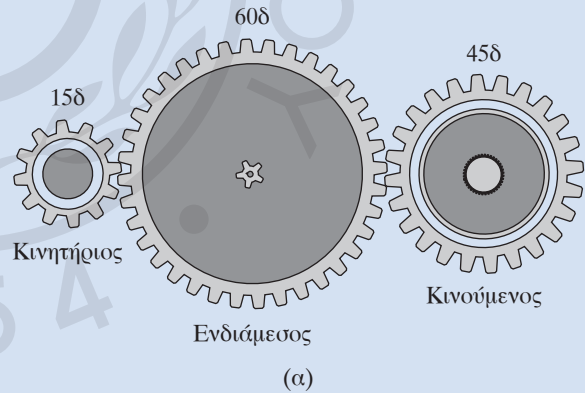
Σχ. 2.29

Μετάδοση κίνησης με εξωτερική και εσωτερική τοποθέτηση



Παρατήρηση

Το μέγεθος (αριθμός δοντιών) του ενδιάμεσου γραναζιού, δεν επηρεάζει το λόγο ταχυτήτων μεταξύ των δύο ακραίων γραναζιών (σχ. 2.30).



Σχ. 2.30

Συρμού γραναζιών

Για το σχήμα 2.30(α) Λ.Τ. = $\frac{60}{15} \cdot \frac{45}{60} = \frac{3}{1}$

Για το σχήμα 2.30(β) Λ.Τ. = $\frac{15}{15} \cdot \frac{45}{15} = \frac{3}{1}$

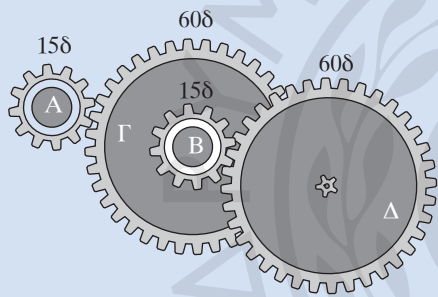
Προκειμένου να επιτευχθεί μεγαλύτερη μεταβολή (αύξηση ή μείωση) των στροφών, από αυτή που προσφέρουν δύο γρανάζια, γίνεται χρήση σύνθετων συρμών (κοινώς κιβωτίων ταχυτήτων).



Παράδειγματα

1. Στο σχήμα 2.31, ο λόγος ταχυτήτων είναι

$$\Lambda.Τ. = \frac{n_A}{n_B} = \frac{z_B}{z_A} \cdot \frac{z_A}{z_\Gamma} = \frac{60}{15} \cdot \frac{60}{15} = \frac{16}{1}$$

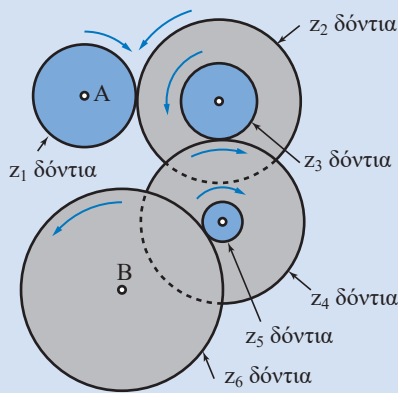


Σχ. 2.31

Σύνθετος συρμός (ή κιβώτιο ταχυτήτων)

2. Στο σχήμα 2.32, ο λόγος ταχυτήτων είναι

$$\Lambda.Τ. = \frac{n_A}{n_B} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_6}{z_5}$$



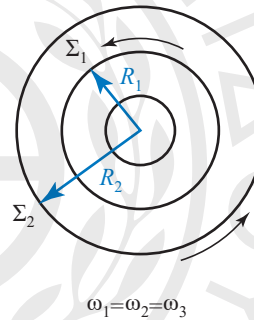
Σχ. 2.32

Υπάρχουν κινήσεις γραναζιών με παράλληλα γρανάζια, όταν οι δυο άξονες είναι παράλληλοι (σχ. 2.31), κωνικά γρανάζια, όταν οι δυο άξονες διασταυρώνονται κάθετα οπότε επιτυγχάνεται μετάδοση περιστροφικής κίνησης με γωνία 90°, ελικοειδή γρανάζια, που καθιστούν δυνατή τη μετάδοση περιστροφικών κινήσεων με άξονες ασύμβατους.

Ομοκεντρικό σύστημα. Δυο σημεία Σ₁, Σ₂, που ανήκουν στο ίδιο περιστρεφόμενο γρανάζι και απέχουν από το κέντρο του αποστάσεις R₁, R₂ αντίστοιχα, έχουν ίδιες γωνιακές ταχύτητες ω₁ = ω₂ = ω, περιόδους T₁ = T₂ = T και συχνότητες f₁ = f₂ = f, αλλά διαφορετικές γραμμικές ταχύτητες (σχ. 2.33). Είναι

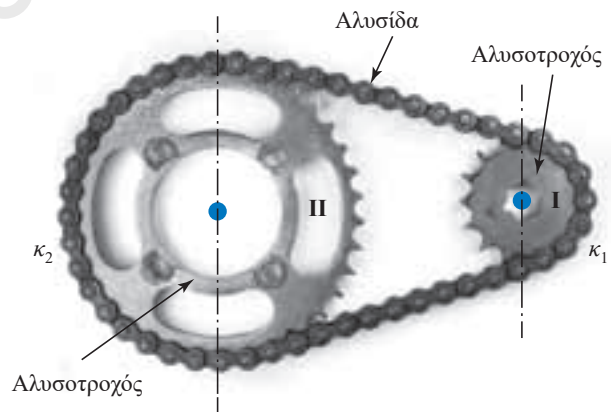
$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \omega \cdot R_1 \\ u_2 &= \omega \cdot R_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{u_1}{u_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Άρα, τα μέτρα των γωνιακών ταχυτήτων είναι ανάλογα προς τις ακτίνες περιστροφής.



Σχ. 2.33
Περιστρεφόμενο γρανάζι

Αλυσοκίνηση. Διαφέρει από την κίνηση με μιάνα στο ότι αντί για τροχαλίες χρησιμοποιούνται γρανάζια και αντί για μιάνες ατέρμονη αλυσίδα (σχ. 2.34). Η μετάδοση κίνησης από τον κινητήριο



Σχ. 2.34
Αλυσοκίνηση γραναζιών

στον κινούμενο άξονα επιτυγχάνεται με εμπλοκή της αλυσίδας με το κινητήριο και το κινούμενο γρανάξι που στερεώνονται στους αντίστοιχους άξονες. Η αλυσίδα περιβάλλει τα δυο αυτά γρανάξια. Κατά την κίνηση με αλυσίδα, είναι:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

όπου d_1, d_2 , διάμετροι και n_1, n_2 στροφές 1ου, 2ου γραναζιού αντίστοιχα.

2.5 Σύνθεση κινήσεων – Απόλυτη και σχετική κίνηση

Η μελέτη μίας κίνησης γίνεται συνήθως ως προς ένα σύστημα αναφοράς. Ωστόσο, πολλές φορές χρειάζεται να θεωρήσουμε την κίνηση ως προς δύο συστήματα αναφοράς ταυτόχρονα. Τότε, θεωρούμε ότι το ένα σύστημα αναφοράς είναι ακίνητο (απόλυτο) και ότι το άλλο κινείται ως προς το πρώτο. Η κίνηση ως προς το πρώτο λέγεται **απόλυτη κίνηση** και ως προς το δεύτερο **σχετική κίνηση**.

Για παράδειγμα, έστω κύλινδρος που κυλιέται πάνω στο κατάστρωμα πλοίου, το οποίο κινείται ως προς την ξηρά με μεταφορική κίνηση. Είναι βολικό να θεωρήσουμε ως απόλυτο σύστημα αναφοράς την ξηρά. Ο κύλινδρος εκτελεί κίνηση (απόλυτη) ως προς την ξηρά, που είναι ο συνδυασμός της (σχετικής) κυκλικής κίνησης ως προς το κατάστρωμα και της μεταφορικής κίνησης του πλοίου ως προς την ξηρά.

Ένας γλάρος μπορεί να παραμένει ακίνητος για επιβάτη πλοίου και να εκτελεί ομαλή κίνηση για ακίνητο φαροφύλακα.

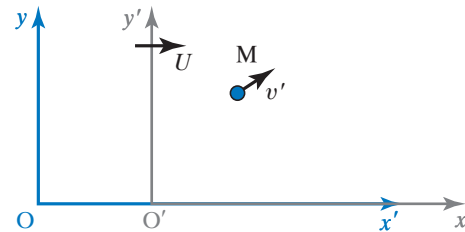
Δελφίνι κινείται με ταχύτητα παράλληλα σε σκάφος που ταξιδεύει με σταθερή ταχύτητα. Η κίνηση μελετάται ταυτόχρονα από επίγειο σταθμό και από το σκάφος. Ο επίγειος σταθμός και το σκάφος παρουσιάζουν διαφορετικά αποτελέσματα, διότι μελετούν το φαινόμενο από δύο διαφορετικά συστήματα αναφοράς. Είναι απαραίτητο λοιπόν να βρεθεί τρόπος, ώστε οι δύο παρατηρητές που παρατηρούν το ίδιο φαινόμενο από δύο διαφορετικά συστήματα αναφοράς, να μπορούν να συνεννοηθούν. Αυτό επιτυγχάνεται με τις σχέσεις μετασχηματισμού της θέσης, της ταχύτητας και κάθε άλλου μεγέθους που γίνεται με διαφορετικό τρόπο αντιληπτό ως προς τα διάφορα συστήματα αναφοράς.

Θεωρούμε δύο συστήματα αναφοράς Σ και Σ' , που το ένα κινείται σε σχέση με το άλλο με σταθερή ταχύτητα. Δεχόμαστε ως ακίνητο το Σ . Το Σ' κινείται

ως προς το Σ με ταχύτητα U . Για λόγους απλούστευσης κάνουμε τις παρακάτω παραδοχές:

1) Τα δύο συστήματα ταυτίζονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ s.

2) Η ταχύτητα U είναι παράλληλη με τον άξονα Ox του συστήματος Σ (σχ. 2.35).



Σχ. 2.35

Η απόλυτη και η σχετική κίνηση σώματος M

Θα βρούμε τις σχέσεις που συνδέουν τη θέση, την ταχύτητα, την επιτάχυνση και τη δύναμη ενός κινούμενου σημείου, όπως τις μετρούν οι παρατηρητές από τα συστήματα Σ, Σ' . Έστω το κίνητο M . Ο παρατηρητής Σ προσδιορίζει τη θέση του M με τις συντεταγμένες (x, y) και υπολογίζει την ταχύτητα u και την επιτάχυνση a . Ο παρατηρητής Σ' προσδιορίζει τη θέση του M με τις συντεταγμένες (x', y') και υπολογίζει την ταχύτητα u' και την επιτάχυνση a' . Οι σχέσεις που συνδέουν τις συντεταγμένες στα δύο συστήματα είναι: $x = x' + Ut, y = y'$, (Μετασχηματισμός του Γαλιλαίου).

Οι σχέσεις που συνδέουν τις ταχύτητες είναι: $u_x = u'_x + U, u_y = u'_y$.

Πράγματι, από τους μετασχηματισμούς της θέσης ισχύουν:

$$x = x' + Ut \text{ άρα: } \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + U.$$

Επομένως $u_x = u'_x + U$ και η $y = y'$ δίνει

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}, \text{ άρα } u_y = u'_y.$$

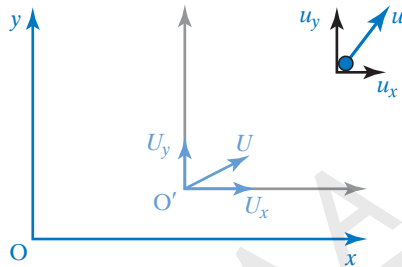
Η σχέση που συνδέει τις επιταχύνσεις είναι $a = a'$. Δηλαδή οι παρατηρητές που βρίσκονται σε ομαλή σχετική μεταφορική κίνηση μετράνε την ίδια επιτάχυνση του σωματιδίου.

Πράγματι, από τους μετασχηματισμούς της ταχύτητας ισχύει ότι $u = u' + U$, άρα:

$$\frac{du}{dt} = \frac{du'}{dt} + \frac{dU}{dt} \text{ ή } \frac{du}{dt} = \frac{du'}{dt} + 0,$$

άρα: $a = a'$. Ισχύει $\frac{dU}{dt} = 0$, διότι $U = \text{σταθερό}$.

Αν η ταχύτητα U με την οποία κινείται το σύστημα Σ' ως προς το σύστημα Σ δεν είναι παράλληλη στον άξονα Ox , αναλύουμε την U σε συνιστώσες U_x, U_y (σχ. 2.36). Οι μετασχηματισμοί θέσης εμφανίζουν τη μορφή $x = x' + U_x t, y = y' + U_y t$ και οι μετασχηματισμοί ταχύτητας $u_x = u'_x + U_x, u_y = u'_y + U_y$, διανυσματικά $\vec{u} = \vec{u}' + \vec{U}$.



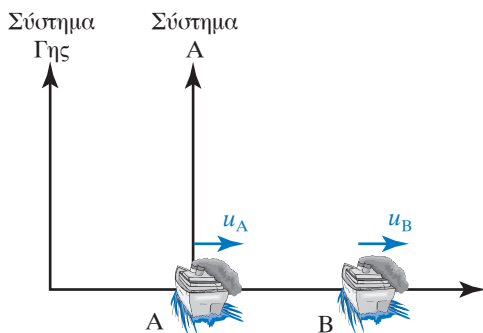
Σχ. 2.36
Σχετική κίνηση δύο σωμάτων

2.5.1 Σχετική κίνηση δύο σωμάτων

Πλοίο Α κινείται βόρεια με σταθερή ταχύτητα u_A ως προς τη Γη (σχ. 2.37). Σε κάποια απόσταση υπάρχει πλοίο Β που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με ταχύτητα u_B ως προς τη Γη. Μας ενδιαφέρει η ταχύτητα του Β ως προς το Α, \vec{u}_{BA} . Αυτή είναι ουσιαστικά η σχετική ταχύτητα που αναφέραμε προηγουμένως, οπότε ισχύει $\vec{u}_B = \vec{u}_{BA} + \vec{u}_A$ ή $\vec{u}_{BA} = \vec{u}_B - \vec{u}_A$, όπου \vec{u}_{BA} η ταχύτητα του Β, όπως την αντιλαμβάνεται το Α. Η σχετική ταχύτητα του Α ως προς το Β είναι $u_{AB} = u_A - u_B$.

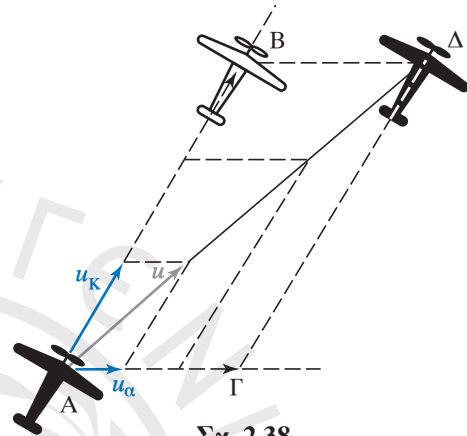
2.5.2 Σύνθεση ταυτόχρονων κινήσεων

Έστω ότι αεροπλάνο κινείται με ταχύτητα u_K



Σχ. 2.37
Σχετική κίνηση δύο σωμάτων που κινούνται στην ίδια κατεύθυνση

που οφείλεται στον κινητήρα του, ενώ ταυτόχρονα το παρασύρει ο άνεμος που φυσά με ταχύτητα u_α . Το αεροπλάνο εκτελεί ταυτόχρονα δύο κινήσεις, μία με ταχύτητα u_K και μία με ταχύτητα u_α (σχ. 2.38). Αν υπάρχει άπνοια ($u_\alpha = 0 \text{ m/s}$), το αεροπλάνο εκτελεί μία μόνο κίνηση με ταχύτητα u_K . Αν σε χρόνο t μετατοπίζεται από τη θέση Α στη Β ισχύει ότι $(AB) = u_K t$.



Σχ. 2.38
Σύνθεση ταυτόχρονων κινήσεων

Αν οι μηχανές του δεν λειτουργούν ($u_K = 0 \text{ m/s}$), παρασύρεται απ' τον άνεμο και κινείται με την ταχύτητα u_α του ανέμου. Αν σε χρόνο t μετατοπίζεται από τη θέση Α στη Γ, ισχύει ότι $(ΑΓ) = u_\alpha t$. Αν το αεροπλάνο εκτελεί ταυτόχρονα και τις δύο κινήσεις, κάνει σύνθετη κίνηση και σε χρόνο t πηγαίνει από τη θέση Α στη Δ. Στη θέση Δ θα έφτανε, αν εκτελούσε διαδοχικά τις προηγούμενες κινήσεις για χρόνο t την κάθε μία. Συχνά στην κινηματική, παρόμοια προβλήματα με το παραπάνω αντιμετωπίζονται θεωρώντας ότι το κινητό συμμετέχει σε δύο ή περισσότερες ανεξάρτητες κινήσεις που εξελίσσονται ταυτόχρονα.

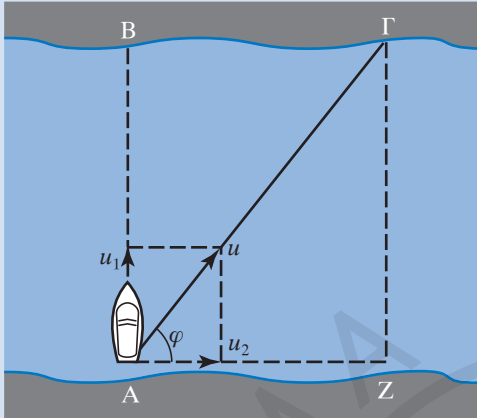
Σ' αυτήν την περίπτωση εργαλείο μας αποτελεί η αρχή ανεξαρτησίας ή επαλληλίας των κινήσεων, σύμφωνα με την οποία όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, η κάθε μία από αυτές εκτελείται ανεξάρτητα απ' τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t είναι η ίδια, είτε γίνονται ταυτόχρονα οι κινήσεις είτε διαδοχικά σε χρόνο t η κάθε μία.



Παράδειγμα

Πλοίο διασχίζει ποτάμι πλάτους $s = 300 \text{ m}$ (σχ. 2.39). Η ταχύτητα του νερού είναι $u_2 = 6 \text{ m/s}$. Η ταχύτητα του πλοίου ως προς το

νερό έχει μέτρο $u_1 = 8 \text{ m/s}$ και διεύθυνση κάθετη στο ρεύμα του ποταμού. Ποια είναι η ταχύτητα του πλοίου ως προς τη Γη και ποιος είναι ο χρόνος που απαιτείται, προκειμένου να φτάσει στην απέναντι όχθη;



Σχ. 2.39

Σύνθεση ταυτοχρόνων κινήσεων, όπου οι ταχύτητες είναι κάθετες μεταξύ τους

Λύση

Το πλοίο μετέχει δύο κινήσεων, μίας σχετικής, ως προς το κινούμενο νερό του ποταμού $u_{\Sigma X} = u_1$ και μίας που ονομάζεται **μετοχική**, λόγω της κίνησης του νερού $u_M = u_2$. Η απόλυτη ταχύτητα του πλοίου \vec{u} δίνεται από τον τύπο:

$$\vec{u} = \vec{u}_{\Sigma X} + \vec{u}_M = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$$

Το μέτρο της \vec{u} δίνεται από τον τύπο:

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η διεύθυνση της \vec{u} είναι:

$$\tan \varphi = \frac{u_1}{u_2} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

ΑΓ είναι η απόλυτη μετατόπιση του πλοίου στο χρόνο t . Αν το νερό του ποταμού ήταν ακίνητο ($u_2 = 0$), το πλοίο θα διήνευε απόσταση ΑΒ (σχετική μετατόπιση). Αν οι μηχανές του πλοίου δεν λειτουργούσαν ($u_1 = 0$) το ρεύμα του ποταμού θα το μετατόπιζε κατά απόσταση ΑΖ (μετοχική μετατόπιση),

$$\text{άρα } t = \frac{ΑΓ}{u} = \frac{ΑΒ}{u_1} = \frac{ΑΖ}{u_2}. \text{ Συνεπώς,}$$

$$t = \frac{ΑΒ}{u_1} = \frac{s}{u_1} = \frac{300}{8} \text{ s} = \frac{150}{4} \text{ s} = \frac{75}{2} \text{ s} = 37,5 \text{ s}$$

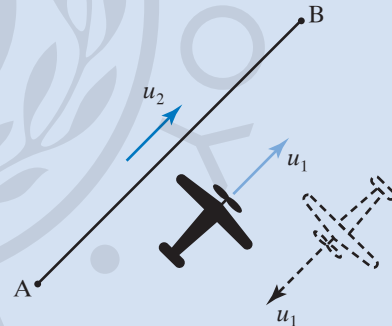
2.5.3 Σύνθεση δύο ευθύγραμμων ομαλών κινήσεων

Από τη σύνθεση δύο ευθύγραμμων και ομαλών κινήσεων προκύπτει κίνηση ευθύγραμμη και ομαλή με ταχύτητα $v = v_1 + v_2$ και θέση $r = x_1 + x_2$.



Παράδειγμα

Αεροπλάνο πετά οριζόντια από σημείο Α προς σημείο Β και στη συνέχεια από το Β στο Α. Τα Α, Β απέχουν απόσταση $s = 700 \text{ km}$. Η ταχύτητα ως προς τον αέρα είναι $u_1 = 300 \text{ km/h}$. Αν κατά τη διάρκεια της πτήσης ο αέρας κινείται με σταθερή ταχύτητα $u_2 = 50 \text{ km/h}$ με φορά απ' το σημείο Α προς το Β, να υπολογίσετε τον χρόνο που απαιτείται για την κάθε μία διαδρομή (σχ. 2.40).



Σχ. 2.40

Σύνθεση ταυτόχρονων κινήσεων

Λύση

Αν δεν φυσούσε αέρας ο χρόνος της κάθε διαδρομής ΑΒ, ΒΑ θα ήταν:

$$t = \frac{s}{u_1} = \frac{700}{300} \text{ h} = \frac{7}{3} \text{ h} = 2 \frac{1}{3} \text{ h}.$$

Όταν φυσά αέρας, το αεροπλάνο μετέχει δύο κινήσεων, μίας σχετικής ως προς τον κινούμενο αέρα $u_{\Sigma X} = u_1$ και μίας μετοχικής λόγω του αέρα $u_M = u_2$. Η απόλυτη ταχύτητα u του αεροπλάνου δίνεται από τον τύπο

$u = u_{\Sigma X} \pm u_M = u_1 + u_2$. Κατά τη διάρκεια της διαδρομής AB το μέτρο της απόλυτης ταχύτητας του αεροπλάνου είναι $u = u_1 + u_2 = 350 \text{ km/h}$.

Η χρονική διάρκεια της διαδρομής είναι:

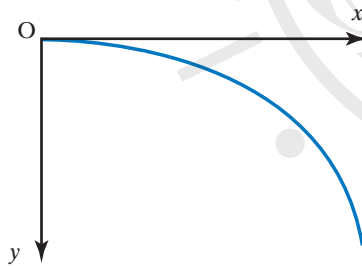
$$t_{AB} = \frac{s}{u_1 + u_2} = \frac{700}{350} \text{ h} = 2 \text{ h}.$$

Κατά τη διάρκεια της διαδρομής BA, το μέτρο της απόλυτης ταχύτητας του αεροπλάνου είναι $u' = u_1 - u_2 = 250 \text{ km/h}$. Η χρονική διάρκεια της διαδρομής είναι:

$$t_{BA} = \frac{s}{u_1 - u_2} = \frac{700}{250} \text{ h} = \frac{70}{25} \text{ h} = \frac{14}{5} \text{ h} = 2 \frac{4}{5} \text{ h}.$$

2.5.4 Σύνθεση ευθύγραμμης ομαλής και ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης

Από τη σύνθεση ευθύγραμμης ομαλής και ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης προκύπτει μία κίνηση που στη γενική περίπτωση έχει **τροχιά παραβολική** (σχ. 2.41). Εξαιρέση αποτελούν οι περιπτώσεις, που οι δύο κινήσεις έχουν την ίδια διεύθυνση, οπότε η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη.



Σχ. 2.41
Παραβολική κίνηση

2.5.5 Σύνθεση ευθύγραμμης ομαλής και ομαλής κυκλικής κίνησης

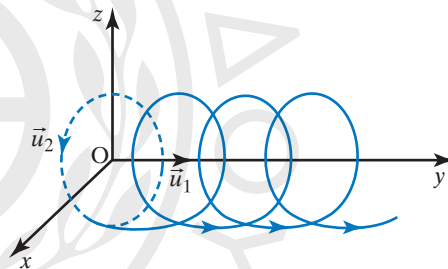
Όταν η ταχύτητα της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης είναι κάθετη στο επίπεδο της ομαλής κυκλικής κίνησης, προκύπτει **ελικοειδής κίνηση** (σχ. 2.42), οι εξισώσεις της οποίας εξάγονται χρησιμοποιώντας την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων.

Όταν η ταχύτητα της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης βρίσκεται στο επίπεδο της ομαλής κυκλικής, προκύπτει **κυκλοειδής τροχιά** (σχ. 2.43).

Για παράδειγμα αν από την οροφή κτηρίου που

βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, κλωστήσουμε οριζόντια μία μπάλα, αυτή θα εκτιναχθεί από το κτήριο με οριζόντια ταχύτητα και θα κινηθεί προς τα κάτω ακολουθώντας τροχιά, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.44. Κάτι ανάλογο συμβαίνει και στην περίπτωση που μαχητικό αεροπλάνο, κινούμενο οριζόντια, ελευθερώσει μία βόμβα με σκοπό να πλήξει εχθρικό στόχο.

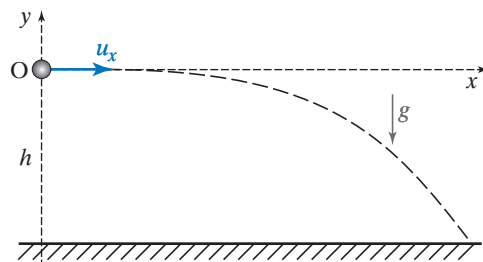
Οριζόντια βολή ονομάζεται η κίνηση που πραγματοποιεί ένα σώμα, όταν βάλλεται οριζόντια από μικρό ύψος και η μόνη δύναμη που ασκείται πάνω του είναι το βάρος του, που θεωρούμε σταθερό. Το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο επιμέρους κινήσεις. Μία στον οριζόντιο άξονα x (ευθύγραμμη ομαλή) και μία στον κατακόρυφο άξονα y (ελεύθερη πτώση). Προκειμένου να μελετήσουμε την κίνηση, θεωρούμε καρτεσιανό σύστημα αξόνων που έχει ως αρχή του το σημείο εκτόξευσης O . Αναλύουμε τη σύνθετη κίνηση σε δύο επιμέρους, οι οποίες λαμβάνουν χώρα στον οριζόντιο x και στον κατακόρυφο άξονα y ταυτόχρονα.



Σχ. 2.42
Ελικοειδής κίνηση



Σχ. 2.43
Κυκλοειδής κίνηση



Σχ. 2.44
Οριζόντια βολή σώματος

Κατά τη διεύθυνση του οριζώντιου άξονα δεν υπάρχει επιτάχυνση άρα $a_x = 0$ και το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα u_0 . Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου ($t_0 = 0$ s) τη χρονική στιγμή που η μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια. Δεδομένου ότι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ($u_x = u_0$) έχουμε:

$$u_0 = x/t \quad \text{άρα} \quad x = u_0 t$$

Κατά τη διεύθυνση του κατακόρυφου έχουμε σταθερή επιτάχυνση, με $a_y = g$. Δεν υπάρχει αρχική ταχύτητα, άρα έχουμε ελεύθερη πτώση (ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα). Ισχύει:

$$u_y = gt \quad \text{και} \quad y = gt^2/2$$

Η κίνηση περιγράφεται πλήρως όταν κάθε χρονική στιγμή γνωρίζουμε την ταχύτητα και τη θέση της μπάλας.

Σε κάθε σημείο της τροχιάς της μπάλας το διάνυσμα της ταχύτητας \vec{u} είναι εφαπτόμενο της τροχιάς και το μέτρο της υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το πυθαγόρειο θεώρημα (σχ. 2.45). Από $\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y$ έχουμε $u^2 = u_x^2 + u_y^2$, άρα:

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{u_0^2 + (gt)^2}$$

Προκειμένου να προσδιορίσουμε την κατεύθυνση της ταχύτητας u , υπολογίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας θ ή της συμπληρωματικής της γωνίας ω .

Έχουμε: $\tan \theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{gt}{u_0}$ και $\tan \omega = \frac{u_x}{u_y} = \frac{u_0}{gt}$

Η απόσταση d της μπάλας από το σημείο εκτοξεύσεως O (σχ. 2.46) την κάθε χρονική στιγμή, είναι:

$$d^2 = x^2 + y^2 \quad \text{ή} \quad d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(u_0 t)^2 + \left(\frac{1}{2} g t^2\right)^2}$$

Ο συνολικός χρόνος ($t_{ολ}$) της σύνθετης κίνησης ισούται με το χρόνο που διαρκεί η κάθε μία από τις επιμέρους κινήσεις. Συνεπώς, ισούται με τον χρόνο που χρειάζεται η μπάλα για να διανύσει κατακόρυφη απόσταση h . Έχουμε:

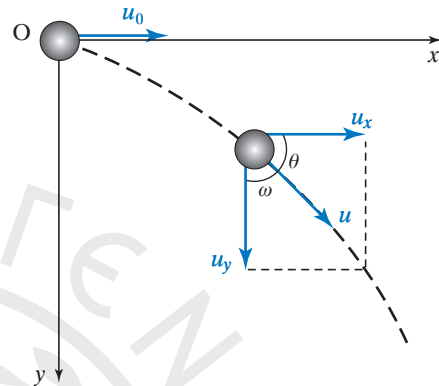
$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ή} \quad h = \frac{1}{2} g t_{ολ}^2 \quad \text{ή} \quad t_{ολ}^2 = \frac{2h}{g}$$

$$\text{άρα} \quad t_{ολ} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Βεληνεκές s ονομάζεται η μέγιστη απόσταση που

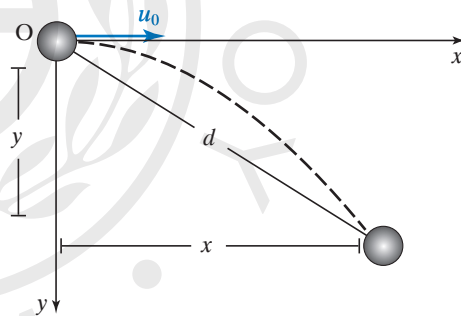
διανύει η μπάλα στην οριζόντια διεύθυνση, όταν φτάσει στο έδαφος, μετά από χρόνο $t_{ολ}$ (σχ. 2.47). Άρα, αν θέσουμε $x = s$ και $t = t_{ολ}$, έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} x = s \\ t = t_{ολ} \\ x = u_0 t \end{array} \right\} \text{άρα} \quad s = u_0 t_{ολ} = u_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



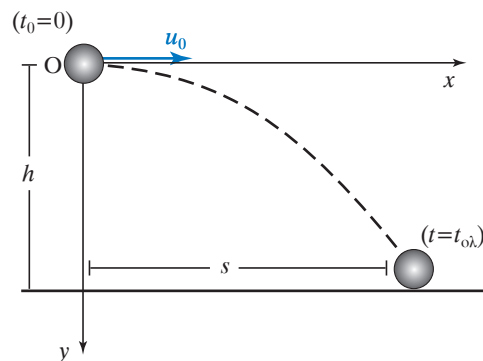
Σχ. 2.45

Το διάνυσμα της ταχύτητας στην οριζόντια βολή



Σχ. 2.46

Η θέση του σώματος στην οριζόντια βολή



Σχ. 2.47

Βεληνεκές

2.5.6 Πλάγια βολή υπό γωνία φ προς τα πάνω εντός ομογενούς βαρυτικού πεδίου

Έστω ότι βλήμα βάλλεται από κανόνι με αρχική ταχύτητα u_0 που η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο (σχ. 2.48). Η κίνηση του βλήματος, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, αναλύεται σε δύο επιμέρους κινήσεις, οι οποίες λαμβάνουν χώρα σ' έναν οριζόντιο άξονα x και έναν κατακόρυφο άξονα y . Ως αρχή του καρτεσιανού συστήματος, θεωρούμε το σημείο O , από το οποίο εκτοξεύεται το βλήμα. Από την ανάλυση της ταχύτητας u_0 στους δύο άξονες προκύπτει ότι $u_{0x} = u_0 \cos \varphi$ και $u_{0y} = u_0 \sin \varphi$. Η κίνηση του βλήματος είναι συνδυασμός κατακόρυφης βολής με αρχική ταχύτητα u_{0y} και ευθύγραμμης ομαλής κίνησης με ταχύτητα u_{0x} . Κάθε στιγμή ισχύουν στον οριζόντιο άξονα $u_x = u_{0x} = u_0 \cos \varphi$, $x = u_{0x} t = u_0 \cos \varphi t$ και στον κατακόρυφο άξονα

$$u_y = u_{0y} - gt = u_0 \sin \varphi - gt,$$

$$y = u_{0y} t - gt^2/2 = u_0 \sin \varphi t - gt^2/2.$$

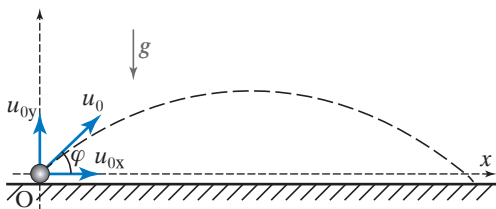
Όταν το βλήμα φτάσει στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του ισχύει $u_y = 0$, άρα $u_0 \sin \varphi - gt = 0$, δηλαδή:

$$t = \frac{u_0 \sin \varphi}{g} \quad (\text{χρόνος ανόδου του βλήματος}).$$

Ως αρχή μέτρησης του χρόνου θεωρήσαμε τη χρονική στιγμή που το βλήμα εκτοξεύθηκε. Η μέγιστη τιμή του χρόνου ανόδου είναι:

$$t = u_0/g$$

και επιτυγχάνεται όταν $\sin \varphi = 1$, άρα $\varphi = 90^\circ$, δηλαδή όταν το βλήμα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω.



Σχ. 2.48

Πλάγια (υπό γωνία) βολή σώματος

2.5.7 Μέγιστο ύψος

Θέτουμε στην εξίσωση $y = u_0 \sin \varphi t - 1/2 g t^2$ που δίνει κάθε φορά το ύψος, όπου

$$t = \frac{u_0 \sin \varphi}{g}$$

και έχουμε:

$$y = u_0 \sin \varphi \frac{u_0 \sin \varphi}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{u_0 \sin \varphi}{g} \right)^2 = \frac{u_0^2 \sin^2 \varphi}{2g}$$

Άρα, το μέγιστο ύψος στο οποίο θα ανέλθει το βλήμα είναι:

$$h_{\max} = \frac{u_0^2 \sin^2 \varphi}{2g}$$

και επειδή τα u_0, g είναι σταθερά, εξαρτάται μόνο απ' τη γωνία βολής φ .

2.5.8 Χρόνος καθόδου

Όταν το βλήμα βρεθεί στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του, ισχύει $u_y = 0$. Η κίνηση που εκτελεί στη συνέχεια στον κατακόρυφο άξονα είναι ελεύθερη πτώση δηλαδή, ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, καθόσον πάνω του ενεργεί μόνο το βάρος του. Συνεπώς, ισχύει ότι:

$$y = g t^2/2$$

Αν θέσουμε $y = h_{\max}$ έχουμε ότι:

$$\frac{1}{2} g t^2 = \frac{u_0^2 \sin^2 \varphi}{2g},$$

$$\text{άρα } t^2 = \frac{u_0^2 \sin^2 \varphi}{g^2}, \quad \text{δηλαδή } t = \frac{u_0 \sin \varphi}{g}$$

Παρατηρούμε ότι ο χρόνος ανόδου ισούται με το χρόνο καθόδου.

2.5.9 Βεληνεκές s

Όταν το βλήμα φτάνει στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του, μετά από χρόνο

$$t = \frac{u_0 \sin \varphi}{g}$$

έχει διανύσει οριζόντια απόσταση $s_1 = u_0 \cos \varphi t$. Αντικαθιστώντας τον χρόνο t , βρίσκουμε:

$$s_1 = u_0 \cos \varphi t = u_0 \cos \varphi \frac{u_0 \sin \varphi}{g} = \frac{u_0^2 \sin \varphi \cos \varphi}{g}$$

Από τη χρονική στιγμή που το βλήμα φτάνει στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του μέχρι τη χρονική στιγμή που συναντά το έδαφος, διανύει απόσταση $s_2 = u_0 \cos \varphi t$. Εάν θέσουμε:

$$t = \frac{u_0 \sin \varphi}{g} \quad \text{είναι}$$

$$s_2 = u_0 \cos \varphi t = u_0 \cos \varphi \frac{u_0 \sin \varphi}{g} = \frac{u_0^2 \sin \varphi \cos \varphi}{g}$$

Δηλαδή η οριζόντια απόσταση s_1 , που διανύει το βλήμα κατά την άνοδό του, ισούται με την οριζόντια απόσταση s_2 που διανύει κατά την κάθοδό του. **Βεληνεκές** s του βλήματος είναι η μέγιστη οριζόντια απόσταση που διανύει και η οποία είναι:

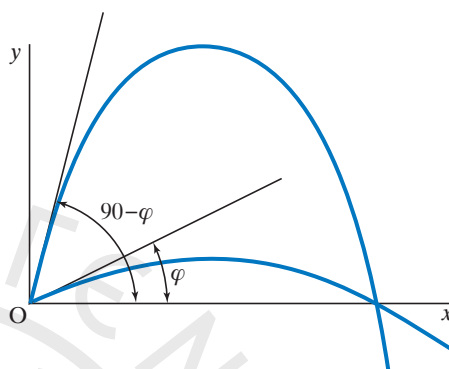
$$\begin{aligned} s = s_1 + s_2 &= \frac{u_0^2 \sin \varphi \cos \varphi}{g} + \frac{u_0^2 \sin \varphi \cos \varphi}{g} = \\ &= \frac{u_0^2 2 \sin \varphi \cos \varphi}{g} = \frac{u_0^2 \sin(2\varphi)}{g} \end{aligned}$$

Από τον τύπο

$$s = \frac{u_0^2 \sin(2\varphi)}{g}$$

επειδή u_0, g είναι σταθερά, το βεληνεκές μεγιστο-

ποιείται όταν $\sin(2\varphi) = 1$, δηλαδή $2\varphi = 90^\circ$, άρα $\varphi = 45^\circ$. Επειδή ισχύει ότι $\sin(2a) = \sin(180^\circ - 2a)$, το βλήμα έχει το ίδιο βεληνεκές για δύο γωνίες βολής φ και $(90^\circ - \varphi)$ δηλαδή σε συμπληρωματικές γωνίες βολής αντιστοιχεί ίδιο βεληνεκές (σχ. 2.49). Η σκόπευση με τη μικρότερη γωνία ονομάζεται **ευθύφορη**, ενώ με τη μεγαλύτερη **επισκηπτική**.



Σχ. 2.49

Ευθύφορη και επισκηπτική σκόπευση

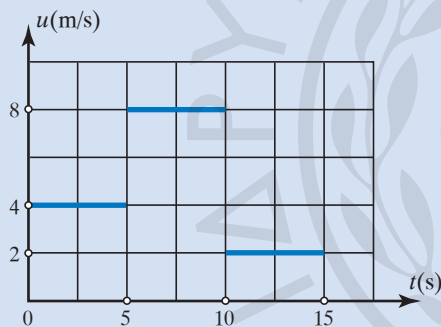


ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Η μέση ταχύτητα του νικητή σε αγώνα της Formula 1 είναι 320 km/h. Να μετατρέψετε την ταχύτητα σε m/s και σε m/min.
2. Αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 70 km/h, κατά τη διάρκεια του μισού χρόνου της κίνησής του και με ταχύτητα 50 km/h, κατά τη διάρκεια του υπόλοιπου μισού της κίνησής του. Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου.
3. Αυτοκίνητο ξεκινά από την πόλη Α και κινούμενο με ταχύτητα $u_1 = 60$ km/h φτάνει στην πόλη Β, μετά από χρόνο $t_1 = 2$ h. Στην πόλη Β μένει σταματημένο για χρόνο $t_2 = 1$ h και στη συνέχεια ξεκινά για την πόλη Γ, η οποία απέχει απ' την πόλη Β απόσταση $x = 75$ km, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $u_2 = 50$ km/h.
 - α) Να υπολογίσετε την απόσταση (ΑΒ) και τον χρόνο που διανύει την απόσταση (ΒΓ).
 - β) Να κατασκευάσετε τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου και μετατόπισης-χρόνου.
4. Στην ευθύγραμμη κίνηση, τι σημαίνει επιτάχυνση 180 km/h^2 ; Ποια η μεταβολή της ταχύτητας σε χρόνο 5 s;
5. Δύο ασθενοφόρα ξεκινούν συγχρόνως από τα σημεία Α, Β μίας ευθείας, με αντίθετης φοράς ταχύτητες $u_1 = 72$ km/h, $u_2 = 108$ km/h αντίστοιχα. Μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν και σε ποιο σημείο, αν η απόσταση ΑΒ = 120 km;
6. Μοτοσικλέτα που κινείται σε ευθύγραμμο τμήμα εθνικής οδού με σταθερή ταχύτητα $u_M = 120$ km/h προπορεύεται 900 m περιπολικού που την καταδιώκει με σταθερή ταχύτητα $u_{\Pi} = 150$ km/h. Σε πόση ώρα το περιπολικό θα φτάσει τη μοτοσικλέτα και πόση απόσταση θα έχει διανύσει ως τότε; Λαμβάνοντας ως αρχή των μετρήσεων την αρχική θέση της μοτοσικλέτας, να σχεδιάσετε σε κοινό διάγραμμα τη γραφική παράσταση θέσης-χρόνου για τα δύο κινητά.
7. Βυτιοφόρο αυτοκίνητο μήκους $\ell_1 = 30$ m κινείται με σταθερή ταχύτητα $u_1 = 72$ km/h σε ευθύγραμμο τμήμα εθνικής οδού. Πόσο χρόνο θα χρειαστεί για να προσπεράσει νταλικά μήκους $\ell_2 = 50$ m, που βρίσκεται ακίνητη στο δεξιό μέρος του δρόμου; Πόσο χρόνο θα διαρκούσε η προσπέραση, αν η νταλικά κινούταν προς την

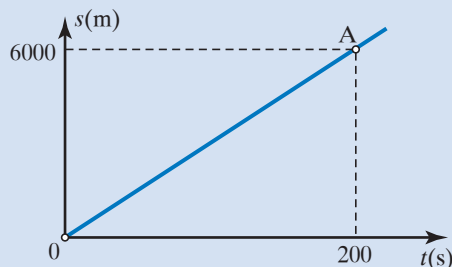
ίδια κατεύθυνση με ταχύτητα $u_2 = 60 \text{ km/h}$;

8. Αν ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στη λάμψη κεραυνού και στον κρότο είναι $\Delta t = 10 \text{ s}$, να υπολογίσετε σε ποια απόσταση από τον παρατηρητή έπεσε ο κεραυνός. Δίνεται $u_{\text{ΗΧΟΥ}} = 340 \text{ m/s}$. Θεωρούμε ότι το φως μεταδίδεται ακαριαία.
9. Οδηγός φορτηγού ξεκινά από την Αθήνα για πόλη που απέχει 600 km και τις δύο πρώτες ώρες κινείται με ταχύτητα 90 km/h . Τις επόμενες δύο ώρες κινείται με ταχύτητα 120 km/h . Με πόση ταχύτητα πρέπει να κινηθεί στην υπόλοιπη διαδρομή, ώστε αυτή να διαρκέσει συνολικά $5,5$ ώρες;
10. Πλοίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στο σχήμα 1 φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε σχέση με τον χρόνο. Να υπολογίσετε το συνολικό διανυθέν διάστημα, τη μέγιστη τιμή της ταχύτητάς του και τη μέση ταχύτητά του κατά τα 15 s της κίνησής του.



Σχ. 1

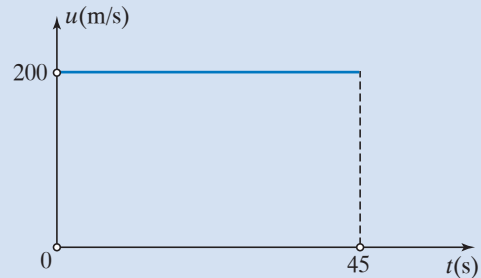
11. Η γραφική παράσταση του διαστήματος σε σχέση με τον χρόνο για μία βάρκα παρουσιάζεται στο σχήμα 2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα της βάρκας και το χρόνο που αυτό χρειάζεται, προκειμένου να διανύσει 1 km .



Σχ. 2

12. Να υπολογίσετε την απόσταση που έχει διανύσει σκάφος κινούμενο σε ευθεία γραμμή, όταν η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του

σε σχέση με τον χρόνο είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 3.



Σχ. 3

13. Αυτοκίνητο είναι αρχικά ακίνητο και επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση $a = 2 \text{ m/s}^2$. Η κίνηση είναι ευθύγραμμη.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα του αυτοκινήτου μετά από χρόνο $t = 10 \text{ s}$.
 - Ποια είναι η απόσταση που έχει διανύσει το αυτοκίνητο στον χρόνο αυτό;
 - Να γίνουν τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου ($u-t$) και θέσης-χρόνου ($x-t$).
 - Μετά από πόσο χρόνο θα έχει ταχύτητα $v = 40 \text{ m/s}$;
14. Οι εξισώσεις θέσης δύο σωμάτων Α, Β που κινούνται ευθύγραμμα είναι: $x_A = 4t$, $x_B = 3t + t^2$ αντίστοιχα, στο SI.
- Ποιο είναι το είδος της κίνησης που εκτελεί το κάθε σώμα;
 - Να υπολογίσετε την επιτάχυνση για κάθε σώμα.
 - Να βρείτε την εξίσωση της ταχύτητας ως προς το χρόνο για το σώμα Β.
 - Ποια είναι η χρονική στιγμή της συνάντησης των δύο σωμάτων και ποια η χρονική στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες;
15. Σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα $u_0 = 10 \text{ m/s}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ αποκτά επιβράδυνση μέτρου $a = 1 \text{ m/s}^2$.
- Σε πόσο χρόνο θα σταματήσει και ποιο το διάστημα που θα έχει διανύσει;
 - Τι διάστημα έχει διανύσει μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \text{ s}$;
 - Ποιο θα έπρεπε να είναι το μέτρο της επιβράδυνσης, ώστε να σταματήσει μετά από 5 s ; Ποιο το διάστημα που θα έχει διανύσει;
16. Κινητό Α αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a_A = 3 \text{ m/s}^2$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$. Μετά από χρόνο 4 s ένα δεύτερο κινητό Β αρχίζει να κινείται από το ίδιο σημείο, από το οποίο ξεκίνησε το Α και προς την ίδια φορά,

με σταθερή ταχύτητα u_B . Αν τα δύο κινητά συναντώνται τη χρονική στιγμή $t = 10$ s:

- Να υπολογίσετε την ταχύτητα u_B .
- Να σχεδιάσετε σε κοινό σύστημα αξόνων, τα διαγράμματα διαστήματος-χρόνου ($s-t$) για τα δύο κινητά μέχρι τη στιγμή της συνάντησής τους.

17. Βιλαΐ αφήνεται από ύψος h πάνω από το έδαφος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s. Αν φτάσει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t = 3$ s και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10$ m/s²:

- Να υπολογίσετε το ύψος h και την ταχύτητα με την οποία χτυπά στο έδαφος.
- Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητάς του και τον ρυθμό μεταβολής της μετατόπισης τη χρονική στιγμή $t = 2$ s.
- Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα της επιτάχυνσης, της ταχύτητας και της μετατόπισής της, σε σχέση με τον χρόνο.

18. Φοτοβολίδα ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $u_0 = 50$ m/s. Να υπολογίσετε:

- Το χρόνο ανόδου και το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει.
- Την ταχύτητα με την οποία ξαναγυρίζει στο σημείο βολής.
- Τη διάρκεια καθόδου. Δίνεται $g = 10$ m/s².

19. Από ύψος $h = 100$ m αφήνουμε χωρίς αρχική ταχύτητα να πέσει ελεύθερα πέτρα που φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα $u = 44,3$ m/s. Σε ποιον τόπο έγινε το πείραμα;

- Στη Φινλανδία.
- Στην Ελλάδα.
- Στην Αίγυπτο.

20. Περιπολικό του Λιμενικού κινούμενο ΒΑ της Ικαρίας με μέγιστη ταχύτητα 40 κόμβων (knot), λαμβάνει σήμα ότι 10 ν.μ. μακριά του και 3 ν.μ. από τα σύνορα, στο ίδιο γεωγραφικό πλάτος, φορητό πλοίο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα 20 knot και κατεύθυνση 90° ανατολικά, πιθανώς ρυπαίνει τη θάλασσα.

- Να υπολογίσετε αν θα μπορέσει το περιπολικό να φτάσει το ύποπτο πλοίο πριν αυτό βγει έξω από τα σύνορα.
- Τι θα είχε συμβεί αν το περιπολικό μπορούσε να κινηθεί με ταχύτητα 50 knot;

21. Δύο πλοία Α, Β απέχουν 150 ν.μ.. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s το Α κινείται με σταθερή ταχύτητα 30 knot βόρεια, ενώ το Β με σταθερή

ταχύτητα 25 knot στο ίδιο γεωγραφικό μήκος, νότια. Να υπολογίσετε:

- Μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν.
- Ποια η μετατόπιση του καθενός απ' την αρχική του θέση, τη στιγμή της συνάντησής τους.
- Πόσο θα απέχουν μετά από 20 ώρες, αν διατηρούν την ίδια πορεία.

22. Κατά τη διάρκεια άσκησης καθαίρεσης σωσίβιας λέμβου από πλοίο, σπάει το σύστημα, με το οποίο αυτή κατεβαίνει ελεγχόμενα στο νερό, οπότε και ελευθερώνεται από ύψος 4 m και προσκρούει στη θάλασσα. Αν $g = 9,81$ m/s², να υπολογίσετε:

- Τον χρόνο πτώσης της.
- Την ταχύτητα με την οποία πέφτει στη θάλασσα.

23. Πλοίαρχος κατά την προεπάθειά του να «δέσει» στο λιμάνι πρέπει να ρίξει την άγκυρα, ενώ η ταχύτητά του είναι 2 knots. Αν η κίνηση αυτή του προσδίδει επιβράδυνση 0,5 m/s², να υπολογίσετε:

- Την ελάχιστη απόσταση απ' το λιμάνι που πρέπει να ρίξει άγκυρα, ώστε να φτάσει σ' αυτό με μηδενική ταχύτητα στο λιμάνι.
- Σε πόσο χρόνο θα μηδενιστεί η ταχύτητά του.

24. Πλοίο χρησιμοποιεί ηχοβολιστικό σύστημα για τον προσδιορισμό του βάθους, στο οποίο υπάρχει αρχαίο ναυάγιο. Με το σύστημα αυτό στέλνει σήματα υπερήχων, τα οποία εκπέμπονται κατακόρυφα προς τα κάτω έχουν σταθερή ταχύτητα $v = 1530$ m/s, και επιστρέφουν μετά από χρόνο 0,3 s. Να υπολογίσετε το βάθος, στο οποίο βρίσκεται το ναυάγιο.

25. Από υποβρύχιο εκτοξεύεται πύραυλος που κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη, ακριβώς 1 m πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Να υπολογίσετε την ταχύτητά του, αν $g = 10$ m/s² και ακτίνα Γης $R_{ΓΗΣ} = 6400$ km. Να υποθέσετε ότι η Γη είναι ιδανική σφαιρική επιφάνεια και δεν υπάρχει ατμόσφαιρα.

26. Πάνω σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας 10 m κινούνται δύο κινητά με ταχύτητες $u_1 = 3$ m/s και $u_2 = 1$ m/s. Να υπολογίσετε μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν, αν ξεκινούν απ' το ίδιο σημείο, κινούνται αντίρροπα, και το πρώτο ξεκινά 5 s αργότερα απ' το δεύτερο.



3.1 Δυνάμεις

Δύναμη ονομάζεται η αιτία της παραμορφώσεως ή αλλαγής της κινητικής καταστάσεως ενός σώματος.

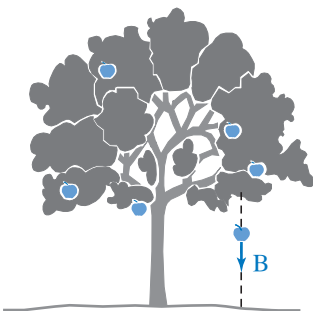
Οι δυνάμεις χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

1) **Δυνάμεις εξ επαφής** που ασκούνται από ένα σώμα σε άλλο εκεί που ακουμπούν, όταν για παράδειγμα σπρώχνουμε (σχ. 3.1), τραβάμε ή σηκώνουμε ένα σώμα. Τέτοιες δυνάμεις είναι η τριβή, η άνωση και η αντίσταση του αέρα.



Σχ. 3.1
Δύναμη εξ επαφής

2) **Δυνάμεις εξ απόστασεως**, οι οποίες λέγονται και **δυνάμεις πεδίου**. Τέτοιες είναι η δύναμη της βαρύτητας (σχ. 3.2), οι ηλεκτρικές και οι μαγνητικές δυνάμεις.



Σχ. 3.2
Η δύναμη της βαρύτητας είναι δύναμη εξ απόστασεως

Η δύναμη είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος, άρα για να την προσδιορίσουμε χρειάζεται να γνωρίζουμε το μέτρο, τη διεύθυνση και τη φορά της. Όλα όσα γνωρίζουμε ότι ισχύουν για τα διανύσματα (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός), ισχύουν και για τις δυνάμεις.

3.1.1 Μονάδες μέτρησης της δύναμης

Στο SI μονάδα μέτρησης της δύναμης είναι το **N (newton, νιούτον)** που ισούται με τη δύναμη που πρέπει να ασκήσουμε σε σώμα μάζας 1 kg, προκειμένου να αποκτήσει επιτάχυνση 1 m/s².

Συνισταμένη δύο ή περισσότερων δυνάμεων (συνιστωσών), που ασκούνται στο ίδιο σημείο, ονομάζεται η δύναμη που έχει το ίδιο αποτέλεσμα με εκείνο που προκαλούν οι δύο ή περισσότερες δυνάμεις μαζί. Η συνισταμένη ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των συνιστωσών δυνάμεων,

$$\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$$

Για την περίπτωση δύο δυνάμεων έχουμε:

$$F_{ολ} = F_1 + F_2 \quad (1)$$

Αν οι δυνάμεις είναι:

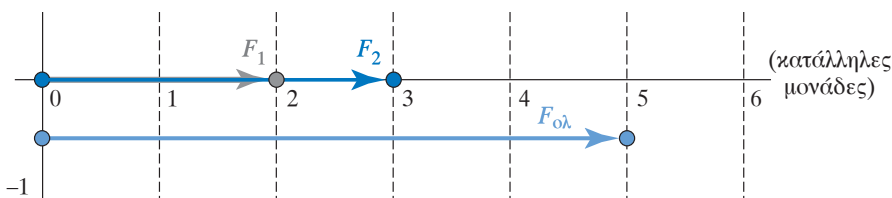
1) **Ομόρροπες** ($\vec{F}_1 \nearrow \nearrow \vec{F}_2$), από τη σχέση (1) βρίσκουμε

$$F_{ολ} = F_1 + F_2 \quad (σχ. 3.3)$$

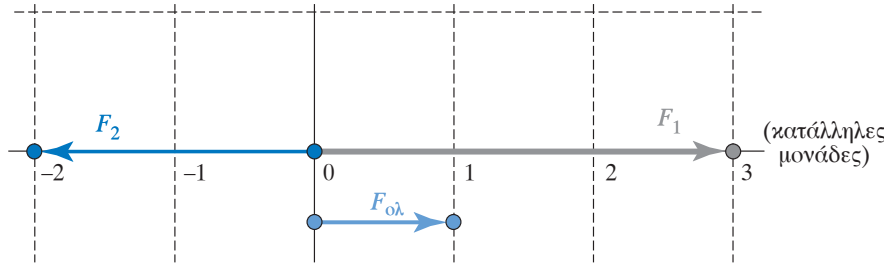
2) **Αντίρροπες** ($\vec{F}_1 \nearrow \nwarrow \vec{F}_2$), από τη σχέση (1) βρίσκουμε

$$F_{ολ} = F_1 - F_2 \quad (σχ. 3.4)$$

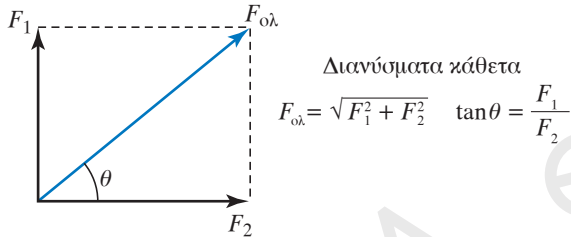
3) **Κάθετες** μεταξύ τους ($\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$), από τη σχέση (1) καταλήγουμε στη σχέση $F_{ολ}^2 = F_1^2 + F_2^2$ (σχ. 3.5).



Σχ. 3.3
Πρόσθεση
ομόρροπων δυνάμεων



Σχ. 3.4
Πρόσθεση αντίροπων δυνάμεων



Σχ. 3.5

Πρόσθεση δυνάμεων κάθετων μεταξύ τους

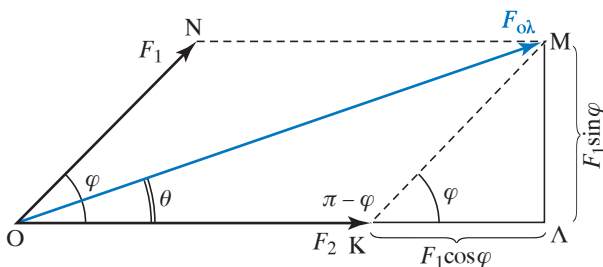
Διανύσματα κάθετα
 $F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ $\tan \theta = \frac{F_1}{F_2}$

4) Σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία φ . Η σχέση

(1) οδηγεί στη σχέση $F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \sin \varphi}$ (σχ. 3.6). Η γωνία θ δίνεται από τη σχέση:

$$\tan \theta = \frac{F_1 \sin \theta}{F_2 + F_1 \cos \theta}$$

Στην περίπτωση που ασκούνται ταυτόχρονα στο ίδιο σημείο πολλές συγγραμμικές δυνάμεις, επιλέγουμε αυθαίρετα μία θετική φορά, προσθέτουμε τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν θετική φορά και στη συνέχεια τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν αρνητική φορά. Ακολούθως αφαιρούμε απ' το πρώτο άθροισμα το δεύτερο και αν το αποτέλεσμα είναι θετικό, η συνισταμένη έχει θετική φορά, ενώ αν είναι αρνητικό, η συνισταμένη έχει αρνητική φορά.



Διανύσματα σε τυχαία γωνία φ
 $F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \sin \varphi}$ $\tan \theta = \frac{F_1 \sin \varphi}{F_2 + F_1 \cos \varphi}$

Σχ. 3.6

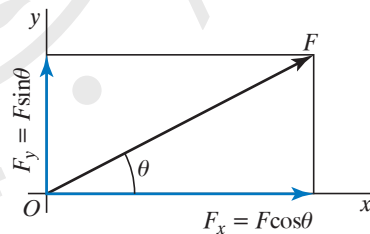
Πρόσθεση δυνάμεων που σχηματίζουν γωνία μεταξύ τους

3.1.2 Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

Ανάλυση διανύσματος ονομάζεται η εύρεση άλλων διανυσμάτων, που έχουν ως γεωμετρικό άθροισμα το δοθέν διάνυσμα. Μία δύναμη \vec{F} μπορεί να αντικατασταθεί από δύο άλλες δυνάμεις \vec{F}_1, \vec{F}_2 που έχουν ως συνισταμένη τη δοσμένη δύναμη \vec{F} , με μία διαδικασία που ονομάζεται ανάλυση της δύναμης \vec{F} σε δύο συνιστώσες και από αυτή την αντικατάσταση δεν μεταβάλλεται η κινητική κατάσταση του υλικού σημείου.

Αν μία δύναμη \vec{F} σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα x (σχ. 3.7) από τον κανόνα του παραλληλογράμμου έχουμε για την ανάλυση της δύναμης σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες στους κάθετους άξονες x, y , $F_x = F \cos \theta$, $F_y = F \sin \theta$.

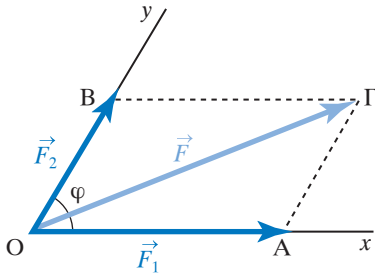
Η ανάλυση της δύναμης μπορεί να γίνει με συνιστώσες και σε πλαγιογώνιους άξονες.



Σχ. 3.7

Ανάλυση δύναμης σε δύο συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους

Αν οι δυνάμεις \vec{F}_1, \vec{F}_2 έχουν διευθύνσεις Ox, Oy αντίστοιχα, κατασκευάζουμε το παραλληλόγραμμο $OAGB$, που έχει ως διαγώνιο τη δύναμη \vec{F} , οπότε τα δύο διανύσματα \vec{OA}, \vec{OB} παριστάνουν τις δύο συνιστώσες της δύναμης \vec{F} . Με τον τρόπο αυτό η ανάλυση μίας δύναμης σε δύο συνιστώσες, ανάγεται στο γεωμετρικό πρόβλημα της κατασκευής επιπέδου τριγώνου OAG , όταν είναι γνωστά ορισμένα στοιχεία του (σχ. 3.8)



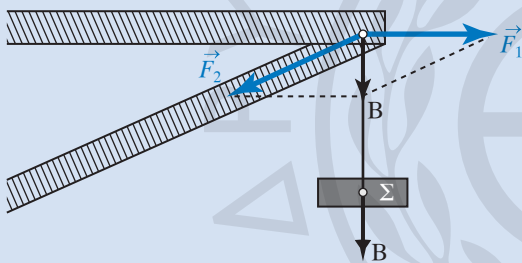
Σχ. 3.8

Ανάλυση της δύναμης \vec{F} σε δύο συνιστώσες



Παράδειγμα

Γερανός ανυψώνει σώμα Σ βάρους \vec{B} το οποίο εξαρτάται από το σημείο A. Ζητείται να βρεθεί η δύναμη, την οποία δέχεται κάθε κλάδος του γερανού. Το βάρος \vec{B} του σώματος Σ ενεργεί στο σημείο A της οριζόντιας δοκού και αναλύεται στις δύο συνιστώσες \vec{F}_1, \vec{F}_2 , που έχουν τις διευθύνσεις των δύο δοκών στήριξης (σχ. 3.9).



Σχ. 3.9

Το βάρος \vec{B} αναλύεται στις συνιστώσες \vec{F}_1, \vec{F}_2

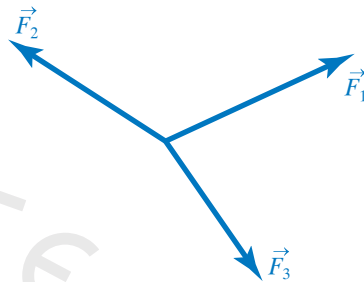
Η ανάλυση μίας δύναμης σε περισσότερες από δύο συνιστώσες με κοινό σημείο εφαρμογής, είναι πρόβλημα που μπορεί να λάβει άπειρες λύσεις. Η ανάλυση μίας δύναμης σε τρεις συνιστώσες των οποίων οι διευθύνσεις δεν τέμνονται στο ίδιο σημείο, δεν είναι δυνατή.

3.1.3 Σύνθεση τριών ομοεπίπεδων δυνάμεων

Έστω ότι σε υλικό σημείο ασκούνται τρεις ομοεπίπεδες δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. (σχ. 3.10). Για τον υπολογισμό της συνισταμένης τους $\vec{F}_{ολ}$ μπορεί να γίνει διαδοχική εφαρμογή του κανόνα του παραλληλογράμμου, για τις συνιστώσες δυνάμεις ανά δύο, έως ότου προκύψει η ολική συνισταμένη δύναμη. Η διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω είναι περίπλοκη. Μία απλούστερη και πλέον εύχρηστη διαδικασία είναι η ακόλουθη:

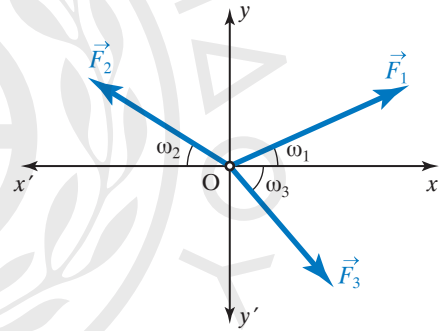
Βήμα 1. Επιλογή κατάλληλου συστήματος ορθογώνιων αξόνων που ως αρχή έχει το κοινό σημείο εφαρμογής των δυνάμεων, τις οποίες επιθυμούμε να συνθέσουμε (σχ. 3.11).

Βήμα 2. Αναλύουμε την κάθε δύναμη ξεχωριστά, σε δυο συνιστώσες, μία κατά τον άξονα x' και μία κατά τον άξονα y' αντίστοιχα (σχ. 3.12). Με χρήση των τριγωνομετρικών αριθμών των γωνιών



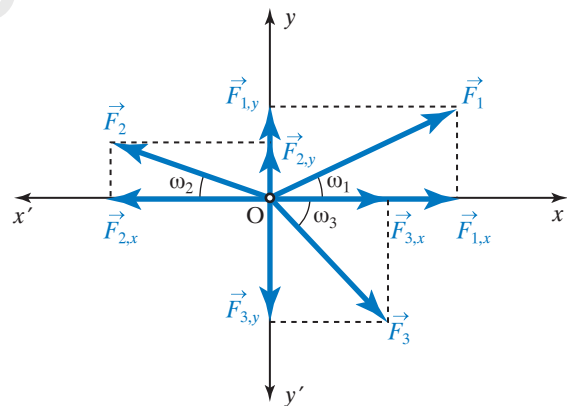
Σχ. 3.10

Τρεις ομοεπίπεδες δυνάμεις



Σχ. 3.11

Τοποθέτηση των 3 δυνάμεων στο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων



Σχ. 3.12

Ανάλυση δυνάμεων σε δύο, κάθετες μεταξύ τους, συνιστώσες

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ προκύπτουν τα μέτρα των έξι συνιστωσών δυνάμεων ως ακολούθως:

$$F_{1,x} = F_1 \cdot \cos\omega_1, F_{2,x} = F_2 \cdot \cos\omega_2, F_{3,x} = F_3 \cdot \cos\omega_3,$$

$$F_{1,y} = F_1 \cdot \sin\omega_1, F_{2,y} = F_2 \cdot \sin\omega_2, F_{3,y} = F_3 \cdot \sin\omega_3.$$

Βήμα 3. Προσδιορισμός της συνισταμένης δύναμης σε κάθε έναν άξονα. Ισχύει ότι:

$$\vec{F}_{ολ(x)} = \vec{F}_{1,x} + \vec{F}_{2,x} + \vec{F}_{3,x}$$

και $\vec{F}_{ολ(y)} = \vec{F}_{1,y} + \vec{F}_{2,y} + \vec{F}_{3,y}$

Για τα μέτρα των συνισταμένων δυνάμεων, στους δύο άξονες, σύμφωνα με την παρατήρηση που ακολουθεί, ισχύει ότι:

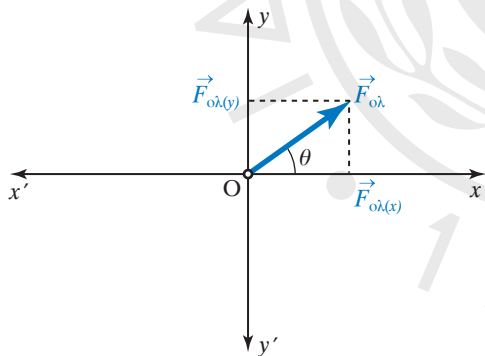
$$F_{ολ(x)} = F_{1,x} - F_{2,x} + F_{3,x} \text{ και } F_{ολ(y)} = F_{1,y} + F_{2,y} - F_{3,y}$$

Βήμα 4. Η ολική συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο

$$F_{ολ}^2 = F_{ολ(x)}^2 + F_{ολ(y)}^2 \Rightarrow F_{ολ} = \sqrt{F_{ολ(x)}^2 + F_{ολ(y)}^2}$$

που προκύπτει εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα και κατεύθυνση

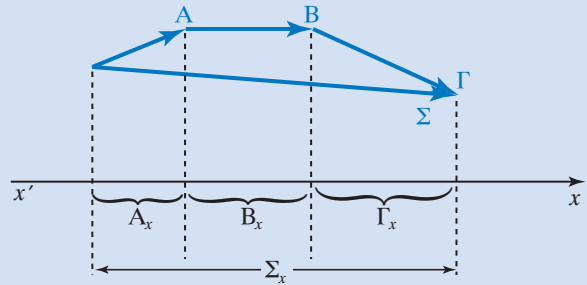
$$\tan\theta = \frac{F_{ολ(y)}}{F_{ολ(x)}} \text{ (σχ. 3.13)}$$



Σχ. 3.13

Σχεδίαση συνισταμένης δύναμης

συνιστωσών, δηλαδή: $\Sigma_x = A_x + B_x + \Gamma_x$ (σχ. 3.14).



Σχ. 3.14

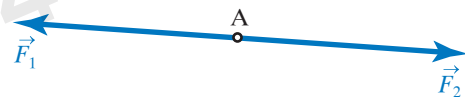
Η προβολή της συνισταμένης ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των προβολών των συνιστωσών

3.1.4 Ισορροπία υλικού σημείου

Τα στερεά σώματα (ή υλικά στερεά σώματα) έχουν πάντα διαστάσεις. Ορισμένες φορές, προκειμένου να απλοποιηθεί η μελέτη φαινομένων, θεωρούμε ότι τα σώματα είναι πάρα πολύ μικρά και δεν έχουν διαστάσεις, οπότε ονομάζονται **υλικά σημεία**. Κάθε σώμα που έχει διαστάσεις θεωρούμε ότι είναι άθροισμα πολλών υλικών σημείων.

1) Ισορροπία με δύο δυνάμεις

Έστω υλικό σημείο Α στο οποίο ασκούνται δύο δυνάμεις \vec{F}_1, \vec{F}_2 . Το υλικό σημείο ισορροπεί, όταν η συνισταμένη \vec{F} των δυο δυνάμεων είναι ίση με μηδέν. Αυτό συμβαίνει, όταν οι δυο δυνάμεις \vec{F}_1, \vec{F}_2 , είναι αντίθετες (έχουν τον ίδιο φορέα, αντίθετη φορά και ίσα μέτρα) (σχ. 3.15).



Σχ. 3.15

Ισορροπία με δύο δυνάμεις

2) Ισορροπία με τρεις δυνάμεις

Έστω υλικό σημείο Α στο οποίο ασκούνται τρεις δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Το υλικό σημείο ισορροπεί, όταν η συνισταμένη \vec{F} των τριών δυνάμεων είναι ίση με μηδέν. Για να συμβεί αυτό πρέπει να ικανοποιούνται οι δυο ακόλουθες συνθήκες:

1) Οι τρεις δυνάμεις είναι ομοεπίπεδες, διότι αν σχηματίζαν τριέδρο, τότε η συνισταμένη τους δεν θα ήταν ίση με μηδέν. Τρεις δυνάμεις, που διέρχονται



Παρατήρηση

Έστω τρία διαδοχικά διανύσματα $\vec{A}, \vec{B}, \vec{\Gamma}$ και ο άξονας xx' . Οι προβολές των τριών διανυσμάτων στον άξονα είναι A_x, B_x, Γ_x και η προβολή της συνισταμένης τους $\vec{\Sigma}$ είναι Σ_x . Παρατηρούμε ότι η προβολή της συνισταμένης ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των προβολών των

από το ίδιο σημείο, βρίσκονται σε ισορροπία, όταν το δυναμοπολύγωνό τους είναι κλειστό (σχ. 3.16).

2) Κάθε μία από αυτές τις τρεις ομοεπίπεδες δυνάμεις είναι αντίθετη με τη συνισταμένη των άλλων δυο δυνάμεων (σχ. 3.17).

3) **Συνθήκη ισορροπίας**

Από τον Νόμο ημιτόνων, στο επίπεδο τρίγωνο ΑΓΔ ισχύει ότι:

$$\frac{AG}{\sin\gamma} = \frac{AD}{\sin\alpha} = \frac{DG}{\sin\beta}$$

δηλαδή
$$\frac{F}{\sin\gamma} = \frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} \quad (1)$$

Επειδή οι τρεις δυνάμεις ισορροπούν, έπεται ότι είναι ομοεπίπεδες και ότι η συνισταμένη \vec{F} των δυνάμεων \vec{F}_1, \vec{F}_2 και η δύναμη \vec{F}_3 βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία ΓΕ (σχ. 3.18). Οι γωνίες α και x, β και φ, γ και y είναι παραπληρωματικές, άρα ισχύει ότι $\sin\alpha = \sin x, \sin\beta = \sin\varphi$ και $\sin\gamma = \sin y$. Συνεπώς, η εξίσωση (1) γράφεται και ως:

$$\frac{F_3}{\sin\gamma} = \frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta}$$

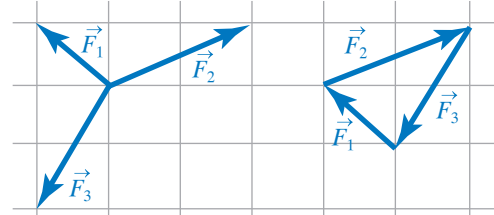
που αποτελεί τη συνθήκη ισορροπίας.

3.1.5 **Πολύγωνο δυνάμεων**

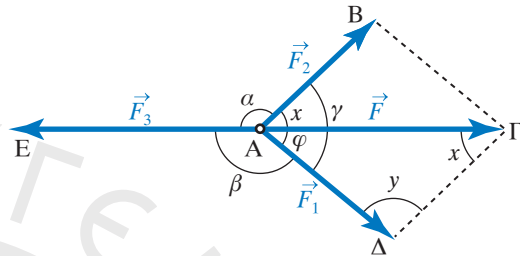
Σε υλικό σημείο Ο ασκούνται δυνάμεις F_1, F_2, F_3, F_4 οι οποίες σχηματίζουν μεταξύ τους, ανά δύο, γωνίες $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (σχ. 3.19). Για τον υπολογισμό της συνισταμένης τους υπάρχουν δύο τρόποι. Ο **πρώτος** είναι να συνθέσουμε τις δυνάμεις F_1, F_2 , και τη συνισταμένη αυτών $\Sigma_{1,2}$, ακολούθως, να τη συνθέσουμε με την τρίτη δύναμη F_3 κ.ο.κ. κατασκευάζοντας, διαδοχικά, παραλληλόγραμμα δυνάμεων.

Ο **δεύτερος** και ευκολότερος τρόπος, για τον υπολογισμό της συνισταμένης τους, είναι το δυναμοπολύγωνο. Προς τούτο, από την αιχμή της μίας εκ των συνιστωσών, π.χ. της F_4 φέρουμε δύναμη F_3' ομόρροπη και ίση προς την F_3 και ακολούθως από τις αιχμές των F_3' και F_2' φέρουμε αντιστοίχως ομόρροπες και ίσες προς τις δυνάμεις F_2 και F_1 .

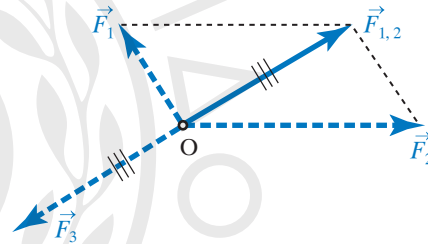
Δεν έχει σημασία το ποια είναι η σειρά με την οποία σχεδιάζουμε τις δυνάμεις. Με τον τρόπο αυτό σχηματίζεται η πολυγωνική γραμμή $OF_4F_3'F_2'F_1'$, αποτελούμενη από δυναμοπολυγωνική δύναμη της οποίας η κλειούσα OF_1' (έχει ως αρχή την αρχή του πρώτου διανύσματος και ως τέλος το τέλος του τελευταίου) αποτελεί τη συνισταμένη Σ των δυνάμεων F_1, F_2, F_3, F_4 που δόθηκαν, κατά διεύθυνση και φορά. Αν οι συνιστώσες χαραχθούν υπό συγκεκριμένη κλίμακα, τότε το μήκος της συνισταμένης τους, υπό την ίδια κλίμακα, δίδει το μέτρο της (σχ. 3.20).



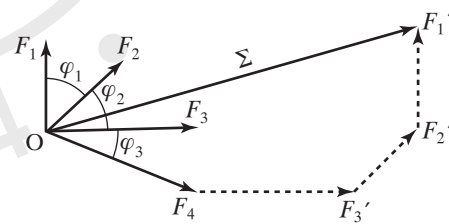
Σχ. 3.16
Ισχύει ότι $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$



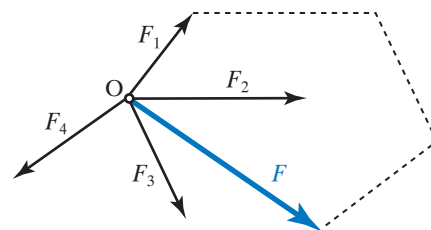
Σχ. 3.17
Η $\vec{F}_{1,2}$ είναι αντίθετη με την \vec{F}_3



Σχ. 3.18
Ισορροπία 3 ομοεπίπεδων δυνάμεων

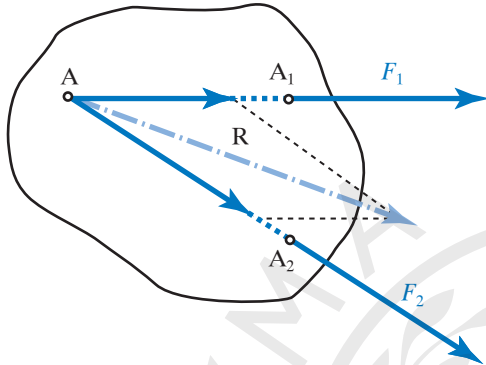


Σχ. 3.19
Σύνθεση πολλών συντρεχουσών δυνάμεων



Σχ. 3.20
Σύνθεση πολλών δυνάμεων (δυναμοπολύγωνο)

Η διεύθυνση της συνισταμένης διέρχεται απ' το σημείο O και η φορά της ορίζεται από τη φορά των δυνάμεων στο δυναμοπολύγωνο. Το πολύγωνο δυνάμεων εφαρμόζεται και όταν οι δυνάμεις που ασκούνται σ' ένα σώμα έχουν διαφορετικά σημεία εφαρμογής. Στην περίπτωση αυτή, επειδή η δύναμη είναι ολισθαίνων διάνυσμα, γίνεται εύρεση του σημείου τομής των διευθύνσεων των δυνάμεων (σχ. 3.21).



Σχ. 3.21

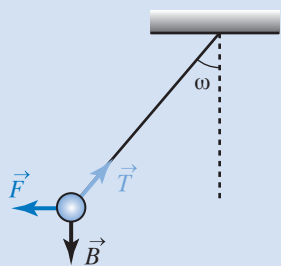
Δυναμοπολύγωνο δυνάμεων με διαφορετικά σημεία εφαρμογής



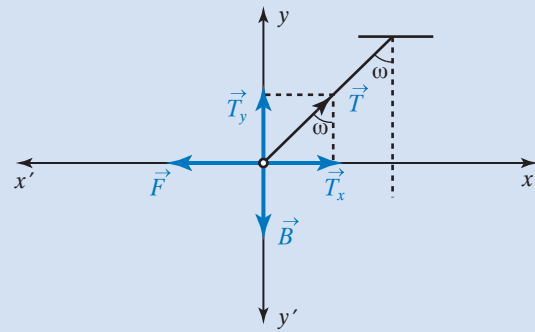
Παραδείγματα

Η σφαίρα (σχ. 3.22) ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους της \vec{B} , της τάσης του νήματος \vec{T} και της οριζόντιας δύναμης \vec{F} . Αναλύοντας τις ανωτέρω δυνάμεις σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων προκύπτει ότι (σχ. 3.23):

$$F_{ολ} = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_{ολ(x)} = 0 \\ F_{ολ(y)} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F = T_x = T \cdot \sin\omega \\ B = T_y = T \cdot \cos\omega \end{cases}$$



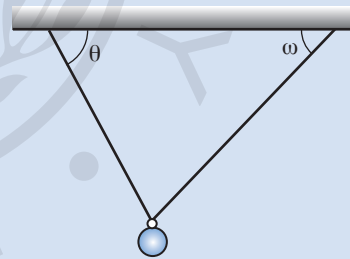
Σχ. 3.22



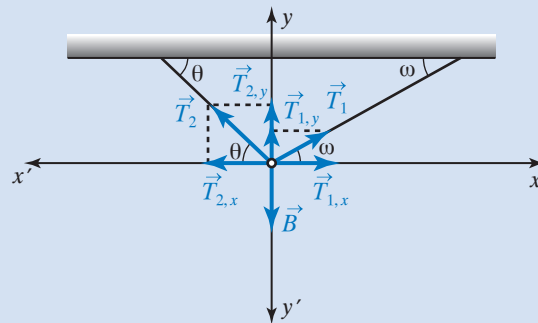
Σχ. 3.23

Το σώμα (σχ. 3.24) ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του \vec{B} και των τάσεων \vec{T}_1, \vec{T}_2 από τα δύο νήματα. Αναλύοντας τις παραπάνω δυνάμεις σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (σχ. 3.25) προκύπτει ότι:

$$F_{ολ} = 0 \Rightarrow \begin{cases} F_{ολ(x)} = 0 \\ F_{ολ(y)} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_{1,x} = T_{2,x} \\ B = T_{1,y} + T_{2,y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 \cdot \cos\omega = T_2 \cdot \cos\theta \\ B = T_1 \cdot \sin\omega + T_2 \cdot \sin\theta \end{cases}$$



Σχ. 3.24



Σχ. 3.25

3.2 Οι νόμοι του Νεύτωνα

3.2.1 Ο Πρώτος Νόμος του Νεύτωνα ή το Αξίωμα της Αδράνειας

Ο Πρώτος Νόμος του Νεύτωνα διατυπώνεται ως εξής:

Αν η δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα ηρεμεί ή κινείται με σταθερή διανυσματική ταχύτητα (εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση).

Δηλαδή αν $\vec{F} = \vec{0}$ συνεπάγεται ότι:

το σώμα $\left\{ \begin{array}{l} \text{ακινητεί (ηρεμεί)} \\ \text{ή εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση} \end{array} \right.$

Άρα, αν δύναμη που ασκείται σε σώμα πάψει ξαφνικά να ασκείται, αυτό θα εξακολουθήσει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή διανυσματική ταχύτητα, την οποία είχε όταν έπαψε να επενεργεί πάνω του η δύναμη. Δηλαδή, το σώμα θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Αντιστρέφοντας τον συλλογισμό του αξιώματος έχουμε ότι, αν η (διανυσματική) ταχύτητα υλικού σημείου διατηρείται σταθερή, είτε δεν επιδρά πάνω του καμία δύναμη, είτε, αν επιδρούν δυνάμεις, η συνισταμένη τους είναι μηδέν.

Παρατηρούμε ότι στον Πρώτο Νόμο δεν γίνεται διάκριση μεταξύ σώματος σε ηρεμία και σώματος που κινείται με σταθερή ταχύτητα. Επίσης, σύμφωνα με τον Πρώτο Νόμο, δεν υπάρχει διαφορά ανάμεσα στην περίπτωση που δεν υπάρχουν δυνάμεις και στην περίπτωση που υπάρχουν, αλλά έχουν συνισταμένη μηδέν. Δηλαδή, αν η κινητήρια δύναμη αυτοκινήτου έχει το ίδιο μέτρο με τις πάσης φύσεως τριβές και αντιστάσεις, που συναντά κατά την κίνησή του, αυτό θα κινείται με σταθερή διανυσματική ταχύτητα.

Το ότι ένα σώμα ακινητεί ή εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, όταν δεν υπάρχουν δυνάμεις ή υπάρχουν, αλλά έχουν μηδενική συνισταμένη, αναφέρεται και ως ιδιότητα της ύλης που ονομάζεται **αδράνεια** και τα συστήματα αναφοράς στα οποία ισχύει, ονομάζονται **αδρανειακά συστήματα**.

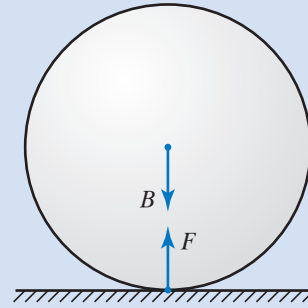


Παράδειγμα

1. Σώμα βάρους $B = 100 \text{ N}$ ακινητεί σε οριζόντιο επίπεδο (σχ. 3.26). Να υπολογίσετε την δύναμη \vec{F} , που δέχεται από το έδαφος.

Λύση

Αφού το σώμα ακινητεί, από τον Πρώτο



Σχ. 3.26

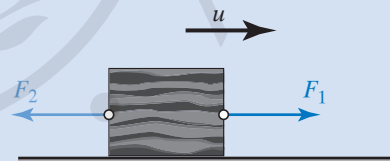
Νόμο του Νεύτωνα έπεται ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν. Τα \vec{B} και \vec{F} είναι αντίθετες δυνάμεις και ισχύει:

$$F = B = 100 \text{ N.}$$

2. Σώμα κινείται με σταθερή διανυσματική ταχύτητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση των δυνάμεων \vec{F}_1, \vec{F}_2 (σχ. 3.27). Αν $F_1 = 5 \text{ N}$, να υπολογίσετε τη δύναμη F_2 .

Λύση

Σύμφωνα με τον Πρώτο Νόμο του Νεύτωνα, αφού το σώμα κινείται με σταθερή διανυσματική ταχύτητα, η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι ίση με μηδέν. Προφανώς, οι δυνάμεις είναι αντίρροπες και ισχύει ότι: $F_{\text{ολ}} = F_1 - F_2 = 0$ άρα $F_1 = F_2 = 5 \text{ N}$.



Σχ. 3.27

3.2.2 Ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα ή ο Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής

Ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα διατυπώνεται εξής:

Αν σε σώμα μάζας m ασκηθεί (ολική) δύναμη \vec{F} , η επιτάχυνση \vec{a} που αποκτά είναι ανάλογη της δύναμης.

Η δύναμη και η επιτάχυνση είναι συγγραμμικές.

Διάφορα σώματα, στα οποία ασκείται η ίδια δύναμη αποκτούν διαφορετικές επιταχύνσεις. Αυτό εξαρτάται από τη μάζα m του κάθε σώματος.

Ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα ή Θεμελιώδης

Νόμος της Μηχανικής, έχει την ακόλουθη μαθηματική διατύπωση:

$$\vec{F} = m\vec{a} \text{ και } F = ma$$

– Διερεύνηση της σχέσης $\vec{F} = m\vec{a}$

Θα εξαγάγουμε ορισμένα συμπεράσματα διερευνώντας τη σχέση $\vec{F} = m\vec{a}$.

Όταν ένα σώμα κινείται με επιτάχυνση, του ασκείται δύναμη που του προκάλεσε την επιτάχυνση αυτή. Όταν κινείται με σταθερή επιτάχυνση, του ασκείται σταθερή δύναμη.

Όταν σε σώμα ασκείται σταθερή δύναμη, αυτό αποκτά σταθερή επιτάχυνση. Πράγματι, από $\vec{F} = m\vec{a}$, όταν \vec{F} = σταθερή, έχουμε $m\vec{a}$ = σταθερό. Επειδή η μάζα του σώματος είναι μία σταθερά, έπεται ότι \vec{a} = σταθερή.

Αν η δύναμη έχει την ίδια φορά με την ταχύτητα, τότε και η επιτάχυνση έχει την ίδια φορά με την ταχύτητα, άρα η κίνηση είναι επιταχυνόμενη. Αν η δύναμη έχει αντίθετη φορά απ' αυτήν της ταχύτητας, η κίνηση του σώματος είναι επιβραδυνόμενη.

Αν σε σώμα ασκείται μόνο το βάρος του \vec{B} , δηλαδή το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση, η επιτάχυνση του \vec{a} είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, $\vec{a} = \vec{g}$.

Αν σε ένα σώμα ασκηθεί μεταβλητή δύναμη, αυτό θα αποκτήσει μεταβλητή επιτάχυνση.



Παραδείγματα

1. Σε σώμα μάζας $m = 3 \text{ kg}$, που αρχικά ακινητεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F = 30 \text{ N}$. Να υπολογίσετε:

- Την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.
- Την ταχύτητα που έχει και τη μετατόπιση του μετά από χρόνο 5 s.

Λύση

Το βάρος του σώματος αλληλοεξουδετερώνεται με την αντίδραση του εδάφους.

α) Η επιτάχυνση που αποκτά δίνεται από τη σχέση

$$F = ma \text{ άρα } a = \frac{F}{m} = \frac{30 \text{ m}}{3 \text{ s}^2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

β) Η ταχύτητα δίνεται απ' τον τύπο

$$u = at = 10 \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η μετατόπιση του δίνεται από τον τύπο:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5^2 \text{ m} = 125 \text{ m}$$

2. Σε σώμα μάζας $m = 3 \text{ kg}$ που κινείται με σταθερή ταχύτητα $u_0 = 8 \text{ m/s}$ ασκείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ δύναμη σταθερού μέτρου F , που έχει τη διεύθυνση της ταχύτητας και σε χρόνο 4 s η ταχύτητα του σώματος διπλασιάζεται.

Να υπολογίσετε τη φορά της F , το μέτρο της F και την απόσταση που έχει διανύσει το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 4 \text{ s}$.

Λύση

Αφού η ταχύτητα του σώματος αυξάνεται, η δύναμη είναι ομόροπη με την ταχύτητα. Η κίνηση που εκτελεί το σώμα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα, άρα ισχύει:

$$u = u_0 + at \text{ επομένως}$$

$$a = \frac{u - u_0}{t} = \frac{16 - 8 \text{ m}}{4 \text{ s}^2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Από τον Δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα προκύπτει το μέτρο της δύναμης $F = ma = 3 \cdot 2 \text{ N} = 6 \text{ N}$. Η μετατόπιση του σώματος είναι:

$$\Delta x = u_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = (8 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2) \text{ m} = 48 \text{ m}.$$

3.2.3 Ο Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα ή το Αξίωμα Δράσης-Αντίδρασης

Στην καθημερινή μας ζωή έχουμε παρατηρήσει πως όταν ασκούμε δύναμη σ' ένα σώμα, ταυτόχρονα ασκεί κι αυτό μία δύναμη σε εμάς. Αν ασκήσουμε μία δύναμη με το χέρι μας στο θρανίο, ασκεί κι αυτό δύναμη ίδιου μέτρου σε εμάς. Τόσο η μία, όσο και η άλλη δύναμη μπορεί να θεωρηθούν ως «δράση» η μία και ως «αντίδραση» η άλλη. Μία δύναμη μόνη της είναι η μία πλευρά της αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο σωμάτων. Για τις συνήθεις αλληλεπιδράσεις που απαντούν σε πλήθος φαινόμενα που εξετάζει η Μηχανική, ισχύει αυτό που προβλέπει ο Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα, ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

«Αν το σώμα A ασκεί στο σώμα B δύναμη \vec{F}_1 , τότε και το B ασκεί στο A δύναμη \vec{F}_2 , που έχει την ίδια διεύθυνση και μέτρο, αλλά αντίθετη φορά με την \vec{F}_1 , $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ ».

Ο Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα:

1) Ισχύει είτε τα δύο σώματα ασκούν δυνάμεις επαφής, είτε όχι. Δηλαδή ισχύει για όλα τα είδη των δυνάμεων.

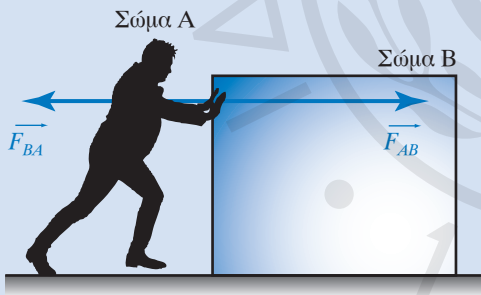
2) Αναφέρεται σε αλληλεπίδραση σωμάτων, δηλαδή δεν έχει νόημα για ένα μόνο σώμα.

Σύμφωνα με τον Τρίτο Νόμο του Νεύτωνα, οι δυνάμεις εμφανίζονται πάντοτε κατά ζεύγη, άρα εάν ασκήσουμε μία δύναμη σ' ένα σώμα την ίδια στιγμή και αυτό ασκεί σε εμάς την αντίθετη δύναμη. Η δράση και η αντίδραση ασκούνται σε δύο διαφορετικά υλικά σημεία.



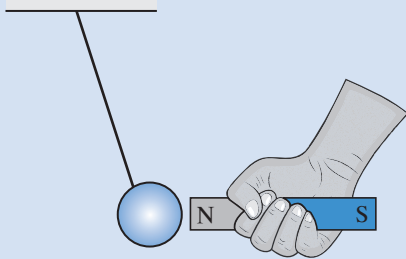
Παραδείγματα

Ναύτης σπρώχνει με τα χέρια του κιβώτιο, ασκώντας του δύναμη \vec{F}_{AB} , πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ταυτόχρονα το κιβώτιο τού ασκεί δύναμη \vec{F}_{BA} ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς με τη δύναμη \vec{F}_{AB} (σχ. 3.28). Όταν ένας μαγνήτης έλκει μεταλλικό σφαιρίδιο, τότε και το σφαιρίδιο έλκει τον μαγνήτη με δύναμη αντίθετη (σχ. 3.29). Περιστέρι που κάθεται σε κλαδί δέντρου ασκεί στο κλαδί δύναμη \vec{F}_{BA} . Το κλαδί με τη σειρά του ασκεί στο περιστέρι δύναμη \vec{F}_{AB} αντίθετη της \vec{F}_{BA} (σχ. 3.30).



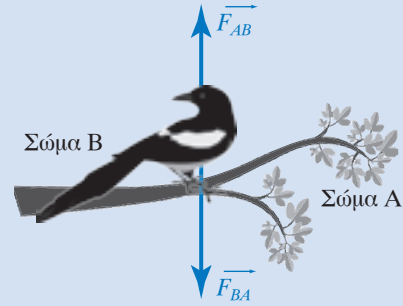
Σχ. 3.28

Ισχύει ότι $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$



Σχ. 3.29

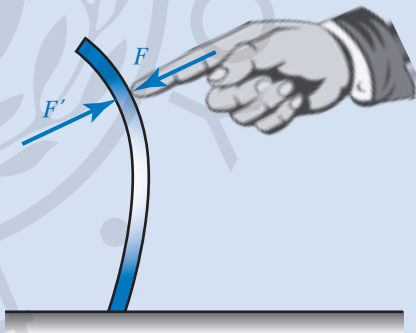
Με όση δύναμη έλκει ο μαγνήτης τη σφαίρα, με τόση τον έλκει κι αυτή



Σχ. 3.30

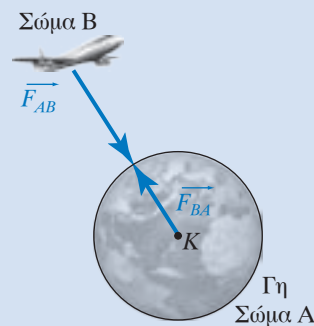
Όση δύναμη ασκεί το περιστέρι στο κλαδί, τόση δέχεται απ' το κλαδί

Μέσω δακτύλου ασκείται δύναμη \vec{F} σε έλασμα οπότε αυτό κάμπτεται και το σύστημα δάκτυλο-έλασμα ισορροπεί. Συνεπώς το έλασμα αντιτάσσει στη δύναμη \vec{F} μία δύναμη, που είναι αντίθετη της δύναμης \vec{F} (σχ. 3.31). Αεροπλάνο που πετά δέχεται από τη Γη ελκτική δύναμη \vec{F}_{AB} (το βάρος του). Η Γη δέχεται από το αεροπλάνο δύναμη \vec{F}_{BA} αντίθετη της \vec{F}_{AB} (σχ. 3.32). Η Γη ασκεί πάνω στην πέτρα δύναμη \vec{F} (βάρος της πέτρας) ενώ συγχρόνως η



Σχ. 3.31

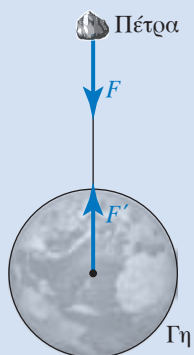
Το έλασμα αντιδρά με αντίθετη δύναμη



Σχ. 3.32

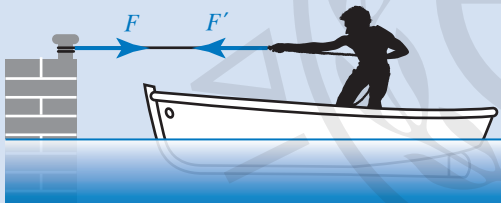
Η Γη έλκει το αεροπλάνο με όση δύναμη την έλκει και αυτό

πέτρα ασκεί στη Γη δύναμη \vec{F}' , που είναι αντίθετη της δύναμης \vec{F} . Επειδή η \vec{F}' είναι πάρα πολύ μικρή δεν είναι ικανή να μετακινήσει τη Γη προς την πέτρα, συνεπώς δεν γίνεται αντιληπτή από τις αισθήσεις μας (σχ. 3.33).



Σχ. 3.33
Η πέτρα ασκεί στη Γη έλξη \vec{F}'
αντίθετη με τη δύναμη \vec{F}

Ναύτης που βρίσκεται μέσα σε μία βάρκα όταν ασκεί μέσω του κάβου, ελκτική δύναμη \vec{F} στη δέστρα Δ (μπίντα), τότε και η δέστρα του ασκεί αντίθετη δύναμη \vec{F}' η οποία γίνεται αντιληπτή διότι η βάρκα κινείται προς την προκυμαία (σχ. 3.34).



Σχ. 3.34
Οι δυνάμεις \vec{F} , \vec{F}' είναι αντίθετες. Η 1^η
ασκείται στη δέστρα και η 2^η στον άνθρωπο

3.3 Αδραμειακά και μη αδραμειακά συστήματα αναφοράς

Γνωρίζουμε γενικότερα ότι η κίνηση είναι σχετική και εξαρτάται απ' το σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο περιγράφεται. Τίθεται το ερώτημα, εφόσον ο Πρώτος και ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα αναφέρονται σε κίνηση, ως προς ποιο σύστημα αναφοράς ισχύουν;

Η απάντηση στο ερώτημα αυτό, που έχει προκύψει από την εμπειρία πολλών αιώνων, είναι ότι υπάρχουν ορισμένα συστήματα αναφοράς που ονομάζονται *αδραμειακά* ή *συστήματα του Γαλιλαίου*,

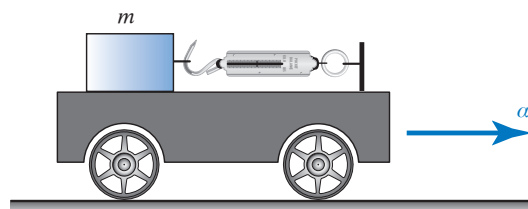
ως προς τα οποία ισχύει ο Πρώτος και ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα.

Αν διαπιστώσουμε ότι ένα σύστημα είναι αδραμειακό, τότε και οποιοδήποτε σύστημα που κινείται παράλληλα προς το πρώτο (μεταφορική κίνηση) με σταθερή διανυσματική ταχύτητα είναι επίσης αδραμειακό.

Αυτό σημαίνει ότι αν παρατηρείται ένα υλικό σημείο ελεύθερο δυνάμεων από το πρώτο αδραμειακό σύστημα, θα έχει ως προς αυτό σταθερή διανυσματική ταχύτητα, η οποία μπορεί να είναι και μηδέν. Το ίδιο υλικό σημείο, παρατηρούμενο από ένα άλλο αδραμειακό σύστημα, θα έχει πάλι σταθερή διανυσματική ταχύτητα, όμως διαφορετική από την προηγούμενη. Για τις επιταχύνσεις μπορεί κάποιος να διαπιστώσει ότι ως προς όλα τα αδραμειακά συστήματα είναι ίδιες. Ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα ισχύει για όλα τα αδραμειακά συστήματα και οι επιταχύνσεις είναι ίδιες. Αν ένα σύστημα επιταχύνεται ως προς ένα αδραμειακό σύστημα, τότε δεν ισχύουν οι δύο πρώτοι Νόμοι του Νεύτωνα γι' αυτό.

Συνήθως θεωρούμε ως βασικό αδραμειακό ένα σύστημα αναφοράς συνδεδεμένο με πολύ μακρινούς αστέρες. Πολλές φορές θεωρούμε ότι η Γη είναι κατά προσέγγιση αδραμειακό σύστημα, παρόλο που γνωρίζουμε ότι κινείται με επιτάχυνση ως προς το σύστημα των μακρινών αστέρων.

Απλή είναι η περίπτωση περιγραφής της κατάστασης ως προς μη αδραμειακό σύστημα, το οποίο επιταχύνεται εκτελώντας μεταφορική κίνηση ως προς κάποιο αδραμειακό σύστημα. Ας θεωρήσουμε το σχήμα 3.35, όπου έχουμε το επιταχυνόμενο σύστημα, καρότσι, με (σταθερή) επιτάχυνση a προς μία διεύθυνση ως προς το ακίνητο αδραμειακό σύστημα που είναι το έδαφος, Γη. Το σώμα μάζας m είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο δυναμόμετρου (κανταράκι με ελατήριο), ενώ το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο στο καρότσι. Εφόσον το σώμα επιταχύνεται ως προς το έδαφος (αδραμειακό σύστημα), πάνω του ασκείται δύναμη $F = ma$, σύμφωνα με όσα γνωρί-



Σχ. 3.35
Επιταχυνόμενο σύστημα αναφοράς
με μεταφορική κίνηση.

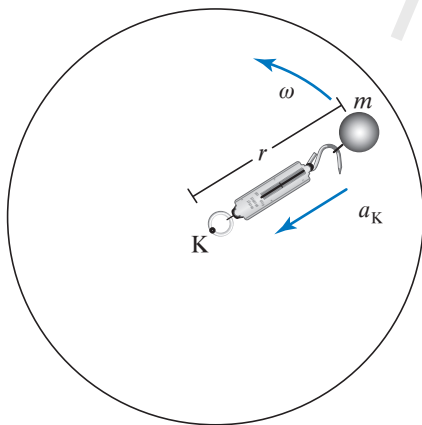
ζουμε για αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Αυτό θα πει ένας παρατηρητής που στέκεται στο έδαφος, οπότε είναι αδρανειακός παρατηρητής.

Ας εξετάσουμε αυτό το γεγονός από το επιταχυνόμενο μη αδρανειακό σύστημα του καρτσιού. Ως προς αυτό το σύστημα, το σώμα μάζας m είναι ακίνητο, άρα δεν έχει επιτάχυνση. Φανταζόμαστε και πάλι ότι πάνω στο καρτότσι στέκεται ένας άλλος, μη αδρανειακός παρατηρητής. Ο παρατηρητής αυτός βλέπει ότι το δυναμόμετρο δείχνει την παραπάνω δύναμη, ενώ δεν υπάρχει (σχετική) επιτάχυνση. Επειδή θέλει να διατηρήσει τη μορφή του Δεύτερου Νόμου του Νεύτωνα, λέει ότι πάνω στο σώμα ασκείται η δύναμη του δυναμόμετρου και μια άλλη δύναμη, ίση με $-ma$. Αυτές οι δύο δυνάμεις ισορροπούν, δηλαδή $F + (-ma) = 0$ και γι' αυτό το σώμα δεν επιταχύνεται ως προς το καρτότσι. Αυτή η δύναμη δεν ασκείται από κανένα άλλο σώμα, όπως θα συνέβαινε για πραγματική δύναμη, αλλά είναι αποτέλεσμα της κινητικής κατάστασης του συστήματος αναφοράς. Λέγεται **δύναμη αδράνειας** ή **δύναμη του D' Alembert**.

Αν θέλουμε να περιγράψουμε την κίνηση ως προς μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς που εκτελεί μεταφορική κίνηση ως προς κάποιο αδρανειακό σύστημα, αρκεί να θεωρήσουμε ότι εκτός από τις πραγματικές δυνάμεις που ασκούνται, ασκούνται επί πλέον και (ψευδοδυνάμεις) αδρανειακές δυνάμεις της μορφής $-m\vec{a}$.

Αυτή τη δύναμη «αισθάνεται» ο επιβάτης αυτοκινήτου, όταν ο οδηγός πατήσει απότομα το φρένο. Ο επιβάτης «πάει» προς τα εμπρός.

Έστω ότι το μη αδρανειακό σύστημα (σχ. 3.36) περιστρέφεται με σταθερή διανυσματική γωνιακή

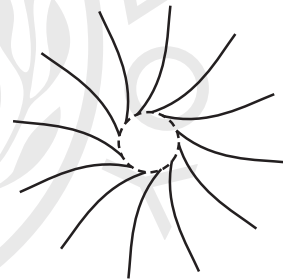


Σχ. 3.36

Περιστρεφόμενο μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς

ταχύτητα. Σ' αυτήν την περίπτωση μπορεί κάποιος να διαπιστώσει με ανάλογο συλλογισμό όπως προηγουμένως, ότι αν το σώμα συμπαρασύρεται με το μη αδρανειακό σύστημα και δεν έχει (σχετική) ταχύτητα ως προς αυτό, για την περιγραφή της κίνησης από το στρεφόμενο με το σύστημα μη αδρανειακό παρατηρητή χρειάζεται να εισαχθεί αδρανειακή δύναμη, που ονομάζεται **φυγόκεντρος δύναμη**. Αυτή έχει κατεύθυνση ακτινική προς τα έξω από το κέντρο περιστροφής και μέτρο $m\omega^2 r$. Το r είναι η απόσταση της μάζας m απ' το κέντρο περιστροφής. Αυτή τη δύναμη «αισθάνεται» επιβάτης αυτοκινήτου που εκτελεί απότομη στροφή.

Όταν το υλικό σημείο μάζας m έχει και σχετική ταχύτητα \vec{v}_o ως προς το στρεφόμενο σύστημα, τότε υπεισέρχεται και άλλη ψευδοδύναμη, η **δύναμη του φαινομένου του Coriolis**, η οποία συνηθίζεται να λέγεται **δύναμη coriolis**. Αυτή ισούται με $2m(\vec{v}_o \cdot \vec{\omega})$. Αυτό το φαινόμενο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ερμηνεία της κίνησης των κυκλώνων που στο Β ημισφαίριο είναι όπως στο σχήμα 3.37. Στο Ν ημισφαίριο οι ταχύτητες οδηγούν σε κίνηση κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού.



Σχ. 3.37

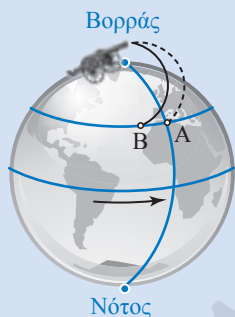
Κυκλώνας στο Β ημισφαίριο



Εφαρμογές δύναμης Coriolis

- Αν από το βόρειο πόλο Ν, ένα πυροβόλο βλήμα οριζόντια και με νότια κατεύθυνση ένα βλήμα (σχ. 3.38), αυτό αν η Γη ήταν ακίνητη θα έπεφτε στο σημείο Α, αλλά στην πραγματικότητα λόγω της περιστροφής που εκτελεί η Γη προς τα δεξιά, θα πέσει στο σημείο Β. Η τροχιά του βλήματος τόσο από τον γεωγραφικό χάρτη, όσο και από παρατηρητή που βρίσκεται έξω από τη Γη, προκύπτει ότι ήταν όχι νότια αλλά νοτιοδυτική. Ο στρεφόμενος όμως με τη Γη παρατηρητής αποδίδει την πτώση του βλήματος στο σημείο Β, στη

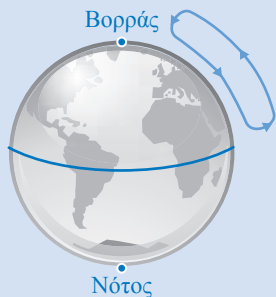
δύναμη Coriolis. Όμοια απόκλιση της τροχιάς προς τα δεξιά παρατηρείται σε όλες τις κινήσεις στο βόρειο ημισφαίριο, ενώ στο νότιο ημσφαίριο η απόκλιση τροχιάς γίνεται προς τα αριστερά.



Σχ. 3.38

Η δύναμη Coriolis εκτρέπει το βλέμμα προς τα δεξιά στο βόρειο ημισφαίριο

- Αληγείς άνεμοι ονομάζονται οι άνεμοι που πνέουν συνεχώς από την ίδια κατεύθυνση. Αυτό συμβαίνει διότι ο αέρας γύρω από τον Ισημερινό, όταν θερμανθεί ανέρχεται (σχ. 3.39), ενώ αντιθέτως ο αέρας κοντά στους πόλους κατέρχεται. Αν η Γη ακινητούσε, τότε οι άνεμοι που δημιουργούνται με τον τρόπο αυτό, θα ήταν πάντα βόρειοι, στο βόρειο ημισφαίριο. Εξαιτίας όμως της δύναμης Coriolis, καθώς οι άνεμοι εκτρέπονται προς τα δεξιά, γίνονται βορειοανατολικοί. Τα αντίθετα λαμβάνουν χώρα στο νότιο ημισφαίριο. Το ίδιο φαινόμενο αλλά με αντίθετη φορά παρουσιάζεται στις αέριες μάζες που κινούνται κοντά σε μεγάλα ύψη από τον Ισημερινό προς τους πόλους (ανταληγείς).



Σχ. 3.39

Αληγείς άνεμοι

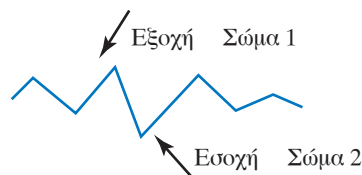
3.4 Τριβή

Ναύτης προσπαθεί, χωρίς να τα καταφέρει, να μετακινήσει ξύλινο κιβώτιο, που βρίσκεται στο κατάστρωμα πλοίου, ασκώντας σ' αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη F . Σύμφωνα με τον Πρώτο Νόμο του Νεύτωνα, ένα σώμα ακινητεί, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν. Αν στο ξύλινο κιβώτιο ασκούνταν μόνο η δύναμη F , έπρεπε να κινηθεί και να αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση. Αφού παραμένει ακίνητο, σημαίνει ότι εκτός απ' την F , ασκείται πάνω του και άλλη δύναμη, αντίθετη της F . Η δύναμη αυτή ονομάζεται **στατική τριβή** και ασκείται από το κατάστρωμα του πλοίου. Δηλαδή, εκτός από κάθετη δύναμη που μπορεί να ασκεί στην κοινή επιφάνεια επαφής ένα σώμα που είναι σε επαφή με άλλο, μπορεί να του ασκεί και δύναμη παράλληλη στην επιφάνεια επαφής, η οποία εμποδίζει την κίνηση. Αυτή είναι η **δύναμη τριβής**.

Αν δεύτερος ναύτης προστρέχει σε βοήθεια του πρώτου, ασκώντας μία επί πλέον δύναμη F' ίδιας φοράς με την προηγούμενη που συνεχώς αυξάνεται, τότε κάποια χρονική στιγμή το ξύλινο κιβώτιο θα είναι έτοιμο να κινηθεί. Η δύναμη τριβής τότε ονομάζεται **οριακή στατική τριβή**.

Όταν το κιβώτιο αποκτήσει κάποια ταχύτητα, για να διατηρηθεί η ταχύτητα σταθερή, χρειάζεται οι ναύτες να ασκούν λίγο μικρότερη δύναμη από την οριακή στατική τριβή. Η δύναμη που ασκείται από την επιφάνεια επαφής στο κιβώτιο και αντιδρά στην κίνησή του όταν αυτό ολισθαίνει πάνω στην επιφάνεια, ονομάζεται **τριβή ολίσθησης** ή **κινητική τριβή** και η τιμή της είναι λίγο μικρότερη απ' την τιμή της οριακής τριβής.

Οι δυνάμεις τριβής είναι οι δυνάμεις που ενεργούν στη διαχωριστική επιφάνεια δύο σωμάτων όταν το ένα κινείται ή τείνει να κινηθεί σε σχέση με το άλλο και έχουν τέτοια κατεύθυνση, ώστε πάντα να αντιστέκονται στη σχετική μεταξύ τους κίνηση. Η ύπαρξη των δυνάμεων της τριβής οφείλεται στο γεγονός ότι καμμία επιφάνεια στη φύση δεν είναι εντελώς λεία (σχ. 3.40). Αν μπορούσαμε, χρησιμοποιώντας ισχυρό μικροσκόπιο, να δούμε τη μορφή δύο επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή, που με



Σχ. 3.40
Μεγέθυνση διαχωριστικής επιφάνειας δύο σωμάτων

γυμνό οφθαλμό τις θεωρούμε λείες, θα βλέπαμε ότι παρουσιάζουν εσοχές και εξοχές, οι οποίες δυσκολεύουν την κίνησή τους. Δηλαδή, η πραγματική επιφάνεια επαφής δύο επιφανειών είναι πολύ μικρότερη εκείνης που εφάπτονται φαινομενικά.

Η τριβή παίζει σημαντικό ρόλο στην καθημερινή μας ζωή. Χωρίς αυτήν δεν θα μπορούσαμε να περπατήσουμε, διότι θα γλιστρούσαν τα πόδια μας προς τα πίσω όπως όταν δοκιμάσουμε να περπατήσουμε πάνω σε πάγο, ούτε να στερεώσουμε ένα καρφί στον τοίχο, ούτε να κρατήσουμε διάφορα αντικείμενα στα χέρια μας, ούτε τα αυτοκίνητα θα μπορούσαν να κινηθούν.

Τριβές που εμφανίζονται μεταξύ των κινούμενων μερών μηχανής είναι ανεπιθύμητες και, προκειμένου να τις μειώσουμε, χρησιμοποιούμε λάδια και λιπαντικά όπως στη μηχανή του αυτοκινήτου.

Το λάδι διοχετεύεται συνεχώς και με πίεση στα ρουλεμάν και στα πιστόνια της μηχανής. Αν η μηχανή μείνει χωρίς λάδι, λόγω της μεγάλης τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ των τριβόμενων μηχανικών μερών, αυξάνεται η θερμοκρασία με αποτέλεσμα την ανεπανόρθωτη βλάβη των εξαρτημάτων που τρίβονται. Τα φρένα των αυτοκινήτων κατασκευάζονται από ειδικά υλικά που παρουσιάζουν μεγάλη αντοχή και καλές ιδιότητες από πλευράς τριβών. Η φθορά των φρένων που παρουσιάζεται με την πάροδο του χρόνου, οφείλεται στις χημικές αλλοιώσεις των επιφανειών επαφής λόγω ανύψωσης της θερμοκρασίας. Όταν έχει βρέξει ή έχουμε πλύνει το αυτοκίνητο, τα φρένα χάνουν την αποτελεσματικότητά τους και γι' αυτό οδηγούμε πιο αργά ή συνηθέστερα πιέζουμε ελαφρά πολλές φορές το πεντάλ του φρένου, προκειμένου λόγω της θερμότητας που αναπτύσσεται να στεγνώσουν. Όταν στο δρόμο έχουν χυθεί λάδια, ρίχνουμε προιονίδι, ώστε να αυξηθεί η τριβή προκειμένου να είναι ασφαλής η οδήγηση.

Ξηρά τριβή υπάρχει όταν τα δύο σώματα εφάπτονται απ' ευθείας ενώ **υγρή τριβή** όταν μεταξύ των σωμάτων μεσολαβεί λιπαντικό και τα στρώματα του λιπαντικού τρίβονται μεταξύ τους. Ενδιάμεση κατάσταση είναι η **μικτή τριβή** κατά την οποία το λιπαντικό μέσο που υπάρχει, δεν δημιουργεί συνεκτικό λιπαντικό ενδιάμεσο στρώμα. Στην ξηρά τριβή, ο συντελεστής τριβής μ εξαρτάται κυρίως από την κατάσταση των επιφανειών (λείες, τραχιές) και το υλικό των τμημάτων που τρίβονται (μαλακό, σκληρό). Στην υγρή τριβή, ο συντελεστής τριβής μ εξαρτάται κυρίως από την ταχύτητα ολίσθησης, τις ιδιότητες

του λιπαντικού και την πίεση επί των επιφανειών, μεταξύ των σωμάτων. Η μελέτη της τριβής, της φθοράς που προκαλεί και των λιπαντικών, εξαιτίας της μεγάλης σπουδαιότητάς τους για τη βιομηχανία, αποτελεί ιδιαίτερο κλάδο της επιστήμης, την **τριβολογία**. Από την αρχαιότητα, για τη μείωση των τριβών, χρησιμοποιούνται λιπαντικά όπως ζωικό λίπος και φυτικά έλαια. Αρκετές φορές αντί λιπαντικών χρησιμοποιείται αέρας υπό υψηλή πίεση όπως στα αερότρονα (κινούνται σε γραμμή σχήματος ανεστραμμένου T πάνω σε στρώμα πεπιεσμένου αέρα) και στα αερόστρωμα (hovercraft) (κινούνται πάνω σε στρώμα αέρα που τα χωρίζει από την επιφάνεια της ξηράς και της θάλασσας) μειώνοντας κατά πολύ τις τριβές.

Χωρίς τριβή δεν θα μπορούσαμε να φάμε (το πιρούνι ή σπιδήποτε άλλο χρησιμοποιούσαμε για να πιάσουμε το φαγητό θα γλίστραγε από τα χέρια μας), να περπατάμε (θα ήταν σαν να περπατάμε σε πάγο), να σκαρφαλώνουμε, να παράγουμε μουσικούς ήχους (π.χ. δόνηση τεντωμένης χορδής με κίνηση δοξαριού πάνω στις χορδές βιολιού), να γράψουμε με μολύβι, να σβήνουμε με γόμα κ.ο.κ. Η τριβή είναι πάντα παρούσα κατά την κίνηση μεταξύ στερεών, υγρών και αερίων. Παραδόξως, στην κίνηση βέλους, η τριβή (αντίσταση αέρα), αποτελεί κινητήριο παράγοντα καθώς ο αέρας που εκτοπίζει το βέλος κλείνει πίσω του, δημιουργώντας προώθηση.

Για τη στατική τριβή T_0 ισχύει ότι είναι μικρότερη ή ίση με την οριακή (μέγιστη) τιμή της $T_0 \leq \mu_0 N$. Το φυσικό μέγεθος μ_0 λέγεται **συντελεστής στατικής τριβής** και είναι καθαρός αριθμός. N είναι η κάθετη δύναμη μεταξύ των δύο σωμάτων στην επιφάνεια κοινής επαφής.

Η **στατική τριβή** είναι δύναμη μεταβλητού μέτρου και οι τιμές της κυμαίνονται όπως δείχνει η σχέση $0 \leq T_0 \leq \mu_0 \cdot N$, έχει δε:

1) **Διεύθυνση**, ίδια με της δύναμης F , που τείνει να κάνει τις δύο επιφάνειες να κινηθούν η μια σχετικά με την άλλη.

2) **Φορά**, αντίθετη της δύναμης F και ο μ_0 , ο συντελεστής στατικής τριβής, εξαρτάται απ' τη φύση των επιφανειών που έρχονται σε επαφή.

Η **τριβή ολίσθησης** T_x ή κινητική τριβή, που ονομάζεται η ασκούμενη δύναμη μεταξύ δύο επιφανειών, όταν μεταξύ τους υπάρχει ολίσθηση, δηλαδή σχετική ταχύτητα, έχει:

1) **Διεύθυνση** παράλληλη στην κοινή επιφάνεια επαφής και ίδια μ' αυτήν της σχετικής ταχύτητας του

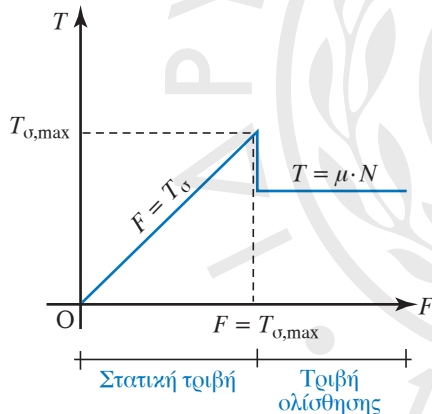
σώματος, στο οποίο ασκείται, ως προς το άλλο, με το οποίο εφάπτεται και ασκεί την τριβή.

2) **Φορά**, αντίθετη απ' αυτήν της σχετικής ταχύτητας.

Το **σημείο εφαρμογής** της τριβής ολίσθησης είναι πάνω στην κοινή επιφάνεια των δύο σωμάτων.

Το **μέτρο** της τριβής ολίσθησης δίνεται απ' τον τύπο $T_x = \mu_x N$, όπου N η κάθετη δύναμη που ασκείται μεταξύ των δύο επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή και μ_x ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ή κινητικής τριβής, ο οποίος είναι καθαρός αριθμός, (δεν έχει μονάδες μέτρησης) και η τιμή του εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που έρχονται σε επαφή. Ο συντελεστής στατικής τριβής είναι λίγο μεγαλύτερος απ' τον συντελεστή τριβής ολίσθησης (σχ. 3.41). Συνήθως, θεωρούνται ίσοι κατά προσέγγιση, γι' αυτό στον πίνακα 3.1 αναγράφονται απλώς ως συντελεστές τριβής.

Κατά προσέγγιση, μπορούμε να θεωρούμε ότι οι συντελεστές τριβής είναι σταθεροί και ανεξάρτητοι απ' την κάθετη δύναμη ή την ταχύτητα και από το εμβαδόν επαφής.



Σχ. 3.41

Διάγραμμα μεταβολής της τριβής σε σχέση με την ασκούμενη δύναμη F

Πίνακας 3.1
Συντελεστές τριβής

Υλικό	Συντελεστής τριβής
Χάλυβας πάνω σε πάγο	0,01
Χάλυβας πάνω σε χάλυβα	0,1
Λάστιχο πάνω σε ξηρό οδόστρωμα	0,7
Λάστιχο πάνω σε υγρό οδόστρωμα	0,4



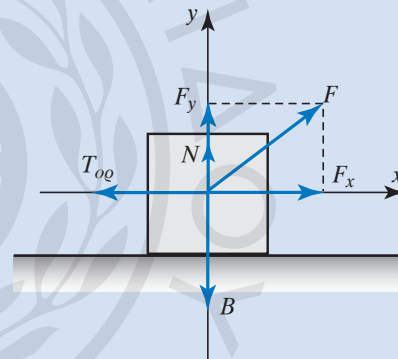
Παραδείγματα

1. Σώμα ακινητεί σε οριζόντιο επίπεδο. Όταν πάνω του ασκείται δύναμη $F = 30\sqrt{3}\text{N}$, που η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία 30° με το οριζόντιο επίπεδο, τότε το σώμα μόλις αρχίζει να ολισθαίνει. Αν το βάρος του είναι $B = 25\sqrt{3}\text{N}$, να υπολογίσετε την οριακή τριβή και τον συντελεστή στατικής τριβής.

Λύση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και τις αναλύουμε με τη βοήθεια καρτεσιανού συστήματος αξόνων (σχ. 3.42). Τη στιγμή που το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει, η στατική τριβή παίρνει τη μεγαλύτερη τιμή της, που είναι η οριακή τριβή. Άρα τότε έχουμε:

$$T_{0\sigma} = F_x = F \cos 30^\circ = 30\sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N} = 45 \text{ N}$$



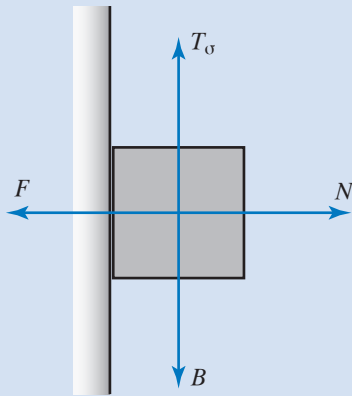
Σχ. 3.42

Από την ισορροπία των δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα προκύπτει ότι $B = F_y + N$, άρα $25\sqrt{3} \text{ N} = 15\sqrt{3} \text{ N} + N$ και συνεπώς $N = 10\sqrt{3} \text{ N}$.

Ισχύει ότι:

$$\mu_\sigma = \frac{T_{0\sigma}}{N} = \frac{45}{10\sqrt{3}} = \frac{45\sqrt{3}}{10 \cdot 3} = \frac{15\sqrt{3}}{10} = 1,5\sqrt{3} = 2,60.$$

2. Να υπολογίσετε την ελάχιστη οριζόντια δύναμη F , που ασκείται στο σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ του σχήματος 3.43, προκειμένου αυτό να συγκρατηθεί στον κατακόρυφο μη λείο τοίχο και να μην πέσει στο πάτωμα. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$ και συντελεστής στατικής τριβής τοίχου-σώματος $\mu_\sigma = 0,1$.



Σχ. 3.43

Λύση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα το οποίο ακινητεί ευρισκόμενο σε επαφή με τον τοίχο είναι: Το βάρος του $B = mg = 2 \cdot 10 \text{ N} = 20 \text{ N}$, η στατική τριβή T_σ , η οριζόντια δύναμη F που του ασκούμε και η κάθετη δύναμη από τον τοίχο N . Αφού το σώμα ισορροπεί, έχουμε:

Στον οριζόντιο άξονα $F - N = 0$ άρα $F = N$.

Στον κατακόρυφο άξονα $B - T_\sigma = 0$ άρα $B = T_\sigma = 20 \text{ N}$.

Επειδή $T_\sigma = \mu_\sigma N$, ισχύει:

$$N = \frac{T_\sigma}{\mu_\sigma} = \frac{20}{0,1} \text{ N} = 200 \text{ N}, \text{ άρα και } F = 200 \text{ N}.$$

3.5 Ορμή – Αρχή διατήρησης της ορμής – Κέντρο μάζας – Κίνηση κέντρου μάζας

3.5.1 Ορμή υλικού σημείου

Για κινούμενο υλικό σημείο, **ορμή** \vec{p} σε κάθε χρονική στιγμή της κινήσεώς του ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της μάζας m επί την ταχύτητά του \vec{u} . Δηλαδή $\vec{p} = m\vec{u}$ και $p = mu$.

Από τον ορισμό προκύπτει ότι το διάνυσμα της ορμής έχει ως σημείο εφαρμογής το υλικό σημείο, ως φορέα τον φορέα της ταχύτητας \vec{u} του υλικού σημείου, ως φορέα τη φορά της ταχύτητας \vec{u} και ως μέτρο το γινόμενο του μέτρου της μάζας του υλικού σημείου επί το μέτρο της ταχύτητάς του.

Ο τύπος $\vec{p} = m\vec{u}$ ισχύει όταν η ταχύτητα του υλικού σημείου είναι κατά πολύ μικρότερη της ταχύτητας c του φωτός στο κενό. Η ορμή ως διανυσματικό μέγεθος έχει όλες τις ιδιότητες των διανυσμάτων.

Έτσι, μπορεί να αναλυθεί σε άξονες και μεταβάλλεται εάν μεταβληθεί τουλάχιστον ένα απ' τα στοιχεία της, δηλαδή το μέτρο ή η κατεύθυνσή της.

3.5.2 Κέντρο μάζας

Το **κέντρο μάζας** (κ.μ.) συστήματος υλικών σημείων ορίζεται ως το σημείο, του οποίου η θέση στον χώρο (το διάνυσμα θέσης), $\vec{r}_{\text{κμ}}$, καθορίζεται απ' τη σχέση:

$$\vec{r}_{\text{κμ}} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m},$$

όπου: \vec{r}_i είναι το διάνυσμα θέσης του σωματίου (υλικού σημείου) μάζας m_i και

$$m = \sum m_i$$

το άθροισμα των μαζών των υλικών σημείων του συστήματος, δηλαδή η ολική μάζα. Για καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων η ανωτέρω διανυσματική σχέση γράφεται:

$$x_{\text{κμ}} = \frac{\sum m_i x_i}{m}, y_{\text{κμ}} = \frac{\sum m_i y_i}{m}, z_{\text{κμ}} = \frac{\sum m_i z_i}{m}$$

όπου $x_{\text{κμ}}, y_{\text{κμ}}, z_{\text{κμ}}$ οι καρτεσιανές συντεταγμένες του κ.μ. και x_i, y_i, z_i οι καρτεσιανές συντεταγμένες του υλικού σημείου μάζας m_i .

3.5.3 Ορμή συστήματος υλικών σημείων

Για ένα σύνολο από n υλικά σημεία με μάζες m_1, m_2, \dots, m_n και αντίστοιχες ταχύτητες $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_n$ η (ολική) ορμή \vec{p} του συστήματος είναι, το διανυσματικό άθροισμα των ορμών των υλικών σημείων, δηλαδή έχουμε

$$\vec{p}_{\text{ολ}} = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 + \dots$$

Απ' τον ορισμό του κ.μ. έχουμε:

$$m \vec{r}_{\text{κμ}} = \sum m_i \vec{r}_i$$

Παραγωγίζουμε ως προς τον χρόνο και βρίσκουμε:

$$m \frac{d\vec{r}_{\text{κμ}}}{dt} = \sum m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \sum m_i \vec{u}_i = \vec{p}_{\text{ολ}},$$

$$\text{όμως } m \frac{d\vec{r}_{\text{κμ}}}{dt} = \vec{p}_{\text{κμ}},$$

είναι η ορμή του κ.μ. αν όλη η μάζα του συστήματος ήταν συγκεντρωμένη σ' αυτό το σημείο και κινούνταν με την ταχύτητα του κέντρου μάζας, δηλαδή

έχουμε

$$\vec{p}_{\kappa\mu} = \vec{p}_{\text{ολ}}$$

3.5.4 Θεώρημα διατήρησης της ορμής συστήματος υλικών σημείων

Αν σε ένα υλικό σημείο δεν ασκείται δύναμη (ή η συνισταμένη των ασκουμένων δυνάμεων είναι μηδέν), τότε η διανυσματική ταχύτητα του υλικού σημείου θα είναι σταθερή με τον χρόνο, δηλαδή θα διατηρείται με τον χρόνο. Αυτό δείχνει ότι και η ορμή του θα διατηρείται.

Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι έχουμε σύστημα υλικών σημείων, που οι μεταξύ τους δυνάμεις αλληλεπίδρασης (εσωτερικές δυνάμεις) είναι ανά δύο ίσες και αντίθετες. Αυτό σημαίνει ότι ισχύει ο Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα για όλα αυτά τα ζεύγη των εσωτερικών δυνάμεων. Επίσης, ας υποθέσουμε ότι δεν ασκούνται άλλες δυνάμεις πάνω στα υλικά σημεία του συστήματος από εξωτερικά αίτια τότε κάθε χρονική στιγμή η ορμή του συστήματος είναι σταθερή. Έχουμε δηλαδή διατήρηση της ορμής του συστήματος. Ένα σύστημα, στο οποίο δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις λέμε ότι είναι *απομονωμένο σύστημα*.

Επειδή η ολική ορμή του συστήματος ισούται με την ορμή που θα είχε υλικό σημείο με μάζα ίση με τη συνολική μάζα και ταχύτητα την ταχύτητα του κ.μ., $\vec{p}_{\text{ολ}} = m\vec{v}_{\kappa\mu}$, και εφόσον η ορμή διατηρείται, θα διατηρείται και η ταχύτητα του κ.μ.



Προσοχή!

Πολλές φορές διατηρείται η ορμή του συστήματος, χωρίς να διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

3.5.5 Κίνηση κέντρου μάζας συστήματος υλικών σημείων

Έστω σύστημα υλικών σημείων με μάζες m_1, m_2, \dots με διανύσματα θέσης $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots$. Αν m είναι η ολική μάζα του συστήματος, $\vec{a}_{\kappa\mu}$ και η επιτάχυνση του κ.μ. Ισχύει ότι:

$$m\vec{a}_{\kappa\mu} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

Δηλαδή, η ολική μάζα του συστήματος των σωμάτων επί την επιτάχυνση του κ.μ. ισούται με το διανυσματικό άθροισμα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα των σωμάτων.

Επειδή οι εσωτερικές δυνάμεις εμφανίζονται

πάντα κατά ζεύγη ίσων και αντιθέτων δυνάμεων (Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα), αυτές έχουν συνισταμένη μηδέν και δεν υπολογίζονται στο ανωτέρω άθροισμα. Άρα, το δεύτερο μέλος της παραπάνω ισότητας, αφορά στο διανυσματικό άθροισμα μόνο των εξωτερικών δυνάμεων, που ασκούνται στο σύστημα. Δηλαδή:

$$m\vec{a}_{\kappa\mu} = \sum \vec{F}_{\text{εξ}}$$

Άρα, το κ.μ. συστήματος σωμάτων κινείται σαν όλη η μάζα του συστήματος να είναι συγκεντρωμένη στο κ.μ. και όλες οι εξωτερικές δυνάμεις να ασκούνται στο σημείο αυτό. Συνεπώς, όταν θέλουμε να μελετήσουμε τη μεταφορική κίνηση σώματος, αρκεί να μελετήσουμε την κίνηση του κ.μ. του, θεωρώντας πως όλη η μάζα του είναι συγκεντρωμένη στο κ.μ. και πως εκεί ασκούνται όλες οι εξωτερικές δυνάμεις. Η κορύνα του σχήματος 3.44 περιστρέφεται γύρω απ' τον άξονά της. Το κ.μ. της διαγράφει παραβολική τροχιά.



Σχ. 3.44

Το κ.μ. της κορύνας διαγράφει παραβολική τροχιά, ενώ αυτή περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό της



Παραδείγματα

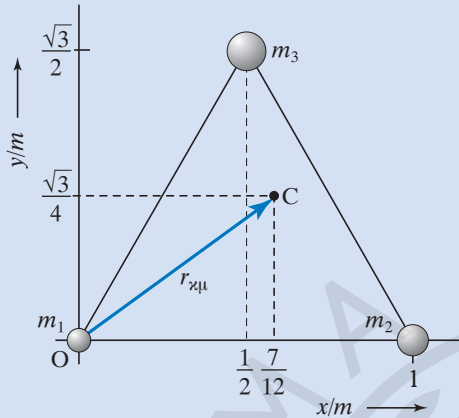
1. Ποιες οι συντεταγμένες του κ.μ. τριών σωμάτων μαζών $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $m_3 = 3 \text{ kg}$, που είναι τοποθετημένα στις κορυφές ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς 1 m (σχ. 3.45).

Λύση

$$\begin{aligned} \text{Είναι: } x_{\kappa\mu} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \\ &= \frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{2}}{1 + 2 + 3} \text{ m} = \frac{7}{12} \text{ m} \end{aligned}$$

$$y_{\kappa\mu} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} =$$

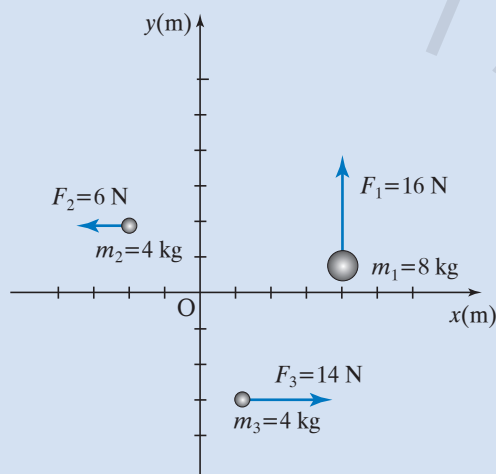
$$= \frac{1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2 + 3} \text{ m} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ m}$$



Σχ. 3.45

2. Έστω τρία υλικά σημεία μαζών $m_1 = 8 \text{ kg}$, $m_2 = m_3 = 4 \text{ kg}$ τοποθετημένα σε επίπεδο εφοδιασμένο με ορθοκανονικό σύστημα αξόνων O_{xy} . Στα σημεία ασκούνται οι δυνάμεις $F_1 = 16 \text{ N}$, $F_2 = 6 \text{ N}$, $F_3 = 14 \text{ N}$ αντίστοιχα (σχ. 3.46). Να υπολογίσετε:

- Τη θέση του κ.μ.
- Τη συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων.
- Τη επιτάχυνση του κ.μ. του συστήματος.



Σχ. 3.46

Λύση

α) Οι συντεταγμένες του κ.μ. είναι:

$$x_{\kappa\mu} = \frac{8 \cdot 4 + 4 \cdot (-2) + 4 \cdot 1}{8 + 4 + 4} \text{ m} = \frac{7}{4} \text{ m}$$

$$y_{\kappa\mu} = \frac{8 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot (-3)}{8 + 4 + 4} \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

β) Η συνισταμένη F των εξωτερικών δυνάμεων που επιδρούν στο σύστημα έχει συνιστώσες μέτρων $F_x = 14 - 6 = 8 \text{ N}$, $F_y = 16 \text{ N}$. Η συνισταμένη έχει μέτρο:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{8^2 + 16^2} \text{ N} = 18 \text{ N}$$

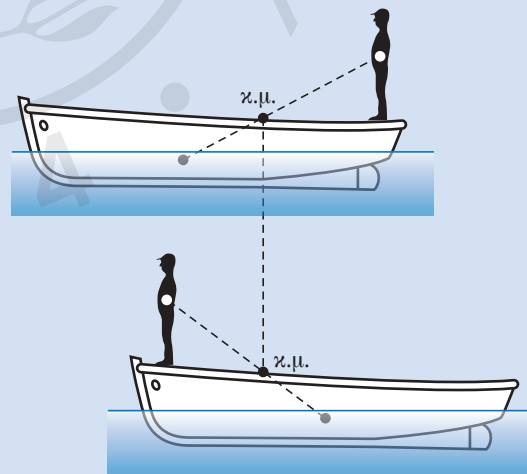
και διεύθυνση $\tan \varphi = \frac{F_y}{F_x} = 2$, άρα $\varphi = 63^\circ$

γ) Η επιτάχυνση του κ.μ. είναι:

$$a_{\kappa\mu} = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{18}{16} \text{ m/s}^2 = 1,1 \text{ m/s}^2$$

Τα τρία σώματα του συστήματος μεταβάλλουν τη θέση τους με την πάροδο του χρόνου, όμως το κ.μ. κινείται με σταθερή επιτάχυνση.

3. Θεωρούμε ότι το σύστημα άνθρωπος και βάρκα αποτελούν απομονωμένο σύστημα (σχ. 3.47).



Σχ. 3.47

Υποθέτουμε ότι αρχικά και ο άνθρωπος ακινητεί, $\vec{u}_a = 0$ και η βάρκα ακινητεί, $u_\beta = 0$. Όταν ο άνθρωπος κινείται με ταχύτητα \vec{u}_a , η βάρκα θα κινείται με ταχύτητα \vec{u}_β . Αρχικά, η

ολική ορμή είναι μηδέν. Όταν θα υπάρξει μετακίνηση, επειδή το σύστημα θεωρείται απομονωμένο, η ολική ορμή του θα είναι πάλι μηδέν, άρα:

$$m_\alpha \vec{u}_\alpha + m_\beta \vec{u}_\beta = 0, \text{ συνεπώς } u_\beta = -\frac{m_\alpha}{m_\beta} u_\alpha$$

Το αρνητικό πρόσημο (-) σημαίνει ότι η βάρκα κινείται αντίθετα απ' τον άνθρωπο. Η κίνηση της βάρκας αρχίζει όταν ο άνθρωπος που βρίσκεται πάνω της αρχίσει να κινείται. Προσέξτε ότι το κ.μ. του συστήματος είναι συνεχώς ακίνητο.

3.5.6 Κρούσεις

Κρούση ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο δύο ή περισσότερα σώματα αλληλεπιδρούν, για ελάχιστο χρόνο, με πολύ ισχυρές δυνάμεις. Οι δυνάμεις που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο είναι αντίθετες, ως δράση και αντίδραση. Η κρούση δεν είναι απαραίτητο να αναφέρεται σε σύγκρουση (επαφή) σωμάτων. Οι δυνάμεις που ασκούνται, από το ένα σώμα στο άλλο, στη διάρκεια της κρούσης, ως εσωτερικές δυνάμεις, δεν επηρεάζουν την κίνηση του κέντρου μάζας (κ.μ.) του συστήματος. Σε πολλά παραδείγματα κρούσης, εφαρμόζεται η Αρχή Διατήρησης Ορμής, χωρίς η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων, που ασκούνται στο σύστημα σωμάτων, να είναι μηδέν διότι η κρούση είναι μία αλληλεπίδραση που λαμβάνει χώρα σε απειροελάχιστο χρονικό διάστημα και οι εξωτερικές δυνάμεις είναι πολύ πιο μικρές από τις δυνάμεις που εμφανίζονται κατά την κρούση. Συνεπώς, η ώθηση των εξωτερικών δυνάμεων, τον χρόνο Δt που διαρκεί η κρούση, είναι πολύ μικρή συνεπώς μπορούμε να τη θεωρήσουμε αμελητέα (κατά τη διάρκεια της κρούσης τα συγκρουόμενα σώματα αποτελούν μονωμένο σύστημα). Διακρίνουμε τις κρούσεις σε:

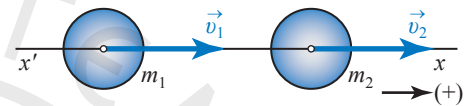
1) **Κεντρικές** (ή **μετωπικές**) όταν τα κέντρα βάρους (κ.β.) των σωμάτων που συγκρούονται, κινούνται πριν και μετά την κρούση, πάνω στην ίδια ευθεία που τα ένωνε πριν και οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σωμάτων, πριν και μετά την κρούση, βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία που ένωνε τα κ.β. τους πριν (σχ. 3.48).

2) **Έκκεντρες**, όταν οι ταχύτητες των κ.μ. των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες (σχ. 3.49 και 3.50).

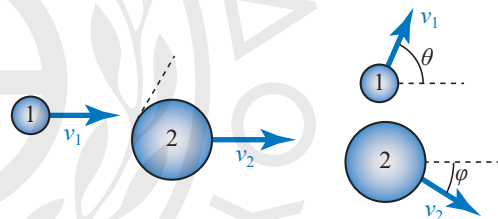
3) **Πλάγιες** όταν τα σώματα κινούνται πάνω σε διαφορετικές ευθείες (σχ. 3.51)

4) **Τελείως ελαστικές** όταν τα σώματα, μετά την κρούση, αποχωρίζονται με διαφορετικές ταχύτητες από αυτές που είχαν πριν και οι παραμορφώσεις τους, που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι ελαστικές (παύουν να υπάρχουν μετά την κρούση). Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος συγκρουόμενων σωμάτων είναι ίδια πριν και μετά την κρούση, δηλαδή δεν λαμβάνει χώρα κατά τη διάρκεια της κρούσης μετατροπή κινητικής ενέργειας σε θερμότητα.

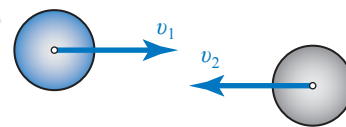
Η ολική ορμή του συστήματος συγκρουόμενων σωμάτων είναι ίδια πριν και μετά την κρούση.



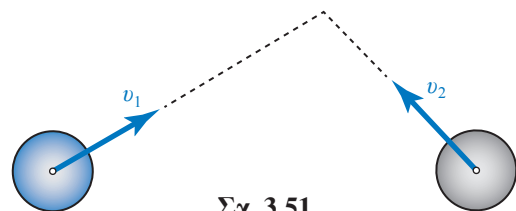
Σχ. 3.48
Κεντρική κρούση



Σχ. 3.49
Έκκεντρη κρούση



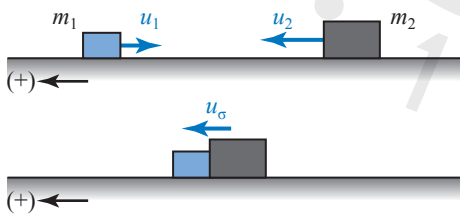
Σχ. 3.50
Έκκεντρη κρούση



Σχ. 3.51
Πλάγια κρούση

5) **Ημιελαστικές** (ή **ανελαστικές** ή **ημιπλαστικές**) όταν τα σώματα αποχωρίζονται, μετά την κρούση, με διαφορετικές ταχύτητες απ' αυτές που είχαν πριν, δεν διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματός τους και οι παραμορφώσεις τους, που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν μονιμοποιούνται εντελώς, αλλά μερικώς. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος σωμάτων πριν, είναι μεγαλύτερη από εκείνη που έχει το σύστημα μετά την κρούση. Κατά τη διάρκεια της κρούσης γίνεται μετατροπή, μέρους της κινητικής ενέργειας, σε θερμότητα και η ολική ορμή του συστήματος σωμάτων είναι ίδια πριν και μετά την κρούση.

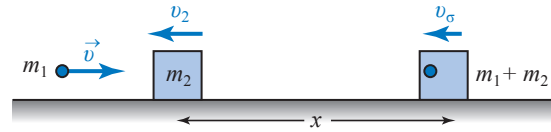
6) **Πλαστικές** (ή τελείως **ανελαστικές**) (σχ. 3.52), όταν τα συγκρουόμενα σώματα δεν αποχωρίζονται μετά την κρούση (κινούνται με την ίδια ταχύτητα, καθόσον έχουν γίνει ένα συσσωμάτωμα) και οι παραμορφώσεις τους, που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι μόνιμες. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος σωμάτων πριν, είναι μεγαλύτερη από εκείνη που είχε το σύστημα μετά την κρούση, (κατά τη διάρκεια της κρούσης γίνεται μετατροπή μέρους της κινητικής ενέργειας σε θερμότητα). Η ολική ορμή του συστήματος σωμάτων είναι ίδια πριν και μετά την κρούση. Συνεπώς, το διανυσματικό άθροισμα των ορμών των σωμάτων που συγκρούονται, παραμένει ίδιο πριν και μετά την κρούση ($p_{\text{αρχική}} = p_{\text{τελική}}$) ανεξάρτητα από το είδος της. Επίσης, η ολική ενέργεια του συστήματος συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται σταθερή πριν και μετά την κρούση.



Σχ. 3.52
Πλαστική κρούση

- Πλαστική κρούση σε μία διάσταση

Η πλαστική κρούση είναι μία ειδική ανελαστική κρούση, στην οποία τα συγκρουόμενα σώματα ενώνονται, δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα και μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα (σχ. 3.53). Ισχύει η Αρχή Διατήρησης Ορμής ($p_{\text{αρχική}} = p_{\text{τελική}}$), ενώ η κινητική ενέργεια πάντα μειώνεται. Θεωρούμε τη μετωπική και πλαστική κρούση ανάμεσα σε



Σχ. 3.53

Πλαστική κρούση σε μία διάσταση

δύο σώματα, με μάζες m_1, m_2 που οι ταχύτητές τους είναι αντίστοιχα u_1, u_2 πριν και u_σ μετά την κρούση. Αφού οι ταχύτητες βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία, μπορούμε να τη θεωρήσουμε ως άξονα, με θετική και αρνητική φορά και να γράψουμε την Αρχή Διατήρησης Ορμής $p_{\text{αρχική}} = p_{\text{τελική}}$. Από την τελευταία προκύπτει $m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) u_\sigma$ ή με την αλγεβρική της μορφή $-m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) u_\sigma$. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση είναι αντίστοιχα:

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2, K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u_\sigma^2$$

Η απώλεια κινητικής ενέργειας είναι $K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}}$ και μετατρέπεται κατά το μεγαλύτερο μέρος της σε θερμότητα. Αν το σώμα μάζας m_2 είναι ακίνητο ($u_2 = 0$) τότε από την Αρχή Διατήρησης Ορμής προκύπτει $m_1 u_1 = (m_1 + m_2) u_\sigma$. Αν η κίνηση γίνεται προς τη θετική κατεύθυνση είναι $m_1 u_1 = (m_1 + m_2) u_\sigma$, άρα:

$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{u_\sigma}{u_1} \quad (1)$$

και συνεπώς $u_\sigma < u_1$. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση, είναι αντίστοιχα:

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2, K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u_\sigma^2$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο τελευταίες ισότητες έχουμε:

$$\frac{K_{\text{μετά}}}{K_{\text{πριν}}} = \frac{\frac{1}{2} (m_1 + m_2) u_\sigma^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot \left(\frac{u_\sigma}{u_1} \right)^2$$

και λόγω της (1) η τελευταία γίνεται:

$$\frac{K_{\text{μετά}}}{K_{\text{πριν}}} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

Από την τελευταία προκύπτει ότι κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η ολική κινητική ενέργειά τους μειώνεται μετά την κρούση. Η απώλεια

κινητικής ενέργειας είναι $K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}}$ και μετατρέπεται κατά το μεγαλύτερο μέρος της σε θερμότητα.

- Ελαστική κρούση σε μία διάσταση

Ισχύουν η Αρχή Διατήρησης Ορμής και η Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας που δίνει ίσες τις κινητικές ενέργειες του συστήματος πριν και μετά την κρούση. Θεωρούμε τη μετωπική και ελαστική κρούση ανάμεσα σε δύο σώματα, με μάζες m_1, m_2 και ταχύτητες αντίστοιχα u_1, u_2 πριν και u'_1, u'_2 μετά την κρούση (σχ. 3.54). Επειδή οι ταχύτητες βρίσκονται στην ίδια ευθεία, μπορούμε να την θεωρήσουμε ως άξονα με θετική και αρνητική φορά και να γράψουμε την Αρχή Διατήρησης Ορμής $P_{\text{αρχική}} = P_{\text{τελική}}$ δηλαδή:

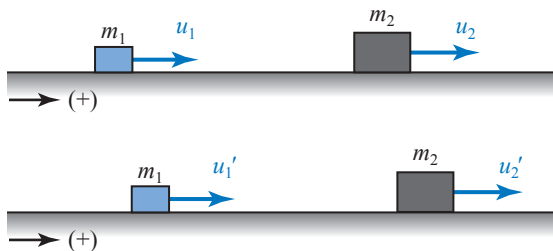
$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u'_1 + m_2 u'_2 \quad (1)$$

Επειδή στην ελαστική κρούση δεν υπάρχει απώλεια μηχανικής ενέργειας, ισχύει ότι:

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 (u'_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (u'_2)^2 \quad (2)$$

Από τη λύση του συστήματος των (1), (2) υπολογίζονται οι δύο άγνωστοι του φαινομένου, που είναι οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση. Από (1) προκύπτει $m_1(u_1 - u'_1) = m_2(u'_2 - u_2)$ (3). Από (2) προκύπτει $m_1[(u_1)^2 - (u'_1)^2] = m_2[(u'_2)^2 - (u_2)^2]$ (4). Άρα, $m_1(u_1 - u'_1)(u_1 + u'_1) = m_2(u'_2 - u_2)(u'_2 + u_2)$, που διαιρούμενη διά την (3) δίνει $u_1 + u'_1 = u'_2 + u_2$. Άρα, $u_1 - u_2 = u'_2 - u'_1$ (5). Η σχέση αυτή δείχνει ότι στην κεντρική ελαστική κρούση, η σχετική ταχύτητα με την οποία πλησιάζουν τα σώματα πριν, είναι ίση με τη σχετική ταχύτητα που απομακρύνονται, μετά την κρούση.

Συντελεστής κρούσης (ή αποκατάστασης) u δύο σωμάτων ονομάζεται ο καθαρός αριθμός που ορίζεται από το πηλίκο



Σχ. 3.54

Ελαστική κρούση σε μία διάσταση

$$u = \frac{-(u'_1 - u'_2)}{u_1 - u_2} = \frac{u'_2 - u'_1}{u_1 - u_2},$$

εξαρτάται σημαντικά από την ταχύτητα και προσδιορίζεται πειραματικά (πίν. 3.2).

1) Αν $u = 0$, η κρούση είναι πλαστική.

2) Αν $u = 1$, η κρούση είναι τελείως ελαστική.

3) Αν $0 < u < 1$, η κρούση είναι ημιελαστική (ή ημιπλαστική).

Πίνακας 3.2

Τιμές συντελεστή κρούσης για σώματα από το ίδιο υλικό

Υλικό	Γυαλί	Ελεφαντόδοντο	Φελλός, Χάλυβας	Ξύλο
u	$u = 15/16$	$u = 8/9$	$u = 5/9$	$u = 1/2$

Από (3), (5) προκύπτουν:

$$u'_1 = \frac{(m_1 - m_2)u_1 + 2m_2u_2}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

$$u'_2 = \frac{(m_2 - m_1)u_2 + 2m_1u_1}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

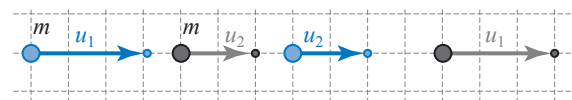
Επειδή όταν εργαζόμαστε κατά μήκος ενός άξονα να μπορούμε να αντικαθιστούμε τα διανύσματα ταχυτήτων με τις αλγεβρικές τους τιμές στον άξονα, η διανυσματική μορφή των παραπάνω τύπων είναι η ακόλουθη:

$$\vec{u}'_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{u}_1 + 2m_2\vec{u}_2}{m_1 + m_2},$$

$$\vec{u}'_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{u}_2 + 2m_1\vec{u}_1}{m_1 + m_2}$$

Αν $m_1 = m_2$, οι (6), (7) δίνουν $u'_1 = u_2, u'_2 = u_1$. Άρα, στην κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων ίσων μαζών, γίνεται ανταλλαγή των ταχυτήτων τους (σχ. 3.55).

Αν ακινητεί το δεύτερο σώμα ($u_2 = 0$) και $m_1 = m_2$ προκύπτουν $u'_1 = 0, u'_2 = u_1$. Δηλαδή, το πρώτο



Σχ. 3.55

Ανταλλαγή ταχυτήτων για σώματα ίσων μαζών

σώμα ακινητεί μετά την κρούση και το δεύτερο φεύγει με την ταχύτητα που είχε αρχικά το πρώτο (σχ. 3.56).

Αν $m_1 \neq m_2$ και το δεύτερο σώμα αρχικά ακινητεί ($u_2 = 0$), οι παραπάνω σχέσεις γίνονται:

$$u_1' = \frac{(m_1 - m_2)u_1}{m_1 + m_2}, \quad u_2' = \frac{2m_1 u_1}{m_1 + m_2},$$

Στη μετωπική ελαστική κρούση, όταν διαφέρουν κατά πολύ οι μάζες των δύο σωμάτων (m_2 πολύ μεγαλύτερη από m_1) και το ένα από αυτά ακινητεί ($u_2 = 0$), είναι:

$$u_1' = \frac{(m_1 - m_2)u_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow u_1' \cong -u_1, \quad u_2' = \frac{2m_1 u_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow u_2' \cong 0$$

Άρα, το μικρό σώμα που αρχικά κινείται με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μεγάλης μάζας, γυρίζει πίσω με ταχύτητα που έχει περίπου ίδιο μέτρο με την αρχική του ταχύτητα και το μεγάλο σώμα παραμένει περίπου ακίνητο (σχ. 3.57).

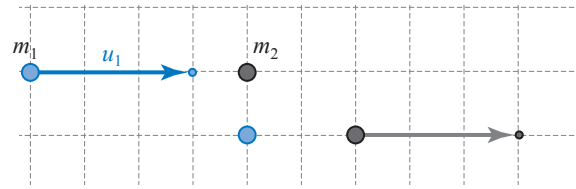
Αν ακινητεί ($u_2 = 0$) σώμα μάζας m_2 , με m_2 πολύ μικρότερη από m_1 , ισχύουν:

$$u_1' = \frac{(m_1 - m_2)u_1}{m_1 + m_2} \cong u_1 \\ u_2' = \frac{2m_1 u_1}{m_1 + m_2} \cong 2u_1$$

Άρα, αν ένα βαρύ σώμα συγκρουστεί ελαστικά και μετωπικά με ακίνητο πολύ μικρής μάζας, η ταχύτητα του πρώτου δεν μεταβάλλεται, αλλά το ακίνητο σώμα τινάζεται με διπλάσια περίπου ταχύτητα (σχ. 3.58).

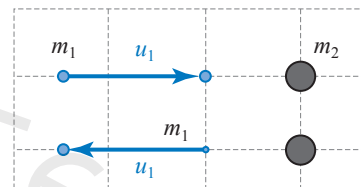
- Ελαστική κρούση σε δύο διαστάσεις

Αν η ελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων δεν είναι μετωπική, τα σώματα μετά τη σύγκρουση τους κινούνται έτσι, ώστε να σχηματίζουν κάποια γωνία (σχ. 3.59). Η λύση προβλημάτων μη μετωπικής κρούσης απαιτεί πληροφορίες που μπορούν να προκύψουν μόνο από πειραματικές διατάξεις, διότι για να βρεθούν οι ταχύτητές των σωμάτων μετά την κρούση απαιτούνται όχι μόνο οι ταχύτητές τους πριν αλλά και κάποιο μέγεθος (μία γωνία ή μία ταχύτητα) μετά την κρούση. Επειδή ισχύουν οι Αρχές Διατήρησης Ορμής και Κινητικής Ενέργειας, συνήθως αναλύουμε ορμές και ταχύτητες σε δύο κάθετους άξονες και



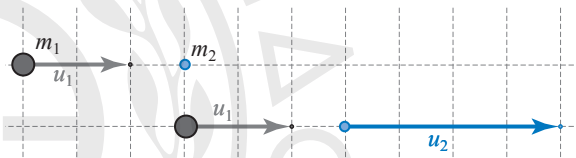
Σχ. 3.56

Αν $m_1 = m_2$, μετά την ανταλλαγή ταχυτήτων, το 1^ο σώμα ακινητεί και το 2^ο κινείται με την ταχύτητα του 1^{ου}



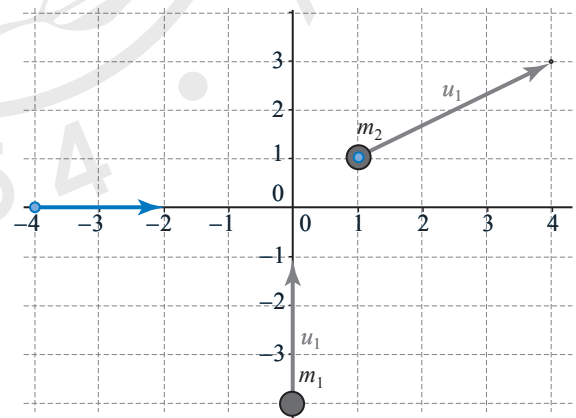
Σχ. 3.57

Αν $u_2 = 0$, $m_2 \gg m_1$ τότε $u_1' = -u_1$, $u_2' = 0$



Σχ. 3.58

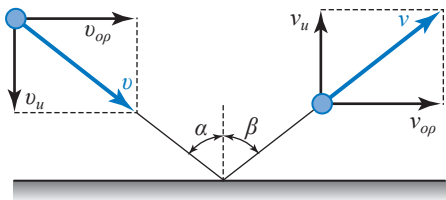
Αν $m_1 \gg m_2$, $u_2 = 0$, τότε $u_1' = u_1$, $u_2' \cong 2u_1$



Σχ. 3.59

Ανάλυση ταχύτητας σε δύο κάθετους άξονες

στη συνέχεια εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης Ορμής σε κάθε άξονα ξεχωριστά. Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης Ενέργειας συνολικά και όχι σε άξονες (σχ. 3.60).



Σχ. 3.60

Ανάλυση ταχύτητας σε δύο κάθετους άξονες

- Εφαρμογή πλαστικής κρούσης - Βαλλιστικό εκκρεμές

Το όργανο με το οποίο μετράμε την ταχύτητα βλήματος που εκτοξεύεται από όπλο ονομάζεται βαλλιστικό εκκρεμές. Η λειτουργία του στηρίζεται στο φαινόμενο της πλαστικής κρούσης. Αποτελείται από ένα κομμάτι ξύλου μάζας M που κρέμεται από δύο νήματα (σχ. 3.61). Το βλήμα μάζας m εξέρχεται από την κάνη όπλου με ταχύτητα u , σφηνώνεται στο εκκρεμές και το συσσωμάτωμα κινούμενο με ταχύτητα v ανυψώνεται κατά ύψος h . Από το θεώρημα Διατήρησης Ορμής ισχύει ότι $mu + 0 = (M + m)v$. Η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι:

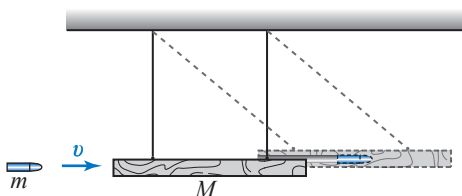
$$K = \frac{1}{2} (M + m)v^2$$

και αφού μετατρέπεται όλη σε δυναμική ενέργεια, ισχύει ότι:

$$\frac{1}{2} (M + m)v^2 = (M + m)gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh},$$

άρα: $mu = (M + m)v \Rightarrow u = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh}$

Εφόσον γνωρίζουμε τις μάζες (βλήματος, εκκρεμούς) και μετρήσουμε την ανύψωση h , υπολογίζουμε την ταχύτητα του βλήματος. Πειραματικά είναι ευκολότερο να μετρήσουμε αντί του ύψους h , το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το εκκρεμές.



Σχ. 3.61

Μέτρηση πλάτους ταλάντωσης σε βαλλιστικό εκκρεμές

3.6 Νόμος του Hooke. Ελαστικότητα. Διάτμηση και στρέψη

Γνωρίζουμε ότι οι δυνάμεις όταν ενεργούν σε σώματα, τους προκαλούν παραμορφώσεις. Αυτό σημαίνει ότι το στερεό σώμα είναι μία εξιδανίκευση, καθώς δεν υπάρχει απολύτως στερεό σώμα. Όταν παραμορφώνονται τα σώματα, αναπτύσσονται εσωτερικές ελαστικές δυνάμεις, διά των οποίων επανέρχονται στην αρχική τους θέση, όταν πάψουν να τους ασκούνται οι εξωτερικές δυνάμεις. Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται **ελαστικότητα** και τα σώματα **ελαστικά**. Στα περισσότερα σώματα οι παραμορφώσεις είναι ελαστικές, εφόσον είναι μικρές. Υπάρχουν σώματα που δεν επανέρχονται στην αρχική τους μορφή, αλλά υφίστανται μόνιμη παραμόρφωση και ονομάζονται **πλαστικά**. Τα ελαστικά σώματα, όταν η ελαστικότητα υπερβεί ένα ορισμένο όριο, που ονομάζεται **όριο ελαστικότητας** και εξαρτάται από τη φύση του κάθε σώματος, υφίστανται μόνιμες παραμορφώσεις.

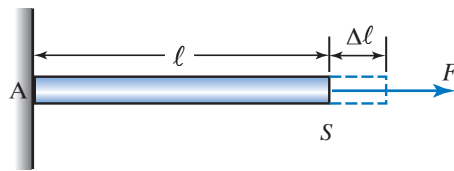
Αν οι εξωτερικές δυνάμεις υπερβούν μία ορισμένη τιμή, που ονομάζεται **όριο αντοχής**, τα σώματα στα οποία ασκούνται θραύονται.

Σύμφωνα με την ιδιότητα της ελαστικής παραμόρφωσης τα σώματα αποτελούνται από στοιχειώδεις δομικούς λίθους (μόρια, άτομα, ιόντα), που συγκρατούνται μεταξύ τους με δυνάμεις και ισορροπούν σε ορισμένες μεταξύ τους αποστάσεις. Για να ισορροπήσουν σε άλλες μεταξύ τους αποστάσεις, χρειάζεται η εφαρμογή εξωτερικών δυνάμεων. Υπό την επίδραση αυτών των δυνάμεων το σώμα παραμορφώνεται.

Για μικρές παραμορφώσεις ισχύει ο Νόμος του Hooke, που προβλέπει ότι οι παραμορφώσεις είναι ανάλογες των αιτίων που τις προκαλούν (δυνάμεις, ροπές).

3.6.1 Εφελκυσμός και θλίψη

Λαμβάνουμε ράβδο μήκους ℓ , στερεώνουμε το ένα άκρο της σε σταθερό σημείο A και στο ελεύθερο άκρο της ασκούμε δύναμη F (σχ. 3.62). Η ρά-



Σχ. 3.62

Ράβδος υπό εφελκυσμό χωρίς λέπτυνση

βδος έχει διατομή εμβαδού S και η δύναμη είναι ομοιόμορφα κατανομημένη στη διατομή της.

Υπό την επίδραση δύναμης F η ράβδος επιμηκύνεται κατά $\Delta\ell$, δηλαδή υφίσταται *εφελκυσμό*. Η επιμήκυνση είναι ανάλογη της εξωτερικής δύναμης F , ανάλογη του μήκους ℓ και αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού S . Η επιμήκυνση εξαρτάται από το υλικό κατασκευής της ράβδου.

Το πηλίκο $\sigma=F/S$ της εξωτερικής δύναμης F προς το εμβαδόν της διατομής S ονομάζεται *τάση εφελκυσμού* (σ). Ο λόγος $\varepsilon = \Delta\ell/\ell$ της μεταβολής του μήκους προς το αρχικό μήκος ονομάζεται *ανηγμένη μήκυνση* ή *παραμόρφωση εφελκυσμού*. Τα παραπάνω μεγέθη συνδέονται με τη σχέση:

$$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta\ell}{\ell}} = \frac{F\ell}{S\Delta\ell}$$

όπου: Y το μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο του Young. Το Y εξαρτάται από το υλικό κατασκευής του σώματος και μονάδα μέτρησής του, όπως και του σ , στο SI είναι το N/m^2 ή Pa (πασκάλ). Αν η φορά της δύναμης που ασκείται στη ράβδο είναι αντίθετη, η ράβδος συμπιέζεται και ελαττώνεται το μήκος της, υφίσταται δηλαδή *θλίψη*.

Από τον προηγούμενο τύπο προκύπτει ότι:

$$\Delta\ell = \frac{F}{S} \frac{1}{Y} \ell$$

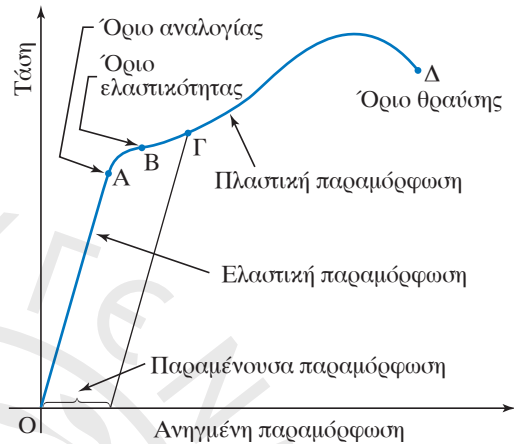
που εκφράζει τον Νόμο του Hooke για τον εφελκυσμό και διατυπώνεται ως εξής:

Η ελαστική επιμήκυνση μιας ράβδου είναι ανάλογη προς τη δύναμη που της ασκείται, ανάλογη του μήκους ℓ και αντιστρόφως ανάλογη της διατομής της S .

3.6.2 Διάγραμμα μήκυνσης

Το διάγραμμα μήκυνσης φαίνεται στο σχήμα 3.63 και περιγράφει την παραμόρφωση της ράβδου. Στην ευθύγραμμη περιοχή OA ή περιοχή Hooke η ανηγμένη μήκυνση είναι ανάλογη της τάσης που την προκαλεί. Η τάση που αντιστοιχεί στο σημείο A ονομάζεται *όριο αναλογίας*. Η κλίση του ευθυγράμμου τμήματος παριστάνει το μέτρο ελαστικότητας. Η καμπύλη περιοχή AB έχει παραμόρφωση μεγαλύτερη απ' ό,τι προβλέπει ο Νόμος του Hooke. Η τάση που αντιστοιχεί στο σημείο B ονομάζεται *όριο ελαστικότητας*. Στις ανωτέρω περιοχές οι παραμορ-

φώσεις είναι ελαστικές. Η καμπυλόγραμμη περιοχή $B\Gamma\Delta$ ονομάζεται *πλαστική περιοχή*, διότι όταν πάψει να υπάρχει η τάση, η παραμόρφωση που έχει προκληθεί παραμένει μόνιμα. Σ' αυτήν την περιοχή, με μικρή αύξηση της τάσης, η ανηγμένη παραμόρφωση αυξάνεται κατά πολύ.



Σχ. 3.63
Διάγραμμα μήκυνσης

Η τάση που αντιστοιχεί στο σημείο Δ εκφράζει το όριο θραύσης $\sigma_{\theta\theta}$, τη μέγιστη δηλαδή τάση, στην οποία αντέχει το υλικό χωρίς να θραυθεί. Η τιμή του ε στο σημείο Δ , ονομάζεται *ανηγμένη μήκυνση θραύσης* $\varepsilon_{\theta\theta}$.

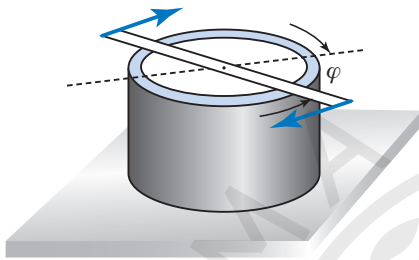
Στον πίνακα 3.3 φαίνονται μερικές σταθερές παραμόρφωσης (λέγονται και ελαστικές σταθερές) διάφορων υλικών.

Πίνακας 3.3
Σταθερές παραμόρφωσης

Υλικό	Μέτρο ελαστικότητας $\cdot 10^{10} N/m^2$	Τάση θραύσης $\cdot 10^8 N/m^2$
Αργίλιο	7	0,78
Χυτοσίδηρος	11	1,1
Νάιλον	0,36	3,2
Μόλυβδος	1,6	2,1
Ορείχαλκος	9,0	3,8
Χαλκός	11,0	2,4
Μαλακός χάλυβας	22,0	3,8

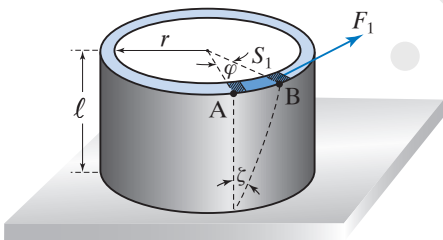
3.6.3 Διάτμηση και στρέψη

Θεωρούμε σωλήνα με πακτωμένο το ένα άκρο του (σχ. 3.64). Στο άλλο άκρο του ασκείται στρεπτική ροπή, υπό την επίδραση της οποίας ο σωλήνας υφίσταται στρέψη, κατά την οποία κάθε εγκάρσια διατομή του στρέφεται κατά γωνία φ , που ονομάζεται **γωνία στρέψης**. Η γωνία στρέψης είναι ανάλογη προς τη στρεπτική ροπή που την προκάλεσε. Δηλαδή $\tau = D\varphi$. Η σταθερά D ονομάζεται **κατευθύνουσα ροπή** (ή σταθερά ροπής επαναφοράς) του σωλήνα και εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία και το υλικό κατασκευής του.

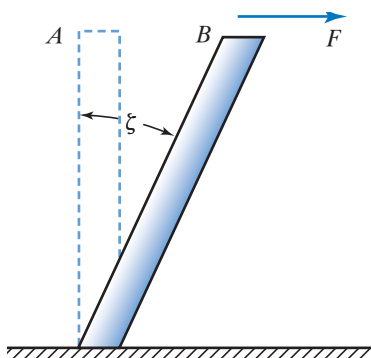


Σχ. 3.64
Γωνία στρέψης φ

Θεωρούμε μία εγκάρσια τομή του σωλήνα που τον χωρίζει στα δύο. Οι δυνάμεις που ασκεί το ένα τμήμα στο άλλο έχουν παράλληλες διευθύνσεις προς την επιφάνεια τομής και ονομάζονται **διατμητικές δυνάμεις**. Υπό την επίδρασή τους το ελεύθερο άκρο του σωλήνα στρέφεται κατά γωνία φ . Έτσι, το σημείο A μετατοπίζεται στη θέση B (σχ. 3.65 και 3.66).



Σχ. 3.65
Γωνία διάτμησης ξ



Σχ. 3.66
Διάτμηση σε ράβδο

Η γωνία ξ ονομάζεται **γωνία διάτμησης**. Το μέγεθος: $\tau = F_1/S_1 = F/S$ λέγεται **διατμητική τάση**. Για μικρές παραμορφώσεις, η γωνία διάτμησης είναι ανάλογη προς τη διατμητική τάση που την προκαλεί. Ισχύει η σχέση $\tau = G\xi$. Η σταθερά G λέγεται **μέτρο διάτμησης** ή **μέτρο στρέψης** και εξαρτάται απ' το υλικό του σωλήνα. Αυτή είναι η διατύπωση του Νόμου του Hooke για τη στρέψη. Το G έχει διαστάσεις πίεσης στο SI μετριέται σε πασκάλ (Pa ή N/m²).

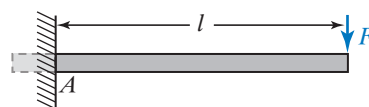
- Ελαστικότητα κάμψης, καμπύλες δυνάμεων διάτμησης, ροπές κάμψης

Η στατική, θεωρεί τα σώματα ως απολύτως στερεά, κάτι που στην πραγματικότητα δεν ισχύει, διότι κάθε σώμα, υπό την επίδραση εξωτερικών δυνάμεων, υφίσταται παραμόρφωση, έστω ελάχιστη. Η αντοχή υλικών, αξιοποιώντας τα αποτελέσματα της στατικής, μελετά τις εσωτερικές αντιδράσεις που δημιουργούνται σ' ένα σώμα, όταν του ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις.

Όταν σε δοκό, με μήκος αρκετά μεγαλύτερο των λοιπών της διαστάσεων, επενεργούν εγκάρσιες δυνάμεις (με φορείς κάθετους προς τον άξονά της) η δοκός υφίσταται **κάμψη**. Προϋπόθεση για να υπάρχει κάμψη είναι, όλες οι δυνάμεις να δρουν επί του αυτού επιπέδου, που ονομάζεται **επίπεδο φόρτισης** και επί του οποίου κείται ο άξονας της δοκού (επειδή οι φορείς των δυνάμεων πρέπει να τον τέμνουν). Επιπλέον, ο άξονας συμμετρίας της διατομής της δοκού, να κείται επί του επιπέδου φόρτισης ή να είναι κάθετος σε αυτό. Αν οι φορείς των δυνάμεων δεν τέμνουν τον άξονα της δοκού, η δοκός υφίσταται **λοξή κάμψη** αν δεν ισχύει ότι ο άξονας συμμετρίας της διατομής της, κείται επί του επιπέδου φόρτισης ή είναι κάθετος σε αυτό.

- Ροπή κάμψης και ροπή αντιστάσης

Πρόβολος (ή πακτωμένη) δοκός ονομάζεται η δοκός που είναι πακτωμένη στο ένα άκρο της (σχ. 3.67). Εμπειρικά, είναι γνωστό ότι όσο πιο απομακρυσμένο είναι το σημείο πάκτωσης προβόλου δοκού από το σημείο εφαρμογής της δύναμης, τόσο ευκολότε-



Σχ. 3.67
Πρόβολος δοκός

ρα θραύεται. Συνεπώς, η καμπτική καταπόνηση στη θέση πάκτωσης εξαρτάται από την ασκούμενη δύναμη και από την απόσταση του σημείου εφαρμογής της δύναμης από το σημείο πάκτωσης.

Εάν στο άκρο προβόλου δοκού μήκους (σχ. 3.68) ασκηθεί δύναμη F , προκαλεί ροπή κάμψης μέτρου $\tau = F \cdot \ell$. Οι άνω ίνες της δοκού επιμηκύνονται (άρα εφελκύνονται) ενώ οι κάτω θλίβονται και οι ίνες που βρίσκονται μεταξύ των άνω και κάτω ινών, που ούτε εφελκύνονται, ούτε θλίβονται, αποτελούν την ουδέτερη ζώνη η οποία διέρχεται πάντα από το κέντρο βάρους της καταπονούμενης διατομής. Όσο περισσότερο απέχει μία ίνα από την ουδέτερη στρώση, τόσο περισσότερο τείνεται ή θλίβεται, άρα καταπονείται. Οι μέγιστες τιμές των ροπών κάμψης εμφανίζονται στις οριακές ίνες. Η τάση της εξωτερικής ίνας (αντίσταση έναντι κάμψης) είναι συνάρτηση της διατομής (ονομάζεται ροπή αντίστασης) και έχει να κάνει με το μέγεθος της διατομής και τον άξονα διατομής περί τον οποίο ενεργείται η κάμψη. Το μέτρο των τάσεων (θλιπτικών, εφελκυστικών) που εμφανίζονται στην κάμψη είναι:

$$\sigma = \frac{\tau}{\tau_{\text{ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ}}} = \frac{F \cdot \ell}{\tau_{\text{ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ}}}$$



Σχ. 3.68

Κάμψη προβόλου δοκού. $O \dots O$ είναι η στρώση των ουδετέρων ινών

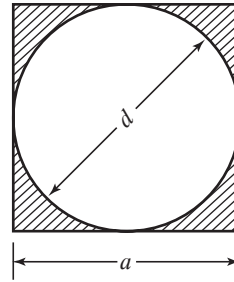
Για τις ροπές αντίστασης τετραγώνου πλευράς a , με εντός αυτού εγγεγραμμένο κύκλο διαμέτρου d (σχ. 3.69), είναι $\tau_{\text{ΚΥΚΛ}} = d^3/10$, $\tau_{\text{ΤΕΤΡ}} = a^3/6$ με $\tau_{\text{ΚΥΚΛ}} < \tau_{\text{ΤΕΤΡ}}$, διότι στην κυκλική δοκό απουσιάζουν οι ίνες, οι οποίες στο τετράγωνο παραλαμβάνουν τη μεγαλύτερη φόρτιση.

Η ροπή αντίστασης ορθογωνίου παραλληλογράμμου (σχ. 3.70) είναι:

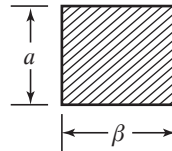
$$\tau_{\text{ΠΑΡΑΛ}} = \frac{\beta \cdot h^2}{6}$$

– Πρόβολος δοκός με συγκεντρωμένο φορτίο

Η τέμνουσα δύναμη Q σε όλο το μήκος ℓ της δοκού, ισούται με τη συγκεντρωμένη δύναμη F . Για τον σχεδιασμό διαγράμματος τεμνουσών δυνάμεων, από άξονα παράλληλο προς τη δοκό, άγεται ως



Σχ. 3.69
Τετραγωνική και κυκλική διατομή



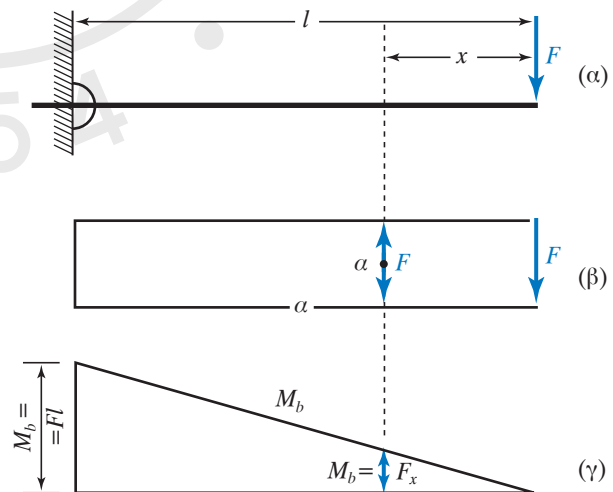
Σχ. 3.70
Ροπή αντίστασης ορθογωνίου διατομής

τεταγμένη η τιμή της τέμνουσας δύναμης, που αντιστοιχεί σε κάθε διατομή (σχ. 3.71).

Για τυχαία θέση της προβόλου δοκού, απέχουσα απόσταση x απ' το σημείο εφαρμογής της δύναμης, η ροπή κάμψης ισούται με $\tau_b = F \cdot x$, αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με την απόσταση x , ισούται με μηδέν στο σημείο εφαρμογής της δύναμης και λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της, $\tau_b = F \cdot \ell$, στη θέση πάκτωσης, συνεπώς η επικίνδυνη διατομή βρίσκεται στη θέση πάκτωσης.

– Δοκός αμφιέρειστος με συγκεντρωμένο φορτίο

Έστω οριζόντια αιδερένια δοκός που στηρίζεται ελεύθερα στα άκρα της, επί δύο ακλόνητων

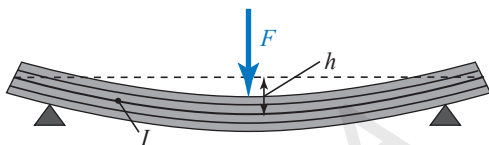


Σχ. 3.71

Πρόβολος δοκός με συγκεντρωμένο φορτίο στο άκρο. (α) Διάταξη, (β) διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων, (γ) διάγραμμα ροπών

στηριγμάτων (σχ. 3.72). Όταν της ασκηθεί δύναμη F , κάθετα στη διεύθυνσή της, κάμπτεται και υφίσταται ελαστική παραμόρφωση, το μέγεθος της οποίας μετρείται από τη μετατόπιση h , που ονομάζεται **βέλος κάμψης**.

Ο άξονάς της, από ευθεία γραμμή που ήταν αρχικά, έχει καμπυλωθεί, χωρίς να μεταβληθεί το μήκος του. Κατά την κάμψη, το μήκος των ινών I που βρίσκονται στην κοίλη επιφάνεια μειώνεται, αυτών που βρίσκονται στην κυρτή αυξάνεται, ενώ αυτών που βρίσκονται στη θέση του άξονα παραμένει αμετάβλητο και ονομάζονται **ουδέτερες ίνες**.



Σχ. 3.72

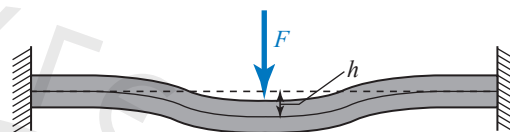
Παραμόρφωση αμφιέριστης δοκού λόγω εγκάρσιου εξωτερικού φορτίου

δίνεται από τη σχέση:

$$h = \frac{1}{4} \cdot \frac{F}{E} \cdot \frac{\ell^3}{J}$$

Το J είναι η επιφανειακή ροπή αδράνειας και ορίζεται από τον τύπο $\int ds \cdot z^2$, όπου ds ένα στοιχειώδες τμήμα της επιφανείας μίας διατομής και z η απόστασή του από τις ουδέτερες ίνες.

Όσο η επιφανειακή ροπή αδράνειας αυξάνεται, το βέλος κάμψης ελαττώνεται. Αν η ράβδος είναι πακτωμένη και στα δύο άκρα της, το βέλος κάμψης είναι μικρότερο από ό,τι αν τα άκρα της είναι ελεύθερα (σχ. 3.74).

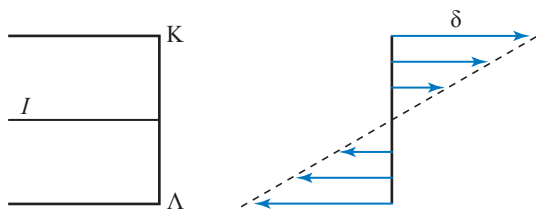


Σχ. 3.74

Βέλος κάμψης

Λόγω της παραμόρφωσης που παθαίνουν οι ίνες, τους ασκούνται τάσεις ανάλογες της μεταβολής τους. Επειδή η μεταβολή τους είναι ανάλογη της απόστασης τους από τις ουδέτερες ίνες, έπεται ότι και οι τάσεις είναι ανάλογες αυτής της απόστασης. Άρα, η κατανομή των τάσεων εντός διατομής ΚΛ της δοκού είναι γραμμική συνάρτηση της απόστασης (σχ. 3.73). Οι μέγιστες τάσεις παρουσιάζονται στις θέσεις Κ (θλίψη), Λ (ελκυσμός). Άρα, από τις θέσεις αυτές θα αρχίσει να καταστρέφεται η δοκός όταν η κάμψη γίνει πολύ μεγάλη. Πειραματικά αποδεικνύεται ότι το βέλος κάμψης είναι:

Ανάλογο της τείνουσας δύναμης F και του κύβου του μήκος ℓ της ράβδου.



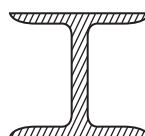
Σχ. 3.73

Κατανομή τάσεων σε καμπτική καταπόνηση

Αντιστρόφως ανάλογο προς το εμβαδόν E της διατομής.

Επίσης εξαρτάται από το σχήμα της ράβδου. Συνεπώς, το βέλος κάμψης h στη μέση της δοκού,

Επειδή οι ξύλινες και σιδερένιες δοκοί μεγάλων φορτίων δεν πρέπει να παρουσιάζουν αισθητή κάμψη, η διατομή τους έχει σχήμα διπλού T , ώστε να επιτυγχάνεται οικονομία υλικού και ασημαντή κάμψη (σχ. 3.75). Στις κατασκευές λαμβάνεται πρόνοια, ώστε η τάση σε όλα τα σημεία τους να είναι μικρότερη τόσο από την τάση θραύσης, προκειμένου να μην σπάνε, όσο και απ' το όριο ελαστικότητας, προκειμένου να μην παθαίνουν μόνιμη παραμόρφωση. Υπάρχουν υλικά όπως το γυαλί και ο χάλυβας που, όταν υποστούν ελκυσμό, θραύονται πριν η παραμόρφωση γίνει μόνιμη, δηλαδή το όριο θραύσης βρίσκεται πριν το όριο ελαστικότητας (εύθραυστα υλικά). Αντίθετα, το λάστιχο έχει πολύ μεγάλη ανηγμένη μήκυνση θραύσης $\epsilon_{\theta\pi}$. Ο χαλκός (Cu) έχει μικρή τάση θραύσης δηλαδή μικρή αντοχή και είναι πολύ εκπατός (μεγάλη ανηγμένη μήκυνση θραύσης). Άρα, μία χάλκινη ράβδος μπορεί να υποστεί μεγάλη μήκυνση χωρίς να κοπεί. Με κατάλληλη κατεργασία, μεταβάλλονται οι ιδιότητες των υλικών. Με σφυρηλάτηση, βαφή και θέρμανση σε υψηλές θερμοκρασίες, βελτιώνεται ο χάλυβας. Το μπετόν (σκυρόδεμα), έχει μικρή αντοχή στον ελκυσμό και μεγάλη στη θλίψη. Όταν μία κολόνα από μπετόν καμφθεί,



Σχ. 3.75
Διατομή σχήματος διπλού T

κινδυνεύει να ραγίσει δηλαδή να πάθουν ρωγμές οι ίνες που υφίσταται μήκυνση. Προκειμένου να την προστατεύσουμε, τοποθετούμε χαλύβδινες βέργες ή πλέγμα μέσα στο μπετό (οπλισμένο σκυρόδεμα ή μπετόν αρμέ).

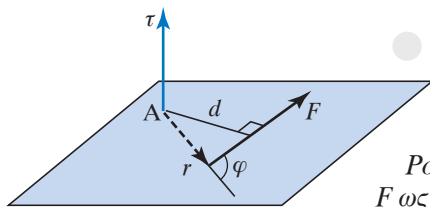
3.7 Ροπή δύναμης

3.7.1 Ροπή δύναμης ως προς σημείο

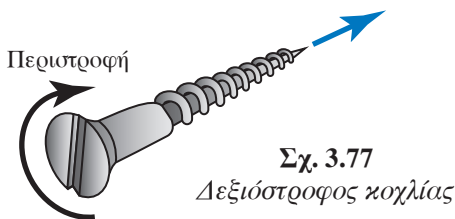
Ροπή δύναμης \vec{F} ως προς (ή περί) σημείο A ονομάζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος $\vec{\tau}$ (σχ. 3.76), που έχει σημείο εφαρμογής το A , διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από την \vec{F} και το A , μέτρο ίσο με το γινόμενο της απόστασης d του A από τον φορέα της δύναμης επί το μέτρο της \vec{F} , δηλαδή $\tau = Fd$, και φορά που καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλίας (σχ. 3.77) ή του δεξιού χεριού, που σημαίνει ότι: «Αν περιστρέψουμε δεξιόστροφο κοχλία, έτσι όπως καθορίζει η δύναμη, η φορά κίνησης του κοχλίας δίνει τη φορά του διανύσματος της ροπής».

Αν η δύναμη μετακινηθεί πάνω στον φορέα της, δεν μεταβάλλεται η ροπή.

Τη ροπή δύναμης ως προς σημείο μπορούμε να την ορίσουμε και ως εξής: Από το σημείο A φέρουμε την επιβατική ακτίνα \vec{r} του σημείου εφαρμογής της δύναμης και ορίζουμε τη ροπή $\vec{\tau}$ ως το εξωτερικό (διανυσματικό) γινόμενο των διανυσμάτων \vec{r} , \vec{F} . Δηλαδή $\vec{\tau} = (\vec{r} \times \vec{F})$. Για την τιμή της ροπής ισχύει ότι $\tau = Fr \sin\varphi$ (σχ. 3.76).



Σχ. 3.76
Ροπή δύναμης F ως προς σημείο A

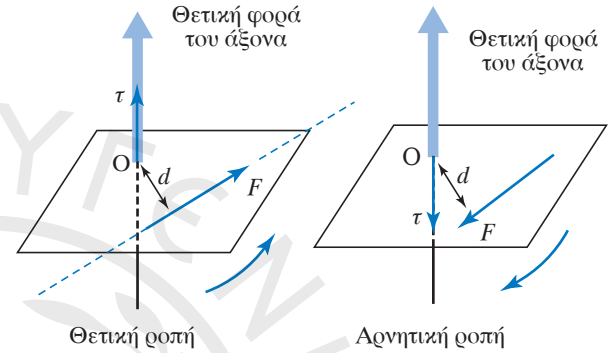


Σχ. 3.77
Δεξιόστροφος κοχλίας

3.7.2 Ροπή δύναμης ως προς άξονα

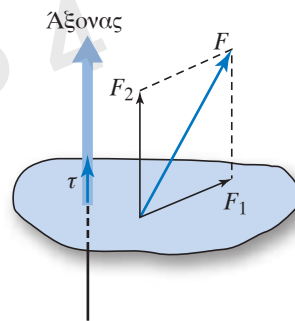
Ροπή δύναμης \vec{F} ως προς (ή περί) άξονα που τέμνει κάθετα το επίπεδό της, ονομάζουμε το διανυσματικό φυσικό μέγεθος $\vec{\tau}$ (σχ. 3.78), που έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης \vec{F} επί την απόστασή της d από τον άξονα, διεύθυνση τη διεύθυνση του άξονα και φορά εκείνη που καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλίας.

Η ροπή θεωρείται θετική αν κατά την περιστροφή του δεξιόστροφου κοχλίας μετακινείται κατά τη θετική φορά του άξονα. Στην αντίθετη περίπτωση είναι αρνητική.



Σχ. 3.78
Ροπή δύναμης προς άξονα

Αν η δύναμη \vec{F} δεν βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα, τότε την αναλύουμε σε δύο συνιστώσες, μία κατά μήκος του άξονα (\vec{F}_2) και μία πάνω στο κάθετο στον άξονα επίπεδο (\vec{F}_1) και ορίζουμε ως ροπή της δύναμης ως προς τον άξονα, τη ροπή της διανυσματικής προβολής \vec{F}_1 , ως προς τον άξονα (σχ. 3.79).



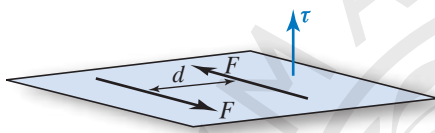
Σχ. 3.79
Ροπή δύναμης που δεν βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα

Η ροπή δύναμης είτε ως προς σημείο, είτε ως προς άξονα έχει την τάση να περιστρέψει το σώμα, στο οποίο επενεργεί γύρω απ' το σημείο ή τον άξονα.

Από τον ορισμό των ροπών προκύπτει ότι η μονάδα μέτρησης τους στο SI είναι το $N \cdot m$. Αντίστοιχα στο CGS είναι $\text{dyn} \cdot \text{cm}$ και στο ΤΣ $\text{kgf} \cdot \text{m}$.

3.7.3 Ροπή ζεύγους δυνάμεων

Ζεύγος δυνάμεων ονομάζεται το σύστημα που αποτελείται από δύο (ίσου μέτρου) αντίθετες δυνάμεις, που ασκούνται σε διαφορετικά σημεία ενός σώματος. Το επίπεδο που ορίζουν οι δυνάμεις, ονομάζεται **επίπεδο του ζεύγους**. **Ροπή** $\vec{\tau}$ ζεύγους δυνάμεων ονομάζεται το διάνυσμα που έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της μίας δύναμης επί τη μεταξύ τους απόσταση και φορά που καθορίζεται απ' τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία, $\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{d}$ (σχ. 3.80). Αποδεικνύεται ότι η ροπή του ζεύγους ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των ροπών των δύο δυνάμεων ως προς (ή περί) οποιοδήποτε σημείο του χώρου. Γι' αυτόν τον λόγο το σημείο εφαρμογής της ροπής μπορεί να είναι οποιοδήποτε στον χώρο.



Σχ. 3.80

Ροπή ζεύγους δυνάμεων

3.7.4 Θεώρημα των ροπών ή θεώρημα του Varignon

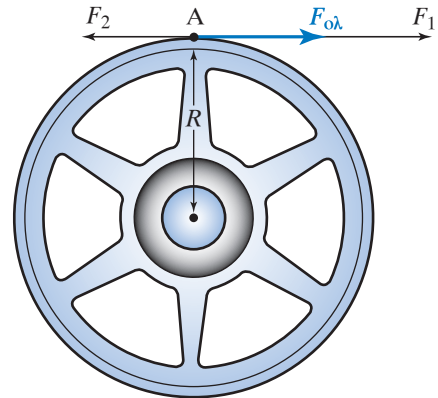
Έστω ότι σε σώμα που στρέφεται γύρω από άξονα ασκούνται οι δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots$ και $\vec{F}_{\text{ολ}}$ είναι η συνισταμένη τους. Η ροπή $\vec{\tau}$ της συνισταμένης των δυνάμεων ως προς σημείο ή άξονα ισούται με το διανυσματικό ή αλγεβρικό, αντίστοιχα, άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς το σημείο ή τον άξονα. Δηλαδή $\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \dots$ ή $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \dots$. Αν οι δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots$ είναι ομοεπίπεδες, οι ροπές τους $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots$ ως προς κάθε σημείο έχουν την ίδια διεύθυνση.

– Απόδειξη σε απλή περίπτωση

Ας υποθέσουμε ότι στον τροχό Τ (σχ. 3.81), ακτίνας R , ασκούνται στο σημείο Α οι ομοεπίπεδες και αντίρροπες δυνάμεις F_1, F_2 . Ισχύει ότι $F_{\text{ολ}} = F_1 - F_2$. Η ροπή της συνισταμένης περί τον άξονα του τροχού είναι $\tau = F_{\text{ολ}} R$. Επίσης, οι ροπές των δυνάμεων είναι $\tau_1 = F_1 R$ και $\tau_2 = F_2 R$. Άρα πράγματι ισχύει ότι $\tau = (F_1 - F_2) R = F_{\text{ολ}} R$.

3.7.5 Σύνθεση δύο παραλλήλων και ομόρροπων δυνάμεων

Έστω ότι δύο παράλληλες και ομόρροπες δυνά-

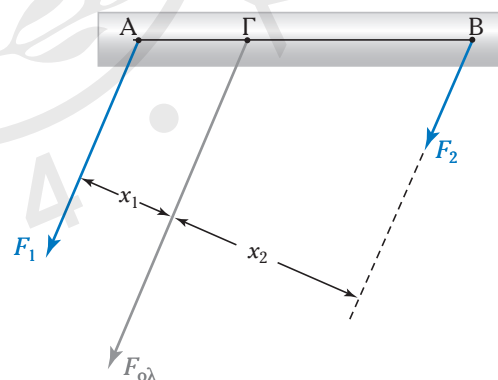


Σχ. 3.81

Ροπή ομοεπίπεδων και αντίρροπων δυνάμεων

μεις \vec{F}_1, \vec{F}_2 , ασκούνται αντίστοιχα στα σημεία Α, Β μίας ράβδου (σχ. 3.82). Η συνισταμένη τους $\vec{F}_{\text{ολ}}$ είναι παράλληλη μ' αυτές και βρίσκεται στο επίπεδό τους, έχει την ίδια φορά μ' αυτές, το μέτρο της είναι ίσο με το άθροισμα των μέτρων τους και ο φορέας της τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ στο σημείο Γ. Οι αποστάσεις του ΑΓ, ΒΓ απ' τα άκρα Α, Β είναι αντίστροφως ανάλογες των μέτρων των δυνάμεων F_1, F_2 . Δηλαδή:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{B\Gamma}{A\Gamma}$$

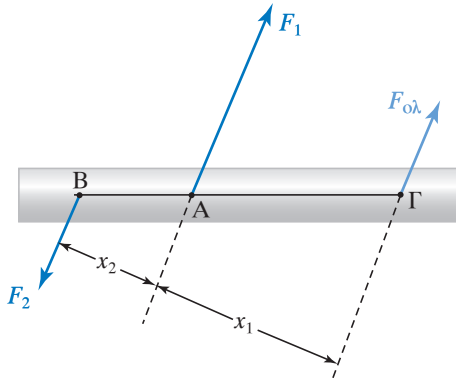


Σχ. 3.82

Σχηματική παράσταση σύνθεσης δύο παραλλήλων και ομόρροπων δυνάμεων

3.7.6 Σύνθεση δύο παραλλήλων και αντίρροπων δυνάμεων

Έστω δύο παράλληλες και αντίρροπες δυνάμεις \vec{F}_1, \vec{F}_2 που ασκούνται στα σημεία Α, Β ράβδου (σχ. 3.83). Η συνισταμένη τους $\vec{F}_{\text{ολ}}$ είναι παράλλη-



Σχ. 3.83

Σχηματική παράσταση σύνθεσης δύο παράλληλων και αντίρροπων δυνάμεων

λη μ' αυτές και βρίσκεται στο επίπεδό τους, έχει φορά τη φορά της μεγαλύτερης απ' τις δύο, το μέτρο της είναι ίσο με τη διαφορά των μέτρων τους και ο φορέας της τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα AB στο σημείο Γ, που δεν βρίσκεται ανάμεσα στα σημεία A, B, αλλά προς το μέρος του A (διότι $F_1 > F_2$). Οι αποστάσεις του ΑΓ, ΒΓ από τα άκρα A, B είναι αντιστρόφως ανάλογες των μέτρων των δυνάμεων \vec{F}_1, \vec{F}_2 . Δηλαδή:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{B\Gamma}{A\Gamma}$$



Παρατήρηση

Για δεδομένες παράλληλες δυνάμεις με καθορισμένη διεύθυνση, το σημείο εφαρμογής της συνισταμένης μπορεί να είναι οπουδήποτε πάνω στον φορέα που διέρχεται απ' το σημείο το οποίο προσδιορίσαμε πάνω στην ευθεία, που ενώνει τα σημεία εφαρμογής των δύο δυνάμεων. Όμως, εάν έχουμε δυνάμεις, οι οποίες μπορούν να περιστραφούν κατά την ίδια γωνία περί τα σταθερά σημεία εφαρμογής τους, τότε η συνισταμένη τους θα διέρχεται πάντα απ' το παραπάνω σημείο, που προφανώς είναι το ίδιο για όλες τις γωνίες και λέγεται **κέντρο των παράλληλων δυνάμεων**.

3.7.7 Σύνθεση πολλών παράλληλων δυνάμεων

Έστω παράλληλες δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots$ που ασκούνται σε διάφορα σημεία ενός σώματος. Προκειμένου να βρούμε τη συνισταμένη τους, συνθέτουμε τις \vec{F}_1, \vec{F}_2 , και υπολογίζουμε τη συνισταμένη

τους $\vec{F}_{1,2}$. Στη συνέχεια, τη συνθέτουμε με την \vec{F}_3 και υπολογίζουμε τη συνισταμένη τους $\vec{F}_{1,2,3}$. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου εξαντληθούν όλες οι δυνάμεις. Κατ' αυτόν τον τρόπο προκύπτει η τελική συνισταμένη τους $\vec{F}_{ολ}$, που είναι παράλληλη με τις αρχικές δυνάμεις, το δε μέτρο της υπολογίζεται ως το αλγεβρικό άθροισμα των τιμών των δυνάμεων, η μία από τις δύο φορές των οποίων θεωρείται θετική και η άλλη αρνητική. Εφαρμόζοντας την αντίστροφη διαδικασία, μπορούμε να αναλύσουμε μία δύναμη σε δύο παράλληλες δυνάμεις (συνιστώσες).

3.7.8 Κέντρο βάρους στερεού σώματος

Κάθε στερεό σώμα μάζας m μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από πολλά υλικά σημεία στοιχειωδών μαζών m_1, m_2, m_3, \dots $m = \sum m_i$. Ας υποθέσουμε ότι το σώμα βρίσκεται μέσα σε ομογενές βαρυτικό πεδίο με ένταση g . Το κάθε ένα υλικό σημείο δέχεται από το βαρυτικό πεδίο στοιχειώδη δύναμη (έχει στοιχειώδες βάρος) $B_1 = m_1 g, B_2 = m_2 g, B_3 = m_3 g, \dots$ αντίστοιχα. Επειδή, αν περιστραφεί το σώμα, τα σημεία εφαρμογής και οι τιμές των στοιχειωδών βαρών δεν αλλάζουν, τα στοιχειώδη αυτά βάρη αποτελούν ένα σύστημα παράλληλων και μάλιστα ομόρροπων δυνάμεων, που πάντα έχουν μη μηδενική συνισταμένη, η οποία είναι το βάρος B του σώματος. Το κέντρο αυτών των παράλληλων δυνάμεων είναι το κέντρο βάρους (κ.β. ή κ) του σώματος. Το βάρος διέρχεται απ' αυτό το κ.β., που είναι σταθερό σημείο ως προς το σώμα, ανεξάρτητα απ' τον προσανατολισμό του.

Ισχύουν για τις καρτεσιανές συντεταγμένες του κέντρου των παράλληλων δυνάμεων που εδώ είναι το κ.β.,

$$x_{κβ} = \frac{\sum B_i x_i}{B} = \frac{\sum g m_i x_i}{g m}$$

$$y_{κβ} = \frac{\sum B_i y_i}{B} = \frac{\sum g m_i y_i}{g m}$$

$$z_{κβ} = \frac{\sum B_i z_i}{B} = \frac{\sum g m_i z_i}{g m}$$

Προφανώς η ολική βαρυτική δύναμη που ασκείται στο σύστημα είναι το βάρος του συστήματος, $B = g m$. Απλοποιούμε το g , οπότε καταλήγουμε στις σχέσεις:

$$x_{\kappa\beta} = \frac{\sum m_i x_i}{m}, \quad y_{\kappa\beta} = \frac{\sum m_i y_i}{m}, \quad z_{\kappa\beta} = \frac{\sum m_i z_i}{m}.$$

Βλέπουμε ότι το κ.β. είναι το ίδιο σημείο με το κ.μ. που ορίσαμε στα προηγούμενα.

Δεν είναι υποχρεωτικό το κ.β. να είναι σημείο του στερεού σώματος, π.χ. στην περίπτωση δακτυλίου το κ.β. είναι στο κέντρο του, όπου δεν υπάρχει μάζα.

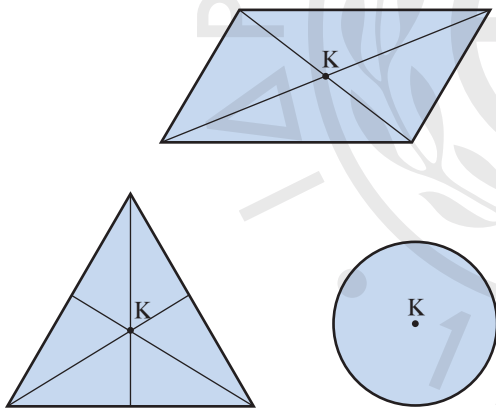
3.7.9 Εύρεση του κέντρου βάρους

Αν το σώμα έχει κανονικό γεωμετρικό σχήμα και είναι ομογενές ως προς την κατανομή της μάζας του, το κ.β. βρίσκεται σύμφωνα με κανόνες της γεωμετρίας. Το κ.β. λεπτής ομογενούς μεταλλικής πλάκας σχήματος:

1) **Παράλληλογράμμου**, είναι το σημείο τομής των διαγωνίων της και στο μέσον του πάχους της.

2) **Τριγώνου**, είναι το σημείο τομής των διαμέσων της (βαρύκεντρο) και απέχει από κάθε κορυφή του τριγώνου τα $\frac{2}{3}$ της αντίστοιχης διαμέσου.

3) **Κυκλικού δίσκου**, είναι το γεωμετρικό κέντρο αυτού (σχ. 3.84).



Σχ. 3.84

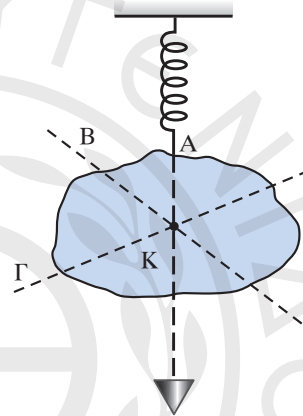
Κέντρο βάρους κανονικών γεωμετρικών σωμάτων

Αν το σώμα έχει ακανόνιστο σχήμα, το κ.β. βρίσκεται πρακτικά με τη μέθοδο της πολλαπλής ανάρτησης, η οποία μπορεί να εφαρμοσθεί εύκολα μόνο στην περίπτωση λεπτόπαχου (επίπεδου) σώματος. Αναρτούμε το στερεό σώμα από το σημείο Α, στο οποίο και τοποθετούμε το ελεύθερο άκρο του νήματος στάθμης και πάνω στο σώμα χαράσσουμε τη διεύθυνση του νήματος. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία και με άλλα σημεία Β, Γ. Το σημείο το-

μής Κ όλων των διευθύνσεων είναι το ζητούμενο κ.β.. Επειδή δύο αναρτήσεις είναι αρκετές, προκειμένου να βρεθεί το σημείο τομής, δηλαδή το κ.β., η ανωτέρω μέθοδος ονομάζεται **μέθοδος της διπλής ανάρτησης** (σχ. 3.85). Φυσικά το ίδιο μπορεί να γίνει και για κανονικά γεωμετρικά σχήματα με ομοιόμορφη κατανομή μάζας.

Στην πιο γενική περίπτωση κανονικών γεωμετρικών σχημάτων που δεν είναι ομογενή, χρειάζονται πιο πολύπλοκοι υπολογισμοί.

Όταν υπάρχει συμμετρική κατανομή μάζας περί άξονα ή σημείο, τότε το κ.β. θα βρίσκεται πάνω στον άξονα ή θα συμπίπτει με το κέντρο συμμετρίας.



Σχ. 3.85
Μέθοδος της διπλής ανάρτησης

3.7.10 Κέντρο βάρους συστήματος σωμάτων

Κέντρο βάρους (κ.β.) ενός συστήματος στερεών σωμάτων Σ, είναι το κέντρο των παράλληλων δυνάμεων που αποτελούν το σύστημα των βαρών των σωμάτων Σ₁, Σ₂, ..., τα κ.β. των οποίων θεωρούνται ως σημεία εφαρμογής των βαρών τους.

3.8 Ισοροπία στερεού σώματος

3.8.1 Συνθήκες ισοροπίας στερεού σώματος

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε στερεό σώμα και πάνω του ασκούνται δυνάμεις σε διάφορα σημεία του. Για να ισορροπεί το σύστημα πρέπει και αρκεί η συνισταμένη δύναμη και η συνισταμένη ροπή των δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο να είναι μηδέν. Δηλαδή, πρέπει να ισχύουν:

$$\sum \vec{F}_i = 0, \quad \sum \vec{\tau}_i = 0.$$

Επίσης, ισχύει ότι για την ισοροπία πρέπει και αρκεί το άθροισμα των προβολών των δυνάμεων ως προς οποιονδήποτε άξονα να είναι μηδέν και το

άθροισμα των ροπών των δυνάμεων περί οποιονδήποτε άξονα να είναι μηδέν. Δηλαδή πρέπει να ισχύουν:

$$\sum \dot{F}_{\xi i} = 0, \quad \sum \dot{\tau}_{\xi i} = 0.$$

Το ξ δηλώνει τυχαίο άξονα. Κατά τη λύση προβλημάτων είναι πιο χρήσιμες οι τελευταίες σχέσεις. Χρειάζεται κάποια προσοχή, ώστε το πλήθος των (ανεξάρτητων) εξισώσεων του συστήματος να είναι αρκετό, ώστε να μπορεί να λυθεί το σύστημα ως προς τις ποσότητες που ζητούνται να προσδιοριστούν.



Παραδείγματα

1. Ομογενές σώμα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου διαστάσεων $40 \text{ cm} \times 80 \text{ cm} \times 120 \text{ cm}$ έχει βάρος $B = 100 \text{ N}$.

Ποια οριζόντια δύναμη F απαιτείται για την ανατροπή του, όταν αυτή ασκείται στην ψηλότερη πλευρά του σώματος κι αυτό στηρίζεται στη μικρότερη επιφάνειά του ($40 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$); Η οριζόντια δύναμη μπορεί να είναι: (α) παράλληλη στην πλευρά των 40 cm ή (β) στην πλευρά των 80 cm ;

Λύση

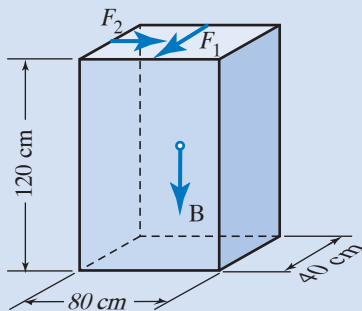
Το κ.β. βρίσκεται στο μέσο του ύψους του σώματος. Προκειμένου να ανατραπεί το σώμα, πρέπει η ροπή της δύναμης F να είναι μεγαλύτερη από τη ροπή του βάρους B ως προς τον ίδιο άξονα (σχ. 3.86) (καλό είναι όλες οι μονάδες να είναι στο SI).

$$\alpha) F_1 \cdot 120 \cdot 10^{-2} \geq B \cdot 20^{-2} \cdot 10 \text{ άρα:}$$

$$10^{-2}, \text{ άρα } F_1 \cdot 6 \geq B \text{ άρα } F_1 \geq \frac{100}{6} = \frac{50}{3} = 16,7 \text{ N}$$

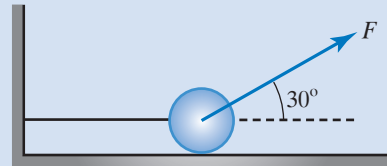
$$\beta) F_2 \cdot 120 \cdot 10^{-2} \geq B \cdot 40 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{επομένως: } F_2 \cdot 3 \geq B \text{ άρα } F_2 \geq \frac{100}{3} = 33,3 \text{ N.}$$



Σχ. 3.86

2. Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ ισορροπεί όταν πάνω του ασκείται δύναμη $F = 8 \text{ N}$, που σχηματίζει γωνία 30° με το οριζόντιο επίπεδο (σχ. 3.87). Αν $g = 10 \text{ m/s}^2$, να υπολογίσετε την τάση του νήματος T και την κάθετη δύναμη N , που ασκείται απ' το έδαφος.



Σχ. 3.87

Λύση

Στο σώμα ασκούνται το βάρος του B , η τάση του νήματος T και η κάθετη δύναμη από το έδαφος N (σχ. 3.88). Αφού το σώμα ισορροπεί, ισχύει $\dot{F} + \dot{N} + \dot{T} + \dot{B} = 0$. Αναλύουμε τη δύναμη F σε δύο συνιστώσες:

$$F_x = F \cos 30^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N} = 4 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$$

$$\text{και } F_y = F \sin 30^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} \text{ N} = 4 \text{ N.}$$

Το βάρος του σώματος είναι:

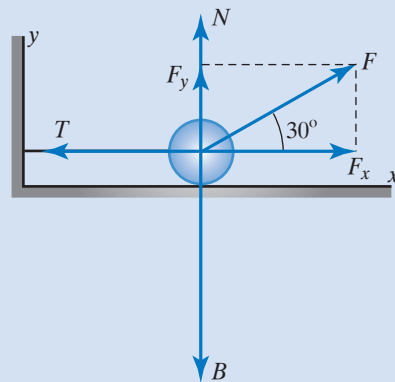
$$B = mg = 1 \cdot 10 \text{ N} = 10 \text{ N.}$$

Από τη συνθήκη ισορροπίας για τον οριζόντιο άξονα ισχύει:

$$F_x = T = 4 \cdot \sqrt{3} \text{ N} = 6,93 \text{ N}$$

και για τον κατακόρυφο: $F_y + N = B$

$$\text{άρα: } N = B - F_y = (10 - 4) \text{ N} = 6 \text{ N.}$$



Σχ. 3.88

3.8.2 Είδη ισορροπίας

Όταν ένα σώμα εκπραλεί απ' τη θέση ισορροπίας του, τότε η συνισταμένη δύναμη και ροπή που θα ασκούνται στο σώμα δεν θα είναι κατ' ανάγκη μηδέν. Διακρίνουμε τα ακόλουθα είδη ισορροπίας:

1) **Ευσταθής ισορροπία**, ονομάζεται εκείνη κατά την οποία, αν το σώμα απομακρυνθεί από τη θέση ισορροπίας του, μόλις αφεθεί ελεύθερο, επανέρχεται πάλι σ' αυτήν. Οι εμφανιζόμενες δυνάμεις (και ροπές) τείνουν να επαναφέρουν το σώμα στη θέση ισορροπίας στην περίπτωση αυτή.

2) **Ασταθής ισορροπία**, ονομάζεται εκείνη κατά την οποία, αν το σώμα απομακρυνθεί από τη θέση ισορροπίας του, μόλις αφεθεί ελεύθερο, απομακρύνεται ακόμη περισσότερο απ' αυτήν. Οι εμφανιζόμενες δυνάμεις (και ροπές) τείνουν να απομακρύνουν το σώμα από τη θέση ισορροπίας στην περίπτωση αυτή.

3) **Αδιάφορη ισορροπία**, ονομάζεται εκείνη κατά την οποία, αν το σώμα απομακρυνθεί απ' τη θέση ισορροπίας του, μόλις αφεθεί ελεύθερο, παραμένει σε ισορροπία στη νέα θέση του. Στην περίπτωση αυτή οι δυνάμεις (και οι ροπές) εξακολουθούν να έχουν συνισταμένη μηδέν.

Στο σχήμα 3.89 έχουμε τα τρία είδη ισορροπίας για κύλινδρο που μπορεί να περιστρέφεται περί άξονα.

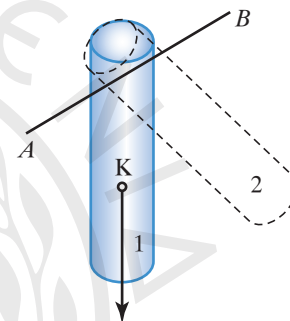
Εδώ παρουσιάζεται ευσταθής ισορροπία, όταν το κ.β. βρίσκεται κάτω απ' τον άξονα στηρίξεως του σώματος [σχ. 3.89(α)]. Στη θέση 1 ο κύλινδρος ισορροπεί, διότι η κατακόρυφος που διέρχεται απ' το κ.β. Κ συναντά τον άξονα περιστροφής AB. Όταν φέρουμε τον κύλινδρο στη θέση 2 και τον αφήσουμε ελεύθερο, κινείται και επανέρχεται στην αρχική του θέση. Δηλαδή, στην ευσταθή ισορροπία, για μία μικρή αλλαγή της θέσης του σώματος, το κ.β. του ανυψώνεται και προκαλείται ροπή επαναφοράς που τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας. Στην κατάσταση ηρεμίας του σώματος, το κ.β. του βρίσκεται στη χαμηλότερή του θέση.

Παρουσιάζεται ασταθής ισορροπία, όταν το κ.β. βρίσκεται πάνω απ' τον άξονα στηρίξεως [σχ. 3.89(β)]. Στη θέση 3 ο κύλινδρος ισορροπεί. Όταν τον μετακινήσουμε στη θέση 4 και τον αφήσουμε ελεύθερο, αυτός απομακρύνεται περισσότερο απ' τη θέση ισορροπίας και έτσι δημιουργείται ροπή ανατροπής. Στην ασταθή ισορροπία, για μία μικρή αλλαγή της θέσης του σώματος, το κ.β. του χαμηλώνει, οπότε

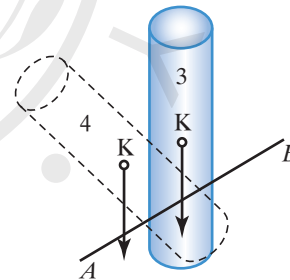
προκαλείται ροπή τέτοια, που απομακρύνει το σώμα ακόμη περισσότερο απ' τη θέση ισορροπίας.

Στην αδιάφορη ισορροπία το κ.β. διέρχεται από τον άξονα στηρίξεως [σχ. 3.89(γ)]. Στη θέση 5 ο κύλινδρος ισορροπεί. Ομοίως και όταν τον φέρουμε στη θέση 6. Στην αδιάφορη ισορροπία, για μία αλλαγή της θέσης του σώματος, το κ.β. του ούτε ανυψώνεται ούτε χαμηλώνει και δεν προκαλούνται ροπές επαναφοράς ή ανατροπής.

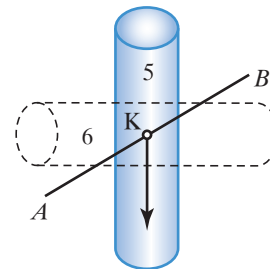
Στις θέσεις ευσταθούς και ασταθούς ισορροπίας, η δυναμική ενέργεια παίρνει ακρότατες τιμές. Στην ευσταθή ισορροπία γίνεται ελάχιστη, ενώ στην ασταθή μέγιστη. Στην αδιάφορη ισορροπία, κατά τη μετακίνηση του σώματος, η δυναμική ενέργεια παραμένει σταθερή.



(α) Θέση ευσταθούς ισορροπίας



(β) Θέση ασταθούς ισορροπίας

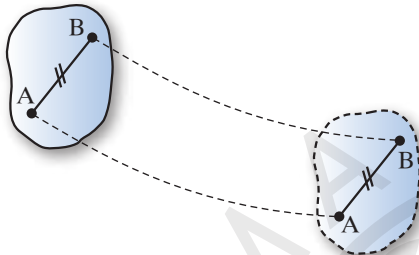


(γ) Θέση αδιάφορης ισορροπίας

Σχ. 3.89
Είδη ισορροπίας

3.9 Μεταφορική και στροφοική κίνηση στερεού. Στροφοομή. Θεμελιώδης Νόμος της Στροφοικής Κίνησης

Μεταφορική ονομάζεται η κίνηση, κατά την οποία όλα τα σημεία ενός σώματος έχουν την ίδια διανυσματική ταχύτητα. Αν το σώμα εκτελεί μεταφορική κίνηση, η ταχύτητα του σημείου A είναι ίση μ' εκείνη του σημείου B (σχ. 3.90), άρα κατά τη μεταφορική κίνηση του σώματος, οι τροχιές όλων των σημείων του είναι παράλληλες.



Σχ. 3.90

Μεταφορική κίνηση στερεού

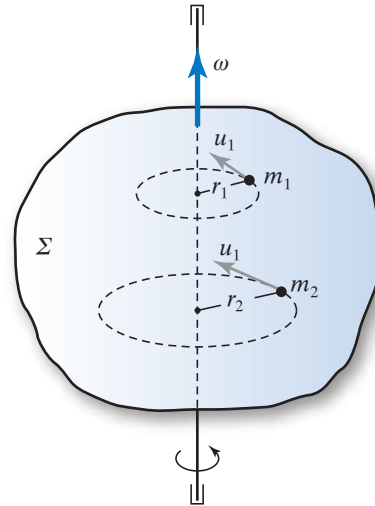
Στην περίπτωση που η τροχιά του σημείου A είναι καμπύλη γραμμή, η τροχιά του σημείου B θα έχει την ίδια ακριβώς μορφή, συνεπώς η ευθεία γραμμή που διέρχεται απ' τα τυχαία σημεία A, B παραμένει διαρκώς παράλληλη με τον εαυτό της. Κάθε χρονική στιγμή οι διανυσματικές ταχύτητες και οι επιταχύνσεις όλων των σημείων του σώματος είναι ίσες μεταξύ τους.

Κάθε χρονική στιγμή, η θέση του σώματος καθορίζεται πλήρως απ' τη θέση ενός οποιουδήποτε σημείου του. Συνήθως παίρνουμε ως τέτοιο σημείο το κ.μ..

3.9.1 Στροφοική κίνηση στερεού σώματος περί άξονα

Ένα στερεό σώμα Σ εκτελεί στροφοική κίνηση περί άξονα, όταν κάθε του σημείο εκτελεί κυκλική κίνηση γύρω απ' τον άξονα αυτό. Τα επίπεδα των τροχιών όλων των σημείων του είναι κάθετα στον άξονα. Τα κέντρα των κυκλικών τροχιών βρίσκονται πάνω στον άξονα. Όλα τα σημεία του άξονα παραμένουν σταθερά και ακίνητα κατά την περιστροφή (σχ. 3.91).

Η γωνιακή ταχύτητα ω είναι παράλληλη προς τον άξονα περιστροφής. Όλα τα σημεία του σώματος έχουν κάθε χρονική στιγμή, την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω , άρα ίδια συχνότητα και περίοδο περιστροφής. Αν η απόσταση του σημείου απ' τον άξονα



Σχ. 3.91

Στροφοική κίνηση στερεού

περιστροφής είναι r και η γωνιακή ταχύτητα ω , η γραμμική του ταχύτητα είναι $u = \omega r$.

3.9.2 Κεντρομόλος δύναμη

Όταν υλικό σημείο (σωμάτιο) μάζας m κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r με γωνιακή ταχύτητα ω , έχει γραμμική ταχύτητα $u = \omega r$ και κεντρομόλο επιτάχυνση:

$$a_x = \omega^2 r = \frac{u^2}{r}$$

Αυτό, σύμφωνα με τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής (Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα), σημαίνει ότι πάνω του πρέπει να ασκείται δύναμη:

$$F_x = m a_x = m \omega^2 r = m \frac{u^2}{r},$$

η οποία ονομάζεται **κεντρομόλος δύναμη**. Αυτή, όπως και η κεντρομόλος επιτάχυνση, κατευθύνεται προς το κέντρο της κυκλικής κίνησης.

Η κεντρομόλος δύναμη μπορεί να ασκείται από κάποιο νήμα, στο άκρο του οποίου είναι δεμένο το σωμάτιο ή μπορεί να ασκείται από κάποια μάζα, που βρίσκεται στο κέντρο του κύκλου (βαρυτική αλληλεπίδραση) ή να οφείλεται σε άλλα αίτια.

3.9.3 Φυγόκεντρος δύναμη

Ξαναθυμίζουμε ότι, μπορούμε να μελετήσουμε την κίνηση σωματίου σε κυκλική τροχιά απ' τη σκοπιά ενός περιστρεφόμενου μαζί με το σωμάτιο συστήματος αναφοράς, περί το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Επειδή το σύστημα αυτό δεν είναι αδρανειακό, χρειάζεται να θεωρήσουμε ότι, εκτός της

πραγματικής δύναμης που ασκείται στο σωματίο από κάποιο άλλο σώμα, ασκείται και μία ψευδοδύναμη (αδρανειακή δύναμη) με μέτρο:

$$F_{\text{φυγ}} = m\omega^2 r = m \frac{u^2}{r}$$

Αυτή είναι η φυγόκεντρος (φυγόκεντρον) δύναμη, που κατευθύνεται ακτινικά απ' το κέντρο προς τα έξω.

Απ' τη σκοπιά παρατηρητή, που περιστρέφεται μαζί με το μη αδρανειακό σύστημα, το σωματίο είναι ακίνητο, άρα η συνισταμένη των δύο δυνάμεων που ασκούνται πάνω του είναι μηδέν και οι δυνάμεις βρίσκονται σε ισορροπία, δηλαδή:

$$F_x - F_{\text{φυγ}} = F_x - m\omega^2 r = 0 \text{ ή } F_x = m\omega^2 r = m \frac{u^2}{r}.$$

Δηλαδή, βρίσκουμε ξανά τη σχέση για την κεντρομόλο δύναμη απ' την αρχή ισορροπίας της πραγματικής και της ψευδοδύναμης.

Μερικές φορές, η αναγωγή ενός προβλήματος δυναμικής σε πρόβλημα ισορροπίας διευκολύνει τη συλλογιστική μας στη λύση προβλημάτων.



Προσοχή: Μερικές φορές, κυρίως παλαιότερα, αλλά και σήμερα ο όρος φυγόκεντρος δύναμη σημαίνει εκτός από την αδρανειακή δύναμη και κάποια άλλη δύναμη. Συγκεκριμένα, σημαίνει τη δύναμη που ασκεί το περιφερόμενο σωματίο στο άλλο σώμα που του ασκεί την κεντρομόλο δύναμη, δηλαδή η κεντρομόλος και η φυγόκεντρος είναι δράση και αντίδραση, σύμφωνα με τον Τρίτο Νόμο του Νεύτωνα. Αυτές είναι δυνάμεις που ασκούνται σε δύο διαφορετικά υλικά σημεία.

Η φυγόκεντρος μ' αυτήν την έννοια, δηλαδή ως η μία δύναμη του ζεύγους δράση-αντίδραση, ασκείται σε διαφορετικό υλικό σημείο απ' αυτό που ασκείται η αντίστοιχη της κεντρομόλος.

Η φυγόκεντρος, ως αδρανειακή δύναμη, και η κεντρομόλος ασκούνται στο ίδιο υλικό σημείο.



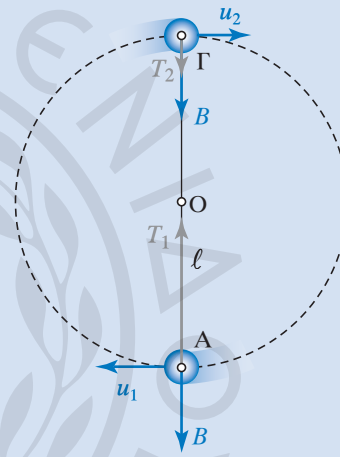
Παραδείγματα

1. Σφαίρα βάρους \vec{B} δεμένη στο ελεύθερο άκρο αβαρούς σχοινιού μήκους ℓ εκτελεί ομα-

λή κυκλική κίνηση περί το κέντρο O σε κατακόρυφο επίπεδο (σχ. 3.92). Στην κατώτερη θέση A της τροχιάς της η σφαίρα έχει ταχύτητα \dot{u}_1 και της ασκούνται το βάρος της \vec{B} και η τάση του σχοινιού. Η συνισταμένη τους παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης της κυκλικής κίνησης. Άρα:

$$F_K = T_1 - B = m \frac{u_1^2}{r}$$

Στην ανώτερη θέση Γ της τροχιάς της η σφαίρα έχει ταχύτητα \dot{u}_2 και της ασκούνται το βάρος της \vec{B} και η τάση \vec{T}_2 του σχοινιού.



Σχ. 3.92

Η συνισταμένη τους παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης της κυκλικής κίνησης.

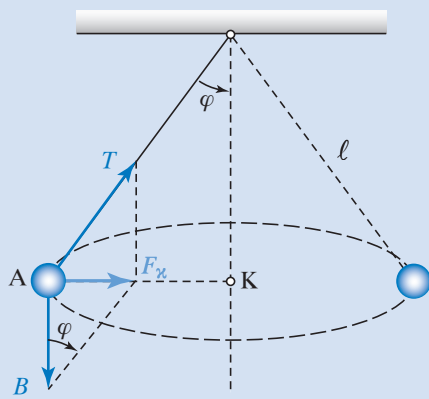
Άρα:

$$F_K = T_2 + B = m \frac{u_2^2}{r}$$

2. Σφαίρα βάρους \vec{B} δεμένη στο ελεύθερο άκρο αβαρούς σχοινιού μήκους ℓ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $R = AK$ με κέντρο το K , πάνω σε οριζόντιο επίπεδο (γωνικό εκκρεμές) (σχ. 3.93). Οι μόνες δυνάμεις που της ασκούνται είναι το βάρος της \vec{B} και η τάση \vec{T} του σχοινιού. Η συνισταμένη τους αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη, δηλαδή:

$$\vec{B} + \vec{T} = \vec{F}_K$$

Ισχύει ότι: $\tan \varphi = \frac{F_K}{B}$, επομένως $F_x = B \tan \varphi$.



Σχ. 3.93

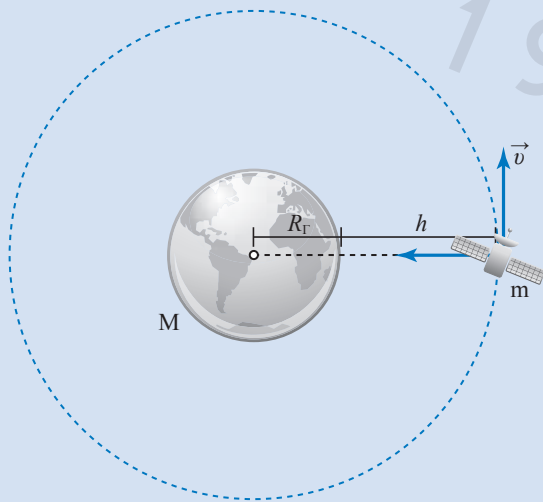
3. Υπολογισμός ταχύτητας περιστροφής δορυφόρου. Έστω δορυφόρος μάζας m που περιστρέφεται σε ύψος h γύρω από τη Γη (σχ. 3.94). Το βάρος του δορυφόρου παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. Άρα,

$$B = F_k \Leftrightarrow G \frac{Mm}{(R_T + h)^2} = \frac{mu^2}{R_T + h} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow u^2 = G \frac{M}{R_T + h} \Leftrightarrow u = \sqrt{G \frac{M}{R_T + h}}$$

Συνεπώς, για κάθε ύψος h υπάρχει μόνο μία τιμή της ταχύτητας που είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του δορυφόρου. Όσο πιο ψηλά από την επιφάνεια της Γης κινείται ο δορυφόρος, τόσο πιο αργά περιστρέφεται.

4. Κουβάς γεμάτος νερό περιστρέφεται κα-



Σχ. 3.94

τακόρφα σε κυκλική τροχιά ακτίνας $R = 1 \text{ m}$ και όταν βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της τροχιάς του, το νήμα δεν του ασκεί καμία δύναμη. Όταν ο κουβάς βρίσκεται στο κατώτατο σημείο της τροχιάς του, ποιά δύναμη του ασκεί το νήμα (σχ. 3.95); Για την ανώτατη θέση της τροχιάς επειδή $F = 0$, έπεται ότι μόνο το βάρος δρα ως κεντρομόλος δύναμη, άρα

$$mg = \frac{mu^2}{R} \Leftrightarrow u_a^2 = Rg$$

Για την κατώτατη θέση της τροχιάς, αν F είναι η ζητούμενη δύναμη, η κεντρομόλος δύναμη θα είναι $F - B$ και ισχύει ότι

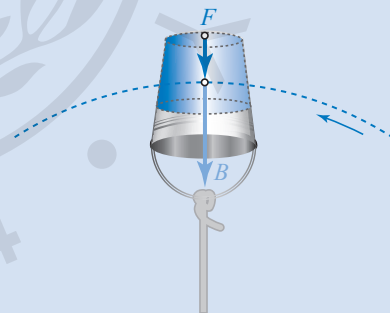
$$F - B = \frac{mu_k^2}{R} \Rightarrow F = \frac{mu_k^2}{R} + B$$

Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας μεταξύ ανώτατης και κατώτατης θέσης, που υπομετρικά απέχουν κατά $2R$ ισχύει ότι

$$\frac{mu_k^2}{2} = \frac{mu_a^2}{2} + mg2R \Rightarrow u_k^2 = u_a^2 + g4R = 5Rg$$

Άρα:

$$F = \frac{mu_k^2}{R} + B = \frac{m5Rg}{R} + B = 6B$$



Σχ. 3.95

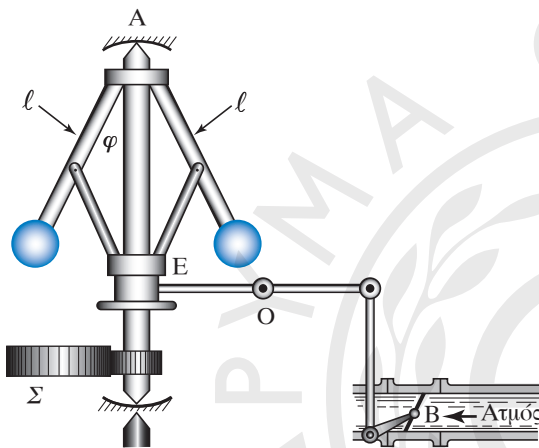
3.9.4 Εφαρμογή της κεντρομόλου δύναμης. Ρυθμιστής του Watt

Ο ρυθμιστής του Watt είναι διάταξη που χρησιμοποιείται σε (παλιές) ατμομηχανές, αλλά η ίδια αρχή χρησιμοποιείται και στον καταναμητή αυτοκινήτων παλαιού τύπου.

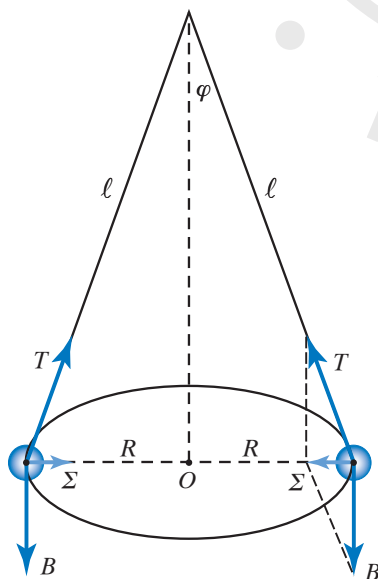
Αποτελείται από κατακόρυφο στέλεχος ΑΕ, που μπορεί να στρέφεται γύρω από τον διαμήκη του άξονα, συνδεδεμένο με την ατμομηχανή. Στο άνω άκρο

του βρίσκονται στερεωμένοι δύο βραχίονες μήκους ℓ , που στις άκρες τους φέρουν δύο πανομοιότυπες σφαίρες μάζας m (σχ. 3.96). Όταν το κατακόρυφο στέλεχος περιστρέφεται, οι σφαίρες διαγράφουν κυκλική τροχιά, με κέντρο τον άξονα περιστροφής και ακτίνα R (σχ. 3.97). Στην κάθε μία ασκούνται το βάρος της B και η τάση T από τον βραχίονα. Η συνισταμένη τους Σ παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, άρα $\Sigma = m \omega^2 R$. Επίσης έχουμε $\Sigma = B \tan \varphi = m g \tan \varphi$, άρα $m g \tan \varphi = m \omega^2 R$.

$$\text{Δηλαδή} \quad \tan \varphi = \frac{\omega^2 R}{g}.$$



Σχ. 3.96
Ρυθμιστής του Watt



Σχ. 3.97
Δυνάμεις που δρουν στον ρυθμιστή του Watt

$$\text{Συνεπώς} \quad \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\omega^2 \ell \sin \varphi}{g} \quad \text{ή} \quad \cos \varphi = \frac{g}{\omega^2 \ell}$$

Από τη σχέση αυτή έπεται πως όταν αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ω των σφαιρών, μειώνεται το $\cos \varphi$, άρα αυξάνεται η γωνία φ . Έτσι, οι περιστρεφόμενες σφαίρες ανυψώνονται συμπαρασύροντας τον δακτύλιο E, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η ροή του ατμού. Ο ρυθμιστής του Watt με κατάλληλο σύστημα μοχλών χρησιμοποιείται στις ατμομηχανές, προκειμένου να ρυθμίζει την ποσότητα των ατμών που εισρέουν σ' αυτές, ούτως ώστε να διατηρείται σταθερή η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.

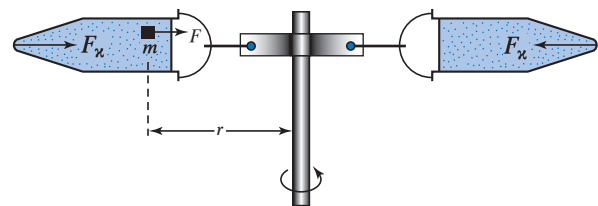
3.9.5 Εφαρμογή της φυγόκεντρης δύναμης – Φυγόκεντρικός διαχωριστήρας

Το προηγούμενο πρόβλημα, που αντιμετωπίσαμε με χρήση της κεντρομόλου δύναμης, μπορεί να αντιμετωπιστεί και με χρήση της φυγόκεντρης δύναμης.

Ο φυγόκεντρικός διαχωριστήρας χρησιμοποιείται για να διαχωρίζονται στερεές ουσίες που αιωρούνται σε υγρά. Τοποθετούμε το υγρό σε δοχείο, το οποίο περιστρέφουμε πολύ γρήγορα και κατά την περιστροφική κίνηση τα βαρύτερα συστατικά συγκεντρώνονται στον πυθμένα του δοχείου και διαχωρίζονται. Αν υπάρχουν συστατικά ελαφρύτερα απ' το υγρό, τότε αυτά μαζεύονται στην επιφάνεια. Η φυγόκεντρωση του αίματος προκαλεί το διαχωρισμό των ερυθρών αιμοσφαιρίων (σχ. 3.98), ενώ η φυγόκεντρωση του γάλακτος τον διαχωρισμό του βούτυρου, που συγκεντρώνεται στην επιφάνεια του υγρού.

Η ερμηνεία του φαινομένου γίνεται ευκολότερα με χρήση της φυγόκεντρης δύναμης.

Ο παρατηρητής που συμπαρασύρεται με το στρεφόμενο σύστημα αναφοράς εισάγει την ψευδοδύναμη, τη φυγόκεντρο. Το σύστημα είναι σαν



Σχ. 3.98
Φυγόκεντρικός διαχωριστήρας

να βρίσκεται μέσα σε βαρυτικό πεδίο με κατεύθυνση ακτινική προς τα έξω. Η ένταση του πεδίου είναι:

$$g_{\text{φινγ}} = \omega^2 r = \frac{u^2}{r}$$

Αγνοούμε την πραγματική βαρύτητα, η οποία σε σχέση με την παραπάνω είναι πολύ πιο ασθενική. Σε όλα τα σωμάτια που βρίσκονται μέσα στο περιστρεφόμενο υγρό ασκείται δύναμη ακτινικά προς τα έξω ίση με $F_{\text{φινγ}} = m\omega^2 r$ και επίσης «άνωση», που είναι ακτινική αντίθετη της πρώτης, δηλαδή προς το κέντρο. Ισχύουν όσα ξέρουμε για τη συνήθη πλευση. Αν τα σωμάτια είναι πυκνότερα από το υγρό, θα πηγαίνουν στον πυθμένα του δοχείου, αν είναι ελαφρύτερα, θα πηγαίνουν στην επιφάνεια και έτσι επιτυγχάνεται ο διαχωρισμός. Άλλη εφαρμογή της φυγόκεντρης δύναμης είναι στις φυγοκεντρικές υδραντλίες, οι οποίες περιστρέφοντας το νερό το ανεβάζουν σε μεγάλα ύψη.

3.9.6 Ροπή αδράνειας ως προς άξονα

Ροπή αδράνειας υλικού σημείου μάζας m ως προς (ή περί) άξονα, απ' τον οποίο απέχει απόσταση r , ονομάζεται το γινόμενο $I = m r^2$. Είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος, με μονάδα μέτρησης στο SI το $\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

Ροπή αδράνειας σώματος (συστήματος υλικών σημείων) ως προς (ή περί) άξονα, ονομάζεται το άθροισμα των ροπών αδράνειας όλων των υλικών σημείων του σώματος. Δηλαδή:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_i r_i^2, \text{ άρα } I = \sum m_i r_i^2.$$

Θεωρούμε δηλαδή ότι το σώμα διαμερίζεται σε απειροστά στοιχειώδη σωμάτια (υλικά σημεία) μάζας dm το καθένα και ότι r είναι η απόσταση από τον άξονα περιστροφής του κάθε σωματίου. Η τιμή της ροπής αδράνειας σώματος ως προς έναν άξονα περιστροφής εξαρτάται από τη μάζα του σώματος και την κατανομή της ως προς τον άξονα. Όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα, τόσο μεγαλύτερη είναι η ροπή αδράνειας. Επίσης, η κατανομή των μαζών m_i μακριά από τον άξονα περιστροφής προσδίδει στο σώμα αυξημένη ροπή αδράνειας, ανάλογη του τετραγώνου των αποστάσεων r_i των στοιχειωδών μαζών από τον άξονα. Η ροπή αδράνειας ενός τροχού ως προς τον άξονά του είναι μεγάλη, διότι η μάζα του είναι κατανομημένη μακριά από τον άξονα αυτό.



Παραδείγματα

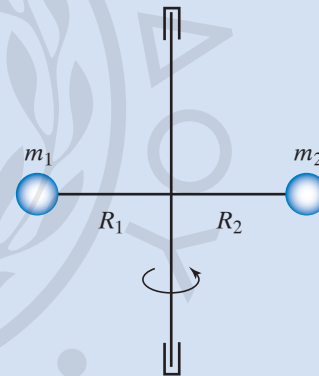
1. Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων μαζών m_1, m_2 αντίστοιχα, συνδέονται μεταξύ τους με αβαρή ράβδο μήκους $R_1 + R_2$ και περιστρέφονται γύρω από άξονα κάθετο στη ράβδο (σχ. 3.99). Η ροπή αδράνειας του συστήματός τους, είναι $I = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2$.

Αν $m_1 = m_2 = m$ και $R_1 = R_2 = R$ έχουμε $I = 2mR^2$. Η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο σωμάτων, ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από τη μάζα m_1 , είναι:

$$I = m_1 \cdot 0^2 + m_2 (R_1 + R_2)^2 = m_2 (R_1 + R_2)^2.$$

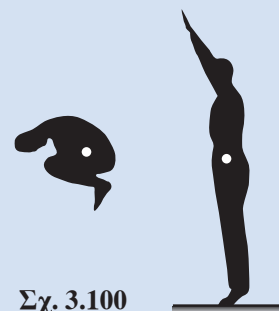
Αν $m_1 = m_2 = m$ και $R_1 = R_2 = R$ έχουμε $I = m (2R)^2 = 4mR^2$.

Δηλαδή σ' αυτήν την περίπτωση η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα (οποιοδήποτε) άκρο είναι διπλάσια από εκείνη ως προς έναν άξονα που διέρχεται απ' το κέντρο του.



Σχ. 3.99

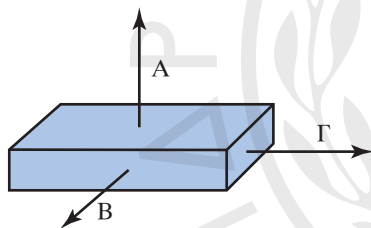
2. Ο άνθρωπος, με τεντωμένα τα χέρια και τα πόδια του, έχει περίπου εξαπλάσια ροπή αδράνειας από εκείνη που έχει όταν συμπύκνει τα άκρα του (σχ. 3.100).



Σχ. 3.100

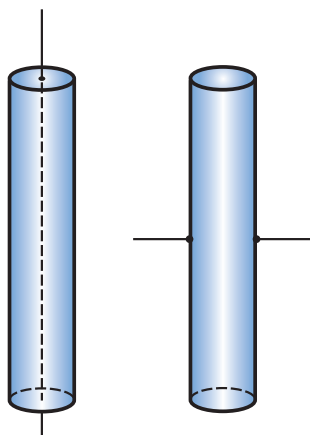
3.9.7 Κύριοι κεντρικοί άξονες αδράνειας

Θεωρούμε σώμα μάζας m και συγκρίνουμε τις ροπές αδράνειας του ως προς διάφορους άξονες που διέρχονται απ' το κ.μ. του. Για δύο απ' αυτούς, η ροπή παίρνει μέγιστη και ελάχιστη τιμή. Αυτοί οι άξονες είναι κάθετοι μεταξύ τους. Εάν πάρουμε έναν τρίτο άξονα κάθετο στους δύο προηγούμενους, που διέρχεται κι αυτός απ' το κ.μ. του σώματος, έχουμε κατασκευάσει ένα καρτεσιανό σύστημα αξόνων που ονομάζονται **κύριοι κεντρικοί άξονες αδράνειας** (σχ. 3.101). Έστω κύλινδρος με μικρή κυκλική διατομή βάσης. Η ροπή αδράνειας του για τον διαμήκη άξονά του παίρνει τη μικρότερη τιμή, άρα αυτός είναι ο άξονας ελάχιστης ροπής αδράνειας. Οι ροπές αδράνειας για τους άλλους δύο κύριους άξονες αδράνειας είναι ίσες μεταξύ τους (σχ. 3.102), ενώ για οποιονδήποτε άλλον άξονα χρειάζεται στήριξη, ώστε να μπορεί ένα στερεό σώμα να περιστρέφεται γύρω απ' αυτόν. Κάτι τέτοιο για τους κύριους κεντρικούς άξονες δεν χρειάζεται. Παρατίθεται πίνακας με τις ροπές αδράνειας μερικών στερεών ως προς κύριους κεντρικούς άξονες αδράνειας (πίν. 3.4).



Σχ. 3.101

Κύριοι κεντρικοί άξονες αδράνειας σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο



Σχ. 3.102

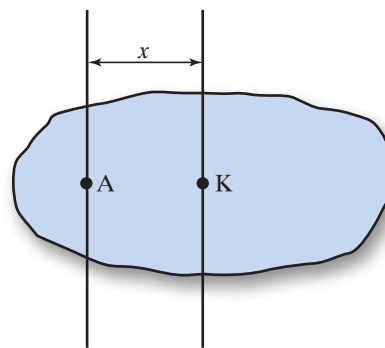
Κύριοι κεντρικοί άξονες αδράνειας σε κύλινδρο

Πίνακας 3.4
Ροπή αδράνειας μερικών ομογενών στερεών

Σώμα	Άξονας	Ροπή αδράνειας
Υλικό σημείο	Απόσταση R	mR^2
Λεπτή ράβδος μήκους ℓ	Κάθετος στη ράβδο στο κέντρο μάζας	$\frac{1}{12}M\ell^2$
Ορθογώνιο επίπεδο διαστάσεων α, β	Κάθετος στο επίπεδο στο κέντρο μάζας	$\frac{1}{12}M(\alpha^2 + \beta^2)$
Λεπτός δακτύλιος	Κάθετος στο επίπεδο στο κέντρο του. Διάμετρος	MR^2 $\frac{1}{2}MR^2$
Δίσκος	Κάθετος στο κέντρο	$\frac{1}{2}MR^2$
Κύλινδρος	Άξονας κυλίνδρου	$\frac{1}{2}MR^2$
Σφαίρα	Διάμετρος	$\frac{2}{5}MR^2$
Κοίλη σφαίρα	Διάμετρος	$\frac{2}{3}MR^2$

3.9.8 Θεώρημα Steiner (Θεώρημα παράλληλων αξόνων)

Αν $I_{\kappa\mu}$ είναι η ροπή αδράνειας σώματος μάζας m , περί άξονα που διέρχεται από το κ.μ. του, K , και I_A η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από σημείο A και είναι παράλληλος με τον προηγούμενο σε απόσταση x (σχ. 3.103),



Σχ. 3.103

Τομή σώματος από επίπεδο κάθετο στους άξονες

ισχύει ότι $I_A = I_{\kappa\mu} + m x^2$. Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει ότι η ροπή αδράνειας σώματος ως προς διάφορους άξονες, παράλληλους μεταξύ τους, ελαχιστοποιείται για εκείνον τον άξονα, που διέρχεται απ' το κ.μ. του σώματος.



Παράδειγμα

Η ροπή αδράνειας σώματος μάζας $m = 5 \text{ kg}$ ως προς άξονα διερχόμενο από το κέντρο κ.μ. του είναι $I_{\kappa\mu} = 55 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Σε πόση απόσταση d πρέπει να τοποθετηθεί άξονας παράλληλος με τον πρώτο, ώστε η ροπή αδράνειας του σώματος να είναι $I_d = 100 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;

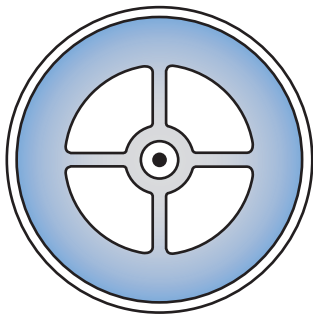
Λύση

Απ' το θεώρημα του Steiner ισχύει ότι $I_d = I_{\kappa\mu} + m d^2$, άρα (στο SI) $100 = 55 + 5 d^2$, δηλαδή $d = 3 \text{ m}$.

3.9.9 Σφόνδυλος και ροπή αδράνειας σφονδύλου ως προς τον άξονα περιστροφής του

Σφόνδυλος είναι ένας δίσκος του οποίου όλη (σχεδόν) η μάζα βρίσκεται κατανομημένη στην περιφέρειά του και στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του (σχ. 3.104). Ο λόγος που η μάζα του απέχει όσο το δυνατόν περισσότερο από το κέντρο του, είναι για να μεγιστοποιηθεί η ροπή αδράνειας του περί τον άξονα, γύρω απ' τον οποίο περιστρέφεται. Χρησιμοποιείται ως εξάρτημα σε μηχανές. Ο σκοπός του είναι να αποτρέπει τις μεταβολές της γωνιακής ταχύτητας του άξονα περιστροφής της μηχανής, πάνω στην οποία τοποθετήθηκε, άρα να διατηρεί την ομαλή περιστροφή του άξονα της μηχανής.

Αυτό το επιτυγχάνει, σύμφωνα με όσα είπαμε, λόγω της μεγάλης ροπής αδράνειας.



Σχ. 3.104
Σφόνδυλος

Θεωρούμε πως όλη η μάζα του σφονδύλου είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του. Αν m_1, m_2, m_3, \dots είναι οι στοιχειώδεις μάζες που τον αποτελούν, τότε:

$$I = m_1 r^2 + m_2 r^2 + m_3 r^2 + \dots = (m_1 + m_2 + m_3 + \dots) r^2 = m r^2$$

3.9.10 Θεμελιώδης εξίσωση της στροφορικής κίνησης

Έστω στερεό σώμα που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή επιτάχυνση $a_{\Gamma\Omega N}$ και t η συνισταμένη των ροπών που του ασκούνται. Ισχύει ότι:

$$\tau = I a_{\Gamma\Omega N} = I \frac{d\omega}{dt}, \quad a_{\Gamma\Omega N} = \frac{d\omega}{dt},$$

όπου: I η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής. Η ανωτέρω ονομάζεται **θεμελιώδης εξίσωση** της στροφορικής κίνησης και εκφράζει τον θεμελιώδη Νόμο αυτής:

Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται σε σώμα που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, ισούται με το γινόμενο της ροπής αδράνειας (ως προς αυτόν τον άξονα περιστροφής) και της γωνιακής επιτάχυνσης.

Όσο μεγαλύτερη είναι η ροπή αδράνειας του σώματος, τόσο πιο δύσκολα αλλάζει η περιστροφική του κατάσταση. Η ροπή αδράνειας εκφράζει στην περιστροφική κίνηση, ότι εκφράζει η μάζα στη μεταφορική, δηλαδή την αδράνεια του σώματος. Σε αντίθεση με τη μάζα ενός σώματος, που είναι σταθερή, η ροπή αδράνειας εξαρτάται κάθε φορά από τη θέση του άξονα περιστροφής.

3.9.11 Διερεύνηση της θεμελιώδους εξίσωσης

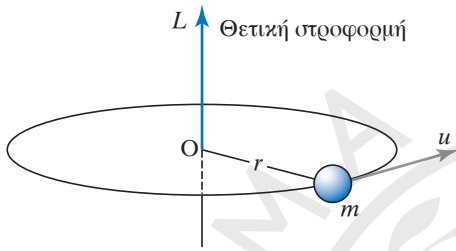
Από τη σχέση $\tau = I a_{\Gamma\Omega N}$, όταν $\tau = 0$, ισχύει $I a_{\Gamma\Omega N} = 0$, επειδή $I \neq 0$, ισχύει $a_{\Gamma\Omega N} = 0$. Δηλαδή, όταν σε σώμα που μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα η συνολική ασκούμενη ροπή είναι μηδέν, το σώμα ή θα είναι ακίνητο ή θα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

Όταν $\tau = \text{σταθερή}$, $I a_{\Gamma\Omega N} = \text{σταθερή}$. Αφού η $I = \text{σταθερή}$, $a_{\Gamma\Omega N} = \text{σταθερή}$. Δηλαδή, όταν σώμα που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα έχει σταθερή ροπή αδράνειας και η ροπή που του ασκείται είναι σταθερή, το σώμα θα στρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.

3.9.12 Στροφορμή υλικού σημείου περί άξονα

Έστω υλικό σημείο μάζας m που κινείται περί

άξονα σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας r κάθετου στον άξονα, που τη χρονική στιγμή t έχει γραμμική ταχύτητα \vec{u} , άρα ορμή $\vec{p} = m \vec{u}$. **Στροφορμή του υλικού σημείου** ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου κατά τη χρονική στιγμή t , ονομάζεται το φυσικό μέγεθος που ορίζεται από τη μαθηματική σχέση: $L = r p = m u r$. Η στροφορμή είναι μέγεθος διανυσματικό. Ο φορέας της είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς και η φορά της καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλίου (σχ. 3.105). Σημείο εφαρμογής της είναι το κέντρο O του κύκλου.



Σχ. 3.105
Σχηματική παράσταση κίνησης με θετική στροφορμή

Γενικότερα, ορίζεται η στροφορμή περί άξονα ακόμη κι όταν το σωματίο δεν εκτελεί κυκλική κίνηση, αλλά τυχαία κίνηση από τη διανυσματική θέση $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \vec{u}$ όπου \vec{r} το διάνυσμα θέσεως του σωματίου που κινείται με ταχύτητα \vec{u} και έχει ορμή \vec{p} .

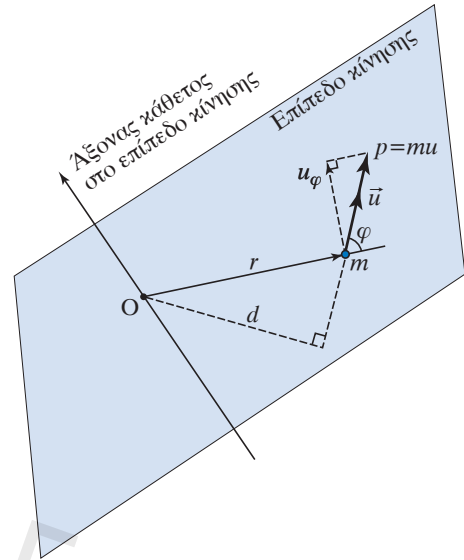
Θα περιοριστούμε στη μελέτη της κίνησης στο επίπεδο και άξονα κάθετο στο επίπεδο αυτό (σχ. 3.106). Σ' αυτήν την περίπτωση για τη στροφορμή προκύπτει $L = p d$, όπου d η απόσταση του φορέα της ορμής από το σημείο που ο άξονας τέμνει το επίπεδο κίνησης. Ισχύει η σχέση $L = p d = p r \sin\varphi = m u r \sin\varphi$. Η παράσταση $u \sin\varphi = u_\varphi$ είναι η προβολή της ταχύτητας πάνω στην κάθετη ευθεία προς την ακτίνα r . Άρα έχουμε: $L = m r u_\varphi$.

Δηλαδή τα \vec{r} , u_φ είναι κάθετα μεταξύ τους.

Από τον παραπάνω τύπο προκύπτουν οι μονάδες μέτρησης της στροφορμής, που είναι το $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ στο SI και το $\text{g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}$ στο σύστημα CGS.

3.9.13 Στροφορμή συστήματος υλικών σημείων περί άξονα

Έστω σύστημα υλικών σημείων, που κινούνται σε επίπεδα κάθετα σε προσανατολισμένο άξονα (σχ. 3.107). Η ολική στροφορμή του συστήματος



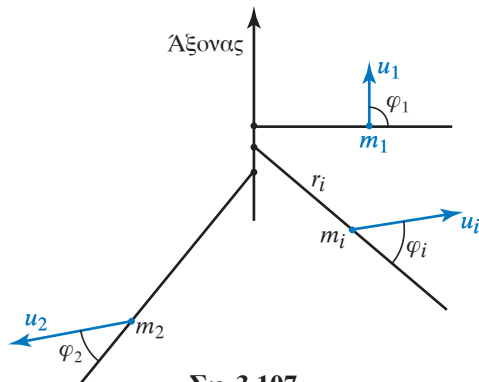
Σχ. 3.106
Σχηματική παράσταση για τον υπολογισμό της στροφορμής υλικού σημείου, που δεν εκτελεί κυκλική κίνηση

ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των στροφορμών των σωματίων. Έχουμε:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots = \sum m_i r_i u_i \sin\varphi_i = \sum m_i r_i u_{\varphi_i}$$

Αν υποθέσουμε ότι όλα τα υλικά σημεία περιφέρονται κάθε χρονική στιγμή με ίδια γωνιακή ταχύτητα περί τον άξονα (μπορεί να έχουν το καθένα και ακτινική ταχύτητα), τότε θα έχουμε $u_{\varphi_i} = \omega \cdot r_i$, επομένως:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots = m_1 u_{\varphi_1} r_1 + m_2 u_{\varphi_2} r_2 + m_3 u_{\varphi_3} r_3 + \dots = m_1 \omega r_1^2 + m_2 \omega r_2^2 + m_3 \omega r_3^2 + \dots = \omega (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots) = I \omega$$



Σχ. 3.107
Σύστημα υλικών σημείων

$$\text{όπου: } I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots,$$

είναι η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα.

Αφού μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας I στο SI είναι το $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ και της γωνιακής ταχύτητας ω το rad/s , μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο SI είναι και το $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{rad/s}$. Αντίστοιχα στο CGS, μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας I είναι το $\text{g} \cdot \text{m}^2$ και της γωνιακής ταχύτητας ω το rad/s . Συνεπώς, μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο CGS είναι και το $\text{g} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{rad/s}$.

3.9.14 Γενικότερη διατύπωση της θεμελιώδους εξίσωσης της στροφορμής κίνησης

Αν σε σύστημα υλικών σημείων ασκείται εξωτερική ροπή περί άξονα ίση με $\vec{\tau}$, τότε αν η στροφορμή του συστήματος είναι τη στιγμή t ίση με \vec{L} , ο νόμος της στροφορμής κίνησης γίνεται:

$$\tau = dL/dt$$

Τα σωματίδια του συστήματος μπορεί να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και να κάνουν διάφορες κινήσεις. Η προϋπόθεση που πρέπει να ισχύει είναι ότι οι εσωτερικές δυνάμεις πρέπει να ακολουθούν την αρχή δράσης-αντίδρασης (είναι πάνω στον ίδιο φορέα), οπότε το άθροισμα των ροπών των εσωτερικών δυνάμεων είναι ίσο με μηδέν.

Αν η στροφορμή μπορεί να γραφτεί ως $L = I\omega$, έχουμε:

$$\tau = \frac{d(I\omega)}{dt}$$

Η σχέση ισχύει και όταν το I μεταβάλλεται με τον χρόνο. Αν $I = \text{σταθερό}$ (περίπτωση στερεού σώματος), τότε η σχέση που αναφέραμε στην αρχή μετατρέπεται ως εξής:

$$\tau = I \frac{d\omega}{dt}$$

Σημειώνουμε ότι όλες οι σχέσεις του θεμελιώδους Νόμου της στροφορμής κίνησης ισχύουν για σταθερό άξονα περιστροφής, όμως ισχύουν και για επιταχυνόμενο άξονα, αρκεί να διέρχεται απ' το κ.μ. του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή το σύστημα μετέχει δύο κινήσεων, της κίνησης του κ.μ. που περιγράφεται από τον Δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα, και της περιστροφής περί τον άξονα που διέρχεται από το κ.μ. και ακολουθεί τον θεμελιώδη νόμο της στροφορμής κίνησης.

3.9.15 Αρχή διατήρησης της στροφορμής ενός σώματος

Αν σε σώμα που μπορεί να στραφεί περί άξονα δεν ασκείται ροπή (ή ασκούνται ροπές, αλλά έχουν συνισταμένη μηδέν), η στροφορμή του παραμένει σταθερή.

Πράγματι, από τη σχέση $\tau = dL/dt$, όταν $\tau = 0$, έχουμε $dL/dt = 0$. Άρα $L = \text{σταθερή}$.

Η σχέση $\tau = dL/dt$ σημαίνει ότι το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν σε σώμα στρεφόμενο γύρω από σταθερό άξονα, ισούται με την αλγεβρική τιμή του λόγου μεταβολής της στροφορμής του. Η εξίσωση αυτή, είναι για τη στροφορμική κίνηση, το ανάλογο του 2^{ου} Νόμου του Newton. Αν σε σώμα στρεπτό περί άξονα επιδράσει ροπή, του προκαλεί μεταβολή στροφορμής και ο λόγος μεταβολής της στροφορμής προς τον χρόνο που ασκήθηκε η ροπή, ισούται με το μέτρο της ροπής.

Άνθρωπος ακινητεί καθισμένος σε σκαμπό, στρεπτό περί κατακόρυφο άξονα, με λίγες τριβές και κρατά κατακόρυφα στο αριστερό του χέρι, τον άξονα ακίνητου τροχού (σχ. 3.108). Η στροφορμή ανθρώπου και τροχού είναι μηδέν. Άρα, η στροφορμή του συστήματός τους είναι μηδέν. Αν με το δεξί χέρι θέσει σε περιστροφή τον τροχό, προσφέροντας του γωνιακή ταχύτητα ω_T , ο άνθρωπος αρχίζει να περιστρέφεται κατά την αντίθετη φορά, με γωνιακή ταχύτητα ω_A . Αυτό συμβαίνει διότι η ροπή που ασκήθηκε στον τροχό ήταν εσωτερική για το σύστημα τροχός-άνθρωπος, άρα το σύστημα έπρεπε να διατηρήσει την αρχική του στροφορμή που ήταν μηδέν. Δηλαδή $L_{\text{ΠΡΩΤ}} = L_{\text{ΜΕΤΑ}}$, άρα $0 = L_{\text{ΜΕΤΑ}}$, οπότε $0 = I_A \omega_A + I_T \omega_T$, συνεπώς:

$$\omega_A = -\frac{I_T}{I_A} \omega_T.$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η γωνιακή ταχύτητα ανθρώπου έχει αντίθετη φορά απ' τη

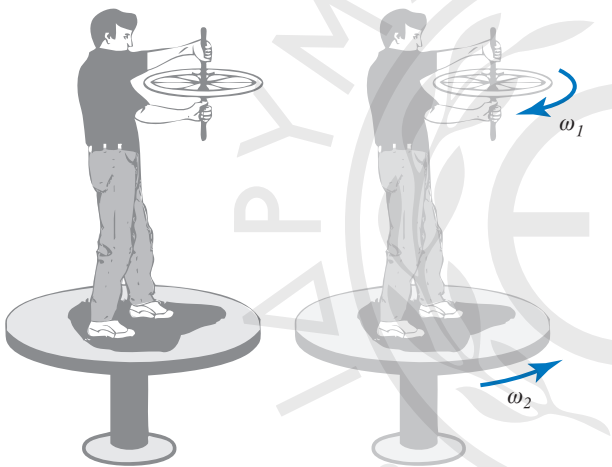


Σχ. 3.108
Η στροφή του τροχού, προκαλεί αντίρροπη στροφή του ανθρώπου

φορά της γωνιακής ταχύτητας τροχού. Η μηχανική ενέργεια δεν διατηρείται σταθερή, διότι ο άνθρωπος δαπάνησε έργο.

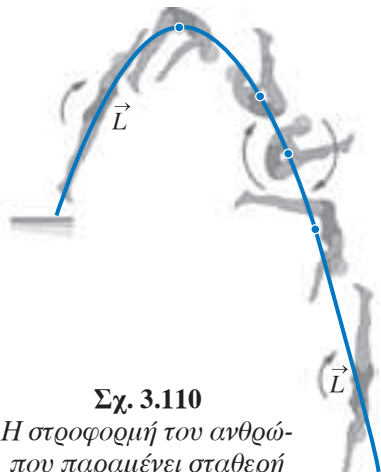
Ακριβώς τα ίδια συμβαίνουν στην περίπτωση που ο άνθρωπος στέκεται όρθιος πάνω σε τραπέζι, στρεπτό, χωρίς τριβές, περί κατακόρυφο άξονα, κρατώντας τροχό στρεπτό περί κατακόρυφο άξονα. Αν ο άνθρωπος περιστρέφει τον τροχό μόνος του, με γωνιακή ταχύτητα ω_1 , το τραπέζι περιστρέφεται αντίθετα, με γωνιακή ταχύτητα ω_2 (σχ. 3.109). Αθλητής εκκινάσεται προς τα πάνω από βατήρα, με τα άκρα του τεντωμένα, έχοντας γωνιακή ταχύτητα (σχ. 3.110). Η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών που του ασκούνται είναι μηδέν, άρα η στροφορμή του διατηρείται σταθερή.

Όταν μαζέψει τα άκρα του, η ροπή αδράνειας του μειώνεται, άρα η γωνιακή του ταχύτητα αυξάνεται, με το γινόμενο τους να παραμένει σταθερό.



Σχ. 3.109

Το τραπέζι περιστρέφεται αντίθετα από τον τροχό



Σχ. 3.110

Η στροφορμή του ανθρώπου παραμένει σταθερή

Όταν ξανατεντώσει τα άκρα του, η γωνιακή του ταχύτητα μειώνεται και επανέρχεται στην αρχική της τιμή, διότι αυξάνεται η ροπή αδράνειάς του. Το κέντρο μάζας του κινείται πάντα πάνω σε παραβολική τροχιά.

3.9.16 Αρχή διατήρησης της στροφορμής συστήματος σωμάτων

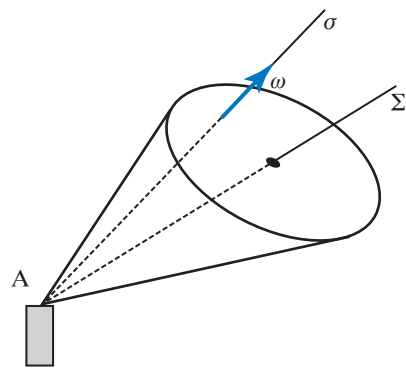
Αν η συνισταμένη των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται σε σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή. Δηλαδή η στροφορμή μονωμένου συστήματος διατηρείται σταθερή.

Πράγματι, από $\tau_{εξ} = dL/dt$, αν $\tau_{εξ} = 0$, είναι $dL/dt = 0$.

Άρα $L = \text{σταθερή}$.

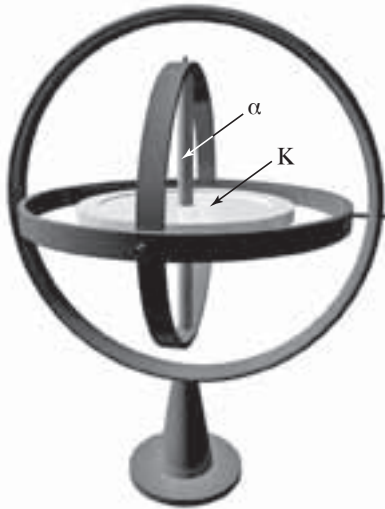
Η πλέον γνωστή εφαρμογή της Αρχής Διατήρησης της στροφορμής είναι ο στρόβος και το γυροσκοπίο.

Στρόβος (σβούρα) ονομάζεται το στερεό σώμα που όταν στρέφεται, ο άξονας περιστροφής του μεταβάλλει την διεύθυνσή του (ως προς το σώμα και τον χώρο) διερχόμενο συνεχώς από συγκεκριμένο ακίνητο σημείο. Η συχνότερα εμφανιζόμενη περίπτωση αφορά σε συμμετρικό (εκ περιστροφής) στρόβο (σχ. 3.111) του οποίου ο άξονας συμμετρίας Σ τυγχάνει άξονας μέγιστης ροπής αδράνειας. Στον στρόβο αυτό, θεωρούμε επίσης το στιγμιαίο άξονα περιστροφής σ περί τον οποίο στρέφεται ο στρόβος με γωνιακή ταχύτητα ω και τον, ευρισκόμενο μεταξύ των Σ και σ , άξονα στροφορμής (βρίσκεται στο επίπεδο που σχηματίζουν οι δύο προηγούμενοι). Και οι τρεις άξονες διέρχονται από το ακίνητο σημείο A . Στην εξάρτηση στρόβου σύμφωνα με το σύστημα Cardano (σχ. 3.112), ο άξονας συμμετρίας βρίσκεται μέσα σε εσωτερικό δίσκο, στρεπτό περί άξονα,



Σχ. 3.111

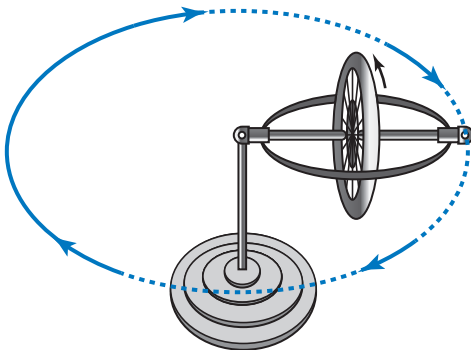
Κίνηση στρόβου περί το ακλόνητο σημείο A



Σχ. 3.112
Εξάρτηση στρόβου
σύμφωνα με το σύστημα Cardano

κάθετο στον άξονα α ο οποίος στηρίζεται σε εξωτερικό δακτύλιο, στρεπτό περί άξονα κάθετο στο επίπεδο του, που βρίσκεται στο ακίνητο πλαίσιο. Το κέντρο βάρους ($\kappa.β.$) K του στρόβου, βρίσκεται στο σημείο τομής των τριών ανωτέρω αξόνων και ακινητεί, κατά τη στροφή, περί οποιονδήποτε από τους τρεις άξονες. Ο στρόβος ισορροπεί σε οποιαδήποτε θέση και αν αφηθεί, δεν του ασκούνται δυνάμεις (άρα το $\kappa.β.$ του δεν επιταχύνεται) και η στροφορμή του παραμένει σταθερή (διότι δεν του ασκούνται ροπές).

Γυροσκόπιο (σχ. 3.113) ονομάζεται ο μηχανισμός που μετρά ή διατηρεί τον προσανατολισμό. Η λειτουργία του βασίζεται στο ότι, αν η ροπή είναι μηδέν τότε η στροφορμή διατηρείται σταθερή, ενώ αν υπάρχει ροπή τότε αυτή ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής. Βρίσκει πληθώρα εφαρ-



Σχ. 3.113
Γυροσκόπιο

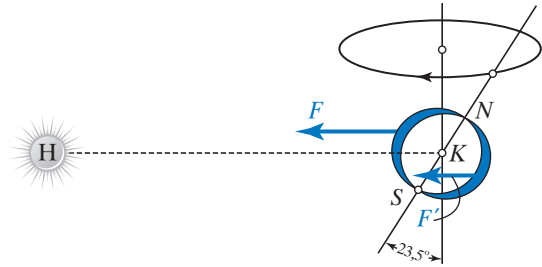
μογών σε μη μαγνητικές πυξίδες και συστήματα πλοήγησης (πλοίων, υποβρυχίων, αεροπλάνων, διαστημοπλοίων, βαλλιστικών πυραύλων), εύρεσης προσανατολισμού των smartphones και σταθεροποίησης ιπτάμενων συσκευών (ελικόπτερα, drones). Η πλέον σημαντική εφαρμογή του γυροσκοπίου είναι η γυροσκοπική πυξίδα, όργανο εύρεσης προσανατολισμού στα πλοία, καθόσον δείχνει πάντα το γεωγραφικό και όχι το μαγνητικό βορρά όπως κάνει η μαγνητική πυξίδα, διότι η λειτουργία της δεν βασίζεται στο μαγνητικό πεδίο της Γης. Τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς (inertial reference frames) είναι συστήματα συντεταγμένων, στα οποία ισχύουν οι Νόμοι του Νεύτωνα, δεν επιταχύνονται, ούτε περιστρέφονται, αλλά ακινητούν ή κινούνται με σταθερή ταχύτητα. Στην αδρανειακή πλοήγηση, το πλοίο ξεκινά από μία γνωστή αρχική κατάσταση (οτίγμα, ταχύτητα, διόπτευση) και ακολουθώς γίνεται ακριβής προσδιορισμός της θέσης/προσανατολισμού/ταχύτητας/επιτάχυνσης του, χάρη σε μετρήσεις με χρήση γυροσκοπίων, επιταχυνσιόμετρων και αδρανειακών αισθητήρων (inertial sensors). Η ευρεία χρήση της αδρανειακής πλοήγησης οφείλεται στα σημαντικά της πλεονεκτήματα. Είναι αυτόνομη (δεν στηρίζεται σε καλές συνθήκες ορατότητας ούτε σε εξωτερικές πληροφορίες), άρα κατάλληλη για υποβρυχία και κίνηση σε στοές. Είναι αόρατη, με ανοσία στις παρεμβολές διότι δεν λαμβάνει ούτε εκπέμπει ανιχνεύσιμη ακτινοβολία και στερείται εξωτερικής κεραίας (που δύναται ανιχνευθεί από radar). Ο στρόβος Δ (σχ. 3.114) είναι στρεπτός περί άξονα, τα έδρανα του οποίου βρίσκονται στερεωμένα στο τετραγωνικό πλαίσιο δ που με τη σειρά του στηρίζεται στη στρεπτή, περί οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα, φάλαγγα Φ . Το βάρος B στερεώνεται στη φάλαγγα, ώστε το όλο σύστημα να ισορροπήσει. Αν στον στρόβο Δ προσφερθεί, κατάλληλα, γωνιακή ταχύτητα ω και το σύστημα αφηθεί ελεύθερο, συμπεριφέρεται ως στρόβος ελεύθερος εξωτερικών ροπών και ο άξονας συμμετρίας εξακολουθεί να ακινητεί. Αν κρεμασθεί επιπλέον βάρος β , θα ασκήσει ροπή τ , κάθετη στη στροφορμή L την οποία θα μεταβάλλει κατά dL , οπότε ο άξονας στροφορμής (συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας) αρχίζει να στρέφεται περί τον κατακόρυφο άξονα u , εκτελώντας μία κίνηση που ονομάζεται **μετάπτωση** με γωνιακή ταχύτητα που ονομάζεται **γωνιακή ταχύτητα μετάπτωσης** ω_M και είναι:

$$\tau = \frac{dL}{dt} = \frac{Ld\phi}{dt} = L \frac{d\phi}{dt} = L\omega_M \Rightarrow \omega_M = \frac{\tau}{L} = \frac{\tau}{I\omega}$$

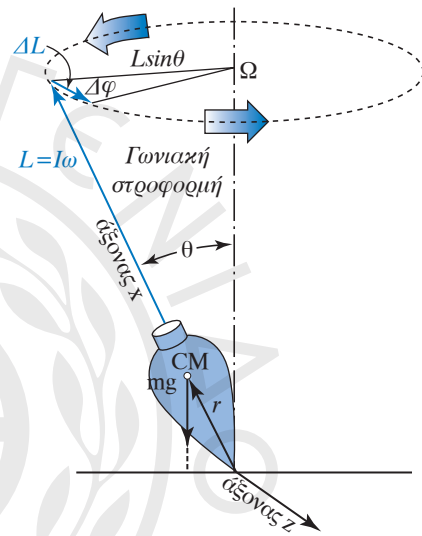
Αν όταν προτεθεί το επιπλέον βάρος β ο στρόβος δεν περιστρέφεται, τότε ο ζυγός θα κλίνει, προκειμένου η φάλαγγα Φ να στραφεί προς την κατακόρυφο. Αν ο στρόβος περιστρέφεται τότε το επιπλέον βάρος β προκαλεί μετάπτωση και ο στρόβος αρχίζει να γράφει οριζόντιο κύκλο (σχ. 3.114).

Γυροσκοπική πυξίδα. Όταν ο δίσκος Δ , πάνω στον οποίο βασίζεται το πλαίσιο Π (σχ. 3.115), αρχίσει να περιστρέφεται, ο άξονας του στρόβου ανυψώνεται και τείνει να γίνει παράλληλος με τον άξονα περιστροφής, διότι οι οριζόντιες δυνάμεις F που ασκεί το πλαίσιο, δημιουργούν κατακόρυφη ροπή τ (παράλληλη στον άξονα περιστροφής). Έστω L η στροφορμή του στρόβου όταν αρχίσει η περιστροφή του δίσκου, ΔL η μεταβολή στροφορμής η οφειλόμενη στη ροπή και $L + \Delta L$ η νέα στροφορμή η οποία, αν εξακολουθήσει η περιστροφή του δίσκου, θα γίνει παράλληλη με τον άξονα περιστροφής. Επειδή η Γη περιστρέφεται συνεχώς γύρω από τον άξονά της, (σχ. 3.116), έπεται ότι κάθε στρόβος που στηρίζεται πάνω της θα τείνει να κάνει τον άξονα του παράλληλο με τον άξονα περιστροφής της Γης (σχ. 3.117).

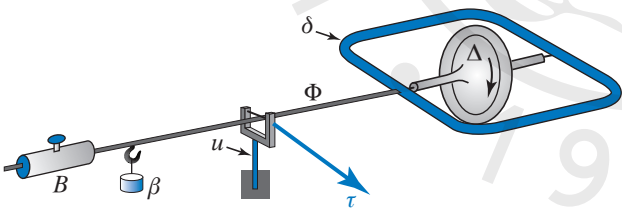
Η Γη μοιάζει με στρόβο, στρεφόμενη γύρω από άξονα μέγιστης αδράνειας, ο οποίος σχηματίζει γωνία $23,5^\circ$ με την κάθετο στην εκλειπτική τροχιά (τροχιά που διαγράφει το κ.β. της Γης περί τον Ήλιο H). Οι άνισες μεταξύ τους δυνάμεις F , F' που ασκεί ο Ήλιος (διότι οι εξογκώσεις της Γης



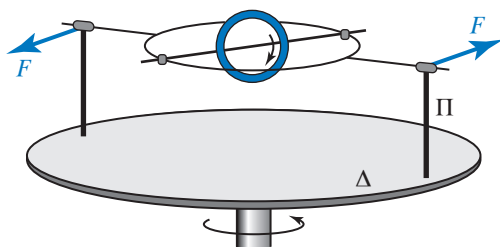
Σχ. 3.116
Η μετάπτωση του άξονα της Γης οφείλεται στην έλξη του Ηλίου



Σχ. 3.117
Στροφορμή του στρόβου



Σχ. 3.114
Το βάρος του στρόβου προκαλεί μετάπτωση

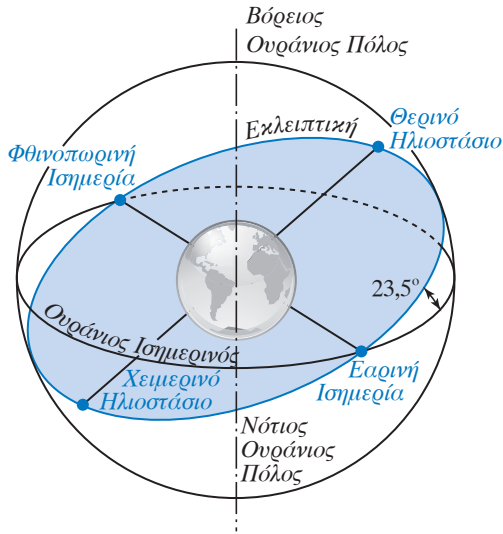


Σχ. 3.115
Αρχή λειτουργίας γυροσκοπικής πυξίδας

δεν ισαπέχουν από τον Ήλιο) δημιουργούν ροπή και η προκαλούμενη **μετάπτωση** είναι βραδεία (με περίοδο 26.000 έτη). Το μέτρο της ροπής δεν είναι σταθερό και μηδενίζεται στις ισημερίες (σχ. 3.118) λόγω της συμμετρικής θέσης της Γης ως προς την ευθεία KH .

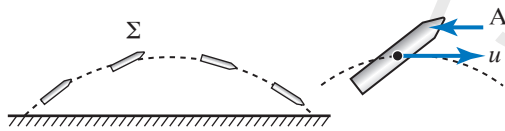
– Εφαρμογές ιδιοτήτων του στρόβου

Όταν βλήμα πυροβόλου βάλλεται κατά τη διάρκεια της κίνησής του στον έχοντα ελικοειδή χάραξη πυροσωλήνα, εκτελεί και περιστροφική κίνηση προκειμένου διαρκώς η διεύθυνση του να συμπίπτει με τον άξονά του, διαφορετικά η αντίσταση A του αέρα θα το ανέτρεπε και έτσι δεν θα συναντούσε τον στόχο με το πρόσθιο τμήμα του (σχ. 3.119). Επειδή η τροχιά του βλήματος είναι κυρτή, όταν αυτό φτάνει στο σημείο Σ , ο άξονας του δεν είναι πλέον παράλληλος με την ταχύτητά του, οπότε η αντίσταση A

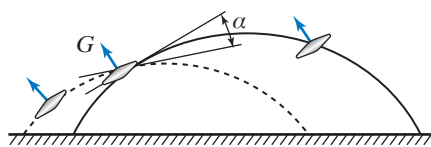


Σχ. 3.118
Ισημερίες Γης

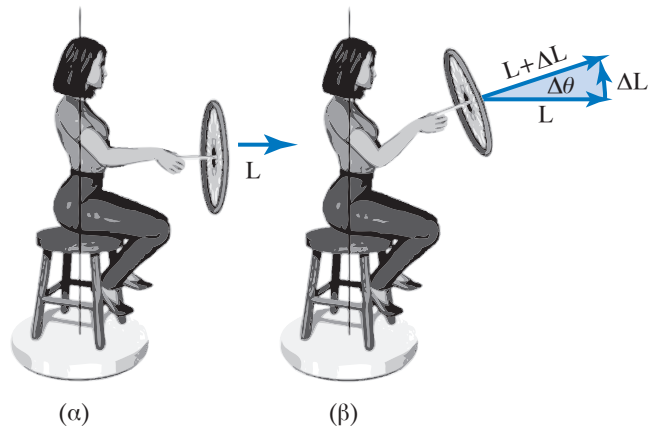
του αέρα δεν διέρχεται πια από το κ.β. με συνέπεια την εμφάνιση ροπής, η οποία προκαλεί μετάπτωση του άξονα και πλάγια απόκλιση του βλήματος από τον στόχο του. Οι δισκοβόλοι κατά τη βολή (σχ. 3.120), δίνουν στον δίσκο περιστροφική κίνηση περί τον άξονα συμμετρίας του. Κατά τη διαδρομή του δίσκου, η στροφορμή του παραμένει σταθερή, οπότε δημιουργείται μία γωνία πρόσπτωσης α και ο δίσκος δέχεται μία ανυψωτική δύναμη (δυναμική άνοση), συγκρατούμενος έτσι περισσότερο χρόνο στον αέρα με αποτέλεσμα να διαγράφει μεγαλύτερο βεληνεκές (τροχιά με συνεχή γραμμή), έναντι σφαιρικού βλήματος με τα ίδια στοιχεία βολής (διακεκομμένη τροχιά).



Σχ. 3.119
Μετάπτωση βλήματος



Σχ. 3.120
Το μεγαλύτερο βεληνεκές του δίσκου οφείλεται στην περιστροφή του



Σχ. 3.121

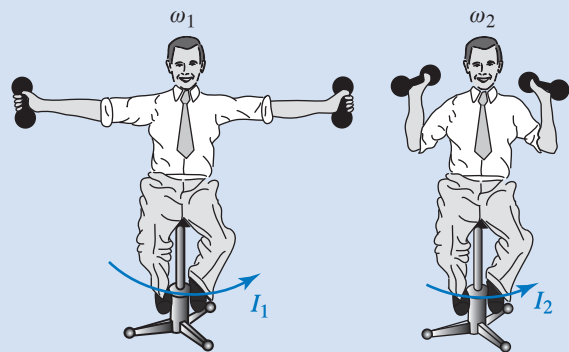
Η ανύψωση του άξονα περιστροφής της ρόδας προκαλεί την εκτροπή του προς τα δεξιά

Σπουδάστρια περιστρέφει βαριά ρόδα ποδηλάτου, με μεγάλη γωνιακή ταχύτητα [σχ. 3.121(α)], ασκώντας με το χέρι της ροπή στον άξονά της, προκειμένου να τον κρατά οριζόντιο. Ενώ η ρόδα εξακολουθεί να περιστρέφεται, η σπουδάστρια στρέφει τον άξονά της προς τα πάνω (σχ. 3.121) και διαπιστώνει ότι η ρόδα εκτρέπεται προς τα δεξιά της και αδυνατεί να κρατήσει τον άξονά της στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Προκειμένου να κρατήσει τον άξονα ρόδας στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, πρέπει να του ασκήσει ροπή που να τείνει, για αντιστάθμιση, να τον στρέψει αριστερά.



Παράδειγμα

Άνθρωπος ακινητεί καθισμένος σε σκαμπό που μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα με λίγες τριβές και κρατά από ένα βαράκι στο κάθε τεντωμένο χέρι του (σχ. 3.122). Με



Σχ. 3.122

μία πάρα πολύ μικρή ώθηση του προσφέρουμε γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_1$ και έστω I_1 η ροπή αδράνειας του ως προς τον άξονα περιστροφής.

Θα στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_1$, διότι δεν επιδρά πάνω του καμία εξωτερική ροπή. Έστω ότι πλησιάζει τα χέρια του μαζί με τα βαράκια στο σώμα του. Η ροπή

αδράνειας του ως προς τον άξονα περιστροφής μειώνεται. Η στροφορμή παραμένει σταθερή, διότι δεν του ασκήθηκε εξωτερική ροπή. Άρα, ο άνθρωπος αποκτά νέα γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_2$ πιο μεγάλη από την ω_1 , διότι $L_1 = L_2$ άρα $I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$ και $I_2 < I_1$.

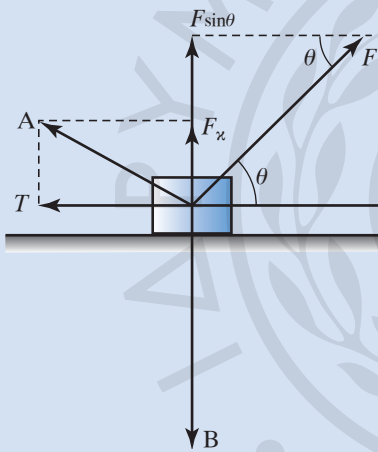


ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Τέσσερις συγγραμμικές δυνάμεις με μέτρο $F_1 = 1 \text{ N}$, $F_2 = 2 \text{ N}$, $F_3 = 3 \text{ N}$ και $F_4 = 4 \text{ N}$ ασκούνται στο ίδιο σώμα. Να βρείτε τη συνισταμένη τους στις παρακάτω περιπτώσεις:
 - Οι F_1, F_2 είναι ομόρροπες και ταυτόχρονα αντίρροπες με τις F_3, F_4 .
 - Οι F_1, F_2, F_3 είναι ομόρροπες και ταυτόχρονα αντίρροπες με την F_4 .
 - Οι F_2, F_3, F_4 είναι ομόρροπες και ταυτόχρονα αντίρροπες με την F_1 .
- Σε σώμα ασκούνται οι δυνάμεις $F_1 = 3 \text{ N}$, F_2 που όταν είναι ομόρροπες, η συνισταμένη τους έχει μέτρο 5 N . Ποιο το μέτρο της συνισταμένης τους, όταν είναι κάθετες μεταξύ τους;
- Σε ακίνητο σώμα μάζας 2 kg ασκούνται δύο δυνάμεις, η μία προς τα δεξιά και η άλλη προς τα αριστερά, μέτρων 4 N και 10 N αντίστοιχα. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και την απόσταση που θα διανύσει σε χρόνο 5 s .
- Σε σώμα μάζας $m = 4 \text{ kg}$ που κινείται με ταχύτητα $u_0 = 10 \text{ m/s}$, ασκείται σταθερή δύναμη F κατά τη διεύθυνση της ταχύτητας που μετά από χρόνο $t = 3 \text{ s}$ αυξάνεται σε $u = 25 \text{ m/s}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F .
- Σε σώμα που κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $u = 5 \text{ m/s}$ ασκούνται τέσσερις συγγραμμικές δυνάμεις με μέτρα $F_1 = F_2 = 8 \text{ N}$, $F_3 = 4 \text{ N}$, $F_4 = 5 \text{ N}$. Οι δυνάμεις F_1, F_2 είναι ομόρροπες και ταυτόχρονα αντίρροπες των F_3, F_4 .
 - Να εξετάσετε αν ασκείται στο σώμα άλλη δύναμη. Αν ναι, να προσδιορίσετε τα χαρακτηριστικά της.
 - Πόσο μετατοπίζεται το σώμα σε χρόνο 1 min ;
 - Πόσο χρόνο χρειάζεται το σώμα για να μετατοπιστεί κατά 1 km ;
- Σε σώμα μάζας $m = 8 \text{ kg}$ ασκείται κατακόρυφη δύναμη $F = 85 \text{ N}$ με κατεύθυνση προς τα πάνω. Να υπολογίσετε το διάστημα που διήνυσε και την ταχύτητα που απέκτησε μετά από χρόνο $t = 4 \text{ s}$. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- Σε σώμα μάζας $m = 8 \text{ kg}$ που κινείται (ολισθαίνει) προς τα δεξιά πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (χωρίς τριβή) με σταθερή ταχύτητα u_0 ασκείται δύναμη $F = 5 \text{ N}$ με οριζόντια διεύθυνση και φορά προς τα αριστερά. Το σώμα σταματά μετά από χρόνο $t = 8 \text{ s}$. Να υπολογίσετε:
 - Την αρχική ταχύτητα u_0 του σώματος.
 - Το διάστημα που διήνυσε μέχρι να σταματήσει.
 - Μετά από πόσο χρόνο το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τα αριστερά.
- Σε σώμα μάζας $m = 100 \text{ kg}$ που ακινητεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη $F = 50 \text{ N}$ κι αυτό συνεχίζει να ακινητεί. Ποιο το μέτρο της στατικής τριβής; Αν $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ σώματος-δαπέδου είναι $\mu_{\text{ορ}} = 0,5$, να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της F , ώστε να μην αρχίσει η κίνηση του σώματος.
- Σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ κινείται πάνω σε μη

λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα $u = 8 \text{ m/s}$ υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης $F = 10 \text{ N}$. Αν $g = 10 \text{ m/s}^2$ να υπολογίσετε:

- α) Το μέτρο και τον συντελεστή της τριβής ολίσθησης.
β) Την απόσταση που διανύει το σώμα σε χρόνο $t = 6 \text{ s}$.
10. Με πόση αρχική ταχύτητα u_0 πρέπει να εκτοξευθεί σώμα, ώστε να διανύσει απόσταση $s = 250 \text{ m}$ πάνω σε οριζόντιο επίπεδο μέχρι να σταματήσει; Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = 0,08$.
11. Σε σώμα μάζας $m = 200 \text{ kg}$ που ακινητεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη $F = 200 \text{ N}$ που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο (σχ. 1). Αν $g = 10 \text{ m/s}^2$ και το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, να υπολογισθεί ο συντελεστής μ της τριβής ολίσθησης.

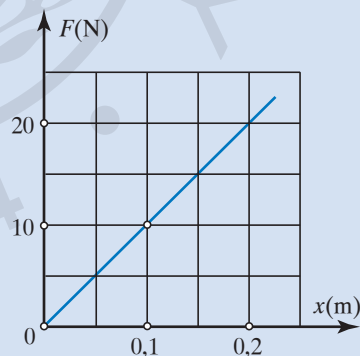


Σχ. 1

12. Σώμα μάζας $m = 5 \text{ kg}$ κατεβαίνει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$ με σταθερή ταχύτητα. Αν $g = 10 \text{ m/s}^2$, να υπολογίσετε:
α) Τη συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν στο σώμα.
β) Το μέτρο της τριβής ολίσθησης.
γ) Τον συντελεστή της τριβής ολίσθησης.
13. Ποια η κεντρομόλος δύναμη που επενεργεί σε αυτοκίνητο που μπαίνει με ταχύτητα $u = 108 \text{ km/h}$ σε κυκλική τροχιά ακτίνας $R = 250 \text{ m}$ και η ορμή του είναι $p = 450\,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$;
14. Σε τεθωρακισμένο όχημα μάζας $M = 30\,000 \text{ kg}$ υπάρχει πυροβόλο που εκτοξεύει οριζόντια βλήμα μάζας $m_B = 100 \text{ kg}$ με ταχύτητα

$u_B = 300 \text{ m/s}$ προς τα δεξιά. Ποια η ταχύτητα του οχήματος μετά την εκτόξευση;

- α) Αν το όχημα ήταν ακίνητο.
β) Αν το όχημα είχε ταχύτητα $u = 10 \text{ m/s}$ αντίθετης κατεύθυνσης απ' αυτήν του βλήματος.
15. Αυτοκίνητο μάζας $M = 1,5 \text{ t}$ κινείται με ταχύτητα $u = 180 \text{ m/h}$ σε οριζόντιο δρόμο, συγκρούεται με τοίχο και ακινητοποιείται σε $\Delta t = 0,5 \text{ s}$. Να βρείτε τη μέση δύναμη που ασκήθηκε απ' τον τοίχο στο αυτοκίνητο.
16. Πόση μάζα αερίων πρέπει να φεύγει ανά δευτερόλεπτο με ταχύτητα $u = 250 \text{ m/s}$, από πυραύλο μάζας 10 t , προκειμένου να αρχίσει αυτός να ανυψώνεται; Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.
17. Να βρείτε τη μέση δύναμη, με την οποία χτυπά τενίστας το μπαλάκι του τένις μάζας 50 g , ώστε αυτό ενώ κινούταν προς το μέρος του με ταχύτητα της οποίας το μέτρο ήταν 20 m/s , να κινείται με νέα ταχύτητα, της οποίας το μέτρο είναι 25 m/s , αντίρροπη της προηγούμενης σε χρόνο $t = 1 \text{ s}$.
18. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου χρησιμοποιώντας το διάγραμμα δύναμης-επιμήκυνσης (σχ. 2). Πόση θα είναι η επιμήκυνση του ελατηρίου όταν του κρεμάσουμε σώμα βάρους 15 N ; Πόσο βάρος του κρεμάσαμε όταν η επιμήκυνσή του ήταν $0,05 \text{ cm}$;

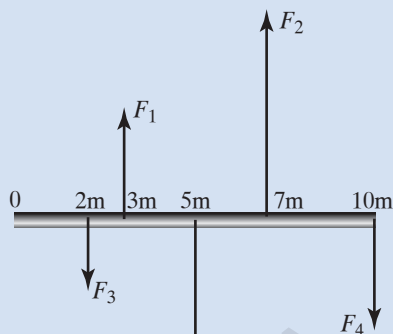


Σχ. 2

19. Μία ράβδος είναι ακλόνητα στερεωμένη απ' το ένα άκρο της. Στο ελεύθερο άκρο της ασκείται δύναμη με διεύθυνση αυτήν του άξονα της ράβδου και μέτρο ίσο με $F = 10\,000 \text{ N}$, με αποτέλεσμα να την επιμηκύνει. Το εμβαδόν διατομής της ράβδου $1/1000 \text{ m}^2$ και το μέτρο Young για το υλικό αυτό είναι $Y = 5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$. Να υπολογίσετε την ανηγμένη μήκυνση

(παραμόρφωση εφελκυσμού), που θα υποστεί η ράβδος.

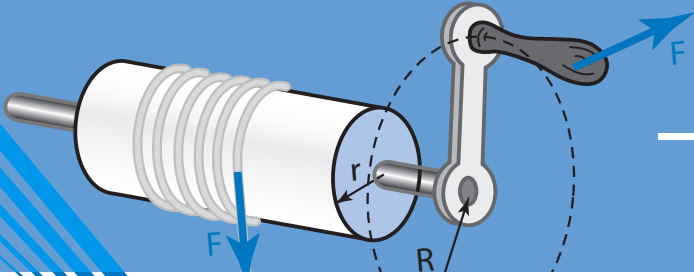
20. Να εξετάσετε αν η ισοπαχής και ισοβαρής βάρους $B = 5\text{ N}$ και μήκους 10 m , ράβδος (σχ. 3) ισορροπεί σε οριζόντια θέση υπό την



Σχ. 3

επίδραση των δυνάμεων $F_1 = 1\text{ N}$, $F_2 = 6\text{ N}$, $F_3 = 3\text{ N}$, $F_4 = 4\text{ N}$, σε σημεία που απέχουν από το αριστερό άκρο της, 3 m, 7 m, 2 m, 10 m αντίστοιχα. Αν δεν ισορροπεί, τι θα κάνετε προκειμένου να ισορροπήσει σε οριζόντια θέση;

21. Δίσκος γραμμοφώνου περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από κατακόρυφο άξονα και εκτελεί 90 στροφές το λεπτό. Κομμάτι σοκολάτας μάζας 20 g πέφτει κατακόρυφα στο δίσκο και κολλά πάνω του σε απόσταση 5 cm απ' τον άξονα περιστροφής, με αποτέλεσμα ο αριθμός των στροφών του να μειωθεί σε 80 ανά λεπτό. Πόση είναι η ροπή αδράνειας I , του δίσκου;
24. Να αναλύσετε δύναμη $F = 40\text{ N}$ σε δύο κάθετες συνιστώσες, έτσι ώστε τη κατεύθυνσή της να σχηματίζει με την κατεύθυνση της μίας εξ αυτών γωνία 30° .



4.1 Έργο δύναμης

Στη Μηχανική είναι χρήσιμη η έννοια του έργου δύναμης, την οποία θα ορίσουμε και θα αναφεροθούμε στη χρήση της.

Έργο W μίας σταθερής δύναμης που μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της, ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το γινόμενο της δύναμης F επί τη μετατόπιση s του σημείου εφαρμογής της. Δηλαδή $W = Fs$. Η δύναμη ασκείται σε σημείο κάποιου υλικού σώματος και λέμε ότι η δύναμη παράγει έργο επί του σώματος (σχ. 4.1).



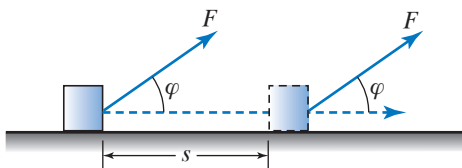
Σχ. 4.1

Σταθερή δύναμη που μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της

Όταν η διεύθυνση της δύναμης σχηματίζει γωνία φ με τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της, το έργο της δίνεται απ' τον τύπο $W = Fs \cos\varphi$ (σχ. 4.2).

Όταν $\varphi = 90^\circ$, η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση και άρα το έργο της είναι μηδέν, διότι $W = Fs \cos 90^\circ = Fs \cdot 0 = 0$.

Το στοιχειώδες έργο δύναμης \vec{F} , η οποία ασκείται σε σώμα και μετατοπίζει το σημείο εφαρ-



Σχ. 4.2

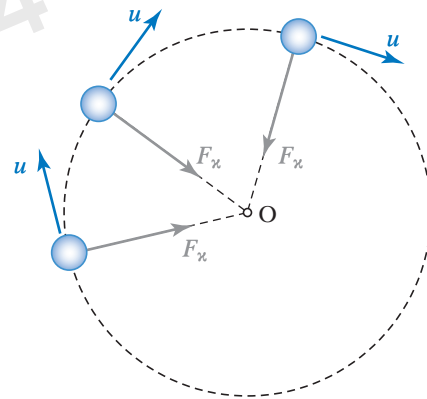
Δύναμη που σχηματίζει γωνία φ με τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της

μογής της κατά τη στοιχειώδη μετατόπιση $d\vec{s}$, ισούται με $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = Fds \cos\varphi$, όπου φ είναι η γωνία μεταξύ δύναμης και στοιχειώδους μετατοπίσεως.

Αν η μετατόπιση γίνεται σε ευθεία γραμμή και η δύναμη είναι σταθερή και σχηματίζει σταθερή γωνία φ με τη μετατόπιση, ισχύει $W = Fs \cos\varphi$.

Αν η δύναμη είναι συνεχώς κάθετη στη μετατόπιση, τότε το στοιχειώδες έργο είναι μηδέν. Πράγματι, $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = Fds \cos\varphi = Fds \cos 90^\circ = Fds \cdot 0 = 0$. Για παράδειγμα, όταν ένα σώμα μετακινείται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, το έργο του βάρους του είναι μηδέν. Ακόμη και αν κατά τη μετατόπιση μεταβάλλεται η δύναμη ως διάνυσμα, εφόσον σε κάθε σημείο της διαγραφόμενης τροχιάς του σημείου αυτού έχουμε $\varphi = 90^\circ$, έπεται ότι και το συνολικό έργο είναι μηδέν, $W = 0$.

Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, η κεντρομόλος δύναμη $\vec{F}_κ$, η οποία έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας \vec{u} είναι συνεχώς κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση του σώματος, άρα το έργο της είναι μηδέν (σχ. 4.3).



Σχ. 4.3

Το έργο της κεντρομόλου δύναμης είναι ίσο με μηδέν

4.1.1 Μονάδες μέτρησης του έργου

Στο SI μονάδα μέτρησης του έργου είναι το 1 joule, J (τζουλ), που ορίζεται ως το έργο που παράγεται από δύναμη 1 N, η οποία μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά 1 m προς την κατεύθυνσή της. Δηλαδή: $1 \text{ joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ newton} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Στην ατομική φυσική χρησιμοποιείται ως μονάδα έργου το 1 eV (ηλεκτρονιοβόλτ) και πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσιά του. Ισχύει ότι $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

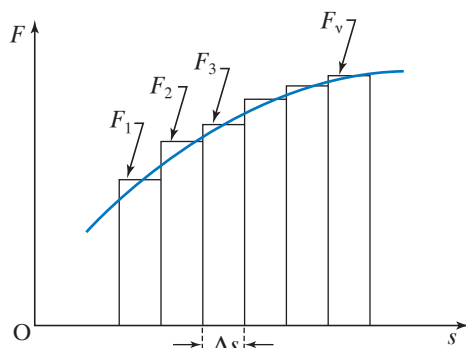
Στην καθημερινή μας ζωή (π.χ. στους λογαριασμούς της ΔΕΗ) χρησιμοποιούμε ως μονάδα έργου το 1 Wh (βατώριο) ή συνθηθέστερα την 1 kWh (κιλοβατώρα ή κιλοβατώριο), για την οποία ισχύει $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$. Στον πίνακα 4.1 παρουσιάζονται οι σχέσεις μεταξύ διάφορων μονάδων έργου.

Πίνακας 4.1
Σχέσεις μονάδων έργου

	J	kWh	eV
1 J	1	$2,78 \cdot 10^7$	$6,24 \cdot 10^{18}$
1 kWh	$3,6 \cdot 10^6$	1	$2,25 \cdot 10^{25}$
1 eV	$1,6 \cdot 10^{-19}$	$4,44 \cdot 10^{-23}$	1

4.1.2 Έργο δύναμης μεταβλητού μέτρου $F=F(s)$

Προκειμένου να υπολογίσουμε το έργο δύναμης F που μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της και μεταβάλλεται το μέτρο της, σχεδιάζουμε τη γραφική της παράσταση σε σχέση με τη μετατόπιση. Στη συνέχεια, θεωρούμε πολύ μικρές μετατοπίσεις Δs , ώστε να μπορούμε για την κάθε μία απ' αυτές να θεωρούμε σταθερό το μέτρο της δύναμης F (σχ. 4.4).



Σχ. 4.4

Υπολογισμός έργου δύναμης μεταβλητού μέτρου

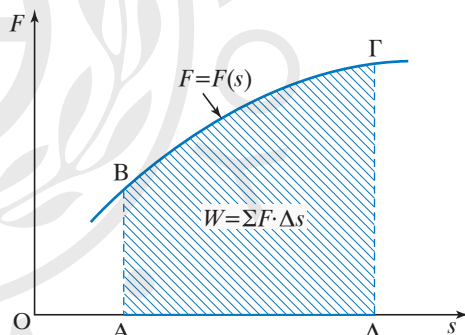
Για κάθε μία απ' αυτές τις πολύ μικρές (στοιχειώδεις) μετατοπίσεις, το στοιχειώδες έργο $\Delta W = F \Delta s$ παριστάνεται από το εμβαδό των ορθογώνιων παραλληλογράμμων του σχήματος 4.4. Το συνολικό έργο που παράγει η δύναμη F κατά τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της κατά πεπερασμένο διάστημα s προσεγγίζεται με το άθροισμα των εμβαδών όλων των ορθογώνιων παραλληλογράμμων, όταν το πλήθος τους τείνει στο άπειρο, $W = \Sigma \Delta W = \Sigma (F \Delta s)$.

Το έργο W της μεταβλητού μέτρου δύναμης F δίνεται απ' τον τύπο:

$$W = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \sum (F \Delta s) = \int_{x_1}^{x_2} F ds,$$

όπου $x_1 = OA$ και $x_2 = OD$ και ισούται με το γραμμωσκιασμένο «εμβαδό» $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος 4.5.

Με χρήση ορισμένου ολοκληρώματος μπορούμε να πούμε ότι το έργο W της δύναμης μεταβλητού μέτρου F που μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της απ' τη θέση x_1 στη θέση x_2 ισούται με το ολοκλήρωμα της συναρτήσεως $F(x)$ από x_1 ως x_2 .



Σχ. 4.5

Το έργο ισούται με το γραμμωσκιασμένο εμβαδό

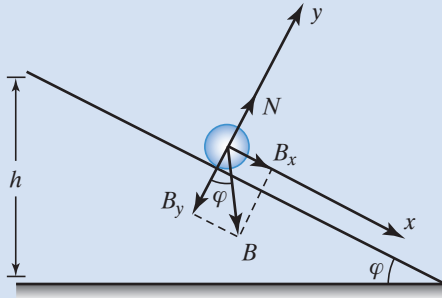


Παράδειγμα

Κίνηση σώματος κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου.

Έστω σώμα μάζας m , που κινείται κατά μήκος της επιφάνειας κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ και μετατοπίζεται κατά x κατά μήκος του επιπέδου. Θεωρούμε καρτεσιανό ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Ο άξονας x έχει τη διεύθυνση κίνησης του σώματος και

ο άξονας y είναι κάθετος στον άξονα x (σχ. 4.6). Αναλύουμε το βάρος B σε δύο συνιστώσες. Η μία συνιστώσα B_x δίνεται απ' τη σχέση $B_x = B \sin\varphi = mg \sin\varphi$ και η άλλη συνιστώσα είναι $B_y = B \cos\varphi = mg \cos\varphi$.



Σχ. 4.6

Κίνηση σώματος κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου

Αν το σώμα κινείται προς τα κάτω, η συνιστώσα B_x έχει την κατεύθυνση της μετατόπισης, άρα η μεταξύ τους γωνία είναι $\theta = 0$.

Συνεπώς, $W_x = B_x \cos\theta = B_x \cos 0 = B_x x = mgx \sin\varphi$. Η B_y δεν παράγει έργο, γιατί είναι κάθετη στη μετατόπιση. Είναι γνωστό ότι το άθροισμα των έργων των ορθογώνιων συνιστωσών ισούται με το έργο της συνισταμένης τους δύναμης.

Αν το σώμα κινείται προς τα πάνω, η συνιστώσα B_x έχει αντίθετη κατεύθυνση απ' τη μετατόπιση, άρα $\theta = 180^\circ$. Συνεπώς:

$$W_x = B_x x \cos 180^\circ = B_x x \cdot (-1) = -B_x x = -mgx \sin\varphi$$

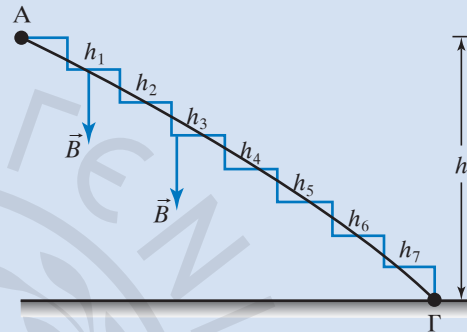
Αν το σώμα βάρους B κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο πάνω σε τυχαία (καμπύλη) διαδρομή ΑΓ, προκειμένου να προσδιορίσουμε το έργο του βάρους του, χωρίζουμε τη διαδρομή σε πάρα πολλές μικρές οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις (κάτι σαν σκαλοπατάκια) και έτσι προσεγγίζουμε την πραγματική διαδρομή (σχ. 4.7).

Κατά τις οριζόντιες μετατοπίσεις το έργο του βάρους είναι μηδέν, διότι είναι κάθετο στη μετατόπιση. Κατά τις κατακόρυφες μετατοπίσεις παράγεται έργο ανά σκαλοπατάκι $W_1 = B h_1, W_2 = B h_2, W_3 = B h_3$ κ.ο.κ.. Το συνο-

λικό παραχθέν έργο ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους έργων. Άρα:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots = B h_1 + B h_2 + B h_3 + \dots = B (h_1 + h_2 + h_3 + \dots) = B h.$$

Βλέπουμε ότι το αποτέλεσμα δεν εξαρτάται από τη διαδρομή, αλλά μόνο από την υψομετρική διαφορά των δύο ακραίων σημείων της διαδρομής.



Σχ. 4.7

Υπολογισμός του έργου του βάρους για τυχαία διαδρομή

4.1.3 Έργο τριβής

Έστω σώμα μάζας m που κινούμενο σε ευθεία γραμμή από το σημείο Α στο σημείο Β πάνω σε οριζόντιο επίπεδο διανύει απόσταση s . Το έργο της τριβής (ολίσθησης) είναι $W_T = -Ts$, διότι η μετατόπιση είναι αντίθετη προς τη δύναμη τριβής. Ομοίως και κατά την επιστροφή (διαδρομή Β→Α) το έργο της τριβής θα δίνεται απ' τον ίδιο τύπο, διότι η τριβή ολίσθησης πάντα έχει φορά αντίθετη απ' την κίνηση. Συνεπώς, κατά τη διαδρομή Α→Β→Α το έργο της τριβής είναι $W_T = -2Ts$. Επομένως, το έργο της τριβής κατά μία κλειστή διαδρομή δεν είναι ίσο με μηδέν.

4.1.4 Έργο ελατηρίου

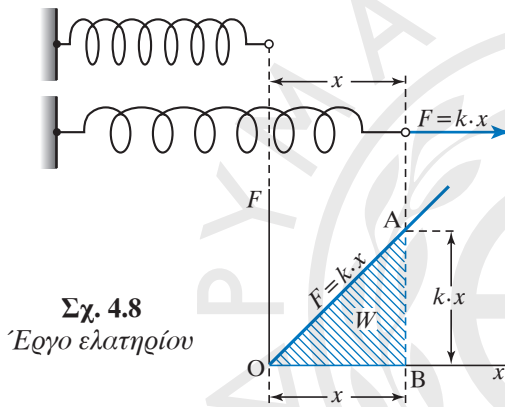
Έστω ελατήριο σταθεράς επαναφοράς k , που στο ένα άκρο ασκείται από εξωτερικό αίτιο δύναμη F , ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Για να συσπειρώνεται ή να επιμηκύνεται το ελατήριο κατά x από το φυσικό του μήκος, η εξωτερική δύναμη πρέπει να είναι ίση και αντίθετη με τη δύναμη, που ασκεί το ελατήριο και η οποία δίνεται από τον Νόμο του Hooke, $F = kx$.

Στο σχήμα 4.8 παρουσιάζεται η διάταξη του ελατηρίου με την εξωτερική δύναμη. Επίσης, στο ίδιο σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της σχέσης μεταξύ εξωτερικής δύναμης και απομάκρυνσης. Το εμβαδό του τριγώνου OAB ισούται με το έργο W της δύναμης F . Το έργο ισούται κατά μέτρο με το έργο της εξωτερικής δύναμης και με το έργο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο. Είναι:

$$W = 1/2 x kx = 1/2 kx^2.$$

Αυτό μπορεί να υπολογισθεί και με ολοκλήρωση ως εξής:

$$dW = Fdx, \quad W = \int_0^x kx \, dx = k \int_0^x x \, dx = \frac{1}{2} kx^2.$$



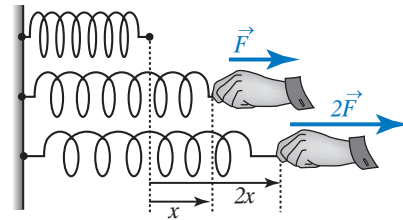
Σχ. 4.8
Έργο ελατηρίου

Ο Νόμος¹ του Robert Hooke (1635-1703) για τις ελαστικές παραμορφώσεις διατυπώνεται ως εξής:

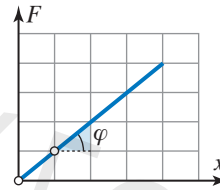
«Οι ελαστικές παραμορφώσεις των σωμάτων είναι ανάλογες με τις δυνάμεις που τις προκαλούν».

Άρα, αν μία δύναμη προκαλέσει παραμόρφωση σε ένα σώμα, τότε διπλάσια ή τριπλάσια δύναμη θα προκαλέσει, αντίστοιχα, διπλάσια ή τριπλάσια παραμόρφωση (σχ. 4.9) και όχι διπλασιασμό ή τριπλασιασμό του μήκους του σώματος. Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης που ασκείται στο ελατήριο, σε σχέση με την παραμόρφωση που του προκαλεί και περιγράφεται από τον τύπο $F = kx$, είναι ευθεία γραμμή διερχόμενη από την αρχή των αξόνων και η κλίση της ισούται αριθμητικά με τη σταθερά k ($\tan\varphi = k$) (σχ. 4.10).

Η σταθερά ελατηρίου k εξαρτάται από το υλικό κατασκευής, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά



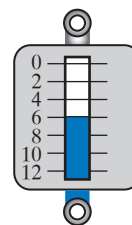
Σχ. 4.9
Διπλάσια δύναμη προκαλεί διπλάσια επιμήκυνση



Σχ. 4.10
Ισχύει ότι $\tan\varphi = k$

του ελατηρίου (μήκος, πάχος σύρματος, διάμετρο και απόσταση σπειρών), τη θερμοκρασία σύρματος του ελατηρίου και μετριέται σε N/m . Άρα, όταν η δύναμη, που κάθε φορά ασκείται σε ένα υλικό, του προκαλεί παραμόρφωση ανάλογη με το κάθε φορά μέτρο της, θεωρούμε ότι το υλικό υπακούει στο Νόμο του Hooke. Αν στα ελεύθερα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων που έχουν σταθερές k_1, k_2 με $k_1 > k_2$ αναρτώνται ίδια βάρη, θα επιμηκυνθεί περισσότερο το ελατήριο με σταθερά k_2 .

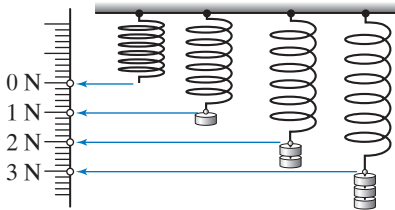
Μία απλή εφαρμογή του Νόμου του Hooke είναι τα δυναμόμετρα (ή καντάρια) (σχ. 4.11). Το κάθε ένα έχει διαφορετικό εύρος μετρήσεων που εξαρτάται από την ακρίβεια των μετρήσεων που επιθυμούμε και την αντοχή του ελατηρίου. Αν ξεπεράσουμε το όριο που το ελατήριο χάνει τις ελαστικές του ιδιότητες και υφίσταται μόνιμη παραμόρφωση, αυτό αχρηστεύεται. Η κατασκευή του είναι απλή και προκειμένου να το βαθμολογήσουμε χρειάζομαστε ένα κατακόρυφο ελατήριο και μία γνωστή δύναμη ή ένα γνωστό βάρος. Αν κρεμάσουμε το βάρος στο ελατή-



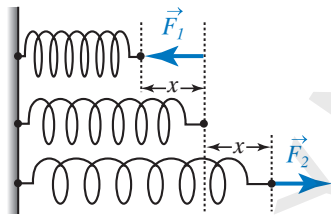
Σχ. 4.11
Δυναμόμετρο

¹ Ο Νόμος του R. Hooke ανακαλύφθηκε το 1660, δημοσιεύθηκε το 1676 και η ακριβής διατύπωση στα λατινικά ήταν Ut tensio sic vis (Η επιμήκυνση είναι ανάλογη της δύναμης).

ριο, του προκαλούμε επιμήκυνση x (σχ. 4.12). Αν κρεμάσουμε δύο ίδια βάρη, η επιμήκυνση είναι $2x$, κ.ο.κ. Τις αντίστοιχες επιμηκύνσεις σημειώνουμε σε κλίμακα που φαίνεται στο αριστερό άκρο. Έτσι, όταν κρεμάσουμε σώμα άγνωστου βάρους παρατηρούμε την επιμήκυνση που αυτό προκαλεί στο ελατήριο. Όταν ο Νόμος του Hooke αναφέρεται σε παραμόρφωση εννοεί επιμήκυνση ή συσπίρωση (σχ. 4.13).



Σχ. 4.12
Μέτρηση δυνάμεων με εφαρμογή του Νόμου του Hooke



Σχ. 4.13
Ίσες δυνάμεις ($F_1 = F_2$) προκαλούν ίσες παραμορφώσεις σε πανομοιότυπα ελατήρια



Εφαρμογή

Ποια είναι η σταθερά k ενός συστήματος n το πλήθος ελατηρίων με συντελεστές k_1, k_2, \dots, k_n αν συνδεθούν στη σειρά; Αν F η δύναμη που ασκείται στο σύστημα των ελατηρίων και x_1, x_2, \dots, x_n οι αντίστοιχες επιμέρους παραμορφώσεις που προκαλεί στα ελατήρια, ισχύουν:

$$\left. \begin{aligned} F &= k_1 \cdot x_1 \\ F &= k_2 \cdot x_2 \\ F &= k_n \cdot x_n \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{F}{k_1} \\ x_2 = \frac{F}{k_2} \\ x_n = \frac{F}{k_n} \end{cases}$$

Η ολική παραμόρφωση του συστήματος των ελατηρίων είναι:

$$x = x_1 + x_2 + \dots + x_n \Leftrightarrow \frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \dots + \frac{F}{k_n} \Leftrightarrow \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

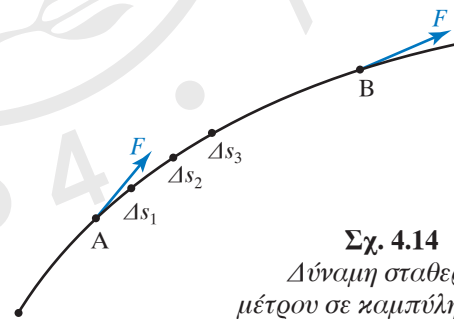
4.1.5 Έργο δύναμης σταθερού μέτρου που εφαρμόζεται συνεχώς σε καμπύλη τροχιά

Έστω δύναμη F με σταθερό μέτρο που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά μήκος καμπύλης γραμμής έχοντας συνεχώς τη διεύθυνση της εφαπτομένης. Για να βρούμε το έργο της F , χωρίζουμε την καμπύλη AB σε μεγάλο αριθμό τμημάτων μήκους Δs και αφού υπολογίσουμε το έργο ΔW για κάθε στοιχειώδες τμήμα, αθροίζουμε όλα τα στοιχειώδη έργα.

Κάθε μία απ' τις στοιχειώδεις μετατοπίσεις είναι μικρή και μπορεί να θεωρηθεί ευθύγραμμη με διεύθυνση ίδια με της δύναμης. Συνεπώς, η δύναμη θα έχει συνεχώς την ίδια διεύθυνση με την αντίστοιχη μετατόπιση. Το στοιχειώδες έργο ΔW που παράγεται (σχ. 4.14), δίνεται από τον τύπο $\Delta W = F \Delta s$ και το ολικό έργο W δίνεται απ' το άθροισμα:

$$W = F \Delta s_1 + F \Delta s_2 + F \Delta s_3 + \dots + F \Delta s_n = F (\Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 + \dots + \Delta s_n) = F s.$$

Συνεπώς, το έργο μίας δύναμης σταθερού μέτρου F που μετακινεί το σημείο εφαρμογής της πάνω σε καμπύλη γραμμή, ενώ η διεύθυνσή της παραμένει πάντοτε εφαπτόμενη στην καμπύλη τροχιά, ισούται με το γινόμενο της δύναμης επί το μήκος του τόξου της καμπύλης τροχιάς. Μπορεί το έργο να είναι θετικό ή αρνητικό, ανάλογα με τις σχετικές κατευθύνσεις δύναμης και μετατόπισης.



Σχ. 4.14
Δύναμη σταθερού μέτρου σε καμπύλη τροχιά

4.2 Μηχανική, κινητική και δυναμική ενέργεια. Διατηρητικές και μη διατηρητικές δυνάμεις

Σε διάφορες μεταβολές στη φύση εισέρχεται η έννοια της ενέργειας. Κατά τη διάρκεια της καύσης, εκλύεται προς το περιβάλλον θερμότητα.

Τα διάφορα υλικά σώματα λέμε ότι έχουν ενέργεια, διότι υπό κατάλληλες συνθήκες μπορούν να δώσουν έργο. Για παράδειγμα, έργο παράγεται κατά την έκρηξη του μπαρουτιού, κατά την εκτίναξη

ενός συσπειρωμένου ελατηρίου ή κατά τη διάσπαση του πυρήνα του ατόμου· όλα αυτά γίνονται διότι το μπαρούτι έχει χημική ενέργεια, το ελατήριο μηχανική και ο πυρήνας του ατόμου πυρηνική ενέργεια. Το ποσό της ενέργειας που ανταλλάσσεται σ' ένα φαινόμενο ισούται με το παραγόμενο ή καταναλισκόμενο έργο. Μπορούμε να πούμε ότι ενέργεια είναι η ικανότητα παραγωγής έργου ενός συστήματος.

Όταν ο εργάτης σπρώχνει ένα κιβώτιο, δηλαδή του ασκεί δύναμη F με κατάλληλο τρόπο (π.χ. οριζόντια), του προσφέρει ενέργεια κι αυτή η μεταφορά ενέργειας πραγματοποιείται μέσω του έργου της δύναμης F στο κιβώτιο. Ο εργάτης καταναλώνει χημική ενέργεια και το κιβώτιο μπορεί να αποκτήσει κινητική ενέργεια. Άρα, έχουμε μετατροπή της ενέργειας από μία μορφή (χημική) σε μία άλλη (κινητική, δυναμική).

4.2.1 Κινητική ενέργεια

Υλικό σημείο μάζας m ακινητεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s του ασκείται δύναμη F , οπότε αποκτά επιτάχυνση a και ισχύει ότι $F = m \cdot a$. Το υλικό σημείο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, άρα:

$$s = a t^2 / 2 \quad \text{και} \quad u = a t$$

Το έργο της δύναμης F για οριζόντια μετατόπιση s είναι:

$$W = F s = m a a t^2 / 2 = m (a t)^2 / 2 = m u^2 / 2$$

Το έργο ισούται με την ποσότητα της ενέργειας που μεταβιβάστηκε στο σώμα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα. Η ενέργεια που απέκτησε ονομάζεται **κινητική ενέργεια** και συνήθως συμβολίζεται με το γράμμα K .

Κινητική ενέργεια ονομάζεται η ενέργεια που έχει ένα σώμα λόγω της κινητικής του κατάστασης. Για υλικό σημείο μάζας m , που κινείται με ταχύτητα u , η κινητική ενέργειά του δίνεται απ' τον τύπο:

$$K = 1/2 \cdot m \cdot u^2$$

Η κινητική ενέργεια είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος. Στο SI μονάδα μέτρησης της ενέργειας είναι το joule (J), δηλαδή η μονάδα μέτρησης του έργου.

Όταν ένα σώμα έχει κινητική ενέργεια, είναι σε θέση να παράγει έργο. Κάθε σώμα αποτελείται από πολλά υλικά σημεία. Η κινητική του ενέργεια είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών του

κάθε υλικού του σημείου. Άρα, αν τα υλικά σημεία που αποτελούν το σώμα μάζας m έχουν μάζες m_1, m_2, m_3, \dots και σε μία χρονική στιγμή έχουν την ίδια ταχύτητα u (ίδιο μέτρο ταχύτητας), ισχύει ότι:

$$K = K_1 + K_2 + \dots = 1/2 \cdot m_1 \cdot u^2 + 1/2 \cdot m_2 \cdot u^2 + \dots$$

... δηλαδή $K = 1/2 \cdot (m_1 + m_2 + \dots) \cdot u^2 = 1/2 \cdot m \cdot u^2$.

Αν δεν έχουν ταχύτητα ίδιου μέτρου, τότε η ολική κινητική ενέργεια είναι το άθροισμα των επιμέρους ενεργειών όλων των υλικών σημείων που αποτελούν το σώμα.

$$K = K_1 + K_2 + \dots = 1/2 \cdot m_1 \cdot u_1^2 + 1/2 \cdot m_2 \cdot u_2^2 + \dots$$



Παρατήρηση

Η κινητική ενέργεια σώματος που εκτελεί μεταφορική κίνηση είναι ανεξάρτητη απ' τον τρόπο κατανομής της ύλης στο σώμα, διότι όλα τα υλικά σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα. Έστω τρία σώματα, μάζας m το καθένα, σχήματος κύβου, σφαίρας και ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου. Όταν και τα τρία εκτελούν μεταφορική κίνηση με την ίδια ταχύτητα u , θα έχουν την ίδια κινητική ενέργεια $K = 1/2 m \cdot u^2$, παρόλο που η κατανομή της μάζας στον κύβο είναι διαφορετική απ' την κατανομή της μάζας στη σφαίρα και στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

4.2.2 Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας

Υλικό σημείο (σώμα) μάζας m κινείται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα u_0 . Η κινητική του ενέργεια είναι:

$$K = 1/2 \cdot m \cdot u_0^2$$

Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F και όταν έχει διανύσει απόσταση s , η ταχύτητά του είναι u' , άρα η κινητική του ενέργεια είναι:

$$K' = 1/2 \cdot m \cdot u'^2$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του υλικού σημείου είναι:

$$\Delta K = K' - K = 1/2 m u'^2 - 1/2 m u_0^2 = 1/2 m (u'^2 - u_0^2)$$

Αποδεικνύεται γενικώς για κάθε στερεό σώμα ότι: «**Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός στερεού σώματος ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων όλων των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται**

νται πάνω του κατά τη διάρκεια της κινήσεώς του».

Με τη χρήση του ανωτέρω θεωρήματος διευκολυνόμαστε στη λύση προβλημάτων, καθόσον απλοστεύονται οι υπολογισμοί.

4.2.3 Απόδειξη του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας για υλικό σημείο

Έστω υλικό σημείο μάζας m που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα u_0 . Η κινητική του ενέργεια είναι:

$$K = 1/2 m u_0^2$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F σταθερού μέτρου, ομόρροπη της ταχύτητας.

Το σώμα επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση a και ισχύει ότι $F = m a$. Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα u_0 . Αν τη χρονική στιγμή t το σώμα έχει διανύσει απόσταση s και η ταχύτητά του είναι u' , η κινητική του ενέργεια δίνεται από τον τύπο:

$$K' = 1/2 m u'^2$$

Ισχύουν για την κίνησή του οι τύποι:

$$\begin{cases} s = u_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ u' = u_0 + a t \quad \text{ή} \quad u' - u_0 = a t \end{cases}$$

Το έργο της οριζόντιας δύναμης F δίνεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned} W &= F s = m a s = m a (u_0 t + 1/2 a t^2) = \\ &= m u_0 (a t) + 1/2 m (a t)^2 = \\ &= m u_0 (u' - u_0) + 1/2 m (u' - u_0)^2 = \\ &= 1/2 m u'^2 - 1/2 m u_0^2 = K' - K \end{aligned}$$

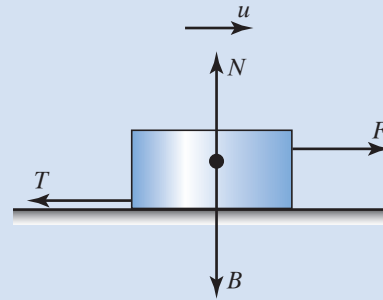
Εδώ $K' > K$.

Αν η δύναμη είναι αντίρροπη της ταχύτητας, τότε έχουμε μείωση της κινητικής ενέργειας $K' < K$.



Παράδειγμα

Σε σώμα μάζας $m = 1$ kg που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, μέσα στο πεδίο βαρύτητας, ασκείται τη χρονική στιγμή $t = 0$ s οριζόντια δύναμη $F = 20$ N (σχ. 4.15). Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος, όταν έχει διανύσει απόσταση $s = 25$ m. Δίνεται $g = 10,0$ m/s² και συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = 0,1$.



Σχ. 4.15
Κίνηση με τριβή

Λύση

Αφού αρχικά το σώμα ηρεμεί, το μέτρο της ταχύτητάς του, άρα και η κινητική του ενέργεια, είναι μηδέν. Έστω u η ταχύτητά του, όταν έχει διανύσει τα 25 m. Η κινητική του ενέργεια είναι $m u^2/2$. Τόση είναι και η μεταβολή της κινητικής ενέργειας. Το βάρος B του σώματος είναι $B = m g = 10$ N.

Η αντίδραση του εδάφους N έχει μέτρο $N = B = 10$ N. Το έργο των δύο αυτών δυνάμεων είναι μηδέν, διότι είναι κάθετες στη μετατόπιση του σώματος (αλλά και επειδή είναι ίσες και αντίθετες). Η δύναμη T της τριβής έχει μέτρο $T = \mu N = 0,1 \cdot 10 = 1$ N. Η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία 180° . Η μετατόπιση και το έργο της δίνονται από τον τύπο:

$$W = T s \cos 180^\circ = 1 \cdot 25 \cdot (-1) = -25 \text{ J}$$

Το έργο της δύναμης F που η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία 0° με τη μετατόπιση δίνεται από τον τύπο:

$$W = F s \cos 0^\circ = 20 \cdot 25 \cdot 1 = 500 \text{ J}$$

Το αλγεβρικό άθροισμα των έργων όλων των δυνάμεων που ασκούνται πάνω στο σώμα είναι:

$$\begin{aligned} W &= W_B + W_N + W_T + W_F = \\ &= [0 + 0 + (-25) + 500] = 4,75 \text{ J} \end{aligned}$$

Σύμφωνα με το προηγούμενο θεώρημα, τόση είναι και η μεταβολή της κινητικής ενέργειας, άρα (μονάδες στο S.I.):

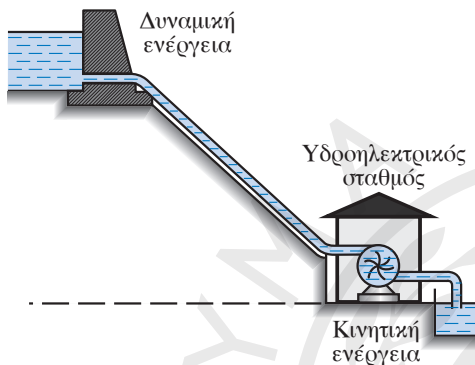
$$m u^2/2 = 4,75 \times 10^2 \text{ J} \quad \text{άρα} \quad 1/2 \cdot 1,00 \times u^2 = 4,75 \times 10^2 \quad \text{ή} \quad u^2 = 9,50 \cdot 10^2$$

$$u = \sqrt{9,50} \text{ m/s} = 30,8 \text{ m/s}$$

4.2.4 Δυναμική ενέργεια

Με τη βοήθεια φράγματος συγκρατείται νερό, σε υψηλότερο σημείο από τον υδροηλεκτρικό σταθμό. Στη συνέχεια ρέει μέσα από σωλήνες και περιστρέφει τους υδροστροβίλους (τουρμπίνες) του σταθμού. Το νερό συνεπώς έχει τη δυνατότητα παραγωγής έργου, οπότε κατέχει κάποια μορφή ενέργεια (σχ. 4.16).

Η τεντωμένη χορδή τόξου, παρόλο που είναι ακίνητη, έχει αποθηκευμένη ενέργεια, διότι μόλις την αφήσει ο τοξότης ελεύθερη, μετακινεί το βέλος άρα εκτελεί έργο, μεταβιβάζει ενέργεια.



Σχ. 4.16

Μετατροπές ενέργειας σε υδατόπτωση

Δυναμική ενέργεια U σώματος, είναι η ενέργεια που έχει το σώμα λόγω της θέσης του ή της κατάστασής του. Το σώμα εξαιτίας της δυναμικής του ενέργειας, έχει τη δυνατότητα να παράγει έργο. Η δυναμική ενέργεια διακρίνεται σε ενέργεια θέσης και ενέργεια μορφής.

Στην περίπτωση της δυναμικής ενέργειας ορίζουμε μια συγκεκριμένη θέση ή μορφή του σώματος ή των σωμάτων που σχετίζονται με το πρόβλημα που εξετάζουμε, ως θέση ή μορφή μηδενικής δυναμικής ενέργειας ή θέση ή μορφή αναφοράς. Συνήθως λέμε θέση και εννοούμε και θέση και μορφή.

Ορίζεται ότι η δυναμική ενέργεια σώματος ισούται με το έργο που παράγει επί του σώματος εξωτερική δύναμη που ασκείται στο σώμα, ώστε να το φέρει από τη θέση αναφοράς στην τελική του θέση.

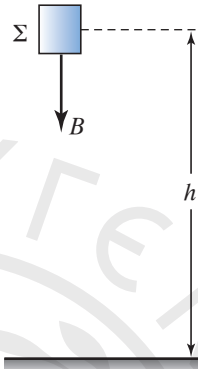
Σε διάφορα προβλήματα που εξετάζουμε παίζουν ρόλο οι διαφορές δυναμικής ενέργειας μεταξύ δύο σημείων και όχι η τιμή αυτή καθαυτή της δυναμικής ενέργειας σε κάθε σημείο.

4.2.5 Δυναμική ενέργεια σώματος μέσα σε πεδίο βαρύτητας

Για τη δυναμική ενέργεια μέσα σε ομογενές

πεδίο βαρύτητας (βαρυτική δυναμική ενέργεια), όπως κοντά στην επιφάνεια της Γης, παίρνουμε ως στάθμη μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας κάποιο χαρακτηριστικό οριζόντιο επίπεδο.

Αν το σώμα (υλικό σημείο) μάζας m βρίσκεται σε ύψος h πάνω απ' τη στάθμη μηδενικής δυναμικής ενέργειας, δηλαδή από το επίπεδο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας, τότε η δυναμική του ενέργεια δίνεται από τον τύπο $U = mgh$ (σχ. 4.17).



Σχ. 4.17

Σώμα πάνω από τη στάθμη αναφοράς της δυναμικής ενέργειας

Απόδειξη

Η δυναμική ενέργεια ισούται με το έργο που δαπανήθηκε, προκειμένου να ανέλθει το σώμα στο ύψος h ή με το αντίθετο του έργου που παράγει το βάρος επί του σώματος, όταν το αφήσουμε να εκτελέσει ελεύθερη πτώση μέχρι το οριζόντιο επίπεδο της στάθμης αναφοράς.

Άρα, η δυναμική ενέργεια ισούται με:

$$U = -W_B = -Bh \cos 180^\circ = Bh = mgh$$

Η δυναμική ενέργεια ισούται με το ελάχιστο έργο που χρειάζεται μία εξωτερική δύναμη για να φέρει το σώμα από το δάπεδο στη θέση του σε ύψος h . Αν η δύναμη παράγει έργο μεγαλύτερο από το απολύτως αναγκαίο, τότε το παραπάνω έργο θα παρουσιαστεί ως κινητική ενέργεια στο ύψος h .

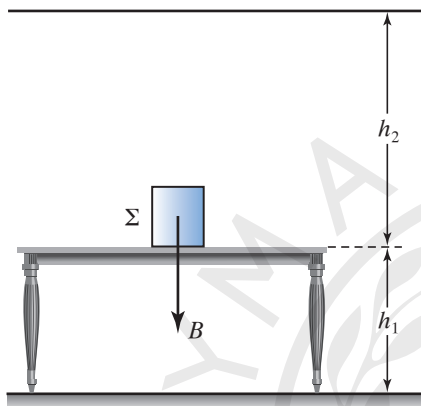
Όταν δεν θεωρούμε ένα στερεό σώμα ως υλικό σημείο, τότε h είναι η απόσταση του κέντρου μάζας του απ' το επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας.

Όταν το σώμα βρίσκεται πάνω απ' το επίπεδο που εμείς αυθαίρετα επιλέγουμε ως επίπεδο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας, τότε η δυναμική του ενέργεια είναι θετική και όταν το σώμα βρίσκεται κάτω από το επίπεδο που θεωρήσαμε ότι $U=0$, η δυναμική του ενέργεια είναι αρνητική. Συνήθως, όταν ένα σώμα κινείται κοντά στην επιφάνεια της Γης, θεωρούμε ως επίπεδο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας το κατώτερο επίπεδο της κί-

νησίς του, όπως την επιφάνεια της Γης, οπότε δεν εμφανίζεται αρνητική δυναμική ενέργεια.

Η δυναμική ενέργεια ενός σώματος Σ , που βρίσκεται τοποθετημένο σε οριζόντιο τραπέζι, το οποίο απέχει απόσταση h_1 από το δάπεδο και απόσταση h_2 απ' την οροφή, δίνεται από τις παρακάτω σχέσεις:

- 1) Με στάθμη αναφοράς την επιφάνεια του τραπεζιού, $U = 0$.
- 2) Με στάθμη αναφοράς το πάτωμα, $U = B h_1$.
- 3) Με στάθμη αναφοράς την οροφή του δωματίου, $U = -B h_2$ (σχ. 4.18).



Σχ. 4.18

Διάφορες στάθμες βαρυτικής δυναμικής ενέργειας

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η εξωτερική δύναμη και η μετατόπιση από τη στάθμη αναφοράς μέχρι τη στάθμη του τραπεζιού είναι αντίθετες.

Ενέργεια δυναμική αποθηκεύεται σ' ένα υλικό όταν το συστρέφουμε, το συμπιέζουμε, το τεντώνουμε ή το λυγίζουμε, αλλάζοντας τη φυσική του μορφή (π.χ. το παραμορφωμένο ελατήριο ή λάστιχο). Στην περίπτωση αυτή το σώμα μπορεί να παράγει έργο επανερχόμενο στη «φυσική» του μορφή.



Παράδειγμα

Έστω ελατήριο που επιμηκύνεται (ή συσπειρώνεται) κατά x , υπό την επίδραση δύναμης F . Από τον Νόμο του Hooke γνωρίζουμε ότι ισχύει η σχέση $F = kx$. Για να παραμορφωθεί το ελατήριο, η εξωτερική δύναμη εκτέλεσε έργο, που δίνεται από τη σχέση:

$$W = kx^2/2.$$

Άρα, το παραμορφωμένο ελατήριο περι-κλείει δυναμική ενέργεια:

$$U = W = kx^2/2$$

Δηλαδή το έργο της εξωτερικής δύναμης αποθηκεύτηκε στο ελατήριο υπό μορφή δυναμικής ελαστικής ενέργειας.

Το ότι ένα συσπειρωμένο ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια, το αντιλαμβανόμαστε διότι μπορεί να σπρώξει ένα σώμα Σ · έχει δηλαδή την ικανότητα παραγωγής έργου.

Για να έχει νόημα η δυναμική ενέργεια, πρέπει ο υπολογισμός του έργου της δύναμης να μην εξαρτάται απ' τη διαδρομή που ακολουθήσαμε μεταξύ των δύο σημείων, του σημείου αναφοράς και του τελικού σημείου. Ένας χώρος, μέσα στον οποίο όταν φέρουμε ένα υπόθεμα (όπως μάζα, φορτίο), ασκείται δύναμη πάνω του, ονομάζεται **πεδίο δυνάμεων** ή **δυναμικό πεδίο**. Ένα δυναμικό πεδίο μέσα στο οποίο, κατά τη μετάβαση από ένα σημείο σε άλλο, το έργο των δυνάμεων δεν εξαρτάται από τη διαδρομή, ονομάζεται **συντηρητικό** ή **διατηρητικό δυναμικό πεδίο**.

Η δυναμική ενέργεια ορίζεται μόνο για τις συντηρητικές δυνάμεις, έτσι ώστε όταν μετακινήσουμε σώμα από σημείο A σε σημείο B του πεδίου, η αρνητική μεταβολή του ΔU_{AB} να είναι ίση με το έργο της συντηρητικής δύναμης του πεδίου για τη μετακίνηση AB ή $\Delta U_{AB} = -W_{A \rightarrow B}$. Σε μια κλειστή διαδρομή (το αρχικό και τελικό σημείο της διαδρομής είναι το ίδιο), το έργο των συντηρητικών δυνάμεων ή των δυνάμεων του συντηρητικού πεδίου ισούται με μηδέν. Η τριβή, δεν είναι συντηρητική δύναμη, διότι όταν ξεκινούμε από ένα σημείο και μετά από κάποια διαδρομή επιστρέφουμε σ' αυτό, το έργο της τριβής δεν είναι ίσο με μηδέν.

Συντηρητικές δυνάμεις είναι οι ακόλουθες:

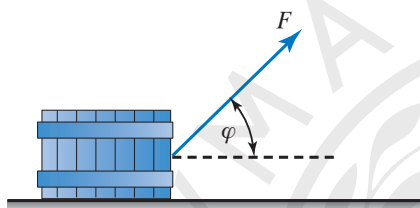
- 1) Οι βαρυτικές δυνάμεις.
- 2) Οι ηλεκτρικές δυνάμεις ανάμεσα σε ηλεκτρικά φορτία.
- 3) Η δύναμη επαναφοράς που ασκεί το ελατήριο.
- 4) Η άνωση.
- 5) Οι δυνάμεις ελαστικών παραμορφώσεων.

Ως μηχανική ενέργεια E σώματος (ή συστήματος σωμάτων) ορίζεται το άθροισμα της κινητικής K και της δυναμικής U ενέργειάς του. Δηλαδή $E = K + U$.

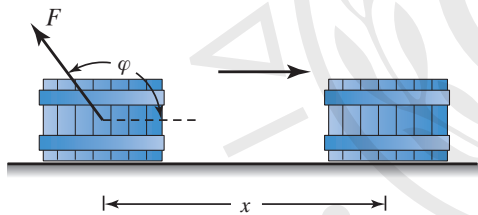
4.2.6 Κινητήριο και ανθιστάμενο έργο

Το κινητήριο και το ανθιστάμενο έργο ονομάζονται και *παραγόμενο* και *καταναλισκόμενο έργο* αντίστοιχως. Από τον ορισμό του έργου $W = Fs$, όπου s η μετατόπιση, ισχύει ότι $W = Fs \cos\varphi$. Αν $\cos\varphi > 0$ (δηλ. $0 \leq \varphi < \pi/2$), τότε $W > 0$ κινητήριο έργο ισχύει (σχ. 4.19), αν $\cos\varphi < 0$ (δηλ. $\pi/2 < \varphi \leq \pi$), τότε $W < 0$ ανθιστάμενο έργο (σχ. 4.20).

Το θετικό έργο δύναμης F που ονομάζεται και παραγόμενο, εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα από το περιβάλλον του, το οποίο του ασκεί τη δύναμη F . Ονομάζεται επίσης και κινητήριο, διότι η δύναμη δεν αντιστέκεται στη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της, αλλά συμβάλει στη μετατόπιση αυτή.



Σχ. 4.19
Κινητήριο έργο

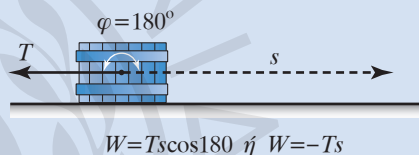


Σχ. 4.20
Ανθιστάμενο έργο

επομένως το έργο του βάρους είναι παραγόμενο έργο.

Το αρνητικό έργο μίας δύναμης F που ονομάζεται και καταναλισκόμενο, εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα και μεταφέρεται στο περιβάλλον του, το οποίο του ασκεί τη δύναμη F . Ονομάζεται και *ανθιστάμενο έργο*, διότι η δύναμη αντιστέκεται στη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της.

2. Το έργο της τριβής ολίσθησης ($W = T s \cos 180^\circ$ ή $W = -Ts$) είναι αρνητικό. Δίνουμε αρχική ταχύτητα u_0 σε ένα σώμα και το αφήνουμε να κινηθεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Παρατηρούμε ότι μετά από λίγο σταματά, αφού έχει διανύσει απόσταση s . Η ολική δύναμη που ασκούνται πάνω του κατά τη διάρκεια της κίνησής του, ήταν η τριβή ολίσθησης (σχ. 4.21).



Σχ. 4.21

Ανθιστάμενο έργο λόγω τριβής ολίσθησης

Το έργο της τριβής είναι αρνητικό (ανθιστάμενο έργο), άρα από το σώμα αφαιρείται ενέργεια, η οποία μεταβιβάζεται στο οριζόντιο επίπεδο και μετατρέπεται σε θερμοδυναμική ενέργεια ενώ μέρος της μπορεί εκλύεται στο περιβάλλον ως θερμότητα. Η ενέργεια του σώματος μειώνεται κατά ποσό ίσο με το έργο της τριβής.

3. Σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και μετατοπίζεται κατά απόσταση h . Το βάρος του B έχει την αντίθετη κατεύθυνση από τη μετατόπιση (ανθιστάμενο έργο), άρα $\varphi = 180^\circ$, συνεπώς $W_B = B h \cos 180^\circ = B h (-1) = -B h$.



Παραδείγματα

1. Εργάτης τραβά με σχοινί κιβώτιο ασκώντας του οριζόντια δύναμη F . Αν η μετατόπιση και η δύναμη του εργάτη έχουν την ίδια φορά, το έργο της F είναι θετικό και εκφράζει την ενέργεια που προσέφερε ο εργάτης στο σώμα πάνω στο οποίο ασκεί τη δύναμη F .

Σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω και μετατοπίζεται κατά απόσταση h . Το βάρος B έχει την κατεύθυνση της μετατόπισης, άρα $\varphi = 0^\circ$, συνεπώς $W_B = B h \cos 0^\circ = B h 1 = B h$,

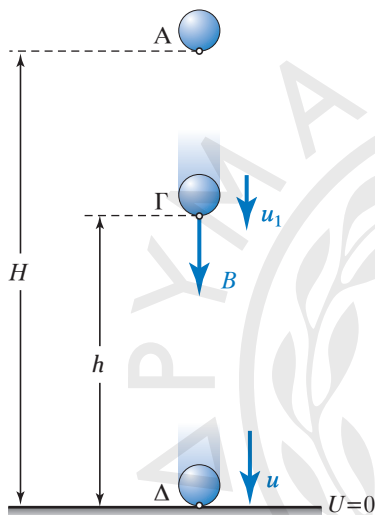
4.3 Αρχή διατήρησης της ενέργειας – Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

Σε κάθε απομονωμένο σύστημα σωμάτων η ολική ενέργεια (άθροισμα ενεργειών οποιασδήποτε μορφής) διατηρείται σταθερή. Δηλαδή, όταν ένα σύστημα σωμάτων είναι απομονωμένο, δεν ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του, οπότε κατά

τις μετατροπές της ενέργειας του συστήματος απ' τη μία μορφή στην άλλη, η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή.

Ειδική περίπτωση διατήρησης της ενέργειας είναι η Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας. Αυτή είναι η περίπτωση που έχουμε να κάνουμε μόνο με μηχανική ενέργεια, συγκεκριμένα, κινητική και δυναμική ενέργεια.

Σώμα μάζας m που βρίσκεται στη θέση Α (σχ. 4.22) αφήνεται από την ηρεμία να πραγματοποιήσει ελεύθερη πτώση. Θεωρούμε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Κατά την πτώση του σώματος ασκείται σ' αυτό μόνο το βάρος του.



Σχ. 4.22
Διατήρηση μηχανικής ενέργειας

Θεωρούμε ως επίπεδο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας το έδαφος. Στη θέση Α το σώμα έχει δυναμική ενέργεια $m \cdot g \cdot H$ και η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν, διότι ακινητεί. Συνεπώς, η μηχανική του ενέργεια είναι $E_A = U_A + K_A = mgH$.

Στην ενδιάμεση θέση Γ το σώμα έχει κινητική ενέργεια, διότι κινείται:

$$(K = mu_1^2/2),$$

καθώς και δυναμική ($U_\Gamma = mgh$), συνεπώς:

$$E_\Gamma = U_\Gamma + K_\Gamma = mgh + mu_1^2/2$$

Στη θέση Δ (ακριβώς πριν συγκρουστεί με το έδαφος) το σώμα δεν έχει δυναμική ενέργεια και η κινητική του ενέργεια είναι:

$$(K_\Delta = 1/2 mu^2/2)$$

Δηλαδή, όσο το σώμα κατεβαίνει, η δυναμική

και η κινητική ενέργεια μεταβάλλονται· η δυναμική ενέργεια που είχε στη θέση Α μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια στη θέση Δ. Συγχρόνως, η δύναμη του βάρους εκτέλεσε έργο επί του σώματος. Το έργο είναι ο ενδιάμεσος (το μέσο), με το οποίο μετατρέπεται η ενέργεια από τη μία μορφή στην άλλη. Έτσι, μπορούμε να ισχυρισθούμε ότι η μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική γίνεται μέσω του έργου του βάρους.

Η κινητική ενέργεια που έχει το σώμα όταν φτάνει στο έδαφος (σημείο Δ) ισούται με τη δυναμική ενέργεια, που είχε στη θέση Α.

Απόδειξη

Αφού η κίνηση που εκτελεί το σώμα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, ισχύει ότι:

$$u = gt \text{ και } h = 1/2 gt^2$$

Για την κινητική ενέργεια του σώματος όταν φτάνει στο σημείο Δ ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} K_\Delta &= 1/2 m v^2 = 1/2 m (gt)^2 = \\ &= 1/2 m g^2 t^2 = m g 1/2 g t^2 = m g H \end{aligned}$$

Δηλαδή, κατά την κίνηση του σώματος, η μείωση της δυναμικής ισούται με την αύξηση της κινητικής του ενέργειας. Επειδή είναι $E_A = K_A$ και $E_A = m g H$, έπεται ότι $E_A = E_\Delta$.

Αν ένα σώμα κινείται υπό την επίδραση μόνο του βάρους του, η μηχανική του ενέργεια παραμένει σταθερή.

Η δύναμη του πεδίου βαρύτητας είναι συντηρητική και αποδεικνύεται ότι, η Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας διατυπώνεται ως εξής: **Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή συστήματος σωμάτων δεν μεταβάλλεται, όταν οι δυνάμεις που ασκούνται είναι συντηρητικές.**

Απόδειξη

Σώμα που βρίσκεται μέσα σε συντηρητικό πεδίο δυνάμεων κινείται από τη θέση Α στη θέση Β.

Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε ότι $K_B - K_A = W_{AB}$. Για τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος ισχύει ότι: $\Delta U_{AB} = -W_{AB}$, άρα $(U_B - U_A) = -W_{AB}$ άρα $-U_B + U_A = W_{AB}$. Επομένως:

$$K_B - K_A = -U_B + U_A \text{ ή } K_B + U_B = K_A + U_A,$$

$$\text{άρα } E_B = E_A$$

– Μεταβολή της μηχανικής ενέργειας

Θυμίζουμε ότι όταν έχουμε συντηρητικές (ή διατηρητικές) δυνάμεις, τότε κατά μήκος μίας κλειστής διαδρομής, το έργο τους είναι ίσο με μηδέν.

Γνωρίζουμε πως αν σε ένα σώμα (ή σύστημα σωμάτων) ασκούνται μόνο συντηρητικές δυνάμεις, τότε η μηχανική ενέργεια του σώματος (ή του συστήματος σωμάτων) παραμένει σταθερή. Δηλαδή:

$$E = K + U = \text{σταθερή}$$

Αν σε ένα σύστημα εκτός από τις συντηρητικές υπάρχουν και μη συντηρητικές δυνάμεις, τότε η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος ισούται με το έργο των μη συντηρητικών δυνάμεων. Δηλαδή:

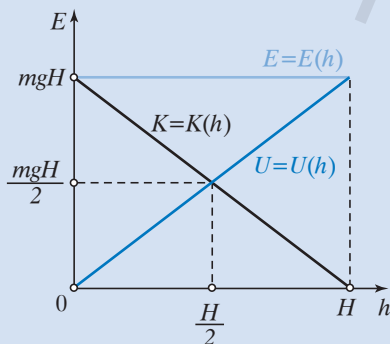
$$\Delta E_{\text{MHX}} = W_{\text{FMH ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΩΝ}}$$



Παράδειγμα

Σώμα μάζας m εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος H . Κατά τη διάρκεια της κίνησης του ασκείται πάνω του μόνο το βάρος του (συντηρητική δύναμη), άρα η μηχανική του ενέργεια E παραμένει σταθερή.

Κατά τη διάρκεια της πτώσης έχουμε μετατροπή της δυναμικής ενέργειας U σε κινητική K , αλλά το άθροισμά τους παραμένει πάντοτε σταθερό. Η γραφική παράσταση του σχήματος 4.23 παρουσιάζει τις μεταβολές της κινητικής, της δυναμικής και της μηχανικής ενέργειας σε σχέση με το ύψος.



Σχ. 4.23

Γραφική παράσταση κινητικής, δυναμικής και μηχανικής ενέργειας ως προς το ύψος

4.4 Ισχύς. Συντελεστής απόδοσης μηχανής

Κατά τον ορισμό του έργου και της ενέργειας, δεν έγινε καμία αναφορά στον χρόνο. Όμως, πολλές φορές δεν αρκεί να γνωρίζουμε μόνο την ποσότητα του έργου που παράγεται ή δαπανάται, αλλά και το χρονικό διάστημα που απαιτείται, προκειμένου να συμβεί αυτό.

Οι μηχανές που παράγουν μηχανικό έργο, όπως ατμομηχανές, υδραυλικοί στρόβιλοι (υδροτουρμπίνες), ηλεκτροκινητήρες, μηχανές εσωτερικής καύσης (ΜΕΚ) (πετρελαιομηχανές, βενζινοκινητήρες) χαρακτηρίζονται ως **κινητήριες μηχανές** ή **κινητήρες**.

Οι μηχανές μπορεί να απορροφούν και να παράγουν έργο σε διάφορες μορφές. Επίσης, μπορεί να απορροφούν μίας μορφής ενέργεια και να την αποδίδουν σε άλλη μορφή.

Μία μηχανή έχει κάποιο **ρυθμό** παραγόμενου ή απορροφούμενου έργου ή αντίστοιχα ενεργειών, ανά δευτερόλεπτο. Όσο πιο μεγάλος είναι αυτός ο ρυθμός, τόσο πιο **ισχυρή** είναι η μηχανή. Η έννοια του ρυθμού σχετίζεται και με το έργο δύναμης.



Παράδειγμα

Εργολάβος τοποθετεί στην ταράτσα οικοδομής δύο ανυψωτικές μηχανές Α και Β. Η Α, προκειμένου να ανεβάσει ένα καρότσι γεμάτο τούβλα σε κάποιον όροφο, χρειάζεται 2 min, ενώ η Β 5 min.

Το έργο που παράγει επί του καροτσιού η κάθε μηχανή δίνεται απ' τον τύπο $W = B h$. Η μόνη διαφορά τους είναι στον χρόνο. Χρειάζεται να ορίσουμε ένα νέο φυσικό μέγεθος, το οποίο να εκφράζει το πόσο γρήγορα παράγεται ή δαπανάται το έργο ή η ενέργεια.

Ισχύς ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που εκφράζει τον ρυθμό παραγωγής ή κατανάλωσης έργου ή ενέργειας και ισούται με το πηλίκο του έργου ή της ενέργειας W , που παράγεται ή δαπανάται σε χρονικό διάστημα t , προς το χρονικό διάστημα αυτό. Συμβολίζεται με το γράμμα P και ισχύει ότι:

$$P = W/t$$

Όταν ο ρυθμός δεν είναι σταθερός, με τον χρόνο ορίζεται η στιγμιαία ισχύς, με τη βοήθεια απειροστών ποσοτήτων:

$$P = dW/dt$$

Στο SI μονάδα μέτρησης της ισχύος είναι το watt, W (βατ) που ορίζεται ως η ισχύς με ρυθμό 1 J/1 s, δηλαδή:

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

Άλλες μονάδες μέτρησης της ισχύος είναι:

1) 1 kW(kilowatt) = 1000 W, 1 MW = 1 000 000 W.

2) 1 HP (Horse Power = αγγλικός ίππος) με την οποία συνήθως μετρείται η ισχύς των μηχανών των αυτοκινήτων. Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} 1 \text{ HP} &= 76,0 \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}} = \\ &= 76,0 \cdot 9,81 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} \approx 746 \text{ W}, 1 \text{ kW} \approx 1,34 \text{ HP} \end{aligned}$$

3) CV = 1 PS (Cheval vapeur, Pferdestärke, γαλλικός-γερμανικός ίππος) Ισχύει ότι:

$$1 \text{ CV} = 75,0 \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 75,0 \cdot 9,81 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} \approx 736 \text{ W}$$

Άρα 1 PS = 0,736 kW, συνεπώς 1 kW = 1,36 PS.

4.4.1 Μεγάλες μονάδες έργου

Από τη σχέση $P = W/t$ έχουμε $W = Pt$:

1) Αν $P = 1 \text{ W}$ και $t = 1 \text{ h}$, τότε $W = 1 \text{ Wh}$ (βατώρα), δηλαδή είναι το έργο που παράγει σε μία ώρα, μία μηχανή ισχύος ενός watt.

2) Αν $P = 1 \text{ kW}$ και $t = 1 \text{ h}$, τότε $W = 1 \text{ kWh}$ (κιλοβατώρα), δηλαδή είναι το έργο που παράγει σε μία ώρα μία μηχανή ισχύος ενός kW.

Ο λογαριασμός της ΔΕΗ αναφέρεται στο ρεύμα που ξοδέψαμε κατά τη διάρκεια δύο μηνών, μετρούμενο σε kWh.

Είναι:

$$1) 1 \text{ Wh} = 1 \text{ J/s} \times 3,600 \times 10^3 \text{ s} = 3,600 \times 10^3 \text{ J.}$$

$$2) 1 \text{ kWh} = 1,000 \times 10^3 \text{ W} \times 1,000 \text{ h} = 1,000 \times 10^3 \text{ Wh.}$$

$$3) 1 \text{ kWh} = 1,000 \times 10^3 \text{ W} \times 1,000 \text{ h} = 1,000 \times 10^3 \text{ J/s} \times 3,600 \times 10^3 \text{ s} = 3,600 \times 10^6 \text{ J}$$

Αν η στιγμιαία ισχύς μίας μηχανής δεν παραμένει σταθερή με τον χρόνο, τότε από τη σχέση $P = W/t$ ορίζεται η μέση ισχύς για τη χρονική διάρκεια t .



Παρατήρηση

Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα u και σε χρόνο t , διανύει απόσταση s . Η ισχύς σταθερής δύναμης F που ασκείται

πάνω του, με τη διεύθυνσή της συνεχώς επαπτόμενη στην τροχιά, είναι:

$$P = \frac{W}{t} = \pm \frac{F s}{t} = \pm F \frac{s}{t} = \pm F u$$

Θεωρούμε ότι τα F, s είναι θετικά (απόλυτες τιμές των αντιστοίχων μεγεθών), οπότε αν η ταχύτητα έχει την ίδια φορά με τη δύναμη, τότε η ισχύς είναι θετική και εκφράζει το ρυθμό, με τον οποίο η δύναμη προσφέρει ενέργεια στο σώμα, οπότε $P = +F u > 0$.

Αν η ταχύτητα έχει αντίθετη φορά απ' τη δύναμη, τότε η ισχύς είναι αρνητική και εκφράζει τον ρυθμό, με τον οποίο η δύναμη αφαιρεί ενέργεια από το σώμα, στο οποίο ενεργεί, οπότε $P = -F u < 0$.

4.4.2 Συντελεστής απόδοσης μηχανής

Κάθε μηχανή κατά τη λειτουργία της, απαιτείται να τροφοδοτείται με κάποια ποσότητα ενέργειας, την οποία μετασχηματίζει σε μία άλλη μορφή ενέργειας που μας είναι χρήσιμη. Για παράδειγμα, η λάμπα μετασχηματίζει την ηλεκτρική ενέργεια σε φωτεινή. Οι μπαταρίες υποβρυχίου μετατρέπουν τη χημική τους ενέργεια σε κινητική. Ο κινητήρας αυτοκινήτου μετατρέπει τη θερμική ενέργεια που λαμβάνει απ' την καύση της βενζίνης (ή του πετρελαίου) σε μηχανική ενέργεια.

Η ποσότητα της ενέργειας που αποδίδει κάθε μηχανή σε δεδομένο χρόνο δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη απ' την ποσότητα της ενέργειας που έλαβε στον ίδιο χρόνο. Κατά τη λειτουργία της κάθε μηχανής, μέρος της προσφερόμενης σ' αυτήν ενέργειας, μετασχηματίζεται σε μορφή ενέργειας που δεν είναι αυτή που θέλουμε· για παράδειγμα μπορεί να εκλύεται στο περιβάλλον υπό μορφή θερμότητας. Αυτό μπορεί να συμβαίνει λόγω των τριβών στα κινούμενα μηχανικά μέρη της μηχανής. Συνεπώς, η ποσότητα της ενέργειας που αποδίδεται ως χρήσιμη ενέργεια, είναι πάντοτε μικρότερη απ' την ποσότητα της ενέργειας που λαμβάνεται στον ίδιο χρόνο.

Έτσι, ένα κριτήριο ποιότητας της μηχανής είναι ο συντελεστής απόδοσης ο οποίος ορίζεται ως το πηλίκο της ωφέλιμης (χρήσιμης) ισχύος που παράγει η μηχανή προς την ισχύ που της προσφέρθηκε (δαπανήθηκε). Δηλαδή:

$$\alpha = \frac{P_{\Omega\text{ΦΕΛΙΜΗ}}}{P_{\Delta\text{ΑΠΑΝΩΜΕΝΗ}}}$$

Ο συντελεστής απόδοσης είναι καθαρός αριθμός (αδιάστατο μέγεθος), παίρνει τιμές από 0 έως 1 ($0 \leq \alpha \leq 1$) και συνήθως εκφράζεται με τη μορφή ποσοστού. Η ωφέλιμη ισχύς χαρακτηρίζεται και ως «ενδεικνυόμενη» ισχύς, διότι είναι εκείνη που καταγράφεται όταν η μηχανή διαθέτει σχετικά όργανα. Σε κάθε περίπτωση μετατροπής και μετάδοσης ενέργειας, υπάρχουν απώλειες.



Παράδειγμα

1. Αν ο συντελεστής απόδοσης είναι $\alpha = 0,9$, η μηχανή έχει απόδοση 90%, δηλαδή για κάθε 100 J ενέργειας που της προσφέρεται αποδίδει ωφέλιμη ενέργεια 90 J.

$$\begin{aligned} \text{Ισχύει επίσης ότι: } \alpha &= \frac{P_{\Omega\Phi\epsilon\lambda\iota\mu\eta}}{P_{\Delta\lambda\alpha\pi\alpha\omega\mu\epsilon\eta}} = \\ &= \frac{\frac{E_{\Omega\Phi\epsilon\lambda\iota\mu\eta}}{t}}{\frac{E_{\Delta\lambda\alpha\pi\alpha\omega\mu\epsilon\eta}}{t}} = \frac{E_{\Omega\Phi\epsilon\lambda\iota\mu\eta}}{E_{\Delta\lambda\alpha\pi\alpha\omega\mu\epsilon\eta}} \end{aligned}$$

2. Η ισχύς μίας υδατόπτωσης εκφράζει το ρυθμό, με τον οποίο προσφέρει ενέργεια στο στρόβιλο. Η ενέργεια που λαμβάνει ο στρόβιλος ισούται με το έργο του βάρους του νερού $W_B = mgh$, άρα:

$$P_{\gamma\lambda\alpha\tau\omicron\pi\tau\omega\sigma\eta\varsigma} = \frac{W_B}{t} = \frac{mgh}{t}$$

Αν d_{NEPOY} η πυκνότητα του νερού, έχουμε $m = d_{\text{NEPOY}} V$, όπου V ο όγκος του νερού που πέφτει στον στρόβιλο σε χρόνο t . Άρα:

$$P_{\gamma\lambda\alpha\tau\omicron\pi\tau\omega\sigma\eta\varsigma} = \frac{d_{\text{NEPOY}} V g h}{t}$$

Το πηλίκο V/t εκφράζει την παροχή Π του νερού, συνεπώς:

$$P_{\gamma\lambda\alpha\tau\omicron\pi\tau\omega\sigma\eta\varsigma} = d_{\text{NEPOY}} \Pi g h.$$

Αν ο στρόβιλος έχει συντελεστή απόδοσης α_Σ , η ισχύς που προσφέρει είναι:

$$P_\Sigma = \alpha_\Sigma P_{\gamma\lambda\alpha\tau\omicron\pi\tau\omega\sigma\eta\varsigma} = \alpha_\Sigma d_{\text{NEPOY}} \Pi g h.$$

Αυτή την ισχύ παίρνει με τη σειρά της η γεννήτρια και αν ο συντελεστής απόδοσης της είναι α_Γ , τότε η ισχύς που λαμβάνουμε απ' όλη

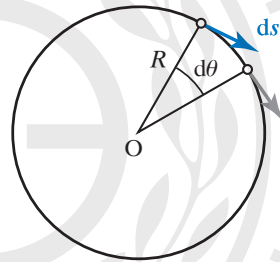
αυτήν τη διαδικασία είναι:

$$\begin{aligned} P_\Gamma &= \alpha_\Gamma P_\Sigma = \alpha_\Gamma \alpha_\Sigma P_{\gamma\lambda\alpha\tau\omicron\pi\tau\omega\sigma\eta\varsigma} = \\ &= \alpha_\Gamma \alpha_\Sigma d_{\text{NEPOY}} \Pi g h. \end{aligned}$$

4.5 Ενεργειακή μελέτη στροφικών κινήσεων στερεών σωμάτων

4.5.1 Έργο κατά τη στροφική κίνηση

Έστω δύναμη F σταθερού μέτρου που ασκείται στην περιφέρεια ρόδας ακτίνας R για απειροστά μικρό χρόνο dt . Η διεύθυνση της δύναμης συμπίπτει με τη διεύθυνση της εφαπτομένης και περιστρέφει τον τροχό κατά απειροστά μικρή γωνία $d\theta$ (σχ. 4.24). Το στοιχειώδες έργο, που παράγει η δύναμη γ' αυτήν τη στοιχειώδη μετατόπιση είναι $dW = F ds$, διότι η δύναμη εφάπτεται συνεχώς στη μετατόπιση.



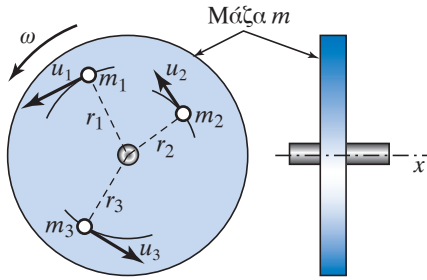
Σχ. 4.24

Σχηματική παράσταση δύναμης που ασκείται στην περιφέρεια τροχού (ρόδας)

Όμως $ds = R d\theta$ (όταν η γωνία μετριέται σε ακτίνια), άρα $dW = FR d\theta$. Γνωρίζουμε ότι $\tau = FR$, όπου τ η ροπή της δύναμης. Συνεπώς $dW = \tau d\theta$, αυτό είναι το στοιχειώδες έργο ροπής τ . Αν η σταθερού μέτρου δύναμη περιστρέψει τον τροχό (ρόδα) κατά γωνία θ , τότε προκειμένου να υπολογίσουμε το έργο της, χωρίζουμε τη γωνία σε απειροστά μικρές γωνίες $d\theta_1, d\theta_2, d\theta_3, \dots$ και προσθέτουμε τα αντίστοιχα στοιχειώδη έργα. Ισχύει ότι $W = \tau \theta$ κι αυτό είναι το έργο σταθερής ροπής.

4.5.2 Κινητική ενέργεια στερεού σώματος σε περιστροφή

Έστω σφόνδυλος μηχανής που περιστρέφεται περί τον άξονά του (σχ. 4.25). Όλα τα υλικά του σημεία m_1, m_2, m_3, \dots έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω . Οι αποστάσεις τους αντίστοιχα απ' τον άξονα περιστροφής είναι r_1, r_2, r_3, \dots . Η κινητική ενέργεια K του σφονδύλου ισούται με το άθροισμα των επιμέρους κινητικών ενεργειών.



Σχ. 4.25

Σχηματική παράσταση υπολογισμού της κινητικής ενέργειας στέρεου σώματος, λόγω στροφορικής κίνησης

$$\begin{aligned}
 K &= K_1 + K_2 + K_3 + \dots = \\
 &= \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + \frac{1}{2} m_3 u_3^2 + \dots \\
 &= \frac{1}{2} m_1 (\omega r_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\omega r_2)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\omega r_3)^2 + \dots \\
 &= \frac{1}{2} \omega^2 \frac{(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots)}{I} = \frac{1}{2} I \omega^2.
 \end{aligned}$$

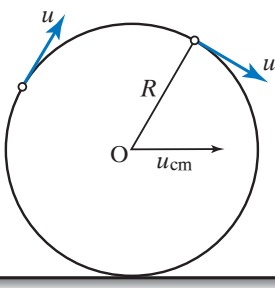
Όπου I η ροπή αδράνειας του σφονδύλου περί τον άξονά του.

Όπως η μάζα m είναι το μέτρο της αντίστασης ενός σώματος στις αλλαγές της κινητικής του κατάστασης κατά τη μεταφορική κίνηση, έτσι και η ροπή αδράνειας I είναι μέτρο της αντίστασης ενός σώματος στις αλλαγές της κινητικής του κατάστασης κατά την περιστροφική κίνηση περί άξονα.

Αν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα μεταφορική και στροφορική κίνηση, η κινητική του ενέργεια K , ισούται με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών, λόγω της μεταφορικής και της στροφορικής κίνησής του περί τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του:

$$K = 1/2 m u_{cm}^2 + 1/2 I \omega^2,$$

όπου I η ροπή αδράνειας, m η μάζα και u_{cm} η ταχύτητα του κέντρου μάζας του (σχ. 4.26).



Σχ. 4.26

Σχηματική παράσταση υπολογισμού της κινητικής ενέργειας, λόγω στροφορικής και μεταφορικής κίνησης



Παράδειγματα

1. Σφόνδυλος μάζας $m = 40$ kg έχει σχήμα δίσκου, ακτίνα $R = 1$ m και στρέφεται με 300 στροφές το μισό λεπτό. Αν η ροπή αδράνειας του I δίνεται από τον τύπο

$$I = \frac{m R^2}{2},$$

να υπολογίσετε την κινητική του ενέργεια. Έχουμε:

$$I = \frac{m R^2}{2} = \frac{40 \cdot 1^2}{2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Επίσης,

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{300}{30\text{s}} = 62,8 \text{ rad/s},$$

$$\text{άρα } \omega^2 = 62,8^2 \text{ s}^{-2} \approx 3944 \text{ s}^{-2}$$

Συνεπώς:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 3944 \text{ J} \approx 39400 \text{ J}$$

2. Ρόδα στρέφεται περί τον άξονά της με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 30$ rad/s. Ποια η κινητική της ενέργεια K , και ποια η στροφορμή της L , όταν η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονά της είναι $I = 150$ kg · m²; Έχουμε:

$$K = 1/2 I \omega^2 = 1/2 \cdot 150 \cdot 30^2 \text{ J} = 67500 \text{ J}.$$

Επίσης έχουμε:

$$L = I \omega = 150 \cdot 30 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}} = 4500 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

4.5.3 Θεώρημα Έργου – Ενέργειας στη στροφορική κίνηση

Το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών που δρουν σε ένα σώμα ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος:

$$\Sigma W = 1/2 I \omega_2^2 - 1/2 I \omega_1^2$$

4.5.4 Ώθηση της ροπής

Έστω ότι σ' ένα στερεό σώμα ασκείται μεταβαλλόμενη με τον χρόνο ροπή τ . Από τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους Νόμου της Στροφορικής Κίνησης ισχύει:

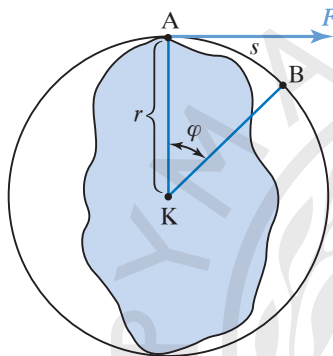
$$\tau = \frac{dL}{dt}, \text{ άρα } dL = \tau dt, \text{ συνεπώς } L_2 - L_1 = \int \tau dt$$

Η παράσταση $\int \tau dt$ ονομάζεται **ώθηση της ροπής** και ο θεμελιώδης νόμος μπορεί να διατυπωθεί και ως εξής: «**Η μεταβολή της στροφορμής που προκαλεί μία ροπή, ισούται με την ώθηση της ροπής**».

4.5.5 Ισχύς της ροπής μίας δύναμης

Όταν αναφερόμαστε στην ισχύ P που έχει η ροπή τ μίας δύναμης F , αναφερόμαστε στην ισχύ της δύναμης F . Έστω στερεό σώμα Σ , στο οποίο ασκείται η ροπή τ της δύναμης F και περιστρέφεται περι σταθερό άξονα που διέρχεται απ' το σημείο K , κατά γωνία φ (σε ακίνια) μέσα σε χρόνο t (σχ. 4.27).

Το έργο που παρήχθη ή καταναλώθηκε μέσα σε χρόνο t , κατά τον οποίο το σημείο εφαρμογής της



Σχ. 4.27

Δύναμη F μεταβάλλει τη στροφοική κινητική ενέργεια με ρυθμό $P = \tau \omega$

δύναμης A έχει γράψει τόξο s , δίνεται από τον τύπο $W = \tau \varphi$.

Η ισχύς της ροπής προκύπτει όταν διαιρέσουμε το έργο W διά τον χρόνο t , δηλαδή:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\tau \varphi}{t} = \tau \frac{\varphi}{t}$$

Επειδή για τη γωνιακή ταχύτητα ω ισχύει από τον ορισμό της ότι $\omega = \varphi/t$, έχουμε $P = \tau \omega$. Αυτή είναι η σχέση και για την ισχύ ροπής ζεύγους δυνάμεων (πίν. 4.2).



Παραδείγματα

1. Άνθρωπος ασκεί στη λαβή του στροφάλου ενός βαρούλκου σταθερή δύναμη $F = 100 \text{ N}$. Το μήκος του στροφάλου είναι $r = 0,5 \text{ m}$. Ποιο έργο παράγει μετά από $n = 4$ στροφές; Αν ο χρόνος που απαιτήθηκε για τις στροφές αυτές είναι 1 min , ποια η ισχύς της δύναμης που ασκεί ο άνθρωπος (σχ. 4.28);

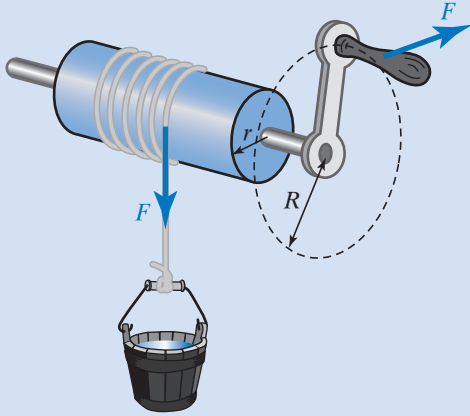
Λύση

Το έργο που παράγεται από μία δύναμη σταθερού μέτρου που παραμένει πάντοτε εφαπτόμενη στην τροχιά που διαγράφει το σημείο εφαρμογής της, ισούται με το γινόμενο της δύ-

Πίνακας 4.2

Αντιστοίχιση μεταφορικής και περιστροφικής κίνησης στερεού

Μεταφορική κίνηση	Στροφοική κίνηση
Θέση x	Γωνία θ
Ταχύτητα $u = dx/dt$	Γωνιακή ταχύτητα $\omega = d\theta/dt$
Επιτάχυνση $a = du/dt$	Γωνιακή επιτάχυνση $a_{\Gamma\Omega\text{N}} = d\omega/dt$
Δύναμη F	Ροπή τ
Μάζα m	Ροπή αδραναίας I
Θεμελιώδης νόμος μηχανικής $\Sigma F = ma$	Θεμελιώδης νόμος στροφοικής κίνησης $\Sigma \tau = I a_{\Gamma\Omega\text{N}}$
Ορμή $p = mu$	Στροφορμή $L = I\omega$
2 ^{ος} Νόμος Newton $\Sigma F = dp/dt$	2 ^{ος} Νόμος Newton στροφοικής κίνησης $\Sigma \tau = dL/dt$
Διατήρηση ορμής Αν $\Sigma F_{\text{ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ}} = 0$ τότε $p = \text{σταθερό}$	Διατήρηση στροφορμής Αν $\Sigma \tau_{\text{ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ}} = 0$ τότε $L = \text{σταθερό}$
Κινητική ενέργεια $a = mu^2/2$	Κινητική ενέργεια $K = I\omega^2/2$



Σχ. 4.28
Βαρούλκο

ναμης επί το διάστημα που διανύει το σημείο εφαρμογής της.

$$\text{Άρα } W = F 2\pi r n = 100 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 1/2 \cdot 4 \text{ J} = 1256 \text{ J} \approx 1260 \text{ J}.$$

Για την ισχύ έχουμε:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1256}{60} \text{ W} = 20,93 \text{ W}.$$

2. Υπό την επίδραση των δυνάμεων F , B υορροπεί το βαρούλκο ακτίνας $R = 0,5 \text{ m}$ και ροπής αδρανείας ως προς τον άξονα περιστροφής $I = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, οπότε ακινητεί ο κουβάς μάζας $m = 4 \text{ kg}$. Αν σταματήσει να ασκείται η δύναμη F , ο κουβάς κατέρχεται με επιταχυνόμενη κίνηση. Ποια η ταχύτητα του κουβά όταν κατεβεί $h = 3 \text{ m}$ από τη θέση που αρχικά ακινητούσε; Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$, η τριβή θεωρείται αμελητέα και το σχοινί αβαρές. Όσο ο κουβάς κατέρχεται σε βάθος h , η δυναμική του ενέργεια μειώνεται κατά mgh , αποκτά κινητική ενέργεια $mu^2/2$ και το βαρούλκο αποκτά κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής

$$\frac{I\omega^2}{2} = \frac{I}{2} \left(\frac{u}{R} \right)^2$$

Από το θεώρημα διατήρησης της ενέργειας ισχύει ότι:

$$mgh = \frac{mu^2}{2} + \frac{Iu^2}{2R^2} \Leftrightarrow 2mgh = u^2 \left(m + \frac{I}{R^2} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{2mgh}{2mR^2 + I}} = 4\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. Το τύμπανο του βαρούλκου (σχ. 4.28) εκτελεί στροφική κίνηση περιόδου $T = 0,2''$ και ακτίνας $r = 0,1 \text{ m}$. Το άκρο του βαρούλκου εκτελεί στροφική κίνηση ακτίνας $R = 0,5 \text{ m}$ υπό την επίδραση δύναμης $F = 50 \text{ N}$. Βρείτε τον συντελεστή απόδοσης a του βαρούλκου και την ταχύτητα ανόδου του κουβά που έχει βάρος $B = 100 \text{ N}$. Για μία πλήρη περιστροφή η δύναμη F παράγει έργο $W_F = 2\pi RF$, ενώ το βάρος δαπανά έργο $W_B = 2\pi rB$. Συνεπώς:

$$a = \frac{2\pi rB}{2\pi RF} = \frac{rB}{RF} = 0,4$$

Η μία πλήρης περιστροφή του τύμπανου λαμβάνει χώρα σε χρόνο $T = 0,2''$ οπότε ο κουβάς ανέρχεται απόσταση $2\pi r$, συνεπώς η ταχύτητα ανόδου του είναι

$$u = \frac{2\pi r}{T} = 3,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.6 Αρχή των δυνατών έργων. Απλές μηχανές

Προκειμένου να μετατρέψουμε μία μορφή ενέργειας σε άλλη, χρησιμοποιούμε κατάλληλες μηχανές. **Μηχανή** είναι ένα σύστημα σωμάτων, κατάλληλα συνδεδεμένων, οι οποίες μετασχηματίζουν, γενικώς, μία μορφή ενέργειας σε άλλη. **Απλές μηχανές** ονομάζονται αυτές που λαμβάνουν μηχανική ενέργεια από ένα σώμα και χωρίς να τη μετατρέπουν σε άλλη μορφή, τη μεταφέρουν σε άλλο σώμα.

Απλές μηχανές χρησιμοποιούμε συνήθως για μετακίνηση φορτίων (π.χ. ανύψωσή τους) καταβάλλοντας μικρή σχετικά δύναμη. Τέτοιες είναι οι μοχλοί, οι τροχαλίες, το πολύσπαστο, το βαρούλκο κ.λπ.. Σε κάθε μηχανή ενεργούν τριών ειδών δυνάμεις:

1) **Κινητήριες δυνάμεις**, οι οποίες παράγουν κινητήριο έργο (π.χ. ανθρώπινη δύναμη, δύναμη του ατμού κ.ά.).

2) **Ωφέλιμες αντιστάσεις** ή φορτία για την ανύψωση ή μετακίνηση. Σ' αυτήν την περίπτωση, η μηχανή καταναλώνει ωφέλιμο έργο, καθώς θέλουμε να υπερνικήσουμε τις δυνάμεις, με τη βοήθεια της μηχανής (π.χ. βάρος που μετακινείται ή ανυψώνεται).

3) **Παθητικές αντιστάσεις**, οι οποίες για να υπερνικηθούν απορροφούν ενέργεια από τη μηχανή και έτσι υπάρχουν απώλειες (π.χ. οι τριβές).

Πολλές φορές οι παθητικές αντιστάσεις είναι μικρές και τις αγνοούμε. Μ' αυτόν τρόπο απλοποι-

ούνται οι υπολογισμοί μας, δηλαδή δεχόμαστε ότι ισχύει η **Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας**.

4.6.1 Αρχή των δυνατών έργων

Η αρχή των δυνατών έργων είναι μια χρήσιμη αρχή της Μηχανικής, που έχει εφαρμογή και στις απλές μηχανές.

Η αρχή αναφέρει σ' αυτήν την περίπτωση ότι, σε μια νοητή πολύ μικρή (απειροστή) μετατόπιση της απλής μηχανής, η οποία βρίσκεται σε ισορροπία, το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των κινητηρίων δυνάμεων και των ωφέλιμων δυνάμεων ισούται με μηδέν. Η απειροστή μετατόπιση χρειάζεται, ώστε να μην απομακρυνθεί πολύ το σύστημα απ' τη θέση ισορροπίας. Σε πολλές περιπτώσεις, η μετατόπιση δεν είναι ανάγκη να είναι απειροστή, αν η ισορροπία δεν διαταράσσεται.

Για τις απλές μηχανές η αρχή αυτή σχετίζεται με τη διατήρηση της ενέργειας.

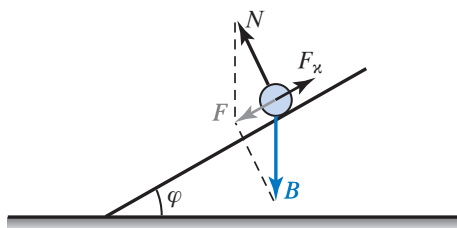
Θεωρούμε ότι οι παθητικές αντιστάσεις είναι αμελητέες. Αν δεν ήταν, θα έπρεπε να ληφθεί υπόψη το έργο τους στο παραπάνω ισοζύγιο.

Αποτέλεσμα αυτού είναι ότι οι αποστάσεις που διανύουν τα σημεία εφαρμογής των κινητηρίων και των ωφέλιμων αντιστάσεων (δυνάμεων) στις απλές μηχανές, είναι αντιστρόφως ανάλογες προς τα μέτρα τους, δηλαδή ό,τι κερδίζουμε σε δύναμη, το χάνουμε σε δρόμο και αντίστροφα. Αυτός είναι ο **χρυσός κανόνας της Μηχανικής**.

4.6.2 Κεκλιμένο επίπεδο

Κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ ονομάζεται μία επίπεδη επιφάνεια που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο οξεία γωνία φ (σχ. 4.29).

Πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, τοποθετούμε σώμα, που θεωρούμε ως υλικό σημείο μάζας m και βάρους B . Στο σώμα ασκείται το βάρος του και η αντίδραση του κεκλιμένου επιπέδου N (κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο). Η συνισταμένη αυτών των δυ-



Σχ. 4.29
Κεκλιμένο επίπεδο

νάμεων είναι κατά τη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου και προς τα κάτω ισχύει δηλαδή $F = B \cdot \sin\varphi$.

Εάν επιθυμούμε να ανυψώσουμε το σώμα και δεν μπορούμε να διαθέσουμε δύναμη τουλάχιστον ίση με το βάρος του B , τότε χρησιμοποιώντας το κεκλιμένο επίπεδο, αρκεί να καταβάλουμε δύναμη F_x μέτρου τουλάχιστον $B \cdot \sin\varphi$, δηλαδή μικρότερη της B . Όσο μικρότερη είναι η γωνία φ , τόσο μεγαλύτερη διαδρομή θα διανύσει το σώμα που κινείται στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να φτάσει στο τελικό του ύψος.

Μπορεί κάποιος να εφαρμόσει την αρχή των δυνατών έργων ή τον χρυσό κανόνα της Μηχανικής και να βρει ότι η κινητήρια δύναμη που χρειάζεται έχει μέτρο $F_x = B \sin\varphi$. Πράγματι, αν έχουμε μετακίνηση κατά ύψος h , τότε κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου η μετακίνηση είναι s . Προφανώς ισχύει $h = s \sin\varphi$. Σύμφωνα με την αρχή των δυνατών έργων $W_B + W_x + W_N = 0$. Αν θεωρήσουμε τις μετατοπίσεις h, s θετικές και τα B, F_x θετικά (μέτρα των αντίστοιχων διανυσμάτων των δυνάμεων), τότε έχουμε κατά τα γνωστά για τα διάφορα έργα $W_B = -Bh, W_x = F_x s$. Επειδή η δύναμη N είναι κάθετη στη μετατόπιση s , έχουμε $W_N = 0$.

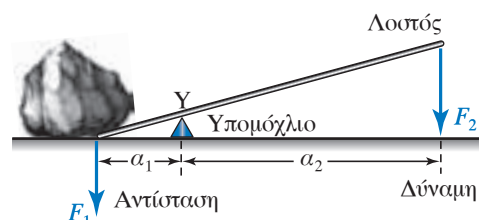
$$\begin{aligned} \text{Άρα: } W_B + W_x + W_N &= Bh + F_x s + 0 = 0 \\ -Bs \sin\varphi + F_x s &= 0 \quad \text{άρα } F_x = B \sin\varphi \end{aligned}$$

Πολλές εργασίες εκτελούνται επί των πλοίων και στα ναυπηγεία με τη χρήση κεκλιμένου επιπέδου.

4.6.3 Μοχλοί

Ο μοχλός είναι μια απλή μηχανή ευρείας χρήσης.

Κατά την εκτέλεση αγροτικών και οικοδομικών εργασιών και προκειμένου να μετακινήσουμε ογκώλους, χρησιμοποιούμε χοντρή σιδερένια ράβδο (λοστό), το ένα άκρο της οποίας τοποθετούμε κάτω από τον ογκώλιθο, το δε άλλο πιέζουμε με τα χέρια μας, αφού προηγουμένως βάλομε υποστήριγμα στο σημείο Y (σχ. 4.30).



Σχ. 4.30
Ο λοστός είναι μοχλός πρώτου είδους

Σε κάθε μοχλό διακρίνουμε το υπομόχλιο, την αντίσταση και την κινητήρια δύναμη. Στο σχήμα 4.30, το **υπομόχλιο** (υποστήριγμα) είναι τοποθετημένο στο σημείο Υ, γύρω από το οποίο μπορεί και περιστρέφεται η ράβδος. **Αντίσταση** είναι η δύναμη F_1 , δηλαδή το βάρος του βράχου. **Κινητήρια δύναμη** είναι η F_2 , την οποία καταβάλλει ο άνθρωπος, προκειμένου να μετακινήσει τον βράχο. Η απόσταση a_1 αντιστοιχεί στον μοχλοβραχίονα της αντίστασης και η απόσταση a_2 στον μοχλοβραχίονα της δύναμης.

Από την αρχή των δυνατών έργων ή την ισορροπία των ροπών των δυνάμεων περί το Υ προκύπτει:

$$F_1 a_1 = F_2 a_2. \text{ Δηλαδή } F_2 = F_1 a_1 / a_2.$$

Ανάλογα με την τιμή του κλάσματος a_1/a_2 , η κινητήρια δύναμη F_2 μπορεί να είναι μεγαλύτερη ($a_1 > a_2$), μικρότερη ($a_1 < a_2$) ή και ίση ($a_2 = a_1$) με την αντίσταση F_1 .

4.6.4 Είδη μοχλών

Υπάρχουν τρία είδη μοχλών.

1) **Μοχλοί πρώτου είδους**, όταν το υπομόχλιο βρίσκεται μεταξύ των δυνάμεων της αντίστασης και της κίνησης, π.χ. ψαλίδι, λοστός.

2) **Μοχλοί δευτέρου είδους**, όταν η αντίσταση βρίσκεται μεταξύ του υπομοχλίου και της κινητήριας δύναμης, π.χ. αραμπάς [χειρομάξα (σχ. 4.31)], το κουπί της βάρκας, όταν το υπομόχλιο βρίσκεται μέσα στο νερό.



Σχ. 4.31

γ) **Μοχλοί τρίτου είδους**, όταν η κινητήρια δύναμη βρίσκεται μεταξύ της αντίστασης και του υπομοχλίου, π.χ. η τοιμπίδα (σχ. 4.32).



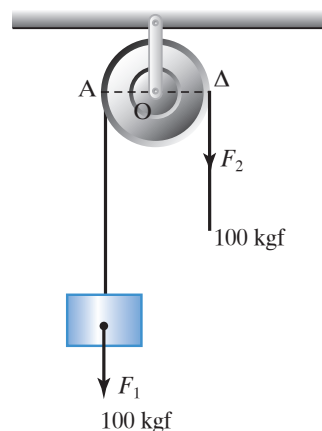
Σχ. 4.32

4.6.5 Τροχαλίες

Η τροχαλία είναι απλή μηχανή με την οποία μπορούμε να ανυψώνουμε διάφορα βάρη. Αποτελείται από έναν δίσκο με αυλάκι, από το οποίο διέρχεται σχοινί ή αλυσίδα. Ο δίσκος περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται απ' το κέντρο του και στηρίζεται επί στελέχους σχήματος Π, που ονομάζεται **τροχαλιοθήκη**.

Η τροχαλία διακρίνεται στα εξής τρία κυρίως είδη:

1) **Πάγια ή σταθερή τροχαλία** είναι εκείνη της οποίας η τροχαλιοθήκη στερεώνεται σε σταθερό σημείο, δηλαδή ο άξονας είναι σταθερός, δεν μετακινείται κατά τη χρήση της τροχαλίας. Το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης που εφαρμόζεται στην τροχαλία αυτή ισούται με το βάρος (το μέτρο του) που ανυψώνεται. Αυτό βγαίνει εύκολα απ' την αρχή των δυνατών έργων ή από το θεώρημα των ροπών (σχ. 4.33).



Σχ. 4.33

Πάγια ή σταθερή τροχαλία

Πράγματι έχουμε:

$$F_1 \cdot OA = F_2 \cdot OD \quad \text{άρα} \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{OA}{OD} = 1,$$

δηλαδή $F_1 = F_2$

Μ' αυτό το είδος τροχαλίας, δεν κερδίζουμε δύναμη, αλλά διευκολυνόμαστε, εφόσον, για να ανυψώσουμε το σώμα, αντί να ασκούμε δύναμη από κάτω προς τα πάνω, μπορούμε να ασκήσουμε δύναμη από πάνω προς τα κάτω, που είναι πιο εύκολο. Ας μην ξεχνάμε ότι στη δύναμη F_2 μπορεί να προστεθεί και το βάρος του σώματός μας.

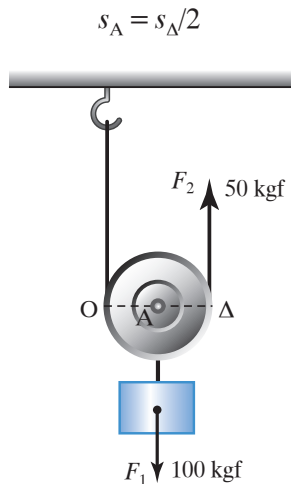
2) **Ελεύθερη ή τρελή τροχαλία** είναι εκείνη, της οποίας η τροχαλιοθήκη και ο δίσκος μετακινούνται συγχρόνως με το σώμα που ανυψώνεται. Το ένα άκρο του σχοινιού δένεται σε σταθερό και ακλόνητο στήριγμα, ενώ στο άλλο εφαρμόζεται μία κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω (σχ. 4.34).

Στο είδος αυτό της τροχαλίας, το βάρος που πρέπει να ανυψωθεί μοιράζεται στους δύο κλάδους του σχοινιού της τροχαλίας, άρα κερδίζουμε σε δύναμη. Η κινητήρια δύναμη F_2 , σε κατάσταση ισορροπίας, ισούται με το μισό βάρος του σώματος F_1 , διότι απ' το θεώρημα των ροπών, ως προς το σημείο O, είναι:

$$F_1 \cdot OA = F_2 \cdot OD, \quad \text{άρα} \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{OA}{OD} = \frac{OA}{2 \cdot OA} = \frac{1}{2},$$

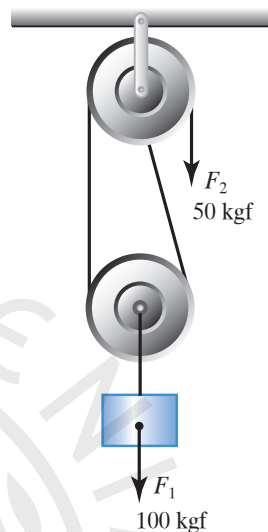
δηλαδή $F_2 = F_1/2$

Άρα, μ' αυτήν την τροχαλία κερδίζουμε σε δύναμη. Μπορεί να εφαρμοσθεί η αρχή των δυνατών έργων, αν ληφθεί υπόψη ότι όταν το Δ μετατοπίζεται κατά s_Δ , το Α μετατοπίζεται κατά το μισό, δηλαδή:



Σχ. 4.34
Ελεύθερη ή τρελή τροχαλία

3) **Μεικτή τροχαλία** ονομάζεται εκείνη που προκύπτει από συνδυασμό μίας ελεύθερης και μίας σταθερής τροχαλίας. Διευκολύνει περισσότερο την εργασία μας, διότι η κινητήρια δύναμη ισούται με το μισό του βάρους και συγχρόνως μπορούμε να ασκήσουμε δύναμη από πάνω προς τα κάτω (σχ. 4.35).



Σχ. 4.35
Μεικτή τροχαλία

4.6.6 Πολύσπαστο

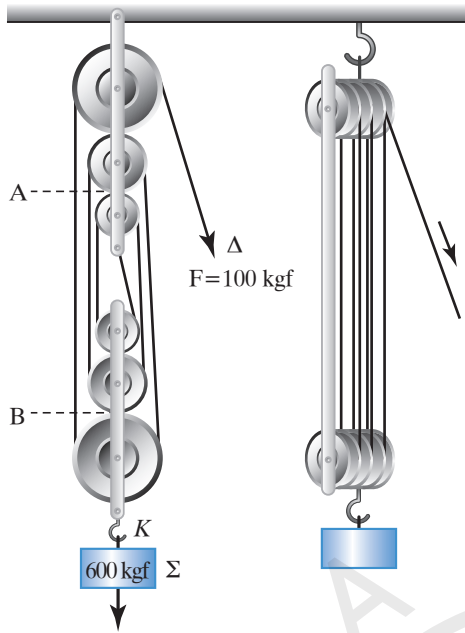
Το πολύσπαστο είναι μία απλή μηχανή, με την οποία μπορούμε να ανυψώσουμε πολύ μεγάλα βάρη. Αποτελείται από δύο ή περισσότερες πάγιες τροχαλίες, με κοινή τροχαλιοθήκη A και από ίσες το πλήθος ελεύθερες τροχαλίες, με κοινή τροχαλιοθήκη B, συνδεδεμένες μεταξύ τους. Το ελεύθερο άκρο του σχοινιού είναι το Δ (σχ. 4.36).

Το σώμα που επιθυμούμε να ανυψώσουμε, αναρτάται στο άγκιστρο (σημείο K) όπου καταλήγει το ένα άκρο του συστήματος ελεύθερων τροχαλιών B και επειδή το βάρος του ισομοιράζεται σε 6 σχοινιά, η κινητήρια δύναμη που απαιτείται να ασκήσουμε είναι το 1/6 του βάρους του.

Γενικά, αν ν ο συνολικός αριθμός των τροχαλιών (πάγιων συν ελεύθερων) και B το βάρος του προς ανύψωση φορτίου, τότε απαιτείται η κινητήρια δύναμη F που θα ασκήσουμε να είναι:

$$F = B/\nu$$

Με το πολύσπαστο κερδίζουμε σε δύναμη, χάνουμε όμως σε δρόμο, διότι προκειμένου να ανυψώσουμε το σώμα κατά 1 m, πρέπει να σύρουμε το



Σχ. 4.36

Πολύσπαστο με 3+3=6 τροχαλίες

σχοινί κατά 6 m. Είναι προφανές ότι λόγω των πολλαπλών επαφών του σχοινού εμφανίζεται αξιόλογη τριβή, συνεπώς η κινητήρια δύναμη F που απαιτείται να καταβάλουμε για τη μετακίνηση του φορτίου είναι στην πράξη κάπως μεγαλύτερη απ' την τιμή B/n .

Οι πάνω τροχαλίες έχουν ως μοναδικό προορισμό τη μεταβολή της κατεύθυνσης άσκησης της δύναμης, χωρίς να παίζουν ρόλο στο μέτρο της δύναμης. Οι κάτω τροχαλίες μικραίνουν το μέτρο της κινητήριας δύναμης που χρειάζεται, ώστε να ανυψωθεί ορισμένο βάρος. Η κάθε μία «υποβιβάζει» το βάρος κατά παράγοντα $1/2$.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις υποθέσαμε ότι οι κινητήριες δυνάμεις και οι δυνάμεις-αντιστάσεις, που ήταν το βάρος που ανυψώνουμε είναι παράλληλες μεταξύ τους. Στο επόμενο παράδειγμα αυτό δεν ισχύει.

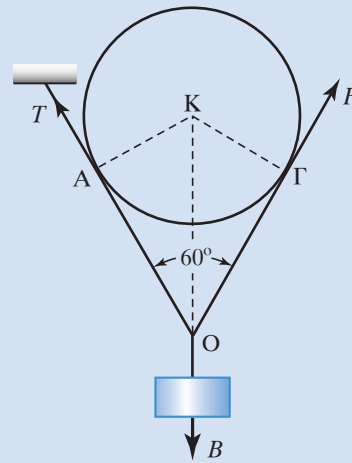


Παράδειγμα

Να υπολογίσετε το μέγιστο φορτίο που μπορούμε να ανυψώσουμε με ελεύθερη τροχαλία, όταν η διεύθυνση της κινητήριας δύναμης F και της δύναμης-αντίστασης σχηματίζουν γωνία 60° , σε διάταξη που φαίνεται στο σχήμα 4.37.

Λύση

Το μέγιστο φορτίο ισούται με τη συνισταμέ-



Σχ. 4.37

νη των δυνάμεων F και T (τάση του νήματος), που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 60° . Αυτή η συνισταμένη θα ισούται κατά μέτρο με το βάρος B .

Ισχύει ότι $T = F$, διότι οι ροπές τους ως προς το σημείο K , είναι ίσες μεταξύ τους, δηλαδή $KA \cdot T = K\Gamma \cdot F$ και επειδή $KA = K\Gamma$ έπεται ότι $T = F$.

Συνεπώς:

$$B = \sqrt{F^2 + T^2 + 2FT \cos 60^\circ} = \sqrt{F^2 + F^2 + 2FF \frac{1}{2}} = \sqrt{3F^2} = F\sqrt{3}$$

άρα: $F = \frac{B}{\sqrt{3}} > \frac{B}{2}$

Δηλαδή χρειάζεται μεγαλύτερη δύναμη απ' τη δύναμη $B/2$ που είδαμε στα προηγούμενα, με παράλληλα σχοινιά.

4.6.7 Βαρούλκο

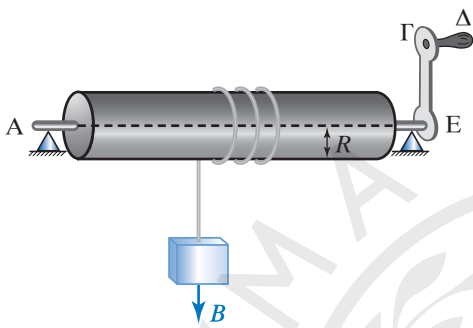
Το βαρούλκο αποτελείται από κυλινδρικό τύμπανο (ξύλινο ή μεταλλικό) ακτίνας R , που περιστρέφεται περί άξονα AE με τη βοήθεια στρόφαλου ΓE , στην άκρη του οποίου υπάρχει χειρολαβή (μανιβέλα) $\Gamma \Delta$ (σχ. 4.38).

Στην κυλινδρική επιφάνεια δένεται το άκρο σχοινού που τυλίγεται γύρω απ' τον κύλινδρο. Στο άλλο άκρο του σχοινού δένεται το σώμα που επιθυμούμε να ανυψώσουμε. Από την ισορροπία των

ροπών του βάρους B και της κινητήριας δύναμης F , ισχύει: $BR = F \cdot ΓΕ$, οπότε για την κινητήρια (ανυψωτική) δύναμη έχουμε:

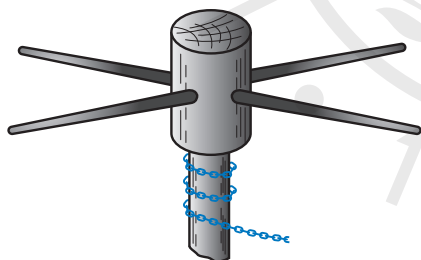
$$F = B \frac{R}{ΓΕ}$$

Συνεπώς, αν επιθυμούμε να ανυψώσουμε βαρύ σώμα ασκώντας όσο γίνεται μικρότερη δύναμη, πρέπει η ακτίνα R του τύμπανου να είναι όσο μικρή επιτρέπει η κατασκευή του τύμπανου και το μήκος του στρόφαλου $ΓΕ$ να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερο.



Σχ. 4.38
Βαρούλκο

Αν ο άξονας του κυλίνδρου είναι κατακόρυφος, έχουμε μία άλλη μορφή βαρούλκου, τον **εργάτη** που χρησιμοποιείται για να τραβά την άγκυρα μικρών πλοίων (σχ. 4.39).

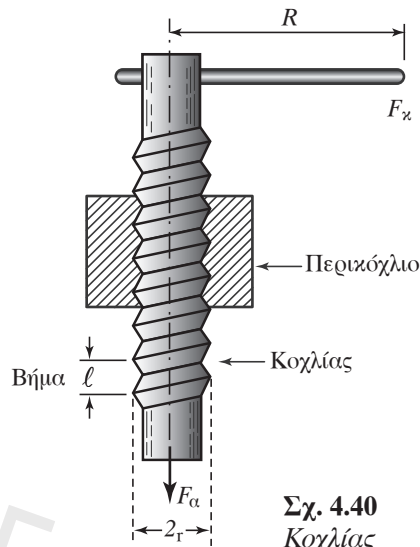


Σχ. 4.39
Εργάτης

4.6.8 Κοχλίας (γρύλος)

Ο **κοχλίας** (γρύλος) αποτελείται από δύο βασικά τμήματα, το περικόχλιο που εσωτερικά φέρει εσοχή και τον κοχλία (βίδα), που φέρει μία ελικοειδή προεξοχή (σχ. 4.40). Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών ελικώσεων ονομάζεται **βήμα** του κοχλίας και μπορεί να συμβολίζεται με l .

Ο κοχλίας περιστρέφεται με τη βοήθεια του βραχίονα, μήκους R . Όταν ο βραχίονας περιστρα-



Σχ. 4.40
Κοχλίας

φεί κατά μία πλήρη περιστροφή, τότε, ο κοχλίας προχωρά κατά ένα βήμα, η δε αντίσταση F_a του σώματος, στο οποίο εφαρμόζει οπισθοχωρεί κατά το μήκος του βήματος, l . Η κινητήρια δύναμη F_x , που ενεργεί στο άκρο του βραχίονα, παράγει σε μία πλήρη περιστροφή έργο $W_x = F_x 2\pi R$. Το έργο της αντίστασης F_a είναι $W_a = F_a l$.

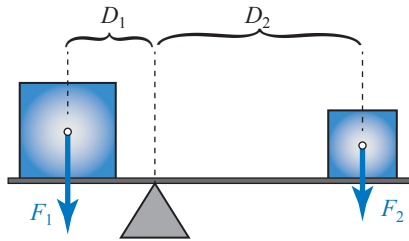
Απ' την αρχή των δυνατών έργων ή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τις απλές μηχανές έχουμε ότι $F 2\pi R = F_a l$

Συνεπώς, όσο το μήκος του βήματος (l) είναι μικρότερο, τόσο μικρότερη κινητήρια δύναμη απαιτείται να δαπανήσουμε, για να αντισταθίσουμε μία ορισμένη αντίσταση. Άρα, **με μικρό βήμα και λίγη δύναμη μπορούμε να ανυψώσουμε μεγάλη βάρη** ή να υπερνικήσουμε μεγάλες αντιστάσεις.

Μία διαδεδομένη χρήση του είναι για την ανύψωση αυτοκινήτων στα συνεργεία επισκευής. Χρησιμοποιείται επίσης στα πιεστήρια κ.ά..

4.7 Μηχανικό πλεονέκτημα (ή μόχλευση), λόγος ταχυτήτων, απόδοση

Σύμφωνα με τον Αρχιμήδη, ίσα βάρη σε ίσες αποστάσεις ισορροπούν. Άνισα βάρη σε ίσες αποστάσεις δεν ισορροπούν, αλλά γέρνουν προς το βάρος που βρίσκεται στη μεγαλύτερη απόσταση (σχ. 4.41). **Μηχανικό πλεονέκτημα** (ΜΠ) ονομάζεται η ικανότητα των μηχανισμών ή των μοχλών (πρόκειται για τις απλούστερες μηχανές) να πολλαπλασιάζουν τη δύναμη που ασκούμε. Ασκώντας μικρή δύναμη, μετακινούμε κάτι που, χωρίς τους μηχανισμούς, θα χρειαζόνταν μεγαλύτερη δύνα-



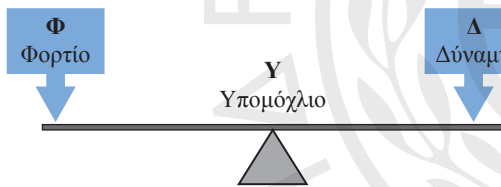
Σχ. 4.41

Η ράβδος ισορροπεί αν $F_1 D_1 = F_2 D_2$
ή ισοδυνάμως $F_1 / F_2 = D_2 / D_1$

μη (π.χ. ανύψωση αυτοκινήτου με χρήση γρύλλου προς αλλαγή ελαστικού). Το ΜΠ αποτελεί εφαρμογή του θεωρήματος των ροπών (ή θεωρήματος του Varignon) και δείχνει τη σχέση μεταξύ προσπάθειας και φορτίου.

Υπολογίζεται, διαιρώντας το φορτίο (αντίσταση) με τη δύναμη που ασκούμε (προσπάθεια) και είναι καθαρός αριθμός. Ισχύει ότι:

$$\text{ΜΠ} = \frac{\text{Φορτίο}}{\text{Δύναμη}} \text{ (σχ. 4.42).}$$



Σχ. 4.42

Συνεπώς, όσο μεγαλύτερο είναι το ΜΠ, τόσο ευκολότερα μετακινείται ένα φορτίο, διότι ΜΠ είναι ο αριθμός που δείχνει πόσες φορές πολλαπλασιάζεται η εισερχόμενη δύναμη (με χρήση μοχλού ή μηχανισμού). Το σημείο που ασκείται η δύναμη, ονομάζεται **σημείο εφαρμογής**. Το σώμα που δέχεται την επίδραση της δύναμης, ονομάζεται **φορτίο**. Σύμφωνα με το νόμο των μοχλών: Απόσταση φορτίου από υπομόχλιο X δύναμη φορτίου = Απόσταση εφαρμογής δύναμης X εφαρμοζόμενη δύναμη. Το ΜΠ μοχλών δίνεται από τους τύπους:

$$\text{ΜΠ} = \frac{\text{μήκος μοχλοβραχίονα δύναμης}}{\text{μήκος μοχλοβραχίονα αντίστασης}}$$

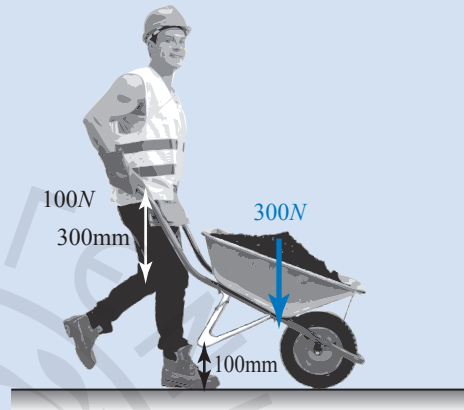
$$\text{ή } \text{ΜΠ} = \frac{\text{αντίσταση}}{\text{δύναμη}}$$



Παραδείγματα

Για τη χειράμαξα (μοχλός 2^{ου} είδους) βάρους $B = 300 \text{ N}$ (σχ. 4.43), που ισορροπεί όταν ο εργάτης ασκεί δύναμη 100 N , ισχύει ότι:

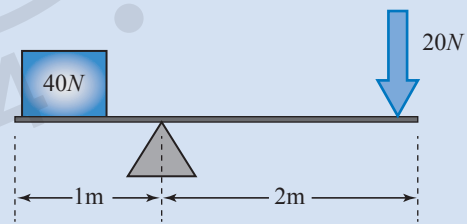
$$\text{ΜΠ} = \frac{\text{Φορτίο (αντίσταση)}}{\text{Δύναμη (προσπάθεια)}} = \frac{300 \text{ N}}{100 \text{ N}} = 3$$



Σχ. 4.43

Για την αβαρή ράβδο (σχ. 4.44) που ισορροπεί έχοντας ανυψώσει κιβώτιο βάρους 40 N (φορτίο-αντίσταση) υπό την επίδραση δύναμης (προσπάθεια) 20 N είναι:

$$\text{ΜΠ} = \frac{40 \text{ N}}{20 \text{ N}} = 2$$



Σχ. 4.44

Οι μοχλοί διευκολύνουν τη ζωή μας μειώνοντας σε μεγάλο την προσπάθεια που κάνουμε για να κινήσουμε ένα φορτίο. Οι μηχανές χρησιμοποιούνται για να αυξήσουν (ή πολλαπλασιάσουν) την ασκούμενη δύναμη κατά την εκτέλεση εργασιών (παροχή ΜΠ) ή για να μετατρέψουν μία μικρή κίνηση σε μεγαλύτερη (ή και το αντίθετο).

Υπολογίζοντας το μηχανικό πλεονέκτημα, κατά

τη μετακίνηση μεγάλου φορτίου, καταβάλλοντας μικρή προσπάθεια, γίνεται αντιληπτό ότι κάτι λαμβάνουμε χωρίς να προσφέρουμε. Με προσεκτικότερη εξέταση στο σχήμα 4.43, παρατηρούμε ότι η απόσταση μετακίνησης της προσπάθειας (300 mm), κατά την ανύψωση του φορτίου, είναι μεγαλύτερη από την ανύψωση του φορτίου (100 mm). Ότι κερδίζω σε δύναμη το χάνω σε απόσταση (χρυσός κανόνας μηχανικής). Στα ποδήλατα, μία στροφή στα πετάλ προκαλεί περισσότερες στροφές στους τροχούς. Αυτή η ιδιότητα ονομάζεται *λόγος ταχυτήτων* (ΛΤ) και υπολογίζεται διαιρώντας την απόσταση που κινήθηκε η προσπάθεια, διά την απόσταση που κινήθηκε το φορτίο. Είναι:

$$\Lambda\Gamma = \frac{\text{Απόσταση που κινήθηκε η προσπάθεια}}{\text{Απόσταση που κινήθηκε το φορτίο}}$$

Συνεπώς, στο παράδειγμα του σχήματος 4.43 είναι:

$$\Lambda\Gamma = \frac{300 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 3$$

Με απλά λόγια, ο ΛΤ λέει ότι για να ανυψώσουμε φορτίο 3 φορές μεγαλύτερο από την προσπάθεια, πρέπει να ασκούμε δύναμη για τριπλάσια απόσταση. Τα ανωτέρω ισχύουν υπό την προϋπόθεση ότι οι μηχανισμοί είναι 100% αποδοτικοί. Στην πράξη, διάφορα μέρη του μηχανισμού κάμπτονται, συστρέφονται, τρίβονται μεταξύ τους, οπότε οι μηχανισμοί γίνονται λιγότερο αποδοτικοί. Η απόδοση ενός μηχανισμού, που αποτελεί ένα μέτρο ποιότητος του, προκύπτει από τον τύπο:

$$\text{Απόδοση} = \frac{\text{ΜΠ}}{\Lambda\Gamma}$$

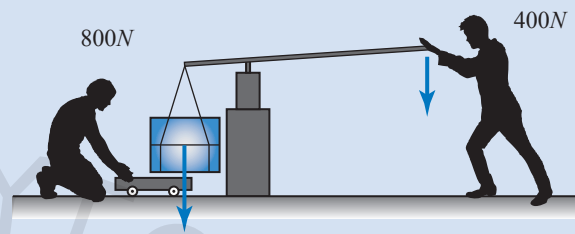
και είναι καθαρός αριθμός. Πράγματι:

$$\begin{aligned} \text{Απόδοση} &= \frac{P_{\Omega\Phi\text{ΕΙΛΜΗ}}}{P_{\Delta\text{ΙΠΑΝΟΜΕΝΗ}}} = \\ &= \frac{W_{\Omega\Phi\text{ΕΙΛΜΗ}}}{W_{\Delta\text{ΙΠΑΝΟΜΕΝΗ}}} = \\ &= \frac{F_{\Phi\text{ΟΡΤΙΟΥ}} s_{\Phi\text{ΟΡΤΙΟΥ}}}{F_{\text{ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑΣ}} s_{\text{ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑΣ}}} = \\ &= \frac{F_{\Phi\text{ΟΡΤΙΟΥ}} s_{\Phi\text{ΟΡΤΙΟΥ}}}{F_{\text{ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑΣ}} s_{\text{ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑΣ}}} = \\ &= \text{ΜΠ} \frac{s_{\Phi\text{ΟΡΤΙΟΥ}}}{s_{\text{ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑΣ}}} = \text{ΜΠ} \frac{1}{\Lambda\Gamma} = \frac{\text{ΜΠ}}{\Lambda\Gamma} \end{aligned}$$

Παραδείγματα

1. Εργάτης ανυψώνει κιβώτιο βάρους 800 N (σχ. 4.45), που βρίσκεται αναρτημένο στο άκρο αβαρούς ράβδου, ασκώντας δύναμη 400 N. Συνεπώς, για το μηχανικό πλεονέκτημα είναι:

$$\text{ΜΠ} = \frac{800 \text{ N}}{400 \text{ N}} = 2$$



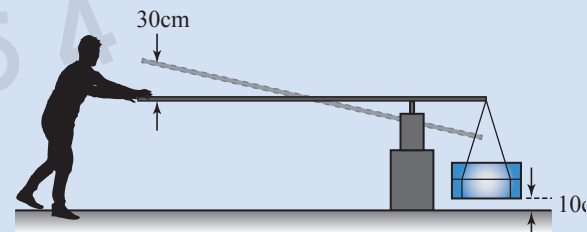
Σχ. 4.45

Ο εργάτης, προκειμένου να ανεβάσει το κιβώτιο 10 cm πάνω από το έδαφος, ανυψώνει το μοχλοβραχίονα, της δυνάμεως που ασκεί, κατά 30 cm (σχ. 4.46). Άρα, συγκρίνοντας τα μήκη των δύο μοχλοβραχιόνων (φορτίου-αντίστασης και δύναμης-προσπάθειας) προκύπτει για το λόγο ταχυτήτων ότι

$$\Lambda\Gamma = \frac{30 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 3$$

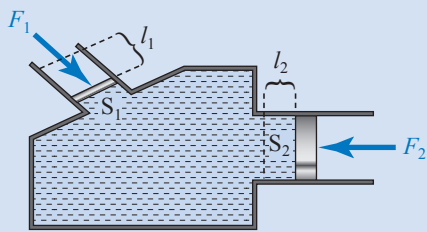
Η απόδοση του ανωτέρω μηχανισμού είναι

$$\text{Απόδοση} = \frac{\text{ΜΠ}}{\Lambda\Gamma} = \frac{2}{3} = 0,6$$



Σχ. 4.46

2. Στην περίπτωση του υδραυλικού πιεστηρίου (σχ. 4.47) υπάρχουν οι δυνάμεις F_1 (προσπάθεια ή ασκούμενη δύναμη), F_2 (αντίσταση ή φορτίο) που μετακινούν τα σημεία εφαρμογής τους κατά αποστάσεις l_1, l_2 αντίστοιχα. Από την



Σχ. 4.47
Υδραυλικό πιεστήριο

Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας ισχύει ότι:

$$W_1 = W_2 \Leftrightarrow F_1 \cdot \ell_1 = F_2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\ell_1}{\ell_2} = \text{ΜΠ.}$$

Είναι $\text{ΜΠ} > 1$. Για τον λόγο ταχυτήτων ΛT ισχύει ότι:

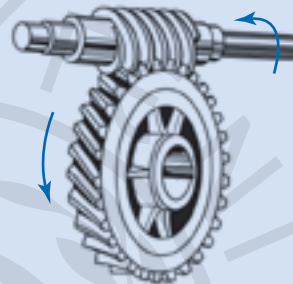
$$\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{F_2}{F_1} = \Lambda\text{T}$$

Είναι $\Lambda\text{T} > 1$. Για την απόδοση του μηχανισμού ισχύει ότι:

$$\text{Απόδοση} = \frac{\text{ΜΠ}}{\Lambda\text{T}} = \frac{\frac{\ell_1}{\ell_2}}{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = 1$$

3. Ο συνδυασμός ατέρμονα κοχλία και γραναζιού (σχ. 4.48) μπορεί να μεταδώσει περιστροφική κίνηση μεταξύ δύο αξόνων που είναι κάθετοι μεταξύ τους και για το λόγο ταχυτήτων ισχύει ότι:

$$\Lambda\text{T} = \frac{1}{\text{Αριθμός δοντιών κινούμενου γραναζιού}}$$



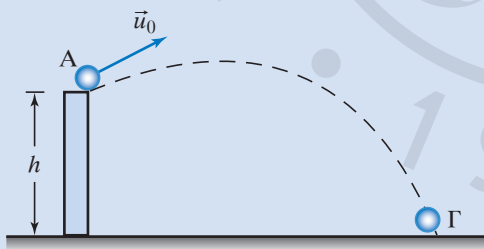
Σχ. 4.48
Ατέρμονος κοχλίας και γρανάζι

? ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ποια η κινητική ενέργεια πλοίου μάζας 100 000 τόνων, όταν αυτό κινείται με ταχύτητα 36 km/h;
2. Σώμα μάζας $m = 2$ kg αφήνεται να πέσει χωρίς αρχική ταχύτητα από ύψος $h = 80$ m πάνω από το έδαφος. Να υπολογίσετε την κινητική και δυναμική ενέργεια του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_0 = 0$ s, $t_1 = 1$ s, $t_3 = 3$ s απ' τη στιγμή, που αφήθηκε ελεύθερο, καθώς και τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος. Δίνεται $g = 10$ m/s².
3. Σε σώμα που ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη $F = 80$ N, που η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία 30° με το επίπεδο, και το σώμα μετατοπίζεται κατά διάστημα $s = 30$ m. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F .
4. Σε σώμα μάζας $m = 1$ kg, που ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (χωρίς τριβές) ασκείται οριζόντια δύναμη $F = 10$ N για χρονικό διάστημα $t = 4$ s. Τι είδους κίνηση θα εκτελέσει το σώμα, πόση απόσταση θα διανύσει σ' αυτόν τον χρόνο και ποια η κινητική του ενέργεια τη χρονική στιγμή $t = 4$ s;
5. Σε κιβώτιο βάρους $B = 200$ N, που ακινητεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου $F = 80$ N και το μετακινεί με σταθερή ταχύτητα 2 m/s. Ποιες δυνάμεις ασκούνται στο κιβώτιο, ποιο το μέτρο τους και πόσο είναι το έργο τους για χρονικό διάστημα $t = 5$ s;
6. Ναύτης μετακινεί με σταθερή ταχύτητα ένα κιβώτιο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο κατά 10 m και

δαπανά ενέργεια 200 joule. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης της τριβής, που εμφανίστηκε κατά τη μετακίνηση του κιβωτίου.

7. Σε σώμα βάρους $B = 100 \text{ N}$, που ακινητεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου $F = 50 \text{ N}$ και το μετακινεί κατά 2 m. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος–επιπέδου είναι $n = 0,3$ να βρείτε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε το μέτρο και το έργο τους για την παραπάνω μετακίνηση.
8. Ναύτης μετακινεί με σταθερή ταχύτητα ένα κιβώτιο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο κατά 10 m ασκώντας του σταθερή δύναμη $F = 100 \text{ N}$, που η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία 45° με το οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής T και το έργο της δύναμης F και της τριβής T για την παραπάνω μετακίνηση.
9. Σώμα μάζας 20 kg εκτοξεύεται από σημείο Α σε ύψος $h = 15 \text{ m}$ με αρχική ταχύτητα $u_0 = 30 \text{ m/s}$, όπως στο σχήμα 1 και φτάνει στη θέση Γ. Αντίσταση του αέρα δεν υπάρχει και $g = 10 \text{ m/s}^2$. Δεχθείτε ότι το σώμα στο έδαφος δεν έχει δυναμική ενέργεια.
 - α) Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Α;
 - β) Βρείτε το έργο του βάρους από το Α στο Γ.
 - γ) Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος;

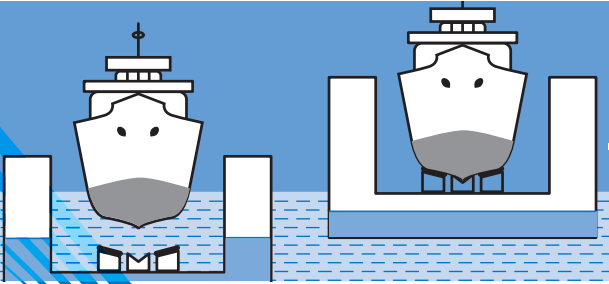


Σχ. 1

10. Πόσο ψηλά μπορεί να σηκώσει ένας ναύτης κιβώτιο μάζας 50 kg, αν διαθέσει ενέργεια 250 J; Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.
11. Σώμα μάζας m αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος h πάνω από το έδαφος. Σε ποιο ύψος η δυναμική και η κινητική του ενέργεια θα είναι ίσες μεταξύ τους;
12. Αντλία νερού ανεβάζει 2 L/s, από βάθος 8 m. Πόσο έργο παράγει σε μία ημέρα; Δίνεται

$g = 10 \text{ m/s}^2$. Υπόδειξη: Το 1 L νερού έχει μάζα 1 kg.

13. Όταν ένα ιδανικό ελατήριο επιμηκύνεται από το αρχικό του μήκος κατά 20 cm, η δυναμική του ενέργεια είναι 10 J.
 - α) Να βρείτε την τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου.
 - β) Πόση ενέργεια προσφέρθηκε στο ελατήριο για τα 3 πρώτα cm της επιμήκυνσής του;
 - γ) Κατά πόσο αυξήθηκε η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου όταν επιμηκύνθηκε από τα 17 cm στα 20 cm;
 - δ) Να συγκρίνετε και να σχολιάσετε τις απαιτήσεις των ερωτημάτων (β), (γ).
14. Σε σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ που ακινητεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη $F = 21 \text{ N}$ με διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς τα πάνω. Να υπολογίσετε την ταχύτητα, την κινητική και τη δυναμική ενέργεια του σώματος, 4 s μετά απ' την έναρξη της κίνησής του. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.
15. Εργάτης ανυψώνει σώμα βάρους $B = 100 \text{ N}$ ασκώντας του σταθερή κατακόρυφη δύναμη F . Το έργο της F για ανύψωση του σώματος κατά $h = 2 \text{ m}$ είναι 300 J. Να υπολογίσετε:
 - α) Το μέτρο της δύναμης F .
 - β) Το έργο του βάρους του σώματος κατά την ανύψωση του κατά h .
 - γ) Τα έργα του βάρους και της δύναμης F είναι παραγόμενα ή καταναλισκόμενα;
16. Η ισχύς που αναπτύσσει η ατμομηχανή σιδηροδρόμου που κινείται σε ευθεία γραμμή με σταθερή ταχύτητα $u = 36 \text{ km/h}$ είναι $P = 500 \text{ kW}$. Αν υπό αυτές τις συνθήκες διανύσει απόσταση $s = 2 \text{ km}$, ποιο είναι το έργο (σε J) που θα παράξει η ατμομηχανή;
17. Σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί σώμα. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ του ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 100 \text{ N}$ και τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ s}$ η στιγμιαία ισχύς της δύναμης είναι $P = 150 \text{ W}$.
 - α) Πόση επιτάχυνση απέκτησε το σώμα;
 - β) Ποια είναι η μέση ισχύς της δύναμης από 0 s–3 s;
 - γ) Πόση ενέργεια δόθηκε στο σώμα από αυτόν που ασκεί τη δύναμη F στο παραπάνω χρονικό διάστημα; Δίνονται $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\eta = 1/10$, $m = 20 \text{ kg}$.



5.1 Ορισμοί. Παροχή. Ροή. Δυναμική γραμμή. Στρωτή και τυρβώδης ροή

Ρευστά ονομάζονται τα σώματα που ρέουν. Στα ρευστά ανήκουν τα **αέρια** και τα **υγρά**. Τα υγρά είναι σχεδόν ασυμπίεστα και έχουν σχεδόν σταθερό όγκο, ενώ τα αέρια είναι συμπιεστά και τείνουν να καταλάβουν όλο τον όγκο που τους προσφέρεται.

Τέλεια ή **ιδανικά** ονομάζονται τα ρευστά, τα οποία είναι τελείως ασυμπίεστα και δεν παρουσιάζουν τριβές στο εσωτερικό τους ούτε με τα τοιχώματα των δοχείων που τα περιέχουν.

Πραγματικά ονομάζονται τα ρευστά τα οποία παρουσιάζουν, όπως συμβαίνει στην πραγματικότητα, τριβή. Η τριβή παρουσιάζεται στο εσωτερικό του ρευστού οπότε ονομάζεται **εσωτερική τριβή** και με τα τοιχώματα του δοχείου, εντός του οποίου βρίσκονται.

Μερικοί θεωρούν ως ιδανικά τα ρευστά που δεν παρουσιάζουν τριβές, αλλά μπορεί να είναι συμπιεστά.

Ροή ονομάζεται η κίνηση του ρευστού προς μία κατεύθυνση και **πεδίο ροής** ονομάζεται ο χώρος, μέσα στον οποίο το ρευστό κινείται (ρέει).

Μπορούμε να περιγράψουμε τη ροή ενός ρευστού ως εξής: θεωρούμε ότι διαιρείται σε απείρως μικρούς στοιχειώδεις όγκους που ονομάζουμε **σωμάτια του ρευστού** και το κάθε σωματίο έχει ορισμένη ταχύτητα u και πυκνότητα ρ . Για την πυκνότητα χρησιμοποιείται και το σύμβολο d . Η ροή μπορεί να εξετασθεί εάν ξέρουμε την ταχύτητα και την πυκνότητα σε κάθε σημείο του ρευστού κάθε χρονική στιγμή, δηλαδή τις συναρτήσεις $\vec{u} = u(x, y, z, t)$, $\rho = \rho(x, y, z, t)$. Τα υγρά και υπό κάποιες συνθήκες τα αέρια, έχουν σταθερή πυκνότητα σε σχέση με τη θέση και τον χρόνο.

Με αυτήν τη μεθοδολογία επικεντρωθήκαμε στο τι συμβαίνει μία χρονική στιγμή σ' ένα συγκεκριμένο σημείο του χώρου. Επομένως, κάθε φυσικό μέγεθος που σχετίζεται με το ρευστό (π.χ. η πίεση p) έχει σε κάθε σημείο του χώρου κάθε χρονική στιγμή, μία ορισμένη τιμή, δηλαδή $p = p(x, y, z, t)$.

Υπάρχουν διάφορες κατηγορίες ροής, αλλά εδώ θα αναφέρουμε τις εξής:

1) **Μόνιμη** ή **στρωτή ροή**, όταν η ταχύτητα του ρευστού σε κάθε σημείο δεν μεταβάλλεται με το χρόνο, δηλαδή είναι χρονικά σταθερή. Οι συνθήκες για στρωτή ροή μπορούν να πραγματοποιηθούν με μικρές ταχύτητες ροής (π.χ. όταν κυλά ένα ήρεμο ρυάκι ή ο αέρας κινείται με μικρές ταχύτητες).

2) **Μη μόνιμη** ή **τυρβώδης ροή**, όταν η ταχύτητα του ρευστού σε κάθε σημείο του χώρου δεν είναι σταθερή, αλλά μεταβάλλεται με τον χρόνο. Αυτό μπορεί να παρατηρείται σε ορμητικό ποτάμι, σε καταρράκτη ή σε πολύ δυνατό άνεμο.

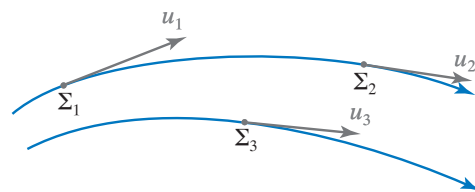
Υπάρχουν περιπτώσεις που η ταχύτητα δεν διατηρείται εντελώς σταθερή, αλλά μεταβάλλεται λίγο, γύρω από κάποια μέση τιμή (**ημιμόνιμη ροή**).

Ρευματική ή **ροϊκή γραμμή** ονομάζεται η γραμμή που είναι εφαπτόμενη στη στιγμιαία ταχύτητα των σωματίων του ρευστού μία χρονική στιγμή.

Όταν η ροή είναι στρωτή (μόνιμη), τότε οι ρευματικές γραμμές δεν αλλάζουν με τον χρόνο και δείχνουν τη διαδρομή που ακολουθεί ένα σωματίο του ρευστού κατά την κίνησή του (σχ. 5.1).

Συνήθως σχεδιάζουμε τις ρευματικές γραμμές έτσι, ώστε η πυκνότητά τους σε μία περιοχή του πεδίου ροής να δείχνει το μέτρο της ταχύτητας του ρευστού στην περιοχή αυτή. Μεγάλη πυκνότητα ρευματικών γραμμών σημαίνει μεγάλη ταχύτητα και μικρή πυκνότητα ρευματικών γραμμών σημαίνει μικρή ταχύτητα.

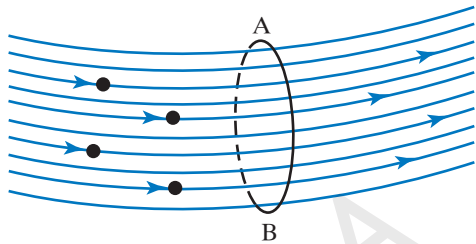
Οι ρευματικές γραμμές δεν τέμνονται μεταξύ τους, διότι αν τέμνονταν, η ταχύτητα (διάνυσμα)



Σχ. 5.1
Ρευματικές γραμμές

στο σημείο τομής θα είχε δύο διαφορετικές κατευθύνσεις, αυτές των τεμνόμενων ρευματικών γραμμών. Αυτό μπορεί να γίνει μόνο σε σημεία ισορροπίας, όπου η ταχύτητα είναι μηδέν.

Αν θεωρήσουμε επιφάνεια μέσα σε πεδίο ροής και από κάθε σημείο του περιγράμματος της επιφάνειας φέρομε την αντίστοιχη ρευματική γραμμή, τότε σχηματίζεται η υγρή φλέβα ή σωλήνας ροής (σχ. 5.2). Αν η διατομή της φλέβας είναι απειροστή, τότε η φλέβα είναι απειροστή.



Σχ. 5.2
Φλέβα ή σωλήνας ροής

Οι ρευματικές γραμμές μίας φλέβας δεν βγαίνουν έξω απ' αυτήν, διότι δεν τέμνονται.

Στη στρωτή ροή οι φλέβες ροής είναι σταθερές με τον χρόνο. Το ρευστό μίας φλέβας (σωλήνα) δεν μπαίνει μέσα σε άλλη φλέβα (σωλήνα), δηλαδή το ρευστό ρέει μέσα στην κάθε μία φλέβα σαν να ήταν τα τοιχώματά της στερεά, αδιαπέραστα. Η κάθε φλέβα είναι σαν ένας σταθερός σωλήνας.

Παροχή (Π) ρευματικής φλέβας ονομάζεται το πηλίκο του στοιχειώδους όγκου dV του ρευστού, που διέρχεται από μία διατομή της σε απειροστό χρόνο dt , διά του χρόνου αυτού. Δηλαδή:

$$\Pi = \frac{dV}{dt}$$

Αν τα Δt , ΔV είναι αρκετά μικρά, μπορούμε να γράψουμε:

$$\Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Η μονάδα παροχής είναι: $1 \text{ m}^3/\text{s}$.

Στην πράξη χρησιμοποιούνται το L/s και το m^3/h . Μερικές ενδεικτικές τιμές παροχών στον πίνακα 5.1.

Πίνακας 5.1
Ενδεικτικές παροχές

	Βρύση	Αρτεσιανό φρέαρ	Καταράκτης του Νιαγάρα
Παροχή	$0,2 \text{ m}^3/\text{h}$	$10 \text{ m}^3/\text{h}$	$8000 \text{ m}^3/\text{h}$

5.1.1 Υπολογισμός της παροχής

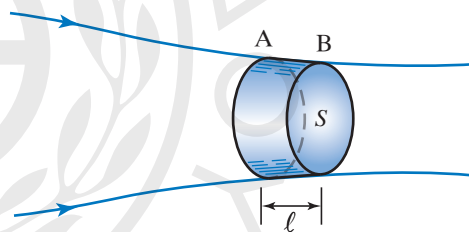
Η στοιχειώδης παροχή $\Delta \Pi$ μίας στοιχειώδους ρευματικής φλέβας ισούται με το γινόμενο του εμβαδού ΔS μίας κάθετης διατομής της, επί την ταχύτητα u , την οποία έχει το ρευστό στη διατομή. Δηλαδή:

$$\Delta \Pi = u \Delta S$$

Αν η ταχύτητα είναι ίδια για κάθε σημείο της διατομής μιας φλέβας πεπερασμένης διατομής, τότε ισχύει $\Pi = u S$.

Απόδειξη

Έστω ΔS η κάθετη προς την ταχύτητα επιφάνεια της διατομής της στοιχειώδους φλέβας, στο Β, από την οποία διέρχεται το ρευστό με ταχύτητα \vec{u} . Σε χρόνο Δt θα περάσει απ' αυτήν τη στοιχειώδη επιφάνεια όγκος ρευστού ίσος με το στοιχειώδη όγκο, που φαίνεται στο σχήμα 5.3, μεταξύ των Α και Β, ο οποίος αντιστοιχεί κατά προσέγγιση σε ορθό κύλινδρο με εμβαδόν βάσης ΔS και στοιχειώδες ύψος $l = u \Delta t$, οπότε $\Delta V = \Delta S l = \Delta S u \Delta t$.



Σχ. 5.3

Σχηματική παράσταση για τον υπολογισμό του στοιχειώδους όγκου

Από τον ορισμό της παροχής έχουμε ότι:

$$\Delta \Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta S \cdot l}{\Delta t} = \Delta S \frac{l}{\Delta t} = \Delta S u$$

Αν η φλέβα έχει πεπερασμένη διατομή S , και σε κάθε σημείο της διατομής η ταχύτητα είναι διαφορετική, τότε, για να βρούμε την παροχή, χωρίζουμε την S σε πολλά μικρά ΔS , ώστε για κάθε ένα η ταχύτητα να είναι πρακτικώς μία, \vec{u} , βρίσκουμε τη στοιχειώδη παροχή $\Delta \Pi = \Delta S u$ και στη συνέχεια αθροίζουμε τις απειροστές αυτές παροχές, οπότε έχουμε:

$$\Pi = \sum \Delta \Pi = \sum \Delta S u$$

Αν σε όλα τα σημεία της διατομής η ταχύτητα \vec{u}

είναι η ίδια, τότε η ταχύτητα βγαίνει έξω από το άθροισμα, οπότε βρίσκουμε τον γνωστό τύπο:

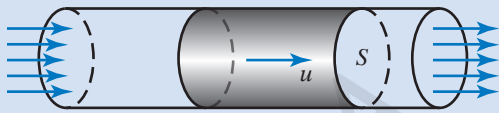
$$\Pi = \sum \Delta S u = u \sum \Delta S = u S$$

$$\Pi = S u$$



Παράδειγμα

Να υπολογίσετε την παροχή της φλέβας του σχήματος 5.4. Εάν γνωρίζετε ότι η ταχύτητα του ρευστού είναι παντού η ίδια και ίση με 4 m/s. Η κάθετη επιφάνεια διατομής έχει εμβαδόν 10 cm².



Σχ. 5.4

Λύση

Από τον τύπο της παροχής έχουμε ότι:

$$\Pi = S u = 10 \text{ cm}^2 \cdot 4 \text{ m/s} = 10 \cdot 1/10\,000 \text{ m}^2 \cdot 4 \text{ m/s} = 4/1000 \text{ m}^3/\text{s} = 0,004 \text{ m}^3/\text{s}$$

5.1.2 Νόμος της Συνέχειας

Ο Νόμος της Συνέχειας αποτελεί τον θεμελιώδη νόμο της ρευστομηχανικής και βρίσκει πολλές εφαρμογές στην κίνηση των ρευστών. Ισχύει για τη στρωτή ροή ιδανικών ρευστών (δηλ. για ασυμπίεστα ρευστά) και διατυπώνεται ως εξής:

Όταν μέσα σε σωλήνα ρέει ιδανικό ρευστό, τότε η παροχή είναι σταθερή σε κάθε διατομή του σωλήνα.

Μαθηματικά εκφράζεται από τη σχέση $S_1 u_1 = S_2 u_2$, όπου S_1, S_2 το εμβαδό δύο κάθετων διατομών σε τυχαίες θέσεις του σωλήνα, στις οποίες το ιδανικό ρευστό έχει ταχύτητες \vec{u}_1, \vec{u}_2 αντίστοιχα (σχ. 5.5).

Απόδειξη

Επειδή το ρευστό είναι ασυμπίεστο, δεν γίνεται πουθενά συσσώρευση ρευστού. Αυτό σημαίνει ότι όσος όγκος ρευστού μπαίνει, σε ορισμένο χρόνο, στον χώρο μεταξύ S_1, S_2 από την επιφάνεια S_1 , τόσος θα βγαίνει από την S_2 στον ίδιο χρόνο. Επομένως, αν Π_1, Π_2 είναι οι παροχές στις διατομές S_1, S_2 αντίστοιχα, θα ισχύει ότι $\Pi_1 = \Pi_2$. Επειδή είναι $\Pi_1 = S_1 u_1$ και $\Pi_2 = S_2 u_2$, έπεται ότι $S_1 u_1 = S_2 u_2$.

Η προηγούμενη σχέση $S_1 u_1 = S_2 u_2$ μπορεί να

γραφεί και ως:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{u_2}{u_1}.$$

Η τελευταία ισότητα ερμηνεύεται ως εξής: *Αν ιδανικό ρευστό ρέει μέσα σε σωλήνα που δεν έχει παντού την ίδια διατομή, τότε οι ταχύτητές του στις διάφορες διατομές του σωλήνα είναι αντιστρόφως ανάλογες των εμβαδών των διατομών.*

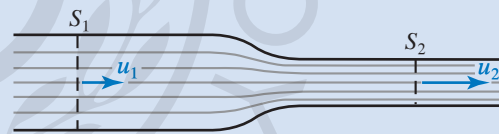
Αυτό σημαίνει πως εκεί που ο σωλήνας είναι στενός η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη από εκεί που ο σωλήνας είναι φαρδύς. Στο σχήμα 5.5 ισχύει ότι $u_2 > u_1$.

Για παράδειγμα όταν ποτίζουμε με λάστιχο, το νερό ρέει με συγκεκριμένη ταχύτητα, όταν όμως τοποθετήσουμε το δάκτυλό μας στην άκρη του σωλήνα και μικρύνουμε το άνοιγμά του, αυτό εξέρχεται με μεγαλύτερη ταχύτητα από πριν.



Παράδειγμα

Να υπολογίσετε την ταχύτητα u_1 ιδανικού ρευστού στη διατομή εμβαδού S_1 . Η ροή του είναι στρωτή και στη διατομή εμβαδού S_2 , που ισούται με το μισό της S_1 , έχει ταχύτητα $u_2 = 5 \text{ m/s}$ (σχ. 5.5).



Σχ. 5.5

Λύση

$$\text{Από τη σχέση: } \frac{S_1}{S_2} = \frac{u_2}{u_1}$$

αντικαθιστώντας σε μονάδες του SI έχουμε ότι:

$$\frac{S_1}{\frac{S_1}{2}} = \frac{5}{u_1} \text{ οπότε } 2 = \frac{5}{u_1} \text{ άρα } u_1 = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5.2 Πίεση. Ατμοσφαιρική πίεση και εξάρτησή της από το ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας. Αρχή του Pascal

5.2.1 Πίεση

Τοποθετούμε ένα βαρύ σώμα πάνω σε άμμο και παρατηρούμε ότι αυτό βυθίζεται κατά ένα μέρος

του. Αν το τοποθετήσουμε πάνω σε ελαφρά σανίδα μεγάλης επιφάνειας, η οποία βρίζεται πάνω στην άμμο, το βάρος του κατανέμεται σε μεγαλύτερη επιφάνεια και παρατηρούμε ότι δεν βυθίζεται πλέον στην άμμο. Μία εφαρμογή αυτού του γεγονότος έχουμε κατά την προσπάθειά μας να βαδίσουμε στο χιόνι (σχ. 5.6). Όταν βαδίζουμε, παρατηρούμε ότι τα παπούτσια μας βυθίζονται στο χιόνι, ενώ όταν φοράμε πέδιλα του σκι, δεν βυθίζονται καθόλου. Και στις δύο περιπτώσεις το βάρος του σώματος είναι ίδιο. Τη μία φορά όμως το πηλίκο του βάρους διά το εμβαδό της επιφάνειας στήριξης είναι μεγάλο, ενώ την άλλη είναι μικρό.



Σχ. 5.6

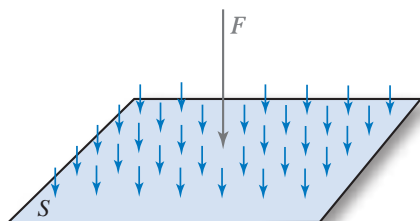
Όσο περισσότερο μεγαλώνει η επιφάνεια στήριξης, τόσο λιγότερο βυθίζεται ο άνθρωπος στο χιόνι

Το πηλίκο της δύναμης \vec{F} που ασκείται **κάθετα** και **ομοιόμορφα** σε μία επιφάνεια, διά το εμβαδό S της επιφάνειας ορίζεται ως πίεση p ,

$$p = F/S$$

και είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος (σχ. 5.7).

Προκειμένου να μειώσουμε την πίεση που ασκεί μία συγκεκριμένη δύναμη, αυξάνουμε το εμβαδό της επιφάνειας πάνω στην οποία κατανέμεται. Γι' αυτό, όταν χτίζεται ένα κτήριο, οι κολόνες στα θεμέλιά του έχουν πέδιλα στο κάτω τμήμα τους. Οι ράγες των σιδηροδρόμων στηρίζονται σε χοντρά

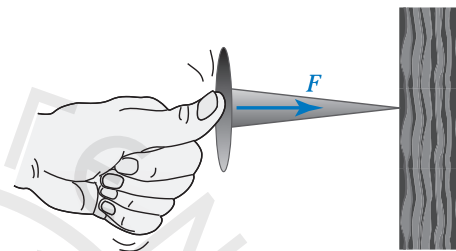


Σχ. 5.7

Η δύναμη ασκεί πίεση στην επιφάνεια

ξύλινα μαδέρια, ούτως ώστε να μειώνεται η πίεση που ασκούν στο έδαφος, όταν διέρχονται από πάνω τους τα τρένα.

Υπάρχουν περιπτώσεις που επιθυμούμε η πίεση να είναι μεγάλη. Αυτό επιτυγχάνεται κατανέμοντας τη δύναμη σε όσο το δυνατό μικρότερη επιφάνεια. Εφαρμογή αυτού έχουμε σε όλα τα τέμνοντα εργαλεία (μαχαίρι, ψαλίδι, ξυράφι), στα οποία με μικρές σχετικά δυνάμεις πετυχαίνουμε μεγάλες πιέσεις. Για τον λόγο αυτό οι πινέζες και τα καρφιά έχουν οξύ το ένα άκρο τους (σχ. 5.8).



Σχ. 5.8

Η δύναμη ενεργεί σε μικρή επιφάνεια και η πίεση που ασκεί είναι μεγάλη

5.2.2 Μονάδες μέτρησης της πίεσης

Στο SI η δύναμη μετρείται σε N και το εμβαδό σε m^2 . Άρα μονάδα πίεσης είναι το $1 N/m^2$ που λέγεται **πασκάλ** (1 pascal, 1 Pa). 1 Pa είναι η πίεση που προκαλεί δύναμη 1N όταν ασκείται κάθετα και είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη σε επιφάνεια εμβαδού $1 m^2$.

Επειδή το Pa είναι πάρα πολύ μικρή μονάδα, χρησιμοποιούμε πολλαπλάσιά του, όπως:

$$1 \text{ hPa} = 100 \text{ Pa} \text{ (εκατοπασκάλ, εκτοπασκάλ)}$$

$$1 \text{ kPa} = 1000 \text{ Pa} \text{ (κιλοπασκάλ)}, \quad 1 \text{ MPa} = 1\,000\,000 \text{ Pa} \text{ (μεγαπασκάλ)}.$$

Μονάδα για την πίεση είναι και το $1 N/cm^2$, για το οποίο ισχύει ότι: $1 N/cm^2 = 1 N/10^{-4} m^2 = 10^4 N/m^2$.

Άλλες μονάδες είναι το 1 bar (μπαρ)

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atm} \text{ (1 ατμόσφαιρα)} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,013 \text{ bar} \approx 1,0 \text{ bar}.$$

$$1 \text{ mbar} = 10^{-3} \text{ bar}.$$

$$1 \text{ mm Hg} \text{ (1 χιλιοστό υδραργύρου)} = 1 \text{ Torr} \text{ (1 τορ)} = 133,3 \text{ Pa}.$$

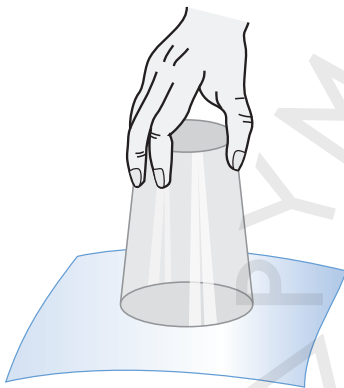
$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg}.$$

5.2.3 Ατμοσφαιρική πίεση

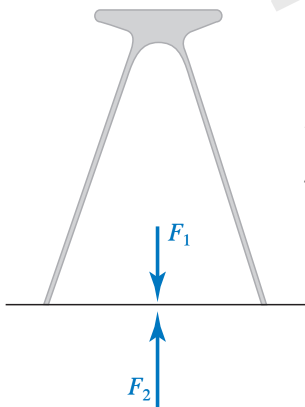
Ατμόσφαιρα ονομάζεται το στρώμα αέρα,

(ατμοσφαιρικός αέρας), που περιβάλλει τη Γη. Το ύψος της δεν είναι ακριβώς καθορισμένο. Η πυκνότητα της ατμόσφαιρας μειώνεται με το ύψος. Σε κάθε σημείο της ατμόσφαιρας υπάρχει πίεση (ατμοσφαιρική πίεση).

Για να βεβαιωθούμε ότι ο ατμοσφαιρικός αέρας έχει πίεση και ασκεί δύναμη σε επιφάνεια, μπορούμε να κάνουμε το εξής απλό πείραμα: παίρνουμε ένα ποτήρι πλήρως γεμάτο με νερό, το σκεπάζουμε με μία σελίδα χαρτιού και το αναποδογυρίζουμε (σχ. 5.9). Θα δούμε ότι το νερό δεν χύνεται, παρόλο που στην πάνω πλευρά της σελίδας ασκείται, λόγω του βάρους του, η δύναμη \vec{F}_1 , όμως στην κάτω πλευρά της σελίδας η ατμόσφαιρα ασκεί τη δύναμη \vec{F}_2 , λόγω ατμοσφαιρικής πίεσης (σχ. 5.10).



Σχ. 5.9
Το νερό δεν χύνεται από το ποτήρι



Σχ. 5.10
Η ατμοσφαιρική πίεση δεν επιτρέπει στο νερό να χυθεί από το ποτήρι

Ένα απλό πείραμα επίσης είναι να γεμίσουμε ένα μπουκάλι με νερό, να έχουμε ένα ποτήρι με νερό και να αναποδογυρίσουμε το μπουκάλι με το λαιμό του βυθισμένο στο νερό του ποτηριού. Αυτό που θα παρατηρήσουμε είναι ότι το νερό του μπουκαλιού δεν χύνεται. Το «συγκρατεί» η δύναμη λόγω της ατμοσφαιρικής πίεσης.

5.2.4 Εφαρμογές της ατμοσφαιρικής πίεσης

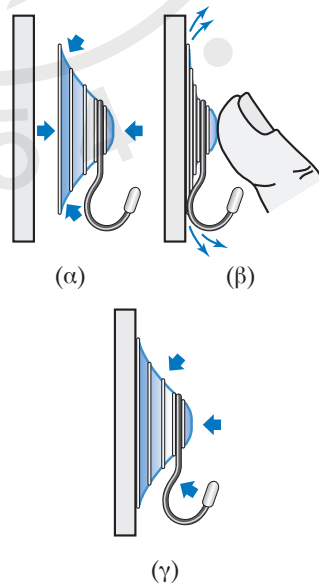
Η **κροεμάστρα-βεντούζα**, το **σταγονόμετρο**, το **παιδικό βέλος**, το **λαδωτήρι** και το **εργαλείο απόφραξης του νιπτήρα**, λειτουργούν με την πίεση του αέρα. Όλα είναι παραλλαγές της απλής λαστιχένιας «βεντούζας», που λειτουργεί ως εξής:

1) Όταν η βεντούζα δεν συμπιέζεται σε μία επιφάνεια, η πίεση του αέρα (παχιά βέλη) είναι η ίδια σε όλες τις πλευρές [σχ. 5.11(α)].

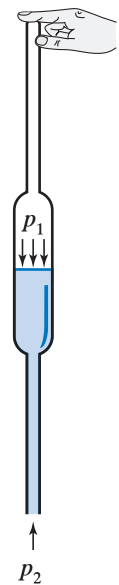
2) Η συμπίεση της βεντούζας σε μία επιφάνεια διώχνει ένα μεγάλο μέρος του αέρα απ' το εσωτερικό της (λεπτά βέλη) [σχ. 5.11(β)].

3) Όταν αφαιρεθεί ελεύθερη, εξαιτίας της ελαστικότητάς της, τείνει να ξαναπάρει το αρχικό της σχήμα και δημιουργεί μερικό κενό στο εσωτερικό (χαμηλότερη πίεση). Η ισχυρότερη εξωτερική πίεση (παχιά βέλη) κρατά τη βεντούζα κολλημένη στον τοίχο [σχ. 5.11(γ)].

Το **σιφώνιο** είναι ένας σωλήνας που χρησιμοποιείται για τη μεταφορά υγρού από ένα δοχείο σε άλλο. Προς τούτο βυθίζουμε το κάτω άκρο του σωλήνα στο υγρό, φέρνουμε το στόμα μας στο άνω άκρο και ρουφάμε τον αέρα που περιέχει. Έτσι, η πίεση στο εσωτερικό του σιφωνίου μειώνεται και το υγρό λόγω της ατμοσφαιρικής πίεσης ανέρχεται μέσα στο σιφώνιο. Στη συνέχεια, κλείνουμε με το δάκτυλό μας το άνω άκρο και ανασύρουμε το σιφώνιο από το υγρό (σχ. 5.12). Παρατηρούμε ότι εκρέει μία μικρή ποσότητα υγρού από το κάτω άκρο του σιφωνίου. Μετά από λίγο αυτή η εκροή σταματά. Τότε η



Σχ. 5.11
Τρεις πιέσεις

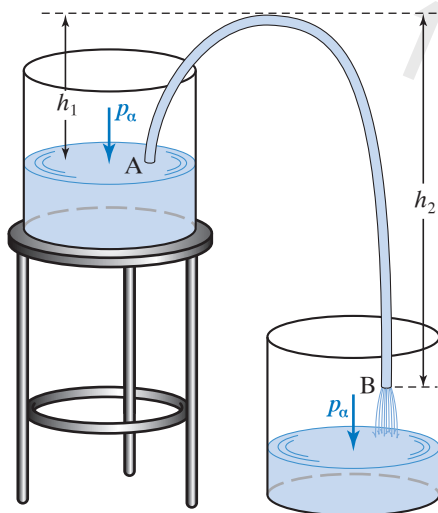


Σχ. 5.12
Το σιφώνιο

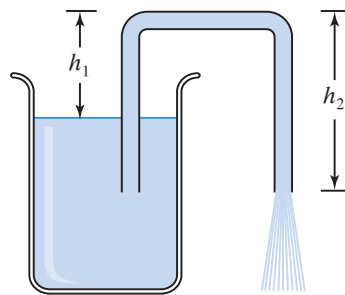
πίεση p_1 που επικρατεί στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού είναι μικρότερη από την ατμοσφαιρική πίεση p_2 που επικρατεί στο κάτω ανοικτό άκρο της.

Ανάλογη είναι και η λειτουργία του σταγονόμετρου. Σ' αυτήν την αρχή στηρίζεται η λειτουργία της ιατρικής σύριγγας και των αναρροφητικών αντλιών.

Ο **σίφοντας** είναι ένας εύκαμπτος σωλήνας λυγισμένος σε δύο άνισους βραχίονες. Χρησιμοποιείται για τη μετάγγιση υγρού από ένα δοχείο που βρίσκεται ψηλά σε άλλο δοχείο που βρίσκεται χαμηλότερα (σχ. 5.13). Βυθίζουμε το ένα άκρο του σωλήνα στο δοχείο που βρίσκεται ψηλότερα, τον γεμίζουμε με το υγρό (π.χ. ρουφώντας), βυθίζουμε το άλλο άκρο του στο δοχείο που βρίσκεται χαμηλότερα και παρατηρούμε ότι το υγρό ρέει. Προκειμένου να συμβεί αυτό, θα πρέπει το στόμιο του σίφωνα που βρίσκεται στο κάτω δοχείο να είναι συνεχώς πιο κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στο πάνω δοχείο. Η λειτουργία του σίφωνα οφείλεται στη διαφορά βαρών των υγρών στηλών h_1 και h_2 (σχ. 5.14). Στην ελεύθερη επιφάνεια και των δύο δοχείων επικρατεί η ατμοσφαιρική πίεση. Για να λειτουργεί ο σίφοντας, πρέπει οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων του υγρού (δυνάμεις συνοχής) να είναι τέτοιες, που να μπορούν να σηκώσουν το βάρος της στήλης του υγρού. Αυτό δεν είναι εύκολο να γίνει, διότι δημιουργούνται μικρές φυσαλίδες μέσα στο υγρό, που μειώνουν πολύ τη συνοχή. Γι' αυτό είναι σημαντικό να υπάρχει αρκετά μεγάλη ατμοσφαιρική πίεση, η οποία συγκρατεί τη στήλη του υγρού και δεν διαχωρίζεται. Απ' τη συνοχή και την ατμοσφαιρική πίεση εξαρτάται πόσο μεγάλο μπορεί να είναι το ύψος h_1 .



Σχ. 5.13
Ο σίφοντας

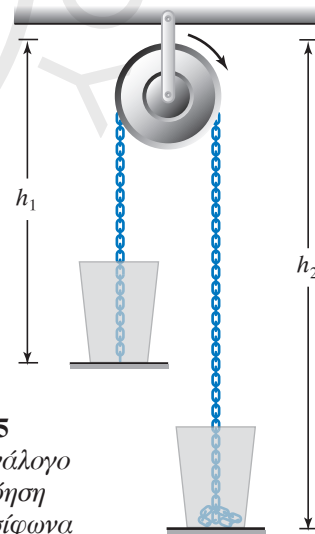


Σχ. 5.14

Το μήκος του τμήματος του σωλήνα μέσα στο υγρό δεν έχει σημασία

Από την παραπάνω μελέτη μπορούμε να δημιουργήσουμε το αντίστοιχο μηχανικό ανάλογο λειτουργίας του σίφωνα ως εξής:

Έστω αλυσίδα που διέρχεται από τροχαλία. Στο κάθε άκρο της συνδέεται ένα ποτήρι που περιέχει μέρος της αλυσίδας (σχ. 5.15). Αν τοποθετηθούν σε διαφορετικά ύψη, παρατηρούμε ότι η αλυσίδα «ρέει» από το ποτήρι που βρίσκεται ψηλότερα στο άλλο που βρίσκεται χαμηλότερα. Κατά τον ίδιο τρόπο ρέει το νερό μέσα στον σίφωνα, όταν το άκρο του σωλήνα που είναι έξω από το νερό, βρίσκεται χαμηλότερα από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού που είναι στο δοχείο.



Σχ. 5.15
Μηχανικό ανάλογο για κατανόηση λειτουργίας σίφωνα

5.2.5 Αρχή του Pascal για ρευστά

Η αρχή του Pascal διατυπώνεται ως εξής:

Σε ρευστό που ηρεμεί εκτός πεδίου βαρύτητας, η πίεση είναι ίδια σε όλα τα σημεία του ρευστού και φυσικά και στα τοιχώματα του δοχείου μέσα στο οποίο βρίσκεται το ρευστό.

Αυτό σημαίνει ότι αν ασκηθεί πίεση από εξωτερικό αίτιο στο ρευστό, αυτή θα μεταδοθεί η ίδια σε όλα τα σημεία του. Αυτό γίνεται συνήθως με ένα έμβολο.

Η αρχή του Pascal ισχύει για όλα τα ρευστά, δηλαδή υγρά και αέρια και αποδεικνύεται ως εξής:

Εάν ασκήσουμε στο μικρό έμβολο εμβαδού S_1 του σχήματος 5.16 δύναμη \vec{F}_1 , αυτό μετακινείται κατά απόσταση l_1 ενώ το μεγάλο έμβολο εμβαδού S_2 , μετακινείται κατά απόσταση l_2 και επειδή τα υγρά είναι ασυμπίεστα ισχύει ότι:

$$S_1 l_1 = S_2 l_2. \quad (1)$$

Από την αρχή των δυνατών έργων ή την Αρχή διατήρησης της ενέργειας ή του έργου, γνωρίζουμε ότι το έργο της δύναμης \vec{F}_1 που είναι $F_1 l_1$ θα ισούται με το έργο της δύναμης \vec{F}_2 που είναι $F_2 l_2$, δηλαδή ισχύει ότι:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2. \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

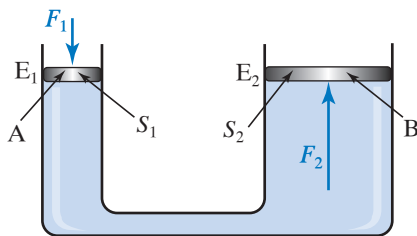
$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad \text{ή} \quad p_1 = p_2.$$

Δηλαδή, οι πιέσεις στα δύο έμβολα είναι ίσες μεταξύ τους.

5.2.6 Εφαρμογές της αρχής του Pascal

Η αρχή του Pascal βρίσκει άμεση εφαρμογή στα υδραυλικά φρένα των αυτοκινήτων, στους υδραυλικούς γρύλους με τους οποίους ανυψώνουμε τα αυτοκίνητα και στα υδραυλικά πιεστήρια.

Το υδραυλικό πιεστήριο είναι μία μηχανή μέσω της οποίας μπορούμε να «πολλαπλασιάσουμε» τις ασκούμενες δυνάμεις. Αποτελείται από δύο δοχεία που συγκοινωνούν, εκ των οποίων το ένα έχει μεγαλύτερη διατομή. Εντός των δοχείων κινούνται αεροστεγώς δύο έμβολα E_1 (μικρό) και E_2 (μεγάλο), εμβαδού S_1 και S_2 , αντίστοιχα (σχ. 5.16). Αν



Σχ. 5.16
Υδραυλικό πιεστήριο

ασκήσουμε δύναμη \vec{F}_1 στο μικρό έμβολο E_1 , η πίεση στο σημείο A του υγρού που προέρχεται από το έμβολο, είναι:

$$p = F_1/S_1$$

Σύμφωνα με την αρχή του Pascal, η πίεση στο σημείο B θα είναι ίδια με την πίεση στο σημείο A. Εξ αιτίας αυτής της πίεσης θα ασκείται στο μεγάλο έμβολο E_2 δύναμη $F_2 = p S_2$, άρα:

$$F_2 = \frac{F_1}{S_1} S_2$$

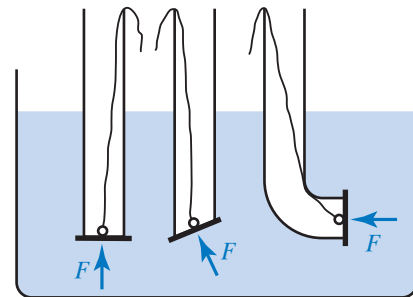
Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι αν το εμβαδό S_2 είναι πολλαπλάσιο του εμβαδού S_1 , τότε το μέτρο της δύναμης \vec{F}_2 είναι πολλαπλάσιο του μέτρου της δύναμης \vec{F}_1 , δηλαδή με το υδραυλικό πιεστήριο επιτυγχάνουμε να πολλαπλασιάσουμε τη δύναμη, ένα είδος «υδραυλικού μοχλού».

5.3 Υδροστατική πίεση. Θεώρημα Torricelli

5.3.1 Υδροστατική πίεση

Έστω υγρό που ισορροπεί μέσα σε ανοικτό δοχείο που βρίσκεται εντός του βαρυτικού πεδίου. Λόγω του βάρους του υγρού ασκείται πίεση σε κάθε σημείο του υγρού. Εάν φέρουμε μικρή επιφάνεια σε ένα σημείο του υγρού, θα ασκηθεί δύναμη πάνω της κάθετη προς την επιφάνεια. Δύναμη ασκείται και στα τοιχώματα του δοχείου. Η πίεση που ασκούν τα υγρά τα οποία βρίσκονται σε ισορροπία και οφείλεται στο βάρος τους, ονομάζεται **υδροστατική πίεση** (σχ. 5.17).

Εάν έχουμε τη διάταξη του σχήματος 5.17, μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι το πώμα στο κάτω μέρος των σωλήνων αποχωρίζεται από τον κύλινδρο, όταν μέσα στον κύλινδρο βάλουμε νερό που φτάνει ως την ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο εξωτερικό.



Σχ. 5.17
Κάθετες δυνάμεις σε επιφάνειες λόγω υδροστατικής πίεσης

κό δοχείο. Το ίδιο ισχύει και στην περίπτωση που οι σωλήνες έχουν κλίση.

Θα διαπιστώσουμε ότι η υδροστατική πίεση σ' ένα σημείο υγρού, πυκνότητας ρ ή ειδικού βάρους $\varepsilon = \rho g$, το οποίο βρίσκεται σε βάθος h από την επιφάνεια, ισούται με:

$$p = h\rho g = h\varepsilon.$$

Αυτός είναι ο **Θεμελιώδης Νόμος της Υδροστατικής**.

Η υδροστατική πίεση σε σημείο εντός υγρού που ισορροπεί, είναι ανάλογη του βάθους του σημείου από την επιφάνεια του ειδικού βάρους του υγρού και δεν εξαρτάται απ' τη μάζα του υγρού και το σχήμα του δοχείου.

Στην πραγματικότητα η ολική πίεση $p_{ολ}$ σε ένα σημείο μέσα στο υγρό ισούται με την υδροστατική $p_{υσ}$ συν οποιαδήποτε εξωτερική πίεση $p_{εξ}$ ασκείται στην επιφάνεια του υγρού. Μια τέτοια πίεση μπορεί να είναι η ατμοσφαιρική. Η εξωτερική πίεση μεταφέρεται σύμφωνα με την αρχή του Pascal σε όλα τα σημεία του υγρού. Δηλαδή:

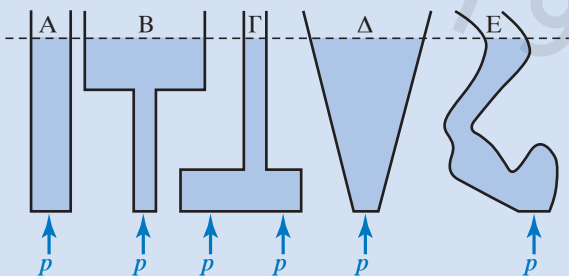
$$p_{ολ} = p_{εξ} + p_{υσ} = p_{εξ} + h\varepsilon.$$

Πολλές φορές αγνοούμε την ατμοσφαιρική πίεση.



Παραδείγματα

1. Τα πέντε δοχεία A, B, Γ, Δ, E του σχήματος 5.18 περιέχουν νερό, στο ίδιο ύψος. Η υδροστατική πίεση p που επικρατεί στον πυθμένα τους είναι η ίδια και ίση με $p = \varepsilon h = \rho gh$.

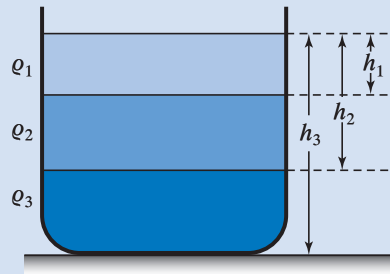


Σχ. 5.18

Στον πυθμένα των 5 δοχείων επικρατεί η ίδια υδροστατική πίεση

2. Έστω δοχείο που περιέχει υγρά πυκνότητας ρ_1, ρ_2, ρ_3 με $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$, που δεν αναμει-

γνύονται μεταξύ τους, σε ύψη όπως φαίνεται στο σχήμα 5.19.



Σχ. 5.19

Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στον πυθμένα δίνεται από τον τύπο:

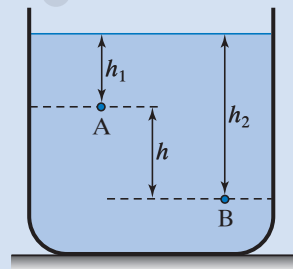
$$p = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g (h_2 - h_1) + \rho_3 g (h_3 - h_2).$$

Η διαφορά των ολικών πιέσεων (Δp) μεταξύ των σημείων A και B που βρίσκονται εντός υγρού που ισορροπεί (σχ. 5.20), ισούται με το γινόμενο του ειδικού βάρους ε του υγρού, επί την κατακόρυφη απόσταση των δύο σημείων. Δηλαδή: $\Delta p = p_B - p_A = \varepsilon h$.

Πράγματι, η ολική πίεση που επικρατεί στο σημείο A δίνεται από τον τύπο: $p_A = \varepsilon h_1 + p_{εξ}$.

Η ολική πίεση που επικρατεί στο σημείο B δίνεται από τον τύπο: $p_B = \varepsilon h_2 + p_{εξ}$.

Η διαφορά των ολικών πιέσεων ανάμεσα στα δύο σημεία είναι: $p_B - p_A = \varepsilon (h_2 - h_1)$. προφανώς αυτή είναι και η διαφορά των υδροστατικών πιέσεων.

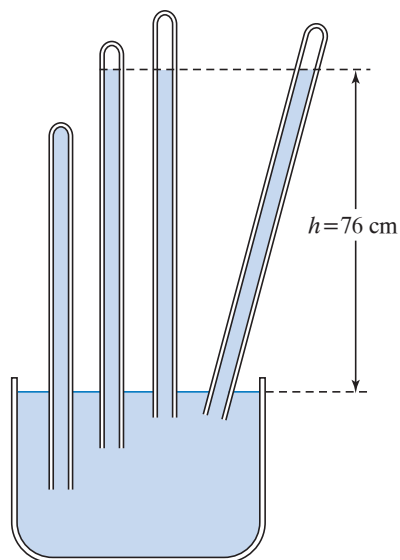


Σχ. 5.20

5.3.2 Πείραμα Torricelli

Με τα πειράματα του Torricelli διαπιστώθηκε και μετρήθηκε για πρώτη φορά η ατμοσφαιρική πίεση (σχ. 5.21).

Η ατμοσφαιρική πίεση, στην επιφάνεια της Γης (επιφάνεια της θάλασσας) ισούται με την πίεση που



Σχ. 5.21

Η τιμή των 76 cm διατηρείται σταθερή, ακόμη και αν ο σωλήνας βρίσκεται υπό κλίση

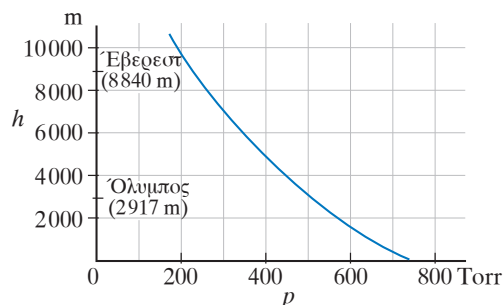
ασκέι στήλη υδραργύρου ύψους περίπου 76 cm. Αυτό αντιστοιχεί με στήλη νερού ψηλότερη από 10 m. Στο SI η ατμοσφαιρική πίεση είναι περίπου 100 kPa. Επίσης, η ατμοσφαιρική πίεση δίνεται και σε bar και έχει τιμή περίπου 1 bar.

Η συσκευή που κατασκεύασε ο Torricelli ήταν και το πρώτο βαρόμετρο του κόσμου. Ακόμα και σήμερα η βαρομετρική πίεση του αέρα στα μετεωρολογικά δελτία, αναφέρεται με τους όρους που ο Torricelli εισήγαγε, δηλαδή σε χιλιοστά της «υδραργυρικής στήλης» που λέγονται προς τιμήν του «Τορι».

5.3.3 Μεταβολή της ατμοσφαιρικής πίεσης με το ύψος

Η ατμοσφαιρική πίεση δεν είναι παντού η ίδια, αλλά μεταβάλλεται όσο αλλάζει το υψόμετρο. Εάν εκτελέσουμε το πείραμα του Torricelli στην επιφάνεια της θάλασσας και στην κορυφή του Ολύμπου, θα παρατηρήσουμε ότι το ύψος της στήλης του υδραργύρου στην κορυφή του Ολύμπου είναι μικρότερο από το αντίστοιχο στην επιφάνεια της θάλασσας. Αυτό το γεγονός εξηγείται διότι όσο ανεβαίνουμε ψηλότερα, το ύψος της στήλης του ατμοσφαιρικού αέρα μειώνεται, και μειώνεται και η πυκνότητα της ατμόσφαιρας, οπότε η ατμοσφαιρική πίεση ελαττώνεται.

Μπορούμε να εκμεταλλευτούμε το γεγονός της μείωσης της ατμοσφαιρικής πίεσης με το ύψος, ώστε μετρώντας την πίεση να βρίσκουμε το ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας (σχ. 5.22).



Σχ. 5.22

Μεταβολή της ατμοσφαιρικής πίεσης με το ύψος

Για κάθε 10,33 m περίπου πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, η ατμοσφαιρική πίεση ελαττώνεται περίπου κατά 1 mm Hg. Αυτό ισχύει μόνο για μικρά ύψη, όπου η πυκνότητα του αέρα μπορεί να θεωρηθεί σταθερή και ίση με την πυκνότητα του αέρα στην επιφάνεια της θάλασσας.

Σε μεγάλα ύψη, η παραπάνω αντιστοιχία μεταβολής της ατμοσφαιρικής πίεσης με το ύψος δεν ισχύει, διότι η πυκνότητα του αέρα μειώνεται σημαντικά όσο αυξάνεται το ύψος.

Σε μικρά ύψη, αφού το 1 m³ του αέρα έχει μάζα 1293 g, το 1 cm³ του αέρα έχει μάζα 0,001293 g. Το 1 cm³ του υδραργύρου έχει μάζα 13,6 g δηλαδή 10.500 φορές περισσότερη. Προκειμένου η ατμοσφαιρική πίεση να μειωθεί κατά 1 mm Hg, πρέπει να ανυψωθούμε κατά 10.500 mm = 10,5 m. Δηλαδή, βρίσκουμε περίπου τα 10,33 m που αναφέραμε προηγουμένως.

Όταν η πυκνότητα δεν μεταβάλλεται με το ύψος, τότε η εξάρτηση της πίεσης με το ύψος είναι γραμμική. Τότε, αν η πίεση στην επιφάνεια της Γης ($h = 0$ m) είναι p_0 , θα ισχύει:

$$p = p_0 + h\varepsilon, \quad \text{ή} \quad h = \frac{1}{\varepsilon} p - \frac{1}{\varepsilon} p_0$$

Στο ίδιο υψόμετρο, η ατμοσφαιρική πίεση μεταβάλλεται, όταν αλλάζουν οι καιρικές συνθήκες.

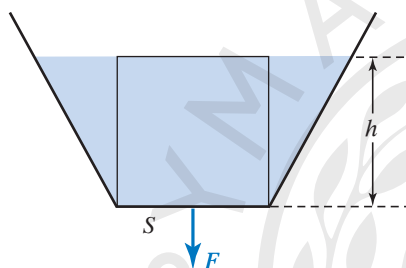
Οι άνεμοι όταν πνέουν, η βροχή και η θερμοκρασία μεταβάλλουν την πυκνότητα της ατμόσφαιρας άρα και το μέγεθος της ατμοσφαιρικής πίεσης. Έχει παρατηρηθεί ότι η απότομη πτώση της υδραργυρικής στήλης, συνοδεύεται συνήθως από καιρικές συνθήκες που προκαλούν θύελλα.

5.3.4 Δυνάμεις που ασκεί το υγρό που ισορροπεί

Παρακάτω θα μελετήσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε δοχείο από υγρά που ισορροπούν σ' αυτό.

1) Δυνάμεις στον οριζόντιο πυθμένα του δοχείου που περιέχει υγρό

Ο πυθμένας του δοχείου του σχήματος 5.23 είναι οριζόντιος. Το υγρό ειδικού βάρους ε που περιέχεται είναι ακίνητο και η ελεύθερη επιφάνειά του απέχει απόσταση h από τον πυθμένα. Η υδροστατική πίεση στον πυθμένα δίνεται από τον τύπο $p = \varepsilon h$ και ασκείται ομοιόμορφα σε όλα τα σημεία του. Η πίεση που ασκεί υγρό που ηρεμεί στον πυθμένα του δοχείου που το περιέχει, δεν εξαρτάται από το σχήμα του δοχείου ούτε από το βάρος του περιεχόμενου υγρού, αλλά μόνο από την πυκνότητα του υγρού και το ύψος της στήλης του, από την ελεύθερη επιφάνεια ως τον πυθμένα. Αν \vec{F} είναι η δύναμη που ασκεί το υγρό κάθετα στον οριζόντιο πυθμένα, ισχύει ότι $F = pS = \varepsilon h S$.

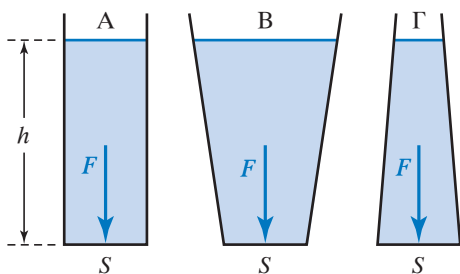


Σχ. 5.23

Δύναμη στον πυθμένα δοχείου λόγω της υδροστατικής πίεσης

– Υδροστατικό παράδοξο

Τα τρία δοχεία A, B, Γ ίσων οριζοντίων πυθμένων του σχήματος 5.24, περιέχουν υγρό ειδικού βάρους ε μέχρι το ίδιο ύψος h . Η δύναμη που ασκείται στον κάθε πυθμένα από το περιεχόμενο στο δοχείο υγρό δίνεται από τον τύπο $F = \varepsilon h S$. Η δύναμη που ασκεί το υγρό στον πυθμένα του δοχείου Γ είναι μεγαλύτερη απ' το βάρος του υγρού. Η δύναμη που ασκείται στην περίπτωση Β είναι μικρότερη από το



Σχ. 5.24

Σχηματική παράσταση για το υδροστατικό παράδοξο

βάρος του υγρού και μόνο στην περίπτωση Α αυτά συμπίπτουν. Οι περιπτώσεις Β και Γ λέμε ότι αποτελούν το **υδροστατικό παράδοξο**. Πρόκειται δηλαδή για το φαινόμενο, κατά το οποίο η δύναμη που εξασκείται στον πυθμένα δοχείου δεν είναι ίση με το βάρος του περιεχόμενου υγρού.



Σχόλιο

Το γινόμενο hS παριστάνει τον όγκο μίας στήλης, εμβαδού S , που έχει ύψος h . Έτσι, η σχέση $F = \varepsilon h S$ μπορεί να γραφεί και ως $F = \varepsilon V$. Αν θεωρήσουμε ότι μία στήλη του υγρού, εμβαδού οριζόντιας διατομής S και ύψους h έχει βάρος \vec{B} , τότε η προηγούμενη σχέση γράφεται και ως εξής $\vec{F} = \vec{B}$. Άρα δοχείο με οριζόντιο πυθμένα που περιέχει υγρό σε ισορροπία, δέχεται από αυτό στον πυθμένα του δύναμη ίση με το βάρος μίας κατακόρυφης στήλης υγρού που έχει βάση τον πυθμένα και ύψος h την απόσταση του πυθμένα από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

2) Δυνάμεις στο επίπεδο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου που περιέχει υγρό.

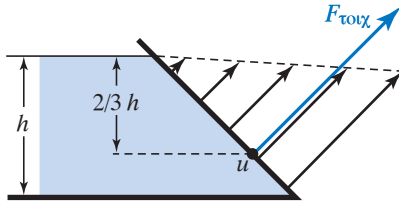
Λόγω της υδροστατικής πίεσης, το υγρό ασκεί δυνάμεις εκτός από τον πυθμένα και στα πλευρικά τοιχώματα του δοχείου που το περιέχει.

Το μέτρο των δυνάμεων που ασκούνται από το υγρό στα διάφορα σημεία του επιπέδου πλευρικού τοιχώματος, αυξάνεται όσο μεγαλώνει η απόσταση των σημείων απ' την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού (σχ. 5.25, 5.26, 5.27). Οι δυνάμεις που ασκεί το υγρό στα διάφορα σημεία του επιπέδου τοιχώματος είναι παράλληλες μεταξύ τους, διότι είναι κάθετες στο τοίχωμα. Η συνολική δύναμη που ασκεί το υγρό σε ολόκληρο το επίπεδο τοίχωμα του δοχείου προκύπτει απ' τη σύνθεση των παραλλήλων δυνάμεων, που ασκεί σε όλα τα σημεία του πλευρικού τοιχώματος.

Ας θεωρήσουμε την περίπτωση ορθογώνιου κατακόρυφου πλευρικού τοιχώματος (σχ. 5.28). Αν H είναι το ύψος και ℓ το πλάτος του επιπέδου πλευρικού τοιχώματος, το εμβαδό του είναι $S = H\ell$.

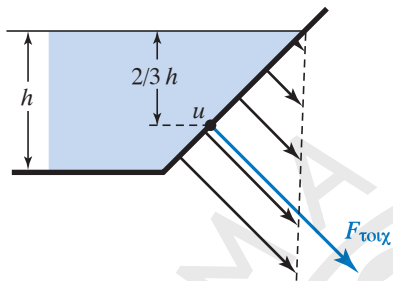
Η συνισταμένη δύναμη που ασκεί το υγρό στο πλευρικό τοίχωμα δίνεται από τον τύπο:

$$F = \varepsilon \frac{H}{2} S$$



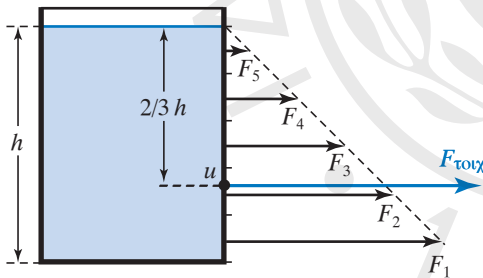
Σχ. 5.25

Αν το πλευρικό τοίχωμα είναι πλάγιο, μπορεί η συνισταμένη υδροστατική δύναμη να τείνει προς τα πάνω



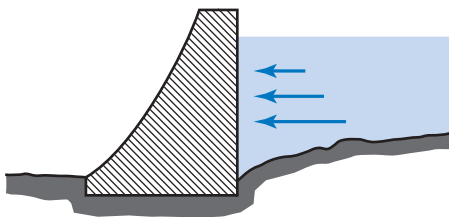
Σχ. 5.26

Αν το πλευρικό τοίχωμα είναι πλάγιο, μπορεί η συνισταμένη υδροστατική δύναμη να τείνει προς τα κάτω



Σχ. 5.27

Αν το επίπεδο τοίχωμα είναι κατακόρυφο, η συνισταμένη υδροστατική δύναμη είναι οριζόντια



Σχ. 5.28

Κάτοψη φράγματος

Για επίπεδη επιφάνεια, η δύναμη ισούται με τη δύναμη που ασκείται στην επιφάνεια αυτή, αν ήταν οριζόντια, σε βάθος ίσο με το βάθος του γεωμετρικού της κέντρου.

Αποδεικνύεται ότι στην περίπτωση που η πλευρική επιφάνεια έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου με τη μία πλευρά της οριζόντια, το σημείο εφαρμογής της συνισταμένης (κέντρο πιέσεων) βρίσκεται στα 2/3 του ολικού βάθους H . Τα φράγματα κατασκευάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε το πάχος τους να μεγαλώνει ανάλογα με το βάθος, καθώς αυξάνονται οι δυνάμεις που ασκεί το νερό στα τοιχώματα (σχ. 5.28).

3) **Συνολική (συνισταμένη) υδροστατική δύναμη που ασκείται στα τοιχώματα του δοχείου που περιέχει υγρό.**

Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκεί ένα υγρό το οποίο ισορροπεί σε όλα μαζί τα τοιχώματα του δοχείου που το περιέχει, ισούται με το βάρος του υγρού.

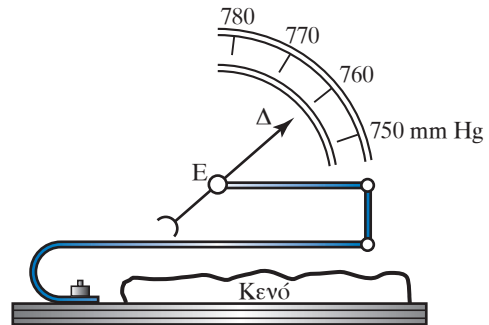
5.3.5 Μέτρηση της ατμοσφαιρικής πίεσης

Υπάρχουν διάφορα όργανα μέτρησης της πίεσης και ειδικά της ατμοσφαιρικής. Ένα απ' αυτό είναι το υδραργυρικό βαρόμετρο, που προήλθε από τα πειράματα του Torricelli.

Θα αναφερθούμε στο μεταλλικό βαρόμετρο που έχει το πλεονέκτημα, εκτός από την ευκολία που παρέχει στην εγκατάσταση, μετακίνηση και χρήση, να μην περιέχει υδράργυρο, που είναι επιβλαβής για το περιβάλλον. Επί πλέον, είναι και φτηνό.

5.3.6 Μεταλλικό βαρόμετρο

Το μεταλλικό βαρόμετρο αποτελείται από κυλινδρικό δοχείο κενό αέρος, η πάνω επιφάνεια του οποίου καλύπτεται από ελαστικό και πτυχωτό μεταλλικό έλασμα E , προκειμένου να είναι πιο εύκαμπτη (σχ. 5.29). Το έλασμα, καθώς παραμορφώνεται από την

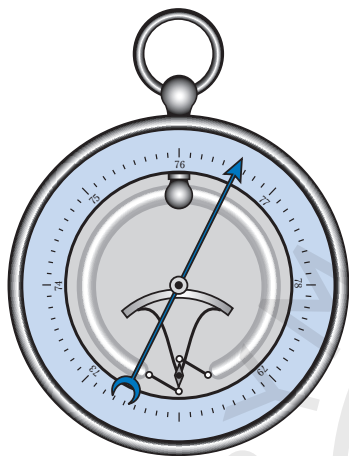


Σχ. 5.29

Λειτουργία μεταλλικού βαρομέτρου

ατμοσφαιρική πίεση, μεταδίδει μέσω μοχλών τη μετακίνηση σε δείκτη Δ που κινείται γύρω από κλίμακα βαθμονομημένη, που μπορεί να δείχνει την πίεση σε κατάλληλες μονάδες.

Συνήθως χρησιμοποιείται για τη μέτρηση των μεταβολών της ατμοσφαιρικής πίεσης και την πρόγνωση του καιρού. Το μεταλλικό βαρόμετρο δεν είναι μεγάλης ακρίβειας, αλλά είναι πολύ εύχρηστο για τα ταξίδια, κυρίως στη θάλασσα και μάλιστα όταν επικρατεί τρικυμία (σχ. 5.30).



Σχ. 5.30
Μεταλλικό
βαρόμετρο

Η μονάδα μέτρησης πίεσης στο SI είναι το $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$, όμως εξακολουθούν να χρησιμοποιούνται και οι άλλες μονάδες, παρόλο που σιγά-σιγά παραμερίζονται.

Πολλές φορές μας ενδιαφέρει να μετριάται η πίεση σε σχέση με την ατμοσφαιρική, δηλαδή η υπερπίεση ή η υποπίεση.

Χρησιμοποιούνται πολλές φορές οι όροι:

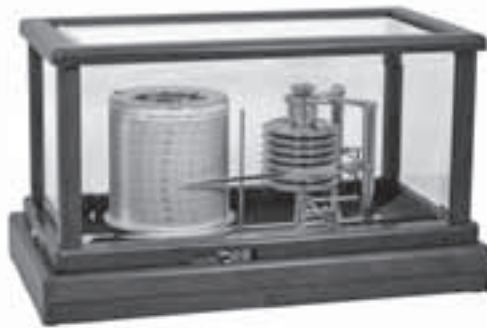
1) **Απόλυτη πίεση** p_a , που είναι η πραγματική πίεση που έχει για παράδειγμα ο ατμός, και

2) **μανομετρική** (σχετική) **πίεση** p_μ , που είναι η διαφορά της απόλυτης πίεσης p_a από την ατμοσφαιρική $p_{\text{ατμ}}$, δηλαδή $p_\mu = p_a - p_{\text{ατμ}}$. Αν $p_\mu > 0$, τότε ο ατμός έχει υπερπίεση και αν $p_\mu < 0$, τότε ο ατμός έχει υποπίεση.

Τα λεγόμενα **μανόμετρα** είναι συνήθως κατασκευασμένα και βαθμονομημένα έτσι, ώστε να δείχνουν τη μανομετρική πίεση.

5.3.7 Βαρογράφος

Βαρογράφος. Είναι αυτογραφικό μεταλλικό βαρόμετρο (σχ. 5.31). Αποτελείται από αρκετά τύμπανα, ενωμένα μεταξύ τους, προκειμένου η μετακίνηση του δείκτη να είναι μεγαλύτερη. Καταγράφει

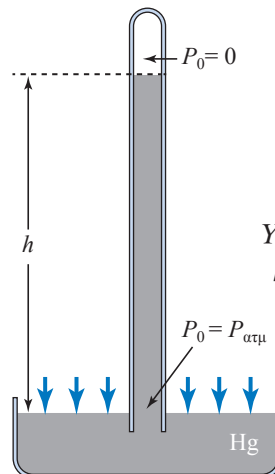


Σχ. 5.31
Βαρογράφος

την ατμοσφαιρική πίεση σε κατάλληλη ταινία, τυλιγμένη γύρω από κύλινδρο που περιστρέφεται, με ωρολογιακό μηχανισμό. Απ' τη μελέτη της ταινίας, προκύπτουν οι μεταβολές ατμοσφαιρικής πίεσης σε έναν τόπο στη διάρκεια του εικοσιτετραώρου. Συνήθως, όταν πέφτει η ατμοσφαιρική πίεση αναμένουμε βροχοπτώση, όταν πέφτει απότομα κακοκαιρία, ενώ όταν ανεβαίνει καλό καιρό.

5.3.8 Υδραργυρικό βαρόμετρο

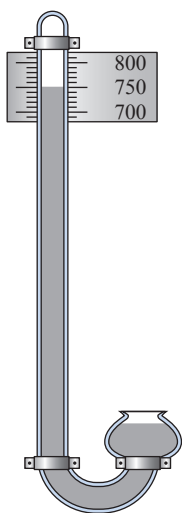
Αποτελείται από τη λεκάνη Torricelli και γυάλινο σωλήνα, δίπλα στον οποίο υπάρχει κλίμακα (χάρτακας) διαμετρομένη σε cm (σχ. 5.32). Το μηδέν της κλίμακας, αντιστοιχεί στην επιφάνεια του υδραργύρου (Hg) της λεκάνης. Η θέση, κάθε φορά, της επιφάνειας του υδραργύρου, που βρίσκεται μέσα στον σωλήνα, δίνει την ατμοσφαιρική πίεση σε cm στήλης υδραργύρου. Παρουσιάζει μεγάλη ακρίβεια στις μετρήσεις αλλά δυσκολία στη μετακίνηση, άρα δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πλοία και αεροπλάνα. Η επιφάνεια του υδραργύρου στη λεκάνη, στην οποία αντιστοιχεί το μηδέν, δεν μένει σταθε-



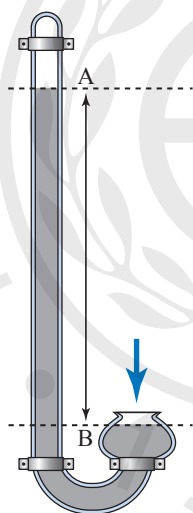
Σχ. 5.32
Υδραργυρικό
βαρόμετρο

ρή, άρα επηρεάζεται η ακρίβεια της μέτρησης. Επίσης στοιχίζει ακριβά. Για τους λόγους αυτούς, κατασκευάστηκαν τα **σιφωνοειδή βαρόμετρα**, που είναι εύκολα στη μετακίνηση και παρουσιάζουν μεγάλη ακρίβεια στη μέτρηση της ατμοσφαιρικής πίεσης. Το σιφωνοειδές βαρόμετρο αποτελείται από γυάλινο σωλήνα γυρισμένο σε σχήμα *U* και μία μικρή λεκάνη (σχ. 5.33).

Ο χώρος στην κορυφή της υδραργυρικής στήλης, στον σωλήνα, είναι ο βαρομετρικός χώρος. Η ένδειξη που αντιστοιχεί στην απόσταση της κλίμακας των δύο ελεύθερων επιφανειών του υδραργύρου, δίνει την ατμοσφαιρική πίεση σε *mm* στήλης υδραργύρου (σχ. 5.34). Αν η ατμοσφαιρική πίεση μεταβληθεί, η ελεύθερη επιφάνεια του υδραργύρου, στο αριστερό σκέλος, μεταβάλλεται (ανεβαίνει ή κατεβαίνει) και αυτή η μεταβολή ύψους της υδραργυρικής στήλης επιδρά ανεπαίσθητα στο ύψος της ελεύθερης επιφάνειας του υδραργύρου στη λεκάνη, διότι αυτή έχει διατομή πολύ μεγαλύτερη από ό,τι ο σωλήνας.



Σχ. 5.33
Σιφωνοειδές
βαρόμετρο



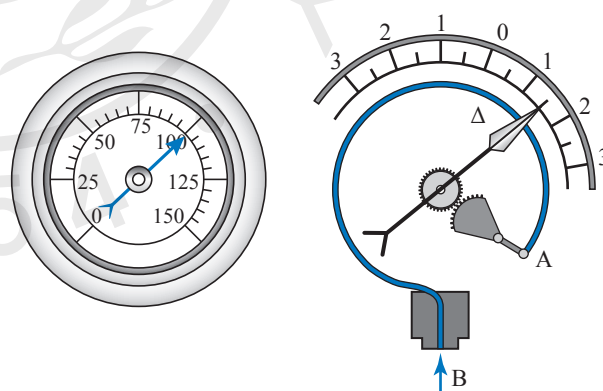
Σχ. 5.34
Η απόσταση *AB* δίνει
την ατμοσφαιρική πίεση

5.3.9 Μανόμετρο

Το μανόμετρο ή θλιβόμετρο είναι το όργανο με το οποίο μετράμε την πίεση αερίων ή υγρών. Αποτελεί απαραίτητο εξάρτημα ατμολεβήτων και δοχείων που περιέχουν αέρια (οξυγόνο, ασετυλίνη) υπό πίεση. Υπάρχουν πολλοί τύποι, βαθμολογημένοι, ώστε να δείχνουν τη μανομετρική πίεση. Οι κυριότεροι, είναι τα μανόμετρα με υγρό και τα μεταλλικά μανόμετρα. Ειδικότερα:

Μεταλλικό μανόμετρο, χρησιμοποιείται ευρέως στη βιομηχανία, για μέτρηση πίεσης υγρών ή αερίων, μεγαλύτερης ή μικρότερης από την ατμοσφαιρική. Αποτελείται από μεταλλικό δοχείο, με ελαστικά τοιχώματα, που παθαίνουν παραμορφώσεις λόγω της πίεσης που τους ασκείται και την οποία θέλουμε να μετρήσουμε. Οι παραμορφώσεις αυτές, μέσω συστήματος μοχλών, αναγκάζουν το δείκτη να μετακινείται μπροστά από βαθμολογημένη κλίμακα. Βαθμολογούνται εμπειρικά.

Μανόμετρο Bourdon, είναι εύχρηστο μανόμετρο, αλλά όχι μεγάλης ακρίβειας. Αποτελείται από καμπύλο, ελαστικό, μεταλλικό σωλήνα, πεπλατυσμένο, κλειστό στο ένα άκρο του *A* (σχ. 5.35). Ο σωλήνας κάμπτεται σε σχήμα τόξου και η διατομή του είναι σε σχήμα έλλειψης που τείνει να γίνει κυκλικό και ο σωλήνας να γίνει ευθύς (ξετυλίγεται), όσο η πίεση του αερίου (ή του ατμού) μέσα του αυξάνεται, καθώς εισρέει από το ανοικτό του άκρο *B*. Η κίνηση του σωλήνα μεταδίδεται με σύστημα οδοντωτών τροχών στον δείκτη *Δ*, ο οποίος κινούμενος γύρω από βαθμολογημένη κλίμακα μας δίνει την πίεση του αερίου (ή του ατμού). Ένα κιλό νερό, αν θερμομανθεί μέχρις ότου μετατραπεί σε ατμό, υπό κανονική πίεση, θα καταλάβει όγκο 1.696 φορές μεγαλύτερο από τον όγκο του νερού από τον οποίο προήλθε, άρα θα ασκεί πίεση στα εσωτερικά τοιχώματα του δοχείου που τον περιέχει.



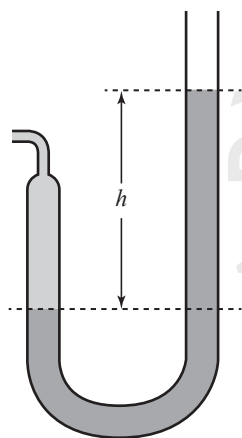
Σχ. 5.35
Μανόμετρο Bourdon

Τα **μανόμετρα με υγρό**, διακρίνονται σε ανοικτά και κλειστά. Είναι όργανα μεγάλης ακρίβειας, πλην όμως εύθραυστα και δύσχρηστα. Ειδικότερα:

α) Το **ανοικτό μανόμετρο** αποτελείται από γυάλινο σωλήνα σχήματος *U* με κατακόρυφα ανοικτά σκέλη, που περιέχει υγρό γνωστής πυκνότητας, συνήθως νερό ή υδράργυρο. Το ένα σκέλος συνδέε-

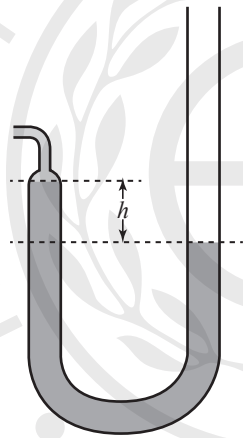
ται αεροστεγώς με χώρο X του οποίου πρόκειται να μετρήσουμε την πίεση (υπερπίεση ή υποπίεση), ενώ το άλλο είναι ανοικτό και καταλήγει στον αέρα. Αν η πίεση στο χώρο X ισούται με την ατμοσφαιρική, οι ελεύθερες επιφάνειες του υγρού στα δύο σκέλη είναι στο ίδιο ύψος. Αν είναι μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική (υπερπίεση), τότε ασκούμενη στον υδράργυρο του αριστερού σκέλους, μεταφέρεται αμετάβλητη σε όλα τα σημεία του και συντελεί στο να είναι η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, στο δεξιό σκέλος του μανόμετρου, ψηλότερα από τη στάθμη στο αριστερό (σχ. 5.36).

Αν η πίεση στον χώρο X είναι μικρότερη από την ατμοσφαιρική (υποπίεση), τότε ασκούμενη στον υδράργυρο του αριστερού σκέλους, μεταφέρεται αμετάβλητη σε όλα τα σημεία του και συντελεί στο να είναι η ελεύθερη επιφάνεια υδραργύρου, στο δεξιό σκέλος του μανόμετρου, χαμηλότερα από τη στάθμη στο αριστερό (σχ. 5.37).



Σχ. 5.36

Μέτρηση υπερπίεσης
με ανοικτό μανόμετρο

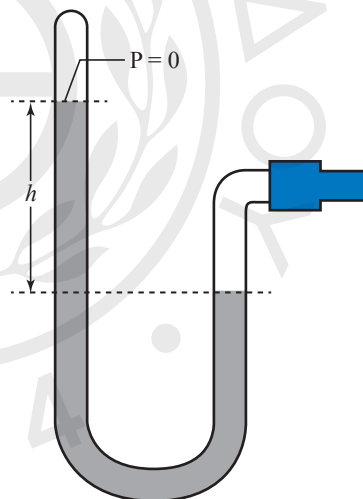


Σχ. 5.37

Μέτρηση υποπίεσης
με ανοικτό μανόμετρο

τρηση πιέσεων, μικρότερων από την ατμοσφαιρική και λειτουργεί όπως ο σωλήνας Torricelli. Αποτελείται από γυάλινο σωλήνα σχήματος U με κατακόρυφα σκέλη, το ένα κλειστό (αριστερό) και το άλλο ανοικτό (δεξιό). Το ανοικτό σκέλος συνδέεται αεροστεγώς με χώρο X του οποίου επιθυμούμε να μετρήσουμε την πίεση. Όταν ρίχνουμε υδράργυρο στον σωλήνα, ο αέρας παγιδεύεται στο κλειστό σκέλος και προκειμένου να τον αφαιρέσουμε, γέρνουμε το μανόμετρο κατάλληλα, μέχρις ότου διαφύγει όλος.

Στη συνέχεια, το φέρνουμε στην κατακόρυφη θέση. Αν το ύψος του αριστερού σκέλους είναι μικρότερο από 76 cm και στο δεξιό επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση, τότε το αριστερό σκέλος είναι πλήρως γεμάτο με υδράργυρο. Αν η πίεση στον χώρο X είναι μικρότερη από την ατμοσφαιρική, ο υδράργυρος στο αριστερό σκέλος κατεβαίνει, δημιουργείται πάνω από την ελεύθερη επιφάνειά του, στο αριστερό σκέλος, κενό, άρα η πίεση που επικρατεί είναι μηδέν και από την υψομετρική διαφορά h που μετράμε, των ελεύθερων επιφανειών υδραργύρου, στα δυο σκέλη, υπολογίζουμε τη ζητούμενη πίεση σε Torr (σχ. 5.38).



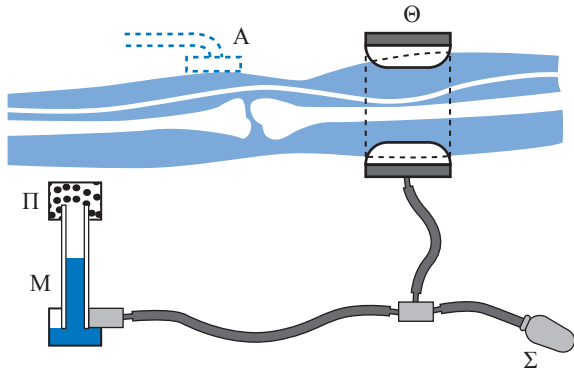
Σχ. 5.38
Κλειστό
μανόμετρο

Η υπερπίεση και η υποπίεση μετριοούνται σε χιλιοστά στήλης υδραργύρου ή σε εκατοστά στήλης νερού. Αν η μετρούμενη πίεση έχει τιμή πολύ κοντά στην ατμοσφαιρική, χρησιμοποιούμε νερό ή άλλο υγρό με μικρό ειδικό βάρος, προκειμένου η υψομετρική διαφορά, ανάμεσα στις δύο ελεύθερες επιφάνειες, στα δύο σκέλη, να είναι μεγάλη και τυχόν σφάλμα στη μέτρηση να μην επηρεάσει πολύ, την ακρίβεια της μέτρησης. Το ανοικτό μανόμετρο δεν χρησιμοποιείται για μέτρηση πολύ μεγάλων πιέσεων, διότι το ύψος της δεξιάς στήλης του θα έπρεπε να είναι πάρα πολύ μεγάλο.

β) Το **κλειστό μανόμετρο** χρησιμοποιείται για μέ-

3) **Σφνυγμομανόμετρο (πιεσόμετρο)**. Χρησιμοποιείται για μέτρηση πίεσης, του αίματος, στις αρτηρίες του ανθρώπου. Αποτελείται από ελαστικό αεροθάλαμο Θ , (σχ. 5.39) που προσαρμόζεται σε καρπό ή βραχίονα και από μικρό συμπιεστή Σ , με τη βοήθεια του οποίου συμπιέζεται και μπαίνει στον αεροθάλαμο αέρας, οπότε ασκείται πίεση στην αρτηρία, με αποτέλεσμα αυτή να κλείνει και να μην ακούγεται σφνυγμός.

Αυτό διαπιστώνεται με χρήση ακουστικών. Στη συνέχεια, μειώνουμε σταδιακά την πίεση στον αεροθάλαμο, αφαιρώντας πολύ αργά αέρα, μέχρις ότου



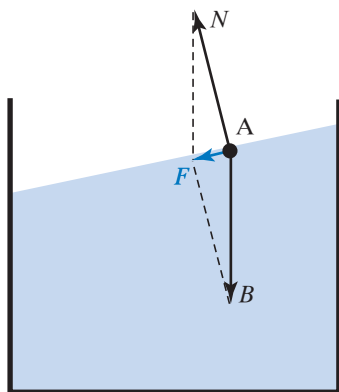
Σχ. 5.39

Λειτουργία πιεσόμετρου

ακουστεί πάλι σφυγμός. Τότε, η καρδιά συστέλλεται και το μανόμετρο μετρά την αρτηριακή υπερπίεση αίματος, σε εκατοστά στήλης υδραργύρου (*cm Hg*). Η έκφραση, «πίεση αίματος ασθενούς», σημαίνει υπερπίεση αίματος, δηλαδή πίεση αίματος μεγαλύτερη, σε σχέση με την ατμοσφαιρική. Το πορώδες κάλυμμα Π χρησιμεύει, προκειμένου να συγκοινωνεί το μανόμετρο Μ με την ατμόσφαιρα, χωρίς κατά τη μεταφορά του οργάνου να χυθεί έξω υδράργυρος. Η συνηθισμένη πίεση για άτομα νεαρής ηλικίας είναι 10–12 *cmHg* και για μέσης ηλικίας 15 *cmHg*.

5.3.10 Ελεύθερη επιφάνεια υγρών που ισορροπούν

Ισχύει ότι η ελεύθερη επιφάνεια υγρού που ισορροπεί είναι οριζόντιο επίπεδο, διότι αν δεν ήταν οριζόντιο επίπεδο, τότε το βάρος \vec{B} του κάθε σωματίου του υγρού θα μπορούσε να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες, μία κάθετη στην επιφάνεια \vec{N} και μία εφαπτόμενη σ' αυτήν \vec{F} . Η τελευταία συνιστώσα θα μετακινούσε το υγρό, πράγμα άτοπο, μιας και υποθέσαμε ότι το υγρό ισορροπεί (σχ. 5.40).



Σχ. 5.40

Σχηματική παράσταση δυνάμεων που θα ασκούνται στα μόρια της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού, όταν δεν είναι σε οριζόντιο επίπεδο

Απ' αυτήν τη διαπίστωση και από το Θεμελιώδη Νόμο της Υδροστατικής έπεται ότι η πίεση στο εσωτερικό υγρού είναι σταθερή σε όλα τα οριζόντια επίπεδα και εξαρτάται μόνο από το βάθος. Αυτό ισχύει για κάθε δοχείο, ανεξάρτητα από το σχήμα του, και αποτελεί απόδειξη της Αρχής των Συγκοινωνούντων Δοχείων.

5.3.11 Αρχή των Συγκοινωνούντων Δοχείων

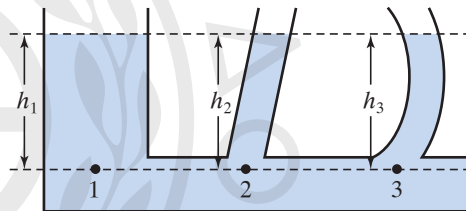
Η Αρχή των Συγκοινωνούντων Δοχείων διατυπώνεται ως εξής:

Οι ελεύθερες επιφάνειες υγρού που ισορροπεί και περιέχεται σε δοχεία που συγκοινωνούν βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο (σχ. 5.41).

Απόδειξη

Αφού τα σημεία 1, 2, 3 του σχήματος 5.41 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, ισχύει ότι $p_1 = p_2 = p_3$.

Άρα $p_{ατμ} + \epsilon h_1 = p_{ατμ} + \epsilon h_2 = p_{ατμ} + \epsilon h_3$. Δηλαδή $\epsilon h_1 = \epsilon h_2 = \epsilon h_3$. Συνεπώς $h_1 = h_2 = h_3$.

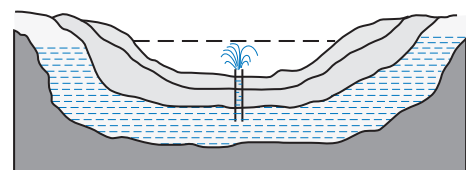


Σχ. 5.41

Συγκοινωνούντα δοχεία

5.3.12 Εφαρμογές της Αρχής των Συγκοινωνούντων Δοχείων

Μία εφαρμογή της αρχής των Συγκοινωνούντων Δοχείων είναι στα αρτεσιανά υδάτων (σχ. 5.42), όπου το νερό παγιδεύεται σε φυσικές δεξαμενές, οι οποίοι σχηματίζονται από αδιάβροχα στρώματα του υπεδάφους.



Σχ. 5.42

Αρτεσιανό φρέαρ (πηγάδι)

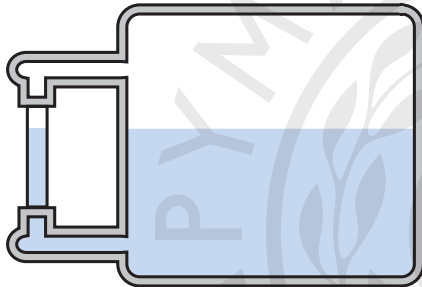
Όταν ανοίξουμε οπή που φτάνει μέχρι το υδροφόρο στρώμα, το νερό υπό μορφή πίδακα εκτινάσσεται προς τα πάνω. Επειδή κατά την κίνησή του συ-

ναντά τριβές, στην πράξη δεν φτάνει ποτέ στο ύψος του νερού που βρίσκεται στις υπόγειες δεξαμενές.

Στα δίκτυα ύδρευσης η κεντρική δεξαμενή νερού τοποθετείται στο υψηλότερο σημείο, ώστε να δημιουργείται η αναγκαία πίεση που θα ανυψώσει το νερό.

5.3.13 Υγροδείκτης-Υδροδείκτης

Ο **υγροδείκτης** είναι ένας γυάλινος διαφανής σωλήνας που συγκοινωνεί με τη δεξαμενή, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.43. Το υγρό βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο στη δεξαμενή και στο γυάλινο σωλήνα. Αν γνωρίζουμε τη στάθμη του υγρού στο γυάλινο σωλήνα, τότε γνωρίζουμε και τη στάθμη του στη δεξαμενή. Ο υγροδείκτης που χρησιμοποιείται στις ατμομηχανές για να δείχνει τη στάθμη του νερού στους λέβητες, ονομάζεται **υδροδείκτης**.

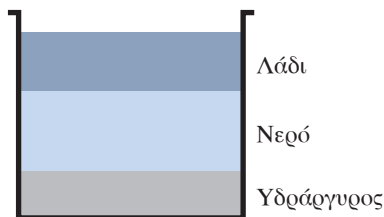


Σχ. 5.43
Υγροδείκτης

5.3.14 Ισορροπία υγρών που δεν αναμειγνύονται και περιέχονται στο ίδιο δοχείο

Αν τοποθετήσουμε σε δοχείο υγρά που δεν αναμειγνύονται, όπως στο σχήμα 5.44, διαπιστώνουμε ότι οι διαχωριστικές επιφάνειές τους είναι οριζόντια επίπεδα και το υγρό με το μεγαλύτερο ειδικό βάρος βρίσκεται χαμηλότερα.

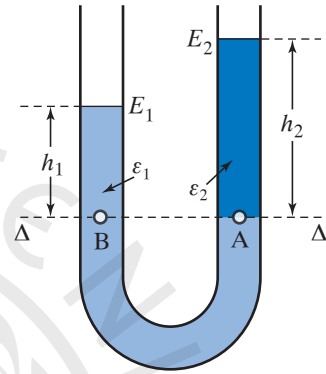
Τι συμβαίνει, όμως, με τα συγκοινωνούντα δο-



Σχ. 5.44
Ισορροπία υγρών που δεν αναμειγνύονται στο ίδιο δοχείο

χεία που περιέχουν υγρά, τα οποία δεν αναμειγνύονται;

Η αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων **δεν ισχύει** στην περίπτωση που το δοχείο περιέχει υγρά διαφορετικού ειδικού βάρους που δεν αναμειγνύονται. Τα ύψη των υγρών στα συγκοινωνούντα δοχεία του σχήματος 5.45 υπολογίζονται θεωρώντας ότι η πίεση στο κάθε ένα υγρό χωριστά είναι ίδια για κάθε σημείο του ίδιου υγρού που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.



Σχ. 5.45

Ισορροπία υγρών που δεν αναμειγνύονται σε συγκοινωνούντα δοχεία

Έτσι αποδεικνύεται ότι **αν μέσα σε δύο συγκοινωνούντα δοχεία ισορροπούν δύο υγρά που δεν αναμειγνύονται και οι εξωτερικές πιέσεις στις δύο ελεύθερες επιφάνειες είναι ίδιες, τότε τα ύψη h_1, h_2 των υγρών πάνω από την επιφάνεια διαχωρισμού είναι αντιστρόφως ανάλογα με τα ειδικά βάρη ϵ_1, ϵ_2** . Η μαθηματική διατύπωση αυτής της πρότασης είναι η ακόλουθη:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

Απόδειξη

Στο σχήμα 5.45 θεωρούμε την επιφάνεια διαχωρισμού ΔΒΑΔ' και τα σημεία Α, Β που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο που ανήκει στο ίδιο υγρό με ειδικό βάρος ϵ_2 . Σύμφωνα με τα προηγούμενα, έχουμε ότι $p_A = p_B$ άρα $p_{\epsilon_2} + \epsilon_2 h_2 = p_{\epsilon_2} + \epsilon_1 h_1$ οπότε $\epsilon_2 h_2 = \epsilon_1 h_1$. Άρα:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$



Παράδειγμα

Στα συγκοινωνούντα δοχεία του σχήματος 5.46 ισορροπούν δύο υγρά που δεν αναμειγνύονται. Αν είναι $h_1 = 5 \text{ cm}$, $h_2 = 6 \text{ cm}$, $h_3 = 2 \text{ cm}$

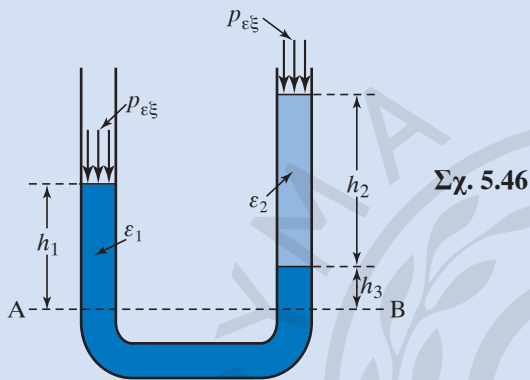
και το βαρύτερο υγρό έχει $\epsilon_1 = 4 \text{ N/m}^3$, να υπολογίσετε το ειδικό βάρος ϵ_2 του ελαφρύτερου υγρού.

Λύση

Η πίεση σε δύο σημεία A, B βαρύτερου υγρού είναι:

$$p_A = p_B \Rightarrow p_{\epsilon\xi} + \epsilon_1 h_1 = p_{\epsilon\xi} + \epsilon_1 h_3 + \epsilon_2 h_3 \Rightarrow \epsilon_1 h_1 = \epsilon_1 h_3 + \epsilon_2 h_2 \Rightarrow \epsilon_1 (h_1 - h_3) = \epsilon_2 h_2 \Rightarrow$$

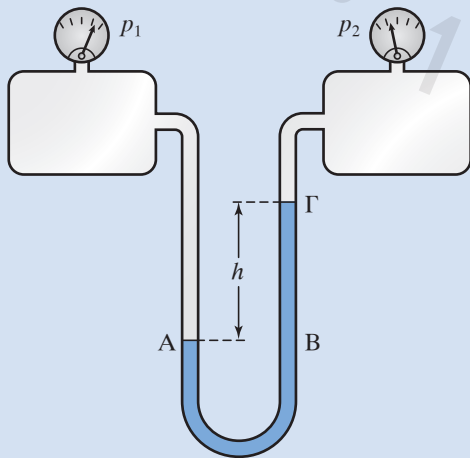
$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_1 (h_1 - h_3)}{h_2} = 2 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}.$$



Σχ. 5.46

Παρατήρηση

Η αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων δεν ισχύει όταν η εξωτερική πίεση στα δύο δοχεία δεν είναι η ίδια. Στο σχήμα 5.47 τα δύο άκρα



Σχ. 5.47

Σωλήνας σχήματος U με ελεγχόμενη πίεση στα άκρα

του σωλήνα σχήματος U συνδέονται με δοχεία που περιέχουν αέρια υπό πίεση. Επειδή $p_1 > p_2$ είναι και $p_1 = p_A > p_2 = p_B$. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Υδροστατικής για το σημείο B έχουμε ότι:

$$p_1 = p_2 + \epsilon h, \text{ άρα } h = \frac{p_1 - p_2}{\epsilon}$$

5.3.15 Θεώρημα του Torricelli (εκροή υγρού από οπή)

Το θεώρημα του Torricelli διατυπώνεται ως εξής:

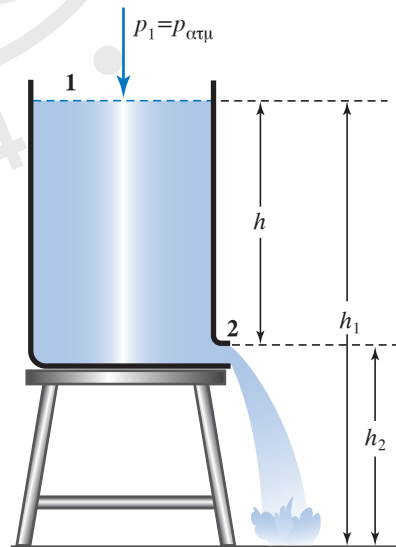
Η ταχύτητα εκροής u ιδανικού υγρού από μικρό άνοιγμα που βρίσκεται σε υψόμετρο h κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια δοχείου που περιέχει το υγρό, ισούται με την ταχύτητα που θα αποκτούσε σωματίο του υγρού, αν εκτελούσε ελεύθερη πτώση από αυτό το ύψος (σχ. 5.48). Δηλαδή:

$$u = \sqrt{2gh}$$

Απόδειξη

Το δοχείο του σχήματος 5.48 περιέχει υγρό πυκνότητας ρ μέχρι το υψόμετρο h_1 . Στο σημείο 1 που βρίσκεται στην ελεύθερη επιφάνεια, επικρατεί πίεση p_1 ίση με την ατμοσφαιρική ($p_1 = p_{\text{ατμ}}$) και η ταχύτητα του υγρού είναι \vec{u}_1 .

Στο σημείο 2 που βρίσκεται σε υψόμετρο h_2 υπάρχει μικρή οπή απ' όπου εκρέει το υγρό με ταχύτητα \vec{u}_2 και επικρατεί πίεση p_2 , ίση με την ατμο-



Σχ. 5.48

Εκροή ιδανικού υγρού από μικρό άνοιγμα

σφαιρική ($p_2 = p_{\text{ατμ}}$). Κάνουμε χρήση του νόμου του Bernoulli (βλ. παρ. 5.4) έχουμε:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \rho g h_2.$$

Επειδή $p_1 = p_2 = p_{\text{ατμ}}$, η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$\frac{1}{2} \rho u_1^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \rho g h_2$$

και διαιρώντας με την πυκνότητα ρ του υγρού βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2} u_1^2 + g h_1 = \frac{1}{2} u_2^2 + g h_2.$$

Αν θεωρήσουμε ότι η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού έχει πολύ μεγαλύτερο εμβαδό συγκριτικά με το εμβαδό της οπής που βρίσκεται στη θέση 2, μπορούμε να θεωρήσουμε την ταχύτητα u_1 ίση με μηδέν ($u_1 = 0$). Συνεπώς, η παραπάνω σχέση γράφεται ως:

$$g h_1 = \frac{1}{2} u_2^2 + g h_2,$$

δηλαδή:

$$\frac{1}{2} u_2^2 = g h_2 - g h_1,$$

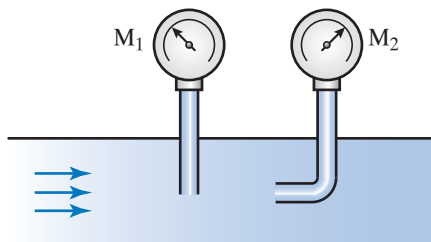
άρα:

$$u_2 = \sqrt{2 g h}, \text{ όπου } h = h_2 - h_1.$$

5.4 Δυναμική πίεση. Αρχή του Bernoulli

Η πίεση p που επικρατεί σε σημείο κινούμενου ρευστού, την οποία μετρά όργανο (μανόμετρο) που η εισαγωγή του δεν διαταράσσει τη ροή του ρευστού, ονομάζεται **στατική πίεση** του ρευστού στο σημείο αυτό (σχ. 5.49) M_1 .

Σε κάθε σημείο του κινούμενου ρευστού το μέγεθος $\frac{1}{2} \rho u^2$ ονομάζεται **δυναμική πίεση**. Το ρ , u συμβολίζουν αντιστοίχως την πυκνότητα και την ταχύτητα του ρευστού σε αυτό το σημείο. Το μέ-



Σχ. 5.49

Σωστός (M_1) και λανθασμένος (M_2) τρόπος μέτρησης της στατικής πίεσης ρευστού

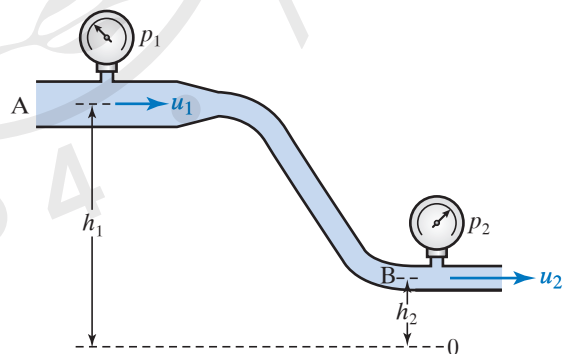
γεθος $\rho g h$ ονομάζεται **υψομετρική πίεση**, όπου h είναι το ύψος του σημείου του υγρού από μια στάθμη αναφοράς όπου το ύψος θεωρείται μηδέν. Το h θεωρείται θετικό προς τα πάνω, ενώ το g είναι η ένταση του πεδίου βαρύτητας.

Το άθροισμα της στατικής, της δυναμικής και της υψομετρικής πίεσης σε ένα σημείο του ρευστού, ονομάζεται **ολική πίεση** του ρευστού στο σημείο αυτό. Ο Νόμος του Bernoulli ισχύει για στρωτή και ασυμπίεστη, χωρίς εσωτερικές τριβές ροή (ιδανικό ρευστό) και προβλέπει τα εξής.

Κατά μήκος ενός λεπτού σωλήνα, μέσα στον οποίο ρέει ιδανικό ρευστό με στρωτή ροή, το άθροισμα της στατικής, της δυναμικής και της υψομετρικής πίεσης σε κάθε σημείο είναι το ίδιο, δηλαδή η ολική πίεση παραμένει σταθερή κατά μήκος του σωλήνα, συνεπώς αποτελεί μία σταθερά για το συγκεκριμένο σωλήνα. Σε πολλές περιπτώσεις η σταθερά είναι ίδια για κάθε σημείο του ρευστού, σε όλο τον όγκο του.

Έστω σωλήνας μη σταθερής διατομής, μέσα στον οποίο ρέει ιδανικό ρευστό με στρωτή ροή (σχ. 5.50). Για τα σημεία A και B ισχύει ότι $p_{\text{ολA}} = p_{\text{ολB}}$, άρα:

$$\begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 + \rho g h_1 &= p \\ &= p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \rho g h_2 = \text{σταθερό.} \end{aligned}$$



Σχ. 5.50

Τυχαίος σωλήνας μη σταθερής διατομής

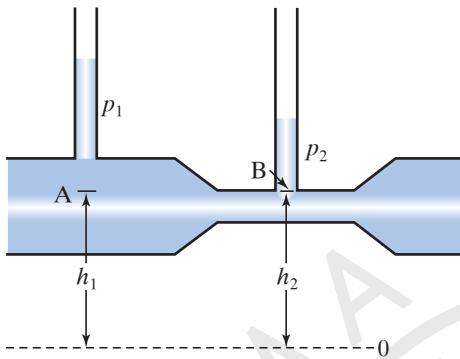
Για την περίπτωση που ο σωλήνας είναι οριζόντιος, δηλαδή $h_1 = h_2$ (σχ. 5.51), ο Νόμος του Bernoulli ορίζεται ως εξής:

Κατά μήκος οριζόντιου σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει ιδανικό ρευστό με στρωτή ροή, το άθροισμα της στατικής και της δυναμικής πίεσης των σημείων του ρευστού παραμένει σταθερό.

Η μαθηματική του διατύπωση είναι:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 = \text{σταθερό.}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι στις στενώσεις οριζώντιου σωλήνα, που η ταχύτητα του ρευστού είναι μεγάλη, η στατική του πίεση είναι μικρή. Αυτή η σχέση είναι ο Νόμος του Bernoulli.

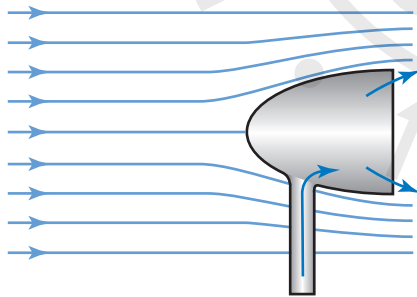


Σχ. 5.51

Οριζόντιος σωλήνας μη σταθερής διατομής

- Εφαρμογές του Νόμου του Bernoulli

Υπάρχουν εφαρμογές του Νόμου του Bernoulli σε υγρά και αέρια. Σε αυτόν τον Νόμο στηρίζεται η λειτουργία των εξαεριστήρων των πλοίων και των λεωφορείων (σχ. 5.52). Μερικές από τις εφαρμογές του Νόμου του Bernoulli είναι οι ακόλουθες:



Σχ. 5.52

Εξαεριστήρας πλοίου

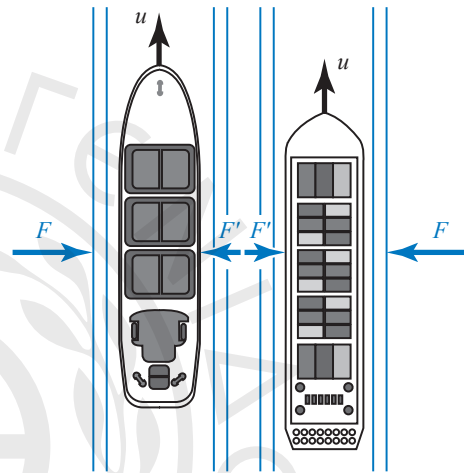
1) Εξαεριστήρας πλοίου

Στα άκρα του εξαεριστήρα πλοίου δημιουργείται συμπύκνωση των γραμμών ροής του αέρα, η ταχύτητα είναι μεγαλύτερη από ό,τι στο εσωτερικό του πλοίου, οπότε η πίεση είναι μικρότερη και ο αέρας «πιέζεται» να βγει έξω από το εσωτερικό του πλοίου και με αυτόν τον τρόπο γίνεται ο εξαερισμός. Οι διαφορές υψομετρικής πίεσης δεν είναι σημαντικές

σε σχέση με τις διαφορές της στατικής και δυναμικής πίεσης.

2) Σύγκρουση πλοίων

Όταν δύο πλοία κινούνται το ένα πολύ κοντά στο άλλο, τότε η ταχύτητα του νερού που βρίσκεται ανάμεσά τους γίνεται πολύ μεγαλύτερη από την ταχύτητα του νερού στα άλλα σημεία (σχ. 5.53). Συνεπώς, οι στατικές πιέσεις του νερού που βρίσκεται ανάμεσα στα πλοία είναι μικρότερες, άρα τα πλοία ωθούνται το ένα προς το άλλο.

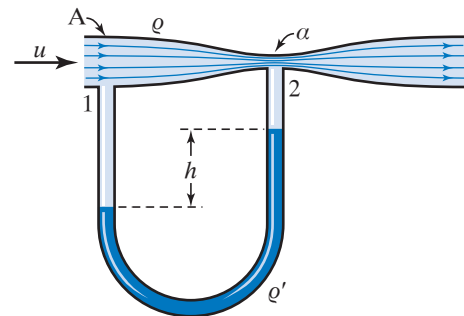


Σχ. 5.53

Σύγκρουση πλοίων λόγω μικρότερων στατικών πιέσεων ανάμεσά τους σε σχέση με τις εξωτερικές

3) Βεντουρίμετρο

Το βεντουρίμετρο είναι ένα όργανο μέτρησης πίεσης (μανόμετρο). Συνδέεται με σωλήνα, μέσα στον οποίο ρέει ρευστό πυκνότητας ρ την ταχύτητα ροής του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε (υπολογίσουμε) (σχ. 5.54).



Σχ. 5.54

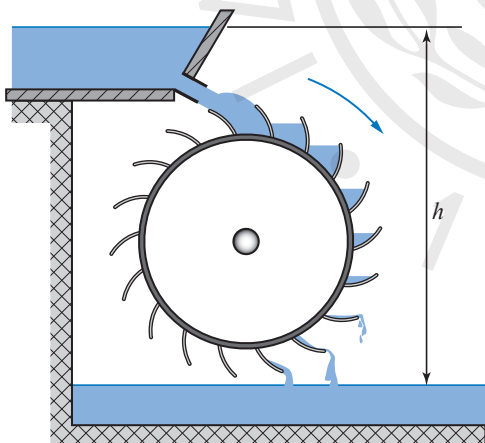
Σχηματικό διάγραμμα βεντουρίμετρου

Έστω ότι A είναι η διατομή στην αρχή του σωλήνα και a διατομή σε μία στένωση του σωλήνα, όπου συνδέεται ο σωλήνας του μανόμετρου, το οποίο περιέχει υγρό πυκνότητας ρ' . Από την Αρχή της Συνέχειας και τον Νόμο του Bernoulli στα σημεία 1 και 2, προκύπτει ότι η ταχύτητα ροής του ρευστού στο σημείο A δίνεται από τον τύπο:

$$u = a \sqrt{\frac{2(\rho' - \rho)gh}{\rho(A^2 - a^2)}}$$

4) Υδραυλικός τροχός

Αποτελεί άμεση εφαρμογή των κινούμενων υγρών. Χρησιμοποιείται συνήθως σε ορεινές περιοχές που υπάρχουν καταρράκτες μικρής παροχής αλλά μεγάλου ύψους με την απόδοση του να κυμαίνεται από 75% έως 80%. Ο υδραυλικός τροχός (σχ. 5.55) κινείται περί οριζόντιο άξονα και φέρει στην περιφέρεια του μικρά περύγια που μοιάζουν με σκάφες. Όταν το νερό πέφτει, από μεγάλο ύψος, μέσα σε κάθε περύγιο, με την ορμή του κινεί το περύγιο, στρέφοντας τον τροχό. Μόλις τα περύγια φθάνουν στο κατώτατο σημείο της τροχιάς τους, το νερό τα έχει εγκαταλείψει πλήρως, οπότε η δυναμική ενέργεια που περιέκλειε αρχικά, μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια, την οποία εκμεταλλευόμαστε προς παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.



Σχ. 5.55
Υδραυλικός τροχός

5) Υδροστρόβιλος

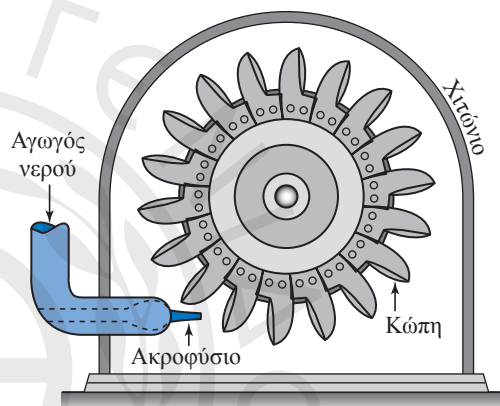
Αποτελεί βελτίωση του υδραυλικού τροχού απ' τον οποίο υπερέχει, καθώς η απόδοσή του μπορεί να φτάσει στο 90% ή ακόμη και στο 95%. Αποτελείται από τροχό (σχ. 5.56), που φέρει περύγια και βρίσκεται στο εσωτερικό κελύφους (χιτώνιο).

Το νερό που πέφτει προσκρούει πάνω στα περύγια και εξαιτίας της πίεσης που του έχει ασκηθεί προκαλεί την κίνησή τους, μετατρέποντας τη δυναμική ενέργεια μίας υδάτινης πτώσης σε μηχανικό έργο, το οποίο ακολουθώντας, με χρήση ηλεκτρικών μηχανών, μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια. Αν n είναι η απόδοση του υδροστρόβιλου, η ισχύς του δίνεται απ' τον τύπο

$$P = \frac{1.000 \cdot h \cdot Q}{75} n,$$

όπου: h το ωφέλιμο ύψος πτώσης του υγρού και Q η παροχή του νερού.

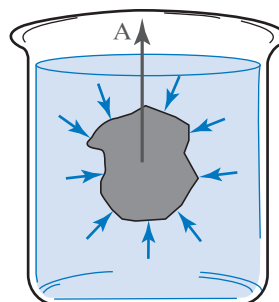
Παράδειγμα: αν $n = 75\%$ τότε $P = 10 \cdot h \cdot Q$.



Σχ. 5.56
Υδροστρόβιλος

5.5 Αρχή του Αρχιμήδη

Όταν κολυμπάμε στη θάλασσα, νιώθουμε ότι το νερό ασκεί δυνάμεις πάνω μας και δυσκολεύει τη βύθισή μας. Αυτό συμβαίνει διότι μέσα στο ρευστό υπάρχουν πιέσεις. Έτσι, όταν ένα σώμα είναι ακίνητο μέσα στο ρευστό, το ρευστό ασκεί σε κάθε σημείο του σώματος δυνάμεις, των οποίων η συνισταμένη είναι κατακόρυφη προς τα πάνω. Αυτή η δύναμη A ονομάζεται *άνωση* και μελετήθηκε πρώτα από τον Αρχιμήδη (σχ. 5.57).



Σχ. 5.57
Η άνωση ως συνισταμένη των διαφορετικών δυνάμεων που ασκούνται σε σώμα βυθισμένο σε υγρό

Για ρευστό με ομοιόμορφη πυκνότητα, η τιμή της άνωσης υπολογίζεται από τον τύπο: $A = \rho g V = \varepsilon V$, όπου: ρ , ε η **πυκνότητα** ή το ειδικό βάρος του ρευστού, g η **επιτάχυνση** της βαρύτητας και V ο **όγκος** του βυθισμένου στο υγρό τμήματος του σώματος. Το ρευστό μπορεί να είναι υγρό ή αέριο.

Κέντρο άνωσης ενός σώματος ονομάζεται το σημείο εφαρμογής της άνωσης και συμπίπτει με το κέντρο βάρους του υγρού που εκτοπίζεται από το σώμα μόνο όταν αυτό είναι ομογενές και τελείως βυθισμένο στο ρευστό.

Η διατύπωση της Αρχής του Αρχιμήδη, είναι η ακόλουθη:

Κάθε σώμα που βρίσκεται μέσα σε ρευστό υφίσταται δύναμη κατακόρυφη προς τα πάνω, την άνωση, η οποία είναι ίση με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζει.

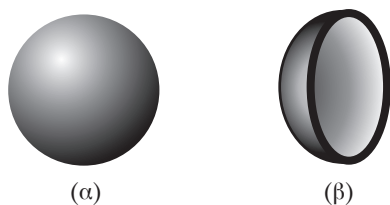
Αυτό είναι κατανοητό από τη σχέση που δώσαμε για την άνωση.

Αν ζυγίσουμε σώμα βυθισμένο μέσα σε ρευστό, αυτό θα φαίνεται ελαφρύτερο. Μέσα στην ατμόσφαιρα μετρούμε τη διαφορά $B-A$ ένα είδος φαινόμενου βάρους.

Η Αρχή του Αρχιμήδη βρίσκει μεγάλες εφαρμογές σε πολλές περιπτώσεις. Μία από αυτές είναι η ναυπηγική.

5.5.1 Πώς επιπλέουν τα σιδερένια πλοία

Ένα συμπαγές σώμα επιπλέει όταν το ειδικό του βάρος ή η πυκνότητά του είναι μικρότερη από του νερού. Γεννάται το ερώτημα πώς μπορεί ένα σιδερένιο πλοίο να επιπλέει, αφού η πυκνότητα του σιδήρου ($7,8 \text{ g/cm}^3$) είναι μεγαλύτερη από του νερού (1 g/cm^3). Θεωρούμε δύο σιδερένιες σφαίρες που έχουν την ίδια μάζα. Η μία είναι συμπαγής και η άλλη κοίλη [σχ. 5.58(α), (β)]. Συνεπώς, η πρώτη έχει μικρότερο όγκο από τη δεύτερη. Όταν τις ρίξουμε στη θάλασσα, παρατηρούμε ότι η μεν πρώτη βυθίζεται, η δε δεύτερη επιπλέει. Αυτό εξηγείται διότι η συμπαγής σφαίρα, που έχει μικρό-



Σχ. 5.58

(α) Συμπαγής σιδερένια σφαίρα
(β) Κοίλη σιδερένια σφαίρα

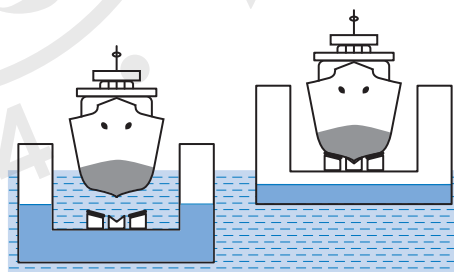
τερο όγκο, δέχεται και μικρότερη άνωση από την κοίλη και επειδή η άνωση είναι μικρότερη από το βάρος της, βυθίζεται.

Η κοίλη σφαίρα δεν είναι συμπαγής, επιπλέει διότι το βάρος της είναι μικρότερο από την άνωση. Στους εσωτερικούς χώρους του σιδερένιου πλοίου (καμπίνες, διάδρομοι, γκαράζ, αποθήκες) υπάρχει αέρας, άρα αν διαιρέσουμε τη συνολική του μάζα με τον βυθισμένο όγκο, βρίσκουμε την πυκνότητά του (μέση πυκνότητα) μικρότερη από του νερού.

Συνεπώς, το πλοίο μπορεί να επιπλέει. Καταλήγουμε στο ότι το φυσικό μέγεθος που κρίνει εάν ένα σώμα θα βουλιάξει ή θα επιπλεύσει, δεν είναι η πυκνότητα του υλικού κατασκευής του, αλλά η μέση πυκνότητα του σώματος που ισούται με το πηλίκο της συνολικής του μάζας προς τον όγκο που είναι βυθισμένος.

5.5.2 Πλωτές δεξαμενές

Πρόκειται για ειδικά σκάφη που υπάρχουν στα ναυπηγεία και χρησιμεύουν για την επισκευή των πλοίων. Γεμίζοντας τα διαμερίσματά της με νερό, η δεξαμενή βυθίζεται, οπότε και το προς επισκευή πλοίο ρυμουλκείται εντός αυτής. Στη συνέχεια με χρήση αντλιών αφαιρείται το νερό από τα διαμερίσματα και η δεξαμενή με το πλοίο ανέρχονται στην επιφάνεια της θάλασσας. Έτσι, είναι δυνατό να γίνει επισκευή του πλοίου ακόμα και στα ύψαλά του (σχ. 5.59).



Σχ. 5.59

5.5.3 Αερόστατο

Το αερόστατο αποτελείται από αεροστεγή σάκο κατασκευασμένο από ελαστικό υλικό ή μέταλλο ή ύφασμα, που δεν μπορούν τα αέρια να το διαπεράσουν. Γεμίζεται με αέριο που έχει μικρότερη πυκνότητα από την πυκνότητα του αέρα, όπως ήλιο ή υδρογόνο ή ζεστό αέρα. Ο σάκος περιβάλλεται με πλέγμα από σχοινί (δίχτυ), στο κάτω μέρος του οποίου βρίσκεται δακτύλιος, από τον οποίο κρέ-

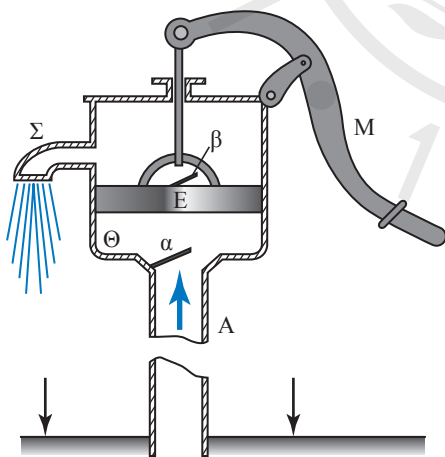
μεται το καλάθι όπου επιβαίνουν οι ταξιδιώτες ή τοποθετούνται όργανα μέτρησης του καιρού. Στις εξωτερικές πλευρές του καλάθιού κρεμούνται σάκοι με άμμο για έρμα (σαβούρα).

5.5.4 Αντλίες

Είναι μηχανές που χρησιμοποιούνται για την ανύψωση υγρών από ένα σημείο σε άλλο, που βρίσκεται ψηλότερα από το πρώτο. Χρησιμοποιούνται από την εποχή του Αριστοτέλη και στηρίζονται σε εφαρμογές της ατμοσφαιρικής πίεσης.

Ανάλογα με τον τρόπο λειτουργία τους, υπάρχουν δύο μεγάλες κατηγορίες οι εμβολοφόρες (ή παλινδρομικές) και οι περιστροφικές. Οι εμβολοφόρες διακρίνονται σε ανύψωσης (ή αναρροφητικές), πίεσης (ή καταθλιπτικές) και μικτές.

Αντλία ανύψωσης (ή αναρροφητική) (junction pump). Αποτελείται από μεταλλικό κύλινδρο μέσα στον οποίο κινείται, με τη βοήθεια μοχλού πρώτου είδους, το έμβολο E και φέρει στο κάτω μέρος του αναρροφητικό σωλήνα A που βυθίζεται μέσα στη δεξαμενή Δ . Στο εσωτερικό του κυλίνδρου υπάρχουν οι βαλβίδες α, β και στο πλευρό του, το στόμιο εκροής Σ (σχ. 5.60). Με τη βοήθεια του μοχλού M πιέζουμε προς τα κάτω το έμβολο E , οπότε ο αέρας του θαλάμου Θ , πιέζεται, κλείνει τη βαλβίδα α , ανοίγει τη β , εξέρχεται και ο θάλαμος Θ μένει κενός αέρα.

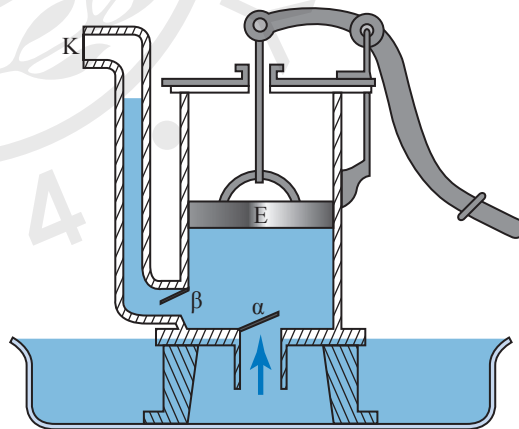


Σχ. 5.60
Αντλία ανύψωσης

Στη συνέχεια, ανυψώνουμε το έμβολο E , ο αέρας του αναρροφητικού σωλήνα A πιέζει τη βαλβίδα α και εισέρχεται στον κύλινδρο. Με επαναλαμβανόμενες κινήσεις του εμβόλου, πετυχαίνουμε να αδειά-

σουν ο θάλαμος Θ και ο αναρροφητικός σωλήνας A . Στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στη δεξαμενή, επιδρά η ατμοσφαιρική πίεση και αναγκάζει το υγρό να ανέλθει, μέσω του σωλήνα A , στον θάλαμο Θ του κυλίνδρου και να τον γεμίσει. Με νέο κατέβασμα του εμβόλου E , κλείνει η βαλβίδα α , ανοίγει η β , οπότε το υγρό βρίσκει διέξοδο από το στόμιο Σ και εκρέει. Προκειμένου λειτουργήσει η αντλία ανύψωσης, πρέπει το ύψος από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, μέχρι το στόμιο εκροής, να είναι θεωρητικά μεγαλύτερο από $10,33 \text{ m}$. Πρακτικά όμως το ύψος αυτό δεν πρέπει να υπερβαίνει τα $8,5 \text{ m}$. Το μέγιστο ύψος, στο οποίο είναι δυνατό να ανεβεί το υγρό, λόγω της ατμοσφαιρικής πίεσης, ονομάζεται **βαρομετρικό όριο**.

Αντλία πίεσης (ή καταθλιπτική) (discharging pump). Χρησιμοποιείται όταν το υγρό πρόκειται να ανυψωθεί πιο ψηλά από το βαρομετρικό όριο ($8,5 \text{ m}$) και αποτελείται από έναν κύλινδρο εντός του οποίου κινείται το έμβολο E . Στο κάτω μέρος του κυλίνδρου υπάρχει η βαλβίδα α και στο ένα πλευρό του καταθλιπτικός σωλήνας που φέρει στη βάση του βαλβίδα β (σχ. 5.61). Ο κύλινδρος της αντλίας βυθίζεται μέσα στη δεξαμενή υγρού οπότε λόγω της πίεσης που ασκεί το υγρό (από κάτω προς τα πάνω) ανοίγει η βαλβίδα α και το υγρό γεμίζει τον χώρο του κυλίνδρου.

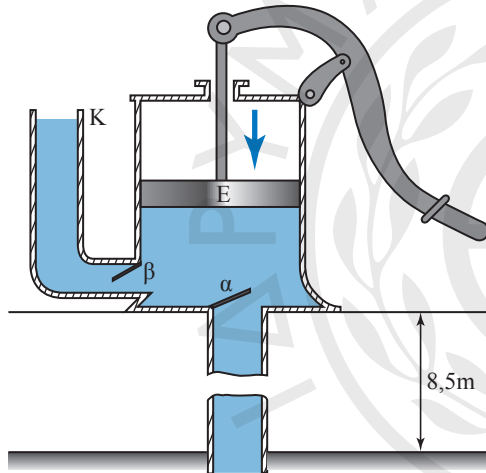


Σχ. 5.61
Καταθλιπτική αντλία

Όταν στη συνέχεια πιέσουμε το έμβολο E προς τα κάτω, το υγρό που βρίσκεται μέσα στον κύλινδρο, δεχόμενο την πίεση, κλείνει τη βαλβίδα α και ανοίγει τη β οπότε ανεβαίνει η στάθμη του μέσα στον καταθλιπτικό σωλήνα K . Με αυτό τον τρόπο το υγρό της δεξαμενής, συμπιεζόμενο, ανέρχεται μέσα στον

καταθλιπτικό σωλήνα και εκρέει από αυτόν. Έχει το μειονέκτημα ότι προκειμένου να τη χρησιμοποιήσουμε, πρέπει να κατεβούμε μέσα στη δεξαμενή.

Μικτή αντλία. Χρησιμοποιείται προκειμένου υπερβούμε τα μειονεκτήματα που παρουσιάζουν οι δύο προηγούμενοι τύποι αντλιών, αποτελεί συνδυασμό τους και φέρει αναρροφητικό και καταθλιπτικό σωλήνα (σχ. 5.62). Βυθίζουμε τον αναρροφητικό σωλήνα A μέσα στη δεξαμενή και κινούμε το έμβολο E , οπότε λόγω της ατμοσφαιρικής πίεσης το υγρό ανέρχεται και φτάνει μέσα στον κύλινδρο τον οποίο και γεμίζει. Όταν κατεβάσουμε το E , λόγω της συμπίεσης κλείνει η βαλβίδα α , ανοίγει η β , το υγρό του κυλίνδρου ανέρχεται στον καταθλιπτικό σωλήνα K και εκρέει από το στόμιο του. Με τον τρόπο αυτό δεν είμαστε υποχρεωμένοι να κατεβούμε μέσα στη δεξαμενή όπως συμβαίνει με την αντλία πίεσης.



Σχ. 5.62
Μικτή αντλία

5.6 Αριθμός Reynolds. Κρίσιμη ταχύτητα ρευστού. Συντελεστής αντίστασης για ρευστά. Νόμος Stokes. Αντίσταση σε τυρβώδη ροή

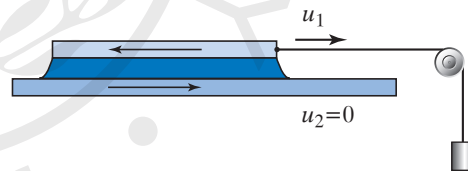
Όταν ένα πραγματικό ρευστό ακινητεί, τότε η δύναμη που ασκεί στη μια πλευρά οποιασδήποτε (νοητής ή όχι) επιφάνειας μέσα στο ρευστό, είναι κάθετη στην επιφάνεια. Δηλαδή δεν παρουσιάζονται μέσα στο ακίνητο ρευστό διατμητικές τάσεις. Όταν ένα πραγματικό ρευστό κινείται, μεταξύ στρωμάτων διαφορετικής ταχύτητας ασκούνται πλάγιες, ως προς το θεωρούμενο στρώμα, δυνάμεις που έχουν συνιστώσα παράλληλη προς την επιφάνεια του στρώματος. Η συνιστώσα αυτή έχει φορά τέτοια που τείνει να εξισώσει τις ταχύτητες των στρωμάτων, επιταχύνοντας το βραδύτερο στρώμα και επιβραδύνοντας το ταχύτερο.

Κατά τη ροή πραγματικού ρευστού, παρατηρείται ανάπτυξη δυνάμεων συνάφειας, εξαιτίας των οποίων ασκούνται δυνάμεις μεταξύ του ρευστού και των στερεών σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή με το ρευστό. Στα σημεία επαφής τους, το ρευστό έχει πάντα την ταχύτητα του στερεού.

Μία ιδιότητα που παρατηρείται στη ροή πραγματικών ρευστών είναι η συμπιεστότητα, που δεν επηρεάζει σημαντικά τη ροή των υγρών και των αερίων. Επηρεάζει τη ροή αερίων, όταν αυτά κινούνται με ταχύτητες που πλησιάζουν την ταχύτητα διάδοσης του ήχου. Οι παραπάνω ιδιότητες των πραγματικών ρευστών, προκαλούν φαινόμενα όπως η εσωτερική τριβή, η δημιουργία στροβίλων στην τυρβώδη ροή και η αντίσταση που παρουσιάζουν τα διάφορα σώματα, όταν εισάγονται σε ρεύμα πραγματικού ρευστού.

5.6.1 Εσωτερική τριβή υγρών

Κατά τη ροή υγρού, λεπτά στρώματά του κινούνται με διαφορετική ταχύτητα. Όταν το υγρό ρέει, ρέει κατά στρώματα που έχουν διαφορετικές ταχύτητες. Ας θεωρήσουμε τη διάταξη του σχήματος 5.63, όπου ανάμεσα σε δύο πλάκες υπάρχει ένα λεπτό στρώμα υγρού.



Σχ. 5.63
Λεπτό στρώμα υγρού
ανάμεσα σε κινούμενες πλάκες

Κρατάμε την κάτω πλάκα ακίνητη ($\bar{u}_2 = 0$) και κινούμε την πάνω με σταθερή ταχύτητα \bar{u}_1 . Κατά την κίνηση, τα σωματίδια του υγρού που βρίσκονται σε επαφή με την πάνω πλάκα κινούνται, εξαιτίας της συνάφειας με ταχύτητα \bar{u}_1 . Αυτά που βρίσκονται σε επαφή με την κάτω πλάκα, παραμένουν ακίνητα. Με τον τρόπον αυτόν στο εσωτερικό του υγρού, που βρίσκεται ανάμεσα στις δύο πλάκες, δημιουργούνται στρώματα που κινούνται με ταχύτητες από μηδέν έως u_1 .

Προκειμένου να επιτύχουμε την κίνηση της πάνω πλάκας, της ασκούμε μέσω του βάρους που

της έχουμε αναρτήσει μία σταθερή δύναμη. Επειδή η πλάκα κινείται με σταθερή ταχύτητα και συνεπώς η επιτάχυνσή της είναι μηδέν, συμπεραίνουμε ότι το υγρό ασκεί στην πάνω πλάκα μία δύναμη \vec{T}_1 αντίθετη αυτής που προκαλεί την κίνηση.

Αποδεικνύεται ότι η δύναμη αυτή είναι ανάλογη του εμβαδού S της κινούμενης πλάκας, της ταχύτητας \vec{u}_1 , του συντελεστή εσωτερικής τριβής (ή συντελεστή ιξώδους) η και αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης Z των δύο πλακών. Ισχύει ότι:

$$T_1 = \eta S \frac{u_1}{Z}.$$

Ο συντελεστής εσωτερικής τριβής η εξαρτάται από τη φύση και τη θερμοκρασία του υγρού. Όταν η θερμοκρασία των υγρών αυξάνεται, συνήθως ο συντελεστής εσωτερικής τριβής η μειώνεται.

Στα αέρια, ο συντελεστής τριβής αυξάνεται. Η δύναμη \vec{T}_1 οφείλεται στην εσωτερική τριβή και ασκείται στην κινούμενη πλάκα από την ακίνητη, διά μέσου του υγρού. Σύμφωνα με την αρχή δράσης-αντίδρασης και η κινούμενη πλάκα ασκεί στην ακίνητη μία αντίθετη δύναμη \vec{T}_2 , που τείνει να παρασύρει την ακίνητη πλάκα. Κατά την κίνηση της πάνω πλάκας, η δύναμη της εσωτερικής τριβής παράγει έργο, που μετατρέπεται σε θερμοδυναμική ενέργεια και προκαλεί θέρμανση του υγρού.

5.6.2 Μονάδα μέτρησης του συντελεστή της εσωτερικής τριβής (ή συντελεστή ιξώδους)

Από την εξίσωση $T = \eta S u/Z$ προκύπτει ότι $\eta = T Z/Su$.

Από τον τύπο αυτό έπεται ότι στο SI μονάδα μέτρησης του συντελεστή της εσωτερικής τριβής είναι το $1 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Χρησιμοποιείται και η μονάδα του CGS, που είναι το $1 \text{ g}/\text{cm} \cdot \text{s}$, που μπορεί να γραφεί και ως $1 \text{ dyn} \cdot \text{s}/\text{cm}^2$ και ονομάζεται 1 Poise (1 P) από τον Poiseuille και ισχύει: $1 \text{ Poise} = 1 \text{ P} = 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$.

Το ιξώδες αποτελεί την ιδιότητα του ρευστού που αντιπροσωπεύει την αντίσταση στη ροή (πίν. 5.2). Στα αέρια, το ιξώδες είναι η μετάδοση ορμής από ένα τμήμα του αερίου σε ένα άλλο και όσο εντονότερες ενεργειακά είναι οι σκεδάσεις, τόσο πιο αποτελεσματική θα είναι αυτή η μετάδοση.

Για τον χαρακτηρισμό των πολυμερών, συχνά χρησιμοποιείται το ιξώδες διαλύματος. Όταν ένα πολυμερές διαλύεται σε κάποιον διαλύτη, το ιξώδες του διαλύματος αυξάνει με τη συγκέντρωση.

Πίνακας 5.2
Τιμές του ιξώδους υλικών

Υλικό	Ιξώδες σε Poise (πουάζ)
Αέρας	10^{-5}
Νερό	10^{-3}
Σιρόπια	10 – 100
Αλοιφές	1 – 10
Τήγματα πλαστικών	$10^2 - 10^5$
Ζύμης	$10^3 - 10^5$
Τυριών	$10^7 - 10^8$

Τα ιξώδη του καθαρού διαλύτη και του διαλύματος μπορούν να μετρηθούν χρονομετρώντας τη ροή τους μέσα από τριχοειδή σωλήνα. Το ιξώδες των υγρών εξαρτάται ελάχιστα από την πίεση. Για μεγάλες πιέσεις υπάρχει μεταβολή του ιξώδους διότι επέρχεται μεταβολή της θερμοκρασίας.

Εφαρμογή του ότι το ιξώδες των υγρών μεταβάλλεται έντονα με τη θερμοκρασία (μειώνεται με την άνοδο της θερμοκρασίας) έχουμε στην περίπτωση του μηχανέλαιου και του μελιού. Η αυξημένη ιξωδική αντίσταση του μηχανέλαιου τις κρύες ημέρες του χειμώνα, απαιτεί αυξημένη ισχύ, προκειμένου να ξεκινήσει η λειτουργία του κινητήρα στα αυτοκίνητα. Το μέλι μέσα σε ψυγείο γίνεται περισσότερο ιξωδικό. Οι μοναδικές ιξωδικές ιδιότητες του μελιού καθιστούν εύκολα αντιληπτή οποιανδήποτε ανάμειξη του με άλλο ρευστό. Το ανόθευτο μέλι ξεχωρίζει από τη λεπτή (σχεδόν ινώδη) και συνεχή (χωρίς να διασπάται σε σταγονίδια) ροή του, όταν αφεθεί να ρέει από ένα κουτάλι. Όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος της ίνας που σχηματίζεται κατά τη ροή, τόσο καλύτερη είναι και η ποιότητα του μελιού.

Όταν το αίμα (αιώρημα στερεών σωματιδίων εντός υγρού) αυξάνει την ταχύτητα ροής του, τα σωματίδια παραμορφώνονται και προσανατολίζονται έτσι, ώστε να διευκολύνουν τη ροή, προκειμένου να μην αυξηθούν υπέρμετρα οι εσωτερικές τριβές.

– Εφαρμογή

Ιξώδες μηχανέλαιων. Το ιξώδες (δηλ. το πόσο παχύρρευστα ή λεπτόρρευστα είναι) στα λιπαντικά και στα μηχανέλαια (παράγωγα πετρελαίου) μετριέται από τον χρόνο εκροής τους από ένα δοχείο με οπή στον πυθμένα του, σε συμβατικές μονάδες, προερχόμενες από τις ΗΠΑ, τα SAE (Society of

Automotive Engineers) σε συγκεκριμένη θερμοκρασία (συνήθως στους 0°F και 210°F).

Το κινηματικό ιξώδες (ορίζεται ως το πηλίκο ιξώδους προς την πυκνότητα) στα ορυκτέλαια μετρείται διεθνώς, με την κλίμακα Saybolt, σε δευτερόλεπτα (πίν. 5.3). Σε υψηλές θερμοκρασίες η ροή των λεπτόρρευστων λιπαντικών ομοιάζει με του νερού, ενώ των παχύρρευστων λιπαντικών ομοιάζει περισσότερο με του μελιού. Τα λεπτόρρευστα λιπαντικά προστατεύουν τον κινητήρα κατά την εκκίνηση σε χαμηλές θερμοκρασίες, καθώς λόγω της πιο εύκολης ροής τους μειώνουν γρήγορα τις τριβές. Αντίθετα, σε υψηλές θερμοκρασίες και πιέσεις, τα παχύρρευστα λιπαντικά είναι αποτελεσματικότερα στη διατήρηση του πάχους του λιπαντικού φιλμ που δημιουργείται μεταξύ των λιπανόμενων επιφανειών.

Πίνακας 5.3
Τιμές SAE ορυκτελαίου

SAE	Ένδειξη Saybolt (second)	Θερμοκρασία
40	>255	130° F
40	<80	210° F
50	80–105	210° F
60	105–125	210° F

Στα λιπαντικά κινητήρα, το ιξώδες έχει ταξινομείται ως XW-XX. Το γράμμα W προέρχεται από τη λέξη χειμώνας (winter) και ο αριθμός που προηγείται του W υποδεικνύει τη ροή του λιπαντικού σε χαμηλές θερμοκρασίες. Όσο μικρότερος είναι αυτός ο αριθμός, τόσο πιο λεπτόρρευστο είναι το λιπαντικό στο κρύο.

Έτσι, το λιπαντικό κινητήρα με ιξώδες 5W-30 ρέει ευκολότερα σε χαμηλές θερμοκρασίες από το 10W-30, αλλά δυσκολότερα από το 0W-30. Ένας κινητήρας που λειτουργεί σε ψυχρό κλίμα, όπου το λιπαντικό κινητήρα τείνει να ρέει δυσκολότερα λόγω των χαμηλών θερμοκρασιών, θα επωφεληθεί από ιξώδες 0W ή 5W. Ο δεύτερος αριθμός μετά το «W» υποδεικνύει το ιξώδες του λιπαντικού στους 100°C (βαθμούς Κελσίου). Αυτός ο αριθμός αποτελεί το μέτρο της αντίστασης που προβάλλει στη ροή το λιπαντικό σε υψηλές θερμοκρασίες. Δηλαδή το λιπαντικό με ιξώδες 10W-30 σε υψηλότερες θερμοκρασίες ρέει ευκολότερα σε σχέση με το 10W-40.

Τα ιξωδόμετρα χωρίζονται στα ενός σημείου (τριχοειδές Ostwald, τριχοειδές Cannon-Fenske, σφαιράς) και πολλών σημείων (περιστροφόμενου

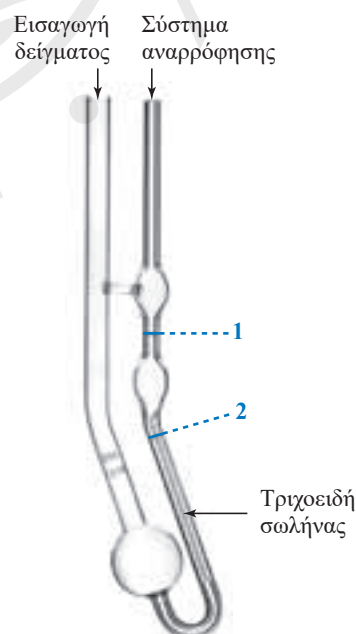
βαριδιού, κώνου- περιστροφόμενης πλάκας).

Τριχοειδές ιξωδόμετρο Cannon-Fenske (σχ. 5.64). Συσκευή βασισμένη στο Νόμο του Poiseuille για τη μέτρηση του ιξώδους των υγρών. Πρόκειται για έναν τριχοειδή σωλήνα στον οποίο τοποθετείται το υγρό και γίνονται μετρήσεις του χρόνου που απαιτείται, προκειμένου να ρεύσει μέσα από αυτόν, συγκεκριμένος όγκος του υγρού. Ποσότητα από το αγνώστου ιξώδους υγρό τοποθετείται από το στόμιο εισαγωγής δείγματος και ακολούθως, με αναρρόφηση από τον τριχοειδή σωλήνα, φέρνουμε την ελεύθερη επιφάνεια του στη γραμμή 1. Στη συνέχεια αφήνουμε το υγρό να εκρέει μέσα από τον τριχοειδή σωλήνα και μετράμε τον χρόνο που απαιτείται, ώστε η ελεύθερη του επιφάνεια να φτάσει στη γραμμή 2. Ακολούθως επαναλαμβάνουμε το πείραμα για ίση ποσότητα πρότυπου υγρού (γνωστού ιξώδους) και μετράμε το χρόνο εκροής.

Ισχύει ότι

$$n_{\text{αγνώστου}} = n_{\text{γνωστού}} \frac{P_{\text{αγνώστου}} t_{\text{αγνώστου}}}{P_{\text{γνωστού}} t_{\text{γνωστού}}}$$

οπότε αν είναι γνωστές οι πυκνότητες των δύο υγρών, το άγνωστο ιξώδες μπορεί να υπολογιστεί από τη μέτρηση των χρόνων εκροής. Η παρουσία της πυκνότητας στον παραπάνω τύπο είναι αναμενόμενη διότι από δύο υγρά ίδιου συντελεστή ιξώδους, αλλά διαφορετικών πυκνοτήτων, ρέει ταχύτερα εκείνο που έχει μεγαλύτερη πυκνότητα.



Σχ. 5.64

Τριχοειδές ιξωδόμετρο

5.6.3 Τυρβώδης ροή

Κατά την κίνηση πραγματικού ρευστού, αν η ταχύτητα είναι μικρή, η ροή είναι στρωτή. Από πειραματικές παρατηρήσεις προέκυψε ότι όταν αυξήσουμε την ταχύτητα και γίνει μεγαλύτερη από μία κρίσιμη τιμή, η ροή γίνεται τυρβώδης (σχ. 5.65).

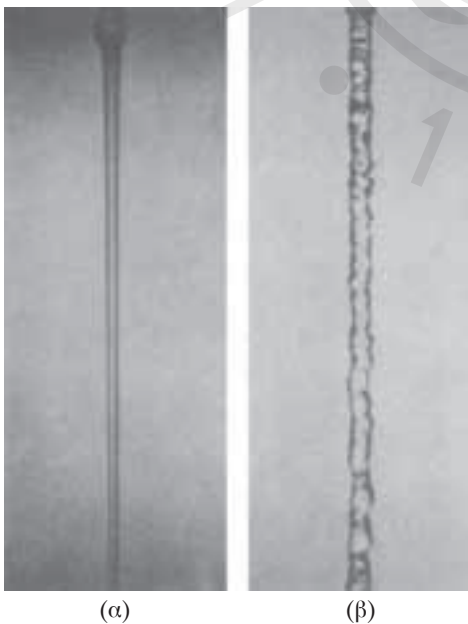
Στην τυρβώδη ροή η ταχύτητα σε κάθε σημείο του ρευστού δεν είναι πλέον χρονικά σταθερή, αλλά κυμαίνεται ακανόνιστα γύρω από μία μέση τιμή. Οι ρευματικές γραμμές μεταβάλλονται διαρκώς και ακανόνιστα.

Η τιμή u_{KP} της κρίσιμης ταχύτητας του ρευστού εξαρτάται από τη μορφή και τις διαστάσεις του σώματος, περί το οποίο ή μέσα στο οποίο έχουμε τη ροή, και από τη φύση του ρευστού (πυκνότητα ρ , ιξώδες η). Ισχύει:

$$u_{\text{KP}} = R_{\text{KP}} \frac{\eta}{\rho l},$$

όπου l μία από τις κατάλληλες γραμμικές διαστάσεις του σώματος (π.χ. η ακτίνα ή διάμετρος της κυκλικής διατομής σωλήνα όπου ρέει υγρό ή η ακτίνα ή η διάμετρος σφαίρας, που βρίσκεται μέσα σε κινούμενο υγρό).

Το γεγονός ότι η u_{KP} είναι ανάλογη του η , εξηγεί το γιατί τα παχύρρευστα υγρά (μεγάλος συντελεστής η) μεταπίπτουν στην τυρβώδη ροή, μόνο όταν οι ταχύτητες γίνουν πολύ μεγάλες. Η κρίσιμη ταχύτητα σχετίζεται μ' έναν (καθαρό) αριθμό



Σχ. 5.65
(α) Στρωτή ροή νερού και (β) τυρβώδης

που χαρακτηρίζει τη ροή και ονομάζεται **κρίσιμος αριθμός του Reynolds**. Συμβολίζεται με R_{KP} και η τιμή του είναι δυνατό να υπολογιστεί πειραματικά ($R_{\text{KP}} = 1160$ για κυλινδρικό σωλήνα, $R_{\text{KP}} = 2100$ για σωλήνα τετραγωνικής διατομής, $R_{\text{KP}} = 4100$ αν η διατομή είναι ισόπλευρο τρίγωνο). Για τη ροή περί σφαίρα, η γραμμική διάσταση που χρησιμοποιείται είναι η διάμετρος της d και ισχύει ότι $R_{\text{KP}} = 10$.

Όταν η ταχύτητα είναι μικρότερη απ' την κρίσιμη, η ροή είναι στρωτή και μεταπίπτει σε τυρβώδη όταν την υπερβεί. Η τιμή αυτή αποτελεί ένα πάνω όριο για την ευστάθεια της στρωτής ροής. Από την εξίσωση:

$$u_{\text{KP}} = R_{\text{KP}} \frac{\eta}{\rho l}$$

προκύπτει ότι $R_{\text{KP}} = \frac{u_{\text{KP}} \rho l}{\eta}$

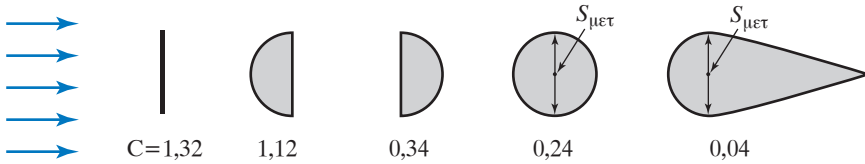
Αν θεωρήσουμε μία ροή με ταχύτητα u (μικρότερη απ' την κρίσιμη), το πηλίκο $\frac{u \rho l}{\eta}$ ορίζεται ως **αριθμός του Reynolds R** και είναι μικρότερος απ' τον κρίσιμο R_{KP} . Δηλαδή ο αριθμός του Reynolds δίνεται από τον τύπο:

$$R = \frac{u \rho l}{\eta}$$

και προκειμένου να κρίνουμε αν μία ροή είναι στρωτή ή όχι, το συγκρίνουμε με τον κρίσιμο αριθμό του Reynolds. Αν ο αριθμός του Reynolds είναι μικρότερος από τον κρίσιμο R_{KP} , τότε η ροή είναι στρωτή. Αν είναι μεγαλύτερος, τότε η ροή είναι τυρβώδης. Ο αριθμός Reynolds είναι μεγάλης σημασίας για τη διερεύνηση προβλημάτων ροής στην αεροναυπηγική και στην υδραυλική. Επιτρέπει μετρήσεις πάνω σε εργαστηριακά μηχανικά ομοιώματα μικρότερων διαστάσεων (μοντέλα αυτοκινήτων, αεροσκαφών μέσα σε αεροδυναμική σήραγγα) και στη συνέχεια την αναγωγή των συμπερασμάτων στις πραγματικές διαστάσεις. Κατά την αναγωγή γίνεται επιλογή της ταχύτητας, προκειμένου ο αριθμός του Reynolds να έχει την ίδια τιμή και στις δύο περιπτώσεις.

5.6.4 Αντίσταση σωμάτων που βρίσκονται μέσα σε ρευστό

Εάν βυθίσουμε την παλάμη μας μέσα σε νερό που ισορροπεί και την μετακινήσουμε απότομα, αισθανόμαστε ότι το νερό της ασκεί μία δύναμη που τείνει να εμποδίσει την κίνηση και η φορά της είναι



Σχ. 5.66
Τιμές του συντελεστή αντίστασης

αντίθετη προς τη φορά της κίνησης. Η δύναμη αυτή είναι δύναμη αντίστασης. Τέτοια δύναμη αισθάνεται ο οδηγός ποδηλάτου.

Όταν ένα σώμα ακινητεί μέσα σε (πραγματικό) ρευστό που κινείται, τότε στο σώμα ασκείται από το ρευστό μία δύναμη που έχει τη φορά της κίνησης και τείνει να το παρασύρει. Η δύναμη αυτή είναι δύναμη αντίστασης. Τέτοια δύναμη αισθάνεται ένας ακίνητος άνθρωπος που τον φυσά ισχυρός άνεμος.

Όταν ένα σώμα βρίσκεται μέσα σε ρευστό και έχει σχετική ταχύτητα ως προς το ρευστό, τότε πάνω του ασκείται, από το ρευστό, μία δύναμη, δηλαδή μια αντίσταση, που και *οπισθέλκουσα*.

5.6.5 Νόμοι της αντίστασης

Η αντίσταση (οπισθέλκουσα) \vec{T} εξαρτάται από την ταχύτητα \vec{u} του σώματος ως προς το ρευστό ή την ταχύτητα \vec{u} του ρευστού ως προς το σώμα. Γενικώς εξαρτάται από τη σχετική ταχύτητα ρευστού-σώματος.

Επισημαίνουμε για άλλη μία φορά ότι η αντίσταση εμφανίζεται σε πραγματικά ρευστά. Αν η ταχύτητα είναι αρκετά μικρή, οπότε έχουμε στρωτή ροή, η αντίσταση T είναι ανάλογη προς την ταχύτητα, $\vec{T} = K \cdot \vec{u}$. Ειδικά για σφαίρα ισχύει ο Νόμος του Stokes,

$$T = 6 \pi \eta r u$$

όπου: r, u είναι η ακτίνα της σφαίρας και η σχετική ταχύτητα ρευστού-σφαίρας μακριά από τη σφαίρα.

Αν η ταχύτητα είναι σχετικά μεγάλη, αλλά αρκετά μικρότερη από την ταχύτητα του ήχου στον αέρα, τότε έχουμε τυρβώδη ροή και η αντίσταση είναι ανάλογη με το τετράγωνο της ταχύτητας, $T = k u^2$. Πιο συγκεκριμένα, ισχύει η σχέση:

$$T = c_{αντ} S \frac{\rho}{2} u^2,$$

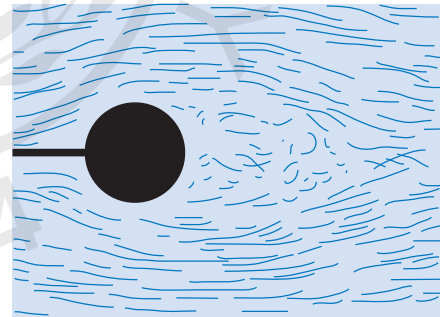
όπου: $c_{αντ}$ είναι ο συντελεστής αντίστασης που εξαρτάται από τη μορφή του σώματος και κυρίως από τη μορφή του πίσω μέρους του και είναι καθαρός αριθμός, S το εμβαδόν της διατομής του σώματος κάθετα προς το ρεύμα, ρ η πυκνότητα του ρευστού και u η σχετική ταχύτητα σώματος-ρευστού σε μεγάλη απόσταση από το σώμα.

Αν η ταχύτητα είναι κοντά ή μεγαλύτερη από την ταχύτητα του ήχου στο ρευστό, τότε η αντίσταση T αυξάνεται πολύ περισσότερο με τη σχετική ταχύτητα.

Στο σχήμα 5.66 δίνεται ο συντελεστής αντίστασης, για τυρβώδη ροή, για διάφορα σώματα.

Παρατηρούμε ότι, ενώ το ημισφαίριο παρουσιάζει μεγάλη αντίσταση, η σφαίρα παρουσιάζει πολύ μικρότερη. Την πιο μικρή αντίσταση παρατηρούμε ότι παρουσιάζει το σώμα με αεροδυναμικό σχήμα (ιχθυοειδές).

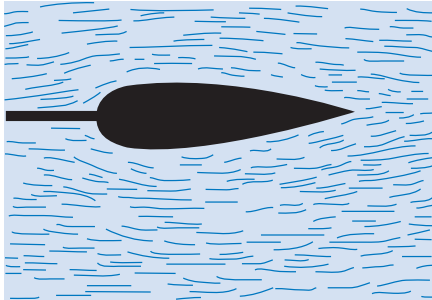
Συγκρίνοντας τις τιμές που παίρνει ο συντελεστής αντίστασης για κάθε ένα από τα σώματα του σχήματος 5.67, παρατηρούμε ότι αυτός εξαρτάται κυρίως από τη μορφή του πίσω τμήματος του σώματος, διότι εκεί παράγονται στρόβιλοι που καταναλώνουν ενέργεια.



Σχ. 5.67
Σχηματισμός στρόβιλων σε σφαίρα

Με κατάλληλη διαμόρφωση του πίσω μέρους του σώματος, μειώνεται η παραγωγή στρόβιλων, άρα και ο συντελεστής αντίστασης. Πάρα πολύ μικρό συντελεστή παρουσιάζει το ιχθυοειδές σχήμα που δίνεται σε αγωνιστικά αυτοκίνητα, αεροσκάφη, υποβρύχια και πλοία, προκειμένου να έχουν μικρότερη κατανάλωση καυσίμων. Ακόμη και στη σφαίρα (σχ. 5.68), παρατηρείται έντονος σχηματισμός στρόβιλων. Στο ιχθυοειδές (αεροδυναμικό) σχήμα η ροή

δεν εμφανίζει στροβίλους. Συνεπώς, με κατάλληλη διαμόρφωση του πίσω τμήματος ενός σώματος, αποφεύγεται η δημιουργία στροβίλων (σχ. 5.68) και επιτυγχάνεται μικρός συντελεστής αντίστασης.



Σχ. 5.68
Αεροδυναμικό σχήμα

5.6.6 Πτώση σωμάτων στον αέρα

Σε σώμα που εκτελεί πτώση στον αέρα, ασκούνται τρεις δυνάμεις, το βάρος του \vec{B} , η άνωση \vec{A} και η αντίσταση \vec{T} του αέρα. Το βάρος και η άνωση είναι σταθερές κατά την πτώση του σώματος. Η αντίσταση του αέρα αυξάνεται όσο αυξάνει η ταχύτητα. Άρα, όσο το σώμα πέφτει και η ταχύτητά του αυξάνεται, θα μεγαλώνει και η αντίσταση. Αν το ύψος απ' το οποίο πέφτει το σώμα είναι αρκετά μεγάλο, θα φτάσει κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία η αντίσταση θα γίνει τόσο μεγάλη, που μαζί με την άνωση, θα ισορροπούν το βάρος. Τότε, η συνισταμένη \vec{F} των τριών δυνάμεων θα είναι ίση με μηδέν.

Δηλαδή θα ισχύει ότι:

$$\vec{F} = \vec{T} + \vec{A} - \vec{B} = \vec{0}.$$

Γι' αυτήν την οριακή τιμή της αντίστασης έχουμε επιτάχυνση του σώματος ίση με μηδέν, πράγματι

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0}{m} = 0 \text{ m/s}^2$$

Από τη στιγμή που η αντίσταση \vec{T} πάρει την οριακή αυτή τιμή και η επιτάχυνση μηδενιστεί, το σώμα πέφτει κατακόρυφα με σταθερή οριακή (ή ορική) ταχύτητα $u_{\text{ορ}}$, άρα εκτελεί κατακόρυφη ομαλή κίνηση. Αν θεωρήσουμε την άνωση αμελητέα, προκύπτει ότι $\vec{B} = \vec{T}$. Αν έχουμε την περίπτωση της τυρβώδους ροής, τότε:

$$T = c_{\text{αντ}} S \frac{\rho}{2} u_{\text{ορ}}^2$$

οπότε το βάρος θα είναι:

$$B = T = c_{\text{αντ}} S \frac{\rho}{2} u_{\text{ορ}}^2$$

Από τον τύπο αυτόν μπορούμε να υπολογίσουμε την οριακή ταχύτητα, εφόσον είναι γνωστά τα υπόλοιπα μεγέθη. Ισχύει:

$$u_{\text{ορ}} = \sqrt{\frac{2B}{\rho c_{\text{αντ}} S}} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho c_{\text{αντ}} S}}$$

Η πτώση των σωμάτων μέσα στον αέρα δεν είναι ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Όταν ένα σώμα πέφτει μέσα στον αέρα από αρκετό ύψος, τότε η ταχύτητά του αρχικά αυξάνεται. Στη συνέχεια το σώμα αποκτά την οριακή ταχύτητα και μ' αυτήν εξακολουθεί να πέφτει κινούμενο ομαλά. Κίνηση με οριακή ταχύτητα είναι η πτώση των αλεξιπτωτιστών, των σταγόνων της βροχής και η κίνηση μίας πέτρας που βυθίζεται στη θάλασσα.

Η χρησιμοποίηση των αλεξιπτωτών στηρίζεται στο ότι μέσα σε σύντομο χρονικό διάστημα αποκτούν την οριακή τους ταχύτητα που είναι μικρή. Μόλις ο αλεξιπτωτιστής εκτελέσει το άλμα του, το αλεξιπτωτο ανοίγει και, επειδή έχει μεγάλη επιφάνεια, δημιουργεί μεγάλη αντίσταση. Με τον τρόπο αυτόν εξουδετερώνεται το βάρος του αλεξιπτωτιστή και αυτός δεν αποκτά μεγάλη ταχύτητα.

5.7 Δυναμική άνωση – Υποπίεση, υπερπίεση και φαινόμενο Magnus

Η δυναμική άνωση είναι δύναμη ασκούμενη σε σώμα που βρίσκεται μέσα σε ρευστό και είναι κάθετη στη σχετική ταχύτητα σώματος-ρευστού.

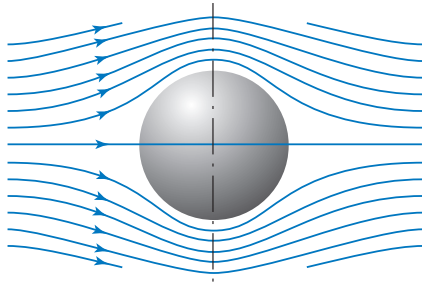
Κατά την κίνηση σώματος σε ρευστό, στο σώμα ασκούνται από το ρευστό δυνάμεις:

- 1) Κατά τη διεύθυνση της κίνησης (αντίσταση).
- 2) Κάθετη προς τη διεύθυνση ροής. Αυτή ονομάζεται *δυναμική άνωση*.

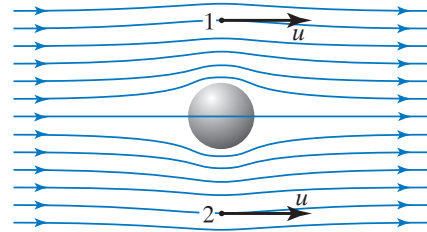
5.7.1 Φαινόμενο Magnus

Έστω σφαίρα ή κύλινδρος που ακινητεί και γύρω του ρέει κάποιο σχεδόν ιδανικό ρευστό. Οι ιδανικές ρευματικές γραμμές παριστάνονται στο σχήμα 5.69.

Από τη συμμετρία των ρευματικών γραμμών προκύπτει ότι η ταχύτητα του ρευστού είναι η ίδια σε αντίστοιχα σημεία πάνω και κάτω απ' τη σφαί-



Σχ. 5.69
Ρευματικές γραμμές γύρω από σφαίρα που ακινητεί



Σχ. 5.70
Στα σημεία 1 και 2 το ρευστό έχει την ίδια ταχύτητα

ρα, όπως φαίνεται για τα σημεία 1 και 2 του σχήματος 5.70.

Με εφαρμογή του Νόμου του Bernoulli προκύπτει ότι δεν εμφανίζεται δύναμη κάθετη στη ροή. Αν το ρευστό εκτελεί και περιστροφική κίνηση γύρω από το σώμα ή αν στριφογυρίζουμε το σώμα γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδό του, θα παρασύρει το ρευστό και έτσι θα εκτελεί και περιστροφική κίνηση (σχ. 5.71). Λόγω της επαλληλίας των δυο κινήσεων, οι ρευματικές γραμμές θα είναι όπως απεικονίζονται στο σχήμα 5.72.

Εφαρμόζοντας τον Νόμο του Bernoulli έχουμε: στο κάτω μέρος αραιώση των γραμμών ροής, άρα μείωση της ταχύτητας και επομένως αύξηση της πίεσης (υπερπίεση) και στο πάνω μέρος πύκνωση, αύξηση της ταχύτητας και επομένως μείωση της πίεσης (υποπίεση). Αυτό οδηγεί στην άσκηση δύναμης (δυναμική άνοση) κάθετης στη διεύθυνση της ροής. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **φαινόμενο Magnus** και σ' αυτό οφείλεται η τροχιά που ακολουθεί η μπάλα, όταν ο ποδοσφαιριστής βάζει φάλτσο.

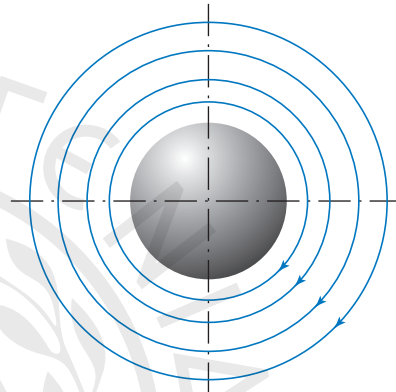
Η δυναμική άνοση που παρουσιάζουν τα αεροπλάνα όταν κινούνται μέσα στον αέρα (ρευστό) οφείλεται στο κατάλληλο σχήμα και προσανατολισμό των πτερύγων τους.

5.7.2 Πώς κινείται ένα ιστιοφόρο

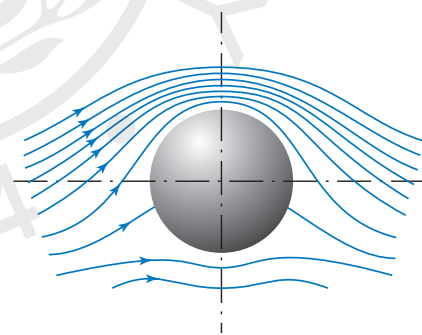
Γύρω απ' το πανί του ιστιοφόρου, λόγω του κατάλληλου σχήματός του (αεροτομή), δημιουργούνται ρευματικές γραμμές, όπως αυτές που εμφανίζονται στο φαινόμενο Magnus. Έτσι, εμφανίζεται συνισταμένη δύναμη κάθετη στον άνεμο.

Όταν ο άνεμος φυσά απ' τη μία πλευρά του σκάφους, αναμένουμε να το παρασύρει προς την κατεύθυνση προς την οποία πνέει (σχ. 5.73).

Αυτό όμως δεν συμβαίνει, διότι το βυθισμένο



Σχ. 5.71
Ρευματικές γραμμές γύρω από σφαίρα που περιστρέφεται



Σχ. 5.72
Ρευματικές γραμμές γύρω από σφαίρα που μετατοπίζεται και περιστρέφεται

τιμήμα του σκάφους (ύφαλα, καρίνα) προβάλλει αντίσταση ως προς την πλάγια κίνηση του σκάφους (σχ. 5.74). Ο συνδυασμός των δύο αυτών πλευρικών δυνάμεων μαζί με την κάθετη προς τον άνεμο δύναμη πάνω στο πανί, έχει ως αποτέλεσμα το σκάφος να κινείται προς τα εμπρός κατά μήκος του άξονά του (σχ. 5.75).



Σχ. 5.73
Πλάγιος άνεμος ασκεί δύναμη σε σκάφος



Σχ. 5.74
Η καρίνα του σκάφους προβάλλει αντίσταση στην πλάγια κίνηση

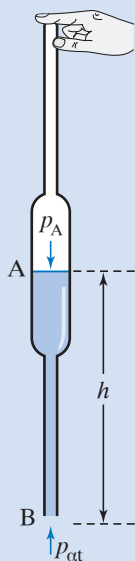


Σχ. 5.75
Ο συνδυασμός των δυνάμεων έχει ως αποτέλεσμα την κίνηση του σκάφους κατά μήκος του άξονά του



ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

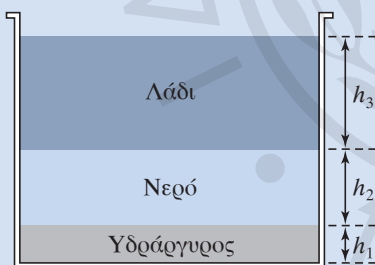
- Αγωγός ύδρευσης (διαμέτρου 3 cm) συνδέεται με τρεις σωλήνες ύδρευσης (διαμέτρων 1, 0,75 και 0,5 cm), των οποίων αντίστοιχα οι παροχές είναι $\Pi_1 = 20 \text{ L/min}$, $\Pi_2 = 10 \text{ L/min}$, $\Pi_3 = 8 \text{ L/min}$. Ποια η παροχή του αγωγού ύδρευσης; Ποια η ταχύτητα του νερού στο σωλήνα διαμέτρου μισής ίντσας;
- Αγωγός ύδρευσης εμβαδού διατομής $S = 30 \text{ cm}^2$ γεμίζει δεξαμενή χωρητικότητας 10 m^3 σε 25 ώρες. Να υπολογίσετε την παροχή του αγωγού και την ταχύτητα εκροής του νερού από αυτόν.
- Πύργος στηρίζεται σε 16 υδραυλικά πιεστήρια και έχει μάζα 8000 t. Πόση δύναμη πρέπει να ασκείται στο μικρό έμβολο κάθε πιεστηρίου, εάν η διατομή του μεγάλου εμβόλου είναι εκατονταπλάσια της διατομής του μικρού;
- Το μικρό έμβολο υδραυλικού πιεστηρίου έχει διάμετρο $D_1 = 1 \text{ cm}$ και ασκείται σε αυτό δύναμη $F_1 = 10 \text{ N}$. Πόση πρέπει να είναι η διάμετρος D_2 του μεγάλου εμβόλου, ώστε να ασκείται σ' αυτό δύναμη $F_2 = 200\,000 \text{ N}$;
- Το μικρό έμβολο υδραυλικού πιεστηρίου έχει επιφάνεια $S_1 = 4 \text{ cm}^2$ και του ασκείται δύναμη $F_1 = 20 \text{ kgf}$. Αν το μεγάλο έμβολο έχει επιφάνεια $S_2 = 40 \text{ cm}^2$, να υπολογίσετε:
 - Το μέτρο της δύναμης F_2 που ασκείται στο μεγάλο έμβολο,
 - Τη μετατόπιση l_2 του μεγάλου εμβόλου, όταν το μικρό έμβολο μετατοπιστεί κατά $l_1 = 15 \text{ cm}$.
 - Τι συμπεράσματα βγάξετε για τα έργα στα δύο έμβολα;
- Το εμβαδό των μικρών εμβόλων σε δύο υδραυλικά πιεστήρια είναι το ίδιο και ισούται με $S_1 = 10 \text{ cm}^2$. Τα μεγάλα τους έμβολα έχουν εμβαδό $S_2 = 150 \text{ cm}^2$ και $S_2' = 1500 \text{ cm}^2$ αντίστοιχα. Αν στο μικρό έμβολο κάθε πιεστηρίου ασκήσουμε δύναμη $F_1 = 1 \text{ N}$, να υπολογίσετε:
 - Την πίεση που δέχεται κάθε μεγάλο έμβολο.
 - Τις δυνάμεις που ασκούνται στο μεγάλο έμβολο κάθε πιεστηρίου.
- Δύο κατακόρυφα κυλινδρικά συγκοινωνούντα δοχεία διατομών 100 cm^2 και 25 cm^2 , αντίστοιχα, περιέχουν νερό. Ρίχνουμε στο ένα 2,5 L νερό. Να υπολογίσετε πόσο θα ανεβεί η στάθμη στο κάθε δοχείο.
- Να υπολογίσετε την πίεση p_A που επικρατεί στην ελεύθερη επιφάνεια του σιφωνίου του σχήματος 1 που περιέχει νερό ύψους $h = 15 \text{ cm}$. Δίνεται $\epsilon_{\text{NEPOY}} = 1 \text{ p/cm}^3$.



Σχ. 1

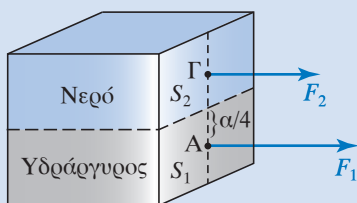
9. Μέσα στο γυάλινο κυλινδρικό δοχείο του σχήματος 2 ισορροπούν υδράργυρος, νερό και λάδι με ύψη $h_1 = 10 \text{ cm}$, $h_2 = 20 \text{ cm}$ και $h_3 = 30 \text{ cm}$, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε την υδροστατική πίεση σε mm Hg στον πυθμένα του δοχείου και στις διαχωριστικές επιφάνειες των υγρών. Δίνονται:

$$\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{oil}} = 0,9 \text{ g/cm}^3.$$



Σχ. 2

10. Δοχείο κυβικού σχήματος ακμής $a = 1 \text{ m}$ (σχ. 3), γεμίζεται κατά το ένα του ήμισυ με υδράρ-



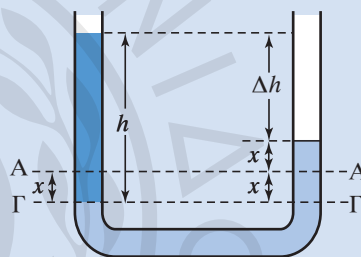
Σχ. 3

γυρο και κατά το άλλο του ήμισυ με νερό. Να υπολογίσετε:

- α) Τη δύναμη F που ασκείται στον πυθμένα.
β) Τη δύναμη F' που ασκείται σε μία πλευρική έδρα του κύβου.

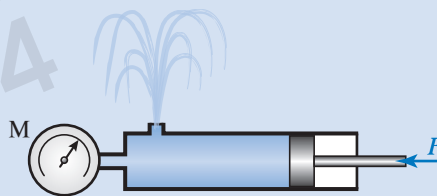
$$\text{Δίνονται } \rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g/cm}^3.$$

11. Στα δύο συγκοινωνούντα δοχεία του σχήματος 4, που έχουν την ίδια διατομή $S = 2 \text{ cm}^2$, ρίχνουμε υδράργυρο, και όταν ισορροπήσει, οι ελεύθερες επιφάνειες στα δύο του άκρα βρίσκονται στο οριζόντιο επίπεδο AA'. Στη συνέχεια ρίχνουμε στο αριστερό άκρο υγρό ειδικού βάρους $\varepsilon = 1 \text{ gf/cm}^3$ και βάρους $B = 100 \text{ gf}$. Να υπολογίσετε την απόσταση x , κατά την οποία θα ανεβεί η ελεύθερη επιφάνεια του υδραργύρου στον δεξιό σωλήνα, καθώς και την απόσταση Δh των δύο ελεύθερων επιφανειών (του νερού και του υδραργύρου).



Σχ. 4

12. Αν η ένδειξη του μανόμετρου του σχήματος 5 είναι 2 atm, ποια δύναμη ασκείται στο εμβαδού $S = 4 \text{ cm}^2$ έμβολο και σε ποιο ύψος φτάνει ο πίδακας του νερού ($\varepsilon_{\text{NEPOY}} = 1 \text{ p/cm}^3$);

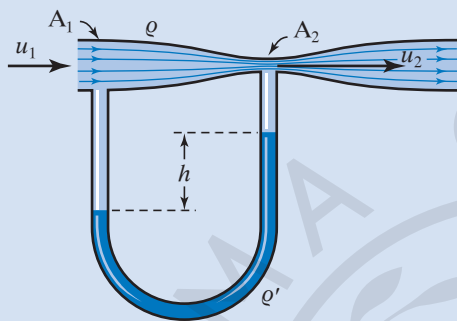


Σχ. 5

13. Ποιο είναι το βάθος στη θάλασσα, στο οποίο η υπερπίεση είναι ίση με μία ατμόσφαιρα ($\varepsilon_{\text{θαλα}} = 1,2 \text{ p/cm}^3$);
14. Πόσο είναι το ύψος στήλης υδραργύρου ή νερού ή οινόπνεύματος που εξασκεί πίεση $p = 10 \text{ gf/cm}^2$; Δίνονται: $\varepsilon_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ gf/cm}^3$, $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ gf/cm}^3$ και $\varepsilon_{\text{OIN.}} = 0,8 \text{ gf/cm}^3$.
15. Νερό ρέει μέσα σε οριζόντιο σωλήνα διατο-

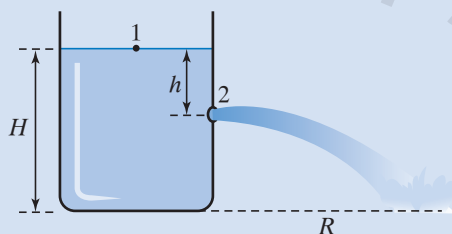
μής 3 cm^2 . Σε άλλο του σημείο ο σωλήνας έχει διατομή 63 cm^2 και η διαφορά πίεσης ανάμεσα στα δύο σημεία είναι 200 N/m^2 . Πόσα m^3 νερού ρέουν στον σωλήνα σε 1 min ($d_{\text{NE-POY}} = 1 \text{ g/cm}^3$);

16. Από τον σωλήνα του σχήματος 6 (βεντουρίμετρο) ρέει ιδανικό ρευστό. Αν για τις διατομές A_1, A_2 ισχύει ότι $A_1 = 3 A_2$ και $\Delta h = 0,9 \text{ cm}$, να υπολογίσετε τις ταχύτητες u_1, u_2 . Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Σχ. 6

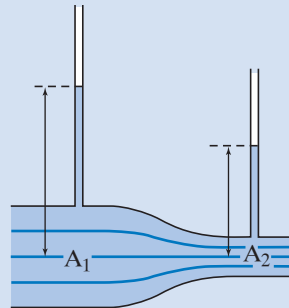
17. Δεξαμενή περιέχει νερό μέχρι ύψος H (σχ. 7). Στη μία πλευρά και σε βάθος h απ' την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, ανοίγεται τρύπα. Να υπολογίσετε:
- Την απόσταση R απ' τη βάση του δοχείου στην οποία η φλέβα συναντά το πάτωμα.
 - Σε ποιο άλλο ύψος μπορεί να ανοιχτεί δεύτερη τρύπα, ώστε η δεύτερη φλέβα να έχει το ίδιο βεληνγκεές;
 - Σε ποιο βάθος h πρέπει να ανοιχτεί τρύπα, ώστε το νερό να εκτινάσσεται στη μέγιστη δυνατή απόσταση;



Σχ. 7

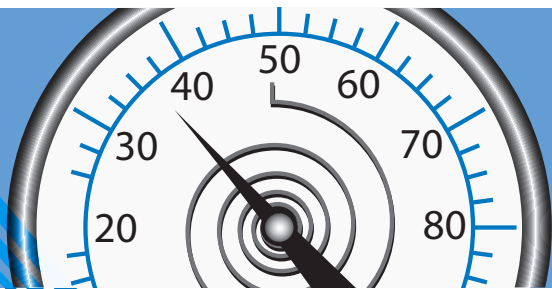
18. Για τον οριζόντιο σωλήνα μεταβλητής διαμέτρου του σχήματος 8, να υπολογίσετε την ταχύτητα του ιδανικού ρευστού στο σημείο A_1 ,

όταν γνωρίζετε ότι η ταχύτητά του στο σημείο A_2 είναι 3 m/s , η πυκνότητά του είναι 1 kg/m^3 και η διαφορά των στατικών πιέσεων στα σημεία A_1, A_2 είναι 4 atm .



Σχ. 8

19. Νερό απορρέει από δεξαμενή μεγάλης επιφάνειας μέσω μικρής οπής. Η διάμετρος της οπής είναι ίση με $0,5 \text{ m}$. Εάν το νερό στη δεξαμενή ανέρχεται σε 8 m πάνω από την οπή και $g = 10 \text{ m/s}^2$, να υπολογίσετε την:
- Ταχύτητα εκροής του νερού.
 - Παροχή της οπής.
20. Όταν ομογενές σώμα επιπλέει σε καθαρό νερό, είναι βυθισμένα τα $3/4$ του όγκου του. Όταν επιπλέει σε λάδι, είναι βυθισμένα τα $9/10$ του όγκου του. Να υπολογίσετε τα ειδικά βάρη του σώματος και του λαδιού όταν το ειδικό βάρος του νερού είναι 1 gf/cm^3 .
21. Ξύλινομαδέρι σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου βάρους B_1 με εμβαδό βάσης $S = 0,5 \text{ m}^2$ και ύψος $h = 20 \text{ cm}$ επιπλέει σε νερό ποταμού βυθισμένο κατά $h_1 = 14 \text{ cm}$. Πόσο βάρος B_2 πρέπει να τοποθετήσουμε πάνω στο μαδέρι, ώστε να βυθιστεί κατά όλο το ύψος του; Δίνεται $\epsilon_{\text{νερού}} = 1 \text{ gf/cm}^3$.
22. Από την ελεύθερη επιφάνεια λίμνης αφήνουμε χωρίς αρχική ταχύτητα μικρή σφαίρα βάρους B που φτάνει σε βάθος $h = 4$ μέσα σε χρόνο $t = 4 \text{ s}$. Να υπολογίσετε την πυκνότητά της, όταν γνωρίζετε ότι $g = 10 \text{ m/s}^2$, $d_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g/cm}^3$. Η αντίσταση του νερού θεωρείται αμελητέα.
23. Πόσο στα εκατό του όγκου παγόβουνου που επιπλέει είναι βυθισμένο στη θάλασσα; Δίνονται:
- $$d_{\text{ΘΑΛΑΣΣΑΣ}} = 1,1 \text{ g/cm}^3 \text{ και } d_{\text{ΠΑΓΟΥ}} = 0,88 \text{ g/cm}^3.$$



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Θερμότητα

6.1 Θερμοκρασία

Το κρύο ή το ζεστό είναι μία εντύπωση που προσδιορίζεται απ' την αίσθηση της αφής και είναι αρκετά ασαφής και υποκειμενική. Η εντύπωση αυτή εισάγει την έννοια της **θερμοκρασίας ενός σώματος**, που μπορούμε να προσδιορίζουμε αντικειμενικά μετρώντας ιδιότητες της ύλης που εξαρτώνται απ' αυτήν.

Μπορούμε για παράδειγμα να προσδιορίσουμε τη θερμοκρασία από τη μεταβολή του όγκου ενός υγρού, από τη μεταβολή του μήκους μιας ράβδου, από τη μεταβολή του χρώματος μιας φλόγας, από τη μεταβολή της πίεσης ενός αερίου, από τη μεταβολή της ηλεκτρικής αντίστασης ενός μετάλλου και από άλλες ιδιότητες, που μεταβάλλονται με τη θερμοκρασία.

Τα όργανα που μετρούν τη θερμοκρασία είναι τα **θερμόμετρα**.

Μια βασική ιδιότητα χρήσιμη για τη μέτρηση της θερμοκρασίας είναι το γεγονός ότι αν δύο σώματα έρθουν σε θερμική επαφή, τότε αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, και όταν η θερμοκρασία τους σταθεροποιηθεί, θα έχουν αποκτήσει την ίδια θερμοκρασία. Το σύστημα έτσι φτάνει σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας.

– Θερμόμετρα

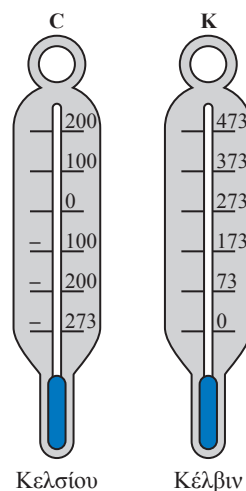
Στα θερμόμετρα, η θερμοκρασία κάθε σώματος εκφράζεται μ' έναν αριθμό και την αντίστοιχη μονάδα μέτρησης, που αντιστοιχεί στο πόσο θερμό είναι το σώμα σύμφωνα με κάποια δεδομένη κλίμακα. Η βαθμονόμηση της κλίμακας είναι αυθαίρετη. Η πιο γνωστές κλίμακες που χρησιμοποιούμε είναι η κλίμακα Κελσίου (Celsius), σωστότερα Κέλσιους ή Κέλσιο, η κλίμακα Κέλβιν (Kelvin) και η κλίμακα Φαρενάιτ (Fahrenheit).

Το μηδέν (0) της κλίμακας **Κελσίου** αντιστοιχεί στη θερμοκρασία πήξης του καθαρού νερού και το 100 στη θερμοκρασία βρασμού του καθαρού νερού

και τα δύο υπό πίεση ίση με $1 \text{ atm} = 101.325 \text{ Pa}$ (1 κανονική ατμόσφαιρα). Η περιοχή μεταξύ των δύο θερμοκρασιών διαιρείται σε 100 ίσα μέρη, που τα ονομάζουμε βαθμούς Κελσίου, °C. Οι θερμοκρασίες καταστάσεων που είναι πιο κρύες από το σημείο πήξης του νερού εκφράζονται με αρνητικές ενδείξεις. Η κλίμακα Κελσίου είναι πολύ διαδεδομένη και χρησιμοποιείται στην καθημερινή μας ζωή, αλλά και στην επιστήμη. Ως σύμβολα για τη θερμοκρασία στην κλίμακα Κελσίου, συνιστώνται τα θ και t .

Μια άλλη πολύ γνωστή θερμοκρασιακή κλίμακα που χρησιμοποιείται απ' την επιστημονική κοινότητα είναι η κλίμακα **Kelvin**, στην οποία το μηδέν αντιστοιχεί στη χαμηλότερη δυνατή θερμοκρασία (**το απόλυτο μηδέν**) (σχ. 6.1).

Το απόλυτο μηδέν αντιστοιχεί σε $-273,15^\circ\text{C}$. Η κλίμακα ορίζεται θεωρώντας ότι το τριπλό σημείο του καθαρού νερού έχει θερμοκρασία ίση με 273,16 K. Το σύμβολο που συνιστάται για τη θερμοκρασία κέλβιν είναι το T ή το Θ . Οι μονάδες της κλίμακας Kelvin έχουν το ίδιο μέγεθος με τους βαθμούς της κλίμακας Κελσίου και λέγονται Κέλβιν (Kelvin, K). Παλαιότερα η θερμοκρασία T ονομαζόταν **από-**



Σχ. 6.1

Σύγκριση βαθμών Κελσίου – Κέλβιν

λυτη θερμοκρασία, ενώ σήμερα προτιμάται ο όρος **θερμοδυναμική θερμοκρασία**. Οι θερμοκρασίες στις δύο κλίμακες συνδέονται σύμφωνα με τη σχέση:

$$T = \theta + 273,15 \text{ K}$$

Η θερμοδυναμική θερμοκρασία είναι ένα απ' τα επτά θεμελιώδη μεγέθη του SI και το κέλβιν είναι η αντίστοιχη θεμελιώδης μονάδα του SI.

Στις ΗΠΑ χρησιμοποιείται ακόμη η θερμοκρασιακή κλίμακα Φαρενάιτ. Στο παγωμένο νερό αποδίδεται η θερμοκρασία των 32 °F, ενώ στο νερό που βράζει οι 212 °F. Ανάμεσα στα δύο αυτά σημεία αντιστοιχούν 180 °F, δηλαδή ένας βαθμός της κλίμακας Φαρενάιτ αντιστοιχεί σε 100/180 = 5/9 Κελσίου. Η σχέση των θερμοκρασιών της κλίμακας Κελσίου και της κλίμακας Fahrenheit είναι:

$$\theta_F = \frac{9}{5} \theta + 32 \Leftrightarrow \frac{\theta_F - 32}{9} = \frac{\theta}{5}$$



Παραδείγματα

1. Σε πόσους βαθμούς Fahrenheit αντιστοιχούν οι 0 °C και οι 100 °C;

Οι 0 °C αντιστοιχούν σε 32 °F διότι:

$$\theta_F = \frac{9}{5} \theta + 32 = \frac{9}{5} 0 + 32 = 32$$

Οι 100 °C αντιστοιχούν σε 212 °F διότι:

$$\theta_F = \frac{9}{5} \theta + 32 = \frac{9}{5} 100 + 32 = 180 + 32 = 212$$

2. Το θερμόμετρο ενός λέβητα δείχνει 320 °F. Σε πόσους °C αντιστοιχεί; Αντιστοιχεί σε 46,85 °C διότι:

$$T = \theta + 273,15 \Leftrightarrow 320 = \theta + 273,15 \Leftrightarrow \theta = 46,85$$

3. Σε ποια θερμοκρασία συμπίπτουν οι ενδείξεις δύο θερμομέτρων βαθμολογημένων σε βαθμούς Κελσίου και Fahrenheit. Έστω x η ζητούμενη θερμοκρασία. Είναι:

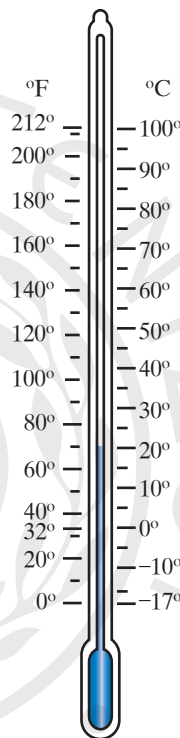
$$\frac{x}{5} = \frac{x - 32}{9} \Leftrightarrow -40$$

Συνεπώς οι -40 °C αντιστοιχούν σε -40 °F.

Για τη μέτρηση της θερμοκρασίας χρησιμοποιούμε διάφορους τύπους θερμομέτρων, όπως θερμο-

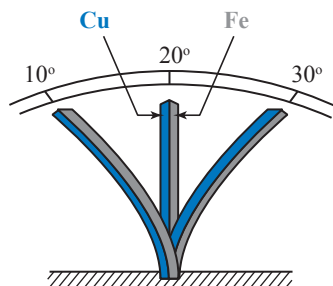
μέτρα υγρού, θερμομέτρα με διμεταλλικό έλασμα, θερμομέτρα αντίστασης, οπτικά πυρομέτρα, θερμομέτρα αέριου κ.ά.. Ορισμένα από αυτά είναι:

1) Το **θερμόμετρο υγρού** αποτελείται από έναν γυάλινο τριχοειδή σωλήνα, που στη βάση του σχηματίζει μια φούσκα. Το υγρό που περιέχει μπορεί να είναι υδράργυρος, αιθανόλη ή πετρέλαιο (σχ. 6.2). Η λειτουργία αυτών των θερμομέτρων στηρίζεται στη διαστολή του όγκου των υγρών με την αύξηση της θερμοκρασίας και τη συστολή του όγκου τους με τη μείωση της θερμοκρασίας.



Σχ. 6.2
Θερμόμετρο υγρού

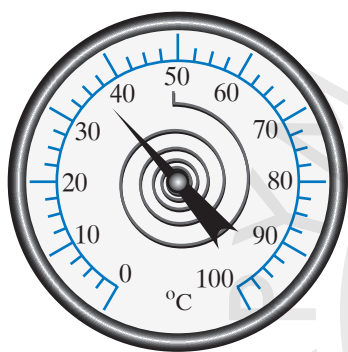
2) Τα **διμεταλλικά ελάσματα** (σχ. 6.3) αποτελούνται από δύο επιμήκη ελάσματα συγκολλημένα μεταξύ τους. Επειδή είναι κατασκευασμένα από διαφορετικά μέταλλα, έχουν διαφορετικούς συντελεστές γραμμικής διαστολής. Σε κάποια θερμοκρασία το σύστημα των δύο ελασμάτων είναι ευθύγραμμο. Όμως επειδή πάντα το ένα μέταλλο διαστέλλεται



Σχ. 6.3
Διμεταλλικό έλασμα

και συστέλλεται περισσότερο από το άλλο, όταν αυξηθεί ή μειωθεί η θερμοκρασία, τα διμεταλλικά ελάσματα αλλάζουν σχήμα και σχηματίζουν καμπύλη. Χρησιμοποιούνται στα διμεταλλικά θερμομέτρα, σε ηλεκτρικές συσκευές όπως ψυγεία, θερμοσίφωνες, ηλεκτρικά σίδερα, κουζίνες (ως ηλεκτρικοί διακόπτες, κοινώς θερμοστάτες) και σε ωρολογιακούς μηχανισμούς (προς αποφυγή επηρεασμού της λειτουργίας τους από θερμοκρασιακές μεταβολές).

3) Το **θερμόμετρο με διμεταλλικό έλασμα** αποτελείται από διμεταλλικό έλασμα σε σπειροειδή μορφή, πάνω στο οποίο είναι προσαρμοσμένος κατάλληλα ένας δείκτης, που στρέφεται ανάλογα με την παραμόρφωση που συμβαίνει στο διμεταλλικό έλασμα (σχ. 6.4).



Σχ. 6.4
Θερμόμετρο
σε διμεταλλικό
έλασμα

4) Το **θερμόμετρο αντίστασης** αποτελείται από ηλεκτρικό κύκλωμα με ηλεκτρική αντίσταση, της οποίας η τιμή μεταβάλλεται ανάλογα με τη θερμοκρασία, στην οποία βρίσκεται. Στα θερμομέτρα αυτά συνδέουμε την ένδειξη της θερμοκρασίας με την τιμή μιας μεταβλητής π.χ. του ηλεκτρικού ρεύματος, το οποίο για σταθερή ΗΕΔ (ηλεκτρεγερτική δύναμη) στο κύκλωμα, εξαρτάται απ' την ηλεκτρική αντίσταση.

6.2 Θερμοδυναμική ενέργεια. Θερμότητα

Θερμοδυναμική ή θερμική ή εσωτερική ενέργεια U ενός συστήματος ονομάζεται η ενέργεια που έχει ένα σύστημα, η οποία οφείλεται στις τυχαίες κινήσεις των δομικών του λίθων (ατόμων, μορίων κ.λπ.) και των δυναμικών ενεργειών τους.

Θερμότητα Q είναι η ενέργεια που μεταβιβάζεται από ένα σώμα σε ένα άλλο, εξ αιτίας της διαφοράς που παρουσιάζουν οι θερμοκρασίες τους. Η θερμότητα ρέει αυθόρμητα πάντα απ' το θερμότερο προς το ψυχρότερο σώμα. Η ροή θερμότητας σταματά, όταν επιτευχθεί θερμική ισορροπία ανάμεσα

στα σώματα, δηλαδή όταν οι θερμοκρασίες τους εξισωθούν.

Η θερμότητα Q που απαιτείται για την αύξηση της θερμοκρασίας ενός σώματος μάζας m από θερμοκρασία T_a σε θερμοκρασία T_r είναι ανάλογη της μεταβολής της θερμοκρασίας $\Delta T = T_r - T_a = \Delta\theta$ και της μάζας του σώματος. Επίσης εξαρτάται απ' τη φύση του υλικού, το οποίο απορροφά τη θερμότητα και αυτό εκφράζεται με τη σταθερά c , που είναι διαφορετική για κάθε υλικό και ονομάζεται **ειδική θερμοχωρητικότητα (θερμότητα) του υλικού**. Ισχύει:

$$Q = mc\Delta T$$

Η ειδική θερμοχωρητικότητα ενός υλικού είναι η ποσότητα της θερμότητας που απορροφάται ανά μονάδα μάζας του υλικού και ανά κέλβιν αύξησης της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας του. Από τον πίνακα 6.1 μπορούμε να λάβουμε πληροφορίες για την ειδική θερμοχωρητικότητα διάφορων υλικών.

Η μονάδα που μετρά το ποσό της θερμότητας είναι συνήθως η **θερμίδα (1 cal)** και η **χιλιοθερμίδα (1 kcal)**, όπου $1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$. Το 1 cal είναι ίσο, περίπου, με το ποσό θερμότητας που απαιτείται για την αύξηση της θερμοκρασίας ενός γραμμαρίου νερού από τους $14,5^\circ\text{C}$ στους $15,5^\circ\text{C}$. Η θερμότητα είναι

Πίνακας 6.1

Πίνακας ειδικών θερμότητων και ειδικών γραμμομοριακών θερμότητων

Υλικό (ουσία)	Ειδική θερμοχωρητικότητα ($\text{J/kg} \cdot \text{K}$)	Γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα ($\text{J/mol} \cdot \text{K}$)
Νερό	4190	75,4
Αιθανόλη	2428	112,0
Πάγος	2000	36,5
Βηρύλλιο	1970	17,7
Αργίλιο	910	24,6
Χλωριούχο νάτριο (αλάτι)	879	51,4
Μάρμαρο	879	87,9
Σίδηρος	470	26,3
Χαλκός	390	24,8
Άργυρος	234	25,3
Υδροάργυρος	138	27,7
Μόλυβδος	130	26,9

«ενέργεια σε κίνηση» και προφανώς μπορεί να μετρείται σε οποιεσδήποτε μονάδες ενέργειας. Ισχύει:

$$1 \text{ cal} = 4186 \text{ J}$$

Μονάδα της ειδικής θερμοχωρητικότητας μπορεί να είναι το $1 \text{ cal/g} \cdot \text{K}$ και πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσιά του, ενώ στο SI η μονάδα είναι το $1 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$.

Θερμοχωρητικότητα ονομάζεται το μέγεθος mc , που εκφράζει το ποσό της θερμότητας που απορροφά το σώμα ανά μονάδα αύξησης της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας του.

Η θερμοχωρητικότητα μπορεί να μετρείται σε 1 cal/K και στο SI σε 1 J/K .

Το καλοκαίρι έχουμε παρατηρήσει ότι, παρόλο που ο ήλιος παρέχει στον ίδιο χρόνο την ίδια ποσότητα θερμότητας στην άμμο και το νερό μιας παραλίας, η άμμος αποκτά στον ίδιο χρόνο πολύ υψηλότερη θερμοκρασία απ' ό,τι το νερό της θάλασσας.

Αν δώσουμε το ίδιο ποσό θερμότητας σε μία ποσότητα σιδήρου και σε ίδια ποσότητα νερού, τότε στον ίδιο χρόνο ο σίδηρος θα αποκτήσει πολύ υψηλότερη θερμοκρασία απ' ό,τι το νερό. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για να αυξηθεί η θερμοκρασία 1 g νερού κατά 1 K (ή 1°C) απαιτείται πολύ περισσότερη θερμότητα απ' αυτήν που απαιτείται, προκειμένου να αυξηθεί κατά 1 K η θερμοκρασία 1 g άμμου ή σιδήρου. Δηλαδή το νερό έχει μεγαλύτερη ειδική θερμότητα απ' την άμμο και το σίδηρο (η ειδική θερμότητά του είναι περίπου 8 φορές αυτής του σιδήρου). Το νερό έχει τη μεγαλύτερη ειδική θερμότητα απ' όλα τα συνήθη σώματα. Αυτό επηρεάζει το κλίμα: οι παραθαλάσσιες περιοχές δεν έχουν μεγάλες μεταβολές θερμοκρασιών σε σχέση με στεριανές περιοχές, καθώς η θάλασσα «αργεί» να ζεσταθεί και «αργεί» να κρυώσει.

6.2.1 Γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα

Πολύ συχνά, όταν αναφερόμαστε στην ποσότητα κάποιας ουσίας, χρησιμοποιούμε ως μονάδα μέτρησης το **γραμμομόριο** (mol). Το ένα γραμμομόριο ενός υλικού (καθαρής ουσίας) ορίζεται ως η ποσότητα του υλικού που περιέχει ένα συγκεκριμένο πλήθος δομικών μονάδων (μορίων, ατόμων, ιόντων κ.λπ.). Αυτό εκφράζεται με τη σταθερά του Avogadro N_A , που είναι $N_A = 6,023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν $6,023 \times 10^{23}$ δομικοί λίθοι ανά γραμμομόριο ουσίας.

Η γραμμομοριακή μάζα M είναι η μάζα ανά γραμμομόριο, δηλαδή:

$$M = m/n$$

όπου: m είναι η μάζα και n η ποσότητα ουσίας.

Είναι ευνόητο ότι ισχύει $M = m_\delta N_A$, όπου m_δ είναι η μάζα του ενός δομικού λίθου.

Ορίζεται η **γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα** C (ή ειδική γραμμομοριακή θερμότητα) απ' τη σχέση $C = Mc$.

Έχουμε $Q = mc\Delta T$ άρα $Q = nMc\Delta T$, επομένως $Q = nC\Delta T$, όπου: Q είναι η ποσότητα θερμότητας που χρειάζεται προκειμένου να αυξηθεί η θερμοκρασία της ποσότητας n κατά ΔT .

Μονάδα μέτρησης της γραμμομοριακής θερμοχωρητικότητας είναι το $1 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$. Από τον πίνακα 6.1 μπορούμε να λάβουμε πληροφορίες για τη γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα διάφορων υλικών.

6.2.2 Ειδικές θερμότητες αερίων

Η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα και η ειδική θερμοχωρητικότητα για τα αέρια, εξαρτάται και απ' τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η θέρμανση. Για τον λόγο αυτό, για κάθε αέριο έχουμε δύο γραμμομοριακές θερμοχωρητικότητες.

Την C_p γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση και την C_v γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο.

Η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα C_p είναι εκείνη που εμφανίζεται να έχει το αέριο όταν κατά τη διαδικασία της απορρόφησης θερμότητας, η πίεσή του μένει σταθερή. Η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα C_v είναι εκείνη που εμφανίζεται να έχει το αέριο, όταν κατά τη διαδικασία απορρόφησης θερμότητας ο όγκος του μένει σταθερός.

Οι δύο θερμοχωρητικότητες είναι διαφορετικές, διότι όταν η θέρμανση γίνεται υπό σταθερή πίεση (αυτό θα το εξετάσουμε παρακάτω), ο όγκος μεταβάλλεται κι ένα μέρος της θερμότητας που απορροφά το αέριο αποδίδεται προς τα έξω ως μηχανικό έργο. Στην περίπτωση που ο όγκος μένει σταθερός, όλη η θερμότητα που απορροφά το αέριο μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια. Δηλαδή για την ίδια μεταβολή της θερμοκρασίας μιας ποσότητας αερίου, απαιτείται μικρότερο ποσό θερμότητας, αν πρόκειται για μεταβολή με τον όγκο σταθερό, σε σχέση με τη θερμότητα που απαιτείται, αν η μεταβολή είναι υπό σταθερή πίεση.

Αποδεικνύεται ότι ο λόγος των γραμμομοριακών θερμοχωρητικοτήτων του αερίου $\gamma = C_p/C_v$ εξαρτάται από τον αριθμό των ατόμων στο μόριο του αερίου

Πίνακας 6.2
Γραμμομοριακές θερμοχωρητικότητες αερίων

Τύπος αερίου	Αέριο	C_v (J/mol · K)	C_p (J/mol · K)	$C_p - C_v$ (J/mol · K)	$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$
Μονατομικό	He	12,47	20,78	8,31	1,67
	A	12,47	20,78	8,31	1,67
Διατομικό	H ₂	20,42	28,74	8,32	1,41
	N ₂	20,76	29,07	8,31	1,40
	O ₂	20,85	29,17	8,31	1,40
	CO	20,85	29,16	8,31	1,40
Πολυατομικό	CO ₂	28,46	36,94	8,48	1,30
	SO ₂	31,39	40,37	8,96	1,29
	H ₂ S	25,95	34,60	8,65	1,33

ου (πίν. 6.2). Σύμφωνα με όσα είπαμε, ισχύει πάντα $\gamma > 1$.

Η σχέση που συνδέει τις θερμοχωρητικότητες C_p , και C_v αποδεικνύεται ότι είναι $C_p = C_v + R$. Αυτό είναι σύμφωνο με το γεγονός ότι για κάθε αέριο έχουμε $C_p > C_v$. (Η απόδειξη γίνεται με τη χρήση του Πρώτου Θερμοδυναμικού Νόμου, στον οποίο θα αναφερθούμε στις επόμενες παραγράφους).

6.3 Διάδοση της θερμότητας

Αναφέραμε στις προηγούμενες παραγράφους ότι η θερμότητα είναι ενέργεια που ρέει από θερμό προς ψυχρό σώμα. Το ερώτημα που τίθεται είναι με ποιους τρόπους συμβαίνει αυτή η ροή. Πριν απαντήσουμε σ' αυτό, ας φέρουμε στο μυαλό μας μερικά παραδείγματα. Αν τοποθετήσουμε ένα μεταλλικό δοχείο με κρύο νερό πάνω στο θερμό «μάτι» μιας ηλεκτρικής κουζίνας, θα παρατηρήσουμε ότι μετά από λίγη ώρα η θερμοκρασία του νερού θα έχει αυξηθεί σημαντικά. Κάτι παρόμοιο θα συμβεί, αν στο δοχείο με το κρύο νερό ρίξουμε μερικά ποτήρια καυτό νερό και τα αναταράξουμε. Πάλι η θερμοκρασία του νερού που έχουμε στο δοχείο θα αυξηθεί σε σχέση με την αρχική.

Επίσης όλοι γνωρίζουμε ότι το καλοκαίρι είναι πολύ δύσκολο να περπατήσουμε με γυμνά πέλματα στην άμμο μιας παραλίας, διότι καίει εξαιτίας της ηλιακής ακτινοβολίας που δέχεται. Από τα παραπάνω παραδείγματα είναι πολύ εύκολο να εξάγουμε τρόπους, με τους οποίους μεταφέρεται η θερμότητα.

Στο πρώτο παράδειγμα έχουμε διάδοση θερμότητας με *αγωγή* από το ένα θερμό «μάτι» της κουζίνας στο μεταλλικό δοχείο και μετά στο νερό. Στο δεύτερο παράδειγμα έχουμε διάδοση θερμότητας με *μεταφορά* απ' το θερμό νερό στο κρύο, καθώς αναμειγνύονται. Στο τρίτο παράδειγμα η ηλιακή *ακτινοβολία* που εκπέμπεται απ' τον θερμό ήλιο απορροφάται απ' την άμμο και αυξάνει τη θερμοκρασία της. Θα μελετήσουμε πιο αναλυτικά τον καθένα απ' τους παραπάνω τρόπους.

6.3.1 Διάδοση θερμότητας με αγωγή

Για την κατανόηση του μηχανισμού διάδοσης της θερμότητας με αγωγή, μπορούμε να φανταστούμε το εξής πείραμα: Κρατούμε από το ένα της άκρο μία χάλκινη ράβδο. Προσαρμόζουμε στη ράβδο αυτή ανά ίσα διαστήματα μικρά κομμάτια κεριού και στο άλλο της άκρο το πλησιάζουμε μια φλόγα. Θα δούμε ότι τα προσαρμοσμένα στη ράβδο κομμάτια κεριού θα αρχίσουν να λειώνουν διαδοχικά, με πρώτα αυτά που είναι πλησιέστερα στο άκρο που είναι η φλόγα. Μετά από λίγο η θερμότητα θα φτάσει *με αγωγή* στο άλλο άκρο, αυξάνοντας τη θερμοκρασία όλης της ράβδου.

Θα αναφέρουμε τι συμβαίνει στο μικροσκοπικό επίπεδο, στο επίπεδο των δομικών λίθων (ατόμων, μορίων, ιόντων) της ράβδου. Η φλόγα έχει υψηλή θερμοκρασία, συνεπώς τα άτομα της ράβδου, τα οποία είναι πιο κοντά στη φλόγα έχουν υψηλότερη κινητική ενέργεια σε σχέση με τα γειτονικά τους, τα οποία είναι πιο απομακρυσμένα. Τα άτομα υψηλής κινητικής ενέργειας συγκρούονται με τα γειτονικά

τους αποδίδοντας μέρος της ενέργειάς τους σ' αυτά, που με τη σειρά τους κατά τη σύγκρουσή τους με τα γειτονικά τους θα αποδώσουν μέρος της ενέργειάς τους. Στα μέταλλα, σημαντικό ρόλο στη διάδοση της θερμότητας με αγωγή διαδραματίζουν τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του μετάλλου. Η διάδοση οφείλεται στις διαφορές θερμοκρασίας. Δεν γίνεται μετακίνηση ύλης, μόνο ενέργειας.

Έστω ότι έχουμε μια αγωγή μπάρα μήκους L , εμβαδού διατομής A , όπου το ένα άκρο της διατηρείται σε υψηλή θερμοκρασία T_H και το άλλο σε χαμηλή θερμοκρασία T_C και πλευρικά είναι μονωμένη. Τότε μπορούμε να ονομάσουμε **θερμικό ρεύμα** τον ρυθμό ροής θερμότητας απ' το ένα άκρο στο άλλο και να το συμβολίσουμε με H , δηλαδή να το ορίσουμε ως $H = \Delta Q / \Delta t$.

Το θερμικό ρεύμα μετριέται σε $\text{joule/s} = \text{W}$ (στο εμπόριο συνηθίζεται και η μονάδα Btu/h , όπου: $1 \text{ Btu/h} = 0,293 \text{ W}$). Ο ρυθμός ροής θερμότητας σε ομογενή σώματα σταθερής διατομής δίνεται από τη σχέση:

$$H = kA(T_H - T_C)/L$$

όπου: k είναι μια σταθερά που εξαρτάται απ' το υλικό και λέγεται **θερμική αγωγιμότητα** ή **συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας**. Η μονάδα μέτρησης της σταθεράς k είναι $1 \text{ W}/(\text{m} \times \text{K})$.

Υλικά με μεγάλο συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας k είναι καλοί αγωγοί της θερμότητας, ενώ υλικά με μικρό k είναι κακοί αγωγοί της θερμότητας.

Το αντίστροφο μέγεθος του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας k είναι η **θερμική αντίσταση** R ,

που για ομογενή πλάκα πάχους L υπολογίζεται απ' τη σχέση:

$$R = L/k.$$

Η έννοια της θερμικής μόνωσης χρησιμοποιείται συχνά σε προβλήματα μόνωσης χώρων και συνδέεται με το θερμικό ρεύμα H , που ρέει μέσω επιφάνειας A με τη σχέση:

$$H = A \frac{(T_H - T_C)}{R}$$

Η μονάδα της θερμικής αντίστασης R στο SI είναι το $1 \text{ m}^2 \text{ K/W}$.

Ο διπλασιασμός του πάχους ενός υλικού σημαίνει και διπλασιασμό της θερμικής αντίστασης. Η τοποθέτηση πολλαπλών μονωτικών υλικών σε στρώματα δημιουργεί συνολική θερμική αντίσταση ίση με το άθροισμα των αντιστάσεων.

Ο αέρας σε πλήρη άπνοια έχει πολύ μικρή θερμική αγωγιμότητα.

Η τεχνολογία έχει προχωρήσει στην ανακάλυψη κεραμικών υλικών με εξαιρετικά μικρούς συντελεστές θερμικής αγωγιμότητας, που χρησιμοποιούνται στη διαστημική τεχνολογία.

Στον πίνακα 6.3 παρατίθενται οι θερμικές αγωγιμότητες βασικών υλικών.

6.3.2 Διάδοση θερμότητας με μεταφορά

Η διάδοση της θερμότητας με μεταφορά είναι ο πιο σημαντικός τρόπος διάδοσης θερμότητας σε υγρά και αέρια. Σε αντίθεση με την αγωγή εδώ

Πίνακας 6.3
Πίνακας με τις θερμικές αγωγιμότητες υλικών σε $\text{W}/(\text{mK})$

Μέταλλα	k	Διάφορα στερεά	k	Αέρια	k
Άργυρος	406,0	Πάγος	1,6	Υδρογόνο	0,14
Χαλκός	385,0	Μπετόν	0,8	Ήλιο	0,14
Αργίλιο	205,0	Γυαλί	0,8	Οξυγόνο	0,023
Ορείχαλκος	109,0	Τούβλο	0,6	Αέρας	0,024
Χάλυβας	50,2	Υαλότουβλο	0,15	Αργό	0,016
Μόλυβδος	34,7	Ξύλο	0,12-0,04		
Υδράργυρος	8,3	Φελλός	0,04		
		Ορυκτοβάμβακας	0,04		
		Fiberglass	0,04		
		Styrofoam	0,01		

έχουμε μεταφορά μάζας ρευστού από μία περιοχή σε άλλη. Η διάδοση της θερμότητας με μεταφορά είναι πολύπλοκο φαινόμενο και γι' αυτόν το λόγο δημιουργούμε μοντέλα (πρότυπα) για μελέτη, ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες της κάθε περίπτωσης.

Ένας γενικός διαχωρισμός της διάδοσης θερμότητας είναι με *ελεύθερη* ή *φυσική μεταφορά* ή με *εξαναγκασμένη μεταφορά*.

Για την *ελεύθερη* ή *φυσική μεταφορά* μπορούμε να περιγράψουμε έναν πολύ γενικό μηχανισμό. Έστω ρευστό που σε μία περιοχή του έχουμε αυξημένη θερμοκρασία, η οποία ελαττώνει την πυκνότητά του, καθώς προκαλείται θερμική διαστολή. Λόγω της ελάττωσης της πυκνότητας, το θερμό ρευστό ανέρχεται μεταφέροντας θερμότητα σε υψηλότερα στρώματα και τη θέση του καταλαμβάνει ψυχρό ρευστό (μεγαλύτερης πυκνότητας).

Η διάδοση θερμότητας με *εξαναγκασμένη μεταφορά* περιλαμβάνει όλες τις περιπτώσεις, που το ρευστό εξαναγκάζεται σε μεταφορά με κάποια μηχανική παρέμβαση, όπως με τη χρήση αντλίας ή ανεμιστήρα. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν τα συστήματα θέρμανσης (καλοριφέρ) με την εξαναγκασμένη ροή του θερμού νερού μέσα από τα σώματα, τα συστήματα κλιματισμού με αέρα, τα υδραυλικά συστήματα απαγωγής θερμότητας απ' τις θερμικές μηχανές αυτοκινήτων και πλοίων.

6.3.3 Διάδοση θερμότητας με ακτινοβολία

Στην αρχή της ενότητας αναφέραμε ότι τις ηλιόλουστες μέρες του καλοκαιριού η άμμος της παραλίας καίει τόσο πολύ, που είναι δύσκολο να περπατήσουμε χωρίς παπούτσια. Στο ερώτημα γιατί καίει η άμμος, η απάντηση είναι προφανής: Έχει θερμανθεί από τον ήλιο. Και βέβαια η θέρμανση δεν μπορεί να έχει γίνει ούτε με αγωγή, διότι δεν έχουμε επαφή, ούτε με ρεύματα μεταφοράς, αφού ανάμεσα στον Ήλιο και τη Γη μεσολαβεί «κενό». Η διάδοση της θερμότητας έχει γίνει με *ακτινοβολία*, ηλεκτρομαγνητικά κύματα (υπέρουθρη ακτινοβολία, ορατό φως, υπεριώδης ακτινοβολία), που εκπέμπεται από τον Ήλιο και απορροφάται απ' την άμμο αυξάνοντας τη θερμοκρασία της.

Επίσης, διάδοση θερμότητας γίνεται και με ηλεκτρομαγνητικά κύματα συχνότητας μικρότερης απ' το υπέρυθρο, από τα *μικροκύματα* που απορροφώνται επιλεκτικά από διάφορα υλικά, όπως το νερό, και αυξάνουν τη θερμοκρασία τους. Εφαρμογή τους είναι ο φούρνος μικροκυμάτων και οι συσκευ-

ές διαθερμίας που χρησιμοποιούνται στα νοσοκομεία για θέρμανση μυών σε ασθενείς.

Εκπομπή θερμότητας με ακτινοβολία μπορεί να έχουμε από οποιοδήποτε σώμα. Η εκπομπή αυτή έχει άμεση σχέση με τη θερμοκρασία του σώματος. Στις συνήθεις θερμοκρασίες, περίπου 25°C, ένα σώμα εκπέμπει ακτινοβολία κυρίως στην περιοχή του υπέρυθρου. Όταν αυξηθεί η θερμοκρασία του σώματος, εκπέμπει ακτινοβολία με μικρότερα μήκη κύματος, πάλι στην περιοχή του υπέρυθρου, ενώ σε θερμοκρασίες περίπου από 800°C και πάνω έχουμε εκπομπή ακτινοβολίας και στο ορατό τμήμα του φάσματος. Τα σώματα σ' αυτήν την κατάσταση εμφανίζονται «ερυθροπυρωμένα». Σε υψηλότερες θερμοκρασίες και γύρω στους 3000°C, το σώμα εκπέμπει σημαντική ακτινοβολία στο ορατό, όπως συμβαίνει και με το νήμα βολφραμίου στις λάμπες πυράκτωσης.

Σημαντικό εργαλείο στην κατανόηση της εκπομπής θερμότητας με ακτινοβολία είναι ο *Νόμος των Stefan-Boltzmann* για την ισχύ της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας απ' την επιφάνεια του σώματος εμβαδού A και θερμοκρασίας T ,

$$\frac{dW}{dt} = P = A e \sigma T^4$$

Απ' την παραπάνω σχέση παρατηρούμε ότι εκτός των άλλων, ο ρυθμός εκπομπής ενέργειας είναι ανάλογος της τέταρτης δύναμης της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας του σώματος. Δηλαδή έχουμε πολύ μεγάλη αύξηση της ακτινοβολούμενης θερμικής ισχύος με την αύξηση της θερμοκρασίας του σώματος. Επίσης, η ισχύς της ακτινοβολούμενης ενέργειας εξαρτάται απ' την *υφή* και το *χρώμα* της επιφάνειας του σώματος. Η εξάρτηση αυτή εκφράζεται με τον συντελεστή e , ο οποίος είναι ένας αδιάστατος αριθμός με τιμές από 0 έως 1 και με πολύ μικρή εξάρτηση από τη θερμοκρασία. Τα υλικά με σκουρόχρωμη επιφάνεια εκπέμπουν εντονότερα από υλικά με ανοιχτόχρωμη επιφάνεια. Επίσης, εντονότερα εκπέμπουν σώματα με τραχιά επιφάνεια σε σχέση με τα σώματα, που έχουν λεία επιφάνεια. Ένα σώμα με σκουρόχρωμη και τραχιά επιφάνεια έχει συντελεστή e που πλησιάζει τη μονάδα, ενώ ένα ανοιχτόχρωμο και λείο σώμα έχει συντελεστή e που πλησιάζει το μηδέν. Το σ είναι μία θεμελιώδης φυσική σταθερά που ονομάζεται *σταθερά των Stefan-Boltzmann* και ισχύει:

$$\sigma = 5,6705 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$$

Όταν ένα σώμα ακτινοβολεί εύκολα, τότε και απορροφά εύκολα ενέργεια.

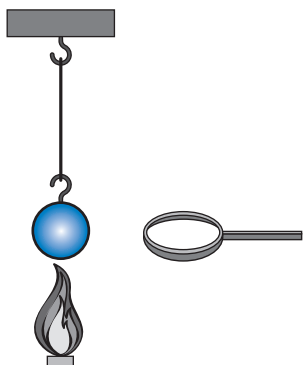
Ένα σώμα συγχρόνως εκπέμπει και απορροφά θερμότητα με τη μορφή ακτινοβολίας, αλληλεπιδρώντας με το περιβάλλον του. Όταν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι ίδια με τη θερμοκρασία του σώματος, τότε η θερμότητα ανά μονάδα χρόνου που ακτινοβολεί το σώμα προς το περιβάλλον του είναι ίση μ' αυτήν που απορροφά απ' το περιβάλλον. Άρα, η θερμοκρασία του και η θερμοδυναμική του ενέργεια παραμένουν σταθερές. Όταν η θερμοκρασία του σώματος είναι μεγαλύτερη από τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος, τότε το σώμα ακτινοβολεί περισσότερο απ' όσο απορροφά. Έτσι, έχουμε ροή θερμότητας από το θερμό στο ψυχρό σώμα.

Το ιδανικό θερμοαντικό σώμα έχει συντελεστή εκπομπής $e=1$ και αποτελεί και ιδανικό απορροφητή, δηλαδή απορροφά όλη την ακτινοβολία που προσπίπτει επάνω του και εκπέμπει περισσότερη από άλλα σώματα στην ίδια θερμοκρασία. Το σώμα αυτό ονομάζεται **μέλαν σώμα** (μελανό ή μαύρο σώμα). Σε πλήρη αντίθεση με το μέλαν σώμα έρχεται το **ιδανικό κάτοπτρο**, το οποίο δεν απορροφά καθόλου ακτινοβολία και δεν εκπέμπει πολλή ακτινοβολία.

Μια εφαρμογή για το κάτοπτρο είναι στις πρώτες βοήθειες ναυαγών. Αμέσως μετά την περιουλογή ναυαγών, οι διασώστες τους τυλίγουν με ειδικές κουβέρτες που έχουν «μεταλλίζε» επιφάνεια, προκειμένου να επιτύχουν μέγιστο βαθμό μείωσης των απωλειών θερμότητας από το ανθρώπινο σώμα.

6.4 Θερμική διαστολή στερεών και υγρών

Όταν αυξάνεται η θερμοκρασία ενός σώματος, συνήθως αυτό διαστέλλεται. Όταν η σφαίρα θερμαίνεται, αυξάνεται ο όγκος της με αποτέλεσμα η σφαίρα να μην περνά από τον δακτύλιο (σχ. 6.5). Αυτό οφείλεται στο ότι οι δομικοί λίθοι του σώματος αποκτούν μεγαλύτερη κινητική ενέργεια (κινούνται



Σχ. 6.5
Διαστολή στερεού σώματος

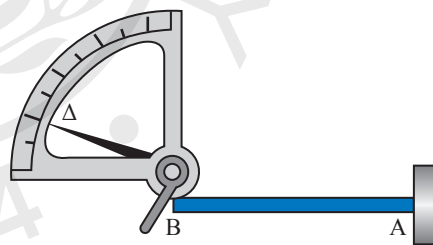
ταχύτερα), με αποτέλεσμα να αυξάνεται κατά μέσο όρο η μεταξύ τους απόσταση.

Σχεδόν όλα τα υλικά συστέλλονται ή διαστέλλονται με τις μεταβολές της θερμοκρασίας. Η διαστολή και η συστολή εξαρτώνται απ' το υλικό. Διαφορετικά υλικά στις ίδιες μεταβολές της θερμοκρασίας παρουσιάζουν διαφορετικές διαστολές. Η θερμική διαστολή είναι πολύ σημαντική και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη με πολύ προσοχή, ειδικά στις κατασκευές. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν οι κατασκευές μεταλλικών σιδηροτροχιών τρένων, οι οποίες αρθρώνονται με ράγες που ανάμεσά τους παρεμβάλλονται διάκενα για να επιτρέπουν τη θερμική διαστολή.

Επίσης, τα καταστώματα των πλοίων συνδέονται με ειδικούς συνδέσμους και στηρίγματα, προκειμένου να αντιμετωπίσουν τη διαστολή. Εφαρμογές αντιμετώπισης θερμικής διαστολής και συστολής συναντάμε στις κατασκευές γεφυρών με τα ειδικά διάκενα, στην τεχνολογία Pyrex (ειδικά γυαλιά με πολύ μικρή θερμική διαστολή), στην τεχνολογία κατασκευών οικοδομών κ.λπ..

6.4.1 Γραμμική διαστολή

Αν η μεταλλική ράβδος AB (σχ. 6.6) θερμανθεί, μεγαλώνει το μήκος της (γραμμική διαστολή), οπότε παρατηρείται ανάλογη μετατόπιση του δρομέα Δ.



Σχ. 6.6
Διάταξη για την απόδειξη της γραμμικής διαστολής

Έστω ότι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων ενός στερεού σώματος σε μια αρχική θερμοκρασία T_0 είναι L_0 . Αν αυξηθεί η θερμοκρασία του υλικού και γίνει T , τότε για αρκετά μικρές μεταβολές ΔT η μεταβολή της απόστασης δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta L = aL_0\Delta T$$

Το a είναι ο συντελεστής γραμμικής διαστολής και κατά προσέγγιση είναι σταθερός, τουλάχιστον για μικρές μεταβολές θερμοκρασίας, και εξαρτά-

ται από το υλικό (πίν. 6.4). Σ' αυτήν την περίπτωση λέμε ότι έχουμε **γραμμική διαστολή** ή **διαστολή κατά μήκος**. Σημειώνουμε ότι δεν είναι ανάγκη μεταξύ των δύο σημείων να υπάρχει υλικό. Για παράδειγμα, η μεταβολή της απόστασης μεταξύ δύο αντιδιαμετρικών σημείων ενός δακτυλιδιού από μέταλλο ακολουθεί την παραπάνω σχέση. Ο συντελεστής γραμμικής διαστολής μετριέται σε K^{-1} .

Στην πραγματικότητα, η εξάρτηση της διαστολής απ' τη θερμοκρασία είναι πιο πολύπλοκη και περιλαμβάνει πολλές σταθερές.

Μερικά υλικά λόγω της δομής τους διαστέλλονται διαφορετικά σε διαφορετικές κατευθύνσεις, όπως το ξύλο και μερικοί κρύσταλλοι.

Πίνακας 6.4
Συντελεστές γραμμικής διαστολής

Υλικό	a σε K^{-1}
Αργίλιο	$2,4 \times 10^{-5}$
Αλουμίνιο	$2,0 \times 10^{-5}$
Χαλκός	$1,7 \times 10^{-5}$
Χάλυβας	$1,2 \times 10^{-5}$
Γυαλί	$(0,4 - 0,9) \times 10^{-5}$
Invar (κράμα νικελίου-σιδήρου)	$0,09 \times 10^{-5}$
Άμορφος χαλαζίας	$0,04 \times 10^{-5}$

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι 1 m χάλυβας, όταν αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά $1^\circ C$, αυξάνει κατά 0,000012 m. Ομοίως 1 m χαλκού, με την ίδια αύξηση της θερμοκρασίας του, αυξάνει κατά 0,000017 m.

6.4.2 Επιφανειακή διαστολή

Έστω ότι το εμβαδό μίας ομογενούς μεταλλικής πλάκας στους $0^\circ C$ είναι S_0 . Όσο η πλάκα θερμαίνεται, τόσο αυξάνονται οι διαστάσεις, άρα και το εμβαδόν της. Αν για θερμοκρασία $\theta^\circ C$ το εμβαδόν της πλάκας είναι S_θ , τότε για μεταβολή θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta - 0 = \theta$ έχει προκληθεί μεταβολή του εμβαδού της πλάκας ίση με $\Delta S = S_\theta - S_0$. Πειραματικά αποδεικνύεται ότι η μεταβολή ΔS της επιφάνειας εξαρτάται από το υλικό κατασκευής της πλάκας, είναι ανάλογη με τη μεταβολή της θερμοκρασίας και με το αρχικό εμβαδόν S_0 της πλάκας. Έτσι για

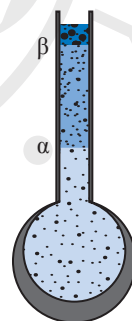
την επιφανειακή διαστολή προκύπτει η εξίσωση $\Delta S = \beta \cdot S_0 \cdot \Delta\theta$ όπου β είναι ο συντελεστής επιφανειακής διαστολής της πλάκας, εξαρτάται από το υλικό κατασκευής της και αποδεικνύεται ότι είναι ίσος με το διπλάσιο του συντελεστή γραμμικής διαστολής ($\beta = 2a$). Είναι:

$$\Delta S = \beta \cdot S_0 \cdot \Delta\theta \Rightarrow \beta = \frac{\Delta S}{S_0 \cdot \Delta\theta},$$

άρα μονάδα μέτρησης του συντελεστή επιφανειακής διαστολής είναι $m^2/m^2 \cdot grad = grad^{-1}$. Από τη σχέση $\Delta S = \beta \cdot S_0 \cdot \Delta\theta$ προκύπτει $S_\theta - S_0 = \beta \cdot S_0 \cdot \theta$ άρα $S_\theta = S_0 + \beta \cdot S_0 \cdot \theta$ συνεπώς, $S_\theta = S_0 (1 + \beta \cdot \theta)$ που περιγράφει το εμβαδόν της πλάκας σε θερμοκρασία $\theta^\circ C$. Η παράσταση $(1 + \beta \cdot \theta)$ λέγεται διώνυμο της επιφανειακής διαστολής.

6.4.3 Διαστολή όγκου στερεών και υγρών

Όταν αυξάνεται η θερμοκρασία, συνήθως αυξάνεται ο όγκος ενός στερεού ή υγρού σώματος. Το γυάλινο δοχείο του σχήματος 6.7 με το στενό λαιμό περιέχει υγρό έως τη στάθμη a και θερμαίνεται. Παρατηρείται αύξηση των όγκων τόσο του δοχείου, όσο και του υγρού που ανέρχεται έως τη στάθμη β (φαινομενική διαστολή υγρού). Η πραγματική διαστολή του υγρού είναι μεγαλύτερη από την παρατηρούμενη.



Σχ. 6.7
Διαστολή υγρών

Η σχέση που δίνει τη μεταβολή του όγκου με την αύξηση της θερμοκρασίας είναι για μικρές μεταβολές θερμοκρασίας:

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$$

όπου: ΔT η μεταβολή της θερμοκρασίας, V_0 ο αρχικός όγκος και γ ο συντελεστής διαστολής όγκου. Ο γ εξαρτάται από το υλικό και μετριέται σε K^{-1} .

Ο συντελεστής γ διαστολής όγκου για τα στερεά συνδέεται με τον συντελεστή a της γραμμικής διαστολής με τη σχέση $\gamma = 3a$.

Απ' τον πίνακα με τους συντελεστές θερμικής διαστολής (πίν. 6.5) παρατηρούμε ότι η θερμική διαστολή των υγρών είναι πολύ μεγαλύτερη απ' τη διαστολή των στερεών και είναι λογικό, αν σκεφτούμε ότι οι δυνάμεις, με τις οποίες αλληλεπιδρούν οι δομικοί λίθοι στα στερεά είναι μεγαλύτερες από ό,τι στα υγρά.

Πίνακας 6.5
Συντελεστές θερμικής διαστολής όγκου

Στερεά	γ σε K^{-1}
Αργίλιο	$7,2 \times 10^{-5}$
Αλουμίνιο	$6,0 \times 10^{-5}$
Χαλκός	$5,1 \times 10^{-5}$
Χάλυβας	$3,6 \times 10^{-5}$
Σκυρόδεμα	$3,6 \times 10^{-5}$
Γυαλί	$(1,2-2,7) \times 10^{-5}$
Invar (κράμα νικελίου-σιδήρου)	$0,27 \times 10^{-5}$
Άμορφος χαλαζίας	$0,12 \times 10^{-5}$
Υγρά	γ σε K^{-1}
Βενζίνη	96×10^{-5}
Οινόπνευμα	75×10^{-5}
Λάδι	68×10^{-5}
Γλυκερίνη	49×10^{-5}
Υδράργυρος	18×10^{-5}

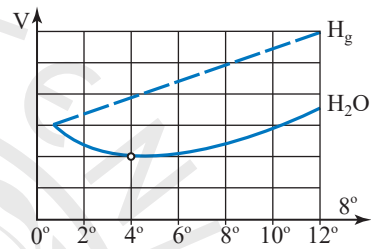
Αν προσπαθήσουμε να παρεμποδίσουμε τη διαστολή ενός σώματος, ενώ αυξάνουμε τη θερμοκρασία του, τότε θα αναπτυχθούν ισχυρές μηχανικές τάσεις, που ονομάζονται **θερμικές (μηχανικές) τάσεις**, οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν διάφορα συστήματα σε μόνιμη παραμόρφωση ή θραύση. Γι' αυτόν το λόγο στις διάφορες κατασκευές προβλέπεται να δημιουργούνται αρκετά κενά ή να γίνονται ειδικοί σύνδεσμοι, ώστε να αποφευχθεί αυτό το καταστροφικό φαινόμενο.

Τα ελάσματα των ατμολεβήτων και οι συνδέσεις των σωληνώσεων, γίνονται λαμβάνοντας υπόψη το ενδεχόμενο της διαστολής. Έτσι όταν η σκεπή των οικοδομών γίνεται με λαμαρίνα, την καρφώνουν μόνο από το ένα μέρος. Οι ξύλινοι τροχοί των αμαξών, περιβάλλονται από λίγο μικρότερη τους σιδερένια στεφάνη, η οποία τοποθετείται ως εξής: Αφού

θερμανθεί η σιδερένια στεφάνη, περιβάλλει τον ξύλινο τροχό, οπότε κατά την ψύξη επέρχεται συστολή και περισφίγγεται ο τροχός. Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, οι σιδερένιες ρόδες των βαγονιών στα τρένα περιβάλλονται από χαλύβδινα στεφάνια.

6.4.4 Η διαστολή του νερού

Η συμπεριφορά του νερού, όσον αφορά στη διαστολή του, παρουσιάζει μια σημαντική διαφορά σε σχέση με τα υπόλοιπα υλικά. Το νερό διαστέλλεται, όταν γίνει πάγος. Όταν θερμαίνεται το νερό, ξεκινώντας από 0°C , παρατηρείται συστολή μέχρι τους 4°C (σχ. 6.8).



Σχ. 6.8
Διαστολή νερού και υδραργύρου (Hg)

Με περαιτέρω αύξηση της θερμοκρασίας αρχίζει να διαστέλλεται και η διαστολή συνεχίζεται μέχρι το σημείο βρασμού, στους 100°C .

Λόγω της συστολής το νερό έχει τη μέγιστη πυκνότητα σε θερμοκρασία 4°C (πίν. 6.6).

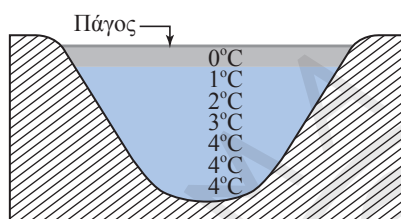
Απ' τα παραπάνω γίνεται κατανοητό γιατί ο πάγος επιπλέει στο νερό. Ας δούμε στη συνέχεια τι συμβαίνει όταν ψύχεται μια μεγάλη ποσότητα νερού, όπως το νερό μιας λίμνης. Καθώς το νερό της επιφάνειας ψύχεται, δημιουργεί ένα επιφανειακό στρώμα 4°C , το οποίο βυθίζεται λόγω της μεγάλης πυκνότητάς του. Το φαινόμενο συνεχίζεται μέχρι να

Πίνακας 6.6
Όγκος 1g νερού

Θερμοκρασία $^\circ\text{C}$	Όγκος (σε cm^3)	Μεταβολή όγκου
0	1,000 16	
4	1,000 03	-0,000 13
10	1,000 30	+0,000 27
20	1,001 80	+0,001 50
50	1,012 10	+0,010 30
100	1,043 46	+0,031 36

ψυχθεί όλη η λίμνη στους 4°C και στη συνέχεια δημιουργούνται στρώματα με διαβάθμιση θερμοκρασιών από 4°C στον βυθό, μέχρι 0°C στην επιφάνεια της λίμνης όπου επιπλέει πάγος (σχ. 6.9). Αν συνεχιστεί η ψύξη, οδηγούμαστε σε πήξη του στρώματος του νερού που βρίσκεται ακριβώς κάτω από τον πάγο της επιφάνειας, δηλαδή η λίμνη παγώνει από την επιφάνεια προς τα κάτω. Επομένως, ο βυθός μιας λίμνης είναι πολύ δύσκολο να παγώσει και βρίσκεται συνήθως σε θερμοκρασία 4°C , η οποία μπορεί να διατηρήσει πολύ καλά την υποβρύχια ζωή.

Λόγω της πυκνότητας του πάγου, τα παγόβουνα επιπλέουν με τα $9/10$ του όγκου τους βυθισμένα στο νερό.



Σχ. 6.9

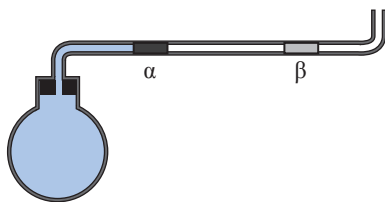
Αποτελέσματα ανωμαλίας του νερού

6.5 Θερμική διαστολή των αερίων. Καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων. Νόμοι της θερμοδυναμικής

Το γυάλινο δοχείο του σχήματος που καταλήγει σε λεπτό δοχείο του σχήματος 6.10 που καταλήγει σε λεπτό σωλήνα, περιέχει αέρα, ο οποίος εμποδίζεται να δραπέτευσει από σταγόνα υδραργύρου βρισκόμενη στη θέση α. Όταν το δοχείο θερμανθεί, παρατηρείται γρήγορη μετατόπιση της σταγόνας δεξιότερα στη θέση β.

Όπως στα υγρά και στα στερεά έτσι και στα αέρια η αύξηση της θερμοκρασίας σημαίνει, μικροσκοπικά, αυξημένη μέση κινητική ενέργεια των μορίων.

Μακροσκοπικά όμως η μελέτη της διαστολής των αερίων είναι λίγο διαφορετική απ' αυτήν των υγρών ή των στερεών, γιατί τα αέρια μπορούν και συμπιέζονται, ενώ τα υγρά και τα στερεά είναι πρα-

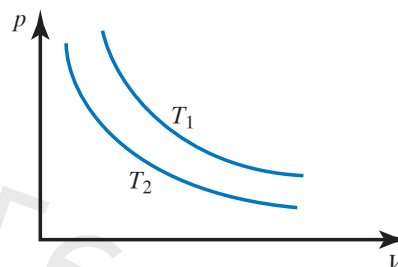


Σχ. 6.10

Διαστολή αερίου

κτικώς ασυμπίεστα. Τη συμπεριφορά των ιδανικών αερίων σε σχέση με τις μεταβολές όγκου, πίεσης και θερμοκρασίας τις περιγράφουν οι Νόμοι των Boyle-Mariotte, του Charles και των Gay-Lussac.

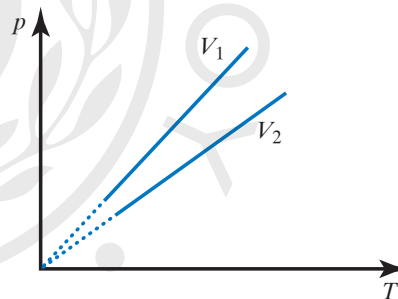
1) Ο **Νόμος των Boyle-Mariotte** (σχ. 6.11) αναφέρει ότι ο όγκος ορισμένης μάζας ιδανικού αερίου υπό σταθερή θερμοκρασία είναι αντιστρόφως ανάλογος της πίεσης, $p \cdot V = \text{σταθ.}$ (T σταθερό).



Σχ. 6.11

Νόμος των Boyle-Mariotte

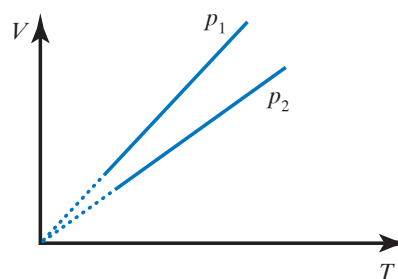
2) Ο **Νόμος του Charles** (σχ. 6.12) αναφέρει ότι η πίεση ορισμένης μάζας ιδανικού αερίου, του οποίου ο όγκος παραμένει σταθερός, είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία, $p = \text{σταθ} \cdot T$ ($V = \text{σταθερό}$).



Σχ. 6.12

Νόμος του Charles

3) Ο **Νόμος των Gay-Lussac** (σχ. 6.13) αναφέρει ότι ο όγκος ορισμένης μάζας ιδανικού αερίου,



Σχ. 6.13

Νόμος των Gay-Lussac

του οποίου η πίεση παραμένει σταθερή, είναι ανάλογος με την απόλυτη θερμοκρασία, $V = \text{σταθ} \cdot T$ ($p = \text{σταθερό}$).

6.5.1 Καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων

Συνδυάζοντας τους νόμους των ιδανικών αερίων καταλήγουμε σε μία εξίσωση που περιγράφει την κατάσταση του αερίου σε σχέση με τις μεταβλητές της πίεσης p , του όγκου V και της θερμοκρασίας T . Η σχέση που προκύπτει δείχνει πως για δύο καταστάσεις ορισμένης ποσότητας αερίου ισχύει:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \quad \frac{pV}{T} = \text{σταθ}, \quad pV = \text{σταθ} \cdot T$$

Δηλαδή το γινόμενο της πίεσης επί τον όγκο, ορισμένης μάζας αερίου, είναι ανάλογο με την απόλυτη θερμοκρασία. Η μαθηματική εξίσωση που περιγράφει την παραπάνω σχέση πίεσης, όγκου και θερμοκρασίας κάθε κατάστασης ενός (ιδανικού) αερίου, ονομάζεται **καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων**:

$$pV = nRT,$$

όπου: n η ποσότητα ουσίας (μετρείται σε mol) του αερίου και R η παγκόσμια σταθερά των αερίων, ισχύει:

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \times \text{K}} \text{ στο SI} \quad \text{ή} \quad R = 0,082 \frac{\text{J}}{\text{mol} \times \text{K}}$$

Τα αέρια, για τα οποία ισχύει η καταστατική εξίσωση ονομάζονται **ιδανικά αέρια**. Τα ιδανικά αέρια ορίζονται και μικροσκοπικά με τις παρακάτω υποθέσεις:

1) Οι αλληλεπιδράσεις των μορίων του αερίου είναι αμελητέες κατά την κίνηση των μορίων στον χώρο και εμφανίζονται μόνο κατά τη διάρκεια της κρούσης μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του δοχείου στο σημείο, στο οποίο βρίσκονται.

2) Ο συνολικός όγκος των μορίων είναι αμελητέος σε σχέση με τον όγκο που καταλαμβάνει το αέριο στο δοχείο όπου βρίσκεται.

3) Ο χρόνος που διαρκεί η κρούση μεταξύ των μορίων ή μορίου και τοιχώματος του δοχείου είναι αμελητέος σε σχέση με τον χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων.

4) Η κίνηση των μορίων μεταξύ των συγκρούσεων είναι ευθύγραμμη ομαλή.

5) Οι κρούσεις των μορίων είναι ελαστικές και

6) οι ταχύτητες των μορίων μπορούν να έχουν με την ίδια πιθανότητα οποιαδήποτε κατεύθυνση (τα μόρια κινούνται άτακτα).

Σε συνήθειες συνθήκες, πολλά αέρια, που είναι

αραιά συμπεριφέρονται σε ικανοποιητικό βαθμό ως ιδανικά. Γενικώς, πρέπει η πίεση και η πυκνότητά τους να μην είναι πολύ μεγάλες.

Απ' την καταστατική εξίσωση των αερίων για 1 mol σε θερμοκρασία $T_0 = 273,15 \text{ K} \approx 273 \text{ K}$ και πίεση ίση με 1 κανονική ατμόσφαιρα, $p_0 = 1 \text{ atm} \approx 100000 \text{ N/m}^2$ (αυτές παλιότερα ήταν οι κανονικές συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας) έχουμε:

$$pV = nRT, \quad V = \frac{nRT}{p},$$

$$V = \frac{1 \text{ mol} \times 0,082 \text{ (J/mol} \cdot \text{K)} \cdot 273 \text{ K}}{10^5 \text{ (N/m}^2\text{)}}$$

άρα $V \approx 22,4 \text{ L}$ δηλαδή 1 mol κάθε (ιδανικού) αερίου, στις ανωτέρω συνθήκες, καταλαμβάνει όγκο **22,4 L**. Επομένως για τον γραμμομοριακό όγκο V_0 , έχουμε $V_0 = 22,4 \text{ L/mol}$.

Με εισαγωγή της πυκνότητας $\rho = m/V$ στην καταστατική εξίσωση των αερίων, προκύπτει η σχέση που συνδέει την πίεση του αερίου με την πυκνότητα ρ και τη θερμοκρασία T .

Έχουμε δηλαδή:

$$pV = nRT, \quad \rho = \frac{m}{V}, \quad n = \frac{m}{M},$$

$$pV = nRT = \frac{m}{M} RT, \quad p = \frac{m}{VM} RT,$$

$$p = \frac{mRT}{VM} = \frac{m}{V} \frac{RT}{M} = \rho \frac{RT}{M}$$

όπου: M είναι η γραμμομοριακή μάζα.

Τα p , V , T και n που περιγράφουν το ιδανικό αέριο ονομάζονται **θερμοδυναμικές μεταβλητές**.

Ονομάζουμε **κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας** εκείνη, στην οποία το αέριο διατηρεί σε όλη του την έκταση σταθερές τιμές για την πίεση, τη θερμοκρασία και την πυκνότητα. Μία κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας μπορεί να παρασταθεί μ' ένα σημείο σε διάγραμμα p - V .

6.5.2 Μεταβολές αερίων

Κάθε σύστημα αερίου είναι δυνατό να υποστεί διεργασίες οι οποίες μεταβάλλουν την κατάσταση του όχι μόνο όσον αφορά στην πίεση, στη θερμοκρασία και στην πυκνότητά του, αλλά και στην ενεργειακή του κατάσταση. Δηλαδή μπορεί να έχουμε ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον με παράλληλη παραγωγή ή κατανάλωση μηχανικού έργου

και μεταβολή της θερμοδυναμικής (εσωτερικής) του ενέργειας. Σημαντικό ρόλο στις μεταβολές αυτές διαδραματίζει ο τρόπος, με τον οποίο γίνονται.

Στις επόμενες παραγράφους θα προσπαθήσουμε να περιγράψουμε μερικές από τις μεταβολές, που μπορεί να υποστεί ένα αέριο. Πριν απ' αυτό όμως είναι απαραίτητο να ορίσουμε την εσωτερική (ή θερμοδυναμική) ενέργεια ενός συστήματος και να μάθουμε πώς να υπολογίζουμε το έργο και τη θερμότητα που ανταλλάσσεται με το περιβάλλον σε μία μεταβολή.

6.5.3 Εσωτερική ενέργεια

Έστω ότι έχουμε ένα δοχείο όγκου V που περιέχει μία ποσότητα αερίου σε πίεση p και θερμοκρασία T . Τα μόρια ενός αερίου κινούνται, άρα έχουν κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς και δυναμική ενέργεια. Επίσης, μπορεί να έχουν ενέργεια λόγω περιστροφικής κίνησης και λόγω της ταλάντωσής τους.

Η θερμοδυναμική ή *εσωτερική ενέργεια*, U , ενός αερίου και γενικότερα ενός υλικού είναι το άθροισμα των παραπάνω κινητικών και δυναμικών ενεργειών όλων των σωματιδίων που το αποτελούν.



Παρατηρήσεις

1) Στη *θερμοδυναμική* μας ενδιαφέρουν κυρίως οι μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας σε μια μετάβαση του συστήματος από μια κατάσταση σε μια άλλη. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας $\Delta U = U_B - U_A$ από μια κατάσταση Α σε μια κατάσταση Β είναι ίδια, ανεξάρτητα από τον τρόπο μετάβασης από τη μία κατάσταση στην άλλη.

2) Στην *εσωτερική ενέργεια* δεν συμπεριλαμβάνεται ποτέ «οργανωμένη» κίνηση των μορίων του συστήματος, π.χ. λόγω μεταφορικής ή περιστροφικής κίνησης του δοχείου που περιέχει το αέριο, δηλαδή του συστήματος ως συνόλου.

3) Στα *ιδανικά αέρια* οι αλληλεπιδράσεις (δυνάμεις) μεταξύ των μορίων είναι αμελητέες, επομένως η εσωτερική ενέργεια ενός ιδανικού αερίου που βρίσκεται εκτός (εξωτερικού) πεδίου δυνάμεων, όπως είναι το βαρυτικό, είναι ίση με το άθροισμα μόνο των κινητικών ενεργειών των μορίων.

4) Για ένα *ιδανικό μονατομικό αέριο* αποδεικνύεται ότι η εσωτερική του ενέργεια μπορεί να υπολογίζεται από τη σχέση:

$$U = 3/2 nRT,$$

ενώ αν πρόκειται για διατομικό ή πολυατομικό, η σχέση μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$U = f/2 nRT,$$

όπου: f οι θερμοδυναμικοί βαθμοί ελευθερίας του μορίου.

6.5.4 Έργο κατά την εκτόνωση ή συμπίεση

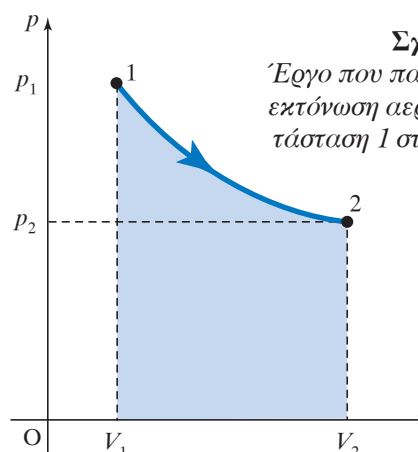
Έστω σύστημα που αποτελείται από αέριο μέσα σε κυλινδρικό δοχείο διατομής A και όγκου V , στη μία πλευρά, του οποίου υπάρχει κινούμενο έμβολο. Στο δοχείο επικρατεί πίεση p και λόγω αυτής το έμβολο δέχεται δύναμη $F = pA$. Αν το έμβολο μετακινείται προς τα έξω, έχουμε εκτόνωση του αερίου, δηλαδή αύξηση του συνολικού του όγκου.

Η δύναμη F που ασκείται από το αέριο στο έμβολο παράγει έργο. Προκειμένου να υπολογίσουμε το έργο που παράγεται σε τέτοιες μεταβολές, θεωρούμε μία απειροστή μεταβολή της θέσης του εμβόλου κατά dx , που αντιστοιχεί σε μεταβολή του όγκου κατά $dV = Adx$.

Στην απειροστή αυτή μεταβολή η δύναμη F παράγει έργο $dW = Fdx = pAdx = pdV$. Επομένως, σε μία πεπερασμένη αλλαγή του όγκου από V_1 σε V_2 το έργο που παράγεται είναι:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} pdV.$$

Το ολοκλήρωμα αυτό ισούται με το εμβαδό που φαίνεται στο σχήμα 6.14, στο διάγραμμα πίεσης-όγκου.



Σχ. 6.14

Έργο που παράγεται από την εκτόνωση αερίου από την κατάσταση 1 στην κατάσταση 2



Παρατηρήσεις

1) Το έργο σε μια μεταβολή μπορεί να είναι θετικό, αρνητικό ή μηδέν. **Θετικό** ονομάζεται το έργο όταν προσφέρεται απ' το σύστημα στο περιβάλλον (βλ. σχ. 6.15). Αντίστοιχα, **αρνητικό** λέμε το έργο όταν καταναλώνεται απ' το σύστημα, δηλαδή προσφέρεται στο σύστημα (βλ. σχ. 6.16). Επομένως, θετικό είναι το έργο της εκτονώσεως ενός αερίου και αρνητικό το έργο μιας συμπίεσης αερίου.

2) Στις μεταβολές που ο όγκος παραμένει σταθερός, το σύστημα δεν παράγει έργο, δηλαδή είναι $W = 0$. Επίσης, **μηδενικό** είναι και το έργο σε μια ελεύθερη εκτόνωση αερίου στο κενό, όπου δεν υπάρχει έμβολο που μετακινείται.

3) Το έργο που παράγεται από ένα σύστημα που μεταβαίνει από μια δεδομένη αρχική κατάσταση σε άλλη δεδομένη τελική κατάσταση, εξαρτάται απ' τον τρόπο, με τον οποίο μεταβαίνει απ' τη μια κατάσταση στην άλλη, δηλαδή από τις ενδιάμεσες καταστάσεις, συνεπώς από την ακολουθούμενη διαδρομή.

6.5.5 Νόμοι της θερμοδυναμικής

Η θερμότητα Q , όπως έχουμε αναφέρει ήδη, είναι ενέργεια που ανταλλάσσει ένα σύστημα με το περιβάλλον του (δηλ. άλλο σώμα) λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας τους.

Η θερμότητα που απορροφά ένα αέριο (ή ένα οποιοδήποτε σώμα) σε μια μεταβολή εξαρτάται απ' τον τρόπο μετάβασης από τη μια κατάσταση στην άλλη. Δηλαδή εξαρτάται και απ' τη διαδρομή που ακολουθούμε για να φτάσουμε στην τελική κατάσταση.

Ορίζουμε θετική τη θερμότητα, όταν απορροφάται από το σύστημα (σχ. 6.15) και αρνητική, όταν προσφέρεται από το σύστημα στο περιβάλλον (σχ. 6.16).

Όταν ένα αέριο ή σύστημα υφίσταται μια μεταβολή, είναι δυνατόν ένα μέρος της ενέργειας (θερμότητας) Q που απορροφά να μετατρέπεται σε μηχανικό έργο W κι ένα άλλο να συμβάλλει στη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας U . Στη διαδικασία αυτή ισχύει η Αρχή διατήρησης της ενέργειας. Στη θερμοδυναμική περιγράφουμε τις ενεργειακές μεταβολές με τη διατύπωση του Πρώτου και του Δεύτερου Θερμοδυναμικού Νόμου. Αναλυτικότερα:

1) Πρώτος Θερμοδυναμικός Νόμος ή 1^ο Θερμοδυναμικό Αξίωμα

Το ποσό της θερμότητας Q που απορροφά ή αποβάλλει ένα σύστημα σε μια θερμοδυναμική μεταβολή είναι ίσο με το (αλγεβρικό) άθροισμα της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας ΔU και του έργου W που παράγει ή καταναλώνει το σύστημα:

$$Q = \Delta U + W$$

2) Δεύτερος Θερμοδυναμικός Νόμος ή 2^ο Θερμοδυναμικό Αξίωμα

Ο Δεύτερος Θερμοδυναμικός Νόμος έχει τις εξής δύο ισοδύναμες διατυπώσεις, αν και φαινομενικά δεν δείχνουν ότι συνδέονται:

α) Διατύπωση των Kelvin και Planck.

Δεν είναι δυνατό να υπάρξει θερμική μηχανή που να μετατρέπει όλη τη θερμότητα σε μηχανικό έργο.

β) Διατύπωση του Clausius.

Είναι αδύνατο να μεταφερθεί θερμότητα από ένα ψυχρό σώμα σ' ένα θερμότερο χωρίς να δαπανήσουμε ενέργεια.

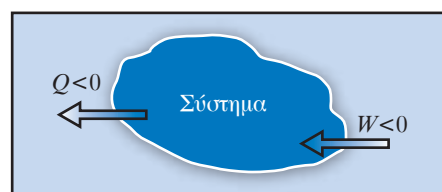
Ο Πρώτος Θερμοδυναμικός Νόμος δείχνει ότι η ενέργεια διατηρείται.

Ο Δεύτερος Θερμοδυναμικός Νόμος δείχνει ότι η θερμότητα δεν μπορεί να μετασχηματιστεί πλήρως σε μηχανική ενέργεια. Επίσης, δείχνει ότι η κατεύθυνση που συμβαίνουν αυθόρμητα τα φαινόμενα στη φύση, είναι εκείνη όπου η θερμότητα μεταφέρεται πάντοτε απ' τα θερμότερα στα ψυχρότερα σώματα.



Σχ. 6.15

Σύστημα απορροφά θερμότητα από το περιβάλλον και προσφέρει έργο στο περιβάλλον



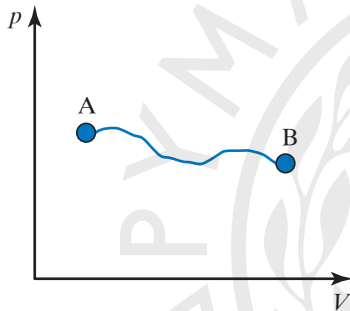
Σχ. 6.16

Σύστημα αποδίδει θερμότητα στο περιβάλλον και καταναλώνει έργο

6.5.6 Αντιστρεπτή και μη αντιστρεπτή μεταβολή

Ένα σύστημα μπορεί να μεταβεί από μία κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας A σε μια άλλη κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας B. Αν η μετάβαση από την κατάσταση A στην κατάσταση B γίνει με διαδικασία κατά την οποία όλες οι ενδιάμεσες καταστάσεις είναι καταστάσεις θερμοδυναμικής ισορροπίας, τότε λέμε ότι έχουμε μια αντιστρεπτή μεταβολή. Δηλαδή μπορούμε να επιστρέψουμε το σύστημα και το περιβάλλον στην αρχική τους κατάσταση, ακολουθώντας την αντίστροφη πορεία, μέσα από καταστάσεις θερμοδυναμικής ισορροπίας.

Μία αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται σε διάγραμμα με συνεχή γραμμή (σχ. 6.17), που ξεκινά από το σημείο A(p_A, V_A, T_A) και καταλήγει στο σημείο B(p_B, V_B, T_B).



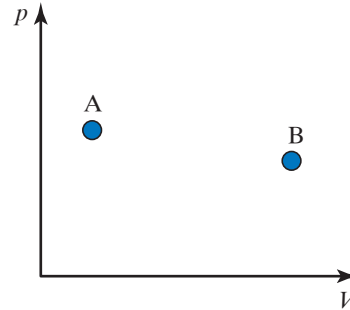
Σχ. 6.17
Παράσταση αντιστρεπτής μεταβολής σε άξονες p, V

Η αντιστρεπτή μεταβολή είναι ιδανική μεταβολή και δεν υπάρχει πραγματικά στη φύση. Μπορούμε όμως να προσεγγίσουμε ικανοποιητικά την αντιστρεπτή μεταβολή με μια μεταβολή που συμβαίνει πολύ αργά (ώστε κάθε κατάσταση να μπορεί να θεωρείται κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας) και να έχουμε αμελητέες απώλειες ενέργειας λόγω τριβών ή αντιστάσεων.

Αν η μετάβαση από την κατάσταση A στην κατάσταση B γίνει με τέτοια διαδικασία, όπου οι ενδιάμεσες καταστάσεις δεν είναι καταστάσεις θερμοδυναμικής ισορροπίας, τότε λέμε ότι έχουμε μια μη αντιστρεπτή μεταβολή. Στη φύση όλες οι μεταβολές είναι μη αντιστρεπτές.

Μία μη αντιστρεπτή μεταβολή σ' ένα διάγραμμα μπορεί να παρασταθεί μόνο με τα δύο σημεία που χαρακτηρίζουν την αρχική και την τελική κατάσταση ισορροπίας, ενώ οι ενδιάμεσες καταστάσεις

δεν μπορούν να αντιπροσωπευθούν με σημεία (σχ. 6.18). Χαρακτηριστικό παράδειγμα μη αντιστρεπτής μεταβολής αποτελεί η ελεύθερη εκτόνωση αερίου, που θα περιγράψουμε παρακάτω.



Σχ. 6.18
Παράσταση μη αντιστρεπτή μεταβολής σε άξονες p, V

Παρόλο που οι αντιστρεπτές μεταβολές είναι ιδανική μη πραγματική περίπτωση, η μελέτη τους αποτελεί χρήσιμο εργαλείο για τη συμπεριφορά των αερίων στις μεταβολές που υφίστανται. Χαρακτηριστικές αντιστρεπτές μεταβολές για τη μελέτη διαφόρων θερμοδυναμικών συστημάτων είναι οι εξής:

1) Ισόθερμη μεταβολή

Ισόθερμη ονομάζεται η αντιστρεπτή μεταβολή ορισμένης μάζας αερίου, που πραγματοποιείται υπό σταθερή θερμοκρασία.

Μελετώντας τη μεταβολή με βάση την καταστατική εξίσωση των αερίων έχουμε ότι:

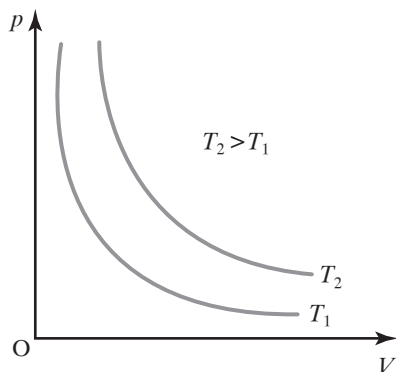
$$\left. \begin{array}{l} \text{Κατάσταση A} \\ (p_1, V_1, T_1), p_1 V_1 = nRT \\ \text{Κατάσταση B} \\ (p_2, V_2, T_2), p_2 V_2 = nRT \\ \text{Ισόθερμη μεταβολή} \\ T_1 = T_2 = T \end{array} \right\} \rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Στο διάγραμμα p-V (σχ. 6.19) έχουμε δύο ισόθερμες μεταβολές μίας ποσότητας ιδανικού αερίου σε θερμοκρασίες T_1 και T_2 .

- Ισόθερμη μεταβολή και ο Πρώτος Θερμοδυναμικός Νόμος

Η εσωτερική ενέργεια μιας ποσότητας ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία T,

$$U = f/2 nRT$$



Σχ. 6.19
Γραφική παράσταση ισόθερμων μεταβολών σε άξονες p-V

Άρα, σε μια ισόθερμη μεταβολή (όπου $T = \text{σταθερό}$), η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι μηδέν, $\Delta U = 0$. Εφαρμόζοντας τον Πρώτο Θερμοδυναμικό Νόμο για την ισόθερμη μεταβολή έχουμε:

$$Q = \Delta U + W = 0 + W = W$$

Στην ισόθερμη εκτόνωση, όλο το ποσό της θερμότητας που απορροφά το αέριο μετατρέπεται σε μηχανικό έργο που αποδίδεται στο περιβάλλον. Αντίστροφα, στην ισόθερμη συμπίεση το μηχανικό έργο που δίνεται στο σύστημα από το περιβάλλον μετατρέπεται σε θερμότητα που αποδίδεται από το αέριο στο περιβάλλον.

Το έργο που παράγεται (ή καταναλώνεται) σε μία ισόθερμη εκτόνωση (ή συμπίεση) υπολογίζεται από τη σχέση:

$$W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}, \text{ που προκύπτει ως εξής:}$$

$$\left. \begin{aligned} W &= \int_{V_1}^{V_2} p dV \\ p &= \frac{nRT}{V} \end{aligned} \right\} W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Από τη σχέση

$$W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

προκύπτει ότι το έργο σε μια ισόθερμη μεταβολή είναι θετικό, αν έχουμε εκτόνωση ($V_2 > V_1$) και αρνητικό, αν έχουμε συμπίεση ($V_2 < V_1$).

2) Ισόχωρη μεταβολή

Ισόχωρη ονομάζεται η μεταβολή ενός αερίου που πραγματοποιείται υπό σταθερό όγκο.

Μελετώντας την ισόχωρη μεταβολή με βάση την καταστατική εξίσωση των αερίων έχουμε ότι:

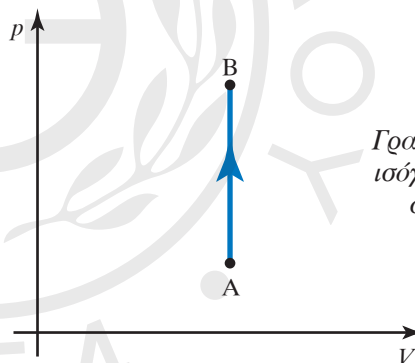
$$\left. \begin{aligned} \text{Κατάσταση A } (p_1, V_1, T_1), p_1 V_1 &= nRT_1 \\ \text{Κατάσταση B } (p_2, V_2, T_2), p_2 V_2 &= nRT_2 \\ \text{Ισόχωρη μεταβολή } V_1 &= V_2 \end{aligned} \right\} \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

- Ισόχωρη μεταβολή και ο Πρώτος Θερμοδυναμικός Νόμος

Σε μία ισόχωρη μεταβολή (θέρμανση ή ψύξη) ο όγκος παραμένει σταθερός, συνεπώς το έργο είναι μηδέν, $W = 0$. Η θερμότητα υπολογίζεται από τη σχέση $Q = nC_V \Delta T$. Άρα από τον Πρώτο Θερμοδυναμικό Νόμο έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \Delta U + W = \Delta U, \\ Q &= nC_V \Delta T \end{aligned} \right\} \Delta U = nC_V \Delta T$$

Στην ισόχωρη μεταβολή (σχ. 6.20) όλο το ποσό της θερμότητας που απορροφά το αέριο χρησιμοποιείται για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας. Αντίστοιχα, στην ισόχωρη ψύξη το ποσό της θερμότητας που αποδίδει το αέριο στο περιβάλλον προέρχεται απ' τη μείωση της εσωτερικής του ενέργειας.



Σχ. 6.20
Γραφική παράσταση ισόχωρης μεταβολής σε άξονες p-V

3) Ισοβαρής μεταβολή

Ισοβαρής μεταβολή ονομάζεται η μεταβολή ενός αερίου, όταν αυτή πραγματοποιείται υπό σταθερή πίεση.

Μελετώντας τη μεταβολή με εργαλείο την καταστατική εξίσωση των αερίων έχουμε ότι:

$$\left. \begin{aligned} \text{Κατάσταση A } (p_1, V_1, T_1), \\ \text{άρα } p_1 V_1 &= nRT_1 \\ \text{Κατάσταση B } (p_2, V_2, T_2), \\ \text{άρα } p_2 V_2 &= nRT_2 \\ \text{Ισοβαρής μεταβολή} \\ p_1 &= p_2 \end{aligned} \right\} \text{επομένως } \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

- Ισοβαρής μεταβολή και Πρώτος Θερμοδυναμικός Νόμος

Στην ισοβαρή μεταβολή (σχ. 6.21) έχουμε για το έργο:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV, \quad W = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$$

Υπολογίζουμε τη θερμότητα από τη σχέση:

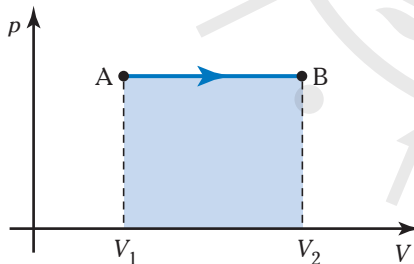
$$Q = nC_p \Delta T.$$

Υπολογίζουμε τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας από τη σχέση $\Delta U = nC_v \Delta T$.

Με τη βοήθεια του Πρώτου Θερμοδυναμικού Νόμου μπορούμε να δείξουμε τη σχέση που συνδέει τις ειδικές θερμοχωρητικότητες C_v και C_p .

$$\left. \begin{aligned} Q &= \Delta U + W, \quad nC_p \Delta T = nC_v \Delta T + p\Delta V \\ \text{Έχουμε για ισοβαρή μεταβολή } pV &= nRT, \\ p\Delta V &= nR\Delta T \end{aligned} \right\} nC_p \Delta T = nC_v \Delta T + nR\Delta T \quad \text{άρα } C_p = C_v + R$$

Σε μια ισοβαρή μεταβολή, μέρος από το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο απ' το περιβάλλον χρησιμοποιείται για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας και το υπόλοιπο αποδίδεται στο περιβάλλον υπό μορφή έργου.



Σχ. 6.21
Γραφική παράσταση ισοβαρούς μεταβολής σε άξονες p-V

4) Αδιαβατική μεταβολή

Αδιαβατική μεταβολή ονομάζεται η μεταβολή, στην οποία δεν παρατηρείται ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ του συστήματος (αερίου) και του περιβάλλοντος, δηλαδή είναι $Q = 0$. Αδιαβατική μεταβολή μπορούμε να επιτύχουμε σε σύστημα με πολύ υψηλή θερμομόνωση ή πραγματοποιώντας τη μεταβολή γρήγορα, ώστε να μην υπάρχει αρκετό χρονι-

κό διάστημα για σημαντική ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον.

Μελετώντας την αδιαβατική μεταβολή (σχ. 6.22) με εργαλείο την καταστατική εξίσωση των αερίων έχουμε ότι:

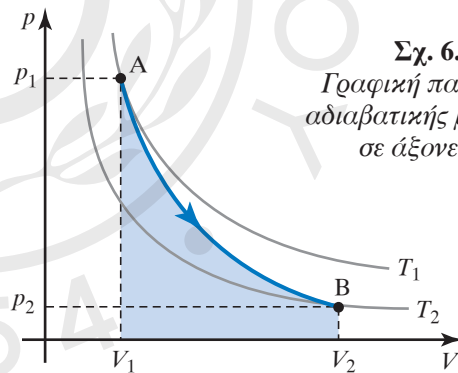
$$\left. \begin{aligned} \text{Κατάσταση A } (p_1, V_1, T_1), \\ p_1 V_1 = nRT_1 \\ \text{Κατάσταση B } (p_2, V_2, T_2), \\ p_2 V_2 = nRT_2 \end{aligned} \right\} \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Επίσης, με την εισαγωγή της συνθήκης $dQ=0$ στον Πρώτο Θερμοδυναμικό Νόμο έχουμε: $dQ = dU + dW, 0 = dU + dW, dU = -dW$ και προκύπτει ότι: $pV^\gamma = \text{σταθερό}$,

$$\text{άρα } p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma, \quad \text{όπου } \gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε την καταστατική εξίσωση:

$$\begin{aligned} pV &= nRT, \text{ οπότε από την } p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \\ &\text{προκύπτουν οι σχέσεις:} \\ T_1 V_1^{\gamma-1} &= T_2 V_2^{\gamma-1} \quad \text{και} \quad p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma. \end{aligned}$$



Σχ. 6.22
Γραφική παράσταση αδιαβατικής μεταβολής σε άξονες p-V

- Αδιαβατική μεταβολή και Πρώτος Θερμοδυναμικός Νόμος

Από τον ορισμό της αδιαβατικής μεταβολής έχουμε $Q = 0$. Υπολογίζουμε τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας από τη σχέση:

$$\Delta U = nC_v \Delta T$$

Εφαρμόζοντας τον Πρώτο Θερμοδυναμικό Νόμο έχουμε:

$$Q = \Delta U + W, \quad 0 = \Delta U + W, \quad W = -\Delta U$$

$$W = -nC_v(T_2 - T_1), \quad W = nC_v(T_1 - T_2), \quad (1)$$

$$W = nC_V \left(\frac{p_1 V_1}{nR} - \frac{p_2 V_2}{nR} \right) = \frac{C_V}{R} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{C_p}{C_V} = \gamma \\ C_p = C_V + R \end{array} \right\} \gamma C_V = C_V + R, \quad C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (2)$$

$$(1),(2) \quad W = \frac{1}{\gamma - 1} (p_1 V_1 - p_2 V_2), \quad W = \frac{(p_1 V_1 - p_2 V_2)}{\gamma - 1}$$

Όταν ένα σύστημα εκτονώνεται υπό αδιαβατικές συνθήκες, το έργο W είναι θετικό και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ΔU αρνητική. Όταν το σύστημα συμπιέζεται αδιαβατικά, το έργο W είναι αρνητικό και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ΔU θετική.

5) Κυκλική μεταβολή

Κυκλική ονομάζεται η μεταβολή, στην οποία το σύστημα, μετά από μία διεργασία, επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ΔU σε μία κυκλική μεταβολή είναι μηδέν, εφόσον η αρχική και η τελική κατάσταση είναι ίδιες. Το έργο που παράγεται ή καταναλώνεται σε μία κυκλική μεταβολή είναι ίσο με το εμβαδό που περικλείεται στην καμπύλη απεικόνισής της σε διάγραμμα p - V , όπως παρατηρούμε στο σχήμα 6.23.

Το έργο είναι ίσο με το εμβαδό που περικλείεται στην καμπύλη ABA .

Απ' τον Πρώτο Θερμοδυναμικό Νόμο έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} Q = \Delta U + W \\ \Delta U = 0 \end{array} \right\} Q = W.$$

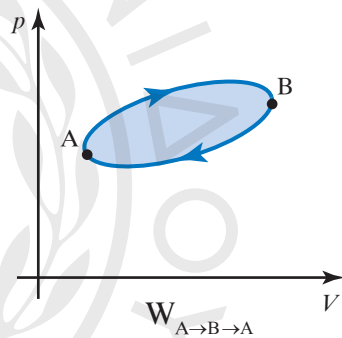
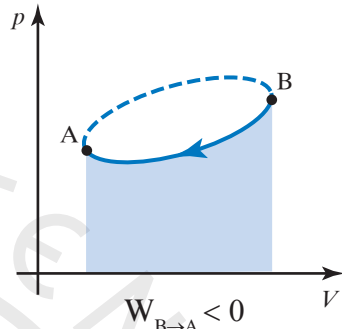
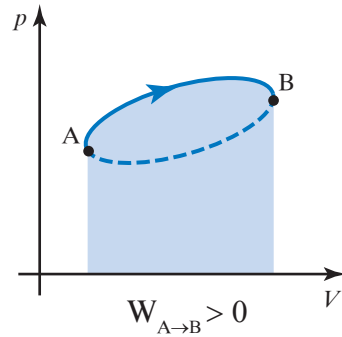
Δηλαδή η θερμότητα είναι ίση με το έργο που παράγεται στην κυκλική μεταβολή.

6.5.7 Ελεύθερη εκτόνωση

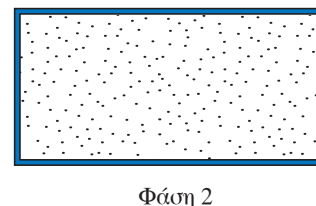
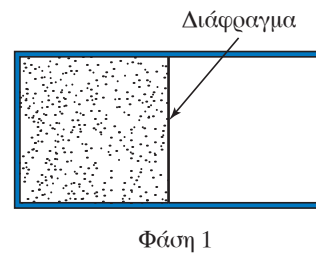
Θεωρούμε ένα θερμικά μονωμένο δοχείο με στερεά τοιχώματα, που διαιρείται μ' ένα διάφραγμα σε δύο χώρους. Ο ένας χώρος περιέχει μια ποσότητα ιδανικού αερίου και ο άλλος είναι κενός.

Όταν αφαιρεθεί το διάφραγμα, το αέριο εκτονώνεται και καταλαμβάνει και τους δύο χώρους στο δοχείο (σχ. 6.24). Η παραπάνω μεταβολή είναι μία μη αντιστρεπτή μεταβολή, που ονομάζεται **ελεύθερη εκτόνωση**. Στην ελεύθερη εκτόνωση το έργο W είναι μηδέν, διότι τα τοιχώματα του δοχείου είναι ακλόνητα.

Επειδή τα τοιχώματα του δοχείου είναι αδιαβατικά, το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον, άρα ισχύει ότι $Q=0$. Δηλαδή στην ελεύθερη εκτόνωση έχουμε έργο $W=0$, θερμότητα $Q=0$, άρα και μεταβολή



Σχ. 6.23
Κυκλική μεταβολή



Σχ. 6.24
Ελεύθερη εκτόνωση αερίου μετά την αφαίρεση του διαφράγματος

της εσωτερικής ενέργειας $\Delta U=0$. Τα παραπάνω ισχύουν για κάθε αέριο, είτε είναι ιδανικό είτε όχι. Αν το αέριο είναι ιδανικό, δεν μεταβάλλεται η θερμοκρασία του.

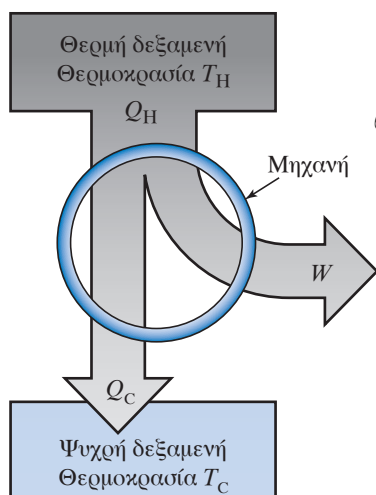
Για τα μη ιδανικά αέρια κατά τη διάρκεια της ελεύθερης εκτόνωσης κι ενώ η εσωτερική ενέργεια U παραμένει σταθερή, παρατηρείται κάποια μεταβολή της θερμοκρασίας. Αυτό σημαίνει ότι στα μη ιδανικά αέρια, η εσωτερική ενέργεια δεν εξαρτάται μόνο απ' τη θερμοκρασία, αλλά και από άλλη μεταβλητή (π.χ. την πίεση).

Μικροσκοπικά θα μπορούσαμε να εξηγήσουμε το φαινόμενο ως εξής: στα μη ιδανικά αέρια υπάρχουν ελκτικές διαμοριακές δυνάμεις. Όταν το αέριο εκτονώνεται και τα μόρια απομακρύνονται, αυξάνεται η δυναμική ενέργεια, που σχετίζεται με τις δυνάμεις αυτές, με αποτέλεσμα να μειώνεται η κινητική ενέργεια των μορίων, εφόσον η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή. Η μείωση της κινητικής ενέργειας στο αέριο, σημαίνει και πτώση της θερμοκρασίας. Για τον λόγο αυτό η ελεύθερη εκτόνωση στα μη ιδανικά αέρια συνοδεύεται συνήθως από πτώση της θερμοκρασίας.

6.6 Θερμικές μηχανές

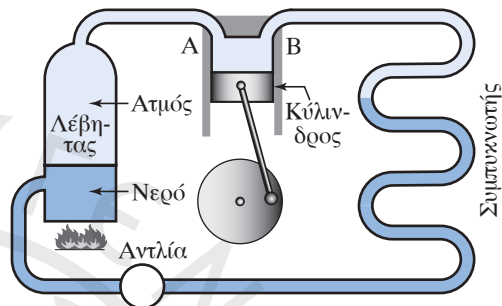
6.6.1 Θερμική μηχανή

Θερμική μηχανή ονομάζεται οποιαδήποτε διάταξη μετατρέπει τη θερμότητα σε μηχανική ενέργεια. Όλες οι θερμικές μηχανές απορροφούν θερμότητα Q_H από μία θερμή δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας T_H , παράγουν μηχανικό έργο W και αποβάλλουν θερμότητα Q_C σε μία δεξαμενή χαμηλότερης θερμοκρασίας T_C (σχ. 6.25).



Σχ. 6.25
Σχηματική αναπαράσταση λειτουργίας θερμικής μηχανής

Παραδείγματα θερμικών μηχανών αποτελούν οι ατμομηχανές (σχ. 6.26), οι ατμοστρόβιλοι, αλλά και οι μηχανές εσωτερικής καύσεως (ΜΕΚ), όπως οι βενζινοκινητήρες των αυτοκινήτων. Απ' τις πιο απλές θερμικές μηχανές που μπορούμε εύκολα να μελετήσουμε είναι εκείνη που χρησιμοποιεί ιδανικό αέριο, το οποίο υποβάλλεται σε κυκλική μεταβολή, δηλαδή μια σειρά μεταβολών που τελικά το επαναφέρουν στην αρχική του κατάσταση.



Σχ. 6.26

Λειτουργία θερμικής μηχανής (ατμομηχανής)

Η ποσότητα της ύλης που υποβάλλεται στις μεταβολές ονομάζεται **ενεργό υλικό**. Στην απλή θεωρητική διάταξη το ενεργό υλικό είναι το ιδανικό αέριο, σε μία ατμομηχανή είναι ο ατμός, ενώ στις ΜΕΚ είναι το μείγμα αέρα-καυσίμου. **Δεξαμενή θερμότητας** ονομάζεται κάθε σύστημα που είναι δυνατό να απορροφά ή να αποδίδει ποσά θερμότητας χωρίς να μεταβάλλεται πρακτικά η θερμοκρασία του. Δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας T_C μπορεί να θεωρηθεί για μια θερμική μηχανή, η ατμόσφαιρα.

– Μελέτη λειτουργίας και απόδοση μιας θερμικής μηχανής

Θεωρούμε μια θερμική μηχανή όπως απεικονίζεται σχηματικά στο σχήμα 6.25, όπου έχουμε:

Τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας T_H , το σύστημα με το ενεργό υλικό (π.χ. το ιδανικό αέριο) και τη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας T_C . Το ενεργό υλικό απορροφά θερμότητα Q_H από τη θερμή δεξαμενή, παράγει έργο W και αποδίδει θερμότητα Q_C στην ψυχρή δεξαμενή. Η διαφορά θερμότητας $Q = Q_H - |Q_C|$ είναι η ποσότητα της θερμότητας που μετατρέπεται σε μηχανικό έργο, δηλαδή $W = Q_H - |Q_C|$.

Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής, e , ορίζεται ως ο λόγος του μηχανικού έργου W προς τη θερμότητα

τητα Q_H που απορροφάται απ' το σύστημα για να παραχθεί το έργο αυτό. Έχουμε ότι ο συντελεστής απόδοσης είναι:

$$e = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

Ο συντελεστής απόδοσης e μιας θερμικής μηχανής είναι καθαρός αριθμός, διότι είναι λόγος δύο ομοειδών μεγεθών (ποσοτήτων ενέργειας).

Ο συντελεστής απόδοσης, e , μιας μηχανής είναι πάντοτε μικρότερος της μονάδας, συμφωνώντας απόλυτα με τον Δεύτερο Θερμοδυναμικό Νόμο.

6.6.2 Κύκλος Carnot

Ο Γάλλος μηχανικός Nicolas Carnot μελέτησε και παρουσίασε μια κυκλική μεταβολή, πάνω στην οποία θα μπορούσε θεωρητικά να εργαστεί μια θερμική μηχανή. Η θερμική μηχανή που ακολουθεί την κυκλική μεταβολή του κύκλου Carnot είναι μια ιδανική μηχανή με τον μέγιστο δυνατό συντελεστή απόδοσης μεταξύ δύο δεδομένων θερμοκρασιών T_1 και T_2 , που χρησιμοποιεί ιδανικό αέριο ως ενεργό υλικό. Στο σχήμα 6.27 περιγράφουμε τον κύκλο

Carnot, ο οποίος περιλαμβάνει τις εξής μεταβολές:

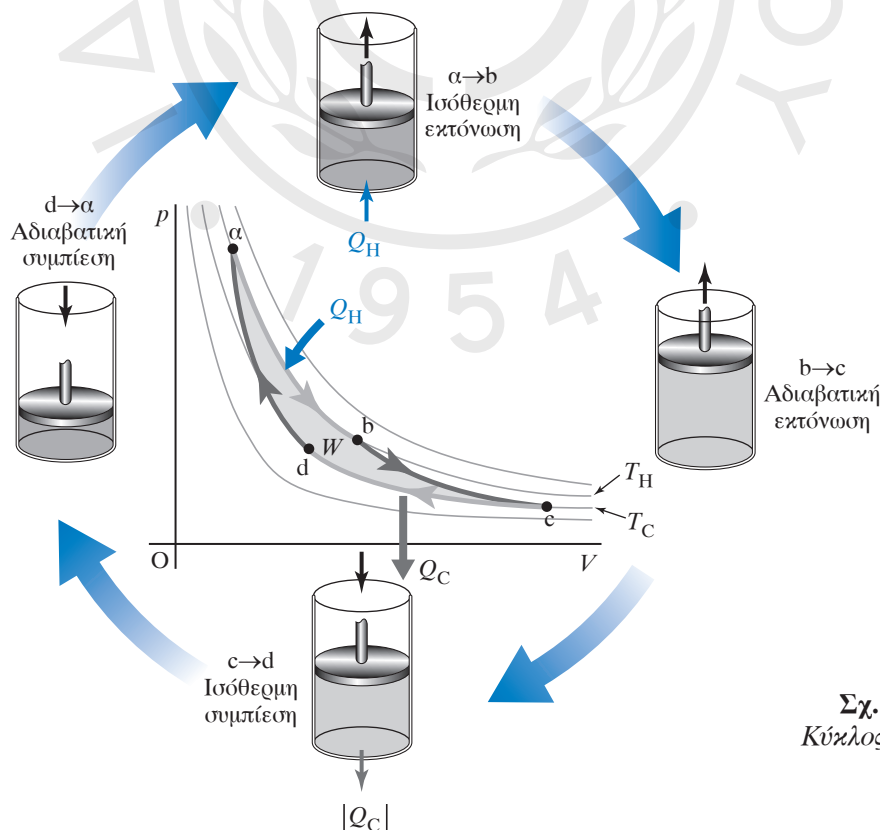
- 1) Ισόθερμη εκτόνωση σε θερμοκρασία T_H , κατά τη διάρκεια της οποίας απορροφά θερμότητα Q_H . (Μεταβολή a-b).
- 2) Αδιαβατική εκτόνωση μέχρι η θερμοκρασία του να πέσει σε T_C . (Μεταβολή b-c).
- 3) Ισόθερμη συμπίεση σε θερμοκρασία T_C , κατά τη διάρκεια της οποίας το αέριο αποβάλλει θερμότητα Q_C . (Μεταβολή c-d).
- 4) Αδιαβατική συμπίεση μέχρι να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση σε θερμοκρασία T_H . (Μεταβολή d-a).

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot εξαρτάται μόνο απ' τις θερμοκρασίες T_c και T_H των δύο δεξαμενών θερμότητας. Θα δείξουμε ότι ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot υπολογίζεται από τη σχέση:

$$e_c = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H}$$

Απόδειξη

Όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, ο συντελεστής απόδοσης μίας μηχανής υπολογίζεται



Σχ. 6.27
Κύκλος Carnot

απ' τη σχέση:

$$e = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|}$$

Υπολογίζουμε τον λόγο

$$\frac{|Q_C|}{|Q_H|}$$

για την περίπτωση που έχουμε κύκλο του Carnot, όπου Q_C και Q_H είναι οι θερμοότητες που ανταλλάσσονται στις ισόθερμες μεταβολές. Έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} Q_C = W_{cd} = nRT_C \ln \frac{V_d}{V_c} = -nRT_C \ln \frac{V_c}{V_d} \\ Q_H = W_{ab} = nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a} \end{aligned} \right\} \frac{Q_C}{Q_H} =$$

$$= \frac{-nRT_C \ln \frac{V_c}{V_d}}{nRT_H \ln \frac{V_b}{V_a}} = -\frac{T_C \ln \frac{V_c}{V_d}}{T_H \ln \frac{V_b}{V_a}} = -\frac{T_C \ln \frac{V_c}{V_d}}{T_H \ln \frac{V_b}{V_a}}$$

Από τις δύο αδιαβατικές μεταβολές bc και da έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} T_H V_b^{\gamma-1} = T_C V_c^{\gamma-1} \\ T_H V_a^{\gamma-1} = T_C V_d^{\gamma-1} \end{aligned} \right\} \frac{V_b^{\gamma-1}}{V_a^{\gamma-1}} = \frac{V_c^{\gamma-1}}{V_d^{\gamma-1}}, \frac{V_b}{V_a} = \frac{V_c}{V_d}$$

άρα: $\ln \frac{V_b}{V_a} = \ln \frac{V_c}{V_d}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q_C}{Q_H} = -\frac{T_C \ln \frac{V_c}{V_d}}{T_H \ln \frac{V_b}{V_a}} \\ \ln \frac{V_c}{V_d} = \ln \frac{V_b}{V_a} \end{aligned} \right\} \frac{Q_C}{Q_H} = -\frac{T_C}{T_H}, \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = \frac{T_C}{T_H}$$

επομένως καταλήγουμε για τον συντελεστή απόδοσης της μηχανής Carnot ότι:

$$e_c = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$



Παρατηρήσεις

1) Από την τελική σχέση παρατηρούμε ότι η απόδοση για μία θερμοκή μηχανή Carnot εξαρ-

τάται μόνο απ' τις θερμοκρασίες των δύο δεξαμενών θερμότητας. Το αποτέλεσμα αυτό είναι πολύ σημαντικό, διότι αποδεικνύεται ότι ο κύκλος Carnot έχει τη μέγιστη θεωρητική απόδοση απ' όλες τις θερμοκές μηχανές.

2) Γνωρίζοντας δηλαδή τις θερμοκρασίες των δεξαμενών θερμότητας, στις οποίες εργάζεται μια θερμοκή μηχανή, μπορούμε να υπολογίσουμε πολύ εύκολα τη μέγιστη θεωρητική απόδοση που δεν μπορεί να υπερβεί με κανέναν τρόπο.

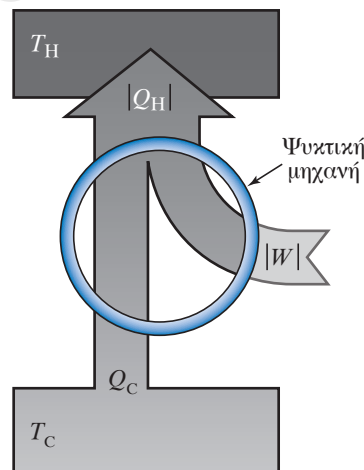
3) Η απόδοση μιας θερμοκής μηχανής Carnot είναι μεγάλη, όταν η διαφορά θερμοκρασιών των δύο δεξαμενών θερμότητας είναι μεγάλη και αντίστοιχα η απόδοση είναι μικρή, όταν η διαφορά των δύο θερμοκρασιών είναι μικρή.

6.6.3 Ψυκτικές μηχανές

Πολύ συχνά στην καθημερινότητά μας χρησιμοποιούμε μηχανές που λειτουργούν αντίθετα απ' τις παραπάνω μηχανές. Δηλαδή μηχανές που απορροφούν θερμότητα από ένα ψυχρότερο σώμα και τη μεταφέρουν σ' ένα θερμότερο καταναλώνοντας μηχανικό έργο (σχ. 6.28).

Ψυκτική μηχανή ονομάζεται η μηχανή που απορροφά θερμότητα Q_C από το ψυχρότερο σώμα θερμοκρασίας T_C και καταναλώνοντας έργο W , αποδίδει θερμότητα Q_H στο θερμότερο σώμα θερμοκρασίας T_H .

Για την ψυκτική μηχανή είναι σημαντικό στον κύκλο της να έχει μέγιστη απαγωγή θερμότητας Q_C σε συνδυασμό με την ελάχιστη κατανάλωση έργου W .



Σχ. 6.28
Σχηματική παράσταση λειτουργίας ψυκτικής μηχανής

Ο λόγος $\frac{|Q_C|}{|W|}$ των δύο ποσοτήτων ενέργειας

ονομάζεται **συντελεστής απόδοσης** της ψυκτικής μηχανής, συμβολίζεται με **K** και είναι αδιάστατος αριθμός όταν οι ποσότητες Q_C , W , Q_H μετρούνται στις ίδιες μονάδες μέτρησης:

$$K = \frac{|Q_C|}{|W|} \left. \vphantom{K} \right\} \text{άρα: } K = \frac{|Q_C|}{|Q_H| - |Q_C|}$$

Πάνω στις βασικές αρχές λειτουργίας του ψυκτικού κύκλου στηρίζονται τα συστήματα κλιματισμού και τα ψυγεία.

- Ψυκτικός κύκλος

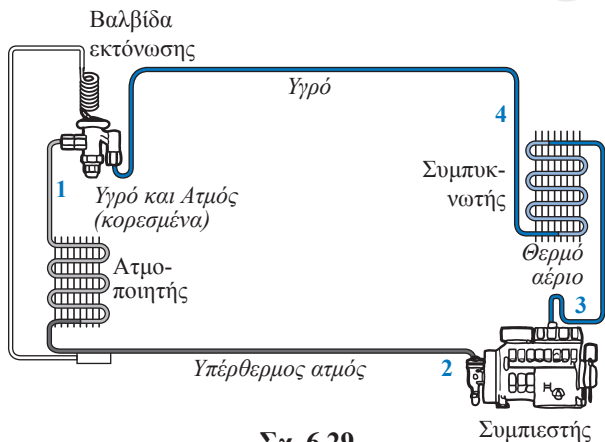
Θα περιγράψουμε τον ψυκτικό κύκλο πάνω στον οποίο εργάζεται μια ψυκτική μηχανή.

Η αρχή λειτουργίας του ψυκτικού κύκλου με συμπίεση ατμού στηρίζεται στην ιδιότητα των ψυκτικών υγρών να αποβάλλουν θερμότητα όταν υγροποιηθούν, ενώ απορροφούν θερμότητα όταν ατμοποιηθούν.

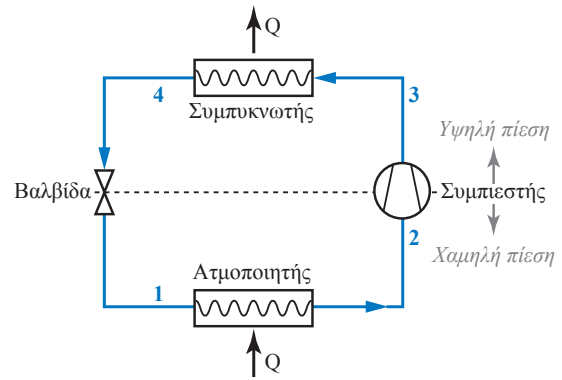
Τα βασικά μέρη αποτελούν ένα ψυκτικό κύκλωμα (σχ. 6.29) είναι:

- α) Ο ατμοποιητής.
- β) Ο συμπιεστής.
- γ) Ο συμπυκνωτής, και
- δ) η βαλβίδα εκτόνωσης ή τριχοειδής σωλήνας.

Στο κύκλωμα του σχήματος 6.30 το ψυκτικό υγρό υποβάλλεται διαδοχικά σε υγροποίηση και ατμοποίηση μεταφέροντας θερμότητα μέσω του ψυκτικού υγρού από έναν χώρο σε μια δεξαμενή θερμότητας όπως ατμόσφαιρα ή δεξαμενή νερού.

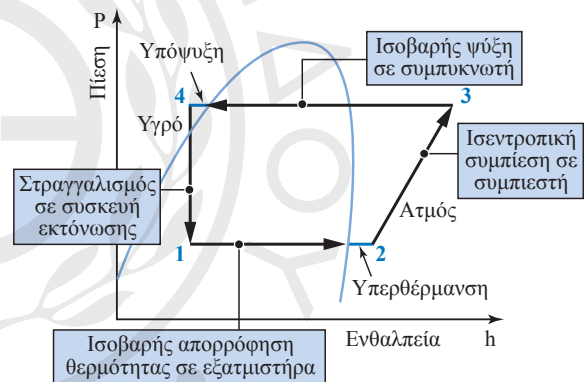


Σχ. 6.29
Ψυκτικό κύκλωμα



Σχ. 6.30
Διάταξη ψυκτικού συστήματος

Στον ατμοποιητή, το ψυκτικό ρευστό εισέρχεται με τη θερμοκρασία και πίεση που έχει μετά την εκτόνωση, τότε αρχίζει να ατμοποιείται απορροφώντας θερμότητα από τον ψυχόμενο χώρο (όπου είναι τοποθετημένος ο ατμοποιητής) έως ότου εξατμιστεί όλο μέχρι την έξοδό του (από τον ατμοποιητή) (σχ. 6.31).

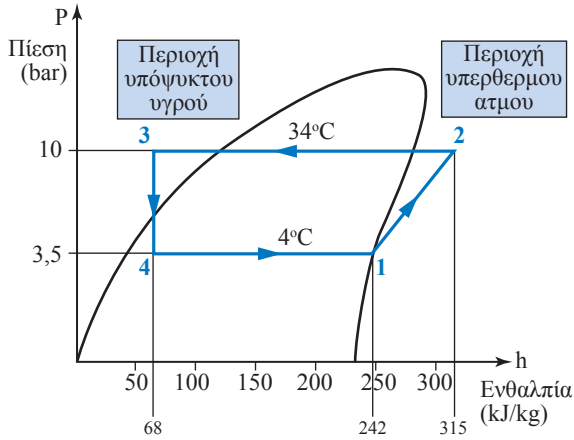


Σχ. 6.31
Απεικόνιση ψυκτικού κύκλου σε διάγραμμα p-h

Ο συμπιεστής αντλεί από τον ατμοποιητή το ψυκτικό υγρό που βρίσκεται σε αέρια κατάσταση και σε χαμηλή πίεση. Το συμπιέζει και το διοχετεύει στον συμπυκνωτή με υψηλή πίεση και θερμοκρασία.

Ο συμπυκνωτής είναι συνήθως μια σπειροειδής διάταξη σωληνώσεων μεγάλου μήκους που επιτρέπει την ταχεία διάχυση της θερμότητας στο περιβάλλον. Στον συμπυκνωτή το ψυκτικό μέσο μετατρέπεται σε κορεσμένους ατμούς και υγροποιείται αποβάλλοντας θερμότητα που έχει αντλήσει από τον χώρο που επιθυμούμε να ψύχουμε (σχ. 6.32).

Στην βαλβίδα στραγγαλισμού εισέρχεται το ψυκτικό υγρό με υψηλή πίεση και θερμοκρασία όπου

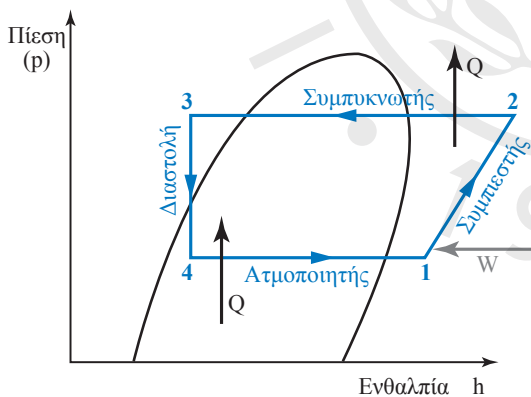


Σχ. 6.32

Αριθμητικό παράδειγμα ψυκτικού κύκλου σε άξονες p-h

εκτονούμενο μειώνεται η πίεση και η θερμοκρασία του στα επίπεδα πίεσης και θερμοκρασίας του ατμοποιητή (σχ. 6.33).

Θερμοδυναμικά μπορούμε να δούμε τη λειτουργία της ψυκτικής μηχανής, παρακολουθώντας τις μεταβολές πίεσης-ενθαλπίας και θερμοκρασίας-εντροπίας με διαγράμματα Mollier από τα οποία λαμβάνουμε πληροφορίες για την συμπεριφορά των ψυκτικών μέσων κατά τη διάρκεια του ψυκτικού κύκλου. Το διάγραμμα Mollier είναι χαρακτηριστικό για κάθε ψυκτικό μέσο.



Σχ. 6.33

Μορφή διαγράμματος p-h.

Στο διάγραμμα του σχήματος 6.34 παρουσιάζεται το διάγραμμα Mollier για το ψυκτικό υγρό R134.

– Βασικά θερμοδυναμικά μεγέθη των ψυκτικών μηχανών

α) **Ψυκτική Ισχύς Ατμοποιητή** (Q_{evap}) ονομάζουμε το ποσό θερμότητας που μεταφέρεται από τον ψυκτι-

κό θάλαμο στο ψυκτικό ρευστό, μετριέται σε kW ή kcal/h ή BTU/h και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Q_{\text{evap}} = m \cdot (h_1 - h_4)$$

όπου:

h_1 = η ενθαλπία του ψυκτικού ρευστού στην έξοδο του ατμοποιητή (kJ/kg),

h_4 = η ενθαλπία του ψυκτικού ρευστού στην είσοδο του ατμοποιητή (kJ/kg) και

m = η ροή μάζας του ψυκτικού ρευστού απ' τον ατμοποιητή (kg/s).

β) **Θερμική Ισχύς Συμπυκνωτή** (Q_{cond}) ονομάζουμε το ποσό θερμότητας που μεταφέρεται από το ψυκτικό ρευστό στο μέσο συμπίκνωσης (π.χ. αέρα), μετριέται σε kW ή kcal/h ή BTU/h και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Q_{\text{cond}} = m \cdot (h_2 - h_4)$$

όπου:

h_2 = η ενθαλπία του ψυκτικού ρευστού στην είσοδο του συμπυκνωτή (kJ/kg),

h_4 = η ενθαλπία του ψυκτικού ρευστού στην έξοδο του συμπυκνωτή (kJ/kg) και

m = η ροή μάζας του ψυκτικού ρευστού από τον συμπυκνωτή (kg/s)

Ισχύς Συμπίεστη (W_{comp}) ονομάζουμε την απαιτούμενη ισχύ για τη συμπίεση των ατμών του ψυκτικού ρευστού από την πίεση του ατμοποιητή στην πίεση του συμπυκνωτή, μετριέται σε kW ή kcal/h ή BTU/h και υπολογίζεται απ' τη σχέση:

$$W_{\text{comp}} = m \cdot (h_2 - h_1)$$

όπου:

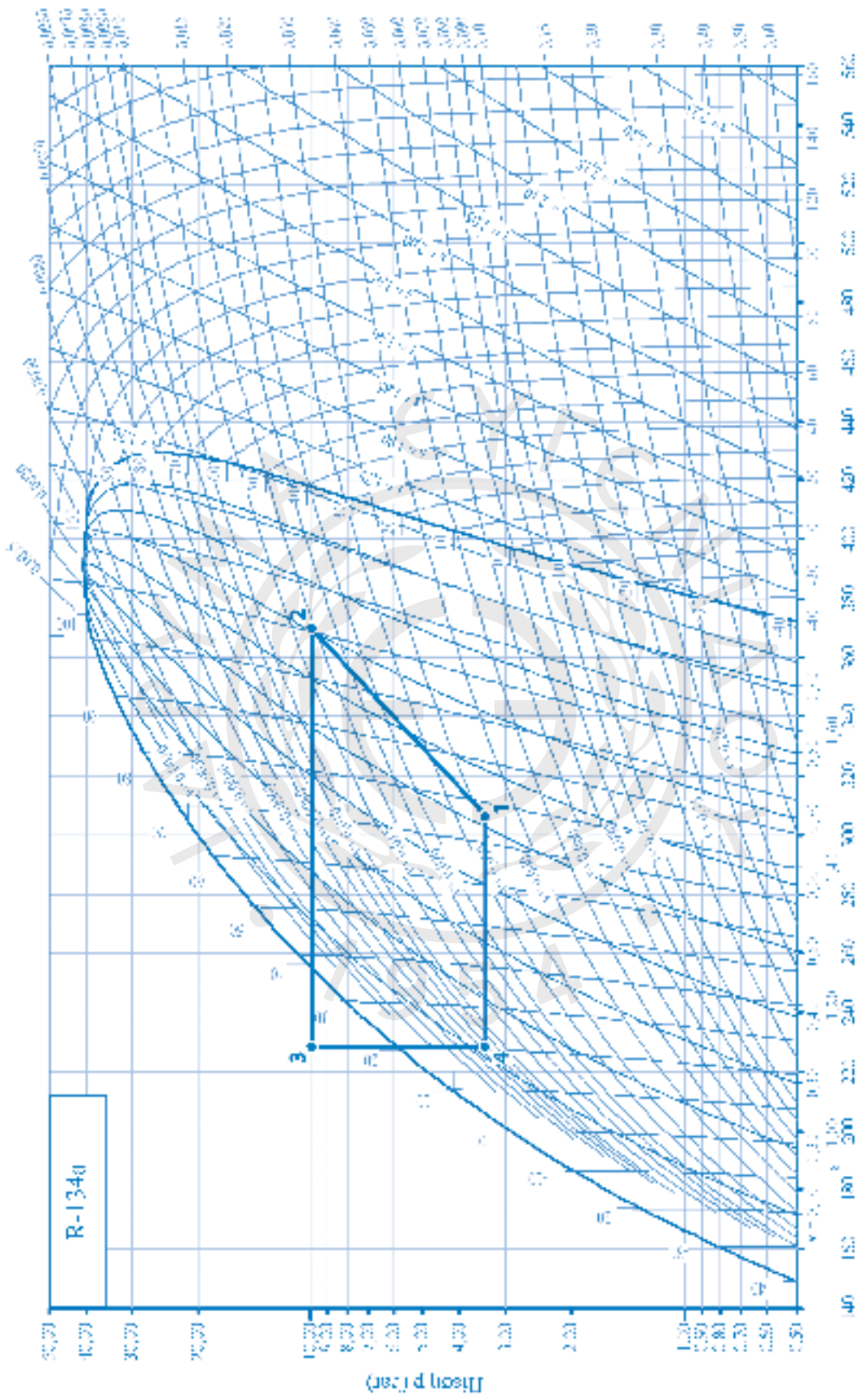
h_1 = η ενθαλπία του ψυκτικού ρευστού στην είσοδο του συμπυκνωτή (kJ/kg) και

h_2 = η ενθαλπία του ψυκτικού ρευστού στην έξοδο του συμπυκνωτή (kJ/kg)

Θεωρητικός Συντελεστής λειτουργίας ή συμπεριφοράς (coefficient of performance) χαρακτηρίζεται το μέτρο με το οποίο ορίζουμε το πόσο αποδοτικό είναι ένα ψυκτικό σύστημα, συμβολίζεται με COP_{th} , και ορίζεται ως:

$$COP_{\text{th}} = Q_{\text{evap}} / W_{\text{comp}} = m \cdot (h_1 - h_4) / m$$

Όταν είναι γνωστή πειραματικά η ισχύς στον άξονα του συμπυκνωτή τότε έχουμε την δυνατότητα να υπολογίσουμε τον πραγματικό συντελεστή συμπεριφοράς (COP_{eff}), ο οποίος περιλαμβάνει τις απώλειες του συμπυκνωτή, των εναλλακτών, των σωληνώσεων και των εξαρτημάτων.



Τύπος ενθαλπίας h (kJ/kg)

Σχ. 6.34

Ο συντελεστής συμπεριφοράς δείχνει το ποσό θερμότητας που «αντλείται» από τον χώρο ψύξης της εγκατάστασης, για κάθε μονάδα μηχανικού έργου την οποία καταναλώνει. Οι αριθμητικές τιμές του COP_{th} μεταβάλλονται. Μπορεί να λαμβάνει τιμές αρκετά μεγαλύτερες της μονάδας όταν η θερμοκρασία ατμοποίησης είναι κοντά στη θερμοκρασία συμπύκνωσης. Ο συντελεστής συμπεριφοράς μικραίνει όσο απομακρύνονται οι θερμοκρασίες διότι η εγκατάσταση πρέπει να εργαστεί σε μεγαλύτερη θερμοκρασιακή διαφορά.

Η τιμή του θεωρητικού συντελεστή συμπεριφοράς εξαρτάται από το ψυκτικό μέσο, τη θερμοκρασία ατμοποίησης και τη θερμοκρασία συμπύκνωσης. Επίσης εξαρτάται σε μικρότερο βαθμό από την

υποψυχή στην συμπύκνωση και την υπερθέρμανση στο τέλος της ατμοποίησης.

Για τις ίδιες θερμοκρασίες ατμοποίησης και συμπύκνωσης, αν χρησιμοποιηθεί άλλο ψυκτικό μέσο, θα προκύψουν άλλες τιμές για τον συντελεστή συμπεριφοράς. Ο θεωρητικός συντελεστής λειτουργίας ή συμπεριφοράς χαρακτηρίζει ενεργειακά την ποιότητα μιας εγκατάστασης. Δηλαδή όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του, τόσο λιγότερη ενέργεια καταναλώνει για το ίδιο ψυκτικό αποτέλεσμα.

Μια ψυκτική εγκατάσταση είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί και για θέρμανση ενός χώρου διασχέτοντας τη θερμότητα της συμπύκνωσης στο χώρο που επιθυμούμε να θερμανθεί. Οι εγκαταστάσεις αυτές ονομάζονται **αντλίες θερμότητας**.

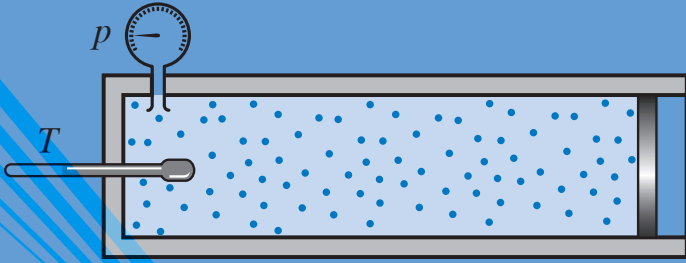


ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Ένα πλοίο μεταφέρει από τις ΗΠΑ κοντέινερ που έχουν σήμανση ότι το υλικό που περιέχουν είναι δυνατόν να καταστραφεί, εάν βρεθεί σε θερμοκρασία πάνω από 192 °F. Να μετατραπεί η παραπάνω πληροφορία σε βαθμούς Κελσίου και σε Κέλβιν.
- Μεταλλικό βαρέλι που βρίσκεται στο κατάστρωμα του πλοίου εκτίθεται για μια ώρα στην ηλιακή ακτινοβολία και η θερμοκρασία του αυξάνεται κατά $\Delta\theta = 10^\circ\text{C}$. Να υπολογισθεί η αντίστοιχη αύξηση σε βαθμούς Φαρενάιτ και σε Κέλβιν.
- Ποια είναι η μικρότερη τιμή της θερμοκρασίας στην κλίμακα Κελσίου, στην κλίμακα Φαρενάιτ και στην κλίμακα Κέλβιν;
- Το γραφείο μιας ναυτιλιακής εταιρείας στην επικοινωνία του με τους Πλοίαρχους των πλοίων της που ταξιδεύουν σε όλο τον κόσμο λαμβάνει τις παρακάτω πληροφορίες σχετικά με τη θερμοκρασία που επικρατεί στις περιοχές που ταξιδεύουν τα πλοία της: Στην Α Μεσόγειο έχουμε θερμοκρασία 310 K, στη θάλασσα της Νορβηγίας -10°C και στα παράλια του Καναδά 2°F . Να συγκρίνετε τις θερμοκρασίες των παραπάνω περιοχών.
- Πόση θερμότητα πρέπει να προσφέρουμε σε νερό μάζας 10 kg, ώστε να αυξηθεί η θερμοκρασία του από 20°C σε 100°C . Δίνεται η ειδική θερμότητα του νερού $c = 4200\text{ J/kg} \cdot \text{K}$.
- Στο κατάστρωμα ενός πλοίου υπάρχουν δύο όμοιες μεταλλικές δεξαμενές, μία από σίδηρο και μία από αλουμίνιο. Αν η μάζα της κάθε μίας από αυτές είναι 200 kg, να υπολογισθεί το ποσό της θερμότητας που απαιτείται για κάθε μία, προκειμένου να αυξηθεί τη θερμοκρασία της κατά 20°C . (Οι ειδικές θερμότητες του σιδήρου και του αλουμινίου να βρεθούν από τον σχετικό πίνακα).
- Στο κατάστρωμα ενός πλοίου υπάρχει σιδερένια δεξαμενή μάζας 100 kg, η οποία λόγω της έκθεσής της στον ήλιο έχει ανάπτυξη θερμοκρασίας 80°C . Μέσα στη δεξαμενή ρίχνουμε 200 kg νερό αρχικής θερμοκρασίας 10°C . Εάν θεωρήσουμε το σύστημα δεξαμενή-νερό μονωμένο, να βρεθεί η τελική θερμοκρασία της δεξαμενής και του νερού μετά την αποκατάσταση της ισορροπίας. (Οι ειδικές θερμότητες του σιδήρου και του νερού να βρεθούν από τον σχετικό πίνακα).
- Ο μηχανικός ενός πλοίου στην προσπάθειά του να προσδιορίσει το υλικό κατασκευής ενός μεταλλικού εξαρτήματος της ηλεκτρομηχανής πραγματοποιεί το εξής πείραμα: Τοποθετεί το εξάρτημα σε ειδικά μονωμένο χώρο, του προφέ-

ρει θερμοότητα $Q = 36 \text{ kJ}$ και διαπιστώνει ότι από 25°C που ήταν αρχικά, αυξάνεται στους 105°C . Με δεδομένο ότι η μάζα του είναι $0,5 \text{ kg}$ και χρησιμοποιώντας τον πίνακα ειδικών θερμοτήτων, βοηθήστε τον να προσδιορίσει το υλικό κατασκευής.

9. Μονωμένη δεξαμενή περιέχει 200 kg νερό θερμοκρασίας 90°C . Να υπολογισθεί η ποσότητα νερού θερμοκρασίας 20°C που πρέπει να προσθέσουμε στη δεξαμενή, ώστε να μειωθεί η θερμοκρασία στους 70°C . Ποια ποσότητα θερμοτήτας αντάλλαξαν οι δύο μάζες νερού;
10. Να υπολογισθεί το τελικό μήκος σιδερένιας ράβδου, όταν αποκτήσει θερμοκρασία 610°C . Αρχικά η ράβδος βρίσκεται σε θερμοκρασία 10°C και έχει μήκος 5 m .
11. Μεταλλική ράβδος μήκους 20 cm συνδέει δύο κινητά μέρη μηχανής. Κατά τη λειτουργία της από 20°C αρχικά φτάνει σε θερμοκρασία 220°C . Για να μην δημιουργεί προβλήματα το υπόλοιπο σύστημα, με το οποίο συνεργάζεται, πρέπει κατά τη μεταβολή της θερμοκρασίας που συμβαίνει, η διαστολή της ράβδου να φτάσει έως τα $0,036 \text{ mm}$. Χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους πίνακες, βρείτε υλικά που είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουμε για την κατασκευή της ράβδου.
12. Πόσο θα αυξηθεί το εμβαδόν μιας τετράγωνης επιφάνειας αλουμινίου με αρχικό εμβαδόν 2 m^2 , αν μεταβληθεί ομοιόμορφα η θερμοκρασία της από 20°C σε 200°C ;
13. Γυάλινος ογκομετρικός σωλήνας ύψους 1 m , για τον οποίο θεωρούμε ότι έχει αμελητέα θερμική διαστολή, περιέχει άγνωστο υγρό που πρέπει να προσδιορίσουμε. Για το υγρό αυτό γνωρίζουμε ότι, αν η θερμοκρασία του αυξηθεί από 0°C σε 100°C , διατελέεται και απ' την υψομετρική θέση 50 cm στον σωλήνα μεταβαίνει στην υψομετρική θέση $50,9 \text{ cm}$. Να υπολογισθεί ο συντελεστής κυβικής διαστολής του υγρού και με τη χρήση των αντιστοίχων πινάκων να προσδιορισθεί το υγρό που περιέχει ο σωλήνας.
14. Ο Πλοίαρχος ενός Δ/Ξ φορτώνει από τον κόλπο του Περσικού 500.000 L πετρέλαιο σε θερμοκρασία 25°C και το παραδίδει μετά από έναν μήνα στη Μεγάλη Βρετανία. Κατά την εκφόρτωση επικρατεί παγετός και η θερμοκρασία του πετρελαίου έχει φτάσει στους 2°C . Ο αγοραστής, μετρώντας τον όγκο του πετρελαίου που παρέλαβε, κατηγορεί τον Πλοίαρχο για κλοπή. Ο Πλοίαρχος απέδειξε ότι το πετρέλαιο που παρέδωσε έχει μικρότερο όγκο λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας. Ποιος ήταν ο όγκος του πετρελαίου που παρέλαβε ο αγοραστής τελικά; Οι συντελεστές διαστολής να αναζητηθούν στους κατάλληλους πίνακες.
15. Ένα κυλινδρικό δοχείο βρίσκεται σε οριζόντια θέση και περιέχει ορισμένη μάζα αερίου, που συμπεριφέρεται ως ιδανικό. Το άνω μέρος του δοχείου φράσσεται με έμβολο, διαμέτρου $d = 10 \text{ cm}$ το οποίο έχει τη δυνατότητα να μετακινείται με τη χρήση ειδικού βραχίονα. Η αρχική κατάσταση του συστήματος περιγράφεται ως εξής: Πίεση αερίου $p = 1 \text{ atm}$, θερμοκρασία 27°C και όγκος $V = 1 \text{ L}$. Να υπολογίσετε την πίεση του αερίου, όταν το συμπιέσουμε μέσω του εμβόλου, ώστε να καταλαμβάνει όγκο $0,5 \text{ L}$, ενώ η θερμοκρασία του έχει ανέβει στους 177°C . Να υπολογισθεί η δύναμη που πρέπει να ασκείται απ' τον βραχίονα στο έμβολο, ώστε να διατηρείται η κατάσταση αυτή.



7.1 Στατιστική ισορροπία

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά των αερίων με τη βοήθεια της στατιστικής επιστήμης.

Αρχικά θα αναφερθούμε στην περίπτωση ιδανικού αερίου, που εξετάζεται μέσα στα πλαίσια της κλασικής μηχανικής. Το αέριο χαρακτηρίζεται από μακροσκοπικά φυσικά μεγέθη, όπως η πίεση και η θερμοκρασία, τα οποία σχετίζονται με μεγάλο πλήθος δομικών λίθων του αερίου (μόρια, άτομα) και από μικροσκοπικά μεγέθη που σχετίζονται με τους επιμέρους δομικούς λίθους. Είναι ευνόητο ότι δεν μπορούμε να γνωρίζουμε κάθε χρονική στιγμή τι κάνει ο κάθε δομικός λίθος του αερίου (το πλήθος τους εξάλλου είναι της τάξης του 10^{23}), μπορούμε όμως να περιγράψουμε το αέριο με τα γνωστά μας μακροσκοπικά μεγέθη και με τη στατιστική μηχανική να βρούμε τις σχέσεις μεταξύ των μακροσκοπικών και των μικροσκοπικών μεγεθών. Για παράδειγμα, η πίεση του αερίου μπορεί να ερμηνευτεί απ' τις συγκρούσεις των δομικών λίθων του αερίου με τα τοιχώματα του δοχείου.

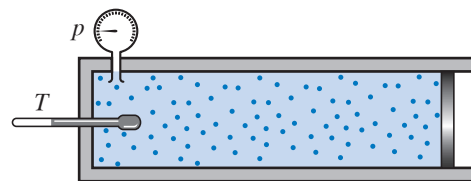
Ας φανταστούμε μία σταθερή ποσότητα ιδανικού αερίου σ' ένα κλειστό θερμομονωμένο δοχείο, με σταθερό όγκο, σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. Αυτό σημαίνει ότι η θερμοκρασία σε κάθε σημείο του αερίου είναι σταθερή με τον χρόνο. Επίσης, η θερμοκρασία είναι ίδια σε κάθε σημείο του χώρου που καταλαμβάνει το αέριο και δεν υπάρχει ροή ενέργειας ή μάζας από ένα σημείο στο άλλο, ούτε από και προς το περιβάλλον.

Αυτό το ιδανικό αέριο αποτελεί ένα σύστημα με πολύ μεγάλο αριθμό, N , σωματιδίων και το κάθε σωματίδιο μπορεί να έχει μία απ' τις ενέργειες E_i . Κάθε χρονική στιγμή, το κάθε σωματίδιο του αερίου χαρακτηρίζεται απ' τις συντεταγμένες θέσης και ορμής του. Αυτό είναι μια μικροκατάσταση του συστήματος, η οποία γενικώς δεν είναι κατάσταση (θερμοδυναμικής) ισορροπίας. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να αντιστοιχεί σε μακροκατάσταση, όπου στις δια-

φορετικές θέσεις μέσα στο αέριο να έχουμε διαφορετική θερμοκρασία (μακροσκοπικό μέγεθος) και διαφορετική πίεση (επίσης μακροσκοπικό μέγεθος). Έτσι, δύναται να υπάρχει ροή μάζας και ενέργειας μεταξύ των διάφορων σημείων του αερίου. Ένα θεμελιώδες αίτημα της στατιστικής μηχανικής είναι ότι όλες οι μικροκαταστάσεις έχουν την ίδια πιθανότητα να υπάρχουν.

Έστω ότι n_1 σωματίδια έχουν ενέργεια E_1 , n_2 σωματίδια ενέργεια E_2 , ... n_i σωματίδια E_i . Η ολική ενέργεια του συστήματος υπολογίζεται από τη σχέση $U = \sum n_i E_i = n_1 E_1 + n_2 E_2 + \dots + n_i E_i$ είναι σταθερή με τον χρόνο και ο ολικός αριθμός των σωματιδίων είναι δεδομένος (σταθερός), δηλαδή ίσος με $N = \sum n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_i$. Λόγω των αλληλεπιδράσεων και των συγκρούσεων των μορίων του συστήματος η κατανομή των σωματιδίων μεταξύ των ενεργειακών καταστάσεων μεταβάλλεται. Δηλαδή απ' τις συγκρούσεις αλλάζει το πλήθος των σωματιδίων, που βρίσκονται κατανεμημένα σε διάφορες μικροσκοπικές ενεργειακές καταστάσεις E_i , παρόλο που η ολική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

Η στατιστική μελέτη του φαινομένου της κατανομής των σωματιδίων δείχνει ότι για δεδομένο σύστημα με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (πλήθος σωματιδίων και δομή) και για δεδομένη ολική ενέργεια υπάρχει μία ενεργειακή κατανομή των σωματιδίων, που είναι πολύ πιο πιθανή απ' τις άλλες. Αυτή είναι η κατανομή της κατάστασης (θερμοδυναμικής) ισορροπίας. Αν τα σωματίδια έχουν ενέργεια που δεν εξαρτάται απ' τη θέση τους στον χώρο, τότε θα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα στο δοχείο (σχ. 7.1), δη-



Σχ. 7.1

Σύστημα πολλών σωματιδίων. Αέριο σε δοχείο

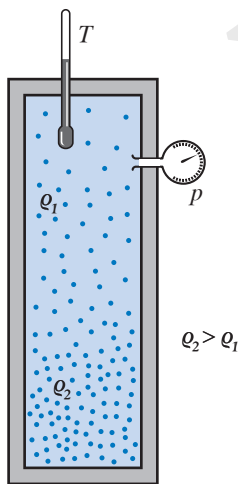
λαδή η (μακροσκοπική) πυκνότητα του αερίου θα είναι ίδια σε όλη του την έκταση. Αν το αέριο βρίσκεται μέσα σε πεδίο βαρύτητας με ένταση προς τα κάτω και το δοχείο έχει σχετικά μεγάλο ύψος, η πυκνότητα θα είναι μεγαλύτερη στη βάση του δοχείου (σχ. 7.2).

Μελετώντας ένα σύστημα πολλών σωματιδίων που έχει καθορισμένη ενέργεια (ας υποθέσουμε εδώ, μόνο κινητική) και βρίσκεται σε ισορροπία, προκύπτει ότι η μέση κινητική ενέργεια K_{μ} των σωματιδίων του, που προσδιορίζεται από τον τύπο:

$$K_{\mu} = \frac{U}{N} = \frac{n_1 E_1 + n_2 E_2 + \dots + n_i E_i}{n_1 + n_2 + \dots + n_i}$$

έχει αυτήν την καθορισμένη τιμή και άρα η θερμοκρασία του είναι καθορισμένη.

Όταν ένα σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία, παραμένει με μικρές στατιστικές διακυμάνσεις κοντά στην πιο πιθανή κατανομή. Δηλαδή οι αριθμοί $n_1, n_2, n_3, \dots, n_i$, που αντιστοιχούν σε ενέργειες $E_1, E_2, E_3, \dots, E_i$, διατηρούν τιμές που κυμαίνονται κοντά στις τιμές της πιο πιθανής κατανομής. Στην περίπτωση αυτή δεν παρατηρούμε σημαντικές μακροσκοπικές μεταβολές στο σύστημα, όπως αλλαγή της θερμοκρασίας του.



Σχ. 7.2
Σύστημα πολλών σωματιδίων σε δοχείο με σχετικά μεγάλο ύψος μέσα σε πεδίο βαρύτητας

7.2 Κατανομή των Maxwell-Boltzmann

Καθοριστικές για τη μελέτη των θεμάτων της στατιστικής μηχανικής υπήρξαν οι εργασίες των J. Maxwell, L. Boltzmann και J. Gibbs.

Ο Νόμος του Boltzmann (κατανομή του Boltzmann) είναι βασικός νόμος της στατιστικής μηχανικής και υπολογίζει τον αριθμό των σωματιδίων n_i

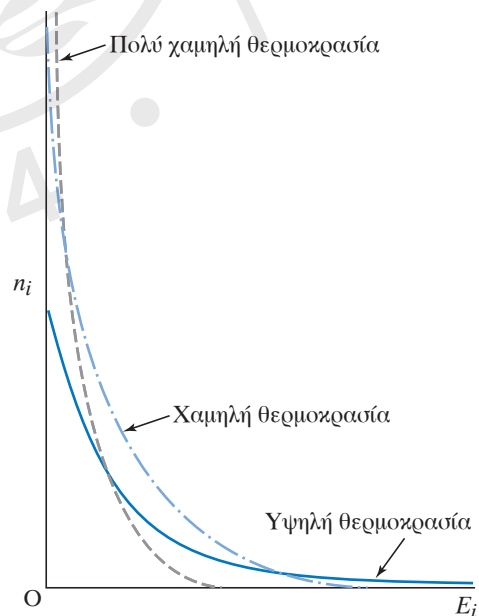
που αντιστοιχούν σε ενέργεια E_i (αριθμός κατάληψης), όταν το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία T και σε θερμοδυναμική ισορροπία. Η μαθηματική σχέση που τον περιγράφει είναι:

$$n_i = A e^{-E_i/kT}$$

όπου: n_i ο αριθμός των σωματιδίων με ενέργεια E_i , k η σταθερά του Boltzmann και A ένας συντελεστής που εξαρτάται από τη θερμοκρασία, από τον ολικό αριθμό των σωματιδίων και από άλλες ιδιότητες των σωματιδίων.

Στο σχήμα 7.3 παρουσιάζεται η κατανομή των σωματιδίων ενός συστήματος, όταν το σύστημα βρίσκεται σε υψηλή, σε χαμηλή και σε πολύ χαμηλή θερμοκρασία. Από το σχήμα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι:

- 1) Για δεδομένη θερμοκρασία, όσο μεγαλύτερη είναι η ενέργεια E_i , τόσο μικρότερος είναι ο αριθμός των σωματιδίων που βρίσκονται σ' αυτήν την κατάσταση.
- 2) Όταν το σύστημα βρίσκεται σε πολύ χαμηλή θερμοκρασία, μόνο οι χαμηλότερες ενεργειακές στάθμες είναι κατειλημμένες από σωματίδια.
- 3) Όταν το σύστημα βρίσκεται σε υψηλή θερμοκρασία, «μεταφέρονται» σωματίδια από τις χαμηλές ενεργειακές στάθμες σε υψηλές ενεργειακές στάθμες.



Σχ. 7.3
Γραφικές παραστάσεις της κατανομής Boltzmann για τρεις θερμοκρασίες



Παράδειγμα

Να υπολογισθεί ο λόγος των αριθμών κατάρτησης (n_i/n_j) δύο ενεργειακών σταθμών E_i και E_j .

Λύση

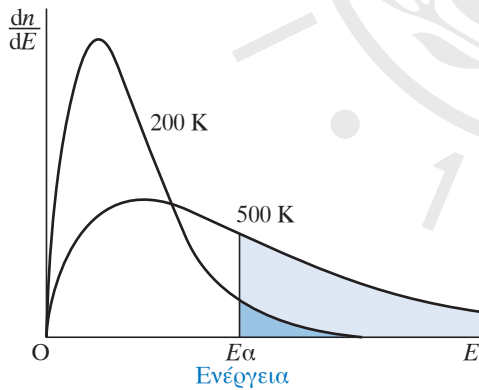
$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{Ae^{-E_i/kT}}{Ae^{-E_j/kT}} = e^{-(E_i-E_j)/kT} = e^{-\Delta E/kT}$$

Μία εφαρμογή του νόμου του Boltzmann είναι ο υπολογισμός της κατανομής των ενεργειών και των ταχυτήτων των μορίων ενός αερίου σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. Αυτή είναι η κατανομή των Maxwell-Boltzmann. Συγκεκριμένα, θα υπολογίσουμε τον αριθμό dn των μορίων, που έχουν ενέργεια στην περιοχή από E έως $E+dE$ ή ταχύτητες από u έως $u+du$.

Αποδεικνύεται ότι οι σχέσεις που προκύπτουν είναι οι παρακάτω:

1) Νόμος κατανομής για τις ενέργειες:

$$dn = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} E^{1/2} e^{-E/kT} dE \quad (\text{σχ. 7.4}).$$

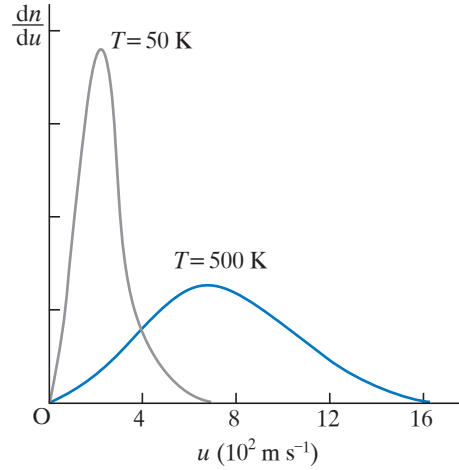


Σχ. 7.4

Μοριακή ενεργειακή κατανομή ενός αερίου για δύο διαφορετικές θερμοκρασίες

2) Νόμος κατανομής για τις ταχύτητες:

$$dn = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} u^2 e^{-mu^2/2kT} du \quad (\text{σχ. 7.5}).$$



Σχ. 7.5

Κατανομή μοριακών ταχυτήτων ενός αερίου για δύο διαφορετικές θερμοκρασίες



Παρατηρήσεις

1) Η μοριακή ενεργειακή κατανομή είναι ίδια για όλα τα ιδανικά αέρια στην ίδια θερμοκρασία, ενώ η κατανομή των ταχυτήτων είναι διαφορετική για διαφορετικά αέρια στην ίδια θερμοκρασία, λόγω της διαφορετικής μάζας των μορίων των αερίων.

2) Από μελέτη της καμπύλης κατανομής των ταχυτήτων, μπορούμε σε κάθε κατανομή να διακρίνουμε τρεις ταχύτητες:

α) Την πιο πιθανή ταχύτητα

$$u_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}},$$

που αντιστοιχεί στο μέγιστο της καμπύλης και εκφράζει την ταχύτητα που είναι πιθανότερο να έχουν τα μόρια.

β) Τη μέση ταχύτητα

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}},$$

η οποία ορίζεται από τη σχέση

$$\bar{u} = \left(\frac{u_1 + u_2 + \dots + u_N}{N} \right)$$

και αντιστοιχεί στη μέση τιμή των ταχυτήτων (μέτρων).

γ) Την ενεργό ταχύτητα

$$u_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

που μας δίνει την τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων και συνδέεται άμεσα με τη θερμοκρασία του αερίου.

3) Η κατανομή ταχυτήτων των Maxwell-Boltzmann μπορεί να εξηγήσει και φαινόμενα όπως είναι η χημική σύσταση της ατμόσφαιρας των πλανητών. Η ενεργός ταχύτητα (u_{rms}) των μορίων, που προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$u_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

εξαρτάται απ' τη μάζα και τη θερμοκρασία, άρα τα μόρια της ατμόσφαιρας με μικρότερη μάζα αποκτούν μεγάλες ταχύτητες (μεγαλύτερες απ' την ταχύτητα διαφυγής) και μπορούν να διαφύγουν απ' την ατμόσφαιρα του πλανήτη και να διασκορπιστούν στο διάστημα. Έτσι εξηγείται και η απουσία από τη θερμή Αφροδίτη των ελαφρών μορίων H_2 , N_2 , O_2 .

7.3 Κινητική θεωρία και καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων

Στη συνέχεια θα αποδείξουμε ότι η πίεση των αερίων εξηγείται με βάση την κινητική θεωρία και η καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων αποδεικνύεται με χρήση αυτής της θεωρίας. Στο σημείο αυτό θα υπενθυμίσουμε τις εξής υπεραπλουστεύσεις για τα ιδανικά αέρια σε θερμοδυναμική ισορροπία:

1) Μέσα σε ένα δοχείο περιέχεται τεράστιο πλήθος δομικών λίθων (μόρια) του αερίου. Ο όγκος του δοχείου είναι πολύ μεγαλύτερος απ' το συνολικό όγκο όλων των μορίων που αποτελούν το αέριο.

2) Οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων και των τοιχωμάτων του δοχείου είναι αμελητέες κατά τη διάρκεια της κίνησης των μορίων και εμφανίζονται στιγμιαία μόνο τη στιγμή της μεταξύ τους σύγκρουσης.

3) Κάθε στιγμή στο εσωτερικό του δοχείου, τα μόρια κινούνται ατάκτως προς όλες τις κατευθύνσεις, έτσι ώστε, κατά μέσον όρο, όσα μόρια κινούνται προς μία κατεύθυνση, τόσα κινούνται και προς οποιαδήποτε άλλη.

4) Οι κρούσεις των μορίων με τα τοιχώματα του δοχείου και μεταξύ τους είναι τελείως ελαστικές.

Θα προσπαθήσουμε να συνδέσουμε αυτό που συμβαίνει μικροσκοπικά μ' αυτό που παρατηρούμε μακροσκοπικά.

Έστω ότι έχουμε ένα δοχείο σχήματος κύβου, που περιέχει ιδανικό αέριο με τα χαρακτηριστικά που περιγράψαμε παραπάνω. Τα τοιχώματα του δοχείου δέχονται πίεση λόγω των κρούσεων των μορίων μ' αυτά. Η πίεση p που ασκείται σ' ένα τοίχωμα του δοχείου υπολογίζεται από τη σχέση:

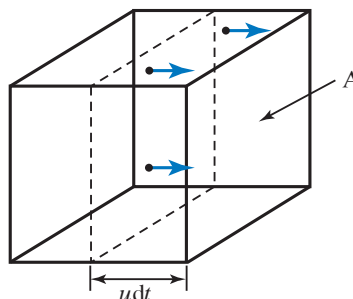
$$p = F/A,$$

όπου: F η δύναμη που δέχεται η επιφάνεια A του τοιχώματος του κυβικού δοχείου από τις κρούσεις των μορίων μ' αυτήν. Για ευκολία θα λάβουμε υπόψη/χρησιμοποιήσουμε την απλή παραδοχή ότι κάθε χρονική στιγμή το $\frac{1}{6}$ των μορίων κινείται προς την κάθε μία πλευρά του κυβικού δοχείου με μεταφορική ταχύτητα ίδιου μέτρου, u . Το πλήθος των μορίων που σε χρόνο dt συγκρούονται με τη δεξιά επιφάνεια του κύβου ισούται με το πλήθος των μορίων, που βρίσκονται μέσα σε παραλληλεπίπεδο εμβαδού βάσης A και ύψους $u dt$ και κινούνται προς τα δεξιά (σχ. 7.6).

Το σύνολο των μορίων στον όγκο V του κύβου είναι N , άρα η συγκέντρωσή τους είναι N/V , επομένως το πλήθος των μορίων που συγκρούονται με το δεξί τοίχωμα σε χρόνο dt είναι:

$$dN = \frac{1}{6} \frac{N}{V} A u dt$$

Εφόσον η κρούση είναι ελαστική, το κάθε μόριο μετά τη σύγκρουσή του με το τοίχωμα κινείται με κατεύθυνση προς τα αριστερά, με ταχύτητα ίδιου μέτρου. Αυτό σημαίνει ότι η μεταβολή της ορμής του κάθε μορίου είναι $mu - (-mu) = 2mu$, όπου: m η μάζα του κάθε μορίου. Η μεταβολή της ορμής των



Σχ. 7.6

Σε χρόνο dt συγκρούονται με το τοίχωμα του δοχείου τα μόρια που καταλαμβάνουν όγκο $V = A u dt$

dN μορίων που συγκρούστηκαν σε χρόνο dt με το δεξί τοίχωμα είναι:

$$dp = 2mudN = 2mu \frac{1}{6} \frac{N}{V} A u dt$$

Η δύναμη που ασκεί κατά μέσο όρο το τοίχωμα στα μόρια αυτά είναι:

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Σύμφωνα με την αρχή της δράσης-αντίδρασης, η δύναμη που ασκεί το αέριο στο τοίχωμα έχει ίδιο μέτρο, επομένως η πίεση που ασκεί το αέριο είναι:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \frac{mu^2}{2}$$

Είναι ευνόητο ότι πρέπει να πάρουμε μέσες τιμές, διότι δεν έχουν τα μόρια ίδιες ταχύτητες, άρα θα ισχύει:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \overline{u^2}$$

Για τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων έχουμε πει ότι ισχύει:

$$u_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{u^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}, \text{ δηλαδή } \overline{u^2} = \frac{3kT}{m}.$$

Επομένως: $pV = NkT$. Το πλήθος των μορίων N ισούται με την ποσότητα ουσίας n που μετρείται σε mol επί τη σταθερά του Avogadro N_A , $N = nN_A$, επομένως $pV = nN_A kT$.

Έτσι, με χρήση της κινητικής θεωρίας, καταλήγουμε στο ότι η σταθερά των αερίων R που έχουμε στον τύπο της καταστατικής εξίσωσης των ιδανικών αερίων, $pV = nRT$ σχετίζεται με δύο άλλες σταθερές: τη σταθερά του Avogadro και τη σταθερά του Boltzmann, δηλαδή $R = kN_A$.

- Θεώρημα Ισοκατανομής της ενέργειας

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι για την κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς κάθε μορίου ενός ιδανικού αερίου, ισχύει:

$$E_k = \frac{1}{2} m \overline{u^2} = 3 \frac{1}{2} kT.$$

Όμως ισχύουν:

$$\overline{u_x^2} = \overline{u_y^2} = \overline{u_z^2}, \text{ όμως } \overline{u^2} = \overline{u_x^2} + \overline{u_y^2} + \overline{u_z^2}$$

$$\text{οπότε } \overline{u^2} = \overline{u_x^2} + \overline{u_y^2} + \overline{u_z^2}.$$

Έτσι βρίσκουμε ότι:

$$\begin{aligned} 3 \frac{1}{2} kT &= \frac{1}{2} m \overline{u_x^2} + \frac{1}{2} m \overline{u_y^2} + \frac{1}{2} m \overline{u_z^2} = \\ &= 3 \frac{1}{2} m \overline{u_x^2} = 3 \frac{1}{2} m \overline{u_y^2} = 3 \frac{1}{2} m \overline{u_z^2}. \end{aligned}$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι για κάθε μία συνιστώσα ταχύτητας η μέση ενέργεια ισούται με $1/2 kT$.

Αυτό είναι ένα πιο γενικό θεώρημα, που ονομάζεται **θεώρημα ισοκατανομής της ενέργειας** και ισχύει όχι μόνο για αέρια, αλλά και για όλα τα υλικά σε θερμοδυναμική ισορροπία.

Πιο συγκεκριμένα, η ενέργεια ενός μορίου εξαρτάται από το είδος των κινήσεων του μορίου που μπορεί να είναι πολυατομικό.

Για παράδειγμα, ένα διατομικό μόριο εκτός απ' τη μεταφορική του κίνηση μπορεί να περιστρέφεται περί άξονές του και να ταλαντεύεται. Οι διάφορες κινήσεις χαρακτηρίζονται απ' τους θερμοδυναμικούς βαθμούς ελευθερίας του μορίου, f .

Η ενέργεια ενός μορίου μπορεί να έχει f όρους της μορφής $1/2 A_i \eta_i^2$, όπου: το A_i είναι κάποια σταθερή ποσότητα χαρακτηριστική του μορίου, όπως μάζα, ροπή αδράνειας κ.λπ. και το η_i συντεταγμένες θέσης, όπως οι καρτεσιανές συντεταγμένες του κέντρου μάζας του μορίου, οι αντίστοιχες ταχύτητες, οι γωνίες περιστροφής ή οι αντίστοιχες γωνιακές ταχύτητες κ.λπ.. Οι διάφοροι όροι αντιστοιχούν σε κινητική και δυναμική ενέργεια. Το θεώρημα της ισοκατανομής της ενέργειας λέει ότι κατά μέσο όρο σε κάθε βαθμό θερμοδυναμικής ελευθερίας αντιστοιχεί ενέργεια $1/2 kT$.

Για f θερμοδυναμικούς βαθμούς ελευθερίας, η ενέργεια του μορίου είναι $E = f 1/2 kT$. Για μονατομικά αέρια οι βαθμοί ελευθερίας είναι τρεις. Για διατομικά μόρια, τα οποία μπορεί να περιστρέφονται περί τρεις άξονες στον χώρο, οι θερμοδυναμικοί βαθμοί ελευθερίας είναι 6, όμως για λόγους που εξηγούνται απ' την κβαντομηχανική, ο ένας βαθμός είναι «παγωμένος» σε συνήθεις θερμοκρασίες, οπότε οι βαθμοί ελευθερίας είναι 5. Τα διατομικά άτομα μπορεί να ταλαντεύονται, οπότε απ' αυτό προκύπτουν άλλοι 2 βαθμοί ελευθερίας. Όμως, σε συνήθεις θερμοκρασίες αυτοί είναι «παγωμένοι». Αν δεν υπήρχαν οι παγωμένοι βαθμοί ελευθερίας, το διατομικό μόριο θα είχε 8 βαθμούς ελευθερίας.

7.4 Εντροπία

Κάθε σύστημα σωματιδίων έχει την τάση να εξελίσσεται μέσω των αλληλεπιδράσεων των δομικών του λίθων, προς την κατάσταση με την κατανομή της μέγιστης πιθανότητας. Όταν το σύστημα καταλήξει στην κατάσταση αυτή, παραμένει εκεί σε ισορροπία και μόνο ασήμαντες διακυμάνσεις (απομακρύνσεις απ' αυτήν) μπορεί να συμβαίνουν.

Για να μελετήσουμε την εξέλιξη ενός συστήματος σωματιδίων προς τη θερμοδυναμική ισορροπία, εισάγουμε την **εντροπία** που ορίζεται απ' τη σχέση $S = k \ln \Omega$, όπου: k είναι η σταθερά του Boltzmann και Ω είναι το πλήθος των μικροκαταστάσεων, οι οποίες αντιστοιχούν στη μακροκατάσταση του συστήματος. Στη θερμοδυναμική ισορροπία το πλήθος αυτό των μικροκαταστάσεων γίνεται μέγιστο σε σχέση με τις άλλες μακροκαταστάσεις, που δεν είναι καταστάσεις ισορροπίας. Με άλλα λόγια, η πιθανότητα του συστήματος να βρίσκεται σε μία απ' αυτές τις μικροκαταστάσεις είναι πολύ πιο μεγάλη σε σχέση με τις καταστάσεις όπου δεν υπάρχει ισορροπία.

Δηλαδή η εντροπία είναι ένα μέγεθος που σχετίζεται άμεσα με την πιθανότητα μίας κατανομής των σωματιδίων του συστήματος. Η εντροπία εξαρτάται μόνο από την κατάσταση του συστήματος και μας ενδιαφέρει η **μεταβολή** της μεταξύ δύο καταστάσεων, στις οποίες μεταβαίνει το σύστημα, ανεξάρτητα απ' τον τρόπο που συμβαίνει η μετάβαση. Κατά τη μετάβαση, για παράδειγμα, ενός αερίου απ' την κατάσταση A στην κατάσταση B με δύο ή περισσότερους διαφορετικούς τρόπους, η μεταβολή της εντροπίας του ΔS είναι ίδια σε όλες τις περιπτώσεις, $\Delta S = S_B - S_A$.

Αν το σύστημα υποβάλλεται σε μία κυκλική μεταβολή, όπου ταυτίζεται η αρχική με την τελική κατάσταση, τότε η μεταβολή της εντροπίας του είναι μηδέν.

Ονομάζουμε **ισεντροπική** τη μεταβολή ενός συστήματος, κατά την οποία η εντροπία του δεν μεταβάλλεται. Διαπιστώσαμε παραπάνω ότι η εντροπία S ενός συστήματος συνδέεται με την πιθανότητα P της κατανομής των σωματιδίων του συστήματος, το οποίο βρίσκεται σε θερμοκρασία T . Όμως η πιθανότητα μίας κατανομής έχει σχέση με την ενεργειακή κατάσταση και τη θερμοκρασία του συστήματος. Μπορούμε λοιπόν να υποψιαστούμε ότι και η εντροπία συνδέεται με την ενέργεια.

Πράγματι, έχειδειχθεί ότι σε κάθε αντιστρεπτή

διαδικασία ισχύει για τη μεταβολή της εντροπίας η σχέση:

$$dS = \frac{dQ}{T},$$

όπου: dQ η θερμότητα που απορροφάται ή αποβάλλεται και T η θερμοδυναμική (απόλυτη) θερμοκρασία του συστήματος.



Παράδειγμα

Να υπολογιστεί η μεταβολή της εντροπίας ενός mol νερού κατά την τήξη του, εάν γνωρίζουμε ότι ο πάγος τήκεται σε θερμοκρασία περλίπου 273,1 K, όταν βρίσκεται υπό πίεση 1 atm, απορροφώντας 1435 cal/mol.

Λύση

$$\Delta S_m = \frac{Q}{T}, \quad \Delta S_m = \frac{1435 \text{ cal/mol}}{273,1 \text{ K}},$$

$$\Delta S_m = 5,26 \frac{\text{cal/mol}}{\text{K}}$$



Παρατηρήσεις

- 1) Η σχέση $dS = \frac{dQ}{T}$ ισχύει μόνο για αντιστρεπτές μεταβολές.
- 2) Οι μονάδες της εντροπίας είναι J/K ή cal/K.
- 3) Μπορούμε να υπολογίσουμε τη μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος σε μία αντιστρεπτή μεταβολή a-b από τη σχέση:

$$\Delta S = \int_a^b \frac{dQ}{T}.$$

- 4) Σε αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή, όπου $Q = 0$ έχουμε $\Delta S = 0$.
- 5) Μπορούμε να υπολογίσουμε τη θερμότητα που απορροφάται ή αποβάλλεται σε μια αντιστρεπτή διαδικασία απ' την κατάσταση 1 στην κατάσταση 2 από το ολοκλήρωμα:

$$Q = \int_1^2 T dS.$$

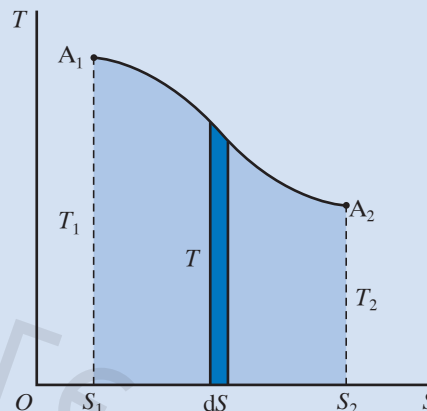
Στο διάγραμμα μίας αντιστρεπτής μεταβολής (σχ. 7.7) που απεικονίζεται σε άξονες T - S , η θερμοότητα είναι ίση με το εμβαδόν του σχήματος που ορίζεται από την καμπύλη $T=T(S)$, τον άξονα S και τις ευθείες $S=S_1$ και $S=S_2$.

6) Διατύπωση του Δεύτερου Θερμοδυναμικού Νόμου σε σχέση με την εντροπία του συστήματος: **Οι πιο πιθανές διαδικασίες που είναι δυνατόν να συμβούν σε ένα απομονωμένο σύστημα είναι αυτές, στις οποίες η εντροπία αυξάνεται ή παραμένει σταθερή.**

7) Αν ένα σύνολο N συστημάτων είναι απομονωμένο με ολική εντροπία S , οι διαδικασίες που συμβαίνουν στο σύνολο των συστημάτων πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \dots + \Delta S_N \geq 0$, δηλαδή μπορεί η εντροπία ενός ή περισσότερων συστημάτων να ελαττώνεται σε μια μεταβολή, όμως η συνολική εντροπία ολόκληρου του συστήματος αυξάνεται ή

παραμένει σταθερή.

8) Η εντροπία είναι ένα μέτρο της απαξίας του συστήματος, λόγω της θερμικής κίνησης, των δομικών του λίθων.



Σχ. 7.7
Διάγραμμα T - S
αντιστρεπτής μεταβολής



ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. α) Να αποδείξετε ότι η ενεργός ταχύτητα των μορίων ενός αερίου υπολογίζεται απ' τη σχέση:

$$u_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

όπου: $R = kN_A$ και M η γραμμομοριακή μάζα του αερίου.

- β) Να υπολογισθεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του υδρογόνου, του οξυγόνου και του αζώτου στην ατμόσφαιρα με την προϋπόθεση ότι συμπεριφέρονται ως ιδανικά αέρια. Δίνονται οι γραμμομοριακές μάζες των H_2 , O_2 , N_2 , αντίστοιχα: 0,002 kg/mol, 0,032 kg/mol, 0,028 kg/mol και $R = 8,31 \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$.

2. Δύο όμοια δοχεία Α και Β περιλαμβάνουν υδρογόνο και οξυγόνο αντίστοιχα σε συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας τέτοιες, ώστε τα αέρια να μπορούν να θεωρηθούν ιδανικά. Η ενεργός

ταχύτητα των μορίων του υδρογόνου είναι 1850 m/s.

- α) Υπολογίστε τον λόγο των ποσοστών των μορίων των δύο αερίων που έχουν ταχύτητες στο διάστημα u_{rms} μέχρι $u_{\text{rms}} + 50$ m/s, λαμβάνοντας υποψη ότι η ποσότητα $\Delta u = 50$ m/s είναι πάρα πολύ μικρή σε σχέση με το u .

- β) Προσπαθήστε να δώσετε ποιοτικά μία σχηματική παράσταση της κατανομής των μοριακών ταχυτήτων των δύο αερίων και στη συνέχεια σχολιάστε το αποτέλεσμα του ερωτήματος Α.

Δίνονται οι γραμμομοριακές μάζες υδρογόνου H_2 , O_2 , αντίστοιχα: 0,002 kg/mol και 0,032 kg/mol.

3. Ένα δοχείο περιέχει 2 kg πάγου στους 0°C . Προσφέρουμε στον πάγο θερμότητα $Q = 3,34 \times 10^3$ J. Τήκεται όλη η ποσότητα και μετατρέπεται σε νερό θερμοκρασίας 0°C . Να υπολογισθεί η αύξηση της εντροπίας του συστήματος.

4. Ποσότητα αερίου υπόκειται σε αντιστρεπτή αδιαβατική εκτόνωση. Να υπολογισθεί η μεταβολή της εντροπίας του συστήματος.
5. Ένα σώμα υψηλής θερμοκρασίας $T_1 = 1000 \text{ K}$ έρχεται σε επαφή με σώμα χαμηλής θερμοκρασίας $T_2 = 300 \text{ K}$, με αποτέλεσμα να μεταφερθεί θερμότητα $Q = 2100 \text{ J}$. Τα δύο σώματα έχουν πολύ μεγάλη μάζα, με αποτέλεσμα να έχουμε αμελητέα μεταβολή στη θερμοκρασία τους από τη διαδικασία αυτή. Να υπολογισθεί η μεταβολή της εντροπίας κάθε σώματος και η μεταβολή της εντροπίας του συστήματος.
6. Ένα σώμα αποβάλλει στην ατμόσφαιρα ποσό θερμότητας $Q = 4000 \text{ J}$. Η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας είναι 300 K και η μεταβολή της εντροπίας του θερμού σώματος είναι $\Delta S = -5000 \text{ J/K}$. Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω πληροφορίες, απαντήστε αν η διεργασία που

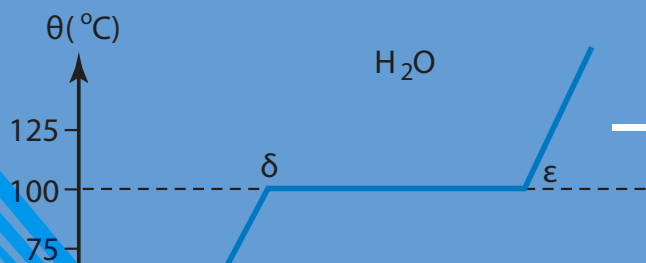
περιγράφεται μπορεί να είναι:

- α) Δυνατή και αντιστρεπτή.
 - β) Δυνατή, αλλά μη αντιστρεπτή και
 - γ) αδύνατη.
7. Ένα θερμικά μονωμένο δοχείο είναι χωρισμένο σε δύο ίσα μέρη από ένα διάφραγμα. Το ένα μέρος περιέχει 1 mol υδρογόνου και το άλλο 1 mol αζώτου σε συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας, όπου τα δύο αέρια θεωρείται ότι έχουν ιδανική συμπεριφορά. Αν απομακρύνουμε το διάφραγμα, ώστε τα δύο αέρια να αναμειχθούν, η μεταβολή της εντροπίας θα είναι θετική, αρνητική ή μηδέν; Υπολογίστε τη μεταβολή της εντροπίας ΔS στην περίπτωση αυτή. Δίνεται:

$$R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

(Υπόδειξη για ισόθερμη μεταβολή: $Q = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$).





8.1 Αλλαγές φάσεων υλικών σωμάτων

Με τον όρο **φάση** ενός υλικού εννοούμε τη στερεή, την υγρή και την αέρια κατάσταση, στην οποία είναι δυνατό να βρίσκεται το υλικό. Στη συνέχεια θυμίζουμε τις διαφορές μεταξύ των τριών καταστάσεων της ύλης.

Στα στερεά σώματα, τα στοιχειώδη δομικά σωματίδια ή δομικοί λίθοι (μόρια, άτομα, ιόντα) διατηρούν σχετικά σταθερές θέσεις και εξασκούν ισχυρές δυνάμεις μεταξύ τους, υπό την επίδραση των οποίων έχουν τη δυνατότητα να εκτελούν ταλαντώσεις γύρω απ' τη θέση ισορροπίας τους. Οι αποστάσεις μεταξύ των δομικών λίθων διατηρούνται σταθερές, γι' αυτό έχουν και συγκεκριμένο σχήμα και όγκο σε δεδομένη θερμοκρασία.

Στα υγρά, οι δυνάμεις μεταξύ των δομικών μονάδων είναι λιγότερο ισχυρές απ' τις δυνάμεις που υπάρχουν στα στερεά. Έτσι, λόγω της θερμικής κίνησης οι δομικοί λίθοι δεν διατηρούνται σε συγκεκριμένες θέσεις, με αποτέλεσμα τα υγρά να μην έχουν συγκεκριμένο σχήμα, αλλά να παίρνουν κάθε φορά το σχήμα του δοχείου που τα περιέχει. Διατηρούν όμως συγκεκριμένο όγκο σε συγκεκριμένη θερμοκρασία.

Στα αέρια, οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων είναι μικρές, με αποτέλεσμα να υπάρχει η δυνατότητα για σημαντική κίνηση των μορίων, κίνηση άτακτη και τυχαία. Τα αέρια παίρνουν το σχήμα του δοχείου που τα περιέχει, δεν έχουν συγκεκριμένο όγκο, αλλά καταλαμβάνουν όλο τον όγκο του δοχείου που τα περιέχει.

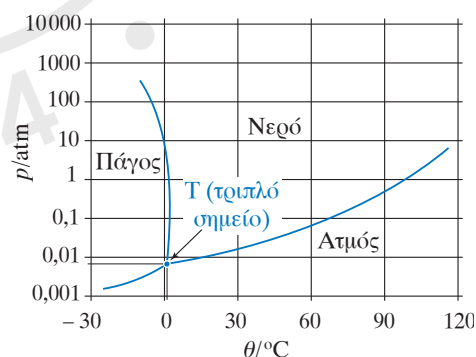
Γενικώς, τα υλικά μπορούν να βρεθούν σε οποιαδήποτε απ' τις τρεις φάσεις της ύλης, εκτός αν διασπώνται πριν την αλλαγή φάσης, όταν αλλάζουν οι διάφορες συνθήκες.

Μεταβάλλοντας τις συνθήκες, στις οποίες βρίσκεται ένα σώμα μπορούμε να μετατρέψουμε τη φάση του. Η μεταβολή αυτή απαιτεί προσφορά ή αφαίρεση θερμότητας. Αν η μεταβολή γίνεται αργά

(ένα είδος ισορροπίας) για όσο χρόνο διαρκεί η μετατροπή της φάσης, η θερμοκρασία του υλικού παραμένει σταθερή, παρόλο που παρέχουμε ή αφαιρούμε θερμότητα απ' το υλικό. Στο διάγραμμα του σχήματος 8.1 απεικονίζονται σε άξονες πίεσης-θερμοκρασίας (p - θ) οι μετατροπές φάσεων του νερού.

Κάθε σημείο (p , θ) στο επίπεδο p - θ αντιστοιχεί σε μια κατάσταση (θερμοδυναμικής) ισορροπίας. Τα σημεία που βρίσκονται εκτός των καμπυλών αντιστοιχούν σε μια φάση, ενώ τα σημεία των καμπυλών σε δυο και το σημείο τομής των τριών καμπυλών σε τρεις φάσεις.

Οι καμπύλες χωρίζουν στο διάγραμμα τις περιοχές του στερεού, του υγρού και του ατμού (αέριο) (σχ. 8.1). Η καμπύλη που διαχωρίζει τη στερεά από την υγρή περιοχή ονομάζεται **καμπύλη τήξης** (ή **πήξης**) και κάθε σημείο της αντιπροσωπεύει ένα ζεύγος τιμών πίεσης και θερμοκρασίας, στις οποίες έχουμε συνύπαρξη (ισορροπία) της στερεής και της υγρής φάσης του υλικού.



Σχ. 8.1

Τριπλό σημείο ως σημείο τομής των καμπυλών εξαέρωσης και εξαχνωσης

Ένα καθαρό υγρό, όταν ψύχεται πολύ αργά, μπορεί να διατηρηθεί σε υγρή κατάσταση ακόμη και όταν η θερμοκρασία του γίνει κατώτερη από τη θερμοκρασία πήξης. Το αποσταγμένο νερό, όταν

ψύχεται πολύ αργά, μπορεί να έχει θερμοκρασία ως -10°C , χωρίς να στερεοποιηθεί. Αν όμως το αναταράξουμε ή του ρίξουμε ένα κομμάτι πάγου, αμέσως η θερμοκρασία του ανεβαίνει στους 0°C και τμήμα του νερού γίνεται πάγος.

Παλαιότερα λέγονταν *κανονικές συνθήκες*, δηλαδή κανονική θερμοκρασία και πίεση, η θερμοκρασία των 0°C ή $273,15\text{ K}$ και η πίεση $1\text{ atm} = 101,325\text{ kPa}$. Σήμερα αυτό έχει αλλάξει και ως κανονική πίεση θεωρείται η πίεση των $100\text{ kPa} = 1\text{ bar}$ (1 μπαρ).

Παλαιότερα όριζαν ως κανονικό σημείο τήξης (ή πήξης) ή κανονική θερμοκρασία τήξης (ή πήξης) τη θερμοκρασία που αντιστοιχεί σε πίεση $1\text{ atm} = 101,325\text{ kPa}$. Σήμερα, που η κανονική πίεση είναι τα $100\text{ kPa} = 1\text{ bar}$, το σημείο (θερμοκρασία) τήξης (πήξης) που αντιστοιχεί σ' αυτήν την κανονική πίεση λέγεται *μπαρικό σημείο τήξης* (πήξης). Το σημείο τήξης σε πίεση 1 atm σήμερα λέγεται *ατμοσφαιρικό σημείο τήξης*.

Επειδή δεν ενδιαφερόμαστε για μεγάλη ακρίβεια, δεν παίζει μεγάλο ρόλο στη θερμοκρασία τήξης η μεταβολή κατά περίπου 1% στον ορισμό της κανονικής πίεσης, οπότε δεν θα δίνεται σημασία στην αυστηρή ορολογία που ισχύει σήμερα.



Παρατήρηση

Αν αναμίξουμε πάγο 0°C και χλωριούχο νάτριο (NaCl) σε αναλογία 3:1 λαμβάνουμε διάλυμα χλωριούχου νατρίου σε νερό και παρατηρούμε ότι η θερμοκρασία του διαλύματος κατεβαίνει μέχρι τους -22°C . Τα μείγματα που προκαλούν πτώση της θερμοκρασίας, ονομάζονται ψυκτικά μείγματα και χρησιμοποιούνται για την παραγωγή χαμηλών θερμοκρασιών.

Η καμπύλη που διαχωρίζει την υγρή από την αέρια φάση ονομάζεται *καμπύλη εξαέρωσης*, ενώ η καμπύλη που διαχωρίζει τη στερεή από την αέρια φάση ονομάζεται *καμπύλη εξάχνωσης*. Παρατηρούμε ότι οι τρεις καμπύλες τέμνονται σε ένα σημείο, που ονομάζεται *τριπλό σημείο* και είναι το μοναδικό σημείο που οι συνθήκες επιτρέπουν τη συνύπαρξη και των τριών φάσεων σε ισορροπία. Για καθαρό νερό η θερμοκρασία του τριπλού σημείου έχει ληφθεί να είναι ίση με $273,16\text{ K}$. Ο πίνακας 8.1 παρουσιάζει το τριπλό σημείο διάφορων υλικών.

Πίνακας 8.1

Πίνακας τριπλού σημείου για διάφορα υλικά

Υλικό	Θερμοκρασία (K)	Πίεση (Pa)
Υδρογόνο	13,84	$0,074 \times 10^5$
Δευτέριο	18,63	$0,171 \times 10^5$
Νέον	24,57	$0,432 \times 10^5$
Οξυγόνο	54,36	$0,001\ 52 \times 10^5$
Άζωτο	63,18	$0,125 \times 10^5$
Αμμωνία	195,40	$0,0607 \times 10^5$
Διοξείδιο του θείου	197,68	$0,001\ 67 \times 10^5$
Διοξείδιο του άνθρακα	216,55	$5,17 \times 10^5$
Νερό	273,16	$0,006\ 10 \times 10^5$

Η «σειρά» μετατροπής φάσεων στερεό-υγρό-αέριο είναι η συνήθης για τα περισσότερα υλικά. Υπάρχουν όμως υλικά, τα οποία μπορούν να μετατραπούν από στερεό σε αέριο χωρίς να περάσουν από την υγρή φάση ή και το αντίστροφο. Η αλλαγή φάσης από στερεό απευθείας σε αέριο ονομάζεται *εξάχνωση*.

Έντονη εξάχνωση παρατηρούμε στο στερεό διοξείδιο του άνθρακα (ξηρός πάγος). Επίσης, εξάχνωση παρατηρούμε στους κρυστάλλους ναφθαλίνης, στο στερεό ιώδιο στον πάγο και στο χιόνι. Παρατηρείται και το αντίστροφο φαινόμενο δημιουργίας παγοκρυστάλλων από υδρατμούς.



Παρατηρήσεις

1) Το σημείο τήξης ενός υλικού μεταβάλλεται με την πίεση που επικρατεί στην επιφάνεια του υλικού. Στα περισσότερα υλικά η επίδραση της πίεσης είναι πολύ μικρή. Στον πάγο η αύξηση της πίεσης προκαλεί μείωση του σημείου τήξης. Υπάρχουν και υλικά, όπως ο μόλυβδος, που η αύξηση της πίεσης προκαλεί αύξηση του σημείου τήξης.

2) Το σημείο τήξης εξαρτάται και από την καθαρότητα του υλικού, δηλαδή η διάλυση ξένων ουσιών σε κάποιο υλικό (διαλύτης) προκαλεί την ταπείνωση του σημείου τήξης αυτού. Παράδειγμα αποτελεί η διάλυση χλωριούχου

νατρίου (αλατιού) στο νερό, που κατεβάζει το σημείο πήξης από τους 0°C στους -20°C περίπου. Για τον λόγο αυτόν, ρίχνουμε αλάτι στους αυτοκινητοδρόμους κατά τη διάρκεια των χιονοπτώσεων και για τον ίδιο λόγο προσθέτουμε στα ψυγεία των αυτοκινήτων γλυκερίνη ή αλκοόλη, ώστε να αποφευχθεί η δημιουργία πάγου τον χειμώνα.

3) Η διαδικασία μετάβασης από την υγρή στην αέρια φάση ονομάζεται **εξάτμιση** και ερμηνεύεται ως εξής: Τα μόρια του υγρού έχουν διάφορες ταχύτητες λόγω της θερμικής τους κίνησης. Ανάλογα με τη θερμοκρασία, στην οποία βρίσκεται το υγρό, αρκετά μόριά του έχουν σχετικά υψηλές ταχύτητες όταν βρεθούν στην επιφάνεια του υγρού, με αποτέλεσμα να καταφέρνουν να υπερνικήσουν τις ελκτικές δυνάμεις των άλλων μορίων και να διαφύγουν στον αέρα· δηλαδή έχουμε μετάβαση από την υγρή φάση στην αέρια.

Η **ταχύτητα εξάτμισης** ενός υγρού εξαρτάται απ' το είδος του (διαμοριακές δυνάμεις), τη θερμοκρασία, το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειάς του, την πίεση που ασκείται στην επιφάνειά του και την πυκνότητα των ατμών που συσσωρεύονται πάνω από την επιφάνειά του (π.χ. για το νερό σημαντικό ρόλο έχει η υγρασία του αέρα και η ύπαρξη ρευμάτων που απομακρύνουν τους ατμούς από την επιφάνειά του).

Η εξάτμιση συμβαίνει σε οποιαδήποτε θερμοκρασία και γίνεται μόνο από την επιφάνεια του υγρού. Η εξάτμιση οδηγεί σε ψύξη του υγρού, διότι κατά τη διαδικασία της διαφεύγουν μόρια με υψηλή κινητική ενέργεια.

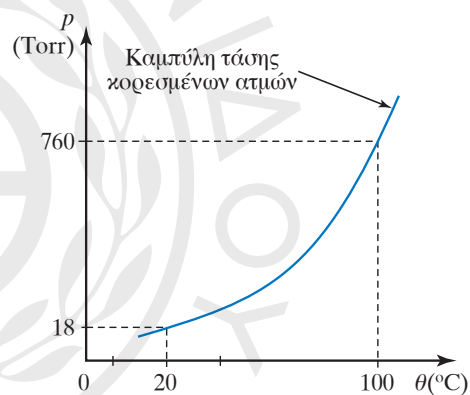
8.2 Κορεσμένοι ατμοί

Ας φανταστούμε τι συμβαίνει στο παρακάτω πείραμα:

Διαθέτουμε δοχείο, στο οποίο έχουμε δημιουργήσει κενό. Εφοδιάζουμε το δοχείο με μανόμετρο και ρίχνουμε μέσα σ' αυτό μερικές σταγόνες αιθέρα (πτητικό υγρό). Παρατηρούμε ότι η πίεση στο μανόμετρο αυξάνει. Η αύξηση αυτή συμβαίνει γιατί ο αιθέρας εξατμίζεται και ο χώρος γεμίζει απ' τους ατμούς του. Εάν ρίξουμε μεγαλύτερη ποσότητα αιθέρα, θα παρατηρήσουμε ότι η πίεση θα αυξηθεί μέχρι μία τιμή και μετά θα παραμείνει σταθερή, ενώ

μια ποσότητα αιθέρα θα παραμείνει σε υγρή κατάσταση. Θα έχουμε μια δυναμική ισορροπία ανάμεσα στην υγρή και την αέρια φάση του υγρού για τη δεδομένη θερμοκρασία. Στην ισορροπία αυτή όσα μόρια του υγρού εξατμίζονται, άλλα τόσα υγροποιούνται. Στην κατάσταση αυτή λέμε ότι έχουμε κορεσμένους ατμούς και η πίεση που προκαλούν ονομάζεται **τάση των κορεσμένων ατμών**.

Τάση ατμών ενός υγρού (ή στερεού) σε μία ορισμένη θερμοκρασία ονομάζεται η πίεση των ατμών του σώματος, όταν ατμοί και υγρό (ή ατμοί και στερεό) βρίσκονται σε ισορροπία στη θερμοκρασία αυτή (σχ. 8.2). Η τάση ατμών εκφράζει για μια ορισμένη θερμοκρασία την ευκολία ή δυσκολία με την οποία εξατμίζεται ένα υγρό ή εξαχνώνεται ένα στερεό. Έτσι, μία «μεγάλη τάση ατμών» φανερώνει την ευκολία της εξάτμισης ή εξαχνωσης μιας χημικής ουσίας και αντιστρόφως.



Σχ. 8.2

Η τάση ατμών ενός σώματος σε σχέση με τη θερμοκρασία

Για την επίτευξη της παραπάνω ισορροπίας απαιτείται κάποιο χρονικό διάστημα, στη διάρκεια του οποίου κάθε στιγμή η ταχύτητα δημιουργίας ατμού είναι μεγαλύτερη απ' την ταχύτητα της αντίστροφης διαδικασίας. Η παραπάνω ισορροπία είναι δυναμική και όχι στατική, που σημαίνει ότι σε κάθε στιγμή ποσότητες απ' το σώμα αλλάζουν φάση, αλλά με ίσους ρυθμούς. Σώματα με μεγάλη τάση ατμών ονομάζονται **πτητικά**.

Η τάση ατμών ενός σώματος εξαρτάται τόσο από τη φύση του σώματος, όσο και από τη θερμοκρασία του. Όταν αυξάνεται η θερμοκρασία, αυξάνεται και η πίεση των ατμών στην ισορροπία.

Η εξάτμιση συμβαίνει από την επιφάνεια του

υγρού. Έχουμε βρασμό όταν δημιουργούνται φυσαλίδες αέριας φάσης σε όλο τον όγκο του υγρού. Για να συμβεί αυτό, πρέπει η τάση ατμών να είναι ίση με την «εξωτερική» πίεση που ασκείται στη φυσαλίδα. Αυτή είναι περίπου ίση με την πίεση που ασκείται στην επιφάνεια του υγρού, αν το βάθος του υγρού δεν είναι μεγάλο και μπορεί να αγνοηθεί η επιφανειακή τάση στη φυσαλίδα. Η τάση ατμών αυξάνεται με τη θερμοκρασία, επομένως όσο μεγαλύτερη είναι η εξωτερική πίεση, τόσο μεγαλύτερη η θερμοκρασία που γίνεται ο βρασμός, δηλαδή η **θερμοκρασία βρασμού**. Η τάση ατμών του νερού στους 100 °C είναι περίπου 1 atm, γι' αυτό στην επιφάνεια της Γης, όπου η πίεση είναι περίπου 1 atm, το νερό βράζει στους 100 °C. Σε μεγαλύτερα υψόμετρα, όπως σε ψηλά βουνά, βράζει σε χαμηλότερη θερμοκρασία. Η θερμοκρασία βρασμού εξαρτάται και απ' την καθαρότητα του υγρού: για παράδειγμα αυξάνεται αν υπάρχουν σ' αυτό διαλυμένες μη πτητικές ουσίες. Το φαινόμενο της αύξησης της θερμοκρασίας βρασμού με την πίεση βρίσκει εφαρμογή στις οικιακές χύτρες ταχύτητας και σε συστήματα αποστείρωσης που χρησιμοποιούν θερμοκρασίες πάνω από 100–130 °C.



Παρατηρήσεις

Η τάση ατμών στα διαλύματα μη πτητικών ουσιών, εκτός απ' τη φύση του διαλύτη και τη θερμοκρασία, εξαρτάται και από τη συγκέντρωση του διαλυμένου σώματος. Αυτό συμβαίνει διότι στην επιφάνεια του καθαρού διαλύτη ορισμένα από τα μόριά του υπερνικούν τις δυνάμεις συνοχής και μεταπηδούν στην αέρια φάση και αποκαθίσταται τελικά η δυναμική ισορροπία με κάποια πίεση που χαρακτηρίζει τον διαλύτη. Όταν στον διαλύτη αυτόν διαλυθεί μια μη πτητική ουσία, τότε στην επιφάνεια του διαλύματος θα υπάρχουν μόρια και του διαλύτη και της διαλυμένης ουσίας, άρα θα αντιστοιχούν λιγότερα μόρια του διαλύτη ανά μονάδα επιφάνειας. Συνεπώς, ο αριθμός των μορίων που θα έχουν τη δυνατότητα να «μεταπηδήσουν» σε αέρια κατάσταση θα είναι μικρότερος, άρα, όταν επακολουθήσει ισορροπία, η πίεση που θα ασκούν οι ατμοί του διαλύματος θα είναι μικρότερη εκείνης του καθαρού διαλύτη.

8.3 Θερμότητες μεταβολής φάσεων

Όπως έχουμε αναφέρει, είναι δυνατό να μετατραπεί η φάση κάθε υλικού από στερεή σε υγρή. Η μετατροπή αυτή ονομάζεται **τήξη** και συμβαίνει για μια ορισμένη θερμοκρασία, κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες πίεσης με προσφορά θερμότητας.

Η τήξη δε γίνεται με τον ίδιο τρόπο σε όλα τα σώματα. Τα κρυσταλλικά σώματα (πάγος, ναφθαλίνη) μεταβαίνουν απότομα από τη στερεή στην υγρή κατάσταση και το φαινόμενο αυτό ονομάζεται κρυσταλλική τήξη. Όμως άλλα σώματα (κερί, σίδηρος, γυαλί) μεταβαίνουν αργά – αργά από τη στερεή στην υγρή κατάσταση και περνούν από μία ενδιάμεση κατάσταση που έχει πλαστικότητα.

Έστω στερεό, στο οποίο προσφέρουμε θερμότητα με ορισμένο ρυθμό. Η θερμοκρασία του στερεού αυξάνεται, καθώς αυτό απορροφά θερμότητα, μέχρι να φτάσει στη θερμοκρασία τήξης. Τότε, ενώ απορροφά θερμότητα, η θερμοκρασία του παραμένει σταθερή, μέχρι να μετατραπεί όλο το στερεό σε υγρό. Η θερμότητα που απορροφά στη διαδικασία αυτή καταναλώνεται όλη για τη μετατροπή της στερεής φάσης σε υγρή.

Αυτή η θερμότητα εξαρτάται απ' το υλικό και είναι ανάλογη της μάζας που αλλάζει φάση. Υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Q = L_T m,$$

όπου το μέγεθος L_T ονομάζεται **θερμότητα τήξης** (παλαιότερα λεγόταν λανθάνουσα θερμότητα τήξης) και στο SI έχει μονάδα το 1 J/kg. Η θερμότητα τήξης εκφράζει την ποσότητα θερμότητας που απαιτείται για την πλήρη τήξη 1 kg από το υλικό.

Η αντίστροφη διαδικασία συμβαίνει όταν αποβάλλεται θερμότητα από ένα υγρό, δηλαδή η θερμοκρασία του ελαττώνεται μέχρι να φτάσει στο σημείο πήξης. Στη συνέχεια, και ενώ συνεχίζουμε να αφαιρούμε θερμότητα, η θερμοκρασία παραμένει σταθερή, μέχρι να στερεοποιηθεί όλο το υλικό. Μετά τη στερεοποίηση, η αποβολή θερμότητας οδηγεί σε μείωση της θερμοκρασίας.

Ανάλογο είναι αυτό που συμβαίνει στην εξαέρωση και στον βρασμό, ο οποίος είναι ένα είδος εξαέρωσης. Στην περίπτωση της εξαέρωσης, μελετούμε την εξαέρωση κατά τον βρασμό. Έτσι, όταν το υγρό απορροφά θερμότητα, αυξάνεται η θερμοκρασία του, μέχρι να φτάσει στη θερμοκρασία βρασμού. Στη συνέχεια, ενώ απορροφά θερμότητα, η θερμοκρασία του παραμένει σταθερή, μέχρι να έχουμε

μετατροπή όλης της μάζας του σε αέριο ίδιας θερμοκρασίας (σχ. 8.3).

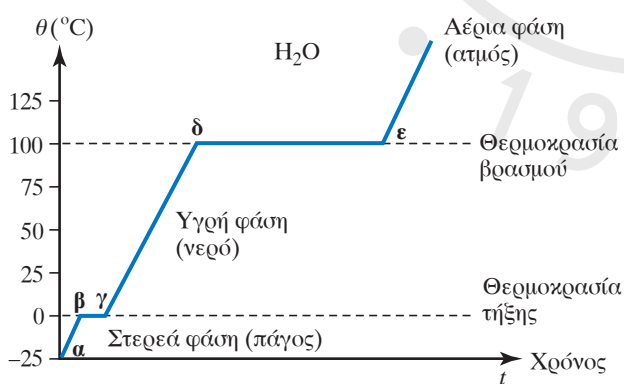
Για τη θερμότητα έχουμε τη σχέση:

$$Q = L_B m$$

όπου το μέγεθος L_B ονομάζεται **θερμότητα εξαερώσεως** ή **θερμότητα βρασμού**, εξαρτάται απ' το υλικό και εκφράζει την ποσότητα θερμότητας που απαιτείται για την πλήρη εξαερώση με βρασμό 1 kg υγρού. Για το νερό που βράζει στην επιφάνεια της Γης έχουμε (περίπου) $L_B = 539 \text{ cal/g} = 2,26 \times 10^6 \text{ J/kg}$.

Το αντίστροφο φαινόμενο του βρασμού είναι η **υγροποίηση**, δηλαδή η μετατροπή της αέριας φάσεως σε υγρή. Την υγροποίηση την επιτυγχάνουμε με αφαίρεση θερμότητας από το αέριο.

Από **α** έως **β** υπάρχει πάγος, από **β** έως **γ** συνυπάρχουν πάγος και νερό και από **γ** έως **δ** υπάρχει μόνο νερό. Το σημείο **δ** είναι το σημείο βρασμού (αρχίζει η ατμοποίηση του νερού) δηλαδή το νερό είναι στο σημείο κορεσμένου υγρού, οπότε αν θερμανθεί λίγο θα αρχίσει να μετατρέπεται σε αέριο. Από **δ** έως **ε** συνυπάρχουν νερό και ατμός. Στο σημείο **ε** ο ατμός λέγεται κορεσμένος δηλαδή αν τον ψύξουμε λίγο θα αρχίσει η υγροποίηση. Αν θερμανθεί ο κορεσμένος ατμός και η θερμοκρασία του υπερβεί τους 100°C λέμε ότι ο ατμός είναι υπέρθερμος. Αντίστοιχα, το νερό όταν είναι κάτω από τους 100°C λέγεται υπόψυκτο. Αν θερμανθεί ο κορεσμένος ατμός αυτός λέγεται υπέρθερμος. Αν ψύξουμε το κορεσμένο νερό, αυτό γίνεται υπόψυκτο. Σε όλες τις παραπάνω μεταβολές η πίεση θεωρείται συνεχώς σταθερή.



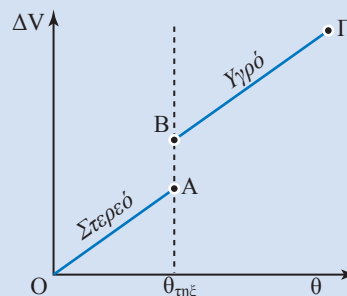
Σχ. 8.3

Μεταβολή φάσεων νερού



Παρατήρηση

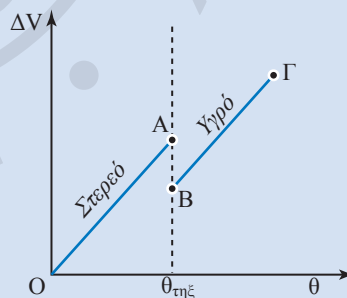
Όλα σχεδόν τα σώματα, όταν τήκονται, αποκτούν μεγαλύτερο όγκο (σχ. 8.4). Υπάρχουν



Σχ. 8.4

Αύξηση του όγκου σώματος κατά την τήξη

όμως σώματα (βισμούθιο, πάγος, σίδηρος,) που όταν τήκονται μειώνεται ο όγκος τους (σχ. 8.5). Το αντίστροφο φαινόμενο παρατηρείται όταν συμβαίνει η πήξη ενός υγρού. Όταν ένα λίτρο (1.000 cm^3) νερού θερμοκρασίας 0°C , γίνει πάγος 0°C ο όγκος του αυξάνεται κατά 90 cm^3 . Επειδή η αύξηση του όγκου είναι σημαντική, στα τοιχώματα του δοχείου που περιέχει νερό, αναπτύσσονται μεγάλες δυνάμεις, ικανές να σπασούν το δοχείο. Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται το χειμώνα στους σωλήνες ύδρευσης, στα ψυγεία των αυτοκινήτων και στους τριχοειδείς σωλήνες των φυτών. Στο φαινόμενο αυτό οφείλεται η καταστροφή της συνοχής των πετρωμάτων (αποσάθρωση).



Σχ. 8.5

Μείωση του όγκου σώματος κατά την τήξη

8.4 Υγρασία απόλυτη και σχετική. Σημείο δρόσου

Απόλυτη υγρασία ονομάζεται η ποσότητα των υδρατμών ανά μονάδα όγκου αέρα, συνήθως μετριέται σε g/m^3 , ενώ στο SI σε kg/m^3 . Πρόκειται δηλαδή για την πυκνότητα του αέρα σε υδρατμούς

και υπολογίζεται από τον τύπο: $a = m/V$, όπου: m η μάζα των υδρατμών που περιέχονται σε όγκο V .

Η ικανότητα του αέρα να συγκρατεί μικρή ή μεγάλη ποσότητα υδρατμών εξαρτάται απ' τη θερμοκρασία του.

Σχετική υγρασία χαρακτηρίζεται ο λόγος της μάζας m υδρατμών που περιέχει ο αέρας, προς εκείνη τη μάζα των υδρατμών, τους οποίους μπορεί να περιέχει (υπό την ίδια θερμοκρασία και πίεση) όταν έχει κορεσθεί (μέγιστη μάζα υδρατμών).

Η σχετική υγρασία εκφράζεται **επί τοις %** και περιγράφεται από τη μαθηματική σχέση:

$$\Sigma_v = \frac{m}{m_{\kappa\upsilon}} \times 100$$

όπου m η ποσότητα των υπαρχόντων υδρατμών και $m_{\kappa\upsilon}$ η ποσότητα που καθιστά τον αέρα κορεσμένο, οπότε έχει τη μέγιστη τάση υδρατμών.



Παρατήρηση

1) Η υγρασία της ατμόσφαιρας έχει άμεση επίδραση στην αποβολή ύδατος από το ανθρώπινο σώμα που γίνεται με την εξάτμιση από το δέρμα, ρυθμίζοντας έτσι τη θερμοκρασία του σώματος. Ο αέρας όταν βρίσκεται πολύ κοντά στο σημείο κορεσμού, λόγω της μεγάλης περιεκτικότητας των υδρατμών, προκαλεί στον άνθρωπο αίσθημα δυσφορίας και δυσχεραίνει την αναπνοή και την αποβολή του ύδατος από το δέρμα. Όταν ακόμη αυτό συνδυάζεται και με υψηλή θερμοκρασία, τότε υπάρχει κίνδυνος θερμοπληξίας.

2) Η δρόσος είναι το φυσικό φαινόμενο, κατά το οποίο οι υπάρχοντες υδρατμοί στην ατμόσφαιρα κοντά στο έδαφος συμπυκνώνονται σε μεγάλες σταγόνες νερού που καλύπτουν κάθε αντικείμενο.

3) **Σημείο δρόσου** ονομάζεται η θερμοκρασία, στην οποία όταν ψυχθεί ο αέρας με δεδομένη σταθερή πίεση, γίνεται κορεσμένος λόγω των υδρατμών που ήδη περιέχει.

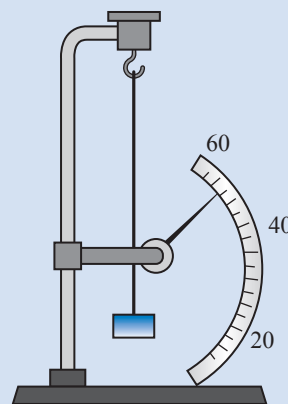
Το φαινόμενο παρατηρείται ιδιαίτερα τις νύχτες, οπότε δεν υπάρχουν σύννεφα για να προστατεύουν την επιφάνεια της Γης, και όταν δεν φυσάει άνεμος. Η Γη ακτινοβολεί συνεχώς θερμότητα στην ατμόσφαιρα, με αποτέλεσμα να ψύχεται η επιφάνειά της. Τα μόρια των υδρατμών λοιπόν που υπάρχουν σ' αυτό το πολύ

χαμηλό ύψος, αγγίζοντας τις ψυχρές επιφάνειες των σωμάτων αρχίζουν να συμπυκνώνονται και να κολλούν σ' αυτές, έλκοντας και άλλα μόρια υδρατμών και σχηματίζοντας έτσι υδροσταγόνες. Η θερμοκρασία κορεσμού της ατμόσφαιρας ή το «σημείο δρόσου» μπορεί να είναι οποιαδήποτε θερμοκρασία, πάνω απ' το 0°C . Η θερμοκρασία αυτή εξαρτάται απ' την υγρασία που επικρατεί.

Στα μετεωρολογικά δελτία δίνεται η θερμοκρασία του αέρα και το σημείο δρόσου, γιατί οι δύο αυτές θερμοκρασίες όταν συσχετίζονται μας δίνουν ποιοτικά την κατάσταση του αέρα ως προς τον κορεσμό του. Για παράδειγμα, αν η θερμοκρασία σε μια περιοχή είναι 15°C και το σημείο δρόσου είναι 6°C , σημαίνει ότι ο αέρας απέχει πολύ από το να κορεσθεί. Όταν όμως η θερμοκρασία είναι 8°C και το σημείο δρόσου 7°C , τότε ο αέρας είναι πολύ κοντά στον κορεσμό και άρα υπάρχει πιθανότητα δημιουργίας ομίχλης. Η διαφορά θερμοκρασίας εδάφους και σημείου δρόσου είναι σημαντική στην πρόγνωση της ομίχλης.

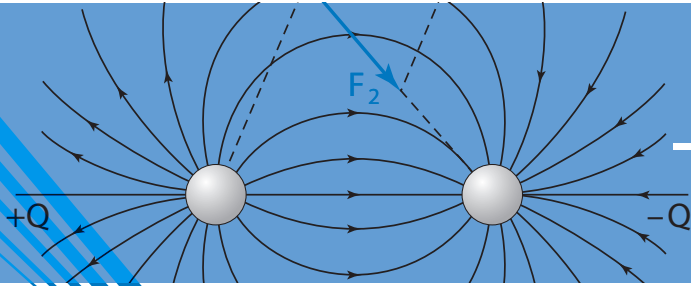
Ο κορεσμένος αέρας έχει **σχετική υγρασία** 100 %, ενώ ο τελείως ξηρός αέρας έχει υγρασία 0 %. Η μέτρηση της υγρασίας της ατμόσφαιρας πραγματοποιείται με ειδικά μετεωρολογικά όργανα, τα **υγρόμετρα**.

Το πιο απλό υγρόμετρο είναι το υγρόμετρο απορρόφησης (σχ. 8.6), που βασίζεται στην ιδιότητα της ζωικής τρίχας να επιμηκύνεται στον υγρό αέρα. Η βαθμολογημένη κλίμακα δείχνει τη σχετική υγρασία σε εκατοστά. Το όργανο αυτό είναι πολύ εύχρηστο αλλά δεν έχει μεγάλη ακρίβεια.



Σχ. 8.6

Υγρόμετρο απορρόφησης



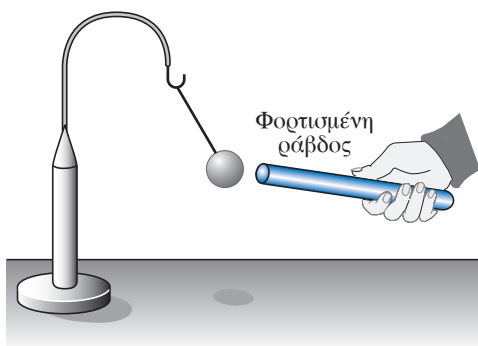
9.1 Θετικά και αρνητικά φορτία

Όταν δύο διαφορετικά υλικά σώματα έρθουν σε στενή επαφή μεταξύ τους (π.χ. τρίβοντας το ένα με το άλλο) ακόμη και αν μετά απομακρυνθούν λίγο, ασκούν δυνάμεις το ένα στο άλλο ή και σε άλλα σώματα που τα πλησιάζουν. Τα υλικά αυτά αποκτούν ηλεκτρικό φορτίο (ηλεκτρίζονται). Η δύναμη που ασκείται μεταξύ των ηλεκτρισμένων σωμάτων ονομάζεται **ηλεκτρική**. Τα φαινόμενα που προκαλούνται από τα ηλεκτρισμένα σώματα ονομάζονται **ηλεκτρικά φαινόμενα** και η συστηματική τους μελέτη ξεκίνησε τον 16^ο αιώνα από τον Άγγλο φυσικό και ιατρό της Ελισάβετ, Gilbert William (1544-1604).

Ένα απλό όργανο μελέτης των ηλεκτρικών φαινομένων είναι το ηλεκτροσκόπιο, που σε μια παραλλαγή του είναι ένα είδος (ηλεκτρικού) εκκρεμούς. Αποτελείται από ελαφρύ σφαιρίδιο, κατασκευασμένο από φελλό ή χαρτί, που έχει αναρτηθεί με μεταξωτό νήμα σε σταθερό σημείο (σχ. 9.1). Η λειτουργία του είναι πολύ απλή:

1) Αν το σώμα που φέρνουμε κοντά στο σφαιρίδιο είναι φορτισμένο, τότε το σφαιρίδιο έλκεται και παρατηρούμε εκτροπή του νήματος από την κατακόρυφη θέση του (σχ. 9.1).

2) Αν το σώμα που φέρνουμε κοντά στο σφαιρί-



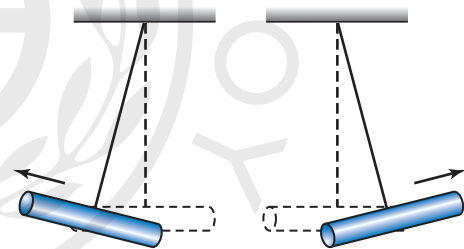
Σχ. 9.1

Το ηλεκτρικό εκκρεμές έλκεται από τη φορτισμένη ράβδο

διο δεν είναι φορτισμένο, τότε το σφαιρίδιο παραμένει ακίνητο.

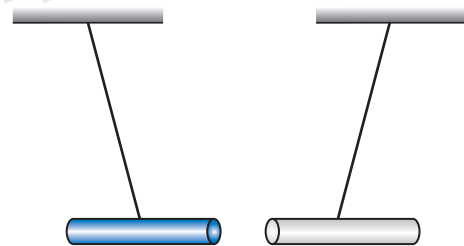
Οι ηλεκτρικές δυνάμεις μπορούν να ασκηθούν από απόσταση και είναι ελκτικές ή απωστικές.

Δύο γυάλινες ράβδοι που τρίφτηκαν με μεταξωτό ύφασμα και έχουν αναρτηθεί με μεταξωτό σχοινί, όταν έρθουν κοντά, απωθούν η μία την άλλη (σχ. 9.2). Αν όμως μία γυάλινη ράβδος τριφτεί με μεταξωτό ύφασμα και μία από εβονίτη (σκληρό σκούρο μονωτικό υλικό που προέρχεται από τη θείωση του καουτσούκ) με μάλλινο ύφασμα, τότε όταν θα έρθουν κοντά, παρατηρούμε ότι η μία έλκει την άλλη (σχ. 9.3).



Σχ. 9.2

Το ομώνυμα απωθούνται



Σχ. 9.3

Τα ετερόνυμα έλκονται

Τα πειράματα αυτά μπορούμε να τα ερμηνεύσουμε παραδεχόμενοι την ύπαρξη μιας φυσικής οντότητας, και ονομάζεται **ηλεκτρικό φορτίο** που αποτελεί θεμελιώδη ιδιότητα της ύλης. Υπάρχει σε

δύο μορφές, **θετικό** (+), που εμφανίζεται στο γυαλί όταν το τρίψουμε με μεταξωτό ύφασμα, και **αρνητικό** (-), που εμφανίζεται στον εβονίτη, όταν τον τρίψουμε με μάλλινο ύφασμα.

Ομώνυμα (ή ομόσημα ή ίδιου τύπου) φορτία ονομάζονται τα φορτία εκείνα που έχουν το ίδιο πρόσημο, δηλαδή είναι θετικά ή αρνητικά. **Ετερόνυμα** (ή ετερόσημα ή αντίθετα) φορτία, ονομάζονται δύο φορτία που το ένα είναι θετικό και το άλλο αρνητικό. Τα ετερόνυμα φορτία έλκονται, ενώ τα ομώνυμα φορτία απωθούνται. Ο ηλεκτρισμός διακρίνεται σε **στατικό** (όπου τα ηλεκτρικά φορτία ακινητούν) και σε **δυναμικό** (όπου τα ηλεκτρικά φορτία κινούνται).

Ο Otto von Guericke, Γερμανός επιστήμονας του 17^{ου} αιώνα γνωστός για τις μελέτες του στην ατμοσφαιρική πίεση, ερευνώντας τον στατικό ηλεκτρισμό κατασκεύασε μία σφαίρα από θειάφι, μεγέθους κολοκύθας και την κρέμασε έτσι, ώστε να μπορεί να στριφογυρίζει μέσα στα χέρια του. Όταν την έτριβε με αυτό τον τρόπο η σφαίρα μπορούσε να έλκει κομματάκια χαρτιού και κουρέλια. Ο von Guericke έμεινε κατάπληκτος ανακαλύπτοντας ότι μία λινή κλωστή, δεμένη στη σφαίρα, είχε την ίδια ελκτική δύναμη με τη σφαίρα. Είχε καταφέρει να κατασκευάσει μία γεννήτρια στατικού ηλεκτρισμού και να προκαλέσει την πρώτη ροή ηλεκτρικού ρεύματος.

Σήμερα, η ηλεκτροση των σωμάτων εξηγείται με τη γνώση μας για την ατομική δομή της ύλης.

9.1.1 Εμφάνιση των δύο ηλεκτρικών φορτίων

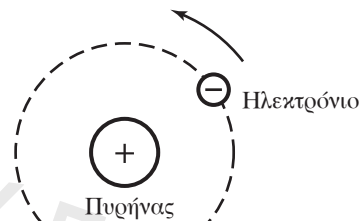
Όλα τα άτομα δεν είναι όμοια μεταξύ τους. **Απλά** σώματα ονομάζονται όσα αποτελούνται από ένα μόνο είδος μορίων και **σύνθετα** όσα αποτελούνται από δύο ή περισσότερα απλά σώματα. Το κάθε άτομο αποτελείται από τον πυρήνα, ο οποίος περιέχει τα νουκλεόνια (πρωτόνια και νετρόνια) και τα ηλεκτρόνια που περιστρέφονται γύρω απ' αυτόν (πίν. 9.1).

Πίνακας 9.1

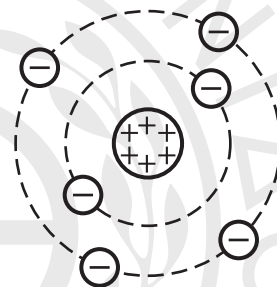
Ιδιότητες των 3 σωματιδίων του ατόμου

Σωματίο	Σύμβολο	Φορτίο	Μάζα
Πρωτόνιο	p	+e	$1,6726 \cdot 10^{-27}$ kg
Νετρόνιο	n	0	$1,6749 \cdot 10^{-27}$ kg
Ηλεκτρόνιο	e	-e	$9,1094 \cdot 10^{-31}$ kg

Σύμφωνα με το παλιό απλό ατομικό μοντέλο, το άτομο μοιάζει με μια μικρογραφία του πλανητικού συστήματος, με τα ηλεκτρόνια στη θέση των πλανητών να περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα σε κυκλικές (ή ελλειπτικές) τροχιές (σχ. 9.4 και σχ. 9.5), οι οποίες ονομάζονται στοιβάδες ή φλοιοί (K, L, M, N, O, P, Q). Κάθε στοιβάδα περιλαμβάνει υποστοιβάδες (s, p, d, f).



Σχ. 9.4
Το άτομο του υδρογόνου



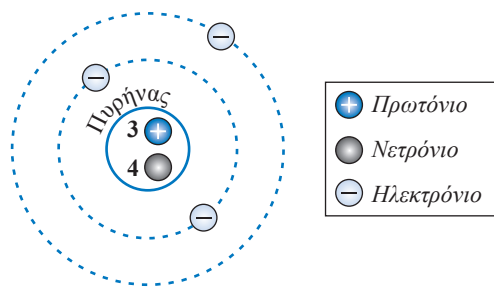
Σχ. 9.5
Το άτομο του άνθρακα

Τα ηλεκτρόνια είναι σωματίδια αρνητικά φορτισμένα, τα πρωτόνια θετικά φορτισμένα και τα νετρόνια δεν έχουν ηλεκτρικό φορτίο (ουδέτερα). Το φορτίο του πρωτονίου είναι συγκεκριμένο, θετικό, ονομάζεται **στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο**, συμβολίζεται με το γράμμα *e* και ισούται με $1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Το ηλεκτρόνιο έχει φορτίο ίδιου μέτρου με το πρωτόνιο, αλλά αρνητικό.

Η μάζα του πρωτονίου ισούται περίπου με τη μάζα του νετρονίου και έχει 1836 φορές τη μάζα του ηλεκτρονίου. Τα ηλεκτρικά φαινόμενα οφείλονται στα φορτία, που έχουν τα παραπάνω στοιχειώδη σωματίδια. Όλα τα ηλεκτρόνια είναι όμοια μεταξύ τους, όπως και τα πρωτόνια και τα νετρόνια.

Ο πυρήνας των ατόμων είναι θετικά φορτισμένος. Υπό κανονικές συνθήκες όλα τα άτομα εμφανίζονται ως ηλεκτρικώς ουδέτερα, δηλαδή έχουν τόσο αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο όσο και θετικό (σχ. 9.6).

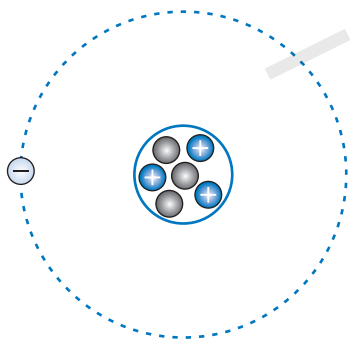
Αν αφαιρεθούν ηλεκτρόνια από ένα σώμα (π.χ. λόγω τριβής) και μεταφερθούν σε άλλο, τότε το πρώτο σώμα έχει λιγότερα ηλεκτρόνια απ' όσα απαιτούνται για να είναι ουδέτερο. Συνεπώς, θα είναι



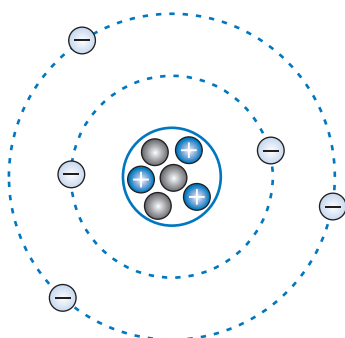
Σχ. 9.6
Δομή ατόμου

φορτισμένο θετικά. Ένα θετικά φορτισμένο άτομο ή μόριο ονομάζεται **θετικό ιόν** (ή κατιόν) (σχ. 9.7).

Το δεύτερο σώμα που έλαβε τα ηλεκτρόνια, έχει πλεόνασμα αρνητικού φορτίου και συνεπώς εμφανίζεται αρνητικά φορτισμένο. Ένα αρνητικά φορτισμένο άτομο ή μόριο ονομάζεται **αρνητικό ιόν** (ή ανιόν) (σχ. 9.8). Τα ιόντα είναι άτομα (ή συγκροτήματα ατόμων, όπως η ρίζα αμμωνίου NH_4^+) με περίσσεια ή έλλειψη ηλεκτρονίων. Το φαινόμενο της δημιουργίας ιόντων ονομάζεται ιονισμός ή ιοντισμός. Ένα σώμα είναι ηλεκτρικά φορτισμένο, όταν έχει πλεόνασμα ή έλλειμμα ηλεκτρονίων. Συνεπώς, όταν ένα σώμα είναι αφόρτιστο, έχει ηλεκτρικά φορτία, αλλά το συνολικό θετικό του φορτίο ισούται με το συνολικό αρνητικό του φορτίο.



Σχ. 9.7
Κατιόν



Σχ. 9.8
Ανιόν

9.1.2 Ιδιότητες του ηλεκτρικού φορτίου

Το ηλεκτρικό φορτίο είναι **μονόμετρο φυσικό μέγεθος** στο SI και μετριέται σε coulomb (C).

Στη φύση υπάρχουν **δύο διαφορετικά είδη** ηλεκτρικού φορτίου, το θετικό και το αρνητικό.

Μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων **αναπτύσσονται δυνάμεις**. Τα ομώνυμα φορτία απωθούνται, τα ετερόνυμα φορτία έλκονται.

Τα ηλεκτρικά φορτία **αναπτύσσονται στα διάφορα υλικά σώματα** όταν υπάρξουν οι κατάλληλες προς τούτο συνθήκες (π.χ. τριβή με ύφασμα).

Αντικείμενα απ' το ίδιο υλικό που ηλεκτρονίζονται με όμοιο τρόπο, **πάντοτε απωθούνται**.

Αντικείμενα από διαφορετικά υλικά που ηλεκτρονίζονται με διαφορετικό τρόπο, **είναι δυνατό να έλκονται ή να απωθούνται**.

Το φορτίο είναι **κβαντωμένο μέγεθος**, δηλαδή κάθε φορτίο στη φύση είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της στοιχειώδους ποσότητας $e = 1,6021892 \cdot 10^{-19}$ C. Συνεπώς, το ηλεκτρικό φορτίο ενός σώματος είναι πάντοτε ακέραιο πολλαπλάσιο του στοιχειώδους ηλεκτρικού φορτίου, δηλαδή $q = n \cdot e$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Όταν ένα σώμα αποβάλλει 10 ηλεκτρόνια, τότε αυτό παρουσιάζει έλλειμμα ηλεκτρονίων, άρα το φορτίο του είναι θετικό,

$$q = +10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Όταν ένα σώμα προσλάβει 5 ηλεκτρόνια, τότε το σώμα παρουσιάζει πλεόνασμα (ή περίσσειμα) ηλεκτρονίων, άρα το φορτίο του είναι αρνητικό $q = -5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C.}$

Το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο **διατηρείται** δηλαδή ισχύει η **Αρχή Διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου**, σύμφωνα με την οποία: «**Σε μονωμένο ηλεκτρικό σύστημα σωμάτων ή σε ολόκληρο το σύμπαν, δηλαδή σε σύστημα, στο οποίο δεν μπορούν να έρθουν ούτε να φύγουν ηλεκτρικά φορτία, το ολικό φορτίο του συστήματος παραμένει σταθερό**».

Αυτό σημαίνει ότι αν ένα μονωμένο σύστημα σωμάτων είναι αρχικά ουδέτερο και μέσα στο σύστημα παράγονται θετικά και αρνητικά φορτία, το αλγεβρικό άθροισμα των φορτίων θα είναι πάντοτε μηδέν. Το φορτίο δεν δημιουργείται και δεν καταστρέφεται ποτέ. Είναι άφθαρτο. Τα ηλεκτρόνια ούτε παράγονται ούτε καταστρέφονται. Επειδή τα ηλεκτρικά φορτία οφείλονται στις μετακινήσεις των ηλεκτρονίων από το ένα σώμα στο άλλο, το συνολικό φορτίο στη φύση παραμένει σταθερό.



Παραδείγματα

1. Έστω δύο μεταλλικές σφαίρες Α και Β που έχουν φορτία q_A και q_B αντίστοιχα. Τις φέρνουμε σε επαφή και έστω ότι αποκοτούν φορτία q_A' και q_B' . Σύμφωνα με την Αρχή Διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου, θα ισχύει ότι $q_{ΟΛΙΚΟ (ΜΕΤΑ)} = q_{ΟΛΙΚΟ (ΠΡΙΝ)}$, άρα $q_A' + q_B' = q_A + q_B$.

2. Όταν τρίβουμε γυάλινη ράβδο με μεταξωτό ύφασμα, τότε μεταφέρονται ηλεκτρόνια από τη ράβδο στο ύφασμα. Η ράβδος εμφανίζει έλλειμμα, ενώ το ύφασμα πλεόνασμα ηλεκτρονίων. Συνεπώς, η ράβδος αποκτά θετικό φορτίο, ενώ το ύφασμα αρνητικό. Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που μετακινήθηκαν από τη ράβδο ισούται με το πλήθος των ηλεκτρονίων που πήγαν στο μεταξωτό ύφασμα. Άρα, αν $+q$ είναι το φορτίο που αποκτά η ράβδος, τότε $-q$ είναι το φορτίο που έχει το μεταξωτό ύφασμα.

9.1.3 Μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού φορτίου

Στο SI μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού φορτίου είναι το coulomb (συντομογραφία C) που ορίζεται ως το φορτίο που διέρχεται από διατομή αγωγού, σε χρόνο 1 s, όταν ο αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα 1 ampere (1 A). Επειδή το 1 C είναι πολύ μεγάλη μονάδα, συχνά χρησιμοποιούμε μικρότερες μονάδες μέτρησης, υποπολλαπλασιάσά του, όπως:

$$1 \text{ mC} = 10^{-3} \text{ C (χιλιοστοκουλόμπ, μιλικουλόμπ),}$$

$$1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C (μικροκουλόμπ).}$$

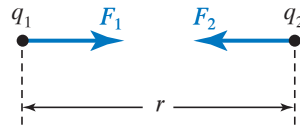
$$1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C (νανοκουλόμπ), } 1 \text{ pC} = 10^{-12} \text{ C (πικοκουλόμπ).}$$

Προκειμένου υπολογίσουμε συνολικό φορτίο δύο ή περισσότερων σωμάτων, προσθέτουμε αλγεβρικά τα φορτία τους. Αν το συνολικό φορτίο σώματος (ή συστήματος σωμάτων) είναι μηδέν, τότε λέμε ότι το σώμα (ή το σύστημα σωμάτων) είναι ηλεκτρικά ουδέτερο.

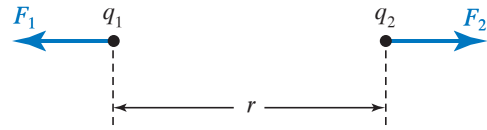
9.2 Νόμος του Coulomb

Ο Charles Augustin de Coulomb (1736–1806), μετά από πειράματα που πραγματοποίησε, στα οποία μετρούσε τις δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων, διατύπωσε το γνωστό νόμο για τη δύναμη μεταξύ δυο σημειακών ηλεκτρικών φορτίων, που φέρει το όνομά του.

Σύμφωνα με τον Νόμο του Coulomb, για την ελ-



Σχ. 9.9
Ελκτικές δυνάμεις Coulomb ανάμεσα σε ετερόνυμα φορτία



Σχ. 9.10
Απωστικές δυνάμεις Coulomb ανάμεσα σε ομώνυμα φορτία

κτική ή απωστική δύναμη F (σχ. 9.9 και 9.10), που αναπτύσσεται ανάμεσα σε δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία q_1, q_2 τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση r , ισχύουν τα εξής:

1) Το μέτρο της δύναμης F είναι ανάλογο της απόλυτης τιμής του γινομένου των δύο φορτίων και αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης μεταξύ των δύο φορτίων. Δηλαδή:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2},$$

όπου: k η σταθερά του Νόμου του Coulomb.

2) Έχει διεύθυνση, τη διεύθυνση της ευθείας που ορίζεται από τα δύο φορτία.

3) Έχει φορά ελκτική, αν τα φορτία είναι ετερόσημα (το ένα θετικό και το άλλο αρνητικό) και απωστική, αν τα φορτία είναι ομόσημα (και τα δύο θετικά ή και τα δύο αρνητικά).

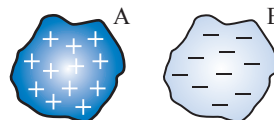
4) Σημείο εφαρμογής της είναι το κάθε σημειακό φορτίο q_1 και q_2 .

Ο Νόμος του Coulomb είναι δυνατόν να αποδοθεί με την ακόλουθη μορφή:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Όταν το F είναι θετικό, η δύναμη είναι απωστική, όταν είναι αρνητικό, είναι ελκτική.

Ο Νόμος του Coulomb ισχύει στην ανωτέρω μορφή του για σημειακά (σχ. 9.11) ηλεκτρικά φορτία ή για φορτισμένα αντικείμενα που φέρουν ηλεκτρικά φορτία και έχουν διαστάσεις που είναι πολύ μικρότερες απ' τη μεταξύ τους απόσταση.



Σχ. 9.11
Τα φορτία Α, Β δεν είναι σημειακά

Αποδεικνύεται (βλ. § 9.7.2) ότι ένας λεπτόπαχος σφαιρικός φλοιός με ομοιόμορφη κατανομή φορτίου συμπεριφέρεται σε φορτίο που βρίσκεται στο εξωτερικό του, με τον ίδιο τρόπο που συμπεριφέρεται το ολικό φορτίο του φλοιού, αν το τοποθετούσαμε στο κέντρο του φλοιού, οπότε θα ήταν σημειακό φορτίο. Έτσι, δύο σφαιρικοί φλοιοί φορτισμένοι ομοιόμορφα, που δεν μπαίνει ο ένας μέσα στον άλλο, αλληλεπιδρούν με δυνάμεις ίσες μ' αυτές που αλληλεπιδρούν αντίστοιχα σημειακά φορτία στα κέντρα τους.

Στο εσωτερικό του φλοιού μία ομοιόμορφη κατανομή φορτίου πάνω στον φλοιό δεν ασκεί ηλεκτρικές δυνάμεις.

Μια σφαιρική κατανομή που αποτελείται από πολλούς σφαιρικούς φλοιούς, όπως οι παραπάνω, συμπεριφέρεται ως ένα σημειακό φορτίο στο κέντρο της. Για δύο τέτοιες σφαιρικές κατανομές φορτίων οι μεταξύ τους δυνάμεις είναι ίσες μ' αυτές μεταξύ αντιστοίχων σημειακών φορτίων στα κέντρα τους.



Παρατηρήσεις

1) Η σταθερά k εξαρτάται από το σύστημα μονάδων που χρησιμοποιούμε και από το υλικό που παρεμβάλλεται ανάμεσα στα δύο φορτία. Αν και τα δύο φορτία βρίσκονται στο κενό ή (κατά προσέγγιση) στον αέρα, η σταθερά k στο SI ισούται με:

$$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}.$$

Όταν τα φορτία βρίσκονται μέσα σε νερό, ισχύει ότι

$$k = \frac{k_0}{81}.$$

2) Το ϵ_0 ονομάζεται **απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού** (permittivity of free space) ή **επιτρεπτικότητα του κενού** ή **ηλεκτρική σταθερά** και στο SI ισούται με:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}.$$

3) Αν τα φορτία βρίσκονται μέσα σε κάποιο υλικό, η ηλεκτρική σταθερά k ισούται με:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}.$$

Το ϵ_r ή κ ονομάζεται **σχετική διηλεκτρική σταθερά του υλικού** ή και απλώς διηλεκτρική σταθερά και είναι καθαρός αριθμός.

Η τιμή της σταθεράς k είναι:

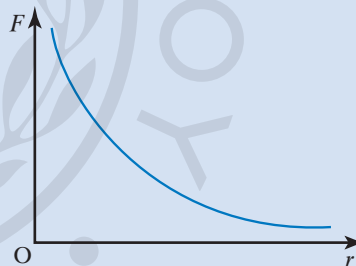
$$k = \frac{k_0}{\epsilon_r}.$$

Συνεπώς, αν δύο φορτία βρεθούν σε μονωτικό υλικό διηλεκτρικής σταθεράς ϵ_r , η δύναμη F' του Coulomb μεταξύ τους είναι ελαττωμένη σε σχέση με τη δύναμη F που θα δέχονταν τα φορτία στο κενό, όπως προκύπτει απ' τη σχέση $F' = F/\epsilon_r$.

Το $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r = \epsilon_0\kappa$ ονομάζεται **διηλεκτρική σταθερά** του υλικού ή **επιτρεπτικότητα** του υλικού. Η σχέση:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

οδηγεί στη γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης σε σχέση με την απόσταση, η οποία είναι μια υπερβολή (σχ. 9.12).



Σχ. 9.12

Δύναμη Coulomb συναρτήσεως της απόστασης των φορτίων

Η δύναμη Coulomb, που ασκεί ένα ακίνητο φορτίο σε άλλο, είναι συντηρητική. Το έργο της εξαρτάται μόνο απ' την αρχική και τελική θέση του δεύτερου φορτίου και όχι από την ενδιάμεση ακολουθούμενη διαδρομή μετάβασης απ' την αρχική θέση στην τελική.

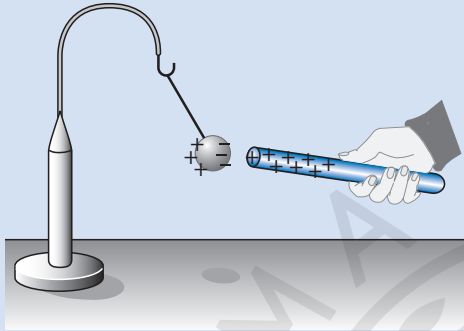
Αν (σημειακό) φορτίο ίσο με 1C βρεθεί στο κενό σε απόσταση 1m από άλλο ίσο μ' αυτό φορτίο, θα του ασκήσει δύναμη ίση με $9 \cdot 10^9$ N.



Παράδειγμα

Με τη βοήθεια του Νόμου του Coulomb, μπορείτε να εξηγήσετε για ποιον λόγο ένα φορτισμένο σώμα έλκει ένα μη φορτισμένο;

Θεωρούμε το ηλεκτρικό εκκρεμές με το σφαιρίδιό του αφόρτιστο. Πλησιάζουμε το άκρο μίας γυάλινης φορτισμένης θετικά ράβδου και παρατηρούμε ότι έλκει το σφαιρίδιο (σχ. 9.13).



Σχ. 9.13

Φορτισμένο σώμα έλκει μη φορτισμένο

Το σφαιρίδιο δεν ήρθε σε επαφή με τη ράβδο, όμως έχει ηλεκτριστεί εξ αποστάσεως (με

επαγωγή). Το τμήμα του σφαιριδίου που βρίσκεται πλησιέστερα στη ράβδο ηλεκτρίζεται αντίθετα από εκείνη (αρνητικά), ενώ το τμήμα του που βρίσκεται μακρύτερα απ' τη ράβδο ηλεκτρίζεται όπως εκείνη (θετικά). Συνεπώς, η ράβδος έλκει το ένα τμήμα του σφαιριδίου (αυτό που βρίσκεται κοντύτερά της) και απωθεί το άλλο (αυτό που βρίσκεται πιο μακριά της). Άρα, σύμφωνα με τον Νόμο του Coulomb, η ελκτική δύναμη είναι ισχυρότερη απ' την απωστική, οπότε το σφαιρίδιο τελικά έλκεται από τη ράβδο.

9.3 Ηλεκτρικό πεδίο

Πεδίο δυνάμεων ονομάζεται ο χώρος, μέσα στον οποίο αν βρεθεί κατάλληλο «υπόθεμα», ασκείται δύναμη. **Ηλεκτρικό πεδίο** ονομάζεται ο χώρος, μέσα στον οποίο όταν βρεθεί ένα ηλεκτρικό φορτίο, του ασκείται ηλεκτρική δύναμη. Όταν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, το «υπόθεμα» είναι το ηλεκτρικό φορτίο. Το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται γύρω από οποιοδήποτε φορτίο Q (ή κατανομή φορτίου), το οποίο και ονομάζεται **πηγή** του πεδίου. Γενικότερα, κάθε φορτισμένο σώμα δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο. Αν στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί γύρω



Ομοιότητες των Νόμων Coulomb και παγκόσμιας έλξης:

- 1) Το μέτρο της δύναμης είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης μεταξύ των φορτίων και των μαζών.
- 2) Οι δυνάμεις έχουν τη διεύθυνση της ευθείας που ενώνει τα φορτία ή τις μάζες αντίστοιχα (κεντρικές δυνάμεις).
- 3) Οι δυνάμεις έχουν μέτρο ανάλογο του γινομένου των φορτίων ή των μαζών αντίστοιχα.

Διαφορές των Νόμων Coulomb και παγκόσμιας έλξης:

<i>Νόμος παγκόσμιας έλξης</i> $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	<i>Νόμος Coulomb</i> $F_c = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$
Οι δυνάμεις προέρχονται από υλικά σώματα και ασκούνται σε υλικά σώματα.	Οι δυνάμεις προέρχονται από ηλεκτρικά φορτία και ασκούνται σε φορτισμένα σώματα.
Οι δυνάμεις είναι πάντα ελκτικές.	Οι δυνάμεις μπορεί να είναι ελκτικές ή απωστικές.
Η σταθερά G του Νόμου εξαρτάται μόνο από το σύστημα μονάδων.	Η σταθερά k του Νόμου εξαρτάται από το σύστημα μονάδων και από το υλικό που περιβάλλει τα φορτία.
Ο Νόμος ισχύει για κάθε ζευγάρι υλικών σωμάτων και για κάθε τιμή της απόστασης r .	Ο Νόμος ισχύει όταν: 1. Τα φορτία είναι σημειακά και ακίνητα. 2. Η απόσταση $r > 1\text{Å}$.

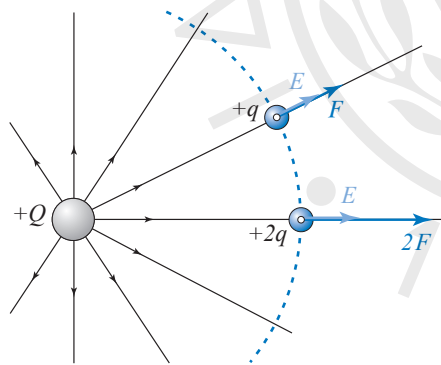
του το φορτίο Q , βρεθεί το φορτίο q , τότε από το πεδίο θα του ασκηθεί η δύναμη F_1 . Όμως, με τη σειρά του και το φορτίο q δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο, το οποίο ασκεί στο φορτίο Q δύναμη F_2 .

Προκειμένου διαπιστώσουμε αν σε μία περιοχή υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, φέρνουμε σ' αυτήν το φορτισμένο σφαιρίδιο του ηλεκτρικού εκκρεμούς. Αν ασκείται δύναμη στο σφαιρίδιο, στην περιοχή υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Αν δεν ασκείται, τότε δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Το ηλεκτρικό πεδίο περιγράφεται από τα φυσικά μεγέθη **ένταση** και **δυναμικό**. Το φυσικό μέγεθος που δείχνει πόσο ισχυρό είναι το πεδίο είναι η ένταση του πεδίου.

Ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου σε κάποιο σημείο του, ονομάζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο της δύναμης F που δέχεται θετικό ηλεκτρικό φορτίο q (δοκιμαστικό φορτίο), το οποίο βρίσκεται στο σημείο αυτό του πεδίου, προς αυτό το θετικό φορτίο q , δηλαδή:

$$\vec{E} = \vec{F} / q$$

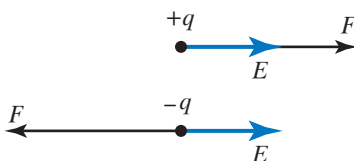
Απ' τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η δύναμη που ασκείται από το πεδίο στο φορτίο q , δίνεται από τον τύπο $F = Eq$. Αν αντί φορτίο q , φέρνουμε στο ίδιο σημείο διπλάσιο φορτίο ($2q$), το πεδίο θα του ασκήσει διπλάσια δύναμη $2F = E2q$ (σχ. 9.14).



Σχ. 9.14

Σε διπλάσιο φορτίο, το πεδίο ασκεί δύναμη διπλάσιου μέτρου

Η κατεύθυνση της έντασης E (σχ. 9.15) συμπίπτει με την κατεύθυνση της δύναμης πάνω στο φορτίο q όταν το φορτίο q είναι θετικό και η κατεύθυνση της



Σχ. 9.15
Κατεύθυνση έντασης ηλεκτρικού πεδίου

έντασης είναι αντίθετη με την κατεύθυνση της δύναμης, όταν το φορτίο q είναι αρνητικό.

Μονάδα μέτρησης της έντασης είναι το N/C (newton/coulomb) και προκύπτει από τον ορισμό της. Η ένταση σε σημείο του πεδίου ισούται με 1 N/C, όταν σε ηλεκτρικό φορτίο 1 C που βρίσκεται στο σημείο αυτό, ασκείται από το πεδίο δύναμη ίση με 1 N.

9.3.1 Υπολογισμός της έντασης E στο σημείο A του ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργείται από ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q

Έστω σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q που δημιουργεί γύρω του ηλεκτροστατικό πεδίο. Στο σημείο A του πεδίου που απέχει από το Q απόσταση r , φέρνουμε ηλεκτρικό φορτίο q (υπόθεμα). Η ένταση E του πεδίου στο σημείο A δίνεται εξ ορισμού από τον τύπο:

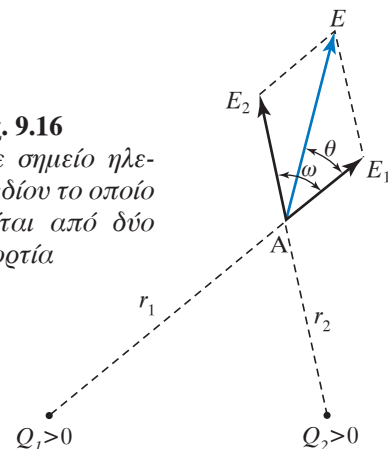
$$E = \frac{F}{q}, \text{ όπου } F = k \frac{Qq}{r^2}$$

Συνεπώς:
$$E = \frac{F}{q} = \frac{k \frac{Qq}{r^2}}{q} = \frac{kQq}{qr^2} = k \frac{Q}{r^2}$$

Η γραφική παράσταση του μέτρου της έντασης E σε σχέση με την απόσταση r είναι υπερβολή όμοια μ' αυτήν του σχήματος 9.12.

Από τη σχέση $E = k \frac{Q}{r^2}$ προκύπτει ότι το μέτρο της έντασης του πεδίου σε ένα σημείο του:

- 1) Εξαρτάται από το φορτίο που παράγει το πεδίο.
- 2) Είναι αντιστρόφως ανάλογο με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου από το φορτίο που παράγει το πεδίο.
- 3) Δεν εξαρτάται ούτε απ' την τιμή, ούτε από το πρόσημο του υποθέματος q , που τυχόν υπάρχει στο σημείο εκείνο.



Σχ. 9.16

Ένταση σε σημείο ηλεκτρικού πεδίου το οποίο δημιουργείται από δύο ακίνητα φορτία

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ορίζεται σε κάθε σημείο του πεδίου, ανεξάρτητα από το εάν στο σημείο αυτό υπάρχει ή όχι κάποιο υπόθεμα.

9.3.2 Υπολογισμός της έντασης που δημιουργείται από δύο ακίνητα σημειακά ηλεκτρικά φορτία Q_1 και Q_2

Θεωρούμε ηλεκτρικό πεδίο που παράγεται από δύο ακίνητα θετικά σημειακά ηλεκτρικά φορτία Q_1, Q_2 . Θα υπολογίσουμε την ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο A (σχ. 9.16). Η ένταση E_1 που οφείλεται στο φορτίο Q_1 , έχει μέτρο που δίνεται απ' τον τύπο:

$$E_1 = k \frac{Q_1}{r_1^2},$$

όπου: r_1 η απόσταση του σημείου A από το σημειακό φορτίο Q_1 .

Η ένταση E_2 που οφείλεται στο φορτίο Q_2 , έχει μέτρο που δίνεται από τον τύπο:

$$E_2 = k \frac{Q_2}{r_2^2},$$

όπου: r_2 η απόσταση του σημείου A απ' το σημειακό φορτίο Q_2 . Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας (βλ. § 2.5.2), η ένταση E στο σημείο A του πεδίου ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των εντάσεων E_1 και E_2 . Ισχύει ότι $E = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ (σχ. 9.16).

Από τον νόμο των συνημιτόνων (ή κανόνα του παραλληλογράμμου) ισχύει ότι:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 E_2 \cos \omega},$$

όπου: ω η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα \vec{E}_1, \vec{E}_2 . Η διεύθυνση της έντασης E προσδιορίζεται από τον υπολογισμό της γωνίας θ , για την εφαπτομένη της οποίας ισχύει η σχέση:

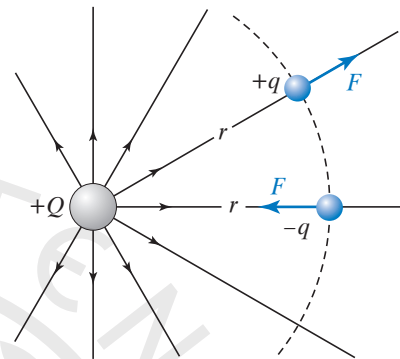
$$\tan \theta = \frac{E_2 \sin \varphi}{E_1 + E_2 \cos \varphi}.$$

Πολύ συχνά, κατά τη μελέτη των προβλημάτων, αποδείχθηκε ότι είναι ιδιαίτερα χρήσιμο να έχουμε μια «οπτική εικόνα» του πεδίου. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τις ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές, οι οποίες είναι γραμμές όπου το διάνυσμα της έντασης του πεδίου είναι εφαπτόμενο σε κάθε σημείο τους.

Όταν σχεδιάζουμε τις ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές, φροντίζουμε, ώστε η πυκνότητά τους σε κάθε σημείο να είναι ανάλογη της έντασης του πεδίου σ' αυτό το σημείο.

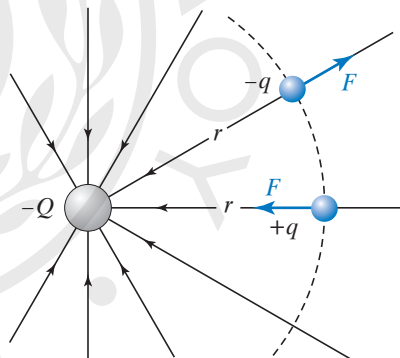
9.3.3 Δυναμικές γραμμές πεδίου σημειακού φορτίου

Το πεδίο είναι ακτινωτό, δηλαδή οι δυναμικές του γραμμές είναι ακτίνες κύκλου με κέντρο το σημειακό φορτίο. Αν αυτό είναι θετικό, οι δυναμικές γραμμές ξεκινούν απ' το φορτίο και καταλήγουν στο άπειρο (σχ. 9.17). Αν το φορτίο που δημιουργεί το πεδίο είναι αρνητικό, οι δυναμικές γραμμές ξεκινούν απ' το άπειρο και καταλήγουν στο φορτίο (σχ. 9.18).



Σχ. 9.17

Δυναμικές γραμμές ηλεκτροστατικού πεδίου που παράγεται από θετικό σημειακό ηλεκτρικό φορτίο



Σχ. 9.18

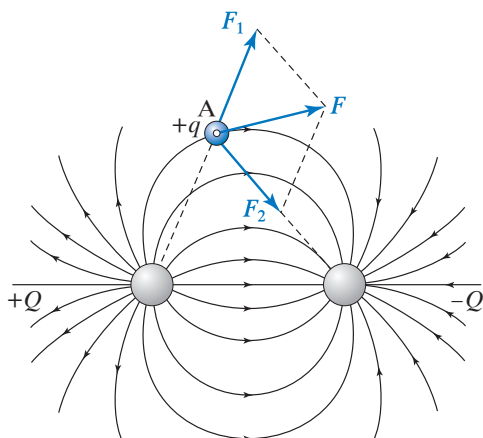
Δυναμικές γραμμές ηλεκτροστατικού πεδίου που παράγεται από αρνητικό σημειακό ηλεκτρικό φορτίο

9.3.4 Ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν δύο αντίθετα φορτία

Αν δύο αντίθετα φορτία Q και $-Q$ βρίσκονται σε μικρή σχετικά μεταξύ τους απόσταση, τότε οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού τους πεδίου δεν είναι ακτινωτές, αλλά καμπύλες που ξεκινούν απ' το θετικό (Q) και καταλήγουν στο αρνητικό ($-Q$) (σχ. 9.19).

9.3.5 Ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν δύο ίσα θετικά φορτία

Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτροστατικού πε-

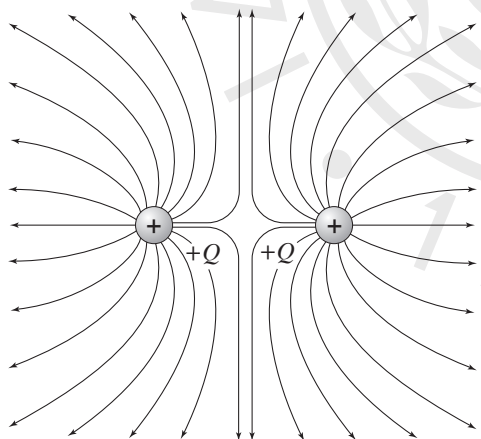


Σχ. 9.19

Δυναμικές γραμμές ηλεκτροστατικού πεδίου που παράγεται από δύο ακίνητα και αντίθετα ηλεκτρικά φορτία

δίου που δημιουργείται από δύο ίσα θετικά φορτία εικονίζονται στο σχήμα 9.20.

Παρατηρούμε ότι στον μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων χώρο, υπάρχει περιοχή απ' όπου δεν διέρχονται δυναμικές γραμμές. Αν σε οποιοδήποτε σημείο αυτής της περιοχής φέρουμε στοιχειώδες θετικό φορτίο q το πεδίο δεν θα του ασκήσει καμία δύναμη.



Σχ. 9.20

Δυναμικές γραμμές ηλεκτροστατικού πεδίου που παράγεται από δύο ακίνητα ίσα θετικά ηλεκτρικά φορτία

9.3.6 Ιδιότητες των δυναμικών γραμμών του ηλεκτροστατικού πεδίου

Οι ιδιότητες των δυναμικών γραμμών του ηλεκτροστατικού πεδίου είναι οι ακόλουθες:

1) Ξεκινούν από θετικά φορτία ή το άπειρο και καταλήγουν σε αρνητικά ηλεκτρικά φορτία ή στο άπειρο.

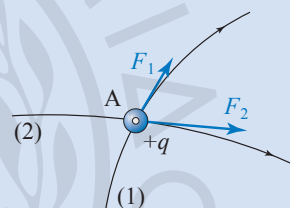
2) Δεν τέμνονται, ούτε εφάπτονται σε κάποιο σημείο του πεδίου όπου δεν υπάρχουν φορτία. Από κάθε τέτοιο σημείο του πεδίου διέρχεται μόνο μια δυναμική γραμμή.

3) Η πυκνότητά τους σε κάθε σημείο είναι ανάλογη με το μέτρο της έντασης E του ηλεκτροστατικού πεδίου.



Παρατηρήσεις

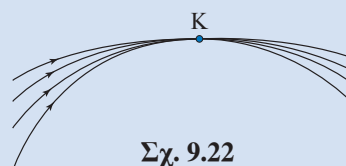
1) Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου δεν τέμνονται ούτε εφάπτονται μεταξύ τους. Αν υποθέσουμε ότι τέμνονται, τότε στο ίδιο σημείο η ένταση και η αντίστοιχη δύναμη θα έχουν δύο κατευθύνσεις, ενώ αν τοποθετήσουμε σ' αυτό το σημείο ένα φορτίο q , δέχεται μία μόνο δύναμη από το πεδίο (σχ. 9.21).



Σχ. 9.21

Οι δυναμικές γραμμές δεν τέμνονται

Έστω ότι όλες οι δυναμικές γραμμές εφάπτονται σ' ένα σημείο. Επειδή το μέτρο της δύναμης εκφράζει την πυκνότητα των δυναμικών γραμμών και στο σημείο Κ η πυκνότητα είναι άπειρη, πρέπει και η δύναμη που ασκεί το πεδίο στο θετικό φορτίο q , όταν τοποθετηθεί στο σημείο Κ, να είναι άπειρη. Αυτό όμως συμβαίνει μόνο αν στο σημείο υπάρχει σημειακό πεπερασμένο φορτίο (σχ. 9.22).

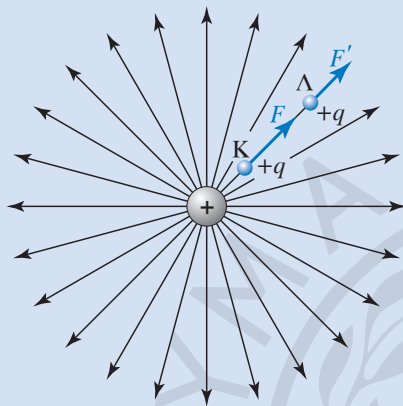


Σχ. 9.22

Οι δυναμικές γραμμές δεν εφάπτονται

2) Παρατηρώντας την πυκνότητα των δυνα-

μικών γραμμών στο σχήμα 9.23 βλέπουμε ότι είναι μεγαλύτερη στο σημείο Κ απ' ό,τι στο σημείο Λ. Εκεί που οι δυναμικές γραμμές είναι πυκνότερες, εκεί είναι μεγαλύτερη η ένταση και η δύναμη που δέχεται ένα φορτίο. Όπου οι δυναμικές γραμμές είναι πιο αραιές, εκεί είναι μικρότερη η ένταση και η δύναμη που ασκεί το πεδίο σ' ένα φορτίο. Ειδική περίπτωση ηλεκτροστατικού πεδίου αποτελεί το ομογενές πεδίο.



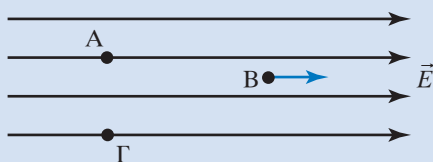
Σχ. 9.23

Δυναμικές γραμμές σε ηλεκτροστατικό πεδίο Coulomb

Ομογενές πεδίο ονομάζεται εκείνο το πεδίο που το διάνυσμα της έντασης είναι παντού το ίδιο (σχ. 9.24). Οι δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου είναι:

1) Παράλληλες με την ίδια φορά, διότι η ένταση έχει την ίδια κατεύθυνση σε κάθε σημείο του και

2) ισαπέχουσες, διότι η ένταση έχει το ίδιο μέτρο σε κάθε σημείο του. Συνεπώς, η πυκνότητα των δυναμικών γραμμών είναι ίδια σε όλο τον χώρο του πεδίου.

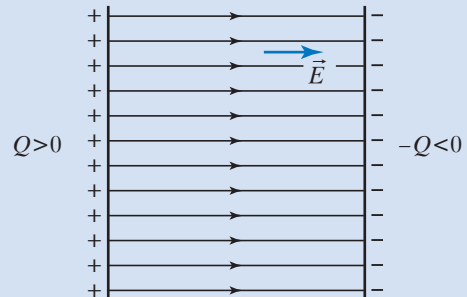


Σχ. 9.24

Ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο

Τέτοιο πεδίο δημιουργείται ανάμεσα σε δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες ίδιων δια-

στάσεων, που έχουν φορτιστεί με αντίθετα ηλεκτρικά φορτία και η μεταξύ τους απόσταση είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις διαστάσεις τους (σχ. 9.25).



Σχ. 9.25

Ανάμεσα σε δύο παράλληλες φορτισμένες πλάκες δημιουργείται ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο

Στο ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ μεγάλων παράλληλων φορτισμένων πλακών, οι δυναμικές γραμμές:

1) Ξεκινούν από τη θετική πλάκα και καταλήγουν στην αρνητική.

2) Δεν είναι παράλληλες στις άκρες των πλακών, ούτε και έξω απ' αυτές, δηλαδή το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο περιορίζεται μόνο στο εσωτερικό μεταξύ των επιπέδων πλακών.

Ένα τέτοιο σύστημα ονομάζεται **πυκνωτής** και οι επίπεδες μεταλλικές πλάκες ονομάζονται **οπλισμοί του πυκνωτή**. Η διεύθυνση της έντασης είναι κάθετη στα επίπεδα των οπλισμών.

Ανομοιογενές πεδίο, ονομάζεται εκείνο το ηλεκτρικό πεδίο, στο οποίο η ένταση μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο.

9.3.7 Ηλεκτρική ροή και νόμος του Gauss

Εάν έχουμε μία μικρή επιφάνεια dS μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο σε μια μικρή περιοχή που η ένταση του πεδίου είναι E , ορίζεται ως στοιχειώδης ηλεκτρική ροή $d\Phi$ διά της επιφάνειας το μέγεθος $d\Phi = E dS \cos\theta$, όπου θ είναι η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της έντασης του πεδίου με το διάνυσμα το κάθετο στην επιφάνεια, που δείχνει τον προσανατολισμό της επιφάνειας. Αν η ένταση του πεδίου είναι κάθετη στην επιφάνεια και έχει την ίδια φορά με το κάθετο διάνυσμα, τότε $d\Phi = E dS$. Εάν το πεδίο είναι ομογενές και η επιφάνεια είναι επίπεδη και πεπερασμένη, τότε ισχύει: $\Phi = E S \cos\theta$.

Για να βρει κάποιος την ολική ροή διά μέσου μιας τυχαίας επιφάνειας μέσα σε ανομοιογενές ηλεκτρικό πεδίο, πρέπει να φανταστεί ότι χωρίζει την επιφάνεια σε απειροστές (επίπεδες) επιφάνειες, βρίσκει τη στοιχειώδη ροή απ' την κάθε μία και τις προσθέτει:

$$\Phi = \sum E \Delta S \cos \theta.$$

Αυτό στην πραγματικότητα είναι ένα επιφανειακό ολοκλήρωμα.

Αποδεικνύεται ότι για τον κενό χώρο, η ολική ηλεκτρική ροή, που διέρχεται από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια, η οποία βρίσκεται μέσα σε οποιοδήποτε ηλεκτροστατικό πεδίο, ισούται με:

$$\Phi = Q_{\text{εστ}} / \epsilon_0$$

Αυτό είναι το θεώρημα του Gauss και η απόδειξή του στηρίζεται στην ισχύ του Νόμου του Coulomb. Κάτι ανάλογο ισχύει και για το βαρυτικό πεδίο.

Κατά τον υπολογισμό της ροής, η κλειστή επιφάνεια έχει προσανατολισμό από μέσα προς τα έξω, δηλαδή η εξερχόμενη ροή είναι θετική και η εισερχόμενη αρνητική. Αν υπάρχουν φορτία έξω απ' την κλειστή επιφάνεια, αυτά δεν συνεισφέρουν στην ολική ροή που περνά από την επιφάνεια. Όταν υπάρχει διηλεκτρικό στον χώρο, τότε η σχέση τροποποιείται και γίνεται:

$$\Phi = Q_{\text{εστ}} / \kappa \epsilon_0.$$

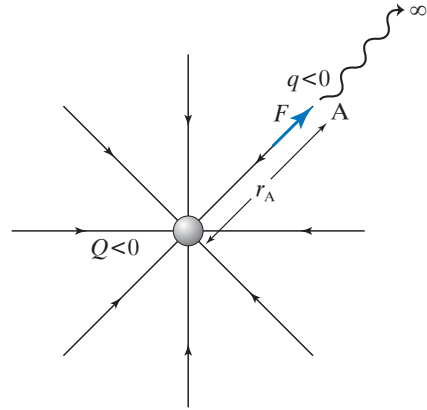
9.4 Ηλεκτρικό δυναμικό

Προκειμένου να πλησιάσουμε θετικό φορτίο q σε επίσης θετικό φορτίο Q , πρέπει να του ασκούμε δύναμη F_1 , ώστε να εξουδετερώσουμε την απωστική δύναμη F , που αναπτύσσεται ανάμεσά τους. Η δύναμη που ασκούμε παράγει έργο, το οποίο αποθηκεύεται υπό μορφή ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας.

9.4.1 Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια

Έστω σημειακό φορτίο Q , που δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο. Στο σημείο A του πεδίου τοποθετούμε το ηλεκτρικό φορτίο q (σχ. 9.26). Ως ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_A του φορτίου q στο σημείο A , ορίζεται το έργο $W_{A\infty}$ της δύναμης F του ηλεκτρικού πεδίου κατά τη μεταφορά του φορτίου q από το σημείο A μέχρι το άπειρο.

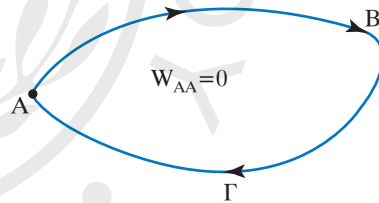
Το έργο $W_{A\infty}$ είναι ανεξάρτητο απ' τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η μεταφορά, δηλαδή από την ακολουθούμενη διαδρομή, διότι η δύναμη είναι συντηρητική.



Σχ. 9.26

Σύστημα φορτίων, στο οποίο είναι αποθηκευμένη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια

Επίσης, το έργο ανάμεσα σε δύο θέσεις A, Γ δεν εξαρτάται από την ακολουθούμενη διαδρομή, αλλά μόνο από τις θέσεις A (αρχική) και Γ (τελική). Ισχύει ότι $W_{A\rightarrow\Gamma} = -\Delta U = -(U_\Gamma - U_A) = U_A - U_\Gamma$. Το ΔU είναι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας και τα U_A, U_Γ οι δυναμικές ενέργειες του φορτίου που μετακινείται στις θέσεις A και Γ . Από τα ανωτέρω προκύπτει ότι κατά μια οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή, όπως αυτή που παρουσιάζεται στο σχήμα 9.27, το έργο της δύναμης ισούται με μηδέν.



Σχ. 9.27

Η κλειστή διαδρομή φορτίου Q σε ηλεκτροστατικό πεδίο δεν παράγει έργο

Έστω ξανά η περίπτωση του σχήματος 9.26. Το έργο της δύναμης F του πεδίου κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από τη θέση r_A μέχρι το άπειρο, το οποίο είναι ίσο με τη δυναμική ενέργεια, ισούται με:

$$W_{A\infty} = k \frac{Qq}{r_A}, \quad \text{συνεπώς είναι και} \quad U_A = k \frac{Qq}{r_A}$$

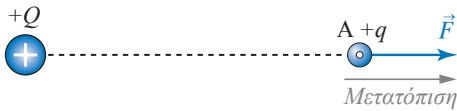
9.4.2 Φυσική σημασία της θετικής και της αρνητικής δυναμικής ενέργειας

Από την τελευταία σχέση

$$U_A = k \frac{Qq}{r_A}$$

συμπεραίνουμε ότι:

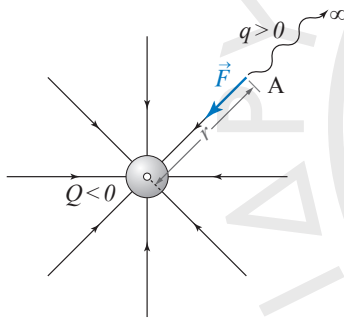
1) Αν τα φορτία Q, q είναι ομόσημα, θα είναι $W_{A\infty} > 0$ και $U_A > 0$. Δηλαδή, η δύναμη F του ηλεκτρικού πεδίου παράγει θετικό έργο κατά τη μεταφορά του φορτίου q από το σημείο A μέχρι το άπειρο. Τότε το πεδίο παράγει θετικό έργο, με αποτέλεσμα να μειώνεται η δυναμική του ενέργεια (σχ. 9.28).



Σχ. 9.28

Το πεδίο παράγει θετικό έργο

2) Αν τα φορτία Q, q είναι ετερόσημα, θα είναι $W_{A\infty} < 0$ και $U_A < 0$. Δηλαδή, η δύναμη F του ηλεκτρικού πεδίου παράγει αρνητικό έργο (απορροφά έργο), συνεπώς το πεδίο απορροφά έργο κι έτσι η δυναμική του ενέργεια αυξάνεται (σχ. 9.29).



Σχ. 9.29

Το πεδίο απορροφά έργο

9.4.3 Δυναμικό ηλεκτροστατικού πεδίου.

Το δυναμικό V_A του ηλεκτροστατικού πεδίου σε σημείο A του πεδίου ορίζεται ως το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο του έργου $W_{A\infty}$ της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου q από το σημείο A ως το άπειρο, προς το φορτίο αυτό. Δηλαδή:

$$V_A = \frac{W_{A\infty}}{q}$$

Εφόσον $U_A = W_{A\infty}$, προφανώς έχουμε επίσης ότι:

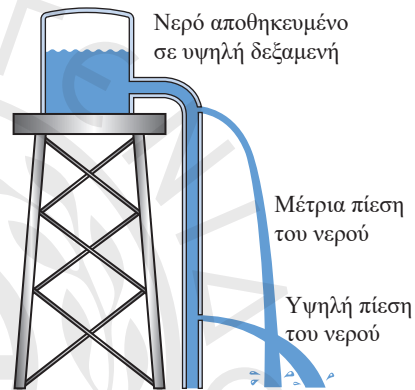
$$V_A = \frac{U_A}{q},$$

δηλαδή το δυναμικό ισούται με το πηλίκο της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας U_A που έχει το ηλεκτρικό φορτίο q στο σημείο A , προς το φορτίο αυτό.

Μονάδα μέτρησης του δυναμικού στο SI είναι το 1 volt (1 V) και ισχύει ότι:

$$1 \text{ volt} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ coulomb}}, \quad 1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

Το δυναμικό μπορεί να παρομοιασθεί με το νερό που έχει αποθηκευθεί σε δεξαμενή τοποθετημένη ψηλά, έτοιμο να κινηθεί εντός σωλήνα. Όσο περισσότερο απέχει η δεξαμενή από το σημείο εκροής του νερού, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η πίεση κατά την έξοδό του. Ομοίως, όσο μεγαλύτερο είναι το βολτάζ μίας μπαταρίας, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η τάση του ρεύματος (σχ. 9.30).



Σχ. 9.30

Το βολτάζ είναι ένα μέτρο της ηλεκτρικής «πίεσης» με την οποία ρέει το ρεύμα μέσα στον αγωγό

9.4.4 Διαφορά δυναμικού (τάση)

Διαφορά δυναμικού $V_{ΑΓ}$, που λέγεται και **ηλεκτρική τάση** ή **βολτάζ**, μεταξύ δύο σημείων $A, Γ$ ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο του έργου $W_{ΑΓ}$ της δύναμης του πεδίου κατά τη μεταφορά ενός ηλεκτρικού φορτίου q απ' το σημείο A προς το σημείο $Γ$, προς το ηλεκτρικό αυτό φορτίο. Δηλαδή:

$$V_{ΑΓ} = \frac{W_{ΑΓ}}{q}$$

Η διαφορά δυναμικού ισούται με τη διαφορά των δυναμικών, δηλαδή $V_{ΑΓ} = V_A - V_Γ$. Πράγματι, είναι ευνόητο ότι ισχύουν:

$$V_{ΑΓ} = \frac{W_{Α\infty} - W_{Γ\infty}}{q} = \frac{U_A - U_Γ}{q}$$

Το δυναμικό σ' ένα σημείο είναι στην ουσία η διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου και του

απειρου. Το άπειρο θεωρούμε συνήθως ότι έχει δυναμικό μηδέν.

Μονάδα μέτρησης της διαφοράς δυναμικού στο SI είναι το 1 volt ($1 \text{ V} = 1 \text{ J}/1\text{C}$), ίδιο με τη μονάδα μέτρησης του δυναμικού.

Η σχέση $V_{\text{ΑΓ}} = V_{\text{Α}} - V_{\text{Γ}} = \frac{W_{\text{ΑΓ}}}{q}$ γράφεται και ως:

$$W_{\text{ΑΓ}} = (V_{\text{Α}} - V_{\text{Γ}})q = V_{\text{ΑΓ}}q.$$

Η τελευταία σχέση μας επιτρέπει να υπολογίζουμε το έργο (και την αντίστοιχη μεταβολή ηλεκτρικής ενέργειας), που παράγεται κατά τη μεταφορά φορτίου μεταξύ δύο σημείων που παρουσιάζουν γνωστή διαφορά δυναμικού.

Με τον τρόπο αυτόν ορίζεται μία νέα μονάδα μέτρησης του έργου, το ηλεκτρονιοβόλτ (1 eV). Ένα ηλεκτρονιοβόλτ είναι το έργο που παράγεται κατά τη μετακίνηση ενός στοιχειώδους ηλεκτρικού φορτίου, e , μεταξύ δύο σημείων που παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού 1 V.

Επομένως: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{V} = 1,6 \cdot 10^{-9} \text{ J}$.

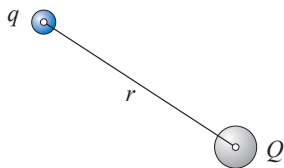
9.4.5 Υπολογισμός δυναμικού σε σημείο ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργείται από ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο

Έστω ηλεκτρικό φορτίο Q , που παράγει γύρω του ηλεκτρικό πεδίο. Στο σημείο A του πεδίου, που απέχει απόσταση r απ' το φορτίο Q , τοποθετούμε φορτίο q (σχ. 9.31). Το δυναμικό στο σημείο A είναι:

$$V_{\text{Α}} = \frac{U_{\text{Α}}}{q},$$

όπου έχουμε βρει ότι: $U_{\text{Α}} = k \frac{Qq}{r}$

και αντικαθιστώντας προκύπτει ότι $V_{\text{Α}} = k \frac{Q}{r}$



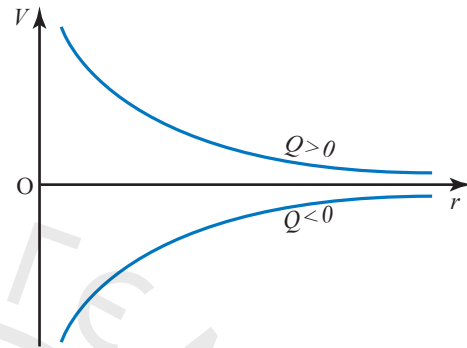
Σχ. 9.31

Το Q παράγει γύρω του πεδίο

Απ' την τελευταία σχέση παρατηρούμε ότι, όπως η ένταση έτσι και το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου σ' ένα σημείο του είναι ανεξάρτητο από την

ύπαρξη ηλεκτρικού φορτίου (υποθέματος) στο σημείο αυτό. Εξαρτάται από το ηλεκτρικό φορτίο που παράγει το ηλεκτρικό πεδίο (πηγή) και απ' την απόσταση του σημείου απ' το φορτίο αυτό.

Όταν η απόσταση r από το φορτίο τείνει στο άπειρο, τότε το δυναμικό V τείνει στο μηδέν (σχ. 9.32).

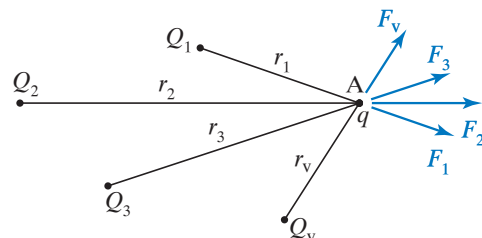


Σχ. 9.32

Γραφική παράσταση δυναμικού σε σχέση με την απόσταση

9.4.6 Υπολογισμός δυναμικού σε σημείο ηλεκτροστατικού πεδίου που δημιουργείται από πολλά ακίνητα σημειακά ηλεκτρικά φορτία

Έστω ηλεκτρικό πεδίο που παράγεται από τα ακίνητα σημειακά ηλεκτρικά φορτία $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_v$ και σημείο A του πεδίου που απέχει αποστάσεις $r_1, r_2, r_3, \dots, r_v$ από τα φορτία $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_v$ αντίστοιχα (σχ. 9.33). Θα υπολογίσουμε το δυναμικό $V_{\text{Α}}$ σημείου A. Το έργο που παράγεται κατά τη μετακίνηση φορτίου q από το σημείο A μέχρι το άπειρο, ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων που παράγονται λόγω των αντίστοιχων ασκούμενων δυνάμεων, κατά τη μετακίνηση του φορτίου q στο πεδίο του καθενός απ' τα σημειακά φορτία $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_v$ ξεχωριστά.



Σχ. 9.33

Δυνάμεις που ασκούνται στο δοκιμαστικό φορτίο q που βρίσκεται στη θέση A

Από τη σχέση:

$$W_{A\infty} = k \frac{Qq}{r} \text{ έχουμε}$$

$$W_{A\infty} = k \frac{Q_1 q}{r_1} + k \frac{Q_2 q}{r_2} + k \frac{Q_3 q}{r_3} \dots + k \frac{Q_v q}{r_v}$$

Από τη σχέση: $V_A = \frac{W_{A\infty}}{q}$ έχουμε ότι

$$V_A = k \frac{Q_1}{r_1} + k \frac{Q_2}{r_2} + k \frac{Q_3}{r_3} \dots + k \frac{Q_v}{r_v}$$

Αν $V_1, V_2, V_3, \dots, V_v$ τα δυναμικά στο σημείο Α εξαιτίας των ηλεκτρικών φορτίων $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_v$ αντίστοιχα, ισχύει ότι:

$$V_1 = k \frac{Q_1}{r_1}, V_2 = k \frac{Q_2}{r_2}, V_3 = k \frac{Q_3}{r_3}, \dots, V_v = k \frac{Q_v}{r_v}$$

Επομένως, ισχύει ότι το δυναμικό V_A στο σημείο Α του πεδίου ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των δυναμικών $V_1, V_2, V_3, \dots, V_v$, $V_A = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_v$. Δηλαδή ισχύει η αρχή της επαλληλίας.



Παράδειγμα

Έστω θετικό φορτίο q που αφήνεται ελεύθερο χωρίς αρχική ταχύτητα σε σημείο Α ηλεκτρικού πεδίου και κινείται προς σημείο Γ, υπό την επίδραση του πεδίου. Αφού η κίνησή του πραγματοποιείται από τη δύναμη που το πεδίο του ασκεί, ισχύει ότι: $W_{A\Gamma} > 0$.

Επίσης έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} V_{A\Gamma} = \frac{W_{A\Gamma}}{q} \\ W_{A\Gamma} > 0 \\ q > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{άρα } V_{A\Gamma} > 0 \text{ ή } V_A - V_\Gamma > 0, \\ \text{επομένως } V_A > V_\Gamma \end{array}$$

$$\text{και } \left. \begin{array}{l} W_{A\Gamma} > 0 \\ W_{A\Gamma} = U_A - U_\Gamma \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{άρα } U_A - U_\Gamma > 0, \\ \text{επομένως } U_A > U_\Gamma. \end{array}$$

Όταν ένα **θετικό φορτίο** q αφήθει ελεύθερο μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο και κινείται μόνο υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου, **θα κινηθεί από σημεία μεγαλύτερου προς σημεία μικρότερου δυναμικού, έτσι ώστε η δυναμική του ενέργεια να μειώνεται.**

Αν αρνητικό φορτίο q αφήθει ελεύθερο χωρίς αρχική ταχύτητα σε σημείο Α ηλεκτρικού πεδίου και κινείται προς σημείο Γ υπό την επίδραση του πεδίου, ισχύει ότι $W_{A\Gamma} > 0$. Επίσης έχουμε:

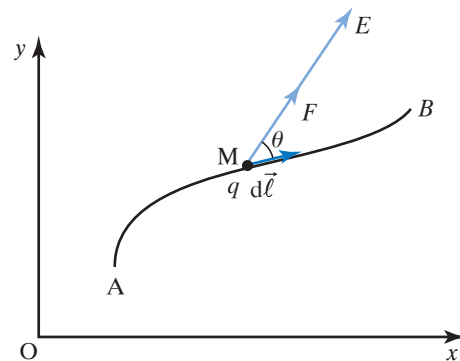
$$\left. \begin{array}{l} V_{A\Gamma} = \frac{W_{A\Gamma}}{q} \\ W_{A\Gamma} > 0 \\ q < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{άρα } V_{A\Gamma} < 0 \text{ ή } V_A - V_\Gamma < 0, \\ \text{επομένως } V_A < V_\Gamma \end{array}$$

$$\text{και } \left. \begin{array}{l} W_{A\Gamma} > 0 \\ W_{A\Gamma} = U_A - U_\Gamma \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{άρα } U_A - U_\Gamma > 0, \\ \text{επομένως } U_A > U_\Gamma. \end{array}$$

Όταν **αρνητικό φορτίο** q αφήθει ελεύθερο μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο και κινείται μόνο υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου, **θα κινηθεί από σημεία μικρότερου προς σημεία μεγαλύτερου δυναμικού, έτσι ώστε η δυναμική του ενέργεια να μειώνεται.**

9.4.7 Σχέση μεταξύ τάσης και έντασης ηλεκτρικού πεδίου

Έστω ότι φορτίο q κινείται κατά μήκος της διαδρομής AB εντός ηλεκτρικού πεδίου, από το οποίο δέχεται δύναμη F . Το στοιχειώδες έργο που παράγεται κατά τη στοιχειώδη διαδρομή μήκους $d\ell$, δίνεται από τον τύπο $dW = F d\ell = F \cos\theta d\ell$, όπου: θ η γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα \vec{F} και $d\vec{\ell}$ (σχ. 9.34). Ο τύπος αυτός γράφεται και ως $dW = E q \cos\theta d\ell$.



Σχ. 9.34

Δοκιμαστικό φορτίο q ακολουθεί διαδρομή AB

Το συνολικό έργο που παράγεται κατά μήκος της διαδρομής AB είναι:

$$W_{AB} = \int_A^B dW = q \int_A^B E dl = q \int_A^B E \cos \theta dl.$$

Το έργο αυτό μπορεί να γραφεί και ως:

$$W_{AB} = q V_{AB} = q (V_A - V_B), \text{ άρα:}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B E \cos \theta dl.$$

Η σχέση αυτή συνδέει τη διαφορά δυναμικού που επικρατεί ανάμεσα σε δύο σημεία ηλεκτρικού πεδίου με την ένταση του πεδίου.

Η ολική ενέργεια $E_{O\Lambda}$ υλικού σημείου φορτίου q ισούται με το άθροισμα της κινητικής E_{KIN} και της δυναμικής ενέργειας $E_{\Delta YN}$ και παραμένει σταθερή κατά την κίνηση του υλικού σημείου υπό την επίδραση του πεδίου, δηλαδή είναι: $E_{O\Lambda} = E_{KIN} + E_{\Delta YN}$.

Ισχύει για κάθε μεταβολή των ενεργειών ότι:

$$\left. \begin{aligned} \Delta E_{O\Lambda} &= \Delta E_{KIN} + \Delta E_{\Delta YN} \\ \Delta E_{O\Lambda} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{άρα } \Delta E_{KIN} + \Delta E_{\Delta YN} &= 0 \\ \text{δηλ. } \Delta E_{KIN} &= -\Delta E_{\Delta YN}. \end{aligned}$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι η αύξηση της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρικού φορτίου, γίνεται σε βάρος της δυναμικής του ενέργειας, καθώς αυτή συνοδεύεται από ισόποση μείωση.

Για απειροστή μετατόπιση μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο έχουμε ότι:

$$\left. \begin{aligned} dW &= F \cos \theta dl = q E \cos \theta dl \\ \Delta W_{AB} &= q (V_A - V_B) = -q (V_B - V_A) = -q \Delta V \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{άρα } q E \cos \theta dl &= -q dV \\ \text{δηλαδή } E \cos \theta dl &= -dV \end{aligned}$$

$$\text{άρα } dW = -q dV.$$

Το πρόσημο – δηλώνει ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου κατευθύνεται από θέσεις μεγαλύτερου σε θέσεις μικρότερου δυναμικού.

9.4.8 Ειδική περίπτωση

Αν το φορτίο q μετακινείται κατά μήκος δυναμικής γραμμής, τότε ισχύει ότι $\theta = 0$ και τα διανύσματα E και dl είναι ομόρροπα ($\vec{E} \parallel d\vec{l}$).

Η σχέση $E \cos \theta dl = -dV$ σ' αυτήν την περίπτωση γράφεται: $E dl = -dV$, οπότε:

$$E = -dV/dl.$$

Απ' την σχέση αυτή προκύπτει ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ισούται με την ανά μονάδα μήκους μεταβολή του δυναμικού (δηλ. ισούται με τη βαθμίδα δυναμικού).

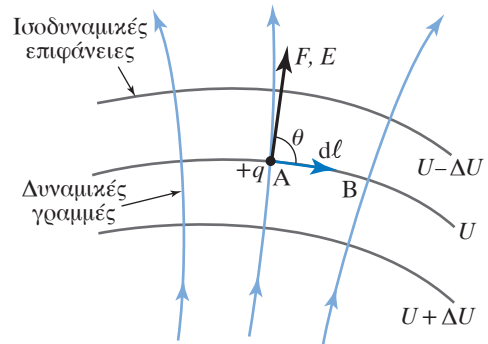
9.4.9 Ισοδυναμικές επιφάνειες

Το ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να παρασταθεί και με ισοδυναμικές επιφάνειες.

Ισοδυναμική επιφάνεια ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται η επιφάνεια, στην οποία το δυναμικό έχει την ίδια τιμή σε κάθε σημείο της. Για δύο σημεία A, B που ανήκουν στην ίδια ισοδυναμική επιφάνεια ισχύει ότι $W_{AB} = (V_A - V_B)q = 0 \cdot q = 0$. Συνεπώς, το έργο που παράγεται από το ηλεκτρικό πεδίο κατά τη μετακίνηση φορτίου q πάνω σε μία ισοδυναμική επιφάνεια είναι ίσο με μηδέν.

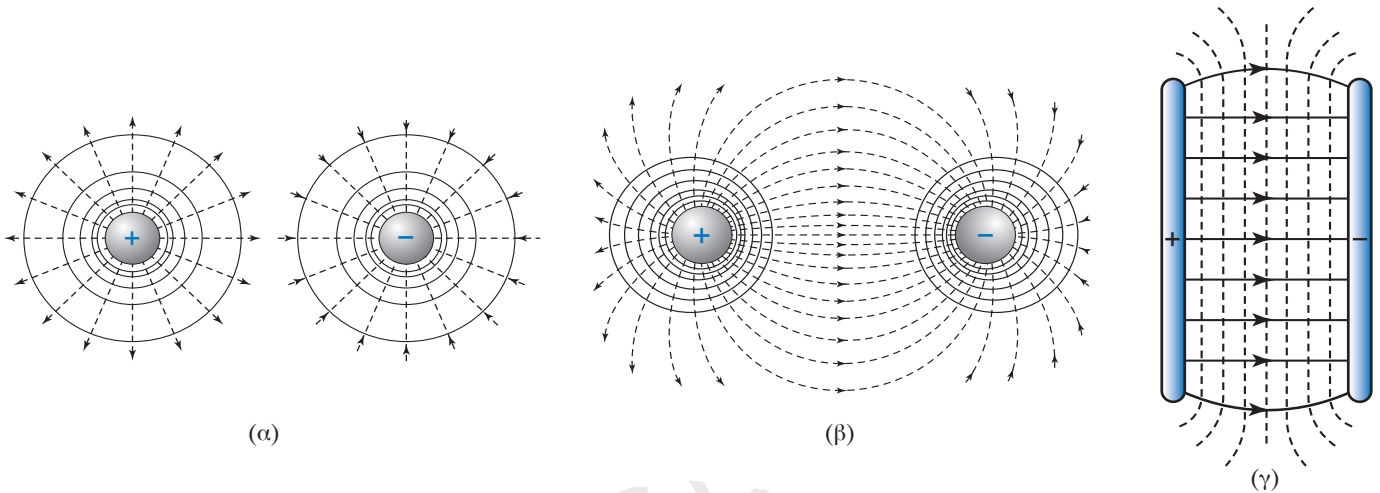
Έστω σημεία A, B που ανήκουν σε ισοδυναμική επιφάνεια και ορίζουν μία διαδρομή. Σ' αυτήν τη διαδρομή λαμβάνουμε το στοιχειώδες μήκος dl (σχ. 9.35). Ισχύει ότι $dV = -E \cos \theta dl = 0$. Επειδή η ένταση E του πεδίου είναι $E \neq 0$ και επίσης ισχύει $dl \neq 0$, έπεται ότι $\cos \theta = 0$. Άρα $\theta = 90^\circ$. Συνεπώς, η δύναμη και η ένταση σε κάθε σημείο του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετες στην ισοδυναμική επιφάνεια που διέρχεται απ' το σημείο αυτό. Οπότε **οι δυναμικές γραμμές τέμνουν κάθετα τις ισοδυναμικές επιφάνειες** (σχ. 9.36).

Όσο η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου αυξάνεται, τόσο μειώνεται η απόσταση ανάμεσα στις ισοδυναμικές επιφάνειες. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 9.37, που παριστάνει το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ ακίδας και επίπεδης επιφάνειας. Στο σημείο A που η ένταση του πεδίου είναι μεγάλη, η απόσταση των ισοδυναμικών επιφανειών είναι μικρή. Στο σημείο B που η ένταση του πεδίου είναι μικρή, η απόσταση των ισοδυναμικών επιφανειών είναι μεγάλη.



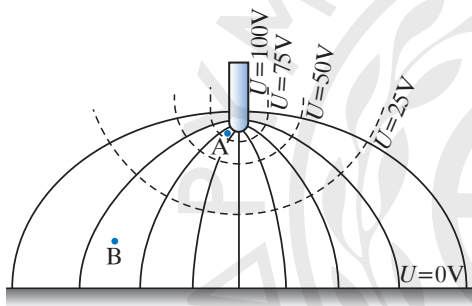
Σχ. 9.35

Οι δυναμικές γραμμές τέμνουν κάθετα τις ισοδυναμικές επιφάνειες



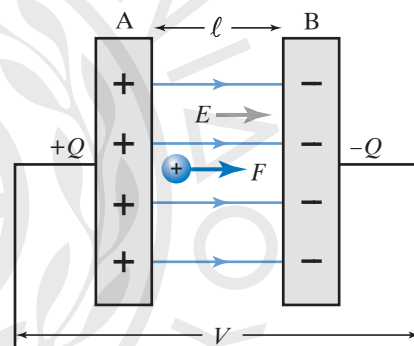
Σχ. 9.36

Δυναμικές γραμμές και ισοδυναμικές επιφάνειες (α) γύρω από θετικό και αρνητικό σημειακό φορτίο, (β) πεδίου δύο ετεροώνυμων σημειακών ηλεκτροικών φορτίων, και (γ) πεδίου δύο φορτισμένων επιπέδων και παράλληλων πλακών



Σχ. 9.37

Δυναμικές γραμμές και ισοδυναμικές επιφάνειες πεδίου μεταξύ ακίδας και επίπεδης επιφάνειας



Σχ. 9.38

Η ένταση ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου ανάμεσα σε δύο φορτισμένες πλάκες εξαρτάται από τη διαφορά δυναμικού (V) και τη μεταξύ τους απόσταση (l)

9.4.10 Σχέση μεταξύ διαφοράς δυναμικού και έντασης ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου

Δύο επίπεδες μεταλλικές πλάκες Α, Β έχουν ίσα αλλά ετερόνυμα ηλεκτρικά φορτία και η μεταξύ τους απόσταση είναι l . Ανάμεσα στις πλάκες σχηματίζεται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, με σταθερή ένταση E . Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο πλακών είναι V (σχ. 9.38). Δοκιμαστικό φορτίο q αφήνεται αρχικά πολύ κοντά στον σπλισμό Α. Στο φορτίο ενεργεί δύναμη $F = Eq$ και το μετακινεί μέχρι τον σπλισμό Β. Κατά τη μετακίνηση αυτή η δύναμη του πεδίου παράγει έργο $W = F l = Eq l$ ή $W = qV$, δηλαδή ισχύει $Eq l = qV$ ή $E l = V$, συνεπώς:

$$E = V/l.$$

Η εξίσωση αυτή είναι ειδική περίπτωση της σχέσης $E = dV/dl$ και φανερώνει ότι η ένταση E ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου ισούται με τη μεταβολή του δυναμικού κατά μονάδα μήκους της δυναμικής γραμμής. Απ' τη σχέση $E = V/l$ διαπιστώνουμε ότι μονάδα μέτρησης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι το 1 V/m, που είναι ισοδύναμο με το 1 N/C. Πράγματι ισχύει:

$$1 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{joule}}{\text{coulomb} \cdot \text{m}} = 1 \frac{\text{N} \times \text{m}}{\text{m} \times \text{C}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}}.$$

Οι τιμές έντασης και δυναμικού σφαίρας ακτίνας R , φορτισμένης με θετικό φορτίο $+Q$, σε σχέση

με την απόσταση από το κέντρο της K φαίνονται στο σχήμα 9.39 και στον πίνακα 9.2. Αν το φορτίο της σφαίρας είναι αρνητικό, οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις $E = f(x)$, $V = f(x)$ είναι συμμετρικές των παραπάνω, ως προς τον οριζόντιο άξονα x .

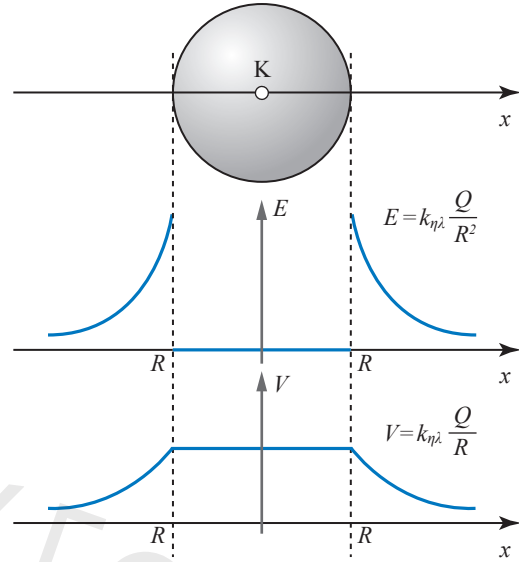
9.5 Ηλεκτρικές εκκενώσεις

Ηλεκτρική εκκένωση ονομάζεται η διατεταγμένη κίνηση φορτίων (διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος) μέσα από αέριο, που πολλές φορές συνοδεύεται από φωτεινά φαινόμενα. Για να διέρχεται ρεύμα, πρέπει να υπάρχουν φορτία μέσα στο αέριο. Σε φυσιολογικές συνθήκες τα αέρια αποτελούνται από ουδέτερα άτομα ή μόρια ή σωματίδια σκόνης που είναι ουδέτερα. Όμως υπάρχουν πολλοί μηχανισμοί, οι οποίοι μπορούν να ιοντίσουν αυτά τα ουδέτερα συστατικά του αερίου και να δημιουργήσουν αρχικά πολύ μικρό πλήθος ηλεκτρονίων και αρνητικών και θετικών ιόντων μέσα στο αέριο.

Αυτό μπορεί να συμβεί με την τριβή των σωματιδίων σκόνης με τα τοιχώματα του δοχείου που περιέχει το αέριο, καθώς επίσης με την τριβή σωματιδίων σκόνης του αερίου διαφορετικών ειδών. Μια άλλη αιτία ιοντισμού είναι η ύπαρξη ραδιενεργών υλικών στην ατμόσφαιρα και η κοσμική ακτινοβολία.

9.5.1 Ηλεκτρικό πεδίο της Γης

Από πειράματα, έχει αποδειχθεί ότι όταν υπάρχει ηρεμία στην ατμόσφαιρα, χωρίς σύννεφα, η Γη



Σχ. 9.39

Γραφικές παραστάσεις έντασης και δυναμικού σφαίρας

περιβάλλεται από ηλεκτρικό πεδίο, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κατακόρυφες με φορά από πάνω προς τα κάτω. Δηλαδή στην ατμόσφαιρα υπάρχει πλεόνασμα θετικών ηλεκτρικών φορτίων, ενώ στο έδαφος πλεόνασμα αρνητικών. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της Γης δεν είναι σταθερή, αλλά μειώνεται με το ύψος.

Στην επιφάνεια της θάλασσας έχει τιμή $E = 130 \text{ V/m}$ και σε ύψος περίπου 15 km μηδενίζεται. Όταν δεν υπάρχουν σύννεφα, φορτία ρέουν από

Πίνακας 9.2

Ένταση και δυναμικό σφαιρικού αγωγού ακτίνας R φορτισμένου με φορτίο $+Q$

Ένταση E	Δυναμικό V
Στο εσωτερικό της σφαίρας ($x < R$)	
Είναι $E = 0$ διότι η ένταση στο εσωτερικό φορτισμένου αγωγού είναι ίση με μηδέν	Είναι σταθερό σε κάθε σημείο του αγωγού και ίσο με το δυναμικό στην επιφάνεια $V = k \frac{Q}{R}$
Στην επιφάνεια της σφαίρας ($x = R$)	
$E = k \frac{Q}{R^2}$	$V = k \frac{Q}{R}$
Στο εξωτερικό της σφαίρας ($x > R$)	
Μειώνεται όταν αυξάνεται η απόσταση από το κέντρο της σφαίρας σύμφωνα με τον τύπο $E = k \frac{Q}{x^2}$	Μειώνεται όταν αυξάνεται η απόσταση από το κέντρο της σφαίρας σύμφωνα με τον τύπο $V = k \frac{Q}{x}$

την αρνητικά φορτισμένη Γη προς τα θετικά φορτισμένα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας. Γνωστό στους ναυτικούς και στους αεροπόρους είναι το λεγόμενο *φως των Διοσκούρων*, δηλαδή η ροή φορτίων από τα κατάρτια των πλοίων τη νύχτα.

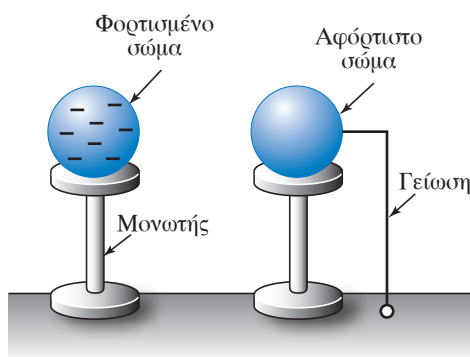
9.5.2 Γείωση

Η χωρητικότητα της Γης είναι μεγάλη ($C = 708 \mu\text{F}$) και γι' αυτό το δυναμικό της πρακτικά δεν μεταβάλλεται, όταν μετακινούνται ηλεκτρικά φορτία από και προς αυτήν. Συνεπώς, όταν συνδέσουμε ένα φορτισμένο σώμα με τη Γη (έδαφος) μέσω αγωγού (σύρματος), όλο το φορτίο του σώματος θα μεταφερθεί στη Γη, άρα το σώμα θα εκφορτισθεί πλήρως. Τότε λέμε ότι το σώμα *γειώθηκε* και η διαδικασία που περιγράψαμε ονομάζεται *γείωση* (σχ. 9.40). Λόγω της καλής σχετικά αγωγιμότητας των τοιχωμάτων των οικοδομών, αυτά έχουν το δυναμικό της Γης.

Υπάρχουν οι εξής δύο περιπτώσεις:

1) Αν το σώμα που γειώνεται έχει αρχικά θετικό ηλεκτρικό φορτίο, τότε θα έχει έλλειμμα ελεύθερων ηλεκτρονίων. Κατά τη γείωση, μέσω του σύρματος της γείωσης, ελεύθερα ηλεκτρόνια από την επιφάνεια της Γης μετακινούνται προς το σώμα, μέχρι αυτό να γίνει ηλεκτρικά ουδέτερο, δηλαδή να έχει μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο.

2) Αν το σώμα που γειώνεται έχει αρχικά αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο, τότε θα έχει πλεόνασμα ελεύθερων ηλεκτρονίων. Κατά τη γείωση, μέσω του σύρματος της γείωσης, ελεύθερα ηλεκτρόνια από το σώμα μετακινούνται προς την επιφάνεια της Γης, μέχρι το σώμα να γίνει ηλεκτρικά ουδέτερο, δηλαδή να έχει μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο.



Σχ. 9.40

Σώμα πριν (φορτισμένο) και μετά (αφόρτιστο) τη γείωσή του.

9.5.3 Δημιουργία ηλεκτρικών σπινθήρων, εκκένωσης

Όταν δύο σώματα Α, Β, φορτισμένα με αντίθετα ηλεκτρικά φορτία (έστω το Α θετικό και το Β αρνητικό) πλησιάσουν πολύ κοντά το ένα στο άλλο, παρατηρούμε ότι δημιουργούνται *ηλεκτρικοί σπινθήρες*. Αυτό το φαινόμενο εξηγείται ως εξής:

Ανάμεσα στα δύο σώματα Α, Β παρεμβάλλεται αέρας. Ο αέρας αποτελείται από ουδέτερα και από λίγα θετικά και αρνητικά φορτισμένα σωματίδια. Τα ιόντα και κυρίως τα ηλεκτρόνια, αν το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν τα δύο φορτισμένα σώματα μέσα στο αέριο είναι αρκετά μεγάλο, θα αποκτήσουν μεγάλη κινητική ενέργεια, και έτσι κατά τη σύγκρουσή τους με τα ουδέτερα σωματίδια μπορεί να τα ιονίσουν. Η διαδικασία μπορεί να οδηγήσει σε καταγισμό, δηλαδή σε παραγωγή μεγάλου πλήθους θετικών και αρνητικών φορτίων, συνεπώς έχουμε μεγάλη ροή φορτίων (μεγάλο ηλεκτρικό ρεύμα) που συνοδεύεται από διέγερση μορίων και ατόμων του αερίου, οπότε μπορεί να προκύψουν φωτεινά φαινόμενα (σπινθήρας, αστραπή) και θέρμανση του αέρα (απτόμη διαστολή) η οποία μπορεί να προκαλέσει και ηχητικά φαινόμενα (βροντή).

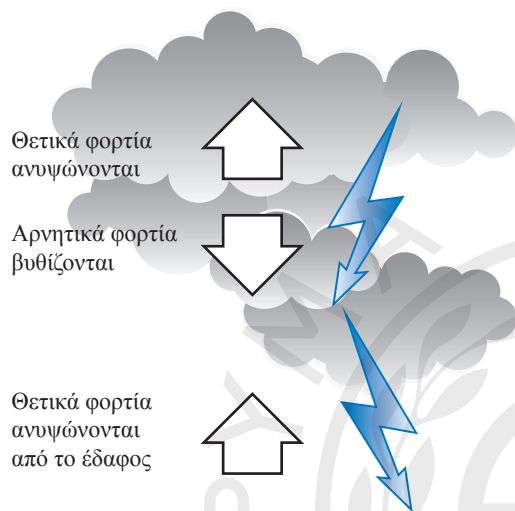
Όταν φέρουμε κοντά τις ακίδες δύο σωμάτων, τα οποία έχουμε φορτίσει με μεγάλη ποσότητα αντιθέτων ηλεκτρικών φορτίων, παρατηρούμε ότι ανάμεσά τους εμφανίζεται σπινθήρας. Αυτό είναι ένα είδος φαινομένου ηλεκτρικής εκκένωσης και οφείλεται στο ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο που αναπτύσσεται σε ακίδες. Όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά δυναμικού, τόσο μεγαλύτερη είναι και η απόσταση των σωμάτων, στην οποία μπορεί να εμφανίζονται σπινθήρες. Όσο αυξάνεται η ατμοσφαιρική πίεση, τόσο μειώνεται η απόσταση των σωμάτων στην οποία εμφανίζεται ο σπινθήρας.

Το φαινόμενο αυτό βρίσκει εφαρμογή στους αναφλεκτήρες (μπουζί) των βενζινομηχανών. Η τάση που αναπτύσσεται είναι περίπου 40 kV, ικανή να προκαλέσει ηλεκτρική εκκένωση, απαραίτητη για την ανάφλεξη του καυσίμου (μείγματα αέρα και βενζίνης). Ακόμη και οι κερανοί (ατμοσφαιρικές ηλεκτρικές εκκένώσεις) οφείλονται σε παρόμοια αιτία.

Στον ξηρό ατμοσφαιρικό αέρα έχουμε σπινθήρα, αν η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου φτάσει περίπου τα 30 kV/cm.

Με κάποιο σχετικά πολύπλοκο μηχανισμό, τα σύννεφα φορτίζονται έτσι, ώστε μερικές περιοχές

τους είναι θετικά και άλλες αρνητικά φορτισμένες. Όταν οι διαφορές των φορτίων στα σύννεφα είναι μεγάλες (μεγάλες διαφορές δυναμικού) και οι αποστάσεις των περιοχών μικρές, παρατηρούνται ατμοσφαιρικές ηλεκτρικές εκκενώσεις (κεραυνοί). Τα φορτία που βρίσκονται στα κάτω τμήματα των νεφών, επάγουν στο έδαφος ίσα και αντίθετα φορτία. Έτσι, μεταξύ του σύννεφου και του εδάφους δημιουργείται ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο (σχ. 9.41).

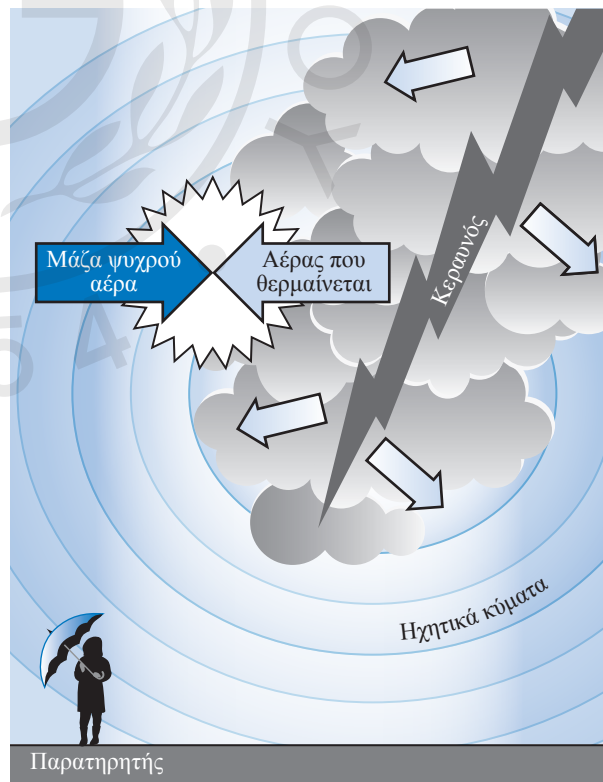


Σχ. 9.41
Δημιουργία κεραυνού

Το κάτω μέρος ενός σύννεφου συνήθως έχει αρνητικό φορτίο. Αυτό μπορεί να δημιουργήσει ένταση πεδίου στον χώρο μεταξύ σύννεφου και εδάφους 100 εκατομμύρια φορές ισχυρότερη από τη συνήθη ένταση που υπάρχει όταν δεν υπάρχουν σύννεφα. Τότε, τα ηλεκτρόνια εξαναγκάζονται να κινηθούν απ' το σύννεφο προς το έδαφος και μόλις γεφυρωθεί το χάσμα, σχηματίζεται ο κεραυνός, όπως ο σπινθήρας στο μπουζί του αυτοκινήτου. Περίπου 100 φορές κάθε δευτερόλεπτο οι κεραυνοί κτυπούν τη Γη και καταρρακυλούν σε φωτεινές δέσμες, μήκους 300 m έως 3000 m. Ένας μόνο κεραυνός μπορεί να έχει ισχύ 3750 εκατομμύρια κιλοβάτ (kW), περισσότερο από όλη μαζί την παραγωγή των εργοστασίων ηλεκτροπαραγωγής μίας χώρας. Υπολογίζεται ότι σε κάθε κεραυνό απελευθερώνεται ενέργεια περίπου 360 εκατομμυρίων joule. Ο κεραυνός είναι ένας γιγάντιος σπινθήρας (σχ. 9.42). Η βροντή προκαλείται από τη θέρμανση και την απότομη διαστολή του αέρα γύρω από τον κεραυνό. Το φως του κεραυνού (αστραπή) κινείται

προς τον παρατηρητή με ταχύτητα 300 000 km/s, ενώ ο ήχος της βροντής με ταχύτητα 340 m/s. Άρα, η βροντή γίνεται αργότερα αντιληπτή από τον παρατηρητή. Για να υπολογίσουμε κατά προσέγγιση την απόσταση, σε χιλιόμετρα, που μας χωρίζει από την τοποθεσία που έχει ξεσπάσει η θύελλα, διαιρούμε διά 3 τον χρόνο, σε δευτερόλεπτα, ανάμεσα στη λάμψη και στη βροντή.

Η διαφορά δυναμικού που αναπτύσσεται ακριβώς πριν τη δημιουργία του κεραυνού κυμαίνεται από 100 MV – 1000 MV και αυξάνεται περίπου με το τετράγωνο του ύψους του σύννεφου. Το ηλεκτρικό ρεύμα που ρέει στη φωτεινή φλέβα είναι της τάξης των 20 000 A. Το 75% αυτής της ενέργειας γίνεται εσωτερική ενέργεια και αυξάνει τη θερμοκρασία της ατμόσφαιρας κατά μήκος της διαδρομής του, έως τους 15 000 °C. Έτσι, ο αέρας αναγκάζεται να εκτονωθεί ταχύτατα, όπως συμβαίνει στις εκρήξεις (σχ. 9.42). Η κίνηση αυτή του αέρα δημιουργεί ηχητικά κύματα που μπορούν να ακουστούν ως βροντή, σε απόσταση 30 km. Στην περίπτωση των ηλεκτρικών εγκαταστάσεων, τα αλεξικέραυνα λειτουργούν ως δικλείδα ασφαλείας, που επιτρέπει την ακίνδυνη διέοδο προς τη Γη κάθε τά-



Σχ. 9.42
Δημιουργία βροντής

σης των ηλεκτρικών γραμμών, η οποία υπερβαίνει το όριο ασφαλείας της γραμμής. Όταν ο κεραυνός πέσει σε σπίτι που δεν έχει αλεξικέραυνο, τότε τα ηλεκτρικά του φορτία κινούνται μέσα από τις αγώγιμες εγκαταστάσεις (δίκτυα ύδρευσης/ θέρμανσης, κεραίες, καμινάδες). Όμως η αγωγιμότητα των εγκαταστάσεων αυτών δεν επαρκεί για τη διοχέτευση όλων των ηλεκτρικών φορτίων στη Γη. Συνεπώς, κατά τη διάρκεια καταιγίδων συνιστάται να αποφεύγουμε τη χρήση αυτών των δικτύων και να απομακρυνόμαστε από τις εγκαταστάσεις αυτές.

9.5.4 Το αλεξικέραυνο

Το αλεξικέραυνο είναι μια διάταξη που χρησιμοποιείται για να προφυλάσσει κτήρια, πλοία, συσκευές και ηλεκτρικές εγκαταστάσεις απ' τις καταστρεπτικές συνέπειες των κεραυνών.

Στην περίπτωση των ηλεκτρικών εγκαταστάσεων, τα αλεξικέραυνα λειτουργούν ως δικλείδα ασφαλείας, που επιτρέπει την ακίνδυνη διόδο προς τη Γη κάθε τάσης των ηλεκτρικών γραμμών, η οποία υπερβαίνει το όριο ασφαλείας της γραμμής. Όταν ο κεραυνός πέσει σε σπίτι που δεν έχει αλεξικέραυνο, τα ηλεκτρικά του φορτία κινούνται μέσα από τις αγώγιμες εγκαταστάσεις (δίκτυα ύδρευσης/ θέρμανσης, κεραίες, καμινάδες). Όμως η αγωγιμότητα των εγκαταστάσεων αυτών δεν επαρκεί για τη διοχέτευση όλων των ηλεκτρικών φορτίων στη Γη. Συνεπώς, κατά τη διάρκεια καταιγίδων συνιστάται να αποφεύγουμε τη χρήση αυτών των δικτύων και να απομακρυνόμαστε από τις εγκαταστάσεις αυτές.

Ο συνήθης τύπος αλεξικέραυνου αποτελείται από:

1) Μια **ευθύγραμμη μεταλλική ράβδο**, που ονομάζεται **κεραία**. Είναι συνήθως σιδερένια και τοποθετείται στο ψηλότερο σημείο του οικοδομήματος ή του πλοίου. Η κορυφή της καταλήγει σε ακίδα από χαλκό που επιμεταλλώνεται με ευγενές μέταλλο, συνήθως χρυσό ή λευκόχρυσο.

2) Ένα **σύστημα αγωγών** που συνδέουν τη ράβδο με τη γείωση και επιτυγχάνουν ηλεκτρική επαφή ανάμεσα στην κεραία και στις μεταλλικές μάζες του οικοδομήματος.

3) Τη **γείωση** που γίνεται με κατάλληλη τοποθέτηση του αγωγού μέσα στο έδαφος ή στον μεταλλικό σκελετό του πλοίου. Η γείωση των αλεξικεραυνών πρέπει να παρουσιάζει μικρή αντίσταση, ώστε να μην προκαλείται υψηλή τάση όταν τη διαρρέει το ρεύμα.

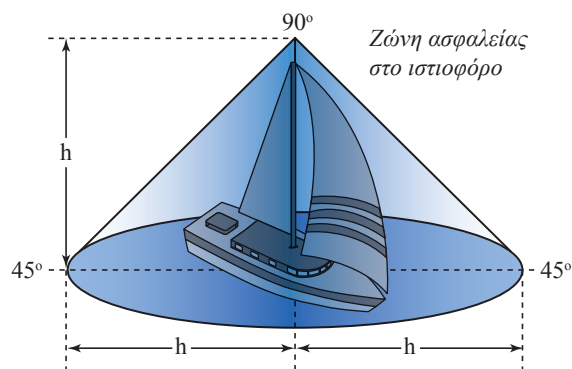
Η προστασία των κτηρίων είναι άμεση και προληπτική. Χάρη στην ακίδα του αλεξικέραυνου προκαλείται βραδεία ηλεκτρική εκκένωση του στατικού ηλεκτρισμού του κτηρίου, το οποίο ηλεκτρίστηκε «εξ επαγωγής» από την προσέγγιση φορτισμένου σύννεφου. Όταν ο κεραυνός γίνει αναπόφευκτος, τότε η κεραία απάγει με ασφάλεια τον ατμοσφαιρικό ηλεκτρισμό.

Υπάρχουν διάφοροι τύποι αλεξικεραυνών, ανάλογα με το τι θέλουμε να προστατεύσουμε.

Από τους διάφορους τύπους αλεξικεραυνών, ο πιο συνηθισμένος είναι το «αλεξικέραυνο με κέρατα» ή «κερατοειδής απαγωγός», τα ηλεκτρόδια του οποίου αποτελούνται από μεταλλικές ράβδους, λυγισμένες σε σχήμα κεράτων. Τα αλεξικέραυνα αυτά τοποθετούνται, ανά διαστήματα στις ηλεκτρικές γραμμές.

Στερεώνονται στους στύλους που συγκρατούν τις γραμμές, συνήθως στα σημεία που αυτές τερματίζονται και εγκαθίστανται ηλεκτρικές συσκευές και μηχανήματα. Συχνά χρησιμοποιείται το αλεξικέραυνο Melsen, ένα είδος κλωβού Faraday που αποτελείται από πλέγμα μεταλλικών αγωγών (ταινίες μεγάλης διατομής), οι οποίοι περιβάλλουν εξωτερικά το προστατευόμενο κτήριο. Στις πιο ψηλές θέσεις του πλέγματος που δεσπόζουν στο οικοδόμημα, υπάρχουν συγκολλήσεις μεταλλικών θυσάνων, που σχηματίζονται από τη συνένωση πολλών ακίδων.

Το αλεξικέραυνο, λόγω του ύψους στο οποίο τοποθετείται, προσφέρει μεγαλύτερη προστασία στα ιστιοφόρα από ό,τι στα μηχανοκίνητα πλοία, διότι η ομπρέλα προστασίας του καλύπτει πλήρως τα ιστιοφόρα (σχ. 9.43) αλλά όχι πλήρως τα μηχανοκίνητα πλοία με την πλώρη τους συνήθως να μένει εκτεθειμένη (σχ. 9.44). Σε όλα τα πλοία το αλεξικέραυνο τοποθετείται στο υψηλότερο σημείο (πχ στην κορυ-



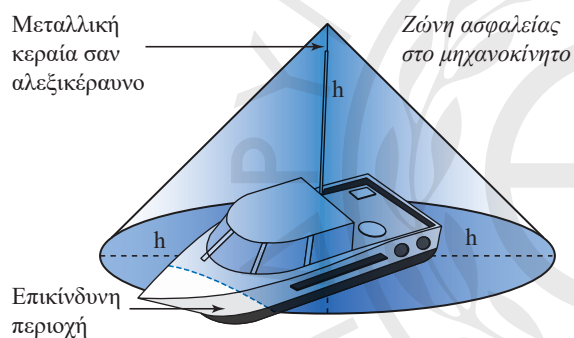
Σχ. 9.43

Αντικεραυνική προστασία ιστιοφόρου

φή του αλουμινένιου καταρτιού για τα ιστιοφόρα) με την ακίδα του να προεξέχει ακόμη και από τις κεραίες επικοινωνιών (VHF) διότι το ενδεχόμενο ο κεραυνός να χτυπήσει το κατάρτι είναι η πιο ασφαλής εκδοχή για το πλήρωμα. Το αλουμινένιο κατάρτι ενός ιστιοφόρου είναι ο πιο κατάλληλος αγωγός μίας ηλεκτρικής εκκένωσης (σχ. 9.45).

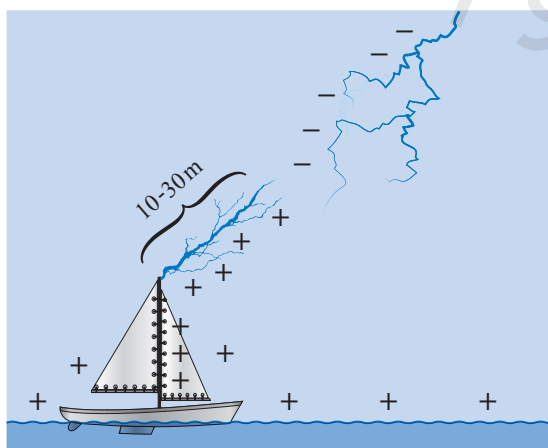
Σε περίπτωση απουσίας ή βλάβης του αλεξικέρανου, για την αντικεραυνική προστασία του πλοίου δύνανται να χρησιμοποιηθεί μία μεταλλική (όχι πλαστική) κεραία επικοινωνιών, τοποθετημένη όσο το δυνατόν υψηλότερα και εφοδιασμένη με συλλέκτη ηλεκτρικής εκκένωσης. Η ηλεκτρική εκκένωση πρέπει να διοχετευτεί στη γείωση, η οποία είναι σε επαφή με τη θάλασσα, από τη συντομότερο οδό (π.χ. μεταλλικό κατάρτι ιστιοπλοϊκού).

Τα σιδερένια πλοία εκ κατασκευής, είναι απόλυτα εγγενώς γειωμένα διότι τα μεταλλικά τους μέρη είναι σε επαφή το ένα με το άλλο. Στα πλαστικά και



Σχ. 9.44

Αντικεραυνική προστασία μηχανοκίνητου πλοίου



Σχ. 9.45

Κεραυνός χτυπά ιστιοφόρο

ξύλινα πλοία, το κατάρτι συνδέεται μέσω χάλκινου καλωδίου μεγάλης διατομής ή μεταλλικού πλέγματος με την καρίνα. Το μέγεθος κάθε νήματος του γυμνού καλωδίου χαλκού δεν πρέπει να είναι μικρότερο από 0,71mm. Τα μονωμένα καλώδια χαλκού πρέπει να έχουν τουλάχιστον 19 νήματα. Το πάχος κάθε μεταλλικής λωρίδας του πλέγματος πρέπει να είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 1mm.

Τα υλικά που χρησιμοποιούνται στο σύστημα αντικεραυνικής προστασίας πλοίων είναι ανθεκτικά στη διάβρωση. Γενικά, αποφεύγεται η διασταύρωση δύο ανόμοιων μετάλλων, στην περίπτωση όμως που κριθεί σκόπιμο να γίνει, οι επιπτώσεις της διάβρωσης περιορίζονται με χρήση κατάλληλων επιμεταλλώσεων ή συνδέσεων γαλβανικά συμβατών και με τα δύο μέταλλα. Για την καλύτερη προστασία, συνιστάται για τα πλοία που ταξιδεύουν εν μέσω καταιγίδας, να αποσυνδέονται από το ηλεκτρικό δίκτυο όλες εκείνες οι ηλεκτρικές και ηλεκτρονικές συσκευές που δεν είναι άκρως απαραίτητες για την ασφαλή πλεύση, με την αφαίρεση τους από τις πρίζες παροχής ρεύματος. Η ύπαρξη γείωσης ή το είδος της, δε σχετίζονται με την πιθανότητα να χτυπήσει ή όχι ο κεραυνός το πλοίο. Δεν υπάρχουν συγκεντρωτικά επιστημονικά δεδομένα για τη συχνότητα με την οποία τα πλοία πλήττονται από κεραυνούς. Οι υλικές ζημιές (βλάβες ή καταστροφή σε δορυφορικά συστήματα πλοήγησης, ράδιο VHF, ράδιο μετεωρολογικής ενημέρωσης, συστήματα μέτρησης ταχύτητας ανέμου, γεννήτριες 12V και πιθανές διατρήσεις στο σκελετό του πλοίου) που προκαλεί ο κεραυνός στο δίχως αντικεραυνική προστασία πλοίο που πλήττει, είναι μεγαλύτερες αν αυτό πλέει σε ποτάμι ή λίμνη (γλυκό νερό) απ' ό,τι στην ανοιχτή θάλασσα διότι το γλυκό νερό είναι χειρότερος αγωγός από το θαλασσινό. Το πλοίο θεωρείται ότι έχει αντικεραυνική προστασία αν υπάρχει ηλεκτρική συνέχεια μεταξύ τερματικού αέρα και τερματικού γείωσης.

Τύποι γειώσεων πλοίων. Το σύστημα διανομής ηλεκτρικής ενέργειας των πλοίων γειώνεται με τους εξής τρόπους: **αγείωτο** (με μονωμένο ουδέτερο αγωγό), συμπαγώς γειωμένο, γειωμένο μέσω αντίδρασης (χωρητικής ή επαγωγικής) και γειωμένο μέσω αντίστασης (υψηλής και χαμηλής). Οι αγωγοί αντικεραυνικής προστασίας που βρίσκονται κοντά στην καλωδίωση του πλοίου, δεν πρέπει να δρομολογούνται παράλληλα με αυτήν. Επίσης, πρέπει να απέχουν τουλάχιστον 2 m από δεξαμενές και καζάνια.

Οι μηχανές του πλοίου συνδέονται απευθείας με την πλάκα γείωσης.

– Διεθνή πρότυπα και οδηγίες αντικεραυνικής προστασίας πλοίων

Για την αντικεραυνική προστασία των πλοίων έχουν εκπονηθεί οδηγίες τόσο σε εθνικό (νηογνώμονες, ακτοφυλακή) όσο και σε διεθνές επίπεδο από οργανισμούς πιστοποίησης πλοίων (πίν. 9.3). Οι οδηγίες διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, νομοθετικές και τεχνικές. Οι νομοθετικές θεσπίζονται από το κοινοβούλιο και τα συναρμόδια Υπουργεία κάθε κράτους με ισχύ σε εθνικό επίπεδο. Οι τεχνικές οδηγίες θεσπίζονται από εθνικούς και διεθνείς οργανισμούς, είναι λεπτομερέστερες, περιλαμβάνουν κατασκευαστικά κριτήρια και προδιαγραφές και γενικά δεν είναι υποχρεωτικές (πίν. 9.4).

9.6 Κίνηση φορτισμένου σωματίου μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο

9.6.1 Βολή σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Για να μελετήσουμε τη βολή φορτισμένου σωματίου σε ηλεκτρικό πεδίο, πρέπει να αγνοήσουμε κάθε δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο (βάρος, άνωση, αντίσταση αέρα), εκτός απ' τη δύναμη που του ασκεί το πεδίο. Το σωματίο, κατά την κίνησή

Πίνακας 9.4

Κανονισμοί αντικεραυνικής προστασίας πλοίων

	Αντικεραυνική προστασία
Διεθνείς οργανισμοί	ISO 10134 [19]
	IEC 60092-507 [20] IEC 60092-352
Εθνικοί οργανισμοί	ABYC TE-4 [21]
	Bureau Veritas NR 566 [22]
	DEF STAN 02-516 [23]

του μέσα στο πεδίο, κινείται υπό την επίδραση σταθερής κατακόρυφης δύναμης, που έχει φορά από πάνω προς τα κάτω και ισχύει:

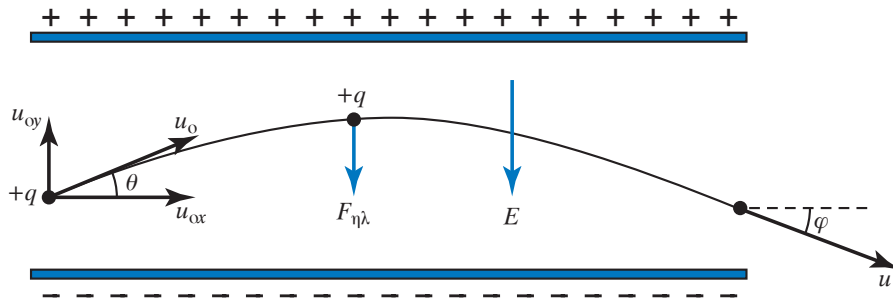
$$F = Eq$$

Η δύναμη που ασκείται στο σωματίο, έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με τη δύναμη που ασκείται στο σώμα που εκτελεί πλάγια βολή μέσα στο βαρυτικό πεδίο. Η κίνησή του, σύμφωνα με την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, θεωρείται ως σύνθεση δύο κινήσεων: Μίας οριζόντιας ομαλής κίνησης με ταχύτητα $u_{0x} = u_0 \cos\theta$ και μίας κατακόρυφης ομαλά επιβραδυνόμενης με αρχική ταχύτητα $u_{0y} = u_0 \sin\theta$ (θεωρούμε τη διάταξη δύο παραλλήλων φορτισμέ-

Πίνακας 9.3

Διεθνείς οργανισμοί ασχολούμενοι και με την ηλεκτρική ασφάλεια πλοίων

A/A	Οργανισμός	Σύντομη περιγραφή
1	ISO (International Organization for Standardization)	Ασχολείται σε παγκόσμιο επίπεδο με την τυποποίηση στο τεχνικό και βιομηχανικό κομμάτι.
2	IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers)	Συντάσσει προαιρετικά πρότυπα που ανά 5 έτη αναθεωρούνται ανάλογα με την πρόοδο της επιστήμης.
3	IEC (International Electrotechnical Commission)	Οργανισμός τυποποίησης με έδρα στη Γενεύη έχει ως αποστολή την ενοποίηση όλων των εθνικών κανονισμών στον ηλεκτρικό και ηλεκτρονικό τομέα.
4	CENELEC (European Committee for Electrotechnical Standardization)	Αποτελείται από τις εθνικές επιτροπές τυποποίησης των χωρών κρατών της ΕΕ και χωρών όπως Νορβηγία και Ελβετία. Εκδίδει κείμενα εναρμόνισης (HD- Harmonization Documents) ή ευρωπαϊκά πρότυπα (EN- European Norms).
5	IMO (International Maritime Organization)	Υπηρεσία του ΟΗΕ, χωρίζεται σε επιτροπές και υποεπιτροπές με σημαντικότερες τις MSC (Maritime Safety Committee) και MEPC (Marine Environment Committee)



Σχ. 9.46
Βολή σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

νων πλακών του σχ. 9.46). Στο ομογενές πεδίο υπολογίζουμε την επιτάχυνση a του σωματίου από το Δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα και στη συνέχεια εφαρμόζουμε τύπους ανάλογους με το βαρυτικό πεδίο. Η επιτάχυνση δίνεται από τον τύπο:

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{qV}{ml}$$

όπου: E η ένταση του πεδίου, V η διαφορά δυναμικού και l η απόσταση των πλακών. Αναλύουμε την ταχύτητα u_0 του σωματίου σε μία συνιστώσα κάθετη και μία παράλληλη με τις γραμμές του πεδίου.

Η τροχιά που θα διαγράψει το σωματίο μέσα στο πεδίο είναι παραβολή και οι εξισώσεις της παρουσιάζονται στον πίνακα 9.5.

Πίνακας 9.5
Εξισώσεις κίνησης για πλάγια βολή σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Άξονας x	Άξονας y
$F_x = 0$	$F_y = Eq$
$a_x = 0$	$a_y = \frac{Eq}{m}$
Ομαλή κίνηση	Ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση
$u_x = u_0 \cos \theta$	$u_y = u_0 \sin \theta - \frac{Eq}{m} t$
$s_x = u_0 \cos \theta t$	$s_y = u_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} \frac{Eq}{m} t^2$

9.6.2 Κίνηση παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου

Το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ασκεί στο φορτισμένο σωματίο σταθερή δύναμη $F = Eq$ κατά τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Το σωματίο

εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m}$$

(σχ. 9.47). Αν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s που αφήνεται μέσα στο πεδίο η ταχύτητά του είναι μηδέν, τότε την κάθε χρονική στιγμή θα έχει ταχύτητα

$$u = at = \frac{Eq}{m} t$$

και θα έχει μετακινηθεί κατά

$$x = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Eq}{m} t^2$$

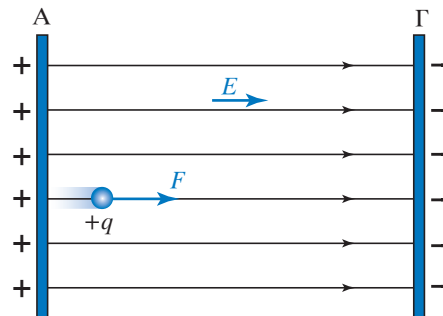
Αν γνωρίζουμε την απόσταση l που απέχουν μεταξύ τους οι παράλληλες πλάκες και τη μεταξύ τους τάση V , τότε η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου δίνεται απ' τον τύπο: $E = V/l$.

Συνεπώς, η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σωματίδιο δίνεται από τον τύπο $a = Vq/lm$.

Ο χρόνος που χρειάζεται για να πάει από τη θετική (την Α) στην αρνητική (τη Γ) πλάκα βρίσκεται ως εξής:

$$l = \frac{1}{2} at^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = l \sqrt{\frac{2m}{qV}}$$

Η ταχύτητα, με τη οποία φτάνει στην απέναντι



Σχ. 9.47

Κίνηση φορτίου μέσα σε ομογενές πεδίο παράλληλα στις δυναμικές γραμμές

πλάκα (τη Γ) δίνεται από τον τύπο:

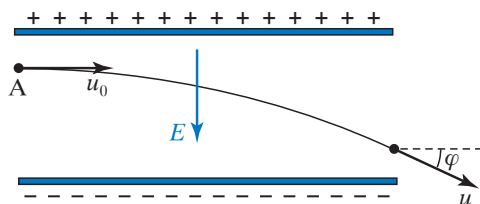
$$u = at = a\sqrt{\frac{2\ell}{a}} = \sqrt{2\ell a} = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

Αν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s που αφήνεται μέσα στο πεδίο, η ταχύτητά του είναι u_0 , εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη (ή επιβραδυνόμενη) κίνηση με αρχική ταχύτητα. Η ταχύτητά του κάθε χρονική στιγμή είναι $u = u_0 \pm at$ και έχει μετακινηθεί κατά $x = u_0 t \pm at^2/2$.

9.6.3 Κίνηση κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου

Το σωματίο εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου (σχ. 9.48). Η σταθερή δύναμη που του ασκεί το πεδίο είναι $F = Eq$ και έχει κατακόρυφη διεύθυνση που για $q > 0$ έχει φορά προς την αρνητική πλάκα που είναι οριζόντια. Τη στιγμή εισόδου (θέση Α) η δύναμη F είναι κάθετη στην ταχύτητα u_0 .

Η κίνηση του σωματίου μπορεί να θεωρηθεί ως η συνισταμένη δύο κινήσεων, μίας κατά τη διεύθυνση του άξονα x και μίας κατά τη διεύθυνση του άξονα y . Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα είναι ομαλή με ταχύτητα u_0 , διότι το σωματίο δεν δέχεται καμία δύναμη. Άρα, ισχύει ότι $u_x = u_0$ και η μετατόπισή του στον οριζόντιο άξονα δίνεται απ' τον τύπο $x = u_0 t$. Η κίνηση στον κατακόρυφο άξονα είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα και με επιτάχυνση $a_y = Eq/m$, διότι σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του το σωματίδιο δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο τη σταθερή δύναμη F . Τα μέτρα της ταχύτητας και της μετατόπισης του σωματιδίου στον άξονα y κάθε χρονική στιγμή δίνονται από τους τύπους $u_y = at$ και $y = at^2/2$. Η κίνηση είναι όμοια με την οριζόντια βολή μέσα στο ομογενές βαρυντικό πεδίο και αποτελεί συνδυασμό επιταχυνόμενης κίνησης χωρίς αρχική ταχύτητα και ευθύγραμμης ομαλής με ταχύτητα $u_{ox} = u_0$. Η τροχιά του σωματιδίου είναι



Σχ. 9.48

Κίνηση φορτίου που εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου

παραβολή και η θέση του (οι συντεταγμένες) γνωστή κάθε χρονική στιγμή. Οι εξισώσεις της κίνησης παρουσιάζονται στον πίνακα 9.6.

Πίνακας 9.6

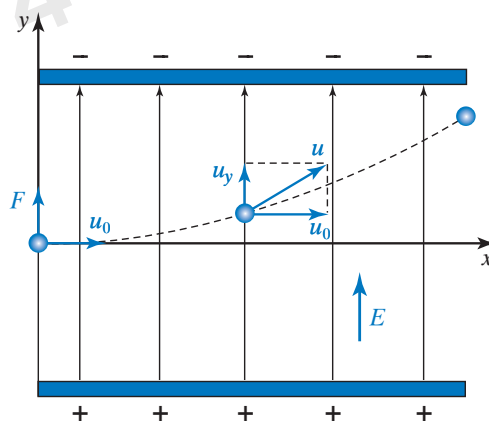
Εξισώσεις κίνησης για βολή κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου

Άξονας x	Άξονας y
Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση	Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση
$a_x = 0$	$a_y = Eq/m$
$u_x = u_0$	$u_y = at$
$s_x = u_0 t$	$s_y = at^2/2$

Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, αν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα για χρόνο t δύο κινήσεις, φτάνει στην ίδια θέση αν εκτελεί ξεχωριστά και διαδοχικά κάθε κίνηση για χρόνο t την κάθε μία. Γνωρίζοντας κάθε χρονική στιγμή τις ταχύτητες $u_x = u_0$ και $u_y = at$, υπολογίζουμε την ταχύτητα u του σωματιδίου (σχ. 9.49). Κάθε χρονική στιγμή για την ταχύτητα u του σωματιδίου, διανυσματικά ισχύει ότι $\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y$ δηλαδή $\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}_y$. Σύμφωνα με το πυθαγόρειο θεώρημα, κάθε χρονική στιγμή για την ταχύτητα u του σωματιδίου ισχύει ότι

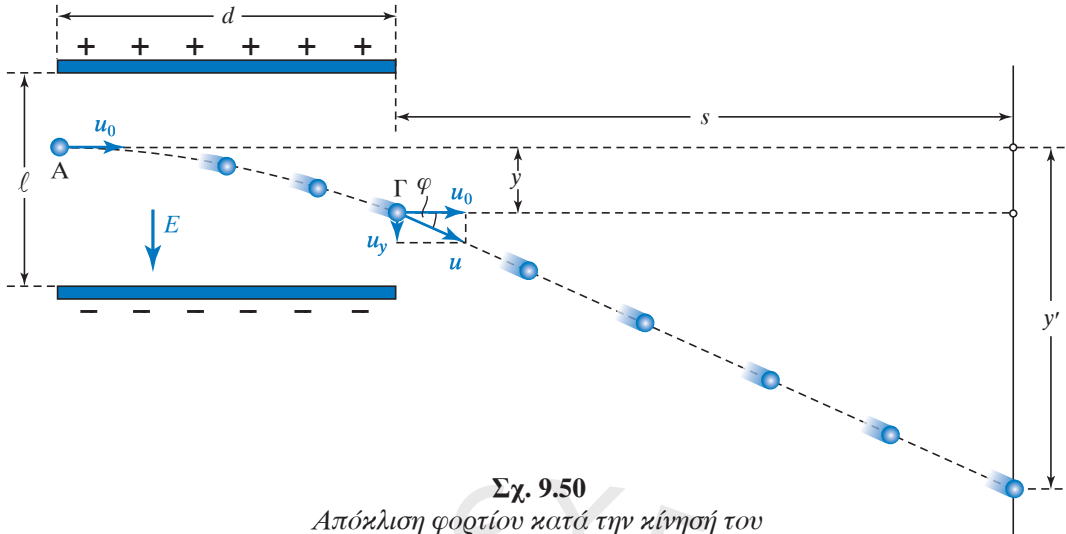
$$u^2 = u_0^2 + u_y^2.$$

Η ταχύτητα που έχει το σωματίδιο όταν εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο, στο σημείο Γ του σχή-



Σχ. 9.49

Ταχύτητα φορτίου κατά την κίνησή του σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο



Σχ. 9.50
Απόκλιση φορτίου κατά την κίνησή του σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο

ματος 9.50, ονομάζεται **ταχύτητα εξόδου** και η απόσταση y **κατακόρυφη απόκλιση**.

Η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση της u με τη διεύθυνση της u_0 , υπολογίζεται απ' τη σχέση

$$\tan \varphi = \frac{u_y}{u_0}$$

Μετά την έξοδό του το σωματίδιο προσκρούει σε κατακόρυφη επιφάνεια που έχει τοποθετηθεί σε οριζόντια απόσταση s απ' το ηλεκτρικό πεδίο. Η κατακόρυφη απόσταση y' υπολογίζεται από τον τύπο $y' = y + s \cdot \tan \varphi$.

Παρατήρηση

Το έργο της δύναμης του πεδίου για μετακίνηση φορτίου q από σημείο A σε σημείο B είναι: $W_{ΑΓ} = q (V_A - V_B)$. Αυτό ισχύει για ομογενές και για ανομοιογενές πεδίο.

Πολλά προβλήματα αντιμετωπίζονται με τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας.

Εφαρμογές

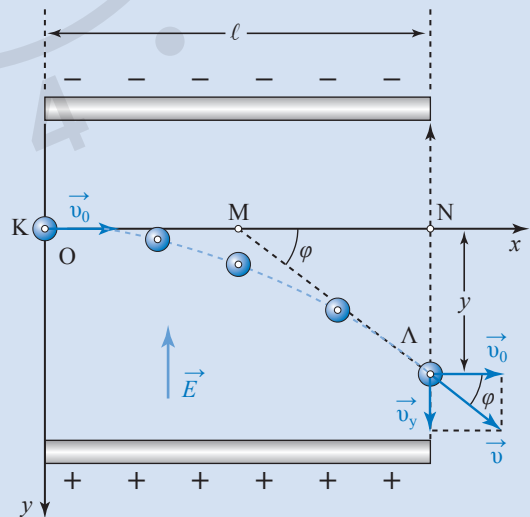
1. Έστω ότι αρνητικά φορτισμένο σωματίδιο εισέρχεται με ταχύτητα u_0 κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν δυο παράλληλες και οριζόντιες μεταλλικές πλάκες. Αποδεικνύεται ότι η διεύθυνση της ταχύτητας εξόδου του σωματιδίου

από το πεδίο, τέμνει τον οριζόντιο άξονα (ή άξονα των x) στο μέσον της οριζόντιας μετατόπισης που αντιστοιχεί στο σημείο αυτό (σχ. 9.51). Πράγματι, όταν το σωματίδιο εξέρχεται (σημείο Λ), από το τρίγωνο των ταχυτήτων προκύπτει ότι

$$\epsilon\varphi\varphi = \frac{u_y}{u_0} = \frac{at}{u_0}$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΛΜΝ ισχύει ότι

$$\epsilon\varphi\varphi = \frac{N\Lambda}{MN} = \frac{y}{MN} = \frac{\frac{1}{2}at^2}{MN}$$

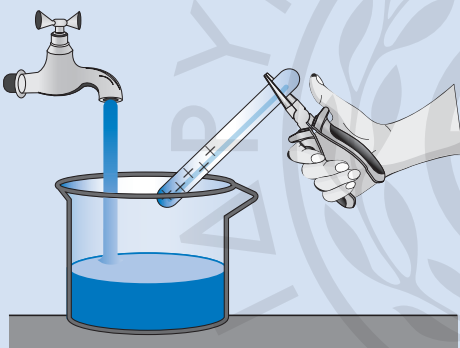


Σχ. 9.51
Η κατακόρυφη μετατόπιση του σωματιδίου είναι ίση με το μισό βεληνεκές

$$\text{Άρα, } \frac{at}{u_0} = \frac{1}{2} \frac{at^2}{MN} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{u_0} = \frac{1}{2} \frac{t}{MN}$$

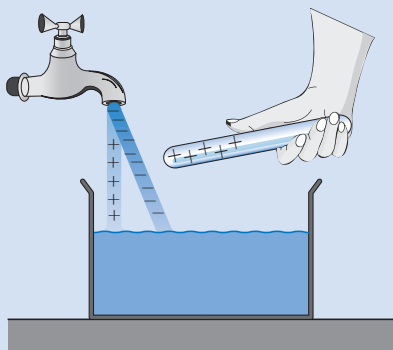
$$\text{ή} \quad MN = \frac{u_0 t}{2} = \frac{\ell}{2}$$

2. Φλέβα νερού ρέει ήρεμα και κατακόρυφα από βρύση (σχ. 9.52). Αν πλησιάσει κοντά της το φορτισμένο άκρο γυάλινης ράβδου, η φλέβα έλκεται και εκτρέπεται από την αρχική της πορεία (σχ. 9.53). Αυτό συμβαίνει διότι το τμήμα της φλέβας νερού που βρίσκεται απέναντι από τη ράβδο, φορτίζεται εξ' επαγωγής αρνητικά, ενώ το άλλο τμήμα της θετικά. Το αρνητικά φορτισμένο τμήμα της φλέβας, δέχεται από τη γυάλινη ράβδο ελκτική δύναμη, ενώ το θετικά φορτισμένο δέχεται απωστική δύναμη. Αποτέλεσμα αυτών των δυνάμεων είναι η εκτροπή της φλέβας νερού απ' την αρχική της πορεία.



Σχ. 9.52

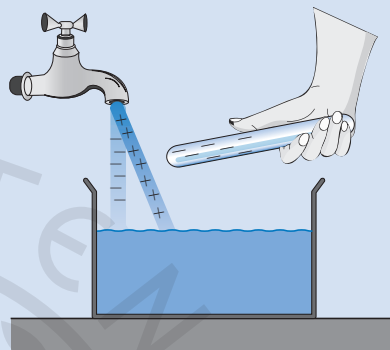
Κατακόρυφη φλέβα νερού



Σχ. 9.53

Εκτροπή φλέβας νερού

Το ίδιο παρατηρούμε αν η γυάλινη ράβδος που πλησιάζει τη φλέβα νερού είναι αρνητικά φορτισμένη (σχ. 9.54). Για την εκτέλεση των παραπάνω δεν πρέπει να υπάρχει υγρασία στην ατμόσφαιρα, διότι τότε εκφορτίζεται γρήγορα η γυάλινη ράβδος. Επίσης το νερό δεν πρέπει να είναι αποσταγμένο (μονωτής), αλλά να περιέχει άλατα.



Σχ. 9.54

Η ράβδος έλκει το νερό

3. Βαφή αυτοκινήτων. Η βιομηχανική μέθοδος βαφής αυτοκινήτων είναι η ηλεκτροστατική βαφή, που πλεονεκτεί έναντι της συμβατικής στο ότι βάφει και τα τμήματα εκείνα που δεν φαίνονται εύκολα (κρυμμένα). Το αυτοκίνητο που πρόκειται να βαφτεί, συνδέεται με τον αρνητικό πόλο ηλεκτροστατικής γεννήτριας ο οποίος είναι μονωμένος και φορτίζεται σε δυναμικό χαμηλότερο από το δυναμικό των σταγόνων της μπογιάς. Η μπογιά ψεκάζεται μέσα από ακροφύσιο που είναι συνδεδεμένο με τον θετικό πόλο της ηλεκτροστατικής γεννήτριας. Οι σταγόνες της μπογιάς, κατά την κίνηση τους μέσα στο ακροφύσιο, αποκτούν λόγω της τριβής ηλεκτρικό φορτίο και ακολουθώντας τις δυναμικές γραμμές επικάθονται πάνω σε όλα τα σημεία του αυτοκινήτου.

9.7 Κατανομή φορτίων σε αγωγούς

9.7.1 Πυκνότητα φορτίου

Έστω σημείο A μιας επιφανειακής κατανομής φορτίου. Αν dS είναι το εμβαδό της στοιχειώδους επιφάνειας γύρω από το σημείο A και dq το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο που έχει κατανεμηθεί στην επιφάνεια αυτή, το πηλίκο $\sigma = dq/dS$ ονομάζεται

επιφανειακή πυκνότητα του ηλεκτρικού φορτίου. Αν η κατανομή του φορτίου είναι ομοιόμορφη, τότε η επιφανειακή πυκνότητα είναι παντού η ίδια και δίνεται από τον τύπο $\sigma = q/S$.

Μονάδα μέτρησης της επιφανειακής πυκνότητας του φορτίου στο SI είναι το 1 C/m^2 .

Ομοίως, για γραμμική κατανομή φορτίου ορίζεται η γραμμική πυκνότητα του ηλεκτρικού φορτίου, ως το πηλίκο $\mu = dq/dl$, όπου: dq είναι το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο, που έχει κατανεμηθεί στο στοιχειώδες μήκος dl .

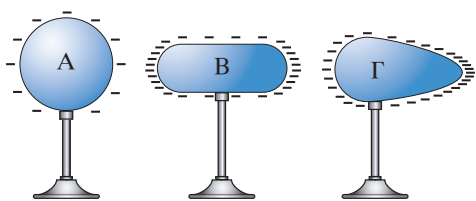
Μονάδα μέτρησης της γραμμικής πυκνότητας του φορτίου είναι το 1 C/m .

Ανάλογα, για κατανομή φορτίου σε όγκο ορίζεται και η πυκνότητα όγκου του ηλεκτρικού φορτίου, ως το πηλίκο $\rho = dq/dV$, όπου dq είναι το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο, που έχει κατανεμηθεί σε στοιχειώδη όγκο dV .

Μονάδα μέτρησης της πυκνότητας όγκου του ηλεκτρικού φορτίου είναι το 1 C/m^3 .

Στους αγωγούς, το ηλεκτρικό φορτίο κατανέμεται στην επιφάνειά τους. Αυτό σχετίζεται με το γεγονός ότι ισχύει ο Νόμος του Coulomb, όπου η δύναμη είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης μεταξύ αλληλεπιδρώντων σημειακών φορτίων. Μάλιστα, αυτό χρησιμοποιείται πειραματικά για να βρεθεί με τι ακρίβεια ισχύει η εξάρτηση της δύναμης του Coulomb απ' την απόσταση.

Η ακριβής κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου εξαρτάται από το σχήμα που έχει ο αγωγός. Στον σφαιρικό αγωγό Α του σχήματος 9.55, η κατανομή του φορτίου είναι ομοιόμορφη και η επιφανειακή πυκνότητα σ είναι ίδια σε όλα τα σημεία της επιφάνειάς του. Στον αγωγό Β η επιφανειακή πυκνότητα είναι μεγαλύτερη στα άκρα του, ενώ στο μέσο του είναι μικρή. Στον αγωγό Γ, του οποίου το ένα άκρο είναι οξύ, η επιφανειακή πυκνότητα λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της στο άκρο αυτό. Όταν ο αγωγός παρουσιάζει οξύ άκρο, ιδιαίτερα στις ακίδες, η επιφανειακή πυκνότητα στην περιοχή αυτή λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της.



Σχ. 9.55

Κατανομή ηλεκτρικού φορτίου σε αγωγό

Αν κοντά στην ακίδα φορτισμένου αγωγού πλησιάσουμε φλόγα, παρατηρούμε ότι δημιουργείται φύσημα και τη σβήνει (σχ. 9.56). Αυτό συμβαίνει διότι η συγκέντρωση του φορτίου στην ακίδα είναι πολύ μεγάλη, με αποτέλεσμα να ανταλλάσσεται φορτίο μεταξύ αέρα και ακίδας. Έτσι, ο αέρας φορτίζεται με ομόσημο φορτίο μ' αυτόν της ακίδας. Αποτέλεσμα αυτού είναι να απωθείται ο αέρας από την ακίδα και να δημιουργείται ρεύμα αέρα το οποίο μπορεί να σβήσει τη φλόγα. Η ανταλλαγή των ηλεκτρικών φορτίων μεταξύ επιφάνειας αγωγού και αέρα εξαρτάται κυρίως από την τιμή της επιφανειακής πυκνότητας. Όταν αυτή ξεπεράσει μία κρίσιμη τιμή ($\sigma > \sigma_{\text{crit}}$), τότε έχουμε έντονο ηλεκτρικό πεδίο, γίνεται μεγάλος ιοντισμός του αέρα και παρατηρείται ροή φορτίων. Πειραματικά, έχει υπολογισθεί ότι για τον αέρα ισχύει $\sigma_{\text{crit}} = 2,65 \cdot 10^{-5} \text{ C/m}^2$. Συχνά, διαρροή θυσάνων ηλεκτρικού φορτίου είναι ορατή στους πυργίσκους των καλωδίων υψηλής τάσης.



Σχ. 9.56

«Φύσημα» εξαιτίας μεγάλης πυκνότητας του φορτίου

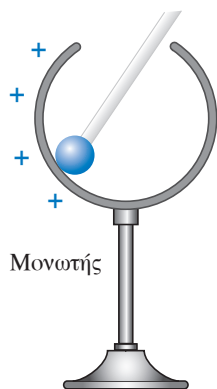
Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **φαινόμενο Corona** και προκαλεί ανωμαλίες στους εναέριους αγωγούς υψηλής τάσης λόγω της διαρροής ηλεκτρικών φορτίων, όταν ο καιρός είναι κρύος, οπότε και σχηματίζονται παγοκρύσταλλοι στα καλώδια, οι δε σπινθηρισμοί είναι ορατοί από μεγάλες αποστάσεις.

9.7.2 Κατανομή των ηλεκτρικών φορτίων στο εσωτερικό αγωγού

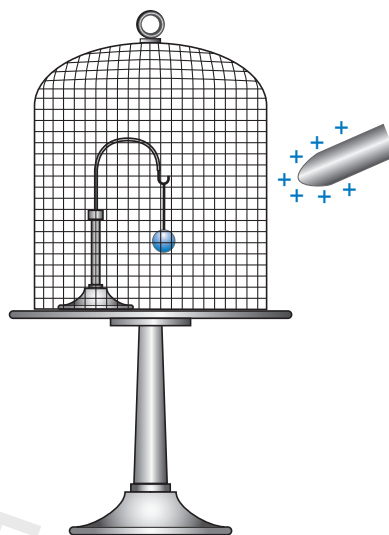
Έστω ότι μεταφέρουμε ηλεκτρικά φορτία στο εσωτερικό ενός αγωγού. Αυτά φεύγουν από το εσωτερικό του και κατανέμονται στην εξωτερική του επιφάνεια. Εκεί, κατανέμονται επίσης και όσα φορτία αναπτύσσονται με ηλεκτρική επαγωγή. Στο εσωτερικό φορτισμένου αγωγού (συμπαγούς ή κοίλου) δεν μπορεί να παραμείνει ηλεκτρικό φορτίο. Αυτό διαπιστώνεται πειραματικά με κοίλο ηλε-

πρσιμένο αγωγό, που είναι μονωμένος (σχ. 9.57).

Στην άκρη γυάλινης ράβδου είναι στερεωμένο ένα μεταλλικό σφαιρίδιο, που ονομάζεται **δοκιμαστικό σφαιρίδιο**. Όταν το ουδέτερο σφαιρίδιο έρθει σε επαφή με την εξωτερική επιφάνεια του αγωγού, τότε το σφαιρίδιο παίρνει από τον αγωγό λίγο ηλεκτρικό φορτίο (ηλέκτριση με επαφή).



Σχ. 9.57
Ηλεκτρική φόρτιση
κοίλου αγωγού



Σχ. 9.58
Ο κλωβός του Faraday

Με χρήση του ηλεκτροσκοπίου διαπιστώνουμε ότι το σφαιρίδιο είναι ηλεκτρισμένο. Αντιθέτως, το σφαιρίδιο δεν παίρνει καθόλου ηλεκτρικό φορτίο, όταν έρχεται σε επαφή με την εσωτερική επιφάνεια του κοίλου αγωγού. Αν ο αγωγός έχει ακμές, τότε μεγάλο μέρος του ηλεκτρικού φορτίου του, συγκεντρώνεται στα σημεία αυτά.

Αποδεικνύεται ότι η ένταση στο εσωτερικό φορτισμένου αγωγού είναι μηδενική.

Η ιδιότητα αυτή εφαρμόζεται όταν επιθυμούμε να προστατέψουμε έναν χώρο από ανεπιθύμητα εξωτερικά ηλεκτρικά πεδία, (ηλεκτρική θωράκιση) περιβάλλοντάς τον με μεταλλικό πλέγμα, όπως συμβαίνει στον κλωβό του Faraday. Ο κλωβός αυτός είναι ένας κοίλος αγωγός, που στο σχήμα του μοιάζει με ποτήρι (σχ. 9.58). Στο εσωτερικό του δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, άσχετα από το φορτίο του αγωγού και από το εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο. Αν στην εσωτερική επιφάνεια του κλωβού εισχωρήσουν για κάποιον λόγο ηλεκτρικά φορτία, τότε τα φορτία αυτά περνούν αμέσως στην εξωτερική του επιφάνεια και επίσης η ένταση στο εσωτερικό του είναι μηδενική.

Μία εφαρμογή της ηλεκτρικής θωράκισης έχουμε στην περίπτωση που κεραυνός χτυπά αυτοκίνητο. Το αμάξωμα του αυτοκινήτου είναι μεταλλικό. Όταν ο κεραυνός το χτυπήσει, υπάρχει ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο έξω από τον χώρο του αυτοκινήτου, αλλά στο εσωτερικό του δεν υπάρχει και γι' αυτόν τον λόγο οι επιβάτες δεν παθαίνουν τίποτα.



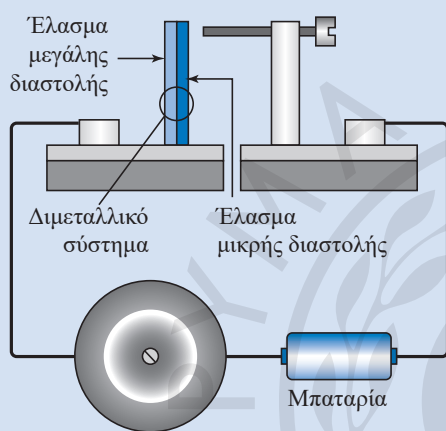
Εφαρμογές

1. Στα πλοία μεταφοράς επικίνδυνων φορτίων απαγορεύονται ρητά το κάπνισμα και η χρήση φλόγας, οι ναυτικοί χρησιμοποιούν ειδικά παπούτσια (χωρίς μεταλλικά καρφιά στις σόλες) και για τις εργασίες που εκτελούν δεν χρησιμοποιούν συνηθισμένα εργαλεία (π.χ. σφυρί με μεταλλικές επιφάνειες), προκειμένου να αποφεύγεται δημιουργία σπινθήρα.

2. Στα νοσοκομεία χρησιμοποιούνται αέρια που μεταφέρονται σε ατσάλινους κυλίνδρους. Μερικά απ' αυτά είναι εκρηκτικά. Αν διαφύγουν στην ατμόσφαιρα πιθανό να εκραγούν, εάν υπάρξει σπινθήρας. Για την αποφυγή τέτοιων καταστάσεων, τα πατώματα των νοσοκομείων αλλά και των πλοίων (κουβέρτες) εφοδιάζονται με αντιστατική επιφάνεια. Σκοπός της είναι να συγκεντρώνει τα ηλεκτρικά φορτία που υπάρχουν στον χώρο και να τα διοχετεύει στη Γη.

3. Αν παραστεί ανάγκη να μεταφερθεί γιατρός με ελικόπτερο, σε πλοίο που πλέει σε ανοικτή θάλασσα και επικρατούν δυσμενείς καιρικές συνθήκες (θύελλα, βροχοπτώση, κεραυνοί), οι ναυτικοί που θα πιάσουν τον γιατρό ενώ αιωρείται και κατεβαίνει, χρησιμοποιούν ειδικό άγκιστρο με μονωτική λαβή, ενώ αποφεύγουν να πιάσουν με γυμνά χέρια το σχοινί και τον γιατρό λόγω του στατικού ηλεκτρισμού.

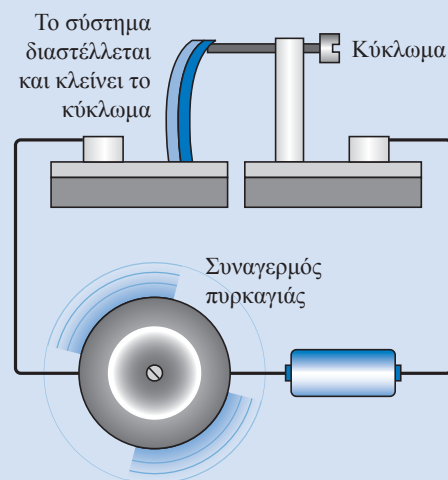
4. Οι ανιχνευτές καπνού που υπάρχουν στα πλοία, προκειμένου σημάτων συναγερισμό σε περίπτωση πυρκαγιάς, περιέχουν στο εσωτερικό τους μία πολύ ασθενή ραδιενεργό πηγή που ιονίζει τον αέρα που βρίσκεται στο εσωτερικό ανιχνευτή. Όταν δημιουργηθεί καπνός λόγω φωτιάς, παράγονται πολύ περισσότερα ιόντα που εισερχόμενα στον ανιχνευτή ενεργοποιούν τον συναγερισμό. Παλαιότερα το σύστημα συναγερισμού πυρκαγιάς που χρησιμοποιούνταν λειτουργούσε με χρήση διμεταλλικού ελάσματος (σχ. 9.59).



Σχ. 9.59
Ανοιχτό κύκλωμα

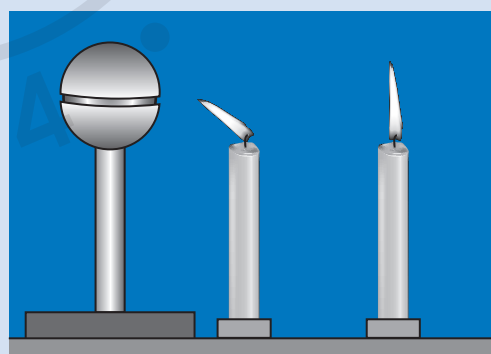
Το διμεταλλικό έλασμα αποτελείται από δυο επιμήκη μεταλλικά ελάσματα, κατασκευασμένα από διαφορετικό υλικό, τα οποία είναι συγκολλημένα κατά μήκος. Σε μία συγκεκριμένη θερμοκρασία έχει τη μορφή ευθύγραμμης ράβδου, όταν όμως θερμανθεί, τα δυο ελάσματα διαστέλλονται. Επειδή αποτελούνται από μέταλλα με διαφορετικό συντελεστή γραμμικής διαστολής, το ένα επιμηκύνεται περισσότερο απ' το άλλο και έτσι το σύστημα τους καμπυλώνεται. Όταν το σύστημα θερμανθεί, το διμεταλλικό έλασμα κάμπτεται, το κύκλωμα κλείνει και το κουδούνι χτυπά (σχ. 9.60).

5. Τοποθετούμε δύο ίδια κεριά έτσι, ώστε οι φλόγες τους να βρίσκονται στο ίδιο οριζό-



Σχ. 9.60
Κλειστό κύκλωμα

ντιο επίπεδο με το κέντρο της σφαίρας μίας γεννήτριας Van de Graaf, που είναι αρνητικά φορτισμένη. Το φορτίο της γεννήτριας ασκεί ελκτικές δυνάμεις στα θετικά ιόντα που βρίσκονται κοντά στα κεριά. Έτσι, δημιουργείται ένα ρεύμα ιόντων με κατεύθυνση προς τη σφαίρα, το οποίο προκαλεί καμπύλωση στις φλόγες των κεριών. Πιο έντονα παρατηρείται η καμπύλωση στη φλόγα του κεριού που είναι κοντύτερα στη σφαίρα, ενώ η φλόγα του άλλου κεριού επηρεάζεται πολύ λιγότερο (σχ. 9.61). Το φαινόμενο αυτό αποτελεί εφαρμογή του νόμου Coulomb.



Σχ. 9.61
Καμπύλωση της φλόγας του κεριού



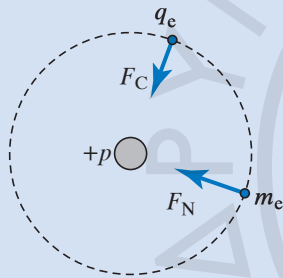
ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Για δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία που βρίσκονται στον αέρα ισχύει $q_1 = 2 \cdot 10^{-9} \text{C}$, $q_2 = 3 \cdot 10^{-9} \text{C}$ και η μεταξύ τους απόσταση είναι $r = 4 \text{m}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της απωστικής δύναμης που ασκεί το ένα φορτίο στο άλλο. Δίνεται:

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

2. Στο άτομο του υδρογόνου (σχ. 1) το ηλεκτρόνιο κινείται γύρω από τον πυρήνα σε κυκλική τροχιά ακτίνας $r = 5,3 \times 10^{-11} \text{m}$. Να υπολογίσετε τη δύναμη Coulomb μεταξύ ηλεκτρονίου και του πυρήνα και στη συνέχεια να τη συγκρίνετε με τη δύναμη της παγκόσμιας έλξης που ασκείται μεταξύ τους.

Δίνονται $q_p = e = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$, $m_p = 1,7 \times 10^{-27} \text{kg}$, $q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{C}$, $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{kg}$.

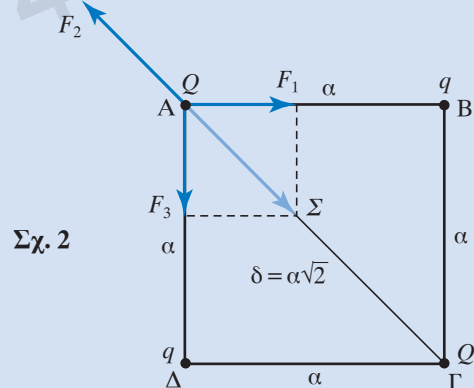


Σχ. 1

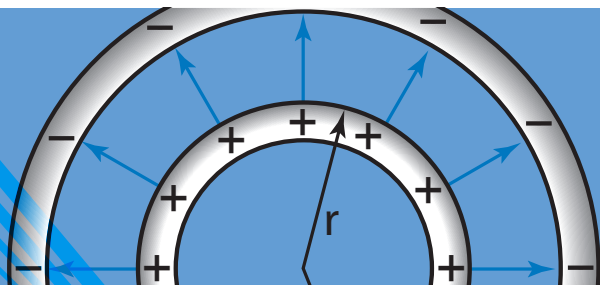
3. Δύο σημειακά ετερόσημα ηλεκτρικά φορτία βρίσκονται στον αέρα, τοποθετημένα σε απόσταση $r = 0,2 \text{m}$ μεταξύ τους και έλκονται με δυνάμεις μέτρου $F_A = F_B = 1 \text{N}$. Σε πόση απόσταση r' πρέπει να τοποθετηθούν τα παρακάτω ηλεκτρικά φορτία, ώστε η δύναμη που δέχεται το κάθε ένα φορτίο απ' το άλλο να τετραπλασιαστεί;
4. Δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία $q_1 = 1 \text{pC}$ και $q_2 = 9 \text{pC}$ τοποθετούνται στα δύο σταθερά σημεία A και B αντίστοιχα και παραμένουν ακίνητα. Αν το ευθύγραμμο τμήμα AB έχει μήκος $\ell = 2 \text{m}$, σε ποιο εσωτερικό του σημείο Γ πρέπει να τοποθετηθεί το σημειακό φορτίο $+q$, ώστε αυτό να ισορροπεί;
5. Δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία $q_1 = 1 \text{pC}$ και $q_2 = -9 \text{pC}$ τοποθετούνται στα σταθερά σημεία A, B αντίστοιχα και παραμένουν ακίνητα. Αν το ευθύγραμμο τμήμα AB έχει μήκος $\ell = 2 \text{m}$, σε

ποιο εξωτερικό σημείο του Z πρέπει να τοποθετηθεί το σημειακό φορτίο $+q$, ώστε αυτό να ισορροπεί;

6. Σημειακό φορτίο Q θα μοιραστεί σε δύο μέρη q και $Q-q$ (σημειακό). Ποια σχέση πρέπει να υπάρχει ανάμεσα στα μεγέθη Q και q , ώστε όταν βρεθούν σε απόσταση r μεταξύ τους, να δέχονται μέγιστη άπωση Coulomb;
7. Τρία σημειακά φορτία $q = 4 \text{pC}$ είναι τοποθετημένα στις κορυφές ισόπλευρου τριγώνου ABΓ πλευράς $a = 2 \text{cm}$. Να υπολογίσετε τη δύναμη (μέτρο, διεύθυνση και φορά) που ενεργεί σε κάθε φορτίο.
8. Σε φορτίο $q = -1 \text{C}$ πόσα ηλεκτρόνια πλεονάζουν;
9. Δύο ίσα θετικά φορτία Q ακινητούν σε απόσταση r . Η δύναμη σε ένα θετικό φορτίο q που βρίσκεται στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης είναι μηδέν. Αν το φορτίο q μετακινηθεί σε πολύ μικρή απόσταση.
α) Προς το ένα από τα δύο φορτία.
β) Πάνω στη μεσοκάθετη της μεταξύ τους απόστασης.
Να υπολογίσετε τη φορά της δύναμης που θα ασκηθεί στο φορτίο q και το είδος της ισορροπίας του.
10. Τέσσερα σημειακά ηλεκτρικά φορτία Q, q, Q, q τοποθετούνται στις κορυφές τετραγώνου ABΓΔ πλευράς a (σχ. 2). Αν τα φορτία Q, q είναι ετερόσημα, να υπολογίσετε ποια σχέση πρέπει να τα συνδέει, ώστε η δύναμη που ασκείται στο κάθε φορτίο Q να είναι ίση με μηδέν.

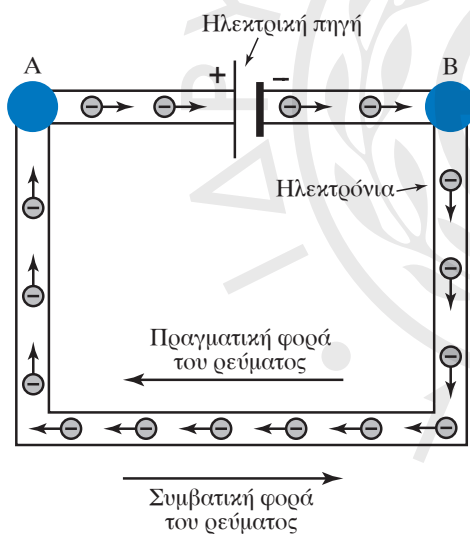


Σχ. 2



10.1 Ηλεκτρικό ρεύμα και πυκνότητα ρεύματος

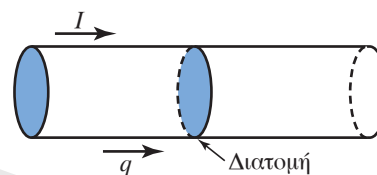
Ηλεκτρικό ρεύμα ή απλώς **ρεύμα** ονομάζεται η προσανατολισμένη (σε μια κατεύθυνση) κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων (φορτισμένων σωματιδίων) μέσα σε αγωγό (σχ. 10.1). Φορείς του ρεύματος είναι τα ηλεκτρικά φορτία που κινούνται προσανατολισμένα. Στους μεταλλικούς αγωγούς φορείς του ρεύματος είναι τα ελεύθερα ηλεκτρόνια, στους ηλεκτρολύτες τα κατιόντα και τα ανιόντα (θετικά και αρνητικά ιόντα) του διαλύματος και στους αέριους αγωγούς είναι τα ιόντα και τα ηλεκτρόνια.



Σχ. 10.1
Ροή φορτίων σε μεταλλικό αγωγό

Το ηλεκτρικό ρεύμα, είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος που περιγράφει τον ρυθμό, με τον οποίο το ηλεκτρικό φορτίο διέρχεται από τυχαία διατομή αγωγού. Συμβολίζεται με i ή I και ισούται με το πηλίκο του στοιχειώδους φορτίου dq που διέρχεται από διατομή αγωγού σε στοιχειώδη χρόνο dt ($dt \rightarrow 0$), προς τον χρόνο αυτόν (σχ. 10.2).

Δηλαδή $I = dq/dt$



Σχ. 10.2
Εγκάρσια διατομή αγωγού που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι το I :
 1) Εκφράζει τον ρυθμό ροής του φορτίου που διέρχεται από διατομή αγωγού,
 2) και αναφέρεται σε κάποια χρονική στιγμή, αφού $dt \rightarrow 0$.

Όταν η φορά του ρεύματος δεν μεταβάλλεται με τον χρόνο, το ρεύμα είναι συνεχές. Αν στο συνεχές ρεύμα ο ρυθμός ροής του φορτίου είναι σταθερός, τότε ισχύει:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{t}$$

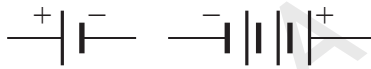
Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια και γενικώς τα ιόντα μέσα σε αγωγό κινούνται άτακτα και η κίνησή τους δεν έχει προσανατολισμό. Αν θεωρήσουμε μια επιφάνεια μέσα στον αγωγό, ο ρυθμός με τον οποίο τα φορτία διέρχονται μέσα από την επιφάνεια, από τα αριστερά προς τα δεξιά είναι ίδιος με τον ρυθμό που διέρχονται από τα δεξιά προς τα αριστερά. Έτσι, ο συνολικός αριθμός διέλευσης φορτίων από την επιφάνεια είναι μηδέν.

Αν τα άκρα του αγωγού συνδεθούν με συσσωρευτή (μπαταρία), τότε σε κάθε σημείο μέσα στον αγωγό δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο που κάνει τα φορτία να κινούνται προς τη διεύθυνση του πεδίου. Δηλαδή, προστίθεται στην ταχύτητα της άτακτης (θερμικής) κίνησης μία, συνήθως πολύ μικρότερη, συνιστώσα ταχύτητας κατά τη διεύθυνση του πεδίου που δημιουργεί το (ηλεκτρικό) ρεύμα.

Με τον όρο μπαταρία ή συσσωρευτής ή ηλεκτρική πηγή ονομάζουμε κάθε συσκευή που δημιουρ-

γεί διαφορά δυναμικού (πολική τάση) μεταξύ των άκρων της, παρέχοντας με τον τρόπο αυτό ενέργεια στο κύκλωμα που θα συνδεθεί. Ο ρόλος της ηλεκτρικής πηγής είναι να αντλεί ηλεκτρόνια από τον θετικό και να τα μεταφέρει, μέσω αυτής, στον αρνητικό πόλο. Θετικός είναι ο πόλος της πηγής που βρίσκεται στο μεγαλύτερο δυναμικό και συμβολίζεται με (+). Αρνητικός είναι ο πόλος της πηγής που βρίσκεται στο μικρότερο δυναμικό και συμβολίζεται με (-). Αν το ρεύμα έχει σταθερή φορά, ανεξάρτητα από τον χρόνο, ονομάζεται συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα. Οι ηλεκτρικές πηγές χωρίζονται σε:

1) Πηγές σταθερής πολικότητας ή πηγές συνεχούς τάσης, που περιλαμβάνουν τις πηγές σταθερής τιμής (σχ. 10.3).



Σχ. 10.3

Συμβολισμός πηγών σταθερής τάσης

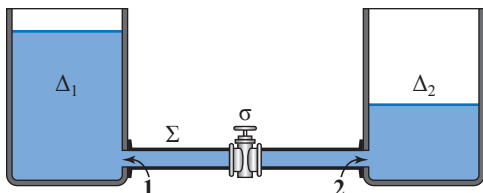
2) Πηγές που η πολικότητα τους μεταβάλλεται περιοδικά με το χρόνο και η πολική τάση μεταβάλλεται ημιτονοειδώς σε σχέση με τον χρόνο (σχ. 10.4).



Σχ. 10.4

Συμβολισμός πηγής εναλλασσόμενης

Προκειμένου υπάρξει ροή υγρού από το δοχείο (Δ_1) στο (Δ_2), πρέπει να υπάρχει κάποιο αίτιο και αυτό είναι η διαφορά πίεσης στα άκρα του σωλήνα (σχ. 10.5). Αντιστοίχως, προκειμένου υπάρξει ροή ηλεκτρικών φορτίων πρέπει να υπάρχει κάποιο αίτιο και αυτό είναι η διαφορά τάσης (ή δυναμικού). Εάν συνδέσουμε τους πόλους ηλεκτρικής πηγής με συρμάτινο αγωγό και διαπιστώσουμε ότι αυτός διαρρέεται από ρεύμα, συμπεραίνουμε ότι μεταξύ των πόλων της πηγής επικρατεί διαφορά δυναμικού. Συ-



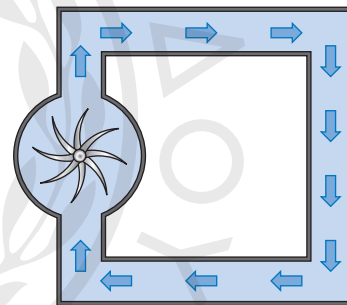
Σχ. 10.5

Η διαφορά πίεσης προκαλεί τη ροή του υγρού από Δ_1 προς Δ_2

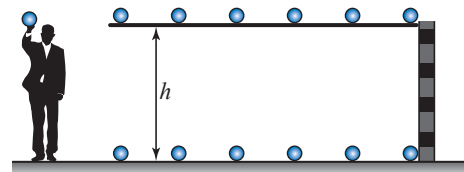
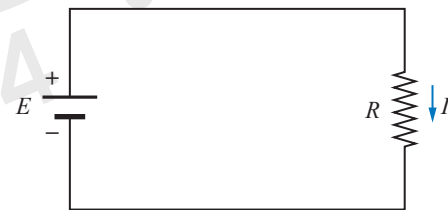
νεπώς η τάση είναι το αίτιο και το ηλεκτρικό ρεύμα είναι το αποτέλεσμα. Αν η στάθμη του νερού στα δοχεία και είναι στο ίδιο ύψος, τότε δε ρέει νερό στο σωλήνα Σ , διότι η πίεση στα άκρα του είναι η ίδια.

Το δυναμικό για τον ηλεκτρισμό είναι ότι η πίεση για την υδροδυναμική και η διαφορά δυναμικού αντιστοιχεί στη διαφορά πίεσης. Δηλαδή η πηγή δεν παράγει ηλεκτρικά φορτία, αλλά δημιουργεί τη διαφορά δυναμικού εξαιτίας της οποίας πραγματοποιείται η ροή των ηλεκτρικών φορτίων. Το **υδραυλικό ανάλογο** της πηγής είναι η υδραντλία, η οποία δεν παράγει το νερό, αλλά δημιουργεί (με δαπάνη ενέργειας) διαφορά πίεσης εξαιτίας της οποίας ρέει το ήδη υπάρχον στους αγωγούς νερό [σχ. 10.6(α)]. Προϋπόθεση είναι η συνεχής παροχή ενέργειας στην υδραντλία.

Στο **μηχανικό ανάλογο**, ο άνθρωπος δεν παράγει τα σφαιρίδια, αλλά δαπανώντας χημική ενέργεια δημιουργεί διαφορά βαρυντικού δυναμικού (βαρυντικής δυναμικής ενέργειας) εξαιτίας της οποίας υπάρχει συνεχής ροή σφαιριδίων [σχ. 10.6(β)].



(α)



(β)

Σχ. 10.6

(α) Το υδραυλικό ανάλογο της ηλεκτρικής πηγής είναι η υδραντλία και (β) το μηχανικό ανάλογο της ηλεκτρικής πηγής

είναι απαραίτητη η συνεχής προσφορά ενέργειας από τον άνθρωπο, αυτός κουράζεται.

Σημειώνουμε ότι λαμβάνεται ως φορά του ρεύματος (συμβατική φορά) η φορά που καθορίζεται απ' την κίνηση θετικών φορτίων που δημιουργούν ηλεκτρικό ρεύμα. Ρεύμα ίδιας φοράς μ' αυτό των θετικών φορτίων, δημιουργείται απ' αρνητικά φορτία που κινούνται στην αντίθετη φορά.

Μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού ρεύματος στο SI είναι το 1 ampere (1 A). Ορίζεται απ' τη σχέση:

$$I = q/t,$$

με $q = 1 \text{ C}$ και $t = 1 \text{ s}$. Συνεπώς 1 ampere είναι η τιμή του ηλεκτρικού ρεύματος που ανά δευτερόλεπτο (1s) μεταφέρει ηλεκτρικό φορτίο ίσο με 1 coulomb, δηλαδή:

$$1 \text{ ampere} = \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ second}}, 1 \text{ A} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}}$$

Το ampere είναι θεμελιώδης μονάδα στο SI, ενώ το coulomb είναι παράγωγη μονάδα.

Στις πρακτικές εφαρμογές και σε περιπτώσεις ασθενών ρευμάτων χρησιμοποιούνται και τα υποπολλαπλάσια: 1 millampere (1 mA) = 10^{-3} A, 1 microampere (1 μ A) = 10^{-6} A.

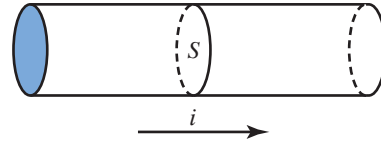
Πολλαπλάσιο του ampere είναι το 1 kiloampere (1 kA) = 10^3 A.

Από τη σχέση $q = It$ προκύπτει ότι 1 coulomb είναι το φορτίο που διέρχεται από διατομή αγωγού ανά δευτερόλεπτο, όταν αυτός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα ενός ampere (σχ. 10.7).

- Πυκνότητα ρεύματος

Αν το εμβαδό της εγκάρσιας διατομής αγωγού είναι S και το ρεύμα (η τιμή του ρεύματος) που τον

διαρρέει είναι i (σχ. 10.8), τότε ως πυκνότητα του ρεύματος j ορίζεται το πηλίκο $j = i/S$.



Σχ. 10.8

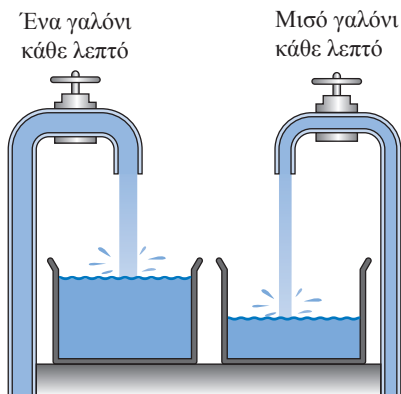
Εγκάρσια διατομή αγωγού εμβαδού S που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα

Πρόκειται για διανυσματικό φυσικό μέγεθος, το διάνυσμα \vec{j} σε κάθε σημείο έχει τη διεύθυνση της προσανατολισμένης κίνησης των φορέων του ρεύματος και φορά τη συμβατική φορά του ρεύματος.

Γενικότερα, αν $d\vec{S}$ είναι ένα στοιχείο μίας οριζοντιωμένης προσανατολισμένης επιφάνειας αγωγού, ισχύει ότι το στοιχειώδες ρεύμα di διά της $d\vec{S}$ είναι $di = \vec{j} \cdot d\vec{S}$ και το ολικό ρεύμα διά μέσου του αγωγού δίνεται απ' τη σχέση $i = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$. Η σχέση αυτή ισχύει για κάθε επιφάνεια και δείχνει πράγματι ότι το i είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος, διότι το $\vec{j} \cdot d\vec{S}$ ως εσωτερικό γινόμενο είναι μονόμετρο μέγεθος. Η σχέση $j = i/S$ είναι ειδική περίπτωση της σχέσης $i = \int j \cdot d\vec{S} = \int j \cdot dS = jS$, στην οποία η επιφάνεια ολοκλήρωσης είναι η κάθετη τομή του αγωγού και το j είναι σταθερό για την επιφάνεια και κάθετο προς αυτήν.

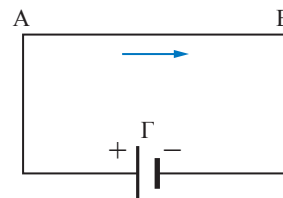
Στο SI μονάδα πυκνότητας είναι το 1 A/m^2 . Στην πράξη χρησιμοποιούνται και άλλες μονάδες όπως 1 A/cm^2 και 1 A/mm^2 .

Συνεχές ρεύμα. Το ηλεκτρικό ρεύμα είναι ροή ηλεκτρονίων εντός αγωγού. Προκειμένου να είναι συνεχής αυτή η ροή, δηλαδή να έχουμε συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα, πρέπει οι δυο άκρες A, B του αγωγού να συνδέονται σταθερά με τους δυο πόλους της γεννήτριας Γ, (σχ. 10.9). Τότε έχουμε κλειστό κύκλωμα (σχ. 10.10, 10.11). Αν σε σημείο του κυκλώματος παρεμβάλουμε μονωτή, διακόπτεται η ροή των ηλεκτρονίων, άρα δεν υπάρχει ηλεκτρικό



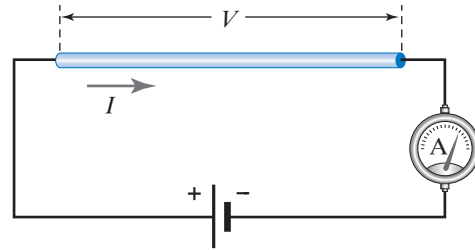
Σχ. 10.8

Η ροή e εντός αγωγού μοιάζει με τη ροή νερού εντός σωλήνα



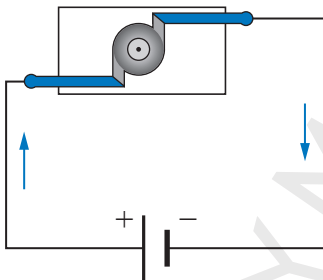
Σχ. 10.9

ρεύμα και λέμε ότι το κύκλωμα είναι ανοικτό. Για διακοπή ή αποκατάσταση του ρεύματος χρησιμοποιούνται διακόπτες που έχουν ως μονωτή συνήθως τον αέρα. Παρατηρούμε ότι μόλις πατήσουμε τον διακόπτη (κλείνουμε το κύκλωμα), η λάμπα ανάβει ακαριαία. Ίσως πιστέψουμε ότι τα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται με πολύ μεγάλες ταχύτητες. Στην πραγματικότητα, η ταχύτητα των ελεύθερων ηλεκτρονίων που κινούνται προσανατολισμένα είναι 2 mm/s, άρα πολύ μικρή. Η ταχύτητα όμως με την οποία διαδίδεται το ηλεκτρικό πεδίο, που προκαλείται από την πηγή και που υπό την επίδραση του κινούνται τα ελεύθερα ηλεκτρόνια, είναι πολύ μεγάλη και προσεγγίζει την ταχύτητα του φωτός.

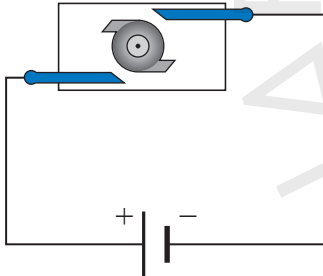


Σχ. 10.12

Το ρεύμα που διαρρέει έναν αγωγό καθορίζεται από την αντίστασή του και την τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του



Σχ. 10.10
Κλειστό κύκλωμα



Σχ. 10.11
Ανοικτό κύκλωμα

10.2 Αντίσταση και αγωγιμότητα αγωγού. Νόμος του Ohm

Θεωρούμε αγωγό, που στα άκρα του υπάρχει διαφορά δυναμικού (ηλεκτρική τάση) V (σχ. 10.12). Απ’ τον αγωγό περνά ρεύμα I . Ηλεκτρική (ωμική) αντίσταση R του αγωγού είναι το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ορίζεται ως το πηλίκο της τάσης V , που εφαρμόζεται στα άκρα του, προς το ηλεκτρικό ρεύμα I που τον διαρρέει. Η σχέση ορισμού της ηλεκτρικής (ωμικής) αντίστασης είναι $R = V/I$ (πίν. 10.1).

Το αντίστροφο της αντίστασης ονομάζεται αγωγιμότητα G ,

$$G = 1/R.$$

Σε πολλούς αγωγούς η αντίσταση και η αγωγι-

Πίνακας 10.1
Η R παραμένει σταθερή για τις διάφορες τιμές των V, I

Διαφορά δυναμικού V	Ρεύμα I	διαφορά δυναμικού ρεύμα
10 V	0,1 A	$100 \frac{V}{A}$
20 V	0,2 A	$100 \frac{V}{A}$
30 V	0,3 A	$100 \frac{V}{A}$
40 V	0,4 A	$100 \frac{V}{A}$

μότητα είναι σταθερές, όταν η θερμοκρασία διατηρείται με κάποιον τρόπο σταθερή. Τότε λέμε ότι ισχύει για τον αγωγό ο νόμος του Ohm ($\Omega\mu$) και έχουμε γραμμικό αγωγό. Η αντίσταση αυτή λέγεται και **ωμική αντίσταση**.

Μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής αντίστασης είναι το:

$$\text{ohm} = \frac{1 \text{ volt}}{1 \text{ ampere}}, 1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 1 = \frac{\text{V}}{\text{A}}$$

Είναι η αντίσταση που παρουσιάζει αγωγός, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα 1A, όταν στα άκρα του εφαρμόζεται τάση 1V. Άλλες μονάδες μέτρησης της αντίστασης είναι οι ακόλουθες:

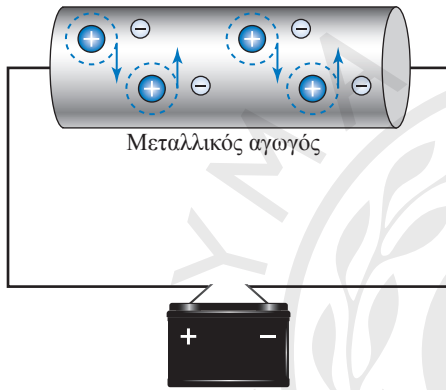
$$1 \text{ m}\Omega = 10^{-3} \Omega, \quad 1 \text{ k}\Omega = 10^3 \Omega, \\ 1 \text{ M}\Omega = 10^6 \Omega, \quad 1 \text{ G}\Omega = 10^9 \Omega.$$

Μονάδα της αγωγιμότητας είναι το $1 \Omega^{-1} = 1 \text{ siemens} = 1 \text{ S}$.

Όπως είπαμε στα προηγούμενα, ηλεκτρικό ρεύμα είναι η προσανατολισμένη κίνηση φορτισμένων σωματιδίων (φορτίων) στο εσωτερικό αγωγού.

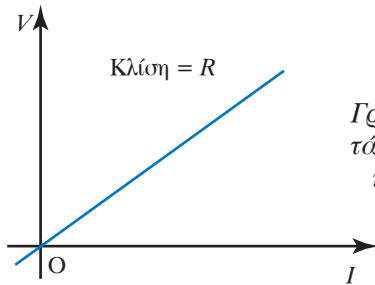
Αυτή η κίνηση εμποδίζεται από ένα είδος δυνάμεων τριβής που ασκούνται πάνω σ' αυτά τα φορτία (στους μεταλλικούς αγωγούς τα φορτία είναι κυρίως τα ελεύθερα ηλεκτρόνια). Η αντίσταση του αγωγού είναι ένα μέτρο που περιγράφει τη δυσκολία στην κίνηση των φορτίων-φορέων του ρεύματος.

Ως παράδειγμα αναφέρουμε την περίπτωση μεταλλικού αγωγού (σχ. 10.13), όπου κατά την κίνησή τους τα ηλεκτρόνια συναντούν τα θετικά ιόντα του μετάλλου, που ταλαντώνονται γύρω από συγκεκριμένες θέσεις ισορροπίας και συγκρούονται μ' αυτά. Εξαιτίας αυτών των συγκρούσεων εμποδίζεται η ροή των ηλεκτρονίων μέσα στο υλικό και το υλικό παρουσιάζει αντίσταση στο ρεύμα.



Σχ. 10.13
Μεταλλικός αγωγός

Η αντίσταση των μεταλλικών αγωγών δεν εξαρτάται από την τάση που εφαρμόζεται στα άκρα τους, ούτε απ' την πολικότητα του ρεύματος αυτής της τάσης. Η γραφική παράσταση του ηλεκτρικού ρεύματος I σε συνάρτηση με την τάση που διαρρέει τον αγωγό φαίνεται στο σχήμα 10.14 και είναι ευθεία γραμμή (γραμμική σχέση) που η κλίση της (βαθμίδα) ισούται με $1/R = G$.



Σχ. 10.14
Γραφική παράσταση τάσης σε σχέση με το ηλεκτρικό ρεύμα

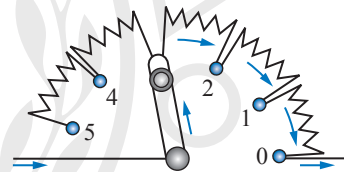
Υπάρχουν αγωγοί που δεν υπακούουν σ' αυτόν το νόμο, αυτοί είναι μη ωμικοί αγωγοί (σχ. 10.15). Στην πράξη κατασκευάζονται διατάξεις, που

έχουν συγκεκριμένη αντίσταση και λέγονται **αντιστάτες** ή **αντιστάσεις** (σχ. 10.16 και 10.17).

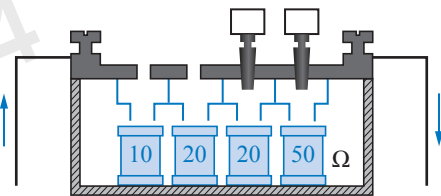
Υπάρχουν αντιστάτες διαφόρων τύπων, ένας συνήθης είναι αυτός του σχήματος 10.18. Υπάρχει διεθνής χρωματικός κώδικας που καταγράφει την τιμή και άλλα στοιχεία του αντιστάτη. Τα α, β, γ καθορίζουν την τιμή και η τελευταία λωρίδα το σχετικό σφάλμα (ανοχή) της τιμής, δηλαδή της αντίστασης του αντιστάτη. Τα α, β είναι τα ψηφία της

Ωμικός αγωγός	Μη ωμικός αγωγός
Χαρακτηριστική καμπύλη γραμμικού αγωγού (ακολουθείται ο Νόμος του Ohm)	Χαρακτηριστική καμπύλη μη ωμικού αγωγού. Δεν ακολουθείται ο Νόμος του Ohm

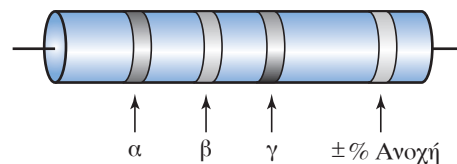
Σχ. 10.15
Συμπεριφορά ωμικού και μη ωμικού αγωγού



Σχ. 10.16
Ρυθμιστικός αντιστάτης με μεταγωγό διακόπτη



Σχ. 10.17
Κιβώτιο αντιστατών



Σχ. 10.18
Συνηθισμένος αντιστάτης

τιμής της αντίστασης και το γ ο εκθέτης δύναμης του δέκα που πολλαπλασιάζει την αριθμητική τιμή που καθορίζεται από τα δύο ψηφία. Ο χρωματικός κώδικας για την τιμή της αντίστασης φαίνεται στον πίνακα 10.2. Ο κώδικας για την ανοχή είναι: το χρυσαφί αντιστοιχεί στο $\pm 5\%$, το ασημί στο $\pm 10\%$ και χωρίς χρώμα $\pm 20\%$.

Πίνακας 10.2
Χρωματικός κώδικας
για την τιμή των αντιστάσεων

Χρώμα	Αριθμός
Μαύρο	0
Καφέ	1
Κόκκινο	2
Πορτοκαλί	3
Κίτρινο	4
Πράσινο	5
Μπλε	6
Μωβ	7
Γκρι	8
Άσπρο	9

Για παράδειγμα, αν η διαδοχή λωρίδων είναι κόκκινο, πράσινο, γκρι και χρυσαφί (σχ. 10.18), τότε η τιμή της αντίστασης είναι:

$$25 \times 10^8 \Omega = 2500 \text{ M}\Omega = 2,5 \times 10^6 \text{ G}\Omega.$$

Η ανοχή είναι 5%. Η αντίσταση R κυλινδρικού αγωγού είναι ανάλογη του μήκους l του αγωγού, αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού S της διατομής του αγωγού και εξαρτάται από το υλικό κατασκευής του αγωγού.

Η σχέση για την αντίσταση είναι $R = \rho \cdot l/S$.

Το φυσικό μέγεθος που χαρακτηρίζει το υλικό κατασκευής του αγωγού ονομάζεται **ειδική αντίσταση** ρ . Η τιμή της είναι χαρακτηριστική για κάθε υλικό μετριέται σε $\Omega \cdot \text{m}$ και εξαρτάται από τη θερμοκρασία σύμφωνα με τον τύπο $\rho_\theta = \rho_0 (1 + \alpha \cdot \theta)$, όπου ρ_θ , ρ_0 η ειδική αντίσταση του υλικού στους $\theta^\circ \text{C}$, 0°C αντίστοιχα α ο θερμοκός συντελεστής της ειδικής αντίστασης. Το α είναι η τιμή, κατά την οποία αυξάνεται ή μειώνεται αντίσταση 1Ω , όταν αντιστοίχως η θερμοκρασία της αυξάνεται ή μειώνεται κατά έναν βαθμό Κελσίου. Το α εξαρτάται από το υλικό κατασκευής του αγωγού, μετριέται σε grad^{-1} ή $1/^\circ \text{C}$ και λαμβάνει τιμές:

1. **Θετικές** ($\alpha > 0$) οπότε η ειδική αντίσταση αυξάνεται όσο ανεβαίνει η θερμοκρασία. Π.χ. τα καθαρά μέταλλα.

2. **Αρνητικές** ($\alpha < 0$) οπότε η ειδική αντίσταση μειώνεται όσο ανεβαίνει η θερμοκρασία. Για παράδειγμα οι ηλεκτρολύτες, ο γραφίτης (C) και οι ημιαγωγοί (Ge, Si).

3. **Μηδέν** ($\alpha = 0$) οπότε η ειδική αντίσταση είναι ανεξάρτητη από τη θερμοκρασία. Για παράδειγμα ορισμένα κράματα όπως η κονσταντίνη (60%Cu, 40%Ni), η μαγγανίνη (84%Cu, 12%Mn, 4%Ni), η χρωμονικελίνη (Ni, Fe, Cr, Mn), ο νεόργυρος (Cu, Zn, Ni) που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή προτύπων αντιστάσεων και εξαρτημάτων ηλεκτρικών οργάνων ακριβείας άρα η λειτουργία τους δεν πρέπει να επηρεάζεται από μεταβολές της θερμοκρασίας (πίν. 10.3).

Πίνακας 10.3
Θερμικών συντελεστών

Υλικό	Θερμικός συντελεστής α
Άργυρος	0,0038
Γραφίτης	-0,0005
Κράματα	0
Σίδηρος	0,005
Χαλκός	0,00392
Κονσταντίνη	0,0005
Χρωμονικελίνη	0,0007
Υδρόργυρος	0,0009
Λευκόχρυσος	0,0034
Άργυρος	0,0038
Αργίλιο	0,0039
Βολφράμιο	0,0045

Στους μεταλλικούς αγωγούς η άνοδος της θερμοκρασίας συνοδεύεται από αύξηση της ειδικής τους αντίστασης ($\rho_\theta = \rho_0 (1 + \alpha \cdot \theta)$). Άρα, η αντίστασή τους αυξάνεται όσο ανεβαίνει η θερμοκρασία, σύμφωνα με τον τύπο

$$R_\theta = \rho_\theta \cdot \frac{\ell}{S} = \rho_0 (1 + \alpha \cdot \theta) \cdot \frac{\ell}{S} = R_0 (1 + \alpha \cdot \theta)$$

όπου: R_θ , R_0 η αντίσταση που προβάλλει ο αγωγός στους $\theta^\circ \text{C}$, 0°C αντίστοιχα.



Παρατήρηση

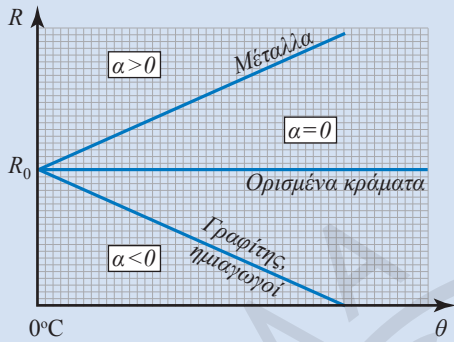
Δεν ισχύει η σχέση

$$R_{\theta_2} = R_{\theta_1} \{1 + \alpha \cdot (\theta_2 - \theta_1)\},$$

αλλά ισχύουν οι σχέσεις

$$R_{\theta_2} = R_o (1 + \alpha \cdot \theta_2) \text{ και } R_{\theta_1} = R_o (1 + \alpha \cdot \theta_1)$$

$$\text{και } R_{\theta_2} = R_o (1 + \alpha \cdot \theta_2) \text{ (σχ. 10.19).}$$



Σχ. 10.19



Εφαρμογές

1. Ποια αντίσταση παρουσιάζει, ανά χιλιόμετρο, χάλκινος αγωγός διαμέτρου 1 mm; Δίνεται $\rho = 0,0175 \Omega \frac{mm^2}{m}$. Είναι

$$S = \pi \frac{d^2}{4} = 3,14 \frac{1^2 mm^2}{4} = 0,785 mm^2,$$

$$R = \rho \frac{\ell}{S} = 0,0175 \Omega \frac{mm^2}{m} \frac{1.000 m}{0,785 mm^2} = 22,29 \Omega$$

2. Ποιο πρέπει να είναι το μήκος ενός αγωγού χρωμονικελίνης διαμέτρου 0,8 mm προκειμένου να παρουσιάζει αντίσταση 50 Ω; Δίνεται $\rho = 1 \Omega \frac{mm^2}{m}$. Είναι

$$S = \pi \frac{d^2}{4} = 3,14 \frac{0,8^2 mm^2}{4} = 0,50 mm^2, \text{ άρα}$$

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \Leftrightarrow \ell = \frac{R \cdot S}{\rho} = \frac{50 \Omega \cdot 0,50 mm^2}{1 \Omega \frac{mm^2}{m}} = 25 m$$

3. Σε ποια θερμοκρασία θ_2 η αντίσταση ενός αγωγού από νικέλιο θα γίνει $R_{\theta_2} = 600 \Omega$, όταν στους $\theta_1 = 20^\circ C$ είναι $R_{\theta_1} = 500 \Omega$;

Δίνονται $\rho = 0,1 \Omega \frac{mm^2}{m}$ και $\alpha = 0,005$.

Από $R_{\theta_2} = R_o (1 + \alpha \cdot \theta_2)$ και $R_{\theta_1} = R_o (1 + \alpha \cdot \theta_1)$ προκύπτει

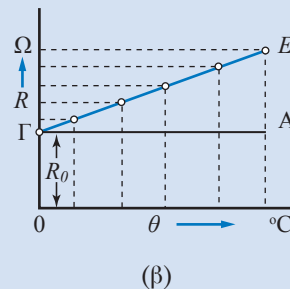
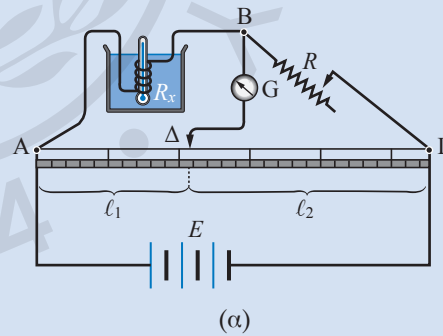
$$\frac{R_{\theta_1}}{R_{\theta_2}} = \frac{1 + \alpha \cdot \theta_1}{1 + \alpha \cdot \theta_2} \Leftrightarrow \frac{500}{600} = \frac{1 + 0,005 \cdot 20}{1 + 0,005 \cdot \theta_2} \Leftrightarrow \frac{5}{6} = \frac{1,1}{1 + 0,005 \cdot \theta_2} \Leftrightarrow \theta_2 = 44^\circ C$$

4. Μέτρηση θερμοικού συντελεστή αντίστασης.

Η διάταξη του σχήματος αποτελεί μία γέφυρα χορδής, που στη θέση της άγνωστης αντίστασης έχει ηλεκτρικά μονωμένο σύρμα σπειροειδούς σχήματος βυθισμένο στο νερό (σχ. 10.20). Η θερμοκρασία του νερού μετράται με θερμομότρο. Για τις διάφορες τιμές της θερμοκρασίας μετράται με τη γέφυρα η αντίστοιχη αντίσταση και κατόπιν κατασκευάζεται το διάγραμμα του σχήματος β. Για την κλίση του ευθυγράμμου τμήματος ΒΓ ισχύει

$$\epsilon_{\phi\phi} = \frac{AB}{AG} = \frac{R - R_o}{\theta} = \frac{R_o (1 + \alpha\theta) - R_o}{\theta} = \alpha R_o$$

$$\text{Συνεπώς, } \alpha = \frac{1}{R_o} \frac{AB}{AG}.$$



Σχ. 10.20

Ορίζεται και η ειδική αγωγιμότητα ενός υλικού, το $\sigma = 1/\rho$, που μετριέται σε $\Omega^{-1} \text{m}^{-1} = \text{S/m}$.

Όσο μικρότερη είναι η τιμή της ειδικής αντίστασης υλικού ή όσο μεγαλύτερη είναι η ειδική αγωγιμότητά του, τόσο μικρότερη αντίσταση προβάλλει ο αγωγός που κατασκευάζεται απ' αυτό το υλικό.

Με κριτήριο την τιμή της ειδικής αντίστασης, τα υλικά χωρίζονται ως εξής:

1) **Αγωγοί** ονομάζονται όσα υλικά έχουν μικρή ειδική αντίσταση (π.χ. τα μέταλλα). Όσο μικρότερη είναι η τιμή της ειδικής αντίστασης, τόσο καλύτερος είναι ο αγωγός. Έτσι ο χαλκός είναι καλύτερος αγωγός απ' το αλουμίνιο.

2) **Μονωτές** (κακοί αγωγοί) χαρακτηρίζονται όσα υλικά έχουν μεγάλη ειδική αντίσταση (π.χ. το γυαλί, το ξύλο).

3) Οι **ημιαγωγοί** έχουν ενδιάμεση ειδική αντίσταση μεταξύ μετάλλων και μονωτών. Οι ημιαγωγοί είναι το υλικό της σύγχρονης τεχνολογίας ηλεκτρονικών.

Υπάρχουν και υλικά που λέγονται **υπεραγώγιμα** και χάνουν τελείως την ειδική αντίστασή τους σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες. Αυτά τα υλικά χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο σε πολλές εφαρμογές που χρειάζεται να μην υπάρχει αντίσταση στη διέλευση του ρεύματος.

Οι ημιαγωγοί σε χαμηλή θερμοκρασία, κάτω από 0°C , έχουν μεγάλη ειδική αντίσταση. Όταν η θερμοκρασία αυξάνει, η ειδική τους αντίσταση μειώνεται πολύ γρήγορα.

Στον πίνακα 10.4 παρουσιάζονται οι τιμές ειδικών αντιστάσεων μερικών υλικών.

10.2.1 Μεταβλητός αντιστάτης ή ρυθμιστική αντίσταση

Ο μεταβλητός αντιστάτης είναι διάταξη, της οποίας μπορούμε να μεταβάλλουμε την αντίσταση με τη μετακίνηση δρομέα ή την περιστροφή κουμπιού (σχ. 10.21). Με κατάλληλη σύνδεση του αντιστάτη σε κύκλωμα, μπορούμε να ρυθμίσουμε:

1) Το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τη συσκευή. Σ' αυτήν την περίπτωση ο μεταβλητός αντιστάτης ονομάζεται **ροοστάτης**.



Σχ. 10.21

Μετακινώντας τον δρομέα Δ μεταβάλλεται το μήκος του τμήματος του αντιστάτη AB που διαρρέεται από ρεύμα, άρα και η αντίσταση του αντιστάτη

Πίνακας 10.4

Τιμές ειδικών αντιστάσεων ($\Omega \times \text{cm}$)

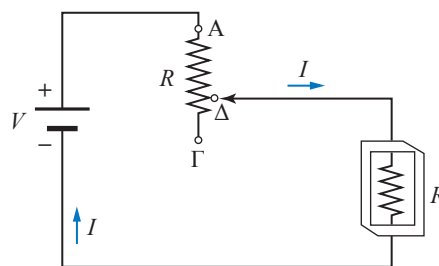
Μέταλλα	Αγώγιμα υγρά
Άργυρος $1,47 \cdot 10^{-8}$	Απεσταγμένο νερό $1 \cdot 10^5$
Χαλκός $1,72 \cdot 10^{-8}$	Πόσιμο νερό $5 \cdot 10^5$
Αργίλιο $2,63 \cdot 10^{-8}$	Αραιό θειικό οξύ (H_2SO_4) 5
Βολφράμιο $5,51 \cdot 10^{-8}$	
Λευκόχρυσος $2,44 \cdot 10^{-8}$	Μονωτές
Σίδηρος $1,00 \cdot 10^{-7}$	Μάρμαρο $1 \cdot 10^{11}$
Κονσταντάνη $49 \cdot 10^{-8}$	Πορσελάνη $3 \cdot 10^{14}$
Υδράργυρος $9,6 \cdot 10^{-7}$	Μαρμαρυγία $9 \cdot 10^{15}$
Χρωμονικελίνη $10,0 \cdot 10^{-7}$	

2) Την ηλεκτρική τάση που εφαρμόζεται στα άκρα συσκευής. Σ' αυτήν την περίπτωση ο μεταβλητός αντιστάτης ονομάζεται **ποτενοσιόμετρο**.

Η αντίσταση μεταλλικού αγωγού εξαρτάται απ' το μήκος του. Αυτή την ιδιότητα εφαρμόζουμε στους μεταβλητούς αντιστάτες με το να αυξάνουμε ή να μειώνουμε το μήκος τους.

– Ροοστάτης με δρομέα

Έστω η αντίσταση ΑΓ του σχήματος 10.22 στην οποία εφάπτεται η κινητή επαφή Δ (δρομέας). Αν συνδέσουμε το ένα άκρο της αντίστασης με τον ένα πόλο της ηλεκτρικής πηγής και τον δρομέα με τον άλλο πόλο, θα διέλθει από την αντίσταση ρεύμα. Το ρεύμα I υπολογιζόμενο από το Νόμο του Ohm,



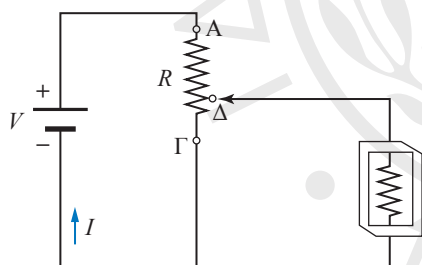
Σχ. 10.22

Ροοστάτης με δρομέα

εξαρτάται από την τάση της ηλεκτρικής πηγής και από την αντίσταση του τμήματος ΑΔ του αντιστάτη, διότι μόνο από αυτό διέρχεται ηλεκτρικό ρεύμα. Αν στη συνέχεια μετακινήσουμε τον δρομέα και τον φέρομε στη θέση Γ, το ηλεκτρικό ρεύμα θα μειωθεί διότι διέρχεται από αγωγό μεγαλύτερου μήκους άρα και μεγαλύτερης αντίστασης. Συνεπώς, με χρήση ρυθμιστικών αντιστάσεων μπορούμε να ρυθμίζουμε την αντίσταση μίας συνδεσμολογίας, άρα και το ρεύμα που τη διαρρέει.

- Ποτενσιόμετρο

Το κύκλωμα του σχήματος 10.24 αποτελείται από ηλεκτρική πηγή και ποτενσιόμετρο. Στα άκρα Γ, Δ μπορούμε να συνδέσουμε συσκευή. Μετακινώντας το δρομέα, η αντίσταση $R_{ΑΔ}$ ανάμεσα στα σημεία Α, Δ μεταβάλλεται διότι αυξομειώνεται το μήκος του σύρματος ΑΔ. Συνεπώς, μεταβάλλεται και η τάση $V_{ΑΔ} = I \cdot R_{ΑΔ}$ που επικρατεί στα άκρα της συσκευής. Έτσι η τάση στα άκρα της ηλεκτρικής πηγής διαιρείται ανάλογα με την τάση που επιθυμούμε να έχουμε στα άκρα Γ, Δ της συσκευής. Συνεπώς, το ποτενσιόμετρο λειτουργεί ως διαιρέτης τάσης. Όταν στρίβουμε το κουμπί της έντασης του ήχου σε στερεοφωνικό συγκρότημα, μετακινούμε τον δρομέα σε ένα ποτενσιόμετρο (πίν. 10.5).



Σχ. 10.23
Ποτενσιόμετρο

- Διαιρέτες – Καταμεριστές τάσης

Είναι διατάξεις αντιστάσεων συνδεδεμένων στη σειρά με τις οποίες επιτυγχάνεται υποβιβασμός ή καταμερισμός τάσεων που προέρχονται από μία πηγή και βρίσκουν εφαρμογές σε διατάξεις υψηλών τάσεων και σε ηλεκτρονικές συσκευές (πχ. ραδιοφωνικός δέκτης). Το κύκλωμα του σχήματος 10.24 διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{E}{R_{ΟΛ}}$$

και για τις πτώσεις τάσεων ισχύουν οι τύποι

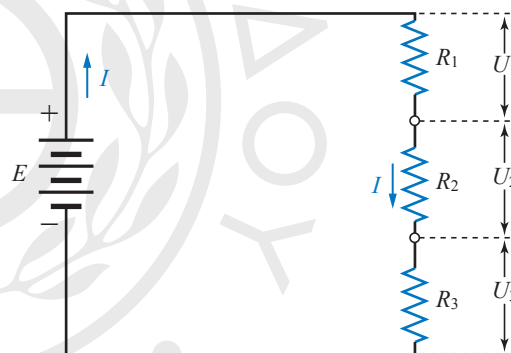
Πίνακας 10.5
Διαφορές ροοστάτη-ποτενσιόμετρου

Ροοστάτης	Ποτενσιόμετρο
Ρυθμίζει το ηλεκτρικό ρεύμα I .	Ρυθμίζει την τάση του ρεύματος, η οποία είναι πάντα μικρότερη από της πηγής.
Συνδέεται στο κύκλωμα με τους δύο ακροδέκτες του.	Συνδέεται στο κύκλωμα με τους τρεις ακροδέκτες του.
Διαρρέετε από ρεύμα, Διαρρέετε από ρεύμα, όχι τμήμα του αντιστάτη.	Διαρρέετε από ρεύμα, όχι όμως παντού το ίδιο.

$$V_1 = IR_1 = E \frac{R_1}{R_{ΟΛ}}, \quad V_2 = E \frac{R_2}{R_{ΟΛ}},$$

$$V_3 = E \frac{R_3}{R_{ΟΛ}}, \quad E = V_1 + V_2 + V_3$$

Συνεπώς, η τάση της πηγής διαιρείται στις αντιστάσεις ανάλογα με την τιμή της κάθε αντίστασης.



Σχ. 10.24
Διαιρέτης τάσης

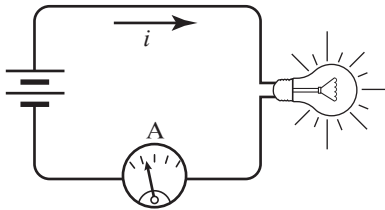
10.2.2 Μέτρηση του ηλεκτρικού ρεύματος

Για τη μέτρηση του ρεύματος χρησιμοποιείται το **αμπερόμετρο**. Ο συμβολισμός του σε ηλεκτρικό κύκλωμα φαίνεται στο σχήμα 10.25. Προκειμένου να μετρήσουμε την τιμή του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα του σχήματος 10.26, πρέπει να αναγκάσουμε το ρεύμα που διέρχεται απ' το κύκλωμα, να διέλθει από το αμπερόμετρο. Προς τούτο διακόπτουμε το κύκλωμα σε οποιοδήποτε σημείο του, διότι το ρεύμα είναι παντού το ίδιο και παρεμβάλλου-



Σχ. 10.25
Συμβολισμός
αμπερομέτρου

με στο σημείο αυτό (σε σειρά) το αμπερόμετρο. Τα αμπερόμετρα κατασκευάζονται με όσο το δυνατό πιο μικρή αντίσταση, προκειμένου να μην ελαττώνεται η μετρούμενη τιμή του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.



Σχ. 10.26
Σύνδεση αμπερομέτρου σε σειρά

Το ρεύμα που διέρχεται από το αμπερόμετρο προκαλεί απόκλιση του δείκτη του οργάνου, ο οποίος με τη σειρά του κινείται μπροστά από βαθμολογημένη σε αμπερ κλίμακα και δείχνει το ρεύμα. Ο τρόπος σύνδεσης του αμπερομέτρου στο κύκλωμα (σε σειρά), είναι ανάλογος με τον τρόπο σύνδεσης μετρητή σε σωλήνα παροχής νερού ή φυσικού αερίου. Όταν ένα αμπερόμετρο είναι βαθμολογημένο σε μιλιαμπέρ (mA) ονομάζεται **μιλιαμπερόμετρο**. Τα σύγχρονα αμπερόμετρα είναι ενσωματωμένα σε όργανα πολλαπλής χρήσης που ονομάζονται **πολύμετρα** και μπορούν να μετρούν και άλλα φυσικά μεγέθη εκτός από το ρεύμα, όπως την τάση και την αντίσταση.

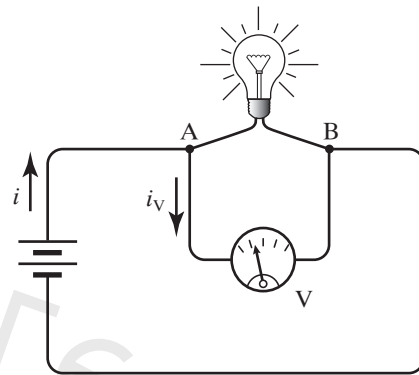
10.2.3 Βολτόμετρο

Το **βολτόμετρο** είναι όργανο που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της διαφοράς δυναμικού μεταξύ δύο σημείων. Ο συμβολισμός του φαίνεται στο σχήμα 10.27. Προκειμένου να μετρήσουμε τη διαφορά δυναμικού που επικρατεί στα άκρα A, B του λαμπτήρα του σχήματος 10.28, πρέπει να συνδέσουμε τους δύο ακροδέκτες του βολτομέτρου στα σημεία αυτά. Τότε, από το βολτόμετρο θα διέλθει ρεύμα i_V , ανάλογο προς τη διαφορά δυναμικού που επικρατεί στα άκρα του λαμπτήρα, σύμφωνα με τον Νόμο του Ohm. Η απόκλιση του δείκτη του οργάνου, ο οποίος κινείται μπροστά από κλίμακα βαθμολογημένη σε volt, δείχνει τη ζητούμενη τιμή της διαφοράς δυναμικού. Η κατασκευή των βολτομέτρων είναι ανάλογη με των αμπερομέτρων, αλλά αντίθετα μ' αυτά, τα βολτόμετρα έχουν μεγάλη εσωτερική αντίσταση.



Σχ. 10.27
Συμβολισμός βολτομέτρου

Αυτό συμβαίνει διότι πρέπει, κατά τη μέτρηση, το ρεύμα i_V να είναι όσο το δυνατόν ασθενέστερο, καθόσον σε αντίθετη περίπτωση αυξάνεται πολύ το ρεύμα i , που παρέχει η ηλεκτρική πηγή και μπορεί να επηρεάζει την ένδειξη του βολτομέτρου.

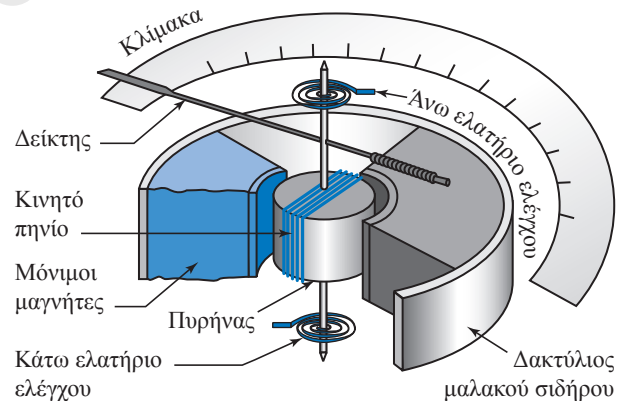


Σχ. 10.28
Μέτρηση διαφοράς δυναμικού στα άκρα λαμπτήρα

Το αμπερόμετρο και το βολτόμετρο πρέπει να συνδέονται με την ορθή πολικότητα σε κυκλώματα συνεχούς ρεύματος. Εσφαλμένη σύνδεση, προκαλεί αντίθετη εκτροπή του δείκτη και μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα τη στρέβλωσή του.

- Γαλβανόμετρο με στρεφόμενο μαγνήτη

Όργανο που αποτελείται από δυο κομμάτια μαλακού σιδήρου, εντός πηνίου, εκ των οποίων το ένα ακινητεί και το άλλο στρέφεται γύρω από άξονα πάνω στον οποίο είναι στερεωμένος ο δείκτης του οργάνου (σχ. 10.29). Όταν το ρεύμα που θέλουμε να μετρήσουμε διαρρέει το πηνίο, μαγνητίζει τα



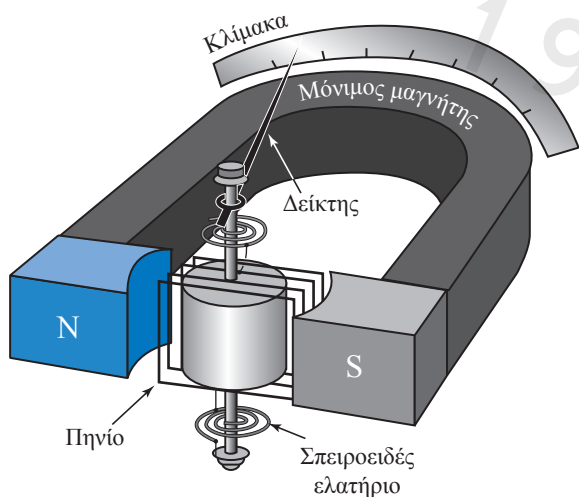
Σχ. 10.29
Τομή γαλβανόμετρου

κομμάτια έτσι ώστε οι δύο βόρειοι και νότιοι πόλοι να είναι απέναντι ο ένας από τον άλλο. Συνεπώς, τα κομμάτια απωθούνται. Η άπωση προκαλεί την απόκλιση του δείκτη. Αν η φορά του ρεύματος αλλάξει, αλλάζουν ταυτόχρονα και οι δύο πόλοι. Άρα, η άπωση εξακολουθεί να υπάρχει. Συνεπώς, το όργανο είναι κατάλληλο για μετρήσεις και σε εναλλασσόμενα ρεύματα.

– Χρήση γαλβανόμετρου ως αμπερόμετρο και βολτόμετρο

Το αμπερόμετρο του σχήματος 10.30, αποτελείται από μόνιμο πεταλοειδή μαγνήτη. Στο διάκενο των πόλων του μαγνήτη, υπάρχει ορθογώνιο πλαίσιο, με πολλές σπείρες, κατάλληλα τοποθετημένο, ώστε να μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα. Σπειροειδή ελατήρια, προσαρμοσμένα στο πλαίσιο, το συγκρατούν ελαστικά, σε μία θέση ισορροπίας. Ο δείκτης που είναι τοποθετημένος στον άξονα πλαισίου, μετακινείται μπροστά από βαθμολογημένη κλίμακα και δείχνει το ρεύμα. Όταν διέλθει ηλεκτρικό ρεύμα από το πλαίσιο, αυτό στρέφεται, τα ελατήρια παραμορφώνονται και τείνουν να στρέψουν το πλαίσιο αντίθετα. Συνεπώς, το πλαίσιο ισορροπεί στη θέση που θα εξισωθούν οι δυο ροπές, (του ζεύγους δυνάμεων που προκαλούνται από το ρεύμα και η προκαλούμενη από την ελαστική παραμόρφωση των ελατηρίων).

Αν το πλαίσιο οργάνου κατασκευαστεί με μεγάλη εσωτερική αντίσταση και η κλίμακα βαθμολογηθεί σε volt, προκύπτει βολτόμετρο με κινητό πλαίσιο. Τα όργανα που περιγράφηκαν είναι αδύνατο



Σχ. 10.30

Τομή αμπερόμετρου με κινητό πλαίσιο

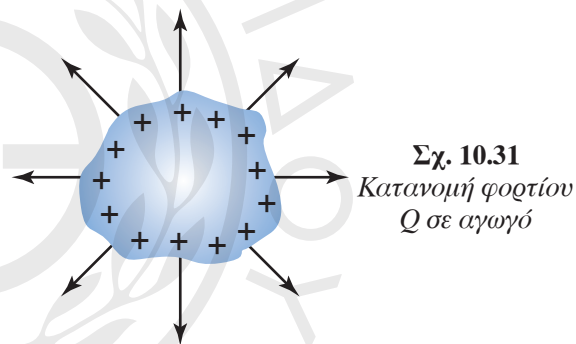
να χρησιμοποιηθούν για μετρήσεις σε εναλλασσόμενο ρεύμα, διότι η αλλαγή της φοράς του, προκαλεί αλλαγή στη φορά περιστροφής του πλαισίου. Έτσι, λόγω της αδράνειας του, το πλαίσιο δεν μπορεί να παρακολουθεί τις εναλλαγές της φοράς του ρεύματος και ακινητεί στη θέση μηδέν.

Αν στο εσωτερικό του συνδεθεί ανορθωτής, (όργανο που μετατρέπει το εναλλασσόμενο ρεύμα σε συνεχές) το αμπερόμετρο (ή το βολτόμετρο) μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για εναλλασσόμενο ρεύμα.

10.3 Χωρητικότητα αγωγού. Πυκνωτής. Υπολογισμός χωρητικότητας πυκνωτή. Φόρτιση και εκφόρτιση πυκνωτή. Συνδεσμολογία πυκνωτών

10.3.1 Χωρητικότητα αγωγού και υπολογισμός της

Στον αγωγό του σχήματος 10.31 προσφέρουμε φορτίο Q , που κατανέμεται στην εξωτερική του επιφάνεια, κάθε σημείο της οποίας αποκτά δυναμικό V .



Σχ. 10.31
Κατανομή φορτίου Q σε αγωγό

Το πηλίκο Q/V παραμένει σταθερό, ανεξάρτητα απ' το φορτίο που δίνουμε στον αγωγό. Το σταθερό πηλίκο του ηλεκτρικού φορτίου αγωγού προς το δυναμικό του ονομάζεται **χωρητικότητα** του αγωγού, C .

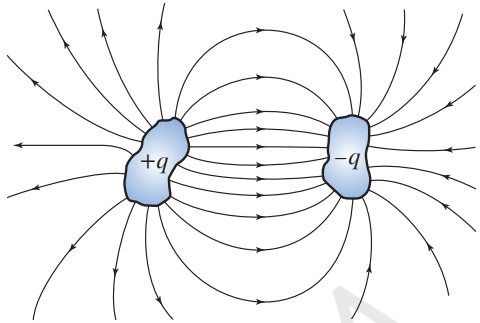
Αποδεικνύεται ότι η χωρητικότητα σφαιρικού αγωγού ακτίνας R στο SI δίνεται από τον τύπο $C = 4\pi\epsilon_0 R$, όπου κ είναι η διηλεκτρική σταθερά του μέσου, μέσα στο οποίο βρίσκεται ο αγωγός. Αν το μέσον είναι το κενό, τότε $\kappa = 1$. Αυτό ισχύει κατά προσέγγιση και για τον αέρα.

Μονάδα μέτρησης της χωρητικότητας στο SI είναι το $1C/V$. Αυτή η μονάδα μέτρησης ονομάζεται **φαράντ**, (farad – F), ($1F = 1C/1V = 1C/V$). Υποπολλαπλάσια του 1 F είναι: $1mF = 10^{-3}F$ (μιλιφαράντ), $1\mu F = 10^{-6}F$ (μικροφαράντ), $1nF = 10^{-9}F$ (νανοφαράντ), $1pF = 10^{-12}F$ (πικοφαράντ).

Για παράδειγμα, η Γη έχει χωρητικότητα ίση με περίπου $710\mu F$.

10.3.2 Πυκνωτής

Πυκνωτής ονομάζεται ένα σύστημα δύο μονωμένων αγωγών. Στην πράξη, οι αγωγοί βρίσκονται σε σχετικά κοντινή απόσταση ο ένας απ' τον άλλον. Συνήθως οι δύο αγωγοί είναι φορτισμένοι με ίσα κατά απόλυτη τιμή, αλλά ετερόνυμα φορτία (σχ. 10.32).



Σχ. 10.32

Σχηματική παράσταση πυκνωτή

Οι αγωγοί αυτοί ονομάζονται **οπλισμοί του πυκνωτή**. Ονομάζουμε **φορτίο του πυκνωτή** το (θετικό) φορτίο του θετικού οπλισμού του. Στα ηλεκτροτεχνικά σχέδια ο πυκνωτής παριστάνεται με το σύμβολο του σχήματος 10.33.



Σχ. 10.33

Σύμβολο πυκνωτή

Πρακτικά πρόκειται για μία δεξαμενή, στην οποία αποθηκεύονται ηλεκτρικά φορτία και αποτελεί βασικό στοιχείο στα κυκλώματα ηλεκτρονικής.

Υπάρχουν πολλοί τύποι πυκνωτών ανάλογα με την εφαρμογή που χρησιμοποιούνται. Στους επίπεδους πυκνωτές οι οπλισμοί είναι παράλληλες πλάκες σε σχετικά μικρή μεταξύ τους απόσταση (σχ. 10.34).

Η χωρητικότητα του επίπεδου πυκνωτή στο κενό δίνεται από τη σχέση:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{S}{\ell}, \text{ όπου: } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2},$$

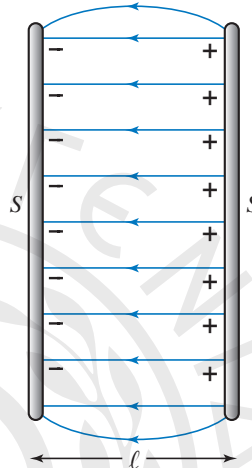
είναι η απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού, S είναι το εμβαδό των πλακών, ℓ είναι η απόσταση μεταξύ των οπλισμών.

Στους σφαιρικούς πυκνωτές οι οπλισμοί είναι δύο ομόκεντρες σφαίρες, που έχουν ίσα και αντίθετα ηλεκτρικά φορτία (σχ. 10.35). Η χωρητικότητά

τους μπορεί να αποδειχθεί ότι δίνεται από τον τύπο:

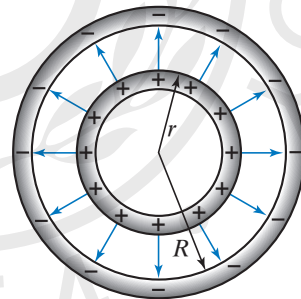
$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{Rr}{R-r}$$

Οι μεταβλητοί πυκνωτές αέρα αποτελούνται από δύο συστήματα επίπεδων μεταλλικών πλακών, τα οποία απαρτίζουν τους οπλισμούς του πυκνωτή. Τα φύλλα κάθε συστήματος είναι ηλεκτρικά συνδεδεμένα μεταξύ τους χωρίς να εφάπτονται (σχ. 10.36) και ο ένας οπλισμός είναι κινητός.



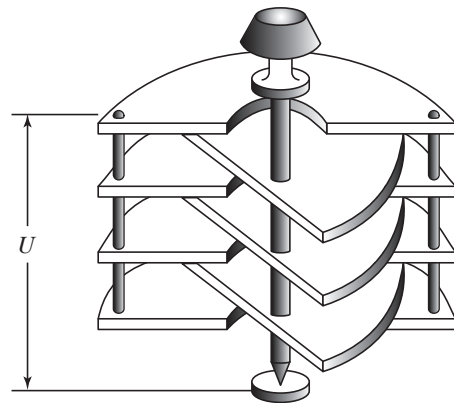
Σχ. 10.34

Επίπεδος πυκνωτής



Σχ. 10.35

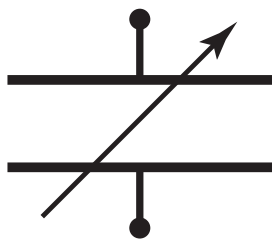
Τομή σφαιρικού πυκνωτή



Σχ. 10.36

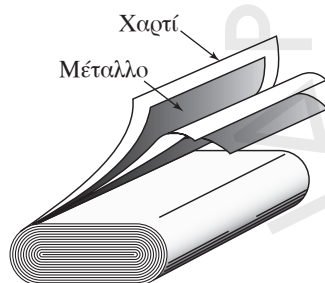
Μεταβλητός πυκνωτής

Η χωρητικότητα του μεταβλητού πυκνωτή μεταβάλλεται ανάλογα με το μέγεθος της επιφάνειας των οπλισμών που βρίσκονται κάθε φορά η μία απέναντι στην άλλη, δηλαδή ανάλογα με τη θέση του στρεφόμενου άξονα. Τέτοιοι πυκνωτές χρησιμοποιούνται στο κύκλωμα συντονισμού ενός ραδιοφωνικού δέκτη. Στο σχήμα 10.37 φαίνεται η παράσταση μεταβλητού πυκνωτή.



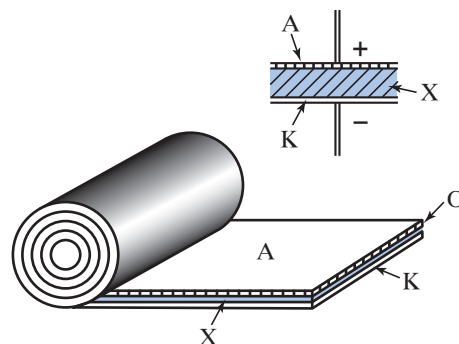
Σχ. 10.37
Παράσταση μεταβλητού πυκνωτή

Στους πυκνωτές με στερεά μονωτικά ανήκουν οι **πυκνωτές χάρτου**. Οι πυκνωτές χάρτου έχουν ως οπλισμούς δύο λωρίδες μεταλλικών φύλλων που τυλίγονται κατάλληλα, ενώ μεταξύ τους υπάρχει μονωτικό υλικό, το οποίο αποτελούν λεπτές χάρτινες ταινίες (σχ. 10.38) εμποτισμένες με παραφίνη (διηλεκτρικό).



Σχ. 10.38
Πυκνωτές χάρτου

Ο ηλεκτρολυτικός πυκνωτής χρησιμοποιείται μόνο σε συνεχές ρεύμα διότι έχει θετικό και αρνητικό πόλο. Για τον λόγο αυτό ονομάζεται **πολωμένος πυκνωτής**. Κατά τη σύνδεσή του με την πηγή απαιτείται να συνδέονται μεταξύ τους οι αντίστοιχοι πόλοι (θετικός πόλος πηγής με θετικό οπλισμό πυκνωτή), διαφορετικά καταστρέφεται το διηλεκτρικό στρώμα και ο πυκνωτής βραχυκυκλώνει. Ο θετικός οπλισμός του πυκνωτή (άνοδος) αποτελείται από ένα αλουμινένιο φύλλο Α (σχ. 10.39). Ο αρνητικός οπλισμός (κάθοδος) είναι ηλεκτρολύτης (διάλυμα βορικού οξέως ή αλάτων του αργιλίου), που διαποτίζει απορροφητικό χαρτί Χ τοποθετημένο ανάμεσα στην άνοδο και σε μεταλλικό φύλλο Κ συνδεδεμένο με τον αρνητικό πόλο της πηγής. Τα τρία φύλλα τυλίγονται μαζί και τοποθετούνται εντός μεταλλικού δοχείου συνδεδεμένου με την κάθοδο.



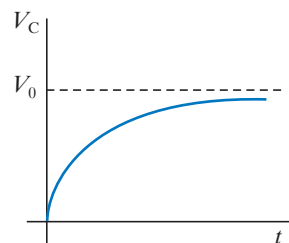
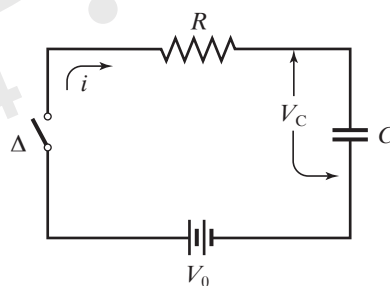
Σχ. 10.39
Ηλεκτρολυτικός πυκνωτής

10.3.3 Φόρτιση και εκφόρτιση πυκνωτή

Έστω το κύκλωμα του σχήματος 10.40, όπου έχουμε πηγή τάσης V_0 συνδεδεμένη με διακόπτη και αντιστάτη αντίστασης R . Στην αρχή ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος. Κλείνουμε τον διακόπτη, οπότε ο πυκνωτής αρχίζει και φορτίζεται. Η τάση στα άκρα του θα αυξάνεται από μηδέν μέχρι την τιμή V_0 . Αποδεικνύεται ότι η τάση στα άκρα του πυκνωτή μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με τη σχέση:

$$V_C = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right),$$

(γραφική παράσταση στο σχ. 10.40). Το γινόμενο RC έχει διαστάσεις χρόνου, λέγεται σταθερά χρόνου, $\tau = RC$ του κυκλώματος και δείχνει πόσο γρήγορα φορτίζεται ο πυκνωτής. Μετά από πολύ χρόνο παύει να κυκλοφορεί ρεύμα στο κύκλωμα, η τάση



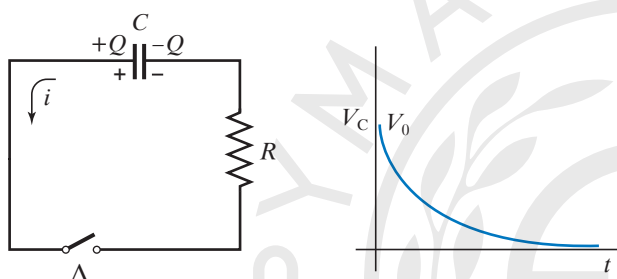
Σχ. 10.40
Φόρτιση πυκνωτή

στα άκρα του πυκνωτή μένει σταθερή και ο πυκνωτής είναι σαν να «κόβει» το κύκλωμα, όπου υπάρχει πηγή συνεχούς (σταθερής) τάσης.

Έστω το κύκλωμα του σχήματος 10.41. Στην αρχή ο πυκνωτής είναι φορτισμένος σε τάση V_0 και ο διακόπτης είναι ανοιχτός. Δεν ρέει ρεύμα στο κύκλωμα. Κάποια στιγμή κλείνει ο διακόπτης, αρχίζει να κυκλοφορεί ρεύμα στο κύκλωμα και ο πυκνωτής εκφορτίζεται. Αποδεικνύεται ότι η τάση στον πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου δίνεται απ' τη σχέση:

$$V_i = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

(γραφική παράσταση στο σχ. 10.41). Μετά από πολύ χρόνο ο πυκνωτής εκφορτίζεται πλήρως και η τάση του μηδενίζεται.



Σχ. 10.41
Εκφόρτιση πυκνωτή

10.3.4 Ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή

Έστω πυκνωτής χωρητικότητας C υπό τάση V . Ο πυκνωτής θα έχει ηλεκτρικό φορτίο Q . Ο πυκνωτής έχει αποθηκευμένη ηλεκτρική ενέργεια.

Η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια του πυκνωτή ισούται με το έργο που απαιτείται για τη φόρτισή του και δίνεται απ' τη σχέση $U = 1/2 \cdot CV^2$. Χρησιμοποιώντας τη σχέση ορισμού $C = Q/V$, προκύπτουν οι ισοδύναμες σχέσεις $U = 1/2 \cdot QV$ και $U = 1/2 \cdot Q^2/C$.

10.3.5 Διηλεκτρική σταθερά διηλεκτρικού

Έστω C_0 η χωρητικότητα πυκνωτή, όταν ανάμεσα στους οπλισμούς του υπάρχει κενό, και C η χωρητικότητά του ίδιου πυκνωτή, όταν ανάμεσα στους οπλισμούς του υπάρχει διηλεκτρικό. Το πηλίκο $\epsilon_r = \kappa = C/C_0$ ισούται με τη (σχετική) διηλεκτρική σταθερά του διηλεκτρικού. Η **σχετική διηλεκτρική σταθερά του διηλεκτρικού** είναι αδιάστατο μέγεθος, καθαρός αριθμός και χαρακτηρίζει το υλικό απ' το οποίο είναι κατασκευασμένος ο διηλεκτρικός

(μονωτής). Για το κενό και με μεγάλη προσέγγιση για τον αέρα, η διηλεκτρική σταθερά είναι ίση με τη μονάδα ($\epsilon_r = 1$). Για τα άλλα διηλεκτρικά είναι $\epsilon_r > 1$. Είναι προφανές ότι η χωρητικότητα πυκνωτή εξαρτάται απ' τη φύση του διηλεκτρικού που υπάρχει ανάμεσα στους οπλισμούς του. Η εισαγωγή μονωτικού (διηλεκτρικού) στο εσωτερικό πυκνωτή αυξάνει τη χωρητικότητά του $C = \epsilon_r C_0$.

Στον πίνακα 10.6 δίνονται οι τιμές της διηλεκτρικής σταθεράς διαφόρων υλικών.

Πίνακας 10.6
Διηλεκτρικές σταθερές διάφορων υλικών

Υλικό	Διηλεκτρική σταθερά	Υλικό	Διηλεκτρική σταθερά
Κενό	1	Ξύλο	1 – 7
Αέρας	1,0005	Μάρμαρο	8,5
Νερό	80	Πετρέλαιο	2,1
Χαρτί	3,5	Βενζόλιο	2,3
Μίκα	5,4	Γλυκερίνη	56
Κεχριμπάρι	2,7	Καουτσούκ	2,4
Γυαλί	4,5	Παραφίνη	2 – 2,3
Πορσελάνη	6,5	Κεραμικές μάζες	100
Πολυαιθυλένιο	2,3	Νιτροβενζόλιο	36

10.3.6 Διηλεκτρική αντοχή του μονωτή

Θεωρούμε επίπεδο πυκνωτή με διηλεκτρικό, τον οποίο φορτίζουμε με συνεχώς αυξανόμενη τάση V . Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του, που δίνεται απ' τη σχέση $E = V/l$ συνεχώς αυξάνεται. Όσο η τάση V αυξάνεται, παίρνει μία τιμή, για την οποία στο εσωτερικό του πυκνωτή εκδηλώνεται σπινθήρας, το διηλεκτρικό παύει να είναι μονωτής και γίνεται αγωγός και ο πυκνωτής εκφορτίζεται. **Διηλεκτρική αντοχή** του διηλεκτρικού ονομάζεται η τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του, για την οποία το διηλεκτρικό παύει να είναι μονωτής και γίνεται αγωγός.

Η διηλεκτρική αντοχή του αέρα εξαρτάται απ' τις συνθήκες του περιβάλλοντος (πίεση, υγρασία), συνεπώς δεν έχει πάντα την ίδια τιμή. Στον πίνακα 10.7 δίνονται οι τιμές της διηλεκτρικής αντοχής διάφορων υλικών.

Πίνακας 10.7
Διηλεκτρικές αντοχές μερικών υλικών

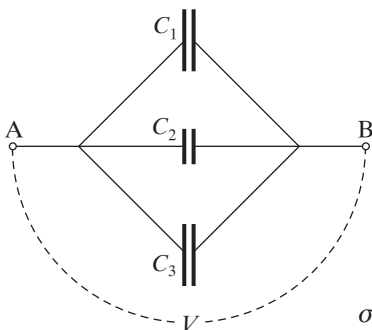
Διηλεκτρικό υλικό	Διηλεκτρική αντοχή kV/cm
Ξηρός αέρας σε κανονική πίεση	30
Λάδι	75
Παραφίνη	350
Χαρτί	400
Μίκα	500
Γυαλί	1000

10.3.7 Συνδεσμολογία πυκνωτών

Σ' ένα ηλεκτρικό κύκλωμα είναι δυνατό να περιέχονται περισσότεροι από ένας πυκνωτές. Στην περίπτωση αυτή μας ενδιαφέρει να γνωρίζουμε την ολική χωρητικότητα $C_{ΟΛ}$, που εξαρτάται απ' τη χωρητικότητα του κάθε πυκνωτή και απ' τον τρόπο σύνδεσης των πυκνωτών στο κύκλωμα. Υπάρχουν δύο βασικοί τρόποι σύνδεσης των πυκνωτών, **παράλληλα** και σε **σειρά**. Η **μεικτή σύνδεση** προκύπτει από συνδυασμό των δύο προηγούμενων συνδέσεων. **Ολική χωρητικότητα συνδεσμολογίας πυκνωτών** ονομάζεται το πηλίκο του φορτίου που προσφέρεται στη συνδεσμολογία, ώστε να φορτιστεί, προς την τάση που εμφανίζεται στα άκρα της.

10.3.8 Παράλληλη συνδεσμολογία πυκνωτών

Το σχήμα 10.42 παριστάνει παράλληλη σύνδεση τριών πυκνωτών με χωρητικότητες C_1, C_2, C_3 . Στα άκρα A, B των τριών πυκνωτών της συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση V . Τα φορτία των τριών πυκνωτών είναι $q_1=C_1V, q_2=C_2V, q_3=C_3V$. Για το ηλεκτρικό φορτίο $q_{ΟΛ}$ που θα κινηθεί μέσω της πηγής, ώστε να φορτιστούν οι πυκνωτές, ισχύει ότι $q_{ΟΛ} = q_1 + q_2 + q_3$. Συνεπώς:



Σχ. 10.42
Παράλληλη σύνδεση πυκνωτών

$$C_{ΟΛ} = \frac{q_{ΟΛ}}{V} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{V} = \frac{q_1}{V} + \frac{q_2}{V} + \frac{q_3}{V} = C_1 + C_2 + C_3$$

Δηλαδή η ολική χωρητικότητα ισούται με το άθροισμα των χωρητικότητων των τριών πυκνωτών.

10.3.9 Σύνδεση πυκνωτών σε σειρά

Το σχήμα 10.43 παριστάνει σύνδεση τριών πυκνωτών με χωρητικότητες C_1, C_2, C_3 σε σειρά. Οι συνδεδεμένοι μεταξύ τους οπλισμοί ήταν αρχικά ουδέτεροι. Και οι τρεις πυκνωτές της συνδεσμολογίας φέρουν το ίδιο φορτίο q , διότι αν ο οπλισμός A_1 έχει φορτίο $+q$, τότε ο οπλισμός B_1 θα έχει φορτίο $-q$. Αφού οι οπλισμοί B_1, A_2 είχαν αρχικά φορτίο μηδέν, πρέπει σύμφωνα με την Αρχή Διατήρησης του φορτίου ο οπλισμός A_2 να αποκτήσει πάλι φορτίο $+q$. Το ίδιο συμβαίνει και με τους υπόλοιπους πυκνωτές. Οι τάσεις των τριών πυκνωτών είναι αντιστοίχως

$$V_1 = q/C_1, \quad V_2 = q/C_2, \quad V_3 = q/C_3.$$

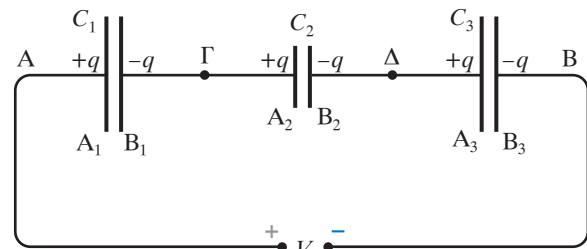
Η ολική τάση $V_{ΟΛ}$ ισούται με το άθροισμα των τάσεων, δηλαδή:

$$V_{ΟΛ} = V_1 + V_2 + V_3.$$

$$\text{Άρα: } \frac{1}{C_{ΟΛ}} = \frac{V_{ΟΛ}}{q} = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{q} = \frac{V_1}{q} + \frac{V_2}{q} + \frac{V_3}{q}$$

$$\text{άρα } \frac{1}{C_{ΟΛ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Συνεπώς, το σύστημα των τριών πυκνωτών μπορεί να αντικατασταθεί από πυκνωτή, του οποίου η χωρητικότητα είναι $C_{ΟΛ}$.



Σχ. 10.43

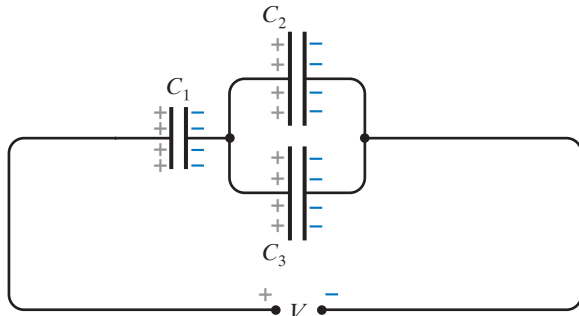
Σύνδεση πυκνωτών σε σειρά

10.3.10 Μεικτή συνδεσμολογία πυκνωτών

Η ισοδύναμη χωρητικότητα της συνδεσμολογίας

των τριών πυκνωτών του σχήματος 10.44 είναι:

$$C_{2,3} = C_2 + C_3 \quad \text{και} \quad C_{\text{ολ}} = \frac{C_1 C_{2,3}}{C_1 + C_{2,3}} = \frac{C_1 (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$



Σχ. 10.44
Μεικτή συνδεσμολογία πυκνωτών

10.4 Ηλεκτρεγερτική δύναμη ηλεκτρικής πηγής. Εσωτερική αντίσταση ηλεκτρικής πηγής. Νόμοι του Kirchhoff. Συνδεσμολογία αντιστάσεων

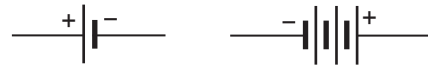
10.4.1 Ηλεκτρική πηγή

Με τον όρο **ηλεκτρική πηγή** ονομάζουμε κάθε συσκευή που δημιουργεί διαφορά δυναμικού (πολική τάση) μεταξύ των άκρων της, παρέχοντας με τον τρόπο αυτόν ενέργεια στο κύκλωμα που θα συνδεθεί με την πηγή. Ο ρόλος της ηλεκτρικής πηγής είναι να αντλεί ηλεκτρόνια από τον θετικό πόλο και να τα μεταφέρει, μέσω αυτής, στον αρνητικό πόλο. **Θετικός** είναι ο πόλος της πηγής που βρίσκεται στο μεγαλύτερο δυναμικό και συμβολίζεται με +. **Αρνητικός** είναι ο πόλος της πηγής που βρίσκεται στο μικρότερο δυναμικό και συμβολίζεται με -.

Η **φορά** κίνησης των ηλεκτρονίων μέσα σε μεταλλικό αγωγό που συνδέεται με την πηγή, είναι απ' τον αρνητικό προς τον θετικό πόλο της ηλεκτρικής πηγής. Η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος, δηλαδή η **συμβατική φορά**, είναι αντίθετη απ' τη φορά κίνησης των ηλεκτρονίων.

Αν το ρεύμα έχει σταθερή φορά ανεξάρτητα από τον χρόνο, τότε ονομάζεται **συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα**. Πολλές ηλεκτρικές πηγές είναι πηγές σταθερής πολικότητας ή πηγές συνεχούς τάσης, που είναι συνήθως και πηγές σταθερής τιμής τάσης (σχ. 10.45). Υπάρχουν πηγές που η πολικότητά τους μεταβάλλεται περιοδικά με τον χρόνο και η πολική τάση τους μεταβάλλεται ημιτονοειδώς σε σχέση με τον χρόνο (σχ. 10.46). Αυτές είναι πηγές εναλλασσόμενου ρεύματος ή τάσης.

Θεωρούμε το κύκλωμα του σχήματος 10.47, που περιέχει ηλεκτρική πηγή και λαμπτήρα. Όταν αυτό



Σχ. 10.45
Συμβολισμός πηγών σταθερής τάσης



Σχ. 10.46
Συμβολισμός πηγής εναλλασσόμενης τάσης

διαρρέεται από ρεύμα I , η ηλεκτρική πηγή του προσφέρει ενέργεια W , η οποία είναι ανάλογη του φορτίου που μετακινείται και δίνεται απ' τη σχέση $W = Vq = VIt$.

Η ηλεκτρική πηγή είναι ένας ενεργειακός μετατροπέας που μετατρέπει μία μορφή ενέργειας (π.χ. χημική, μηχανική) σε ηλεκτρική.

Το πηλίκο της ενέργειας W προς το φορτίο q είναι ένα μέγεθος που χαρακτηρίζει την πηγή και ονομάζεται **ηλεκτρεγερτική δύναμη (HEΔ) της πηγής**. Συμβολίζεται με \mathcal{E} ή \mathcal{E} και ισχύει ότι:

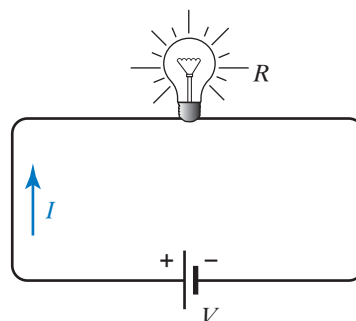
$$\mathcal{E} = (E =) W/q.$$

Θα χρησιμοποιούμε και τα δύο σύμβολα. Αξίζει να τονιστεί ότι η HEΔ δεν είναι δύναμη. Η HEΔ μίας πηγής (γεννήτριας, μπαταρίας) ισούται με την τάση στους πόλους της (πολική τάση), όταν η πηγή δεν διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.

Μονάδα μέτρησης της HEΔ στο SI είναι το 1 V (1 V = 1 J/C) και είναι ίδια με τη μονάδα μέτρησης της διαφοράς δυναμικού. Αυτό σημαίνει ότι αν μια μπαταρία έχει HEΔ 12 V, τότε όταν είναι συνδεδεμένη σε κύκλωμα όπου κυκλοφορεί σε ορισμένο χρόνο ηλεκτρικό φορτίο 1 C, η πηγή παρέχει στο κύκλωμα ηλεκτρική ενέργεια 12 J.

Από τη σχέση $\mathcal{E} = (E =) W/q$, διαιρώντας αριθμητή και παρονομαστή με τον χρόνο t , έχουμε:

$$\mathcal{E} = (E =) \frac{W}{q} = \frac{\frac{W}{t}}{\frac{q}{t}} = \frac{P}{I}$$



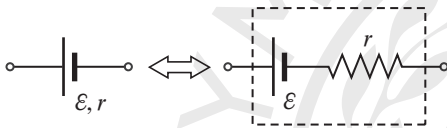
Σχ. 10.47
Κύκλωμα με ηλεκτρική πηγή και λαμπτήρα

Άρα η ΗΕΔ μίας πηγής δίνεται και απ' το πηλίκο της ισχύος P , που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα, προς την τιμή του ρεύματος I που διαρρέει το κύκλωμα. Δηλαδή: $E = P/I$

10.4.2 Εσωτερική αντίσταση ηλεκτρικής πηγής

Όταν μία πηγή διαρρέεται από ρεύμα, θερμαίνεται. Δηλαδή τμήμα της ηλεκτρικής ενέργειας που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα μετατρέπεται σε θερμοδυναμική ενέργεια (εσωτερική ενέργεια) στο εσωτερικό της. Αυτό συμβαίνει διότι η πηγή εμφανίζει αντίσταση στη διέλευση του ρεύματος.

Η αντίσταση που εμφανίζει η ηλεκτρική πηγή είναι χαρακτηριστικό της μέγεθος, ονομάζεται **εσωτερική αντίσταση** και συνήθως συμβολίζεται με r (σχ. 10.48). Εξαρτάται απ' τα κατασκευαστικά στοιχεία της πηγής και θεωρείται ανεξάρτητη απ' το ρεύμα I που τη διαρρέει. Πολλές φορές θεωρούμε ότι μια πηγή είναι ιδανική, δηλ. δεν έχει εσωτερική αντίσταση.



Σχ. 10.48

Συμβολισμός πηγής με εσωτερική αντίσταση

10.4.3 Πολική τάση

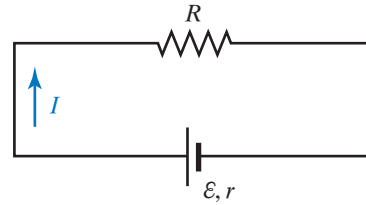
Θεωρούμε το κύκλωμα του σχήματος 10.49, το οποίο ισοδυναμεί με το κύκλωμα του σχήματος 10.50, όπου η πηγή είναι ιδανική, δηλαδή χωρίς εσωτερική αντίσταση. Από τον Νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα έχουμε ότι:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$

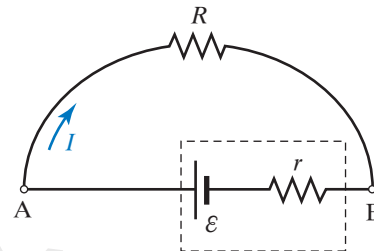
Άρα $IR = \mathcal{E} - Ir$. Από τον Νόμο του Ohm για την αντίσταση R έχουμε ότι $V_R = V_{AB} = V_A - V_B = IR$.

Το γινόμενο ρεύμα επί αντίσταση λέγεται και **πτώση τάσεως στην αντίσταση**. Το IR είναι η πτώση τάσης στον αντιστάτη με αντίσταση R και αυτή η πτώση τάσης ισούται με την τάση στα άκρα του αντιστάτη, $V_R = IR$.

Πολική τάση πηγής V_{Π} ονομάζεται η τάση που επικρατεί στους πόλους της και ισούται με τη διαφορά δυναμικού $V_A - V_B$. Συνεπώς $V_{\Pi} = \mathcal{E} - Ir$. Η πολική τάση V_{Π} πηγής ισούται με την ΗΕΔ \mathcal{E} , μειωμένη κατά την πτώση τάσης Ir στην εσωτερική της αντίσταση. Συνεπώς, για το κύκλωμα του σχήματος 10.50 ισχύει ότι $\mathcal{E} = IR + Ir$. Άρα η ΗΕΔ της πηγής ισούται με το άθροισμα των πτώσεων τάσεων στην εσωτερική αντί-



Σχ. 10.49
Κλειστό
κύκλωμα



Σχ. 10.50
Ηλεκτρική πηγή
με εσωτερική
αντίσταση
σε κλειστό
κύκλωμα

σταση της πηγής και στην εξωτερική αντίσταση του κυκλώματος.

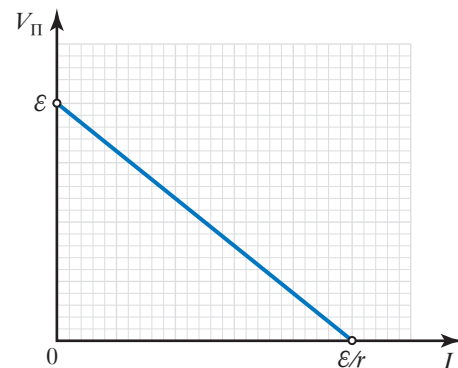
Απ' τα παραπάνω συνάγεται ότι όταν η πηγή δεν παρέχει ρεύμα, τότε $V_{\Pi} = \mathcal{E}$. Όταν η πηγή είναι ιδανική, δηλαδή έχει αμελητέα εσωτερική αντίσταση ($r = 0$), ισχύει πάντα ότι $V_{\Pi} = \mathcal{E}$. Όταν η πηγή τροφοδοτεί αντιστάτη πολύ μεγάλης αντίστασης ($R \rightarrow \infty$), το ηλεκτρικό ρεύμα που τον διαρρέει είναι πολύ μικρό, σχεδόν μηδενικό ($I \rightarrow 0$). Συνεπώς $Ir \rightarrow 0$, άρα $V_{\Pi} = \mathcal{E}$.

Η γραφική παράσταση της πολικής τάσης V_{Π} πηγής (\mathcal{E}, r) σε συνάρτηση με το ρεύμα I που τη διαρρέει, παρουσιάζεται στο σχήμα 10.51.

Γενικά, η εσωτερική αντίσταση των ηλεκτρικών πηγών είναι μικρή.

10.4.4 Κανόνες του Kirchhoff

Στοιχεία ηλεκτρικού κυκλώματος ονομάζονται οι ηλεκτρικές πηγές και οι καταναλωτές (π.χ. αντιστάτες, πυκνωτές, πηνία, κινητήρες κ.λπ.). Στο κύκλωμα μπορεί να υπάρχουν διακόπτες και αγωγοί σύνδεσης. Η έννοια **ηλεκτρικό δίκτυο** ή απλά **δίκτυο** είναι ταυτόσημη με την έννοια **κύκλωμα**.



Σχ. 10.51

Πολική τάση V_{Π} πηγής (\mathcal{E}, r)

Ενεργητικά στοιχεία του κυκλώματος είναι οι πηγές που παρέχουν ενέργεια στο κύκλωμα. Κάθε κύκλωμα περιέχει τουλάχιστον μία πηγή.

Παθητικά στοιχεία του κυκλώματος είναι εκείνα τα στοιχεία, που δέχονται ενέργεια (π.χ. αντιστάτες, πυκνωτές, πηνία). Σε κάποιες περιπτώσεις ορισμένα παθητικά στοιχεία (π.χ. πυκνωτές, πηνία) αποθηκεύουν ενέργεια, η οποία προσφέρεται στο κύκλωμα αργότερα, ενώ οι αντιστάτες καταναλώνουν την προσφερόμενη ενέργεια μετατρέποντάς την σε θερμοδυναμική ενέργεια και μπορεί να προκαλέσουν ροή ενέργειας προς το περιβάλλον, δηλαδή έχουμε παραγωγή θερμότητας.

Σ' ένα ηλεκτρικό κύκλωμα ονομάζεται:

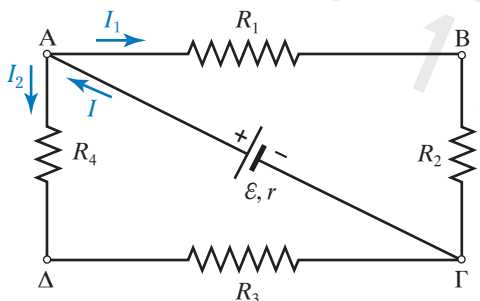
- 1) **Κόμβος** κάθε σημείο, στο οποίο συναντιούνται τουλάχιστον τρεις ρευματοφόροι αγωγοί.
- 2) **Κλάδος** κάθε τμήμα που συνδέεται ανάμεσα σε δύο κόμβους.
- 3) **Βρόχος** κάθε κλειστός δρόμος, που μπορεί να νοηθεί κατά μήκος διαδοχικών κλάδων του κυκλώματος.

Στο ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος 10.52, κόμβοι είναι τα Α, Β, Γ, Δ, κλάδοι είναι οι ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΒΓ, ΓΔ και βρόχοι είναι οι ΑΒΓΑ, ΑΓΔΑ, ΑΒΓΔΑ.

Για τα κυκλώματα ισχύουν οι εξής δύο Νόμοι (κανόνες) του Kirchhoff.

1) Πρώτος κανόνας του Kirchhoff

Σε κάθε κόμβο του κυκλώματος, το άθροισμα των ρευμάτων που εισέρχονται σ' αυτόν ισούται με το άθροισμα των ρευμάτων που εξέρχονται απ' αυτόν. Δηλαδή: $\Sigma I = 0$.



Σχ. 10.54
Σύνθετο ηλεκτρικό κύκλωμα

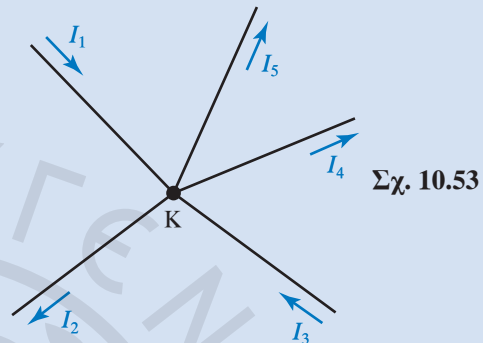


Παραδείγματα

1. Σύμφωνα με τον Πρώτο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Κ του σχήματος 10.53 ισχύει ότι $I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$.

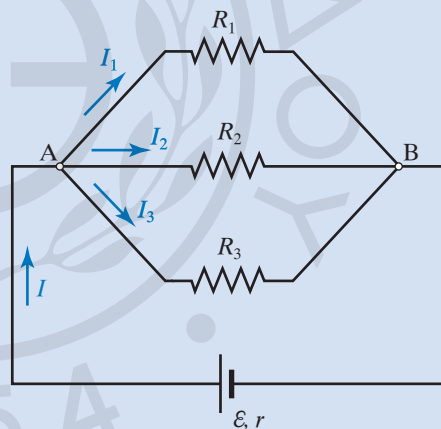
Αυτό συμβαίνει διότι σε χρόνο Δt το φορτίο που φτάνει στον κόμβο Κ είναι $q = (I_1 + I_3) \Delta t$ και το φορτίο που φεύγει $q' = (I_2 + I_4 + I_5) \Delta t$. Επειδή τα φορτία δεν συσσωρεύονται σε κανέναν κόμβο, πρέπει να είναι ίσα, δηλαδή πρέπει να ισχύει ότι: $q = q'$. Άρα: $(I_1 + I_3) \Delta t = (I_2 + I_4 + I_5) \Delta t$. Συνεπώς:

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5 \quad \text{ή} \quad I_1 + I_3 - I_2 - I_4 - I_5 = 0.$$



Σχ. 10.53

2. Στο ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος 10.54 για τον κόμβο Α ισχύει ότι $I = I_1 + I_2 + I_3$.



Σχ. 10.56



Παρατηρήσεις

1) Ο Πρώτος κανόνας είναι απόρροια της Αρχής Διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου, διότι όσο φορτίο «φτάνει» στον κόμβο, τόσο φορτίο «φεύγει» απ' αυτόν στον ίδιο χρόνο. Οι κόμβοι δεν είναι ούτε «πηγές» ούτε «καταβόθρες» φορτίων.

2) Τις φορές των ρευμάτων τις ορίζουμε αυθαίρετα. Συνήθως στην Ηλεκτροτεχνία θεωρούμε ως θετικά τα ρεύματα που φτάνουν στον κόμβο και ως αρνητικά τα ρεύματα που φεύγουν από τον κόμβο.

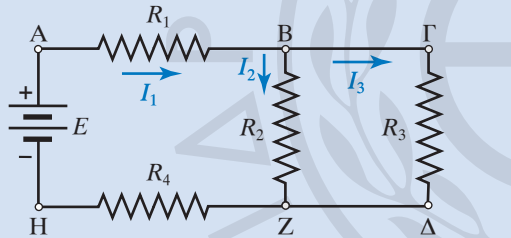
2) Δεύτερος κανόνας του Kirchhoff

Το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού κατά μήκος βρόχου είναι μηδέν. Δηλαδή κατά μήκος κλειστής διαδρομής ισχύει ότι $\Sigma V = 0$. Μία ισοδύναμη διατύπωση είναι η ακόλουθη: Σε κάθε βρόχο κυκλώματος, το αλγεβρικό άθροισμα των ΗΕΔ ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των πτώσεων τάσης στους κλάδους αυτού του βρόχου. Δηλαδή σε κάθε βρόχο ισχύει ότι $\Sigma E = \Sigma(IR)$.



Παραδείγματα

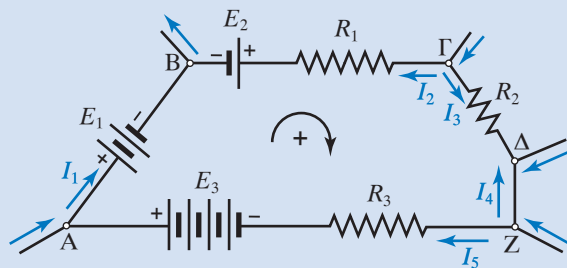
1. Σύμφωνα με τον Πρώτο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Β του κυκλώματος του σχήματος 10.55 ισχύει ότι $I_1 = I_2 + I_3$. Σύμφωνα με τον Δεύτερο κανόνα του Kirchhoff στα κλειστά κυκλώματα ΑΒΖΗ και ΒΓΔΖ ισχύει αντίστοιχα ότι $I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_1 R_4 - E = 0$ και $I_3 R_3 - I_2 R_2 = 0$. Εάν γνωρίζουμε την ΗΕΔ E της πηγής και τις αντιστάσεις R_1, R_2, R_3, R_4 , μπορούμε να υπολογίσουμε τα τρία ρεύματα I_1, I_2, I_3 .



Σχ. 10.55

2. Εφαρμόζοντας τον Δεύτερο κανόνα του Kirchhoff στο κλειστό κύκλωμα ΑΒΓΔΖ του σχήματος 10.56 και δεδομένου ότι οι κλάδοι ΑΒ και ΔΖ δεν παρουσιάζουν αντίσταση, έχουμε ότι:

$$-E_1 + E_2 + E_3 = I_1 \cdot 0 - I_2 R_1 + I_3 R_2 - I_4 \cdot 0 + I_5 R_3.$$



Σχ. 10.56



Παρατηρήσεις

1) Ο Δεύτερος κανόνας είναι απόρροια του θεωρήματος διατήρησης της ενέργειας.

2) Επιλέγουμε αυθαίρετα θετικές φορές περιγραφής των βρόχων.

3) Λαμβάνουμε την ΗΕΔ πηγής ως αρνητική, όταν κινούμενοι κατά τη θετική φορά που ορίσαμε, συναντάμε πρώτο τον αρνητικό της πόλο (-).

4) Η πώση τάσης IR θεωρείται θετική, όταν το ρεύμα I που διαρρέει την R έχει τη φορά περιγραφής του βρόχου.

5) Λαμβάνουμε αυθαίρετα τη φορά του ρεύματος που διαρρέει έναν κλάδο. Αν τελικά η αριθμητική της τιμή βρεθεί αρνητική, τότε η φορά της είναι αντίθετη απ' αυτήν που πήραμε.



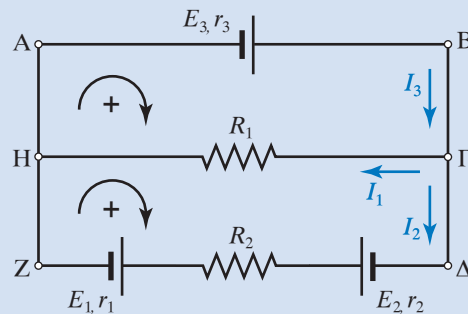
Παράδειγμα

Να υπολογίσετε τα ρεύματα I_1, I_2, I_3 , στο ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος 10.57, σε σχέση με τα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος ($E_1, E_2, E_3, r_1, r_2, r_3, R_1, R_2, R_3$), που θεωρούνται δεδομένα.

Από τον Πρώτο κανόνα στον κόμβο Γ, ισχύει ότι $I_1 + I_2 = I_3$. Από τον δεύτερο κανόνα στον βρόχο ΑΒΓΗΑ, ισχύει ότι $-E_3 + I_1 R_1 + I_3 R_3 = 0$. Από τον Δεύτερο κανόνα στον βρόχο ΗΓΔΖΗ, ισχύει ότι:

$$-I_1 R_1 + I_2 r_2 - E_2 + I_2 R_2 + E_1 + I_2 r_1 = 0.$$

Απ' την επίλυση του ανωτέρω γραμμικού



Σχ. 10.57

Ηλεκτρικό κύκλωμα

συστήματος τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους προκύπτει ότι:

$$I_1 = \frac{E_3 (r_1 + r_2 + R_2) + (E_1 - E_2) r_3}{(r_1 + r_2 + R_2) \cdot (r_3 + R_1) + R_1 r_3}$$

$$I_2 = \frac{(E_2 - E_1) \cdot (r_3 + R_1) + E_3 R_1}{(r_1 + r_2 + R_2) \cdot (r_3 + R_1) + R_1 r_3}$$

$$I_3 = \frac{(E_2 - E_1) R_1 + E_3 (r_1 + r_2 + R_1 + R_2)}{(r_1 + r_2 + R_2) \cdot (r_3 + R_1) + R_1 r_3}.$$

10.4.5 Συνδεσμολογία αντιστάσεων

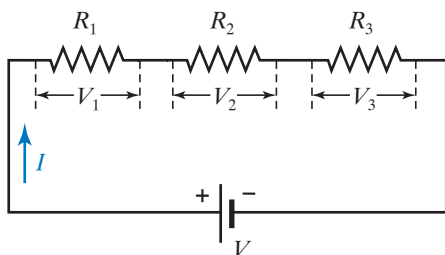
Οι αντιστάσεις μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους με πολλούς τρόπους, δημιουργώντας έτσι συστήματα αντιστάσεων. Το ηλεκτρικό ρεύμα που εισέρχεται και εξέρχεται απ' τα άκρα συστήματος αντιστάσεων ονομάζεται **ολικό ρεύμα** $I_{ΟΛ}$. Η τάση που εφαρμόζεται στα άκρα συστήματος αντιστάσεων ονομάζεται **ολική τάση** $V_{ΟΛ}$. Ισοδύναμη ή ολική αντίσταση $R_{ΟΛ}$ συστήματος αντιστάσεων, ονομάζεται η **αντίσταση στα άκρα** της οποίας, αν εφαρμοσθεί τάση $V_{ΟΛ}$, αυτή θα διαρρέεται από ρεύμα $I_{ΟΛ}$, δηλαδή:

$$I_{ΟΛ} = \frac{V_{ΟΛ}}{R_{ΟΛ}}$$

Υπάρχουν οι εξής τρόποι σύνδεσης των αντιστάσεων: σε σειρά, παράλληλα και με συνδυασμό των δύο αυτών τρόπων οπότε και προκύπτει η μεικτή συνδεσμολογία.

10.4.6 Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά

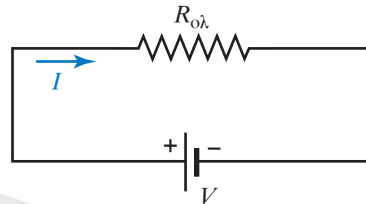
Όταν οι αντιστάτες συνδέονται διαδοχικά ο ένας μετά τον άλλον, τότε διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα και είναι συνδεδεμένοι σε σειρά (σχ. 10.58). Οι τρεις αντιστάτες αντιστάσεων R_1, R_2, R_3 διαρρέονται από ρεύμα I . Το κύκλωμα τροφοδοτείται από



Σχ. 10.58

Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά

πηγή τάσης V . Η τάση της συνδεσμολογίας ισούται με το άθροισμα των επιμέρους τάσεων, δηλαδή $V = V_1 + V_2 + V_3$. Η συνδεσμολογία των αντιστατών μπορεί να αντικατασταθεί από ισοδύναμο αντιστάτη, που θα διαρρέεται απ' το ίδιο ρεύμα I , θα έχει την τάση V της συνδεσμολογίας και αντίσταση $R_{ΟΛ}$ ίση με το άθροισμα των αντιστάσεων των αντιστατών. Δηλαδή $R_{ΟΛ} = R_1 + R_2 + R_3$ (σχ. 10.59).



Σχ. 10.59

Η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R_{ΟΛ} = R_1 + R_2 + R_3$$

Απόδειξη

Από τον Νόμο του Ohm γνωρίζουμε ότι:

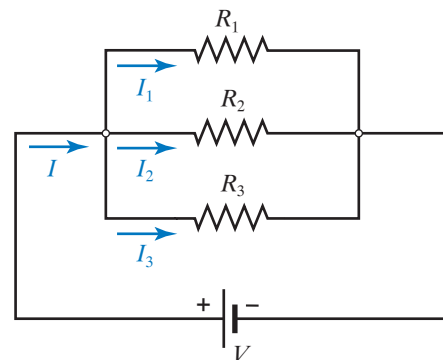
$$V_1 = IR_1, V_2 = IR_2, V_3 = IR_3, \text{ και } V = IR_{ΟΛ}.$$

Η σχέση $V = V_1 + V_2 + V_3$ γράφεται

$$IR_{ΟΛ} = IR_1 + IR_2 + IR_3 \text{ ή } R_{ΟΛ} = R_1 + R_2 + R_3.$$

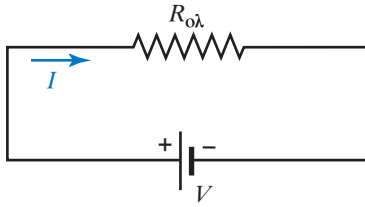
10.4.7 Παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων

Όταν τα άκρα των αντιστατών είναι ενωμένα μεταξύ τους (σχ. 10.60), τότε στα άκρα τους θα έχουν την ίδια τάση και λέμε ότι οι αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Οι τρεις αντιστάτες αντιστάσεων R_1, R_2, R_3 διαρρέονται από ρεύματα I_1, I_2, I_3 , που υπολογίζονται από τον Νόμο του Ohm. Η τάση της συνδεσμολογίας είναι ταυτόχρονα και τάση του κάθε αντιστάτη. Δηλαδή: $V = V_1 = V_2 = V_3$. Η συνδεσμολογία των αντιστατών (σχ. 10.61) μπορεί να



Σχ. 10.60

Παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων



Σχ. 10.61

Η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$\frac{1}{R_{ΟΛ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

αντικατασταθεί από ισοδύναμο αντιστάτη, ο οποίος έχει τάση ίση με την κοινή τάση κάθε αντιστάτη, διαρρέεται απ' το ρεύμα I της συνδεσμολογίας και έχει αντίσταση $R_{ΟΛ}$, που δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{R_{ΟΛ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Απόδειξη

Από τον Νόμο του Ohm γνωρίζουμε ότι για τις αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 και $R_{ΟΛ}$ ισχύουν:

$$I_1 = \frac{V}{R_1}, \quad I_2 = \frac{V}{R_2}, \quad I_3 = \frac{V}{R_3} \quad \text{και} \quad I = \frac{V}{R_{ΟΛ}}$$

Επειδή δεν έχουμε συσσώρευση φορτίου σε κατένα σημείο, ισχύει ότι: $I = I_1 + I_2 + I_3$. Συνεπώς είναι:

$$\frac{V}{R_{ΟΛ}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{R_{ΟΛ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

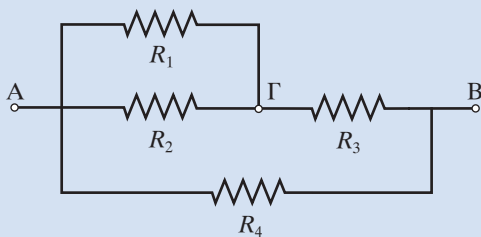
10.4.8 Μεικτή σύνδεση αντιστάσεων

Η μεικτή σύνδεση προκύπτει από συνδυασμό των δύο προηγούμενων συνδέσεων.



Παραδείγματα

Να υπολογίσετε την ολική αντίσταση της συνδεσμολογίας του κυκλώματος του σχήματος 10.62, όταν $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ και η



Σχ. 10.62

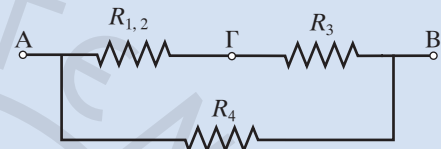
τάση που εφαρμόζεται στα σημεία A και B είναι V .

Λύση

Οι αντιστάτες R_1, R_2 , είναι παράλληλα συνδεδεμένοι (σχ. 10.63). Συνεπώς, αντικαθίστανται από ισοδύναμο αντιστάτη $R_{1,2}$, όπου:

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

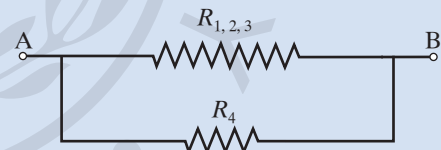
$$\text{ή} \quad R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R R}{R + R} = \frac{R}{2}$$



Σχ. 10.63

Οι αντιστάτες $R_{1,2}$ και R_3 είναι συνδεδεμένοι σε σειρά (σχ. 10.64). Συνεπώς, αντικαθίστανται από ισοδύναμο αντιστάτη $R_{1,2,3}$, όπου:

$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}$$

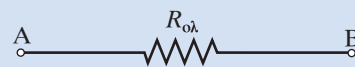


Σχ. 10.64

Οι αντιστάτες $R_{1,2,3}$ και R_4 είναι παράλληλα συνδεδεμένοι. Συνεπώς, αντικαθίστανται από ισοδύναμο αντιστάτη $R_{ΟΛ}$ (σχ. 10.65), όπου:

$$\frac{1}{R_{ΟΛ}} = \frac{1}{R_{1,2,3}} + \frac{1}{R_4} \quad \text{ή}$$

$$R_{ΟΛ} = \frac{R_{1,2,3} R_4}{R_{1,2,3} + R_4} = \frac{R \frac{3R}{2}}{R + \frac{3R}{2}} = \frac{3R}{5}$$



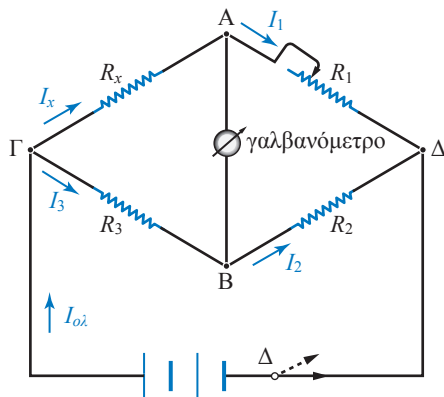
Σχ. 10.65

Παρατήρηση

Οι ηλεκτρικές συσκευές των σπιτιών μας συνδέονται παράλληλα για τους δύο παρακάτω λόγους. Ο ένας είναι ότι απ' το εργοστάσιο κατασκευής τους είναι ρυθμισμένες έτσι, ώστε να λειτουργούν κανονικά για μία συγκεκριμένη τιμή της τάσης που συμπίπτει με την τάση του δικτύου (220 V για την Ευρώπη και 110 V για τις ΗΠΑ). Ο δεύτερος λόγος είναι ότι με την παράλληλη σύνδεση των συσκευών εξασφαλίζεται ότι η μία θα λειτουργεί ανεξάρτητα απ' την άλλη. Ακόμη δε και αν κάποια καταστραφεί ή αποσυνδεθεί από το δίκτυο, οι υπόλοιπες θα συνεχίσουν να λειτουργούν.

Γέφυρα Wheatstone. Για να είναι ακριβής η μέτρηση αντίστασης με τη βοήθεια αμπερόμετρου και βολτόμετρου, πρέπει το πρώτο να έχει πρακτικά μηδενική εσωτερική αντίσταση και το δεύτερο πολύ μεγάλη. Υπάρχουν διατάξεις με τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή αντίστασης με πολύ μεγάλη ακρίβεια.

Μία τέτοια διάταξη είναι η γέφυρα Wheatstone (σχ. 10.66). Οι αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 είναι γνωστές και η αντίσταση R_X άγνωστη. Οι R_2, R_3 είναι σταθερές ενώ η R_1 μεταβλητή και σε κάθε θέση γνωρίζουμε την τιμή της (κιβώτιο αντιστάσεων). Όταν κλείσουμε τον διακόπτη Δ , το ηλεκτρικό κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα $I_{ολ}$ που του παρέχει η πηγή. Φτάνοντας στον κόμβο Γ το ρεύμα διακλαδίζεται στα ρεύματα I_3, I_X . Όταν υπάρχει διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία A, B το γαλβανόμετρο



Σχ. 10.66
Γέφυρα Wheatstone

διαρρέεται από ρεύμα. Μεταβάλλοντας, κατάλληλα, τη ρυθμιστική αντίσταση R_1 είναι δυνατό να επιτύχουμε μηδενισμό ένδειξης του γαλβανόμετρου, οπότε η γέφυρα ισορροπεί. Από τον 1^ο Κανόνα Kirchhoff για τους κόμβους A, B προκύπτουν $I_X = I_1, I_3 = I_2$. Από το 2^ο Κανόνα Kirchhoff για τους βρόχους $AB\Gamma A, AB\Delta A$ προκύπτουν:

$$I_X \cdot R_X - I_3 \cdot R_3 = 0 \Rightarrow \frac{I_3}{I_X} = \frac{R_X}{R_3},$$

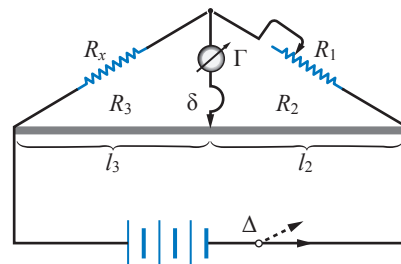
$$I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = 0 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2},$$

άρα
$$\frac{R_X}{R_3} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow R_X = R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2}$$

Με τη γέφυρα Wheatstone, προσδιορίζουμε την τιμή άγνωστης αντίστασης R_X με μεγάλη ακρίβεια, διότι το μοναδικό σφάλμα που υπεισέρχεται, οφείλεται στον προσδιορισμό της θέσης ισορροπίας της βελόνας του γαλβανόμετρου. Η γέφυρα Wheatstone αποτελεί μία από τις βασικές διατάξεις για πλήθος ηλεκτρικές μετρήσεις, όπως μέτρηση χωρητικής, αυτεπαγωγικής αντίστασης (απαιτείται χρησιμοποίηση εναλλασσόμενης τάσης στα σημεία Γ, Δ).

Πρακτικά, δεν είναι εύκολο να γνωρίζουμε, με ακρίβεια, την τιμή που έχει σε κάθε της θέση η μεταβλητή αντίσταση της γέφυρας Wheatstone. Το γεγονός αυτό επηρεάζει την ακρίβεια των μετρήσεων. Προκειμένου παρακάμψουμε αυτό το μειονέκτημα χρησιμοποιούμε μία παραλλαγή της γέφυρας, που ονομάζεται **γέφυρα με χορδή**.

Γέφυρα Wheatstone με χορδή. Οι αντιστάσεις R_2, R_3 της γέφυρας έχουν αντικατασταθεί με ευθύγραμμο, ομογενές, ισοπαχές, σύρμα (χορδή) διατομής S και ειδικής αντίστασης ρ , πάνω στο οποίο ολισθαίνει ο δρομέας δ (σχ. 10.67). Μετακινώντας τον δρομέα μέχρι η ένδειξη γαλβανόμετρου να μηδενιστεί, επιτυγχάνουμε ισορροπία της γέφυρας, οπότε ισχύ-



Σχ. 10.67
Γέφυρα Wheatstone με χορδή

$$\text{ει ότι } R_X = R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2}$$

Για τις αντιτάσεις R_2, R_3 ισχύει ότι:

$$R_3 = \rho \cdot \frac{\ell_3}{S}, R_2 = \rho \cdot \frac{\ell_2}{S}, \text{ οπότε } \frac{R_3}{R_2} = \frac{\ell_3}{\ell_2}$$

Συνεπώς, η άγνωστη αντίσταση δίνεται από τη σχέση:

$$R_X = R_1 \cdot \frac{\ell_3}{\ell_2}$$

Τα μήκη ℓ_2, ℓ_3 μετρώνται με τη βοήθεια βαθμολογημένης κλίμακας που βρίσκεται κάτω από τη χορδή.

Η μέτρηση αντίστασης με γέφυρα Wheatstone, σε σχέση με τη μέτρηση με βολτόμετρο και αμπερόμετρο, παρουσιάζει τα εξής *πλεονεκτήματα*:

1) Δεν υπάρχει σφάλμα λόγω ατέλειας των οργάνων μέτρησης (μη ιδανικό βολτόμετρο και αμπερόμετρο). Το σφάλμα που υπάρχει είναι στη μέτρηση των μηκών χορδής που προκύπτουν στη θέση ισορροπίας της γέφυρας.

2) Η θέση ισορροπίας της γέφυρας δεν εξαρτάται από την τάση πηγής που την τροφοδοτεί.

3) Προκειμένου προσδιοριστεί η θέση ισορροπίας της γέφυρας, αρκεί η παρατήρηση ότι ο δείκτης γαλβανόμετρου δείχνει το μηδέν.



Παραδείγματα

1. Στη γέφυρα Wheatstone (σχ. 10.68) που ισορροπεί, υπολογίστε R_X αν $R_3 = 35 \Omega$, $\ell_1 = 2 \text{ cm}$, $\ell_2 = 3,5 \text{ cm}$.

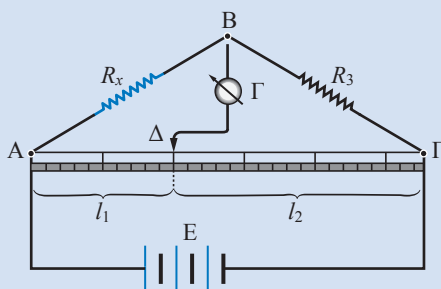
Είναι

$$R_X \cdot \ell_2 = R_3 \cdot \ell_1 \Leftrightarrow R_X \cdot 3,5 = 35 \cdot 2 \Leftrightarrow R_X = 20 \Omega$$

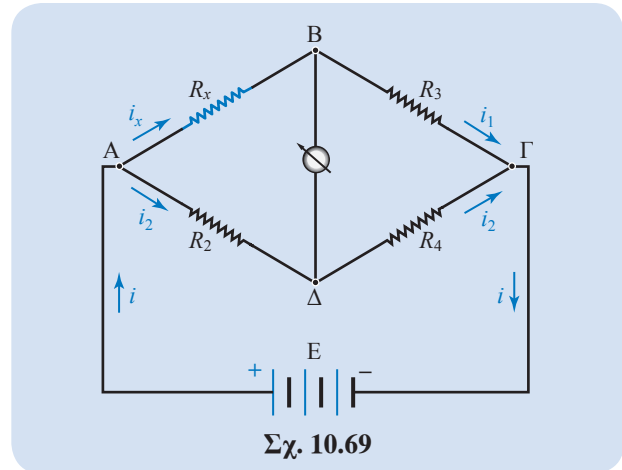
2. Στη γέφυρα Wheatstone (σχ. 10.69) που ισορροπεί, υπολογίστε R_X αν $R_2 = 8 \Omega$, $R_3 = 5 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$.

Είναι

$$R_X \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3 \Leftrightarrow R_X \cdot 4 = 8 \cdot 5 \Leftrightarrow R_X = 10 \Omega$$



Σχ. 10.68



Σχ. 10.69

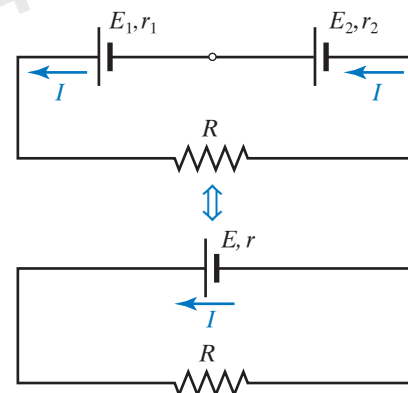
10.5 Συνδεσμολογία πηγών συνεχούς ρεύματος

10.5.1 Συνδεσμολογία ηλεκτρικών πηγών σε σειρά

Στη συνδεσμολογία αυτού του τύπου, ο θετικός πόλος της μίας πηγής συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της επόμενης, ο θετικός με τον αρνητικό της τρίτης κ.ο.κ. (σχ. 10.70). Με τον τρόπο αυτό υπάρχουν πάλι δύο πόλοι, ο αρνητικός της πρώτης και ο θετικός της τελευταίας. Αν $E_1, E_2, E_3, \dots, E_v$ οι ΗΕΔ των πηγών, η ολική $E_{ΟΛ}$, είναι ίση με $E_{ΟΛ} = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_v$. Η εσωτερική αντίσταση r είναι ίση με το άθροισμα των εσωτερικών αντιστάσεων των πηγών. Δηλαδή $r = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_v$. Τη σύνδεση πηγών σε σειρά χρησιμοποιούμε όταν επιθυμούμε να έχουμε μεγάλη ΗΕΔ, ενώ διαθέτουμε πολλές πηγές μικρής ΗΕΔ.

10.5.2 Παράλληλη σύνδεση δύο ομοίων ηλεκτρικών πηγών

Στη συνδεσμολογία αυτού του τύπου, συνδέο-



Σχ. 10.70

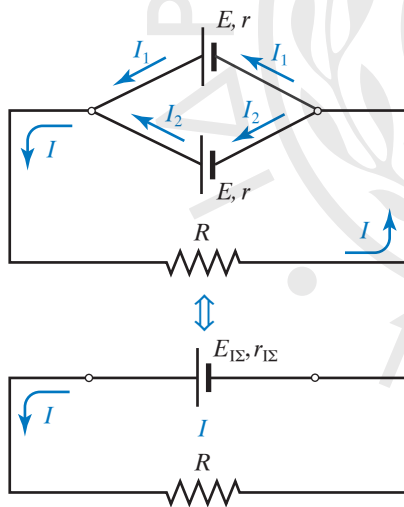
Συνδεσμολογία δύο ηλεκτρικών πηγών σε σειρά.

Ισχύει ότι $r = r_1 + r_2$ και $E = E_1 + E_2$

νται μεταξύ τους όλοι μαζί οι θετικοί πόλοι, οπότε δημιουργούν τον θετικό πόλο, και όλοι μαζί οι αρνητικοί πόλοι οπότε δημιουργούν τον αρνητικό πόλο (σχ. 10.71). Με τον τρόπο αυτό υπάρχουν πάλι δύο πόλοι, ένας θετικός και ένας αρνητικός. Η ΗΕΔ των δύο κοινών πόλων ισούται με την ΗΕΔ της μίας πηγής. Κατά την παράλληλη σύνδεση ομοίων πηγών (γεννητριών) αυτές διαρρέονται από ίσα ρεύματα. Την παράλληλη σύνδεση χρησιμοποιούμε όταν επιθυμούμε να λάβουμε μεγάλο ρεύμα, το οποίο δεν μπορεί να προσφέρει μία μόνο πηγή. Για την εσωτερική αντίσταση $r_{1\Sigma}$ της ισοδύναμης ηλεκτρικής πηγής v ομοίων πηγών εσωτερικής αντίστασης r η κάθε μία, ισχύει ότι:

$$r_{1\Sigma} = r/v.$$

Η σύνδεση αυτή χρησιμοποιείται σπανιότατα, διότι για να γίνει, πρέπει όλες οι πηγές να έχουν την ίδια ΗΕΔ. Σε αντίθετη περίπτωση οι πηγές με μεγαλύτερη ΗΕΔ προκαλούν ηλεκτρικό ρεύμα διά μέσου των πηγών με μικρότερη ΗΕΔ και σταδιακά οι πρώτες καταστρέφονται πολύ γρηγορότερα απ' τις άλλες.

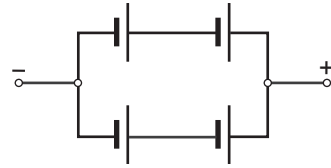


Σχ. 10.71

Ισχύει ότι $E_{1\Sigma} = E$ και $r_{1\Sigma} = r/2$

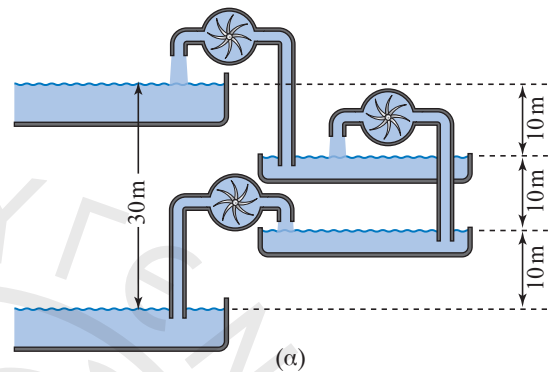
10.5.3 Μεικτή συνδεσμολογία ηλεκτρικών πηγών

Στη συνδεσμολογία αυτού του τύπου, μερικές πηγές συνδέονται μεταξύ τους σε σειρά και αποτελούν ομάδες. Στη συνέχεια αυτές οι ομάδες συνδέονται παράλληλα (σχ. 10.72). Η μεικτή συνδεσμολογία χρησιμοποιείται όταν απαιτείται μεγάλη ΗΕΔ και ταυτόχρονα ισχυρό ρεύμα (σχ. 10.73).

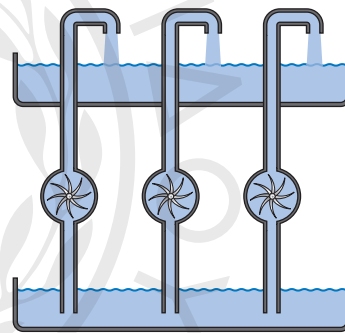


Σχ. 10.72

Μεικτή συνδεσμολογία ηλεκτρικών πηγών



(α)



(β)

Σχ. 10.73

Μηχανικό ανάλογο συνδεσμολογίας 3 ηλεκτρικών πηγών (α) σε σειρά και (β) παράλληλα



Παράδειγμα

Συνδέουμε παράλληλα τέσσερις ομάδες πηγών ($\mu = 4$), που η κάθε μία αποτελείται από τρεις πηγές ($\nu = 3$) συνδεδεμένες σε σειρά. Κάθε πηγή έχει ΗΕΔ $E = 12\text{ V}$ και εσωτερική αντίσταση $r = 0,1\ \Omega$. Αν η εξωτερική αντίσταση του κυκλώματος είναι $R = 3\ \Omega$, να υπολογισθούν:

- 1) Η ΗΕΔ του συστήματος των πηγών.
- 2) Η αντίσταση του συστήματος των πηγών.
- 3) Το ρεύμα I που διαρρέει την αντίσταση R .
- 4) Το ρεύμα I' που διαρρέει την κάθε πηγή.

Λύση

1) Η ΗΕΔ της κάθε ομάδας στοιχείων είναι $E' = \nu E$ (σε σειρά). Η ΗΕΔ του συστήματος των πηγών είναι $E_{ΟΛ} = E' \nu E = 36 \text{ V}$.

2) Η εσωτερική αντίσταση κάθε ομάδας στοιχείων είναι $r' = \nu r = 3 \cdot 0,1 \Omega = 0,3 \Omega$.

Η εσωτερική αντίσταση του συστήματος των στοιχείων είναι:

$$r_{ΟΛ} = \frac{r'}{\mu} = \frac{\nu r}{\mu} = \frac{0,3}{4} \Omega = 0,075 \Omega.$$

3) Από τον Νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα προκύπτει ότι:

$$E_{ΟΛ} = I \cdot R_{ΟΛ} \quad \text{ή} \quad I = \frac{E_{ΟΛ}}{R + r_{ΟΛ}} = \frac{\nu E}{R + \frac{\nu r}{\mu}} = \frac{36}{3 + \frac{3}{40}} \text{ A} = 11,707 \text{ A}.$$

4) Η τάση V στα άκρα της κάθε ομάδας πηγών είναι ίση με την τάση στα άκρα της αντίστασης R . Συνεπώς ισχύει ότι:

$$\left. \begin{aligned} V &= I R \\ V &= E' - I' r' \end{aligned} \right\} \text{επομένως}$$

$$E' - I' r' = I R \quad \text{ή} \quad I' r' = E' - I R$$

$$\text{άρα: } I' = \frac{E' - I R}{r'} = \frac{36 - 11,707 \cdot 3}{0,3} \text{ A} = 2,93 \text{ A}.$$

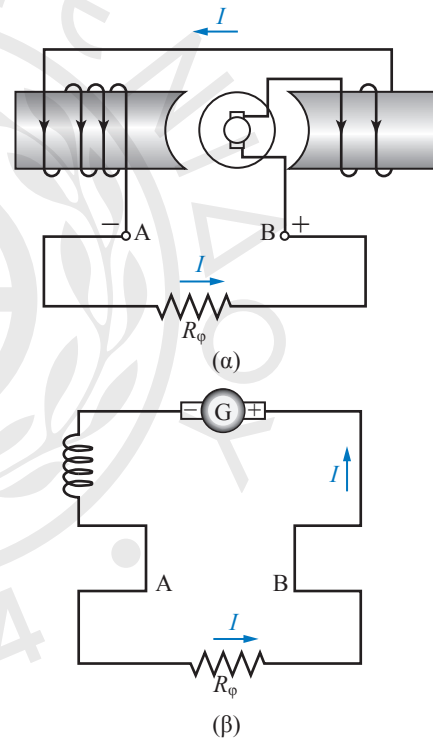
- Διέγερση γεννήτριας

Στις δυναμοηλεκτρικές μηχανές (δυναμό), όταν οι περιελίξεις διέγερσης (πηνία του επαγωγέα) διαρρέονται από συνεχές ρεύμα (ρεύμα διέγερσης), τότε παράγεται το μαγνητικό πεδίο εντός του οποίου περιστρέφεται το επαγωγίμο. Όταν το ρεύμα διέγερσης παρέχεται από ξεχωριστή πηγή συνεχούς ρεύματος, τότε λέμε ότι η γεννήτρια είναι ξένης διέγερσης ή ότι η διέγερση της μηχανής είναι ανεξάρτητη.

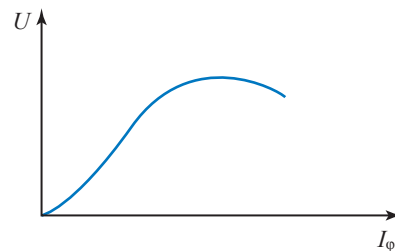
Αν οι περιελίξεις διέγερσης τροφοδοτούνται με συνεχές ρεύμα, που παράγει η ίδια η γεννήτρια, τότε η μηχανή αυτοδιεγείρεται εξαιτίας της παραμένουσας μαγνήτισης των πυρήνων των ηλεκτρομαγνητών. Όλες οι γεννήτριες, όταν πρόκειται να τεθούν σε λειτουργία για πρώτη φορά διεγείρονται με ανεξάρτητη διέγερση, οπότε οι πυρήνες των πόλων διατηρούν μία παραμένουσα μαγνήτιση, άρα μετα-

ξύ των πόλων διατηρείται ένα ασθενές μαγνητικό πεδίο. Το ασθενές ρεύμα διέρχεται από τα πηνία διέγερσης των ηλεκτρομαγνητών, άρα ενισχύεται το μαγνητικό πεδίο, οπότε αυξάνεται η μαγνητική ροή. Συνεπώς, μεγαλώνει η ΗΕΔ η οποία ακολουθείται από νέα αύξηση της μαγνητικής ροής κ.ο.κ. έως ότου η μαγνήτιση λάβει τη μέγιστη τιμή της (μαγνήτιση κόρου) οπότε η ΗΕΔ της μηχανής αποκτά την τελική της τιμή. Οι γεννήτριες, ανάλογα με τον τρόπο διέγερσής τους, χωρίζονται στις ακόλουθες τρεις κατηγορίες:

1) **Γεννήτριες με διέγερση σειράς** (series) (σχ. 10.74). Η περιέλιξη διέγερσης συνδέεται σε σειρά με το επαγωγίμο και το εξωτερικό κύκλωμα (φορτίο), συνεπώς τα ρεύματα διέγερσης και φορτίου είναι ίσα. Η γραφική παράσταση (σχ. 10.75) παρι-

**Σχ. 10.74**

Γεννήτρια με διέγερση σειράς

**Σχ. 10.75**

Μεταβολή τάσης γεννήτριας

στάνει τη μεταβολή της τάσης της γεννήτριας όταν μεταβάλλεται το ρεύμα φορτίου (για σταθερό αριθμό στροφών και σταθερό ρεύμα διέγερσης). Εξαιτίας αυτής της μεταβολής, είναι πολύ περιορισμένη η χρήση γεννητριών με διέγερση σειράς.

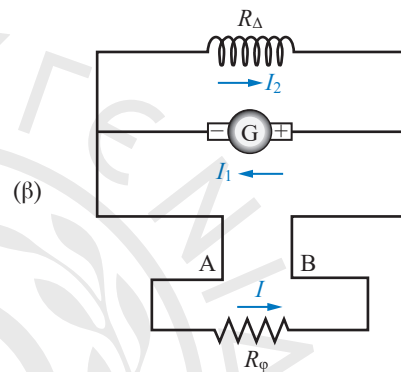
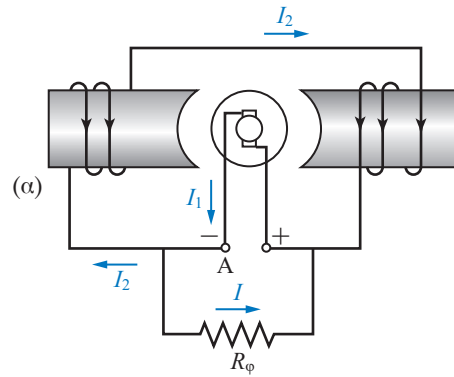
2) **Γεννήτριες με παράλληλη διέγερση (shunt).** Τα τυλίγματα των πηνίων του επαγωγέα (αντίσταση R_Δ) κατασκευάζονται από λεπτό σύρμα και έχουν πολλές σπείρες, προκειμένου να αντέχουν την τάση της μηχανής και με μικρό ρεύμα να δημιουργούν τις αναγκαίες αμπεροστροφές. Το ρεύμα I_1 της μηχανής, διακλαδίζεται στα ρεύματα I_2 , I που τροφοδοτούν την περιέλιξη διέγερσης και το εξωτερικό φορτίο (καταναλωτές), αντίστοιχα (σχ. 10.76). Η αύξηση του ρεύματος φορτίου (σχ. 10.77) ακολουθείται από μεγάλη μείωση της πολικής τάσης, για σταθερό αριθμό στροφών της μηχανής, άρα δεν συνιστάται η υπερφόρτωση της μηχανής διότι η παρεχόμενη τάση μειώνεται ραγδαία. Σε περίπτωση βραχυκύκλωσης της γεννήτριας, δεν υπάρχει περίπτωση καταστροφής της διότι με τη βραχυκύκλωση μηδενίζεται το ρεύμα διέγερσης και η παραμένουσα μαγνήτιση δημιουργεί πολύ μικρή τάση, που αδυνατεί να θέσει σε κυκλοφορία το καταστρεπτικά μεγάλο ρεύμα βραχυκύκλωσης.

Προκειμένου να μπορούν δύο (ή περισσότερες) γεννήτριες, με παράλληλη διέγερση, να εργασθούν παράλληλα πρέπει οι γεννήτριες να έχουν την ίδια:

α) Πολικότητα, διότι αντίθετη πολικότητα συνεπάγεται βραχυκύκλωση πηγής, με τάση ίση με το άθροισμα των τάσεων των δύο γεννητριών, με καταστροφικά αποτελέσματα.

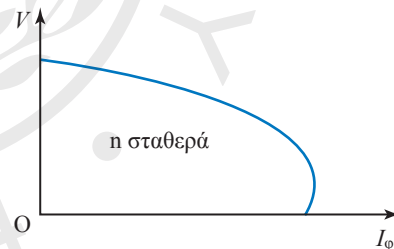
β) Τάση, ώστε να μην διοχετευτεί ρεύμα από τη γεννήτρια που έχει μεγαλύτερη τάση προς τη γεννήτρια που έχει μικρότερη τάση.

3) **Γεννήτριες με μικτή διέγερση (compound).** Έχουν δύο περιελίξεις διέγερσης (σχ. 10.78). Η μία περιέλιξη που αποτελείται από λεπτό σύρμα και έχει πολλές σπείρες, συνδέεται παράλληλα προς το επαγωγίμο (αντίσταση R_Δ). Η άλλη περιέλιξη που αποτελείται από χονδρό σύρμα και έχει λίγες σπείρες, συνδέεται σε σειρά προς το επαγωγίμο (αντίσταση R_Δ'). Όταν η περιέλιξη της διέγερσης σειράς υπολογισθεί κατάλληλα, τότε η γεννήτρια μπορεί να παράγει σταθερή τάση, χωρίς να ακολουθεί τις μεταβολές του φορτίου (καμπύλη 1 σχ. 10.79). Από την αύξηση του φορτίου προκύπτουν μείωση τάσης για την παράλληλη διέγερση, αλλά αύξηση τάσης για τη διέγερση σειράς.



Σχ. 10.76

Γεννήτρια με παράλληλη διέγερση.

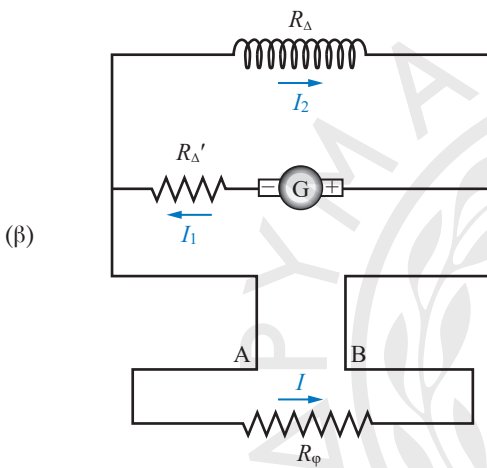
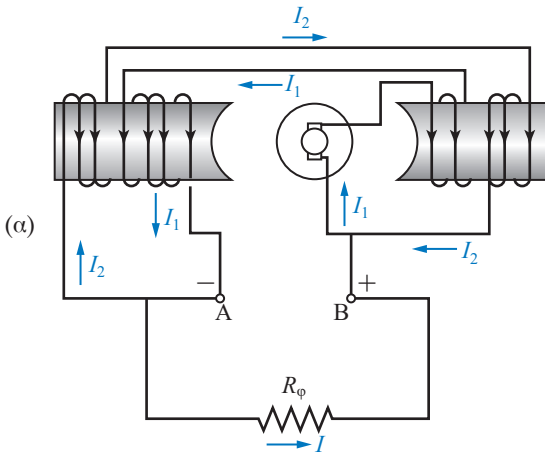


Σχ. 10.77

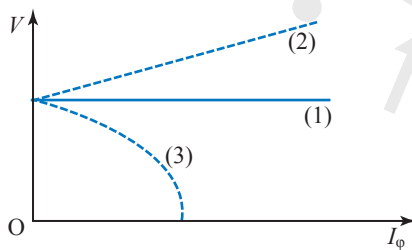
Μεταβολή τάσης γεννήτριας

Γεννήτριες σταθερής τάσης ονομάζονται οι γεννήτριες μικτής διέγερσης των οποίων η τάση παραμένει σταθερή όσο το φορτίο αυξάνεται. Αν η τάση που αναπτύσσεται στο επαγωγίμο, από τη διέγερση σειράς, είναι μεγαλύτερη από τη μείωση της τάσης που επάγεται από την παράλληλη διέγερση, τότε με την αύξηση του φορτίου της γεννήτριας υπάρχει αύξηση τάσης.

Υπερσύνθετες ονομάζονται οι γεννήτριες μικτής διέγερσης των οποίων η τάση αυξάνεται όταν αυξάνεται το φορτίο (καμπύλη 2 σχ. 10.79) και θεωρούνται κατάλληλες για την τροφοδότηση του δικτύου



Σχ. 10.78
Γεννήτρια με μικτή διέγερση



Σχ. 10.79
Μεταβολή τάσης γεννήτριας

συνεχούς ρεύματος (π.χ. δίκτυα σιδηροδρόμων) όταν η μεταβολή φορτίου είναι μεγάλη και το δίκτυο παρουσιάζει αισθητές πτώσεις τάσης.

Γεννήτριες διαφορικής μικτής διέγερσης ονομάζονται εκείνες οι γεννήτριες μικτής διέγερσης των οποίων η τάση ακολουθεί την καμπύλη 3 του σχήματος 10.79, δηλαδή παρουσιάζει απότομη μείωση

για μικρή αύξηση του ρεύματος φορτίου και μικρό ρεύμα βραχυκύκλωσης. Εξαιτίας του μικρού άρα ακίνδυνου ρεύματος βραχυκύκλωσης, η γεννήτριοι αυτές χρησιμοποιούνται για τροφοδότηση συσκευών ηλεκτροσυγκόλλησης, στις οποίες το βραχυκύκλωμα είναι συνηθισμένο.

10.6 Ενέργεια και ισχύς ηλεκτρικού ρεύματος

Προκειμένου να διατηρηθεί ρεύμα σ' ένα κλειστό κύκλωμα, χρειάζεται να υπάρχει κάποια πηγή ρεύματος που παράγει ηλεκτρικό έργο. Δηλαδή για να λειτουργήσει μία ηλεκτρική συσκευή χρειάζεται ενέργεια, που της προσφέρεται από κάποια ηλεκτρική πηγή. Αυτή η ενέργεια ονομάζεται **ηλεκτρική ενέργεια ή ενέργεια του ηλεκτρικού ρεύματος**. Αν ποσότητα φορτίου q περάσει απ' το κύκλωμα σε χρόνο t , τότε, αν η πηγή έχει ΗΕΔ \mathcal{E} , το έργο που παράγει η πηγή σ' αυτόν τον χρόνο είναι $W = \mathcal{E}q$.

Αυτό σημαίνει ότι έχουμε για την ισχύ:

$$W/t = \mathcal{E} \cdot q/t, \text{ δηλαδή } P = \mathcal{E}I.$$

Όταν το ρεύμα στο εξωτερικό κύκλωμα έχει κατεύθυνση από τον θετικό πόλο της πηγής προς τον αρνητικό, τότε τα \mathcal{E}, I είναι ομόσημα. Τότε η ισχύς είναι θετική, που σημαίνει ότι η πηγή παρέχει ισχύ στο κύκλωμα, ενώ όταν συμβαίνει το αντίθετο, τα \mathcal{E}, I είναι ετερόσημα και η ισχύς είναι αρνητική, συνεπώς η πηγή απορροφά ισχύ απ' το κύκλωμα.

Αν έχουμε έναν αντιστάτη στο κύκλωμα, έξω από πηγή, τότε κατά τη μεταφορά φορτίου q μέσα στον αντιστάτη, σε χρόνο t , από το άκρο του, που βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό προς το άλλο άκρο με το χαμηλότερο δυναμικό, καταναλώνεται ενέργεια. Συνεπώς έχουμε πτώση δυναμικού άρα μείωση της δυναμικής ενέργειας του κινούμενου φορτίου). Η ενέργεια αυτή ισούται με το έργο πάνω στο φορτίο κατ' αυτή τη μετακίνηση. Είναι $W = V_R q$ όπου V_R είναι η τάση στα άκρα του αντιστάτη (πτώση τάσεως) που έχει (ωμική) αντίσταση R . Επομένως, η ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη είναι:

$$P = \frac{W}{t} = V_R \frac{q}{t}, \text{ δηλαδή } P = V_R I$$

όπου: I το ρεύμα που ρέει από τον αντιστάτη. Το P είναι η στιγμιαία ισχύς και μπορεί να μεταβάλλεται με τον χρόνο. Με χρήση του Νόμου του Ohm έχουμε με $V_R = IR$, οπότε:

$$P = I^2 R = \frac{V_R^2}{R}$$

Όταν ένας μεταλλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα, το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται στο εσωτερικό του ασκεί δυνάμεις στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού. Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια συγκρούονται με τα δέσμια ιόντα του υλικού (χάνουν όλη την κινητική ενέργεια που απέκτησαν απ' το ηλεκτρικό πεδίο) και τα κάνουν να κινούνται περί τη θέση ισορροπίας τους με μεγαλύτερες ταχύτητες. Δηλαδή το υλικό θερμαίνεται, διότι όλη η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμοδυναμική ενέργεια (λέγεται και εσωτερική ή θερμική ενέργεια). Αν ο αντιστάτης δεν είναι θερμικά μονωμένος, θα έχουμε ροή θερμότητας προς το περιβάλλον λόγω διαφοράς θερμοκρασίας, επειδή ο αντιστάτης θα αποκτήσει μεγαλύτερη θερμοκρασία απ' αυτό. Η μετατροπή ηλεκτρικής σε εσωτερική ενέργεια λέγεται **φαινόμενο Joule** (Τζουλ) και η εκλυόμενη στο περιβάλλον ενέργεια **θερμότητα τζουλ**.

Αν η τάση V_R είναι σταθερή, τότε και το ρεύμα I θα είναι σταθερό. Τότε έχουμε τις σχέσεις:

$$P = \frac{W}{t} = V_R \frac{q}{t} = V_R I \quad \text{και} \quad W = Pt = V_R I t$$

Μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής ενέργειας στο SI είναι το joule (J). Όταν στα άκρα συσκευής εφαρμόζεται τάση 1 V και διαρρέεται από ρεύμα 1 A, τότε το ρεύμα μεταφέρει στη συσκευή κάθε δευτερόλεπτο ενέργεια ίση με 1 joule.

Σε πολλές περιπτώσεις χρειάζεται ο υπολογισμός ενέργειας που εκλύεται στον περιβάλλοντα χώρο υπό μορφή θερμότητας σε cal (θερμίδες) αντί joule. Στις περιπτώσεις αυτές υπολογίζουμε πρώτα τη θερμότητα σε joule και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τις σχέσεις $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$ ή $1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}$ μετατρέπουμε τα joule σε θερμίδες. Δηλαδή έχουμε έναν συντελεστή μετατροπής από τζουλ σε θερμίδες $a = 0,24 \text{ cal/J}$ που συνηθιζόταν να λέγεται παλαιότερα **ηλεκτρικό ισοδύναμο της θερμότητας**.

Η τιμή του συντελεστή a βρίσκεται με κατάλληλο πείραμα θερμοδομετρίας. Συγκεκριμένα, σε γνωστή αντίσταση R που βρίσκεται μέσα σε θερμοδόμετρο, διαβιβάζουμε ρεύμα I επί χρόνο t . Εφαρμόζουμε τον τύπο $W = I^2 R t$ και υπολογίζουμε την ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώθηκε στον αντιστάτη. Όλη η ενέργεια έρρευσε ως θερμότητα στο νερό του θερμοδόμετρου, με αποτέλεσμα να αυξήσει τη θερμοκρασία του.

Γνωρίζουμε τη μάζα του νερού, την ειδική θερμότητά του, μετρούμε την ανύψωση της θερμοκρασίας

του, οπότε από τον θεμελιώδη Νόμο της θερμοδομετρίας $Q = m c \Delta\theta$ (§ 6.2), υπολογίζουμε τη θερμότητα που αναπτύχθηκε. Είναι ευνόητο ότι $W = Q$, οπότε προσδιορίζεται η αντιστοιχία των δύο μονάδων ενέργειας.

Είναι γνωστή η ειδική θερμότητα του νερού:

$$c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

10.6.1 Εφαρμογές του φαινομένου Joule

Το φαινόμενο Joule είναι ένα πολύ γενικό φαινόμενο, που συνοδεύει πάντα τη διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος μέσα από αγωγούς. Το χρησιμοποιούμε σε πολλές χρήσιμες εφαρμογές, αλλά έχει και ανεπιθύμητα αποτελέσματα, όπως είναι οι μεγάλες απώλειες ενέργειας μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

10.6.2 Λαμπτήρας πυράκτωσης

Στον λαμπτήρα πυράκτωσης (σχ. 10.80), το ηλεκτρικό ρεύμα διέρχεται μέσα απ' το δύστηκτο λεπτό μεταλλικό νήμα (σύρμα) από βολφράμιο, που έχει μεγάλη ηλεκτρική αντίσταση. Έτσι θερμαίνεται πολύ, η θερμοκρασία του φτάνει περίπου στους 2000°C , πυρακτώνεται και ακτινοβολεί.

10.6.3 Βραχυκύκλωμα

Έστω ότι η ΗΕΔ της πηγής στο κύκλωμα του σχήματος 10.81 είναι 220V και η αντίσταση του λαμπτήρα 110 Ω. Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

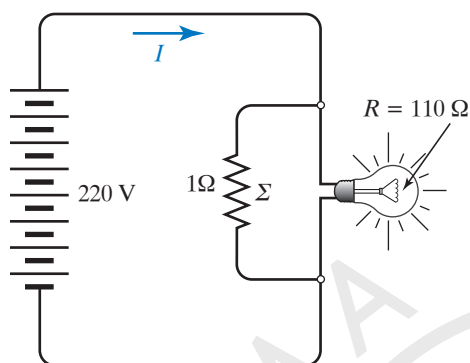
$$I = \frac{V}{R} = \frac{220 \text{ V}}{110 \Omega} = 2 \text{ A}$$

Στα άκρα του λαμπτήρα συνδέουμε σύρμα Σ που έχει μεγάλη διατομή, άρα μικρή αντίσταση, 1 Ω.



Σχ. 10.80
Λαμπτήρας πυράκτωσης

Τότε η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι μικρότερη από 1Ω , άρα πολύ μικρή. Αυτό έχει ως συνέπεια το ρεύμα I που διέρχεται από τους αγωγούς του κυκλώματος να είναι πολύ μεγάλο, μεγαλύτερο από 220 A , με αποτέλεσμα οι αγωγοί να θερμαίνονται τόσο πολύ, που υπάρχει περίπτωση να καταστραφούν.



Σχ. 10.81

Η αντίσταση Σ προκαλεί πολύ μεγάλο ρεύμα

Όταν οι πόλοι ηλεκτρικής πηγής (ή κάποια σημεία κυκλώματος με μεγάλη διαφορά δυναμικού μεταξύ τους) συνδεθούν με αγωγό αμελητέας αντίστασης ή ακουμπήσουν το ένα σημείο με το άλλο, τότε προκαλείται **βραχυκύκλωμα** και διέρχονται απ' το κύκλωμα πολύ μεγάλα ρεύματα, που μπορεί να είναι καταστροφικά για το κύκλωμα και να προκαλέσουν ακόμη και πυρκαγιά.

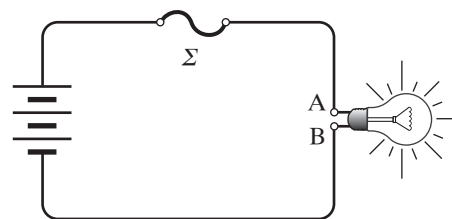
10.6.4 Ασφάλειες

Για την αποφυγή των συνεπειών του βραχυκυκλώματος χρησιμοποιούνται στα ηλεκτρικά κυκλώματα οι ασφάλειες. Ο πιο συνηθισμένος και απλός τύπος είναι η τηρόμενη ασφάλεια, δηλαδή η ασφάλεια που λειώνει. Αποτελείται από μικρού μήκους εύτηκτο σύρμα Σ , που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα (σχ. 10.82).

Όταν περάσει στο κύκλωμα μεγαλύτερο ρεύμα I από το προβλεπόμενο, τότε εξαιτίας της μεγάλης θερμοδυναμικής ενέργειας αυξάνεται πολύ η θερμοκρασία του σύρματος της ασφάλειας και αυτό λειώνει, με συνέπεια να διακόπτεται το κύκλωμα.

10.6.5 Θερμόμετρα ηλεκτρικής αντίστασης

Τα θερμόμετρα αυτά μπορούν να μετρούν τη θερμοκρασία αερίων και υγρών, την επιφανειακή θερ-

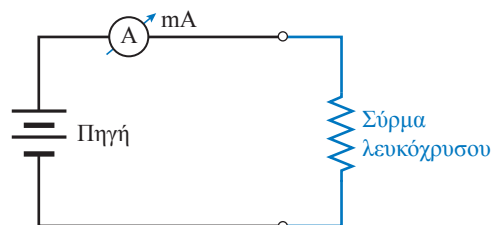


Σχ. 10.82

Ασφάλεια σε ηλεκτρικό κύκλωμα

μοκρασία των περισσότερων στερεών και την εσωτερική θερμοκρασία μαλακών στερεών. Είναι υψηλού κόστους, εύθραυστα, μεγάλου σχήματος και ακριβή. Από τη βιομηχανία τροφίμων χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση θερμοκρασίας τροφών (π.χ. κρέας). Από τη χημική βιομηχανία χρησιμοποιούνται για μέτρηση θερμοκρασίας λυμάτων ή διαβρωτικών υγρών.

Μεταλλικές θερμοαντιστάσεις. Η μέτρηση της θερμοκρασίας με θερμοαντιστάσεις, βασίζεται στη μεταβολή που υφίσταται, για τις διάφορες τιμές της θερμοκρασίας, η αντίσταση ενός αγωγού. Τα περισσότερα μεταλλικά θερμόμετρα κατασκευάζονται από νικέλιο (Ni), χαλκό (Cu) ή λευκόχρυσο (Pt κοινώς πλατίνα) και παρουσιάζουν υψηλή ακρίβεια και μεγάλο εύρος λειτουργίας. Η πλατίνα έχει την ιδιότητα να εμφανίζει μεγάλη χημική αδράνεια, υψηλή σταθερότητα βαθμονόμησης και μπορεί να παραχθεί σε υψηλό βαθμό καθαρότητας. Η αντίσταση πρέπει να έχει κατασκευαστεί από υλικό ανθεκτικό στη διάβρωση, να είναι απαλλαγμένη από υγρασία και μηχανική τάση και να μην υπόκειται σε μετασχηματισμούς φάσεων στο εύρος θερμοκρασιακού ενδιαφέροντος. Όταν η αντίσταση του κατασκευασμένου από λευκόχρυσο σύρματος μεταβάλλεται λόγω μεταβολής της θερμοκρασίας, το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα μεταβάλλεται αντίστοιχα και η μεταβολή αυτή φαίνεται στο μιλλιαμπερόμετρο (mA). Αν το mA είναι κατάλληλα βαθμολογημένο σε βαθμούς Κελσίου, οι αποκλίσεις της βελόνας του θα δείχνουν άμεσα τη μεταβολή της θερμοκρασίας (σχ. 10.83).



Σχ. 10.83

Συνδεσμολογία θερμομέτρου αντίστασης

Θερμοημιαγωγοί (thermistors). Χρησιμοποιούνται στις ατμοσφαιρικές μετρήσεις (ειδικά στις πολύ χαμηλές θερμοκρασίες), έχουν μικρό μέγεθος και βάρος και χρησιμοποιούνται τόσο σε κυκλώματα συνεχούς όσο και εναλλασσόμενου ρεύματος όπου απαιτείται σημαντική αύξηση ή μείωση της τιμής της αντίστασης με τις μεταβολές της θερμοκρασίας (π.χ. κυκλώματα ραδιοφώνων και τηλεοράσεων, πυρόμετρα, ανιχνευτές διαφυγής αερίων, κυκλώματα ελέγχου νερού και αγγελίας έναρξης πυροκαγιάς, όργανα ελέγχου στάθμης και ροής υγρών, αυτόματους θερμοκούς διακόπτες). Η λειτουργία τους βασίζεται στο ότι οι ημιαγωγοί είναι πολύ πιο ευαίσθητοι στις μεταβολές της θερμοκρασίας από ό,τι τα μέταλλα επιτυγχάνοντας ακρίβεια βαθμονόμησης $0,1^{\circ}\text{C}$. Σε αντίθεση με τα μέταλλα, στους περισσότερους ημιαγωγούς η αντίσταση μειώνεται με την άνοδο της θερμοκρασίας. Στα θερμομέτρα αυτά οι αισθητήρες θερμοκρασίας είναι ημιαγωγοί, έχουν γυάλινη επίστρωση και μορφή σφαιρών, μικρών δίσκων ή ράβδων.



Παράδειγμα

Έστω ηλεκτρικός κινητήρας εσωτερικής αντίστασης r που διαρρέεται από σταθερό ρεύμα I , και στις άκρες του υπάρχει τάση V . Η ισχύς $P = VI$ που προσφέρεται στον κινητήρα κατά τη λειτουργία του μοιράζεται ως εξής:

Μέρος της ισχύος $P_J = I^2 r$ καταναλώνεται στην εσωτερική ωμική αντίσταση, σύμφωνα με το φαινόμενο Joule, προκαλώντας ροή θερμότητας προς το περιβάλλον και τον ίδιο τον κινητήρα. Ένα άλλο μέρος $P_{\text{ωφ}}$ είναι η ωφέλιμη ισχύς που μετατρέπεται σε μηχανική ενέργεια που χρησιμοποιούμε.

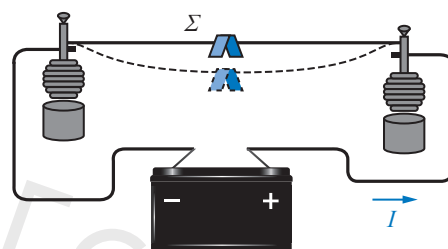
Αυτή δίνεται απ' τη σχέση $P_{\text{ωφ}} = \mathcal{E}_{\text{αντ}} I$, και ισχύει η διατήρηση της ενέργειας, που σημαίνει ότι $P = VI = P_J + P_{\text{ωφ}} = I^2 r + \mathcal{E}_{\text{αντ}} I$, αν ο κινητήρας λειτουργεί.

Το μέγεθος $\mathcal{E}_{\text{αντ}}$ είναι χαρακτηριστικό του κινητήρα και ονομάζεται **αντιηλεκτρεγερτική δύναμη** του κινητήρα.

Η τάση στα άκρα του κινητήρα όταν ο κινητήρας παράγει ωφέλιμο έργο δεν σχετίζεται με το ρεύμα σύμφωνα με τον Νόμο του Ohm. Ο Νόμος του Ohm, όταν ο κινητήρας δεν περιστρέφεται, δεν παράγει ωφέλιμο έργο, και έχει σταθερή θερμοκρασία.

– Αποτελέσματα του ηλεκτρικού ρεύματος

1) **Θερμικά**. Καθώς το ρεύμα διέρχεται από αγωγούς, τους θερμαίνει. Χαρακτηριστική εφαρμογή είναι οι ηλεκτρικές θερμάστρες, ο θερμοσίφοντας, το ηλεκτρικό σίδερο, η ηλεκτρική κουζίνα κ.ά. Καθώς το μεταλλικό σύρμα Σ του σχήματος 10.84 διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, θερμαίνεται και διαστέλλεται.



Σχ. 10.84

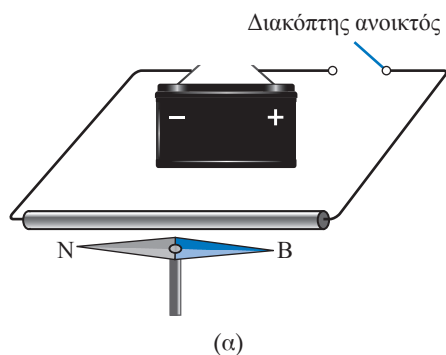
Θερμικά αποτελέσματα ρεύματος

Η θέρμανση του σύρματος ερμηνεύεται ως εξής: Τα ηλεκτρόνια, υπό την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου κινούνται άρα αποκτούν κινητική ενέργεια. Καθώς προχωρούν μέσα στη μάζα του σύρματος, συγκρούονται με τα ακίνητα άτομα του μετάλλου και ένα μέρος της κινητικής τους ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα.

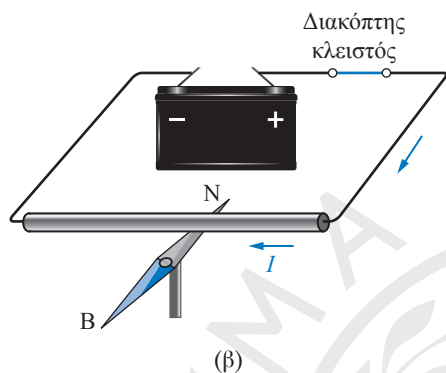
2) **Μαγνητικά**. Όταν το ρεύμα διαρρέει αγωγό, δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο που εκτρέπει τη μαγνητική βελόνα. Αυτό μπορεί ναδειχθεί τοποθετώντας παράλληλα και πάνω από μαγνητική βελόνα στρεπτή περί κατακόρυφο άξονα, ρευματοφόρο αγωγό, που δεν διαρρέεται από ρεύμα (ανοικτός ο διακόπτης δ) [σχ. 10.85(α)]. Όταν κλείσουμε το διακόπτη δ και ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα, η βελόνα εκτρέπεται από την αρχική της διεύθυνση και τείνει να γίνει σχεδόν κάθετη στη διεύθυνση του αγωγού [σχ. 10.85(β)], διότι το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο που αναγκάζει τη βελόνα να εκτραπεί. Γύρω από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό που τέμνει κάθετα οριζόντιο επίπεδο, τοποθετούμε ρινίσματα σιδήρου. Παρατηρούμε πως όταν ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα, αυτά μετακινούνται και προσανατολιζονται όπως φαίνεται στο σχήμα 10.86.

3) **Φωτεινά**. Το ρεύμα όταν διέρχεται από αραιωμένα αέρια τα διεγείρει και φωτοβολούν (π.χ. λαμπτήρες φθορισμού, σωλήνες σε φωτεινές διαφημίσεις).

4) **Μηχανικά**. Το ρεύμα όταν διέρχεται από ηλε-



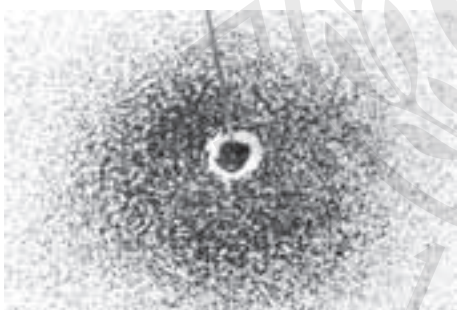
(α)



(β)

Σχ. 10.85

Η πυξίδα εκτρέπεται μόνο για διακόπτη κλειστό ρευματοφόρο αγωγό



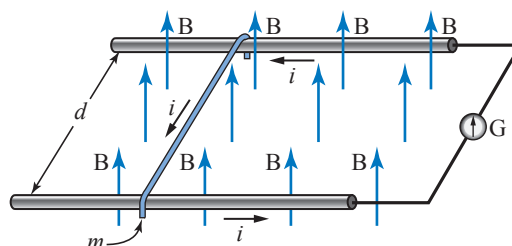
Σχ. 10.86

Ρινίσματα σιδήρου

πρικούς κινητήρες, τους θέτει σε λειτουργία. Σε ρευματοφόρο αγωγό που βρίσκεται εντός μαγνητικού πεδίου ασκείται δύναμη Laplace. Το μεταλλικό σύρμα του σχήματος 10.87 από το οποίο διέρχεται ρεύμα γλιστρά πάνω στις δυο γραμμές που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d .

5) **Βιολογικά.** Το ρεύμα διερχόμενο από το ανθρώπινο σώμα προκαλεί εγκαύματα, σπασμούς και αλλοίωση των κυττάρων.

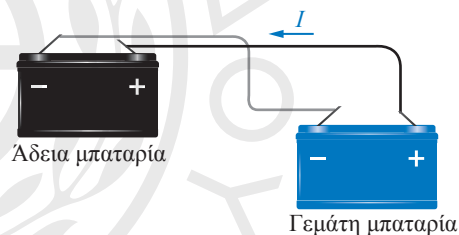
6) **Χημικά.** Όταν το ρεύμα διέρχεται από ηλεκτρολυτικά διαλύματα, προκαλεί χημικές μετα-



Σχ. 10.87

Το σύρμα γλιστρά πάνω στις γραμμές

βολές, λαμβάνουν χώρα χημικές αντιδράσεις και παρατηρείται ηλεκτρόλυση. Οι ηλεκτρολύτες είναι διαλύματα που περιέχουν ιόντα, άρα πρόκειται για καλούς αγωγούς του ηλεκτρισμού. Στο φαινόμενο της ηλεκτρόλυσης οφείλεται το αδειασμα της μπαταρίας, η ηλεκτροπληξία κ.λπ. Όταν μία μπαταρία αδειάσει, τη συνδέουμε με μία γεμάτη, (σχ. 10.88). Η ηλεκτρική ενέργεια της γεμάτης μπαταρίας μετατρέπεται σε χημική ενέργεια στην άδεια. Έτσι η άδεια μπαταρία γεμίζει και όταν το αυτοκίνητο είναι σε λειτουργία, η χημική της ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική.



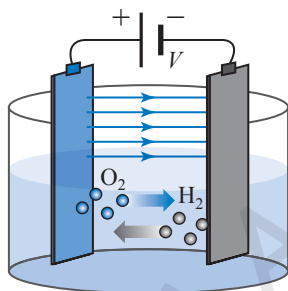
Σχ. 10.88

Φόρτιση μπαταρίας

- Ηλεκτρόλυση

Ηλεκτρόλυση ονομάζεται το σύνολο των χημικών μεταβολών (π.χ. χημική αποσύνθεση) που λαμβάνουν χώρα στην επιφάνεια των ηλεκτροδίων, που βρίσκονται σε επαφή με το ηλεκτρολυτικό διάλυμα, όταν διέρχεται ρεύμα μέσα από ηλεκτρολυτικό (ή ιοντικό) αγωγό (διάλυμα ηλεκτρολύτη ή μέσα από τήγμα υδροξειδίου ή άλατος ή οξειδίου μετάλλου). Τα διαλύματα των ηλεκτρολυτών είναι καλοί αγωγοί του ηλεκτρισμού ενώ των ηλεκτρολυτών είναι κακοί αγωγοί. Σε δοχείο που περιέχει νερό (σχ. 10.89), ρίχνουμε λίγες σταγόνες θειικού οξέος ή διάλυμα μαγειρικού άλατος. Στη συνέχεια βυθίζουμε δυο ηλεκτρόδια που είναι συνδεδεμένα με πηγή συνεχούς ρεύματος και διαβιβάζουμε μέσω του διαλύματος ηλεκτρικό ρεύμα. Υπό την επίδρα-

ση της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου, τα ιόντα που υπάρχουν στο διάλυμα θα κινηθούν προς τα αντίθετα φορτισμένα ηλεκτρόδια. Έτσι, τα θετικά ιόντα πορεύονται προς το αρνητικό ηλεκτρόδιο, την κάθοδο και προς τούτο ονομάζονται **κατιόντα** ενώ τα αρνητικά ιόντα προς το θετικό ηλεκτρόδιο, την άνοδο και γι' αυτό ονομάζονται **ανιόντα**. Παρατηρούμε ότι αναπτύσσονται φυσαλίδες αερίων, στην άνοδο ανιχνεύεται οξυγόνο και στην κάθοδο υδρογόνο.



Σχ. 10.89
Συσκευή ηλεκτρόλυσης

Όταν τα κατιόντα φτάσουν στην κάθοδο, λαμβάνουν απ' αυτήν ηλεκτρόνια και μετατρέπονται σε ουδέτερα σωματίδια. Αντιστοίχως, όταν τα ανιόντα φτάσουν στην άνοδο, της αποδίδουν ηλεκτρόνια οπότε μετατρέπονται σε ουδέτερα σωματίδια. Τα ηλεκτρόνια που εγκαταλείπονται στην άνοδο, έρχονται διά του σύρματος στην κάθοδο και προσφέρονται στα ιόντα υδρογόνου που ακολούθως γίνονται ουδέτερα. Η πηγή παίζει το ρόλο αντλίας, που βοηθά τη μετακίνηση των ηλεκτρονίων απ' το ένα ηλεκτρόδιο στο άλλο διά του σύρματος του εξωτερικού κυκλώματος.

Νόμοι της ηλεκτρόλυσης. Διατυπώθηκαν το 1833 από τον Μ. Faraday.

1ος Νόμος. Η ποσότητα κατιόντος ή ανιόντος που αποτίθεται στα ηλεκτρόδια είναι ανάλογη με το ρεύμα και ανάλογη με το χρόνο διέλευσης του ρεύματος.

2ος Νόμος. Απαιτείται πάντα η ίδια ποσότητα ηλεκτρισμού, προκειμένου να αποτεθεί μάζα ίση με το γραμμοϊσοδύναμο ενός οποιουδήποτε ιόντος, ανεξάρτητα από το είδος του.

Απαραίτητη προϋπόθεση για την ηλεκτρόλυση ενός σώματος είναι να βρίσκεται αυτό στη μορφή ιόντων και τα ιόντα αυτά να μπορούν να μετακινούνται. Επειδή το καθαρό νερό διίσταται σε ελάχιστο ποσοστό, δεν ηλεκτρολύεται. Γίνεται όμως αγωγίμο και ηλεκτρολύεται όταν του προστεθεί μικρή ποσό-

τητα ηλεκτρολύτη (π.χ. H_2SO_4 ή Na_2SO_4 ή $NaOH$). Οι χημικές αντιδράσεις που πραγματοποιούνται στην ηλεκτρόλυση, είναι τις περισσότερες φορές το αντίστροφο των αυθόρμητων αντιδράσεων οξειδοαναγωγής. Αν τα ηλεκτρόδια είναι αδρανή (άρα δεν οξειδώνονται ούτε ανάγονται κατά τη διάρκεια της ηλεκτρόλυσης) τότε οι χημικές αντιδράσεις που πραγματοποιούνται εξαρτώνται από:

- Την ποιοτική σύσταση του ηλεκτρολύτη.
- Την εφαρμοζόμενη τάση.
- Τη συγκέντρωση του ηλεκτρολύτη (αν πρόκειται για διάλυμα).
- Το αν πρόκειται για τήγμα ή διάλυμα.

Ηλεκτρολύσεις με άνοδο απ' το μέταλλο του ηλεκτρολύτη χρησιμοποιούνται στον ηλεκτρολυτικό καθαρισμό των μετάλλων, στις επιμεταλλώσεις και τη γαλβανοπλαστική.



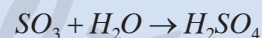
Παραδείγματα

1. Ηλεκτρόλυση διαλύματος H_2SO_4 με ηλεκτρόδια από σίδηρο.



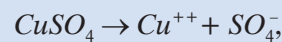
Κάθοδος (-): $2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2 \uparrow$,

Άνοδος (+): $SO_4^{--} - 2e^- \rightarrow SO_3 + \frac{1}{2}O_2 \uparrow$,



Παρατηρούμε ότι ο όγκος του H_2 που εκλύεται στην κάθοδο είναι διπλάσιος του όγκου του O_2 που εκλύεται στην άνοδο, γεγονός που χρησιμοποιείται για την αναγνώριση του αρνητικού πόλου της πηγής διότι απ' τον αρνητικό πόλο εκλύονται περισσότερες φυσαλίδες.

2. Ηλεκτρόλυση διαλύματος $CuSO_4$ με χάλκινα ηλεκτρόδια.

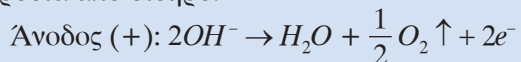


Κάθοδος (-): $Cu^{++} + 2e^- \rightarrow Cu$

Άνοδος (+): Τα ιόντα SO_4^- δεν χάνουν το φορτίο τους. Η συσσώρευσή τους κοντά στο ηλεκτρόδιο διευκολύνει τον ιονισμό των απόμων χαλκού της ανόδου $Cu \rightarrow Cu^{++} + 2e^-$. Αποτέλεσμα της ηλεκτρόλυσης είναι η μεταφορά καθαρού χαλκού απ' την άνοδο στην κάθοδο, χωρίς μεταβολή της συγκέντρωσης του διαλύματος. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται

στον καθαρισμό ακάθαρτου χαλκού και στις επιχαλκώσεις αντικειμένων.

3. Ηλεκτρόλυση διαλύματος NaOH με ηλεκτρόδια από σίδηρο.



Κάθοδος (-): Τα ιόντα Na^+ δεν εκφορτίζονται. Τα μόρια του νερού συλλέγουν τα ηλεκτρόνια $2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{OH}^- + \text{H}_2 \uparrow$. Άρα, η ποσότητα Na στο διάλυμα παραμένει αμετάβλητη και τελικά διασπάται το νερό $\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2 \uparrow + \frac{1}{2}\text{O}_2 \uparrow$ και για κάθε διασπόμενο μόριο έχουμε δύο ηλεκτρόνια να κινούνται μέσα στο κύκλωμα. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται για τη βιομηχανική παραγωγή υδρογόνου και οξυγόνου.

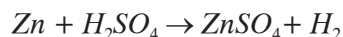
- Πτώση τάσης πάνω σε ηλεκτρολυτικούς αγωγούς

Λαμβάνουμε δοχείο που περιέχει ηλεκτρολύτη (διάλυμα H_2SO_4) και βυθίζουμε στο εσωτερικό του δύο ηλεκτρόδια κατασκευασμένα από διαφορετικά μέταλλα (Cu , Zn). Τα ηλεκτρόδια έχουν διαφορετικά ηλεκτρολυτικά δυναμικά ως προς τον ηλεκτρολύτη, άρα μεταξύ τους αναπτύσσεται διαφορά δυναμικού ίση με τη διαφορά των ηλεκτρολυτικών δυναμικών. Η διάταξη αυτή ονομάζεται ηλεκτρικό στοιχείο. Η διαφορά δυναμικού που παράγεται ονομάζεται **ηλεκτρεγερτική δύναμη** E του στοιχείου. Το ηλεκτρικό στοιχείο συμβολίζεται ως $\text{Cu} / \text{H}_2\text{SO}_4 / \text{Zn}$ και ονομάζεται **ηλεκτρικό στοιχείο του Volta**. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη του στοιχείου είναι $E = V_{\text{Cu}} - V_{\text{Zn}} = 0,34 - (-0,76) = 1,10 \text{ V}$ με τα αριθμητικά μεγέθη να προκύπτουν από πίνακες των κανονικών ηλεκτρολυτικών δυναμικών διαφόρων μετάλλων, ως προς το υδρογόνο. Ανάμεσα στα ηλεκτρόδια του ηλεκτρικού στοιχείου συνδέουμε συρμάτινο αγωγό αντίστασης R (σχ. 10.90), από τον οποίο διέρχεται ρεύμα

$$I = \frac{E}{R + r},$$

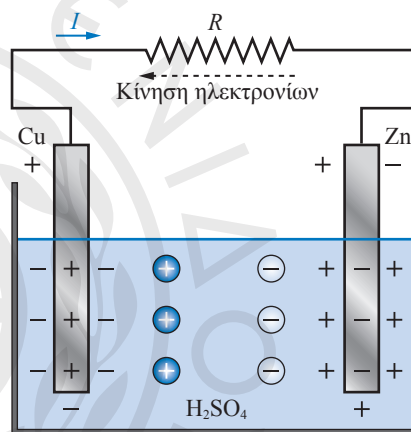
όπου r η εσωτερική αντίσταση του ηλεκτρολυτικού στοιχείου, δηλαδή η αντίσταση του συστήματος ηλεκτρόδια-ηλεκτρολύτης. Τα ηλεκτρόνια κινούνται από το αρνητικά φορτισμένο ηλεκτρόδιο του Zn προς το θετικά φορτισμένο ηλεκτρόδιο του Cu μέσω του συρμάτινου αγωγού. Η συμβατική φορά

του ρεύματος I είναι από το ηλεκτρόδιο του Cu προς το ηλεκτρόδιο του Zn . Από τη λειτουργία του ηλεκτρικού στοιχείου προκύπτει ότι υπάρχει συνεχής ροή ηλεκτρονίων από το ηλεκτρόδιο του Zn προς το ηλεκτρόδιο του Cu . Το ηλεκτρικό στοιχείο παρέχει ενέργεια εξαιτίας της χημικής αντίδρασης που συμβαίνει:

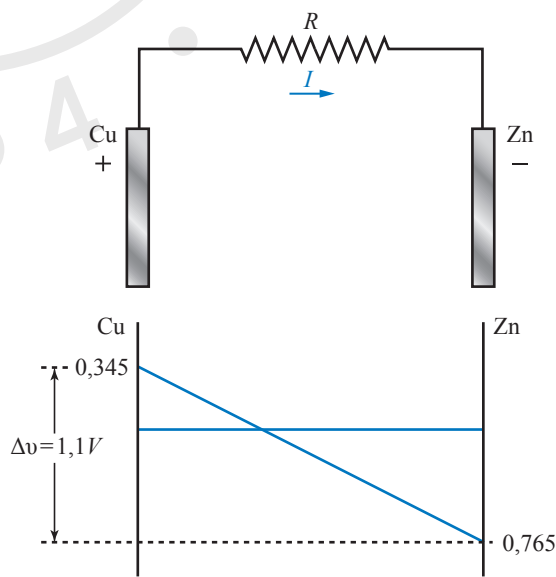


Η κατανομή δυναμικού στο στοιχείο Volta φαίνεται στο σχήμα 10.91.

Κατά τη λειτουργία των ηλεκτρικών στοιχείων παρατηρείται πόλωση των ηλεκτροδίων. Το μεγαλύτερο μέρος του παραγόμενου υδρογόνου διαφεύγει με τη μορφή φυσαλίδων. Ένα άλλο μέρος του



Σχ. 10.90



Σχ. 10.91

Κατανομή δυναμικού στο στοιχείο Volta

υδρογόνου περιβάλλει την κάθοδο γύρω από την οποία σχηματίζει λεπτό στρώμα, με συνέπεια ο χαλκός να μην έρχεται σε επαφή με τον ηλεκτρολύτη. Αυτό έχει ως συνέπεια να αυξάνεται κατά πολύ η εσωτερική αντίσταση του στοιχείου. Επίσης, αυξάνεται η πτώση τάσης πάνω στην εσωτερική αντίσταση του στοιχείου. Το υδρογόνο σε συνδυασμό με το θετικό ηλεκτρόδιο του χαλκού δημιουργεί ΗΕΔ, αντίθετης πολικότητας από την ΗΕΔ του στοιχείου και ονομάζεται αντιηλεκτρογενετική δύναμη ΑΗΕΔ. Εξαιτίας των παραπάνω, μειώνεται το ρεύμα που διαρρέει το εξωτερικό κύκλωμα μέχρι μηδενισμού του. Προκειμένου να αποφευχθεί η πόλωση των ηλεκτροδίων του ηλεκτρικού στοιχείου, χρησιμοποιούνται αντιπολωτικά υλικά. Πρόκειται για ενώσεις πλούσιες σε οξυγόνο που περιβάλλουν το θετικό ηλεκτρόδιο, ώστε να απορροφούν το παραγόμενο υδρογόνο. Χρησιμοποιούνται και άλατα του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένο το ηλεκτρόδιο.

– Ηλεκτρικοί τραυματισμοί

Η διέλευση ηλεκτρικού ρεύματος μέσα από σώμα ζωντανού οργανισμού, όταν αυτό γίνεται μέρος ενός ηλεκτρικού κυκλώματος και οι βλάβες που προκαλούνται, ονομάζεται ηλεκτροπληξία. Η ηλεκτροπληξία αποτελεί τη δεύτερη αιτία εργατικών ατυχημάτων με θανατηφόρα κατάληξη (κατά φθίνουσα σειρά: πτώσεις, ηλεκτροπληξία, μηχανήματα, παθολογικά αίτια, τροχαία, εκρήξεις, εισπνοή αερίων). Τα φαινόμενα της ηλεκτροπληξίας προκαλούνται από την ποσότητα ρεύματος και όχι από την τάση, αυτή καθαυτή. Προκειμένου να λάβει χώρα η ηλεκτροπληξία, δεν είναι αναγκαία η επαφή (άμεση ή έμμεση) με ηλεκτρισμένο σώμα ή κάποιο δίκτυο. Πολλές φορές αρκεί η προσέγγιση του ανθρώπου σε ένα ηλεκτρομαγνητικό πεδίο.

– Μέσα πρόκλησης ηλεκτροπληξίας

1) Επαφή με ενεργοποιημένο αγωγό (ρευματολήπτες, ηλεκτρικά οχήματα, μετασχηματιστές υψηλής τάσης, όχι γειωμένο πυκνωτή απενεργοποιημένου συστήματος).

2) Εκφόρτιση στατικού ηλεκτρισμού (κεραυνός, σημεία τριβής υλικών συσκευασίας όπου παράγεται στατικός ηλεκτρισμός. Κατά τον καθαρισμό κυτών Δ/Ε με ψεκασμό νερού και δημιουργία σταγονιδίων πάνω στα τοιχώματα των δεξαμενών, η εξάτμιση των καταλοίπων βενζίνης από τον πάτο των δεξαμε-

νών, δημιουργεί στατικό ηλεκτρικό φορτίο που προκαλεί σπινθήρα με κάθε αγείο αντικείμενο που πλησιάζει το έδαφος- γείωση.

3) Επαφή με χαλασμένη ηλεκτρική συσκευή ή μηχανισμό, με αποτέλεσμα την εμφάνιση βραχυκυκλώματος συνεπεία επαφής με κομμένη γραμμή παροχής ρεύματος ή αγείωτα φορητά εργαλεία ή φορητά εργαλεία με φθαρμένη εσωτερική καλωδίωση.

4) Επαφή με ενεργοποιημένο καλώδιο που είναι φθαρμένο λόγω φυσιολογικής φθοράς οφειλόμενη σε υπερθέρμανση ή υγρασία περιβάλλοντος χώρου ή οξειδωση ιδίως στα τμήματα που λειτουργούν περιστρεφόμενα ηλεκτρικά μηχανήματα (γεννήτριες, ρότορες) ή υπερωδή ακτινοβολία ή ηλιακή ακτινοβολία ή ραδιενέργεια ή δράση χημικών ουσιών ή υψηλές τάσεις (φαινόμενο Κορονα) ή μηχανικές φθορές ή δράση τρωκτικών (αδυνατίζουν τα καλώδια καταστρέφοντας τη μόνωσή τους).

– Αποτελέσματα ηλεκτροπληξίας.

Τα αποτελέσματα της ηλεκτροπληξίας εξαρτώνται από:

1) Τη διάρκεια της επαφής του ανθρώπου με την ηλεκτρική πηγή.

2) Τη διαδρομή που ακολουθεί το ρεύμα μέσα στο σώμα. Το ρεύμα δεν διανύει πάντα την ίδια πορεία εντός του ανθρώπινου σώματος, ξεκινώντας από την πύλη εισόδου και καταλήγοντας στην πύλη εξόδου. Όταν εισέρχεται στο σώμα από το ένα χέρι και εξέρχεται από το άλλο, υπάρχει αυξημένη πιθανότητα πρόκλησης κοιλιακής μαρμαρυγής, διότι η καρδιά παρεμβάλλεται στη διαδρομή του.

3) Τη συχνότητα του ρεύματος. Τα 50 Hz του οικιακού ρεύματος θεωρούνται επικίνδυνα για πρόκληση αρρυθμιών (διαταραχές καρδιακού ρυθμού).

4) Το ρεύμα που διέρχεται από το σώμα και λιγότερο από την τάση του. Τάση μεγαλύτερη από 40 V θεωρείται επικίνδυνη, διότι δύναται να προκαλέσει ηλεκτροπληξία.

5) Την αντίσταση που προβάλλει το σώμα στη ροή του ρεύματος. Όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση του δέρματος τόσο μεγαλύτερο το έγκλημα. Η υγρασία του δέρματος ελαττώνει την αντίστασή του και διευκολύνει τη διόδο του ρεύματος. Η αντίσταση που παρουσιάζει το ανθρώπινο σώμα εξαρτάται από την υγρότητα ή την ξηρότητά του, το σημείο επαφής, το μέγεθος της επιφάνειας επαφής, τη φυσική του κατάσταση (χοντρό-λεπτό, σκληρό-μαλακό) (πίν. 10.8).

Πίνακας 10.8
Αντίσταση ανθρωπίνου σώματος στο ρεύμα

Περιοχή σώματος	Αντίσταση σε Ohms
Ξηρό δέρμα	100.000 έως 600.000
Υγρό δέρμα	1.000
Από χέρι σε πόδι (διαμέσου σώματος)	400 έως 600
Από αυτί σε αυτί	Περίπου 100

Τα περιστατικά ηλεκτροπληξίας χωρίζονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

1) **Χαμηλής τάσης** ($< 1.000 V$) που περιλαμβάνει κυρίως οικιακά ατυχήματα, αφού η τάση οικιακού ρεύματος είναι $220 V$ στην Ευρώπη και $110 V$ στην Αμερική και έχει μικρά ποσοστά θνησιμότητας (σοκ, οπτικές λάμπες, κώφωση, ασφυξία, απώλεια συνείδησης, εγκαύματα).

2) **Υψηλής τάσης** ($> 1.000 V$) που περιλαμβάνει κεραυνοπληξίες, βιομηχανικά ατυχήματα και τα προκαλούμενα από καλώδια υψηλής τάσης (π.χ. επαφή με χαρταετό) και έχει μεγάλα ποσοστά θνησιμότητας διότι προκαλούν σοβαρά εγκαύματα και καρδιακές αρρυθμίες (καρδιακή ασυστολία). Η επίδραση στην καρδιά εξαρτάται από το μέγεθος και την κατεύθυνση της ηλεκτροπληξίας. Οι επιδράσεις στον ανθρώπινο οργανισμό από τα εναλλασσόμενα ρεύματα είναι μεγαλύτερης έκτασης από ό,τι από τα συνεχή ρεύματα. Στις ραδιοφωνικές συχνότητες το κάψιμο είναι το σημαντικότερο αποτέλεσμα και οι θανατηφόρες ηλεκτροπληξίες σπάνιες.

3) **Ρεύματος μικρότερου των $16 mA$** που επιτρέπει να αποσύρει ο άνθρωπος το χέρι από την πηγή, ενώ μεγαλύτερο ρεύμα προκαλεί ακούσια σύσπαση μυών του χεριού. Οι μυϊκοί σπασμοί συχνότατα δεν επιτρέπουν στο θύμα να αφήσει το ηλεκτροφόρο τμήμα που αγγίζει. Οι συσπασμένοι μύες του στήθους δεν επιτρέπουν στο θύμα να αναπνεύσει ή να φωνάξει σε βοήθεια, ενώ ο πόνος και ο πανικός του προκαλούν εφίδρωση.

4) **Ρεύματος $50 mA - 100 mA$** που προκαλεί κοιλιακή μαρμαρυγή (Ventricular fibrillation, Herzkammer-Flimmern) δηλαδή άναρχη ηλεκτρική δραστηριότητα καρδιάς, που αδυνατεί να τη διεγείρει με οργανωμένο τρόπο, ώστε να προκληθεί αποτελεσματική συστολή. Οι καρδιακοί παλμοί γίνονται

από περιοδικοί άρρυθμοί. Υπάρχει μεγάλη πιθανότητα θανάτου, διότι η καρδιά δεν είναι σε θέση να κυκλοφορήσει επαρκώς το ρεύμα, με συνέπεια τη μειωμένη οξυγόνωση του εγκεφάλου, η οποία δύναται οδηγήσει σε θάνατο ή ανεπίστρεπτη βλάβη του εγκεφάλου. Έχουν καταγραφεί περιπτώσεις ατόμων που επέζησαν από ηλεκτροπληξία με συμπτώματα μερικής παραλύσης, λόγω βλάβης του εγκεφάλου.

5) **Ρεύματος άνω των $2 A$** που προκαλεί καρδιακή ασυστολία, νευρολογικές επιπλοκές και οξεία νεφρική ανεπάρκεια από ραβδομυόλυση (απευθείας βλάβη μυών από ρεύμα, που απελευθερώνει στο αίμα τοξικές ουσίες για τα νεφρά). Η καλή γείωση ελαττώνει το ρεύμα που διέρχεται από το ανθρώπινο σώμα.

Σημαντικός παράγων είναι αν το ρεύμα είναι συνεχές (DC) (π.χ. τρένου, μπαταριών, κεραυνού), ή εναλλασσόμενο (AC) (π.χ. οικιακό) με το δεύτερο να είναι πιο επικίνδυνο, καθώς προκαλεί συνεχείς μυϊκές συσπάσεις, μη επιτρέποντας την απομάκρυνση του χεριού από την ηλεκτρική πηγή. Η κοιλιακή μαρμαρυγή προκαλείται συνήθως από εναλλασσόμενο ρεύμα, το οποίο είναι πιο επικίνδυνο όταν συνδυάζεται με χαμηλή αντίσταση των ιστών (βρεγμένα χέρια) και αυξημένο χρόνο διέλευσης. Το συνεχές ρεύμα είναι λιγότερο επικίνδυνο από το εναλλασσόμενο αλλά όχι ακίνδυνο. Καλοί αγωγοί είναι όλοι οι ιστοί εκτός από το δέρμα και τα οστά. Η επαφή του δέρματος με ηλεκτροφόρο αγωγό προκαλεί εφίδρωση. Το πολύ υγρό δέρμα έχει μικρότερη αντίσταση ($1 K\Omega$) από το ξηρό. Η οικιακή τάση των $200 V$ οπότε από το Νόμο του Ohm προκύπτει ότι ρεύμα $220 mA$ διαρρέει το υγρό δέρμα.

Η οικιακή τάση είναι πολύ επικίνδυνη. Η επαφή με γυμνά μη μονωμένα καλώδια δύναται να προκαλέσει θάνατο εντός δευτερολέπτων. Ακόμη και μικρές τάσεις της τάξης των $10 V$ δύναται υπό προϋποθέσεις να είναι επικίνδυνες. Ρεύματα της τάξης των $0,1 A$ ενώ είναι πολύ μικρά για να προκαλέσουν έγκλημα, δύναται να προκαλέσουν θάνατο διότι παρεμβαίνουν στο νευρικό σύστημα το οποίο ρυθμίζει κρίσιμες για τον οργανισμό λειτουργίες όπως αυτή της καρδιάς. Ρεύματα της τάξης των $0,02 A$ όταν διέρχονται από τα ανθρώπινα άκρα (χέρια, πόδια) δύναται να προκαλέσουν ισχυρές μυϊκές συσπάσεις και ισχυρό πόνο. Τα θύματα της ηλεκτροπληξίας θεωρούνται πολυτραυματίες και

νοσηλεύονται σε μονάδες εντατικής θεραπείας, όπου παρακολουθούνται ανελλιπώς για εμφάνιση καρδιακών αρρυθμιών και επιπλοκές, κυρίως λόγω των εγκαυμάτων, που αποτελούν σημαντικό παράγοντα θνησιμότητας (πίν. 10.9).

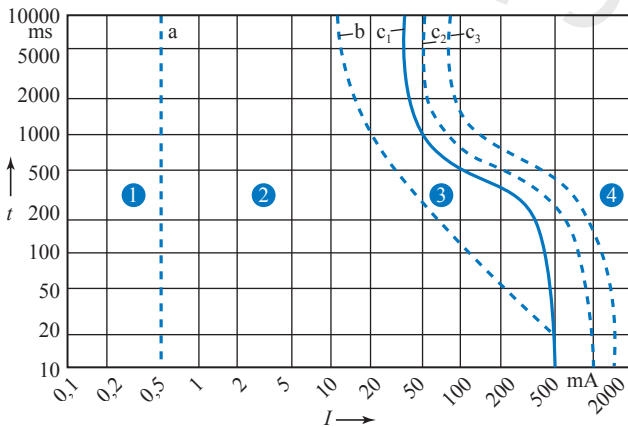
Πίνακας 10.9
Ενδεδειγμένες ενέργειες
σε περίπτωση ηλεκτροπληξίας

a/a	Ενδεδειγμένες ενέργειες σε περίπτωση ηλεκτροπληξίας
1	Κατέβασμα γενικού διακόπτη.
2	Ασφαλής απομάκρυνση παθόντα την ηλεκτροπληξία από το ρεύμα.
3	Τεχνητή αναπνοή και μασάζ καρδιάς.
4	Ενημέρωση ασθενοφόρου, πυροσβεστικής και αστυνομίας.
5	Συνέχιση του 3 έως να έλθει ιατρός.

- Επίδραση εναλλασσόμενου ρεύματος

Στο σχήμα 10.92 φαίνονται οι τέσσερις περιοχές επίδρασης (ζώνες) του εναλλασσόμενου ρεύματος στον ανθρώπινο οργανισμό. Στην περιοχή 1, που αφορά ρεύματα μικρότερα ή ίσα των 0,5 mA, όσο μεγάλος και αν είναι ο χρόνος επίδρασής τους, τα αποτελέσματά τους δε γίνονται αντιληπτά.

Στην περιοχή 2 το ρεύμα γίνεται αντιληπτό αλλά συνήθως δεν προκαλεί ζημιές. Στην περιοχή 3 δεν υπάρχει κίνδυνος πρόκλησης κολπικής μαρμαρυγής, αλλά μόνο ασφυξίας και ο πληττόμενος αδυνατεί να απελευθερωθεί με ίδια μέσα από το ρευματοφόρο



Σχ. 10.92

Επίδραση εναλλασσόμενου ρεύματος στον άνθρωπο

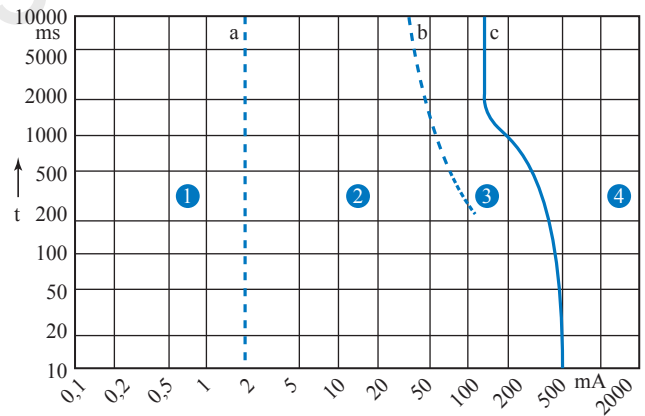
αγωγό. Η περιοχή 4 είναι πολύ επικίνδυνη διότι ελλοχεύει ο κίνδυνος πρόκλησης κολπικής μαρμαρυγής με διάφορες πιθανότητες που περιγράφονται από τις καμπύλες c_1, c_2, c_3 . Η καμπύλη b , που είναι το όριο των περιοχών 2 και 3 θεωρείται ως το όριο κινδύνου.

- Επίδραση συνεχούς ρεύματος

Στο σχήμα 10.93 φαίνονται οι τέσσερις περιοχές επίδρασης (ζώνες) του συνεχούς ρεύματος στον ανθρώπινο οργανισμό που ισχύουν ανεξαρτήτως ηλικίας και βάρους. Στην περιοχή 1, που αφορά ρεύματα μικρότερα ή ίσα των 2mA όσο μεγάλος και αν είναι ο χρόνος επίδρασής τους, τα αποτελέσματά τους δεν γίνονται αντιληπτά. Στην περιοχή 2 το συνεχές ρεύμα γίνεται αντιληπτό, προκαλεί συστολή των μυών, αλλά όχι βλάβη στον άνθρωπο. Στην περιοχή 3 είναι πιθανή η πρόκληση διαταραχών στην ομαλή καρδιακή λειτουργία. Τα ακριβή διαχωριστικά όρια των περιοχών 2 και 3 δεν είναι σαφή. Στην περιοχή 4 που αφορά σε τιμές του ρεύματος άνω των 150mA και 500mA υπάρχει κίνδυνος πρόκλησης κολπικής μαρμαρυγής. Από σύγκριση των σχημάτων 10.92 και 10.93 προκύπτει ότι το συνεχές ρεύμα είναι περισσότερο ακίνδυνο από το εναλλασσόμενο ρεύμα, με τιμή μεγίστου ίση με αυτή του συνεχούς.

- Επίδραση της συχνότητας του ρεύματος

Όσο αυξάνεται η συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος από την τιμή των 50Hz σε υψηλότερες τιμές, τόσο πιο ακίνδυνη είναι για τον άνθρωπο η επίδραση του. Δηλαδή η περιοχή γύρω από τα 50Hz είναι η πλέον επικίνδυνη.



Σχ. 10.93

Επίδραση συνεχούς ρεύματος στον άνθρωπο

– Ασφαλής τάση επαφής σε περιπτώσεις σφαλμάτων

Αν υπάρχουν σφάλματα στο ηλεκτρικό κύκλωμα ή στη μόνωση των ηλεκτρικών συσκευών, τότε δημιουργείται τάση επαφής μεταξύ του σημείου που υπάρχει το σφάλμα και του ανθρώπου, ο οποίος έρχεται σε επαφή με αυτό το κύκλωμα. Πειραματικά, σύμφωνα με τη δημοσίευση International Electrotechnical Commission – IEC 364.4.4.1 έχει διαπιστωθεί ότι για άπειρο χρόνο επαφής και για τιμές έως 120 V σε συνεχή τάση και για εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 50 V και συχνότητας 50 Hz, δεν υπήρξαν σοβαρά ατυχήματα. Δεν πρέπει να σχεδιάζονται ηλεκτρικές συσκευές στις οποίες να εφαρμόζονται συνεχώς στον άνθρωπο που έρχεται σε επαφή μαζί τους, υπό κανονική λειτουργία, 50 V εναλλασσόμενου ρεύματος ή 120 V συνεχούς ρεύματος.

– Κανονισμοί και πρότυπα

Η χρησιμοποίηση ενός προτύπου (π.χ. πρότυπο ΕΛΟΤ 843–86 για κατασκευή καλωδίων χαμηλής τάσης από PVC), ενώ συνιστάται, δεν είναι πάντα υποχρεωτική.

Υπάρχουν κανονισμοί που η τήρησή τους έχει οριστεί από το κράτος ως υποχρεωτική (π.χ. ο κανονισμός εσωτερικών ηλεκτρικών εγκαταστάσεων–ΚΕΗΕ που αναφέρεται στις γειώσεις προστασίας). Για τις εγκαταστάσεις χαμηλής τάσης υπάρχουν επίσης οι κανονισμοί VDE 100, DIN 57 100 (γερμανικοί), European Committee for Electrotechnical standardization – CENELEC (Ευρωπαϊκή Επιτροπή Ηλεκτροτεχνικών Κανονισμών), OVE –EN1, OVE– EN2, National Electrical Code (ΗΠΑ), NF C 15– 100 (Γαλλία), IEC– 364.

– Πρόληψη – μέθοδος προστασίας

Για την αποφυγή επικίνδυνων περιστατικών ηλεκτροπληξίας συνιστάται η χρήση χαμηλής τάσης, η χρήση των συσκευών σύμφωνα με τις οδηγίες των κατασκευαστών, η εξασφάλιση κατάλληλης περιοδικής συντήρησης του ηλεκτρομηχανολογικού εξοπλισμού (με τήρηση βιβλίου συντήρησης), η επιλογή ανάλογα με τις προσφερόμενες περιβαλλοντικές συνθήκες του κατάλληλου εξοπλισμού που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί, η αποφυγή χρήσης ηλεκτρισμού εκεί όπου μπορεί να αποβεί επικίνδυνη, η μόνωση των ηλεκτροφόρων τμημάτων αγωγών. Σχετικοί τυγχάνουν οι κανονισμοί HD 384.400.1 και IEC 364/400.1 (πίν. 10.10).

Πίνακας 10.10
Κριτήρια ασφαλούς
εγκατάστασης ηλεκτρικών συσκευών

Κριτήρια ασφαλούς εγκατάστασης ηλεκτρικών συσκευών
Αξιοπιστία
Λειτουργικότητα
Οικονομική λειτουργία
Ικανοποιητική εφεδρεία
Ασφάλεια ατόμων και συσκευών
Εύκολη επεκτασιμότητα
Υπάρχουσα τεχνολογία υλικών

10.6.6 Μονάδα μέτρησης ηλεκτρικής ισχύος

Μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής όπως και κάθε μορφής ισχύος στο SI είναι το 1 watt (1 W), που ισούται με 1 j/1 s, και είναι η ισχύς συσκευής που σε χρόνο 1 s ανταλλάσσει ηλεκτρική ενέργεια ίση με 1 joule.

Εκτός από το 1 W, χρησιμοποιούνται και μεγαλύτερες μονάδες μέτρησης της ισχύος. Τέτοιες είναι το 1 kW = 10³ W και το 1 MW = 10⁶ W.

Απ' τη σχέση $W = Pt$ μπορούμε να ορίσουμε μια νέα μονάδα μέτρησης ενέργειας, την κιλοβατώρα. Προκύπτει βάζοντας στην προηγούμενη σχέση όπου P , 1kW και όπου t , 1h. Κιλοβατώρα είναι η ενέργεια που καταναλώνει ή παράγει συσκευή ισχύος ενός κιλοβάτ, όταν λειτουργεί επί μία ώρα. Μικρότερη μονάδα μέτρησης της ενέργειας είναι η βατώρα (Wh), για την οποία ισχύει ότι 1 kWh = 1000 Wh. Η σχέση που συνδέει την kWh με το joule είναι η ακόλουθη:

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ Wh} = 1000 \text{ W} \times 1 \text{ h} = \\ = 1000 \text{ W} \times 3600 \text{ s} = 3\,600\,000 \text{ J.}$$

10.6.7 Θεώρημα μέγιστης ισχύος

Ηλεκτρική πηγή με ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση r συνδέεται με διάταξη που έχει ωμική αντίσταση R . Η μέγιστη ισχύς P_{MAX} που μπορεί να δώσει στην αντίσταση R η πηγή είναι

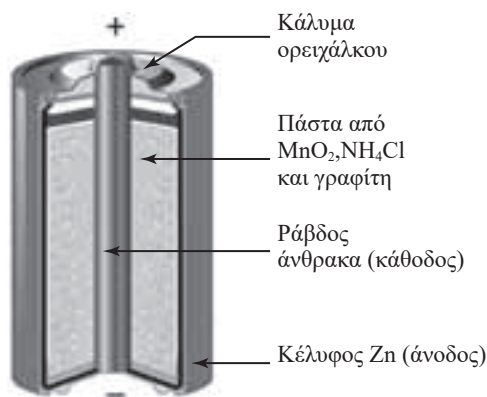
$$P_{\text{MAX}} = \frac{E^2}{4r}.$$

Αυτό συμβαίνει όταν $r = R$ και τότε ο συντελεστής απόδοσης της πηγής είναι $n = 0,5$.

- Ξηρό στοιχείο

Η στήλη Volta μπορεί να χρησιμοποιηθεί αν απαληφθεί το φαινόμενο της πόλωσης της. Προς τούτο χρησιμοποιείται οξειδωτικό ώστε το υδρογόνο που απελευθερώνεται στο ηλεκτρόδιο του χαλκού, αντί να απορροφάται από τον χαλκό να οξειδώνεται. Τα ξηρά στοιχεία είναι τύπου Leclanche και περιέχει ηλεκτρολύτη (NH_4Cl) αναμειγμένο με υγροσκοπικά άλατα (προκειμένου να διατηρείται υγρός) και ρινίσματα ξύλου ώστε να μετατρέπεται σε μία παχύρρευστη μάζα (πολτός). Οι μπαταρίες λιθίου (Li) είναι άλλος τύπος μπαταρίας και χρησιμοποιούνται σε ρολόγια, φωτογραφικές μηχανές, βηματοδότες καρδιάς, κ.α. Στις στήλες Leclanche (σχ. 10.94) το θετικό ηλεκτρόδιο κατασκευάζεται από άνθρακα που περιβάλλεται από MnO_2 (πυρολουσίτης) το οποίο οξειδώνει το υδρογόνο, που εμφανίζεται στον άνθρακα. Το αρνητικό ηλεκτρόδιο κατασκευάζεται από κράμα ψευδαργύρου (Zn), υδραργύρου (Hg) και καδμίου (Cd) που έχει διαμορφωθεί έτσι ώστε να χρησιμεύει και ως δοχείο. Αυτό παρατείνει τη διάρκεια λειτουργίας της μπαταρίας, μειώνοντας το ρυθμό με τον οποίο διαλύεται ο ψευδάργυρος μέσα στα υγρά του στοιχείου.

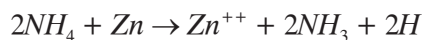
Το ανοικτό μέρος καλύπτεται με πώμα από κερί και πίσσα που κλείνει αεροστεγώς το σύστημα, προκειμένου να αποφεύγεται η εξάτμιση του ηλεκτρολύτη. Οι μπαταρίες μετατρέπουν τη χημική ενέργεια σε ηλεκτρική, με βαθμό απόδοσης 90%. Αποτελούν την πιο αποτελεσματική αλλά και δαπανηρή μέθοδο παραγωγής ηλεκτρισμού. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη της στήλης δεν παραμένει σταθερή αλλά μειώνεται πάρα πολύ αργά. Χωρητικότητα του στοιχείου είναι το συνολικό φορτίο που αποδίδει σε όλη τη διάρκεια της ζωής του. Εκφράζεται σε Ah και εξαρτάται από τις διαστάσεις του στοιχείου, το είδος των ηλεκτρο-



Σχ. 10.94

Ξηρό στοιχείο Leclanche

δίων και το είδος του ηλεκτρολύτη. Κατά τη σύνδεση των στοιχείων σε σειρά, η χωρητικότητα της συστοιχίας ισούται με τη χωρητικότητα του ενός στοιχείου. Κατά την παράλληλη σύνδεση, η χωρητικότητα της συστοιχίας ισούται με το άθροισμα των χωρητικότητων των στοιχείων. Η ολική αντίδραση είναι



Στην άνοδο είναι: $Zn \rightarrow Zn^{++} + 2e^-$. Στην κάθοδο είναι: $NH_4^+ + e^- \rightarrow NH_3 + H$

10.7 Συσσωρευτής ηλεκτρικής ενέργειας

Συσσωρευτές (μπαταρίες) ονομάζονται πηγές συνεχούς ηλεκτρικού ρεύματος, στις οποίες αποθηκεύουμε ηλεκτρική ενέργεια υπό μορφή χημικής ενέργειας, προκειμένου να τη χρησιμοποιήσουμε όπου και όταν κρίνουμε σκόπιμο.

Ένας πολύ κοινός τύπος είναι η κοινή «μπαταρία» μολύβδου-οξέως. Οι συσσωρευτές αποτελούνται από δύο ηλεκτρόδια που ονομάζονται **πόλοι** και βρίσκονται βυθισμένα εντός ηλεκτρολυτικού διαλύματος. Αν τα ηλεκτρόδια είναι όμοια, τότε μεταξύ των πόλων του συσσωρευτή δεν παρατηρείται ανάπτυξη ΗΕΔ. Η διαδικασία της αποθήκευσης ηλεκτρικής ενέργειας υπό μορφή χημικής ενέργειας στον συσσωρευτή είναι η **φόρτιση** του συσσωρευτή. Μετά τη λήξη της φόρτισης στους πόλους της μπαταρίας αναπτύσσεται διαφορά δυναμικού και εφόσον οι πόλοι συνδεθούν με εξωτερικό αγωγό, ο συσσωρευτής γίνεται πηγή ηλεκτρικού ρεύματος.

Εκφόρτιση του συσσωρευτή ονομάζεται η διαδικασία, κατά την οποία ο συσσωρευτής παρέχει μέρος της ενέργειάς του σε εξωτερικό κύκλωμα. Το ρεύμα εκφόρτισης έχει αντίθετη φορά απ' το ρεύμα φόρτισης. Κατά τη διάρκεια της εκφόρτισης πραγματοποιούνται χημικές αντιδράσεις, που ως αποτέλεσμα έχουν την επαναφορά των ηλεκτροδίων στην κατάσταση, που είχαν πριν από τη φόρτιση. Επίσης κατά την εκφόρτιση μειώνεται διαρκώς η ΗΕΔ του συσσωρευτή, ο οποίος όταν εκφορτιστεί πλήρως, πρέπει να φορτιστεί εκ νέου, προκειμένου να χρησιμοποιηθεί.

10.7.1 Χαρακτηριστικά μεγέθη συσσωρευτών

Τα κύρια χαρακτηριστικά μεγέθη των συσσωρευτών είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη, που επειδή η εσωτερική αντίσταση είναι πολύ μικρή, ισούται περίπου με την πολιική τάση υπό ήπιες μορφές λειτουργίας και η χωρητικότητα, δηλαδή το φορτίο $Q = It$ (που

συνήθως μετριέται σε Ah), που μπορεί να αποδώσει ο συσσωρευτής κατά την εκφόρτισή του.

$$1 \text{ Ah} = 1 \text{ A} \times 1 \text{ h} = 1 \text{ A} \times 3600 \text{ s} = 3600 \text{ C.}$$

– Μπαταρίες (ή συσσωρευτές)

Η χωρητικότητα της μπαταρίας επηρεάζεται από παράγοντες όπως η θερμοκρασία, οι προηγούμενες συνθήκες ζωής της μπαταρίας, οι συνθήκες εκφόρτισης, είναι ανάλογη της μάζας των πλακών και γενικά είναι 12 Ah ανά kg πλάκας ή με μία πρόχειρη εκτίμηση 5 Ah έως 10 Ah για κάθε dm^2 επιφάνειας των πλακών. Η χωρητικότητα των μπαταριών μολύβδου που χρησιμοποιούνται στα αυτοκίνητα κυμαίνεται από 45 Ah έως 60 Ah . Σε γρήγορη εκφόρτιση η μπαταρία παρουσιάζει μικρότερη χωρητικότητα από εκείνη που παρουσιάζει σε αργή εκφόρτιση. Κατά τη σύνδεση των μπαταριών σε σειρά, η χωρητικότητα της συστοιχίας ισούται με τη χωρητικότητα του ενός συσσωρευτή. Κατά την παράλληλη σύνδεση η χωρητικότητα της συστοιχίας ισούται με το άθροισμα των χωρητικότητων των συσσωρευτών. Επίσης, άλλα χαρακτηριστικά των συσσωρευτών είναι:

α) Το κανονικό ρεύμα φόρτισης (ή εκφόρτισης ή μέγιστο ρεύμα) που αριθμητικά έχει οριστεί να ισούται με το $1/10$ της χωρητικότητας. Για παράδειγμα μπαταρία χωρητικότητας 50 Ah πρέπει κανονικά να εκφορτίζεται με ρεύμα 5 A , διότι μεγαλύτερα ρεύματα θα της προξενούσαν βλάβες, οπότε η διάρκεια κανονικής εκφόρτισης για όλες τις μπαταρίες είναι οι δέκα ώρες.

β) Η απόδοση σε φορτίο. Ορίζεται ως το πηλίκο του φορτίου που παρέχει η μπαταρία σε μία πλήρη εκφόρτιση της διά το φορτίο που διέρχεται από πέρασε από τη μπαταρία κατά τη φόρτιση της.

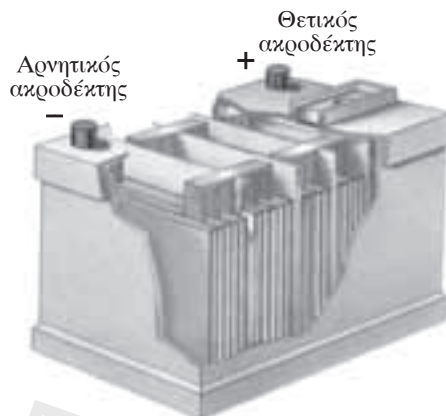
γ) Η απόδοση σε ενέργεια. Ορίζεται ως το πηλίκο της ενέργειας που παρέχει η μπαταρία σε μία πλήρη εκφόρτιση διά την ενέργεια που έλαβε κατά τη φόρτιση και συνήθως είναι της τάξης του 75% έως 80%.

10.7.2 Συσσωρευτές μολύβδου

Περιέχουν ως ηλεκτρολύτη διάλυμα θειικού οξέως (H_2SO_4) σε υγρή κατάσταση. Οι πλάκες από μολύβδο εμβαπτίζονται στο θειικό οξύ και αμέσως καλύπτονται από στρώμα θειικού μολύβδου (PbSO_4) και λειτουργούν ως ηλεκτρόδια (σχ. 10.95).

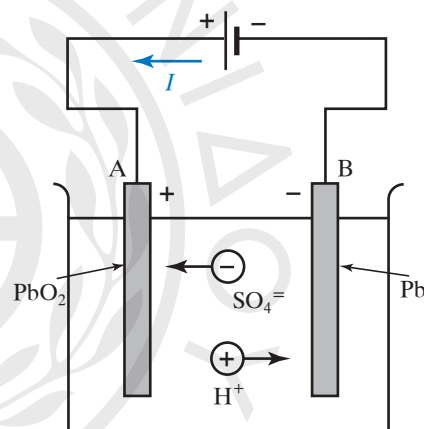
Κατά τη φόρτιση τους (σχ. 10.96) δημιουργείται H_2SO_4 , που καθιστά τον ηλεκτρολύτη πυκνότερο, ενώ κατά την εκφόρτιση τους παράγεται νερό, που καθιστά τον ηλεκτρολύτη αραιότερο.

Οι χημικές αντιδράσεις που λαμβάνουν χώρα κατά τη φόρτιση και εκφόρτιση (σχ. 10.97) συσσω-



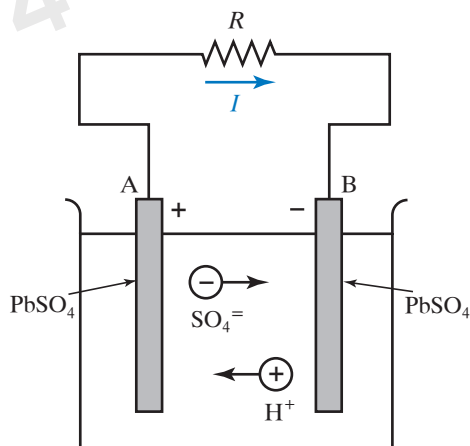
Σχ. 10.95

Συσσωρευτής μολύβδου



Σχ. 10.96

Φόρτιση συσσωρευτή μολύβδου

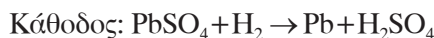
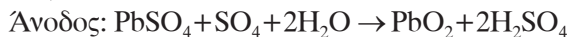


Σχ. 10.97

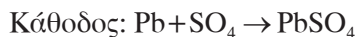
Εκφόρτιση συσσωρευτή μολύβδου

ρευτή μολύβδου είναι οι εξής:

Φόρτιση



Εκφόρτιση



Η ΗΕΔ των μπαταριών μολύβδου εξαρτάται κυρίως από την πυκνότητα του διαλύματος, παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της φόρτισης (εκφόρτισης) και μόνο στην αρχή και στο τέλος της φόρτισης (εκφόρτισης) μεταβάλλεται διότι μεταβάλλεται η πυκνότητα του ηλεκτρολύτη. Η εσωτερική της αντίσταση εξαρτάται από τις διαστάσεις και την απόσταση των πλακών και λαμβάνει πολύ μικρές τιμές (από 0,001 Ω έως 0,01 Ω).

Ενδείξεις για το τέλος φόρτισης της μπαταρίας (σχ. 10.98)
Η ΑΗΕΔ κάθε στοιχείου προσεγγίζει τα 2,7 V.
Η πυκνότητα του ηλεκτρολύτη ανέρχεται στους 27° Be με 30° Be.
Οι θετικές πλάκες λαμβάνουν το κανονικό βαθυκάστανο χρώμα τους και οι αρνητικές γκριζό χρώμα.
Η έντονη παραγωγή φυσαλίδων.
Ενδείξεις για το τέλος εκφόρτισης της μπαταρίας (σχ. 10.99)
Η τάση σε κάθε στοιχείο μειώνεται στα 1,8 V.
Η πυκνότητα του ηλεκτρολύτη πέφτει στους 20° Be
Οι πλάκες παίρνουν το ίδιο χρώμα

– Βλάβες μπαταριών μολύβδου

Οι σημαντικότερες βλάβες που παρουσιάζουν οι μπαταρίες μολύβδου είναι:

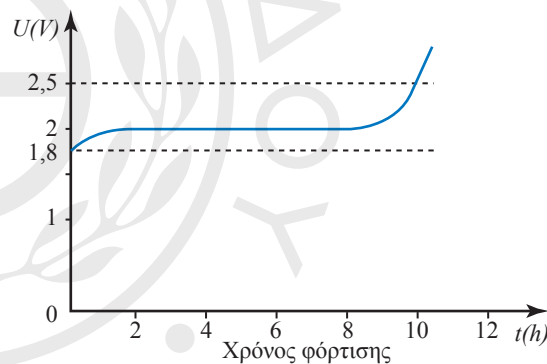
α) Η **θειώωση των πλακών**. Παρατηρείται αν η μπαταρία παραμείνει για μεγάλο χρονικό διάστημα αφορτιστη ή αν το ρεύμα εκφόρτισης είναι μεγαλύτερο από το κανονικό ή αν ο ηλεκτρολύτης είναι πολύ πυκνός οπότε κρυσταλλώνει ο PbSO_4 .

Πολλές φορές όταν οι μπαταρίες παραμένουν

για μεγάλο χρονικό διάστημα φορτισμένες παρατηρείται αυτοεκφόρτιση της μπαταρίας δηλαδή μείωση της χωρητικότητάς της με ρυθμό 1% ημερησίως, οπότε σε τρεις μήνες επέρχεται πλήρης εκφόρτιση. Συμπτώματα της θειώωσης είναι η μείωση της χωρητικότητας της μπαταρίας, η μείωση της πυκνότητας του ηλεκτρολύτη και η αύξηση της εσωτερικής αντίστασης της μπαταρίας.

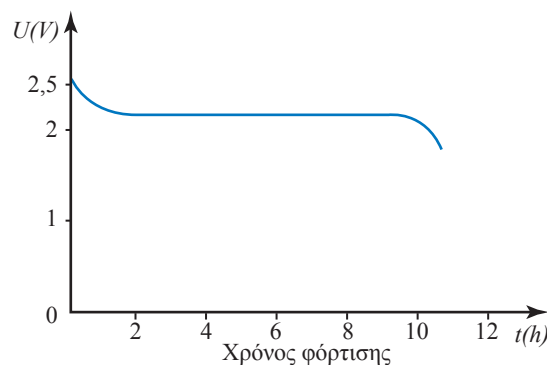
β) Το **εσωτερικό βραχυκύκλωμα**. Έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της χωρητικότητας της μπαταρίας, της πυκνότητας του ηλεκτρολύτη, τη μη φόρτιση στον κανονικό χρόνο και τη μεγάλη πτώση της ΗΕΔ. Οφείλεται στο ότι τα ενεργά υλικά που βρίσκονται στις σχάρες των πλακών, λόγω της θέρμανσής τους, εξέρχονται από τις σχάρες, πέφτουν μέσα στον ηλεκτρολύτη και προϊόντος του χρόνου έρχονται σε επαφή με τα κάτω άκρα των πλακών και τις βραχυκυκλώνουν.

γ) Το **εξωτερικό βραχυκύκλωμα**. Προκαλείται αν οι ακροδέκτες της μπαταρίας έλθουν σε επαφή ή από τυχαίο βραχυκύκλωμα στο εξωτερικό κύκλω-



Σχ. 10.98

Καμπύλη φόρτισης μπαταρίας



Σχ. 10.99

Καμπύλη εκφόρτισης μπαταρίας

μα. Προλαμβάνεται αν οι μπαταρίες προστατεύονται από κατάλληλες ασφάλειες.

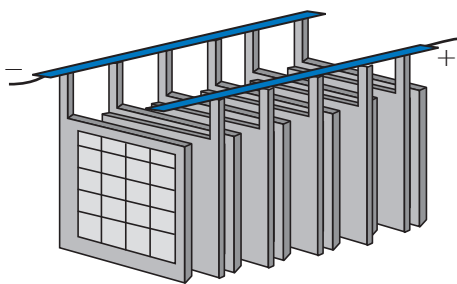
δ) Η **πήξη του ηλεκτρολύτη**. Το σημείο πήξης του ηλεκτρολύτη εξαρτάται από την πυκνότητά του.

ε) Ο **αποκεφαλισμός των πλακών**. Προϊόντος του χρόνου, το νερό εξατμίζεται, άρα κατεβαίνει η στάθμη του ηλεκτρολύτη με αποτέλεσμα ένα μέρος από τις κεφαλές που έχουν οι πλάκες να έρχεται σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα και να οξειδώνεται. Αν δεν εντοπισθεί νωρίς η οξείδωση και προχωρήσει υπάρχει κίνδυνος να μην έρχονται σε επαφή οι κεφαλές με τους ακροδέκτες. Ως κατάλληλο μέτρο πρόληψης προτείνεται η τακτική παρακολούθηση της στάθμης του διαλύματος και η συμπλήρωση με αποσταγμένο νερό αν υπάρξει πτώση της.

– Μπαταρίες μολύβδου για βιομηχανική χρήση

Με στόχο τη μεγάλη χωρητικότητα ή τη μεγάλη ΗΕΔ, συνδέονται παράλληλα ή σε σειρά αντιστοίχως περισσότερα από ένα ζεύγη πλακών και ακολούθως βυθίζονται σε ηλεκτρολυτικό διάλυμα, συγκροτώντας έτσι μία συστοιχία μπαταριών. Οι πλάκες των μπαταριών έχουν σχήμα σχάρας και κατασκευάζονται από κράμα μολύβδου (Pb) και για αύξηση της μηχανικής αντοχής του σκελετού και αντιμονίου (σε ποσοστό 5% έως 10%). Στα διακενα των πλακών, τοποθετούνται υπό πίεση ενεργά υλικά, μίνιο (Pb_3O_4) για τις θετικές πλάκες και λιθάργυρος για τις αρνητικές (PbO). Οι πλάκες ακολούθως τοποθετούνται σε δοχείο (αρνητική, θετική, αρνητική, κοκ) και χωρίζονται με μονωτικούς διαχωριστήρες (ξύλο, nylon, καουτσούκ) ώστε να μην έλθουν σε επαφή και προκληθεί βραχυκύκλωση της μπαταρίας. Όλες οι θετικές πλάκες συνδέονται σε ένα βραχίονα που καταλήγει σε κεφαλή. Το ίδιο και οι αρνητικές (σχ. 10.100)

Ο ηλεκτρολύτης παρασκευάζεται από πυκνό H_2SO_4 , πυκνότητας 1,18 kg/L, που αφότου αραιωθεί



Σχ. 10.100

Σύνδεση πλακών μπαταρίας μολύβδου

με νερό γίνεται περίπου 1,18 kg/L. Η πυκνότητα του ηλεκτρολύτη δύναται να μετρηθεί με πυκνόμετρο σε βαθμούς Beaume (Be). Όσο αραιότερος είναι ο ηλεκτρολύτης τόσο περισσότερο βυθίζεται μέσα του το πυκνόμετρο.

– Συντήρηση μπαταριών μολύβδου

1) Όταν η μπαταρία είναι σε λειτουργία. Προτείνονται τα ακόλουθα:

α) Φόρτιση και εκφόρτιση με κανονικό ρεύμα.

β) Όχι εκφόρτιση με τάση μικρότερη των 1,8 V.

γ) Δεν μένει αφόρτιστη η μπαταρία, ούτε αφήνεται φορτισμένη επί μακρόν δίχως συμπληρωματικές φορτίσεις.

δ) Συχνός αερισμός του χώρου που βρίσκεται η μπαταρία.

ε) Συχνή παρακολούθηση της στάθμης του ηλεκτρολύτη και προσθήκη νερού αν κατεβεί.

στ) Όχι χρήση φλόγας κοντά στην μπαταρία, διότι τα αέρια H_2 , O_2 που απελευθερώνει είναι εύφλεκτα.

ζ) Πάντα χρήση κατάλληλων προστατευτικών ασφαλειών στα κυκλώματα.

η) Κατά την παρασκευή ηλεκτρολύτη προστίθεται το H_2SO_4 στο νερό και ποτέ το αντίστροφο, διότι το H_2SO_4 είναι πολύ υδρόφιλο.

2) Όταν η μπαταρία είναι σε ανάπαυση. Αν το χρονικό διάστημα υπερβαίνει το μήνα, προκειμένου αποφευχθεί σάπισμα πλακών που προκαλεί θείωση και βλάβη διαχωριστήρων προτείνονται τα ακόλουθα:

α) Αποθήκευση μπαταριών σε ξηρό χώρο.

β) Εκφόρτιση μπαταριών.

γ) Αντικατάσταση του ηλεκτρολύτη από αποσταγμένο νερό.

δ) Παραμονή των πλακών στο νερό για 24 ώρες και ακολούθως αποξήρανσή τους.

– Αλκαλικές μπαταρίες

Για την ίδια χωρητικότητα με τις μπαταρίες μολύβδου οι αλκαλικές είναι ελαφρύτερες, ακριβότερες, πιο ανθεκτικές, με μικρότερη και όχι τόσο σταθερή ηλεκτρεγερτική δύναμη, αλλά μεγαλύτερη διάρκεια ζωής. Δεν απαιτούν κοστοβόρα συντήρηση, ο ηλεκτρολύτης τους (ποτάσα) δεν παρουσιάζει τους κινδύνους του οξέος, μπορούν να φορτισθούν ή να εκφορτισθούν με μεγάλα ρεύματα χωρίς κενό κίνδυνο βλάβης, ελκύουν ελάχιστη ποσότητα αερίων και προς τούτο χρησιμοποιούνται για ηλε-

κτροφωτισμό σε ορυχεία και μπορούν να παραμείνουν για μεγάλα χρονικά διαστήματα φορτισμένες ή αφόρτιστες διότι ο ηλεκτρολύτης δεν προσβάλλει τα ηλεκτρόδια. Στα μειονεκτήματά τους σε σχέση με τις μπαταρίες μολύβδου είναι η μικρή τους απόδοση (50%), η μεγαλύτερη εσωτερική αντίσταση και η μικρότερη ΗΕΔ (1,4 V έναντι 2,1 V των μπαταριών μολύβδου). Με τη μπαταρία συνδεδεμένη με το κύκλωμα φόρτισης της, μοναδική ένδειξη ότι τελείωσε η φόρτιση είναι ότι η ΗΕΔ της μπαταρίας ανέρχεται στα 1,7 V.

α) **Μπαταρίες σιδηρονικελίου** (Edisson). Ως ηλεκτρολύτης χρησιμοποιείται υδατικό διάλυμα (21%) καυστικού καλίου (KOH), τα ηλεκτρόδια είναι από νικελωμένο χάλυβα σε σχήμα σωλήνων και φέρουν μικρές οπές. Στο εσωτερικό των σωλήνων για τα θετικά ηλεκτρόδια (άνοδος) υπάρχουν πυροξειδία του νικελίου $Ni(OH)_2$ και διαχωρισμένο νικέλιο, για δε τα αρνητικά ηλεκτρόδια (κάθοδος) σίδηρο ή κάδμιο. Μεταξύ θετικών και αρνητικών πλακών

τοποθετούνται διαχωριστήρες από σκληρό καουτσούκ. Οι χημικές αντιδράσεις στο εσωτερικό των αλκαλικών μπαταριών περιγράφονται από την παρακάτω αμφίδρομη εξίσωση (προς τα δεξιά κατά τη φόρτιση και προς τα αριστερά κατά την εκφόρτιση): $FeO + 2Ni(OH)_2 + 2H_2O \rightleftharpoons Fe + 2Ni(OH)_3$. Επειδή ο ηλεκτρολύτης δε συμμετέχει στην αντίδραση, η πυκνότητα του διατηρείται σταθερή. Η ΗΕΔ της μπαταρίας σε πλήρη φόρτιση είναι 1,4 V, η πολιική τάση κατά την εκφόρτιση είναι 1,2 V αλλά όταν τελειώνει η εκφόρτιση εμφανίζει σοβαρή πτώση (1 V έως 0,8 V).

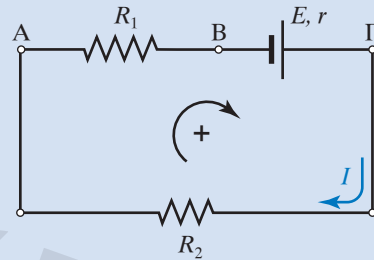
β) **Μπαταρίες καδμιονικελίου**. Η μοναδική τους διαφορά με τις σιδηρονικελίου είναι ότι οι αρνητικές τους πλάκες περιέχουν ως ενεργή ύλη το κάδμιο (Cd). Οι χημικές αντιδράσεις στο εσωτερικό των αλκαλικών μπαταριών περιγράφονται από την παρακάτω αμφίδρομη εξίσωση (προς τα δεξιά κατά τη φόρτιση και προς τα αριστερά κατά την εκφόρτιση): $Cd + (OH)_2 + 2Ni(OH)_2 \rightleftharpoons Cd + 2Ni(OH)_3$.



? ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

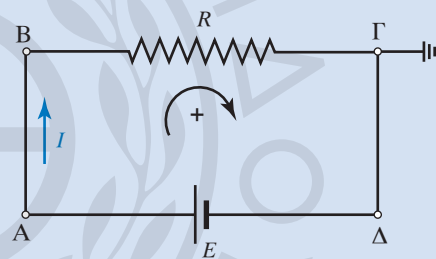
1. Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει αγωγό, όταν από διατομή του διέρχεται σε χρόνο 5 s ηλεκτρικό φορτίο $q = 10 \text{ C}$.
2. Αν το ρεύμα που διαρρέει αγωγό είναι $I = 5 \text{ mA}$, να υπολογίσετε το φορτίο που διέρχεται από μία διατομή του σε χρόνο 2 min.
3. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού που εφαρμόζεται στα άκρα αντίστατη αντίστασης $R = 4 \Omega$, αν σε χρόνο $t = 2 \text{ min}$ διέρχεται από μία διατομή του συνολικό φορτίο $q = 600 \text{ C}$.
4. Όταν στις άκρες αγωγού αντίστασης $R_1 = 10 \Omega$ εφαρμοστεί τάση $V_1 = 220 \text{ V}$, αυτός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα I_1 . Ποια πρέπει να είναι η αντίσταση R_2 δεύτερου αγωγού, ώστε όταν στις άκρες της εφαρμοστεί τάση $V_2 = 44 \text{ V}$ να διαρρέεται κι αυτός από ρεύμα I_1 ;
5. Πυκνωτής έχει παράλληλους κυκλικούς οπλισμούς ακτίνας 5 cm, που απέχουν μεταξύ τους 2 mm. Να υπολογίσετε το φορτίο των οπλισμών, εάν η διαφορά δυναμικού τους είναι 50 V.
6. Αν η Γη θεωρηθεί σφαιρικός αγωγός ακτίνας 6400 km, να υπολογίσετε τη χωρητικότητά της.
7. Ποια η απαιτούμενη χωρητικότητα πυκνωτή, προκειμένου να αποθηκευθεί ενέργεια 1000 joule σε διαφορά δυναμικού 200 V;
8. Διαφορά δυναμικού 220 V εφαρμόζεται σε πυκνωτές χωρητικότητας $C_1 = 1 \text{ F}$ και $C_2 = 3 \text{ F}$ συνδεδεμένους σε σειρά. Ποιο το φορτίο και ποια η διαφορά δυναμικού στα άκρα του κάθε πυκνωτή; Οι φορτισμένοι πυκνωτές ξανααυξάνονται (θετικός με θετικό και αρνητικός με αρνητικό οπλισμό) χωρίς να εφαρμοστεί εξωτερική τάση. Ποιο το φορτίο και ποια η διαφορά δυναμικού στα άκρα του κάθε πυκνωτή;
9. Πυκνωτής αέρα με παράλληλους οπλισμούς έχει χωρητικότητα $C = 300 \text{ pF}$. Ποια η αποθηκευμένη ενέργεια, αν η εφαρμοζόμενη διαφορά δυναμικού είναι 20 V;
10. Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα του σχήματος 1. Δίνονται

$r = 0,3 \Omega$, $R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 25 \Omega$, $E = 220 \text{ V}$. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία Α, Γ.



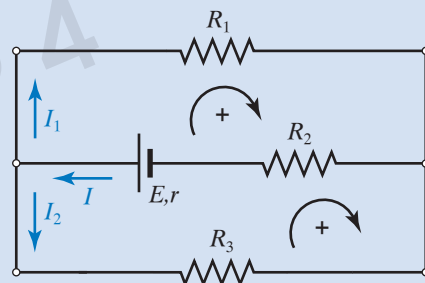
Σχ. 1

11. Να υπολογίσετε το ρεύμα I που διαρρέει το κύκλωμα του σχήματος 2 και τα δυναμικά των σημείων Α, Β και Δ, αν γνωρίζετε ότι το σημείο Γ είναι γειωμένο ($V_\Gamma = 0 \text{ V}$), $E = 12 \text{ V}$ και $R = 4 \Omega$.



Σχ. 2

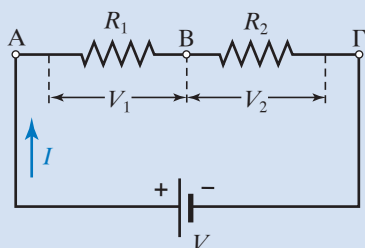
12. Να υπολογίσετε τα ηλεκτρικά ρεύματα I, I_1, I_2 για το κύκλωμα του σχήματος 3. Δίνονται $r = 0,4 \Omega$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1,6 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$ και $E = 10 \text{ V}$.



Σχ. 3

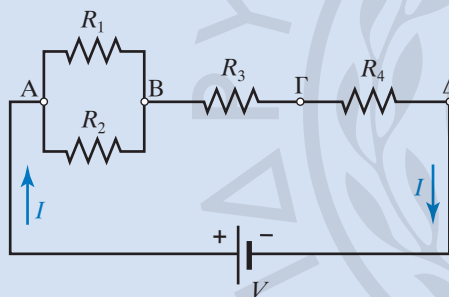
13. Στο κύκλωμα του σχήματος 4 οι αντιστάτες έχουν αντιστάσεις $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$ και το ρεύμα που το διαρρέει είναι $I = 5 \text{ A}$. Να υπολογίσετε:
 - α) Την ισοδύναμη αντίσταση $R_{\text{ολ}}$ του κυκλώματος.

- β) Τη διαφορά δυναμικού στα άκρα των αντιστατών.
 γ) Την τάση V της πηγής.



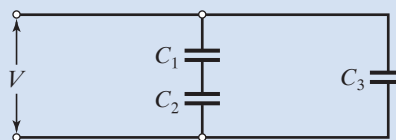
Σχ. 4

14. Στο κύκλωμα του σχήματος 5 δίνεται ότι $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 16 \Omega$, $R_3 = 8 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$ και $I = 10 \text{ A}$. Να υπολογίσετε:
 α) Την ισοδύναμη αντίσταση $R_{\text{ολ}}$ του κυκλώματος.
 β) Την τάση V της πηγής.
 γ) Τη διαφορά δυναμικού στα άκρα των αντιστατών.
 δ) Το ρεύμα που διαρρέει τον κάθε αντιστάτη.

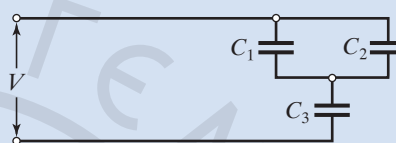


Σχ. 5

15. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια, που είναι αποθηκευμένη στο σύστημα δύο πυκνωτών με χωρητικότητες $C_1 = 1 \text{ F}$ και $C_2 = 2 \text{ F}$, που συνδέονται παράλληλα σε διαφορά δυναμικού 200 V .
 16. Να υπολογίσετε την ολική χωρητικότητα των συνδυασμών των σχημάτων 6 και 7 όταν $C_1 = 1 \text{ F}$, $C_2 = 2 \text{ F}$, $C_3 = 3 \text{ F}$.

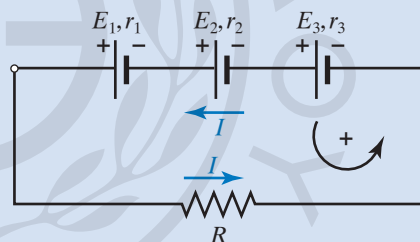


Σχ. 6



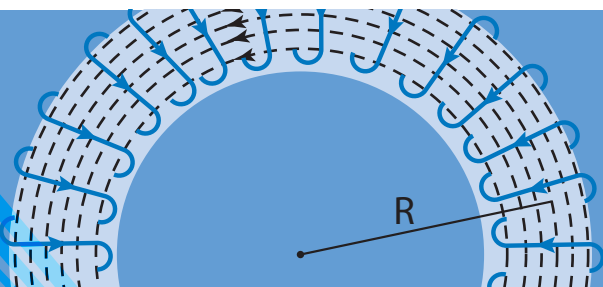
Σχ. 7

17. Να υπολογίσετε το ρεύμα I που διαρρέει την αντίσταση $R = 5 \Omega$ του κυκλώματος (σχ. 8). Δίνονται $r_1 = 0,1 \Omega$, $r_2 = 0,2 \Omega$, $r_3 = 0,3 \Omega$, $E_1 = 10 \text{ V}$, $E_2 = 20 \text{ V}$, $E_3 = 30 \text{ V}$.



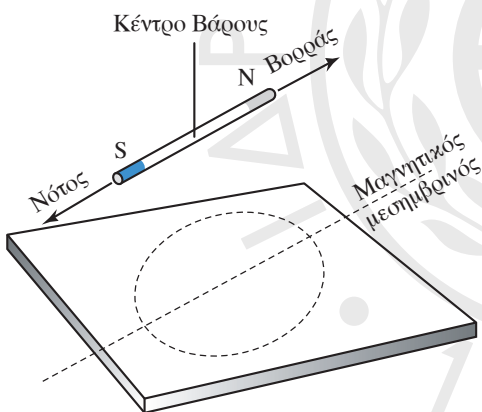
Σχ. 8

1954



11.1 Μαγνητισμός

Ορισμένα υλικά που απαντούν στη φύση έλκουν κομματάκια (ρινίσματα) σιδήρου. Αυτό οφείλεται στο ότι αυτά τα υλικά παρουσιάζουν το φαινόμενο του μαγνητισμού. Τα υλικά είναι μόνιμοι, φυσικοί μαγνήτες. Από τέτοιο υλικό μπορεί να φτιαχτεί λεπτός μαγνήτης σε μορφή ράβδου, που όταν στερεωθεί από το κέντρο βάρους του, ώστε να μπορεί να στρέφεται περί το σημείο εξάρτησης του, προσανατολίζεται έτσι που το ένα άκρο του να δείχνει προς τον βόρειο γεωγραφικό πόλο της Γης και το άλλο προς τον νότιο (σχ. 11.1).



Σχ. 11.1

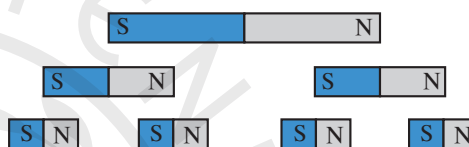
Οι δύο πόλοι του μαγνήτη

Το άκρο που δείχνει προς το Βορρά λέγεται **βόρειος μαγνητικός πόλος** και παριστάνεται διεθνώς με το σύμβολο N (από την αγγλική λέξη north για το «βορράς») και ο άλλος με το S, λέγεται **νότιος μαγνητικός πόλος** (από το south «νότος»). Αυτό είναι ένα **μαγνητικό δίπολο**.

Αν έχουμε δύο ραβδόμορφους μαγνήτες με βόρειο και νότιο πόλο, όταν πλησιάσουμε τους δύο ομώνυμους πόλους τους, οι μαγνήτες απωθούνται, ενώ όταν πλησιάσουμε τους ετερόνυμους πόλους, οι μαγνήτες έλκονται. Οι ραβδόμορφοι μαγνήτες

μπορεί να έχουν τη μορφή μαγνητικής βελόνας με βόρειο και νότιο πόλο.

Αν κόψουμε μία μαγνητική ράβδο στα δύο, κάθε τμήμα γίνεται ένας νέος μαγνήτης, μαγνητικό δίπολο, με το δικό του βόρειο και νότιο πόλο (σχ. 11.2).



Σχ. 11.2

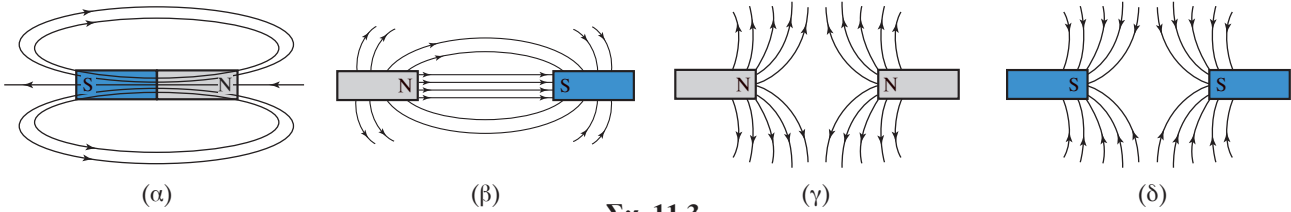
Κόβοντας το μαγνήτη παίρνουμε συνεχώς νέους μαγνήτες, μαγνητικά δίπολα

Πάντα οι μαγνητικοί πόλοι εμφανίζονται κατά ζεύγη, βόρειος – νότιος, δηλαδή ως δίπολα. Μαγνητικά μονόπολα (απομονωμένοι βόρειοι ή νότιοι πόλοι) δεν έχουν παρατηρηθεί μέχρι σήμερα.

11.1.1 Μαγνητικό πεδίο

Μαγνητικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος μέσα στον οποίο ασκούνται μαγνητικές δυνάμεις. Το φυσικό μέγεθος που χρησιμοποιείται για την περιγραφή του μαγνητικού πεδίου είναι το διανυσματικό μέγεθος \vec{B} , που ονομάζεται **πυκνότητα μαγνητικής ροής** ή **μαγνητική επαγωγή** ή **μαγνητικό πεδίο B** . Το διάνυσμα \vec{B} σε ένα σημείο του χώρου έχει τη διεύθυνση του άξονα της μαγνητικής βελόνας και φορά από το νότιο προς το βόρειο πόλο της. Στο σύστημα SI το B μετριέται σε tesla (T). Θα δούμε παρακάτω τον ορισμό αυτής της μονάδας. Άλλη μονάδα είναι το gauss (G), $1 \text{ T} = 10.000 \text{ G}$.

Δυναμική γραμμή είναι η συνεχής γραμμή που σε κάθε σημείο της το διάνυσμα του πεδίου \vec{B} είναι εφαπτόμενο σ' αυτήν. Οι δυναμικές γραμμές δεν τέμνονται ούτε εφάπτονται (παρά μόνο σε ανώμαλα σημεία, όπου το B μηδενίζεται ή απειρίζεται) και η πυκνότητά τους λαμβάνεται να είναι ανάλογη της



Σχ. 11.3

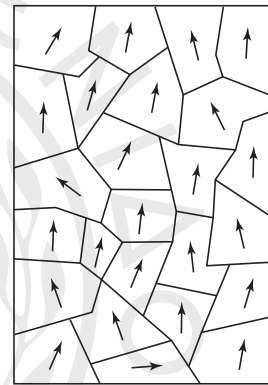
Δυναμικές γραμμές διάφορων μαγνητικών πεδίων

τιμής του πεδίου. Όταν σε ένα μαγνητικό πεδίο το \vec{B} είναι το ίδιο παντού, κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά, τότε το πεδίο είναι ομογενές και οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες και ισόπυκνες. Το σχήμα 11.3 δείχνει τις δυναμικές γραμμές διάφορων μαγνητικών πεδίων. Στο εξωτερικό ενός μόνιμου μαγνήτη οι μαγνητικές γραμμές εξέρχονται από το βόρειο και εισέρχονται στον νότιο πόλο.

Σύμφωνα με όσα θα δούμε παρακάτω, μαγνητικά πεδία δημιουργούνται από ηλεκτρικά ρεύματα. Η μαγνήτιση των υλικών οφείλεται σε μικροσκοπικά ρεύματα, που προέρχονται από την περιστροφή των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα. Επίσης οφείλεται στη μαγνήτιση που έχουν τα ηλεκτρόνια, τα οποία έχουν φορτίο και είναι σαν να περιστρέφονται περί άξονά τους, δηλαδή σαν να έχουν κλειστά στοιχειώδη ρεύματα και είναι μικροσκοπικοί μαγνήτες. Αυτή η εικόνα δεν είναι σωστή, αλλά την αναφέρουμε για εκπαιδευτικούς σκοπούς, για λόγους κατανόησης. Στα υλικά που δεν είναι μαγνητισμένα μπορεί να υπάρχουν στοιχειώδη μαγνητικά δίπολα, που ο προσανατολισμός τους είναι τέτοιος, ώστε τα στοιχειώδη μαγνητικά πεδία να αλληλοεξουδετερώνονται. Στα μαγνητισμένα υλικά τα στοιχειώδη δίπολα, είναι προσανατολισμένα και τα στοιχειώδη μαγνητικά δίπολα δεν εξουδετερώνονται (σχ. 11.4).

Στα λεγόμενα σιδηρομαγνητικά υλικά, υπάρχουν μικρές μαγνητικές περιοχές, που ονομάζονται περιοχές Weiss και έχουν διαστάσεις από 10^{-4} mm έως 10^{-2} mm και περιλαμβάνουν περίπου 10^{10} άτομα. Οι περιοχές Weiss συμπεριφέρονται ως ισχυρότατοι μικροί μαγνήτες, διότι όλα τα άτομά τους

έχουν τους μαγνητικούς τους άξονες παράλληλους. Όταν το σιδηρομαγνητικό υλικό δεν είναι μαγνήτης, οι μαγνητικές περιοχές Weiss έχουν τυχαίο προσανατολισμό (σχ. 11.5). Αν ένας μεγάλος αριθμός μαγνητικών περιοχών προσανατολιστεί προς ορισμένη κατεύθυνση, το υλικό θα παρουσιαστεί ως ισχυρός μαγνήτης.

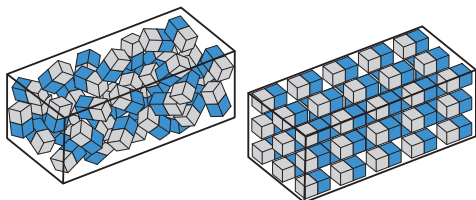


Σχ. 11.5

Περιοχές Weiss μαγνητισμένου υλικού

Στη θεωρία των μαγνητικών περιοχών, υπάρχει η έννοια του μαγνητικού κόρου, δηλαδή του ανωτάτου ορίου στη μαγνήτιση ενός υλικού, που συμβαίνει όταν όλες οι μαγνητικές του περιοχές αποκτήσουν τον ίδιο προσανατολισμό.

Θερμαίνοντας ένα μαγνητισμένο σιδηρομαγνητικό υλικό πάνω από κάποια θερμοκρασία, αυτό χάνει τις μαγνητικές του ιδιότητες. Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται **θερμοκρασία Curie**, συμβολίζεται T_C και είναι χαρακτηριστική για κάθε υλικό. Αυτό συμβαίνει διότι με τη θέρμανση του υλικού αυξάνεται η θερμική (άτακτη) κίνηση των ατόμων των μαγνητικών περιοχών και έτσι καταστρέφεται ο συγκεκριμένος προσανατολισμός, όταν η θερμοκρασία ξεπεράσει τη θερμοκρασία Curie. Για τον σίδηρο είναι $T_C = 1043$ K. Εάν ελαττώσουμε τη θερμοκρασία, το υλικό αποκτά εκ νέου τις μαγνητικές του ιδιότητες.



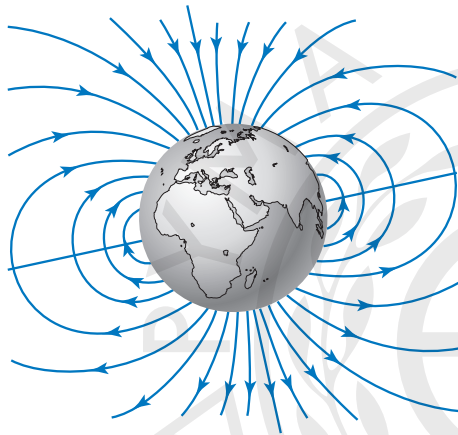
Σχ. 11.4

Στοιχειώδεις μαγνήτες σε αμαγνήτιστη και σε μαγνητισμένη ράβδο σιδήρου

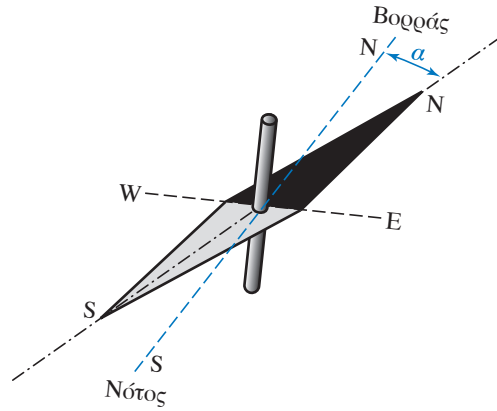
Την κατάργηση των μαγνητικών ιδιοτήτων ενός μαγνήτη επιτυγχάνουμε σφουρηλατώντας τον καταστρέφοντας με τον τρόπο αυτό τον συγκεκριμένο προσανατολισμό των μαγνητικών περιοχών Weiss Αν τυλίξουμε έναν μαγνήτη με ρευματοφόρο αγωγό, του οποίου το ρεύμα συνεχώς μειώνεται ενώ ταυτόχρονα αναστρέφεται περιοδικά η φορά του, ο μαγνήτης απομαγνητίζεται.

11.1.2 Μαγνητικό πεδίο της Γης

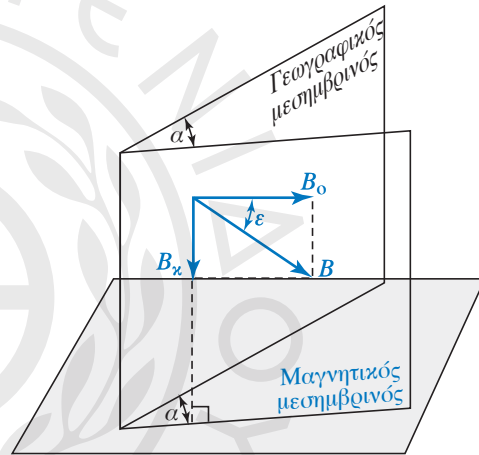
Στη Γη υπάρχει μαγνητικό πεδίο (σχ. 11.6) και για κάθε μικρή περιοχή θεωρείται ομογενές. Το διάνυσμα \vec{B} σε κάθε τόπο στην επιφάνεια της Γης βρίσκεται σ' ένα κατακόρυφο επίπεδο, που είναι ο μαγνητικός μεσημβρινός του τόπου.



Σχ. 11.1.6
Σχηματική παράσταση του γήινου μαγνητικού πεδίου



Σχ. 11.1.7
Μαγνητική απόκλιση (α)

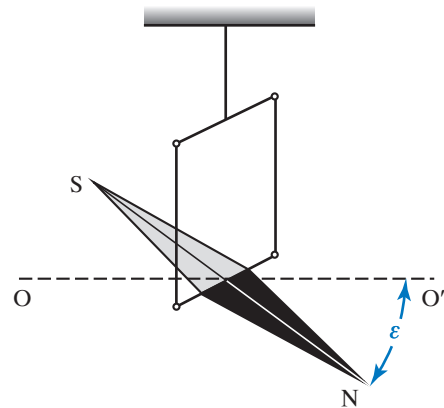


Σχ. 11.8
Μαγνητική απόκλιση (α) και μαγνητική έγκλιση (ε)

Μαγνητική απόκλιση (α) ονομάζεται η διέδρη γωνία που σχηματίζουν ο μαγνητικός μεσημβρινός ενός τόπου με τον γεωγραφικό μεσημβρινό του τόπου αυτού (σχ. 11.7 και 11.8). Η μαγνητική απόκλιση χαρακτηρίζεται ως ανατολική ή δυτική, ανάλογα με το αν ο βόρειος πόλος της μαγνητικής βελόνας βρίσκεται αντίστοιχα ανατολικά ή δυτικά του γεωγραφικού μεσημβρινού.

Μαγνητική έγκλιση (ε) ονομάζεται η γωνία που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο το \vec{B} του γήινου μαγνητικού πεδίου (σχ. 11.9). Στο βόρειο μαγνητικό πόλο η έγκλιση είναι $+90^\circ$ (το \vec{B} είναι κατακόρυφο με φορά προς τα κάτω), στον νότιο μαγνητικό πόλο είναι -90° και στον Ισημερινό είναι περίπου μηδέν.

Το διάνυσμα \vec{B} αναλύεται σε δύο συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους, την οριζόντια B_h και την κατακόρυφη B_v (σχ. 11.8). Το μαγνητικό πεδίο της Γης σε κάθε τόπο, κάθε χρονική στιγμή, προσδιορίζεται από τη μαγνητική απόκλιση, τη μαγνητική έγκλιση και την οριζόντια συνι-



Σχ. 11.9
Μαγνητική έγκλιση

στάσια B_0 . Ισχύει ότι $B_0 = B \cos \epsilon$. Τα είναι όργανα με τα οποία μετρείται το μαγνητικό πεδίο \vec{B} .

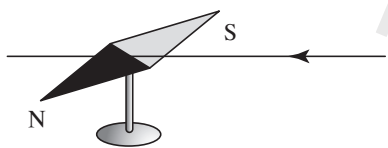
Μαγνητόμετρο. Πρόκειται για διάταξη που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της έντασης των μαγνητικών πεδίων. Αποτελείται από πηνίο που όταν κινείται, εντός μαγνητικού πεδίου, παράγει ηλεκτρική τάση από την τιμή της οποίας προκύπτει το μέτρο της έντασης του πεδίου. Για τη μέτρηση ασθενών μαγνητικών πεδίων χρησιμοποιούνται τα οπτικά μαγνητόμετρα που είναι πιο ευαίσθητα. Όταν ρυμουλκούνται πίσω από αεροπλάνο, μετρούν μικρές μεταβολές του μαγνητικού πεδίου της Γης, που βοηθούν στον εντοπισμό κοιτασμάτων σιδήρου και πετρελαίου. Για τη μέτρηση της έντασης των πολύ ασθενών μαγνητικών πεδίων του ανθρώπινου σώματος, χρησιμοποιούνται υπεραγώγιμα μαγνητόμετρα.

11.2 Μαγνητικό πεδίο του ρεύματος

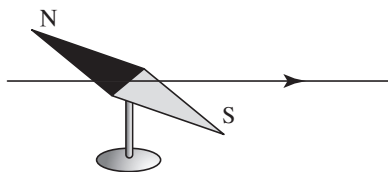
Το 1820 ο Δανός φυσικός Hans Christian Oersted, αναζητώντας σύνδεση ανάμεσα στον ηλεκτρισμό και στον μαγνητισμό, τοποθέτησε ένα σύρμα που διαρρέονταν από ρεύμα παράλληλα σε μία μαγνητική βελόνα. Η βελόνα αντέδρασε και έστριψε ισορροπώντας κάθετα προς το σύρμα, αποκαλύπτοντας έτσι ότι το ηλεκτρικό ρεύμα είχε δημιουργήσει γύρω από το σύρμα μαγνητικό πεδίο (σχ. 11.10).



Ο αγωγός δεν διαρρέεται από ρεύμα



Ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα



Η φορά του ρεύματος αντιστρέφεται

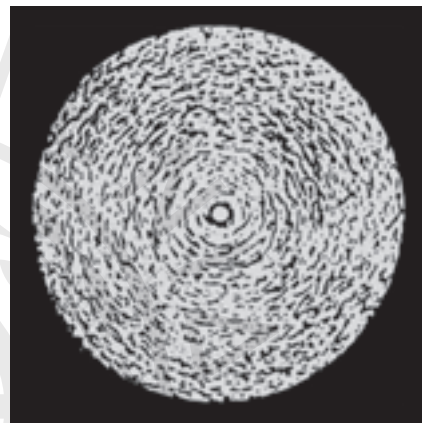
Σχ. 11.10

Το πείραμα του Oersted

Όταν διέκοπτε το ρεύμα, η βελόνα επέστρεφε στην αρχική της θέση. Όταν διαβίβαζε ρεύμα αντίθετης φοράς, η βελόνα εκτροπείταν αντίθετα προς την αρχική εκτροπή.

11.2.1 Νόμος των Biot-Savart

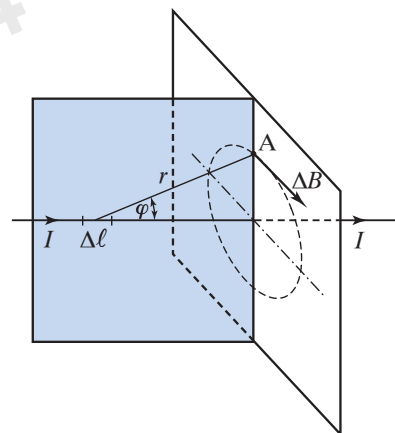
Ο Νόμος των Biot-Savart μάς επιτρέπει να προσδιορίσουμε το μαγνητικό πεδίο \vec{B} ενός ρευματοφόρου αγωγού σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου. Ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα I και δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο (σχ. 11.11).



Σχ. 11.11

Μαγνητικό φάσμα ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού

Στοιχειώδες τμήμα του αγωγού μήκους $\Delta\ell$ δημιουργεί στο σημείο Α που απέχει απ' αυτό απόσταση r , στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο $\Delta\vec{B}$ που υπολογίζεται από τον Νόμο των Biot-Savart (σχ. 11.12).



Σχ. 11.12

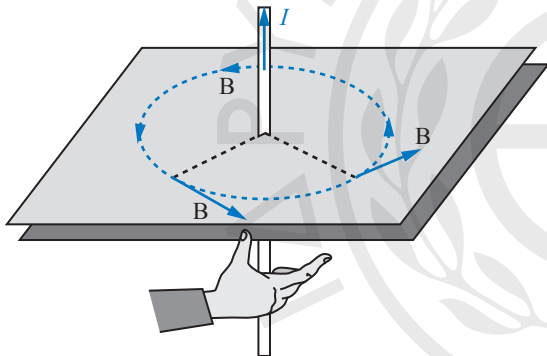
Στοιχειώδες μαγνητικό πεδίο $\Delta\vec{B}$, όπως υπολογίζεται από τον Νόμο των Biot-Savart

Συγκεκριμένα, το $\Delta\vec{B}$ που δημιουργεί στοιχειώδες τμήμα Δl ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού σ' ένα σημείο A του χώρου, έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

- 1) Σημείο εφαρμογής, το σημείο A.
- 2) Διεύθυνση, τη διεύθυνση της ευθείας που είναι κάθετη στο επίπεδο που διέρχεται απ' το σημείο A και από το στοιχειώδες τμήμα Δl του αγωγού.
- 3) Φορά, τη φορά προς την οποία πρέπει να περιστραφεί δεξιόστροφος κοχλίας, ώστε να προχωρεί κατά τη φορά του ρεύματος (κανόνας του δεξιόστροφου κοχλίου) (σχ. 11.13).
- 4) Μέτρο, που δίνεται απ' τη σχέση:

$$\Delta B = K_M \frac{I \Delta l}{r^2} \sin \varphi,$$

όπου: K_M μια σταθερά και r η απόσταση του σημείου A από το στοιχειώδες τμήμα Δl του αγωγού και φ η γωνία που σχηματίζει το στοιχειώδες τμήμα Δl με τη διεύθυνση του r .



Σχ. 11.13

Σε κάθε σημείο της δυναμικής γραμμής, το \vec{B} έχει τη διεύθυνση της εφαπτόμενης της δυναμικής γραμμής

Κάθε στοιχειώδες τμήμα του αγωγού δημιουργεί στο σημείο A του πεδίου ένα στοιχειώδες πεδίο $\Delta\vec{B}$. Απ' την αρχή της επαλληλίας, το διανυσματικό άθροισμα όλων αυτών των στοιχειωδών μαγνητικών πεδίων είναι το ολικό μαγνητικό πεδίο \vec{B} στο σημείο A και οφείλεται σε ολόκληρο τον αγωγό, δηλαδή $\vec{B} = \Delta\vec{B}_1 + \Delta\vec{B}_2 + \Delta\vec{B}_3 + \dots$. Η σταθερά K_M εξαρτάται από το σύστημα μονάδων και απ' το μέσο που περιβάλλει τον αγωγό. Για το SI και για το κενό ή τον αέρα είναι:

$$K_M = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

Το μέγεθος μ_0 ονομάζεται **μαγνητική διαπερατότητα** του κενού και έχει τιμή:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

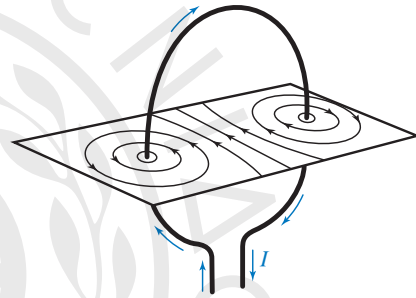
Άρα:
$$K_M = 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

Επομένως, ο Νόμος των Biot-Savart στο SI μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta l}{r^2} \sin \varphi.$$

11.2.2 Μαγνητικό πεδίο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού

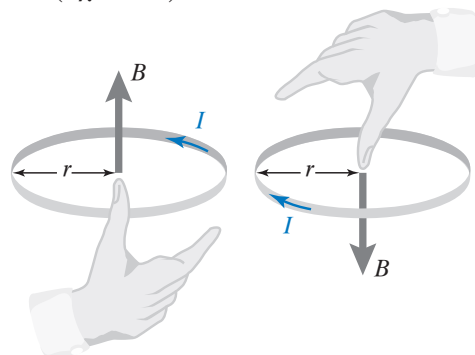
Κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ρεύμα I . Σε μία τομή στο σχήμα 11.14 φαίνονται οι μαγνητικές γραμμές του (μαγνητικού) πεδίου, που δημιουργεί ο αγωγός.



Σχ. 11.14

Μαγνητικό πεδίο κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού

Η φορά των δυναμικών γραμμών προσδιορίζεται απ' τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλίου. Τοποθετούμε τα δάκτυλα του δεξιού χεριού, έτσι ώστε να «αγκαλιάζουν» τον κυκλικό αγωγό δείχνοντας τη φορά του ρεύματος I που διαρρέει τον αγωγό. Τότε ο αντίχειρας, τεντωμένος, δείχνει τη φορά του πεδίου \vec{B} (σχ. 11.15).



Σχ. 11.15

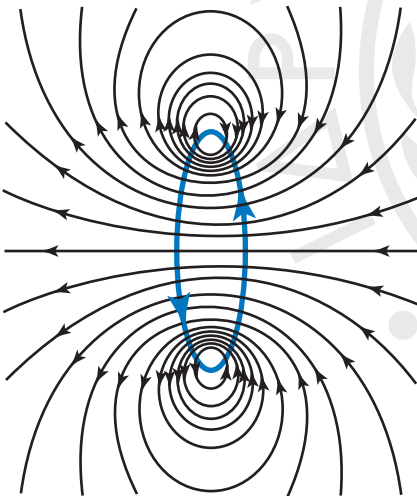
Προσδιορισμός της φοράς του \vec{B} με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλίου (ή του δεξιού χεριού)

Το μαγνητικό φάσμα του κυκλικού ρεύματος είναι ανάλογο με το μαγνητικό φάσμα μικρού ευθύγραμμου μαγνήτη (σχ. 11.16). Οι δυναμικές γραμμές βγαίνουν από τη μία όψη του επιπέδου του κύκλου (βόρειος μαγνητικός πόλος) και μπαίνουν απ' την άλλη όψη του επιπέδου (νότιος μαγνητικός πόλος). Άρα, το κυκλικό ηλεκτρικό ρεύμα αποτελεί ένα μαγνητικό δίπολο και είναι σαν να έχει δύο ετερόνυμους μαγνητικούς πόλους. Αποδεικνύεται ότι το \vec{B} στο κέντρο του κύκλου είναι κάθετο στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού, ανάλογο με το ρεύμα I και αντιστρόφως ανάλογο με την ακτίνα r του κύκλου. Δηλαδή:

$$B = K_M \frac{2 \pi I}{r}$$

Αν N σπείρες, που έχουν την ίδια ακτίνα r σχηματίζουν επίπεδο κυκλικό πλαίσιο που διαρρέεται από ρεύμα I , τότε η πυκνότητα μαγνητικής ροής στο κέντρο του κυκλικού πλαισίου είναι:

$$B = K_M \frac{2 \pi I}{r} N$$

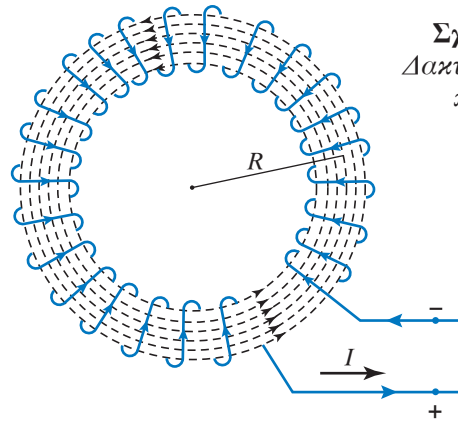


Σχ. 11.16
Το κυκλικό ρεύμα είναι μαγνητικό δίπολο

11.2.3 Μαγνητικό πεδίο δακτυλιοειδούς πηνίου

Πηνίο ονομάζεται ένα σύνολο (συνήθως) κυκλικών σπειρών της ίδιας επιφάνειας, σε στενή περιέλιξη.

Στο σχήμα 11.17 εικονίζεται ένα δακτυλιοειδές (ή κυκλικό) πηνίο. Αν η διάμετρος της κάθε κυκλικής σπείρας είναι πολύ μικρότερη απ' το κυκλικό μήκος του πηνίου, τότε είναι εύκολος ο υπολογισμός του συνολικού μαγνητικού πεδίου \vec{B} στο εσωτερικό του (στο εξωτερικό αποδεικνύεται ότι είναι μηδέν). Το \vec{B} ισούται με το διανυσματικό άθροισμα



Σχ. 11.17
Δακτυλιοειδές πηνίο

των μαγνητικών πεδίων των κυκλικών σπειρών. Το μέτρο του δίνεται από τον τύπο:

$$B = K_M \frac{2 \pi I}{R} N,$$

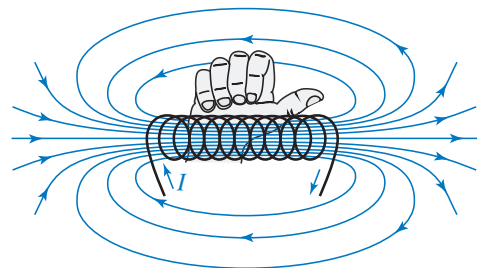
όπου N ο αριθμός των σπειρών.

Ως ακτίνα R παίρνουμε τη μέση τιμή της εσωτερικής (ελάχιστης) και εξωτερικής (μέγιστης) ακτίνας του δακτυλίου. Δηλαδή:

$$R = \frac{R_{\text{ΕΣΩΤ}} + R_{\text{ΕΞΩΤ}}}{2}.$$

11.2.4 Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου σωληνοειδούς

Η ευθεία που ορίζεται από τα κέντρα των σπειρών είναι ο άξονας του σωληνοειδούς. Αν το μήκος του σωληνοειδούς είναι πολύ μεγαλύτερο απ' τη διάμετρό του, τότε το πεδίο στο εσωτερικό (μακριά από τα άκρα) είναι ομογενές και οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλες και ισόπυκνες. Στο εξωτερικό το πεδίο είναι σχεδόν μηδέν. Για να συμβαίνουν αυτά πρέπει οι σπείρες να είναι πυκνές και όχι όπως είναι στο σχήμα 11.18, το οποίο απεικονίζει ένα ευθύγραμμο σωληνοειδές. Το \vec{B} έχει διεύθυνση παράλληλη στον άξονα του σωληνοειδούς και φορά που καθορίζεται απ'



Σχ. 11.18
Ευθύγραμμο σωληνοειδές

τον κανόνα του δεξιού χεριού. Σύμφωνα μ' αυτόν, τοποθετούμε τα δάκτυλα του δεξιού μας χεριού, έτσι ώστε να αγκαλιάσουν τις σπείρες του σωληνοειδούς και να δείχνουν τη φορά του ρεύματος I που τις διαρρέει. Τότε ο αντίχειρας, τεντωμένος, δείχνει τη φορά του \vec{B} .

Το μέτρο B του μαγνητικού πεδίου δίνεται από τη σχέση:

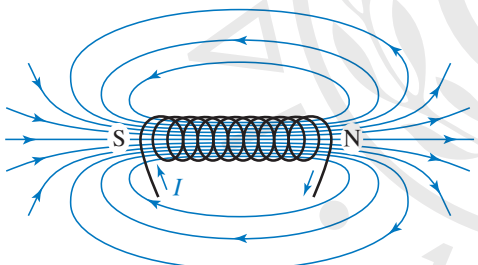
$$B = K_M 4\pi \frac{N}{\ell} I = \mu_0 \frac{N}{\ell} I,$$

όπου N το πλήθος των σπειρών, ℓ το μήκος του σωληνοειδούς και I το ρεύμα που το διαρρέει.

Το πηλίκο $N/\ell = n$ εκφράζει το πλήθος σπειρών ανά μονάδα μήκους του σωληνοειδούς, οπότε οι παραπάνω σχέσεις γράφονται ως εξής: $B = K_M 4\pi n I = \mu_0 n I$.

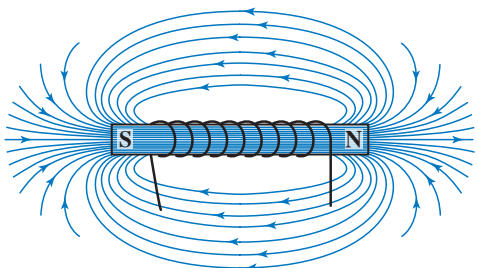
11.2.5 Μαγνητικό πεδίο ηλεκτρομαγνήτη

Στο εσωτερικό σωληνοειδούς που διαρρέεται από ρεύμα δημιουργείται ομογενές μαγνητικό πεδίο (σχ. 11.19). Εάν τοποθετήσουμε στο εσωτερικό του σωληνοειδούς ράβδο από μαλακό σίδηρο, η ράβδος γίνεται μαγνήτης που κάθε πόλος του συμπίπτει με τον ομώνυμο πόλο του σωληνοειδούς (σχ. 11.20). Το σύστημα που αποτελούν το σωληνοειδές



Σχ. 11.19

Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς χωρίς ράβδο μαλακού σιδήρου στο εσωτερικό του



Σχ. 11.20

Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς με ράβδο από μαλακό σίδηρο

και η ράβδος, ονομάζεται **ηλεκτρομαγνήτης** και ουσιαστικά πρόκειται για τεχνητό μαγνήτη που παρουσιάζει παροδική μαγνήτιση.

Η μαγνήτιση του μαλακού σιδήρου είναι προσωρινή και διαρκεί όσο χρόνο το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα. Αν μέσα στο σωληνοειδές τοποθετήσουμε ράβδο από χάλυβα, η ράβδος μεταβάλλεται σε μόνιμο μαγνήτη.

Όταν στο εσωτερικό του σωληνοειδούς υπάρχει αέρας, η τιμή του μαγνητικού πεδίου είναι B_0 . Αν τοποθετήσουμε στο εσωτερικό του σωληνοειδούς ράβδο από κάποιο υλικό, τότε το μαγνητικό πεδίο B μεταβάλλεται. Αν το υλικό είναι μαλακός σίδηρος, τότε η τιμή του νέου μαγνητικού πεδίου B είναι κατά πολύ μεγαλύτερη, έχουμε $B \gg B_0$. Η αύξηση αυτή σχετίζεται με τη λεγόμενη σχετική διαπερατότητα του μαλακού σιδήρου.

Ονομάζουμε **σχετική (μαγνητική) διαπερατότητα** ενός υλικού το πηλίκο:

$$\mu_r = B/B_0.$$

Ανάλογα με την τιμή του μ_r , τα υλικά διακρίνονται σε σιδηρομαγνητικά, παραμαγνητικά και διαμαγνητικά (πίν. 11.1).

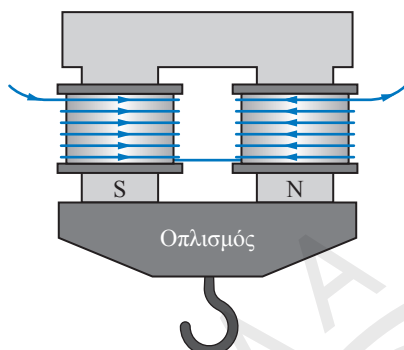
Πίνακας 11.1
Σχετικές διαπερατότητες

Σιδηρομαγνητικά	Παραμαγνητικά	Διαμαγνητικά
Fe, Ni, Co $\mu_r \gg 1$	Al, Cr, αέρας... $\mu_r > 1$	C, Cu, Bi, Hg, νερό κ.λπ.. $\mu_r < 1$

Η σχετική μαγνητική διαπερατότητα δείχνει πόσες φορές πολλαπλασιάστηκε η τιμή του μαγνητικού πεδίου λόγω της παρουσίας του υλικού και είναι καθαρός αριθμός. Η τοποθέτηση σιδηρομαγνητικών υλικών στο εσωτερικό μαγνητικού πεδίου συνεπάγεται τη μεγάλη αύξηση της τιμής του. Η τοποθέτηση παραμαγνητικών υλικών στο εσωτερικό μαγνητικού πεδίου συνεπάγεται τη σχετικά μικρή αύξηση της τιμής του. Η τοποθέτηση διαμαγνητικών υλικών στο εσωτερικό μαγνητικού πεδίου συνεπάγεται τη μείωση της τιμής του.

Εφαρμογές των ηλεκτρομαγνητών. Η παροδική μαγνήτιση του μαλακού σιδήρου με την επίδραση ηλεκτρικού ρεύματος έχει πολλές εφαρμογές, μερικές από τις οποίες είναι οι ακόλουθες:

1) **Ηλεκτρομαγνητικός γερανός.** Πρόκειται για ισχυρό πεταλοειδή μαγνήτη (σχ. 11.21) που έλκει με μεγάλη δύναμη τον από μαλακό σίδηρο οπλισμό του. Προκειμένου αποσπαστεί ο οπλισμός, απαιτείται μία δύναμη που ονομάζεται φέρουσα δύναμη του ηλεκτρομαγνήτη. Όταν πρέπει να ανυψωθούν σιδερένια αντικείμενα, τότε αυτά αποτελούν τον οπλισμό του ηλεκτρομαγνήτη.

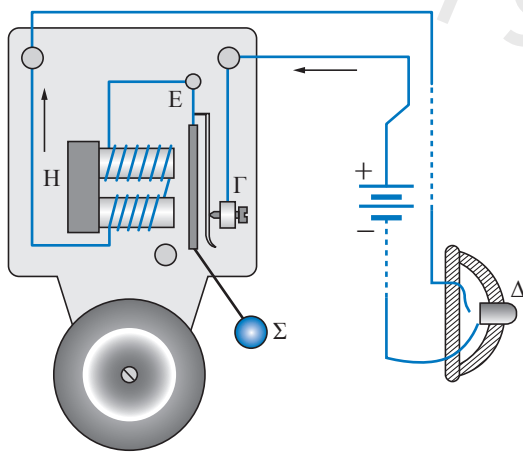


Σχ. 11.21

Πεταλοειδής ηλεκτρομαγνήτης

2) **Ηλεκτρομαγνήτης εργαστηρίου.** Στα εργαστήρια χρησιμοποιούνται ηλεκτρομαγνήτες που δημιουργούν ισχυρό ομογενές μαγνητικό πεδίο.

3) **Ηλεκτρικό κουδούνι.** Όταν πιέζουμε τον διακόπτη (Δ) κλείνει το ηλεκτρικό κύκλωμα (σχ. 11.22) οπότε ο ευκίνητος οπλισμός (Ο) του ηλεκτρομαγνήτη (Η) έλκεται, άρα διακόπτεται το κύκλωμα στο σημείο Γ, συνεπώς ο οπλισμός γυρίζει στη θέση του και το κύκλωμα κλείνει. Ακολούθως, ο οπλισμός έλκεται εκ νέου και η όλη διαδικασία

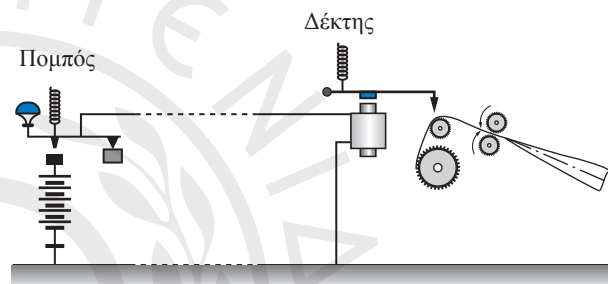


Σχ. 11.22

Ηλεκτρικό κουδούνι

επαναλαμβάνεται. Σε κάθε έλξη του οπλισμού, αντιστοιχεί ένα χτύπημα της σφαιρίας. Η αυτόματη διακοπή και αποκατάσταση του ρεύματος γίνεται πολλές φορές στη διάρκεια ενός δευτερολέπτου.

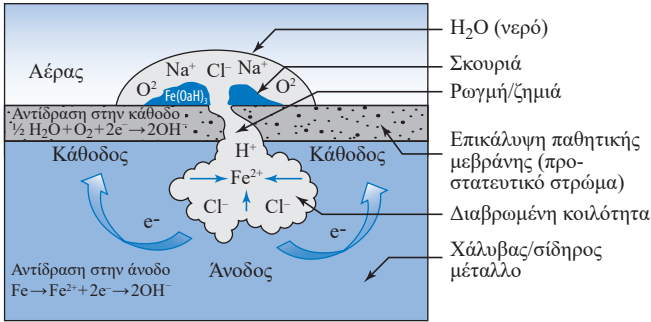
4) **Ηλεκτρικός τηλεγράφος.** Η λειτουργία του στηρίζεται στην εξής αρχή: Από τον πομπό αφήνεται να φύγουν ρεύματα μικρής (τελείες) ή μεγάλης διάρκειας (παύλες), τα οποία όταν φτάνουν στον δέκτη, που βρίσκεται μακριά από την περιοχή του πομπού, περνούν από ηλεκτρομαγνήτη εφοδιασμένο με πολύ ευκίνητο οπλισμό (σχ. 11.23). Όταν ο οπλισμός έλκεται, η μία άκρη του γράφει πάνω σε χάρτινη ταινία που ξετυλίγεται ομαλά, τελείες ή παύλες, ανάλογα με τη διάρκεια του ηλεκτρικού ρεύματος που πέρασε από τον ηλεκτρομαγνήτη.



Σχ. 11.23

Ηλεκτρικός τηλεγράφος

Εφαρμογή. Διάβρωση (pitting corrosion) χάλυβα. Η μικροδιάβρωση λαμβάνει χώρα όταν ο (ανοξειδωτός) χάλυβας εκτίθεται σε ουδέτερα ή όξινα περιβάλλοντα που περιέχουν χλωρίδια. Ιόντα από χλωριούχα διαλύματα συντελούν στην τοπική κατάρρευση του παθητικού στρώματος Cr_2O_3 . Μία ρωγμή στο στρώμα αυτό πυροδοτεί μια γαλβανική αντίδραση όπου η περιοχή του απροστάτευτου μετάλλου καθίσταται η άνοδος ενώ αυτή που την περιβάλλει (με το άθικτο στρώμα) η κάθοδος. Αυτή η δυσμενής αναλογία στις επιφάνειες άνοδου και καθόδου πυροδοτεί ραγδαία διάβρωση στην ευπαθή επιφάνεια του μετάλλου που αποτελεί την άνοδο. Όταν το μέταλλο διαβρώνεται, διαλυμένα μεταλλικά ιόντα δημιουργούν συνθήκες χαμηλού pH και τα χλωριούχα ιόντα μεταναστεύουν στο ευάλωτο σημείο ώστε να ισορροπήσουν το θετικό φορτίο των μεταλλικών ιόντων. Συνεπώς, επέρχεται επιδείνωση του περιβάλλοντος της απροστάτευτης περιοχής, αδυναμία λειτουργίας της παθητικοποίησης και διασπορά της διάβρωσης με γοργό ρυθμό (σχ. 11.24).



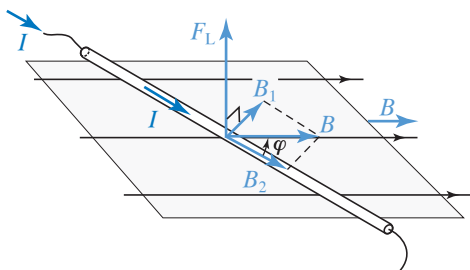
Σχ. 11.24
Διάβρωση χάλυβα

11.3 Νόμος Laplace. Επίδραση του μαγνητικού πεδίου πάνω σε κινούμενο φορτίο

11.3.1 Δύναμη Laplace

Όταν ένας ρευματοφόρος αγωγός βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, δέχεται δύναμη.

Έστω ότι έχουμε ευθύγραμμο αγωγό μήκους l , μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B , ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα I . Η γωνία μεταξύ της φοράς του ρεύματος και του πεδίου είναι φ (σχ. 11.25). Πάνω στον αγωγό ασκείται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη, που ονομάζεται, στη γαλλική βιβλιογραφία (κυρίως), **δύναμη Laplace** η οποία έχει τα εξής χαρακτηριστικά, σημείο εφαρμογής το μέσον του τμήματος του αγωγού, που βρίσκεται εντός του μαγνητικού πεδίου, διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται απ' τον αγωγό και τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών, φορά που καθορίζεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, φέρνουμε τα τρία δάκτυλα του δεξιού χεριού (αντίχειρας, δείκτης, μέσος) έτσι ώστε, ανά δύο, να είναι κάθετα μεταξύ τους και τα τοποθετούμε, ώστε ο αντίχειρας να δείχνει τη φορά του ρεύματος I που διαρρέει τον αγωγό και ο δείκτης τη φορά του πεδίου \vec{B} . Τότε ο μέσος δείχνει τη φορά της δύναμης Laplace \vec{F}_L .



Σχ. 11.25
Δύναμη Laplace σε ρευματοφόρο αγωγό

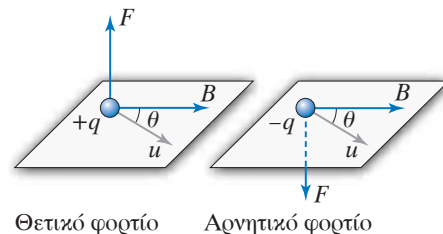
Επί πλέον της μεθόδου των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού, υπάρχει η μέθοδος της δεξιάς παλάμης για τον προσδιορισμό της φοράς της δύναμης Laplace. Σύμφωνα μ' αυτήν, τοποθετούμε ενωμένα και τεντωμένα τα τέσσερα δάκτυλα της παλάμης του δεξιού χεριού, ώστε να δείχνουν τη φορά του \vec{B} και ο αντίχειρας να δείχνει τεντωμένος τη φορά του ρεύματος I , που διαρρέει τον αγωγό. Τότε η φορά της δύναμης Laplace είναι απ' το εξωτερικό προς το εσωτερικό μέρος της παλάμης.

Το μέτρο F_L της δύναμης Laplace δίνεται από τη σχέση, $F_L = B I l \sin \varphi$.

Αν ο αγωγός σχηματίζει γωνία φ με το \vec{B} , μπορούμε να αναλύσουμε το πεδίο \vec{B} σε δύο συνιστώσες, στη B_1 που είναι κάθετη στον αγωγό και στη B_2 που είναι παράλληλη στον αγωγό (σχ. 11.25). Έτσι ο αγωγός είναι σαν να βρίσκεται μέσα σε δύο μαγνητικά πεδία. Εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου B_2 , ο αγωγός δεν δέχεται καμία δύναμη, διότι είναι παράλληλος στο \vec{B}_2 . Εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου B_1 , ο αγωγός δέχεται δύναμη Laplace μέτρου $F_L = B_1 I l$. Επειδή $B_1 = B \sin \varphi$, είναι $F_L = B I l \sin \varphi$.

Αν ο αγωγός δεν είναι ευθύγραμμος, τον χωρίζουμε σε στοιχειώδη τμήματα μήκους Δl , που το καθένα μπορεί να θεωρηθεί ευθύγραμμο, και υπολογίζουμε τη δύναμη, που ασκείται στο κάθε τμήμα ξεχωριστά. Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών είναι η δύναμη που δέχεται ο αγωγός.

Το πεδίο ασκεί σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο μαγνητική δύναμη μέτρου $F = q u B \sin \theta$, όπου θ η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του σωματιδίου με την κατεύθυνση του πεδίου (σχ. 11.26). Η δύναμη είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα και την κατεύθυνση του πεδίου. Η φορά της δύναμης προσδιορίζεται με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού. Ο αντίχειρας, ο δείκτης και ο μέσος σχηματίζουν τρισορθογώνιο σύστημα. Τοποθετούμε τον αντίχειρα στην κατεύθυνση της κίνησης του θετικού φορτίου και στην αντίθετη,



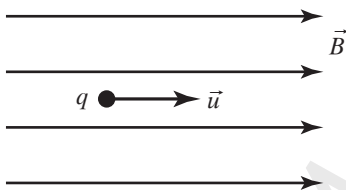
Σχ. 11.26
Μαγνητική δύναμη που ασκείται σε ηλεκτρικό φορτίο, το οποίο κινείται σε μαγνητικό πεδίο

αν πρόκειται για αρνητικό φορτίο. Ο δείκτης τοποθετείται στην κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Τότε ο μέσος δείχνει την κατεύθυνση της δύναμης.

11.3.2 Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο

1) Πρώτη περίπτωση

Η ταχύτητα του σωματιδίου είναι παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές. Η δύναμη που δέχεται είναι $F = q u B \sin \varphi = q u B 0 = 0$ (σχ. 11.27). Συνεπώς, το φορτίο δεν δέχεται δύναμη, με αποτέλεσμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα u .



Σχ. 11.27
Το φορτισμένο σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

2) Δεύτερη περίπτωση

Η ταχύτητα του σωματιδίου είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές (σχ. 11.28). Η δύναμη που δέχεται είναι:

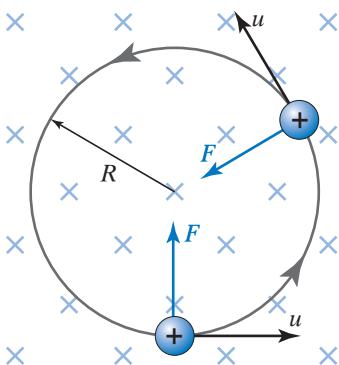
$$F = q u B \sin \varphi = q u B 1 = q u B.$$

Η F έχει διεύθυνση κάθετη στην ταχύτητα. Συνεπώς, είναι η κεντρομόλος δύναμη στην κίνηση του σωματιδίου, άρα:

$$|q| u B = \frac{m u^2}{r}, \text{ \textit{οπότε} } r = \frac{m u}{|q| B}.$$

Η περίοδος της περιφοράς του σωματιδίου προκύπτει απ' τη σχέση $u = \frac{2 \pi r}{T}$, όπου αντικαθιστώντας την ακτίνα βρίσκουμε:

$$T = \frac{2 \pi m}{B |q|}.$$

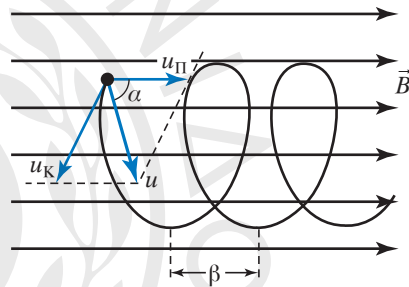


Σχ. 11.28
Φορτισμένο σωματίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η περίοδος περιφοράς δεν εξαρτάται από την ταχύτητα, ούτε από την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς, αλλά μόνο από το πηλίκο της μάζας προς την απόλυτη τιμή του φορτίου του σωματιδίου.

3) Τρίτη περίπτωση

Η ταχύτητα του φορτισμένου σωματιδίου είναι πλάγια προς τις δυναμικές γραμμές (σχ. 11.29). Αναλύουμε την ταχύτητα σε δύο συνιστώσες $u_{\Pi} = u \cos \alpha$, παράλληλη, και $u_{\kappa} = u \sin \alpha$, κάθετη στις δυναμικές γραμμές. Η μαγνητική δύναμη οφείλεται μόνο στη συνιστώσα u_{κ} . Λόγω της u_{κ} το φορτισμένο σωματίδιο δέχεται δύναμη που έχει μέτρο $F = q u_{\kappa} B$ και διεύθυνση κάθετη στην ταχύτητα u_{κ} και στο πεδίο \vec{B} . Αυτό σημαίνει ότι το σωματίδιο κατά τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $u_{\Pi} = u \cos \alpha$.



Σχ. 11.29
Το φορτισμένο σωματίδιο εκτελεί ελικοειδή κίνηση

Συγχρόνως το φορτισμένο σωματίδιο θα εκτελεί κυκλική κίνηση με γραμμική ταχύτητα u_{κ} και ακτίνα τροχιάς:

$$r = \frac{m u_{\kappa}}{|q| B}$$

κατά τη διεύθυνση που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές. Η κίνηση του φορτισμένου σωματιδίου που προκύπτει απ' τη σύνθεση των δύο επιμέρους κινήσεων, είναι ελικοειδής (σχ. 11.29).

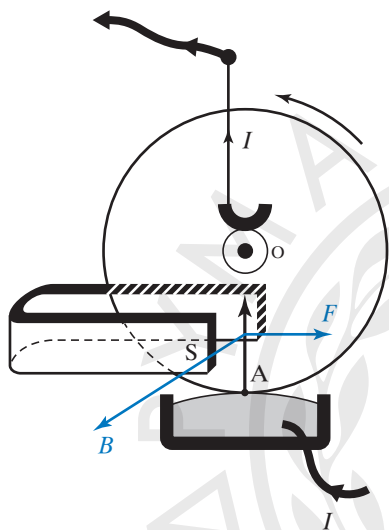
Το βήμα της έλικας β ισούται με τη σταθερή απόσταση που διανύει σε χρόνο μίας περιόδου το σωματίδιο στη διεύθυνση του πεδίου και δίνεται από τη σχέση:

$$\beta = u_{\Pi} T = u_{\Pi} \frac{2 \pi m}{B |q|}$$

11.3.3 Στοιχειώδης ηλεκτροκινητήρας

Χάλκινος κατακόρυφος δίσκος στρεπτός περι

οριζόντιο άξονα, έχει πάντοτε ένα μικρό τμήμα της περιφέρειάς του σε επαφή με επιφάνεια υδραργύρου, που βρίσκεται στο κάτω μέρος του (σχ. 11.30). Ο άξονας του δίσκου και ο υδράργυρος συνδέονται με τους πόλους γεννήτριας. Συνεπώς, κατά τη διεύθυνση της ακτίνας ΟΑ διέρχεται ηλεκτρικό ρεύμα. Ο δίσκος βρίσκεται στο εσωτερικό ομογενούς μαγνητικού πεδίου, του οποίου το \vec{B} είναι κάθετο στο επίπεδο του δίσκου. Ο δίσκος περιστρέφεται. Αυτό συμβαίνει διότι το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει την ακτίνα ΟΑ, είναι σαν να διαρρέει έναν ευθύγραμμο αγωγό.



Σχ. 11.30

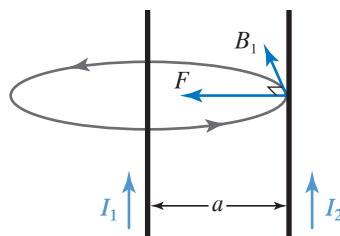
Αρχή του ηλεκτροκινητήρα

Άρα, πάνω στην ακτίνα και κάθετα σε αυτήν, ενεργεί μία μαγνητική δύναμη F , η οποία βρίσκεται πάνω στο επίπεδο του δίσκου και γι' αυτό προκαλεί την περιστροφή του.

Αν η φορά του ρεύματος αντιστραφεί ή αντιστραφεί η φορά του μαγνητικού πεδίου, τότε αντιστρέφεται και η φορά περιστροφής του δίσκου. Με βάση τα παραπάνω λειτουργούν οι ηλεκτροκινητήρες.

11.3.4 Παράλληλα ρεύματα

Όταν ένας ρευματοφόρος αγωγός βρίσκεται εντός μαγνητικού πεδίου, δέχεται από αυτό δύναμη. Αγωγός που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο. Από συνδυασμό των παραπάνω προκύπτει ότι αν δύο ρευματοφόροι αγωγοί τοποθετηθούν ο ένας κοντά στον άλλον, το μαγνητικό πεδίο του ενός θα ασκεί δύναμη στον άλλον. Οι παράλληλοι αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους του σχήματος 11.31 που απέχουν



Σχ. 11.31
Οι αγωγοί
έλκονται όταν
διαρρέονται από
ομόρροπα ρεύματα

απόσταση a , διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα I_1 και I_2 .

Ο αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα I_1 δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο B_1 . Σε απόσταση a , όπου βρίσκεται ο άλλος αγωγός, το μαγνητικό πεδίο είναι:

$$B_1 = K_M \frac{2I_1}{a}$$

Το διάνυσμα \vec{B} είναι κάθετο στον δεύτερο αγωγό. Ο δεύτερος αγωγός, σύμφωνα με τον Νόμο Laplace, σε τμήμα του μήκους ℓ δέχεται δύναμη $F_2 = B_1 I_2 \ell$, που μπορεί να γραφεί και ως:

$$F_2 = K_M \frac{2I_1}{a} I_2 \ell = 2 K_M \frac{I_1 I_2}{a} \ell$$

Επειδή $K_M = \mu_0/4\pi$, ο προηγούμενος τύπος γίνεται:

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a} \ell$$

Το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να εκφραστεί και ως δύναμη ανά μονάδα μήκους

$$\frac{F_2}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{a}$$

Από τον κανόνα των τριών δακτύλων προκύπτει ότι η φορά της δύναμης F_2 είναι προς τον πρώτο αγωγό. Ομοίως, προκύπτει ότι και ο πρώτος αγωγός δέχεται σε τμήμα του μήκους ℓ από τον δεύτερο δύναμη F_1 αντίθετη της F_2 . Από τα παραπάνω καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι παράλληλοι αγωγοί, όταν διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα, έλκονται. Όταν διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα, απωθούνται με δυνάμεις μέτρου:

$$F = 2 K_M \frac{I_1 I_2}{a} \ell$$

11.3.5 Ορισμός της θεμελιώδους μονάδας ampere

Στο SI η μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού ρεύματος είναι το 1 ampere (A), που αποτελεί θεμελιώδη μονάδα. Ορίζεται από την προηγούμενη εξίσωση αν θέσουμε $I = 1$ A και $a = \ell = 1$ m, οπότε βρίσκουμε ότι $F = 2 \cdot 10^{-7}$ N. Με τον τρόπο αυτό, προκύπτει ο

ακόλουθος ορισμός: *1A είναι το ρεύμα που όταν διαρρέει δύο λεπτούς παράλληλους ευθύγραμμους και με άπειρο μήκος αγωγούς, οι οποίοι βρίσκονται στο κενό και απέχουν μεταξύ τους 1m, αναπτύσσει μεταξύ αυτών των αγωγών ηλεκτρομαγνητική δύναμη ίση με $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ ανά μέτρο μήκους.*

11.4 Μονάδα μέτρησης του πεδίου B

Προκειμένου να ορισθεί η ένταση βαρυτικού πεδίου δυνάμεων, χρησιμοποιήθηκε ως κατάλληλο υπόθεμα η μάζα. Για τον ορισμό της έντασης ηλεκτρικού πεδίου χρησιμοποιήθηκε ως κατάλληλο υπόθεμα το ηλεκτρικό φορτίο. Στον μαγνητισμό, προκειμένου να ορισθεί το αντίστοιχο μέγεθος που είναι το \vec{B} και λέγεται *πυκνότητα μαγνητικής ροής* ή *μαγνητική επαγωγή* ή (μαγνητικό) *πεδίο B*, χρησιμοποιήθηκε ως κατάλληλο υπόθεμα η ποσότητα μαγνητισμού. Σήμερα αυτό έχει αλλάξει και ως κατάλληλο υπόθεμα θεωρείται το κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο.

Ο ορισμός του μέτρου του μαγνητικού πεδίου B προκύπτει από τον τύπο του νόμου του Laplace. Από τη σχέση $F_L = B I \ell \sin \varphi$, προκύπτει ότι αν ο αγωγός είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, δηλαδή αν $\varphi = 90^\circ$, τότε ισχύει ότι $F_L = B I \ell$. Με τη βοήθεια της σχέσης αυτής δίνουμε τον ακόλουθο ορισμό για το μαγνητικό πεδίο B :

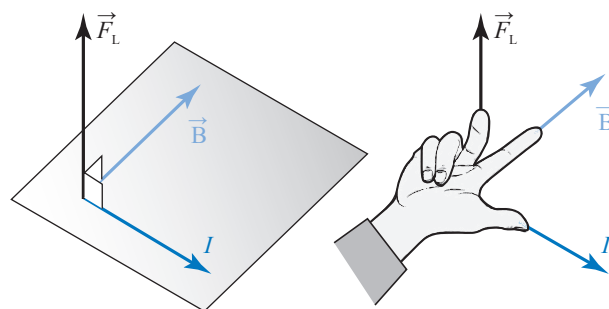
Πεδίο B ή μαγνητική επαγωγή ή πυκνότητα μαγνητικής ροής, ονομάζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που έχει:

1) Μέτρο ίσο με το πηλίκο του μέτρου F_L της δύναμης Laplace, που δέχεται ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός, κάθετος στις δυναμικές γραμμές του (ομογενούς) μαγνητικού πεδίου, προς το γινόμενο $I \ell$, όπου I το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό και ℓ το μήκος του αγωγού που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Δηλαδή είναι:

$$B = F_L / I \ell$$

2) Διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο, που ορίζεται από τη διεύθυνση της δύναμης Laplace και τον αγωγό.

3) Φορά που καθορίζεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού. Σύμφωνα μ' αυτόν, τεντώνουμε τον αντίχειρα, τον δείκτη και τον μέσο του δεξιού μας χεριού με τέτοιο τρόπο, ώστε να σχηματίζουν τρισορθογώνιο σύστημα. Αν ο αντίχειρας αντιστοιχεί στη φορά του ρεύματος και ο μέσος στη φορά της δύναμης Laplace, τότε ο δείκτης δείχνει τη φορά της του \vec{B} (σχ. 11.32).



Σχ. 11.32

Κανόνας του δεξιού χεριού

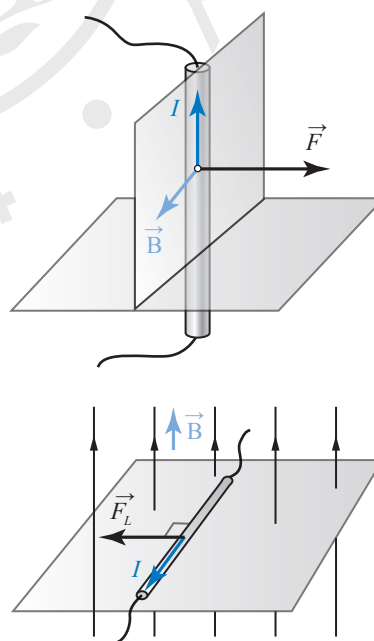
Από τη σχέση $B = F_L / I \ell$ ορίζεται η μονάδα μέτρησης του B στο SI, που είναι το 1 tesla (1 T) ως εξής:

Ένα tesla (1 T) είναι η τιμή ομογενούς μαγνητικού πεδίου B που ασκεί δύναμη Laplace 1 N σε τμήμα αγωγού μήκους 1m όταν αυτό διαρρέεται από ρεύμα 1A και βρίσκεται μέσα στο πεδίο τέμνοντάς κάθετα τις μαγνητικές γραμμές του (σχ. 11.33). Δηλαδή είναι:

$$1 \text{ T} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

11.5 Μαγνητική ροή

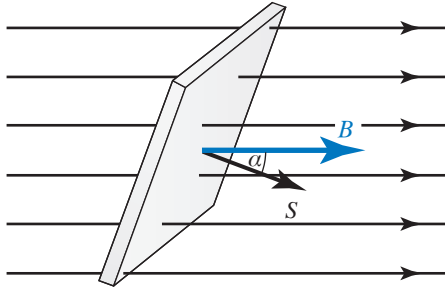
Η μαγνητική ροή είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος και συμβολίζεται με το γράμμα Φ . Σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με τιμή B , τοποθετούμε επίπεδη



Σχ. 11.33

Οι αγωγοί είναι κάθετοι στις δυναμικές γραμμές

προσανατολισμένη επιφάνεια εμβαδού S . Το διάνυσμα \vec{S} είναι κάθετο στην επιφάνεια και έχει μέτρο ίσο με το εμβαδόν της. Ορίζεται ως μαγνητική ροή, που διέρχεται απ' την επιφάνεια το μέγεθος $\Phi = BS \cos \alpha$ (σχ. 11.34).

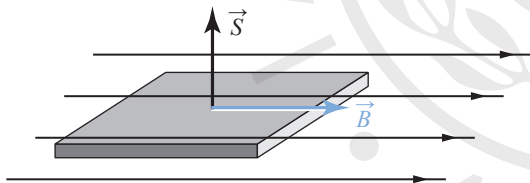


Σχ. 11.34

Μαγνητική ροή που διέρχεται από επιφάνεια \vec{S}

Αν η διεύθυνση του διανύσματος \vec{S} είναι ίδια με του \vec{B} , η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές. Στην περίπτωση αυτή η μαγνητική ροή γίνεται μέγιστη κατά μέτρο αφού $\Phi = \pm BS$.

Αν η διεύθυνση του διανύσματος \vec{S} είναι κάθετη στο \vec{B} , η επιφάνεια είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές. Στην περίπτωση αυτή η μαγνητική ροή είναι ίση με το μηδέν και καμμία δυναμική γραμμή δεν διαπερνά την επιφάνεια (σχ. 11.35).

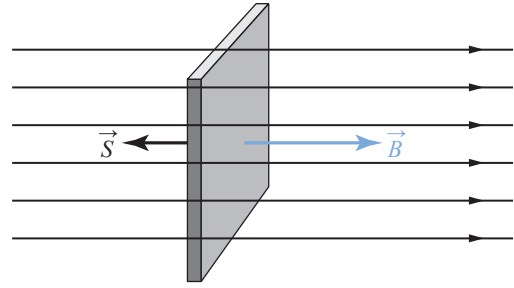


Σχ. 11.35

$$\Phi = 0$$

Όταν $0 \leq \alpha < 90^\circ$, η μαγνητική ροή Φ είναι θετική. Όταν $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, τότε η μαγνητική ροή Φ είναι αρνητική. Όταν $\alpha = 180^\circ$ τότε $\Phi = B \cdot S \cos 180^\circ = -B \cdot S$ (σχ. 11.36).

Αν η επιφάνεια δεν είναι επίπεδη ή το μαγνητικό πεδίο δεν είναι ομογενές ή συμβαίνουν και τα δύο, για να υπολογίσουμε τη μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια, χωρίζουμε την επιφάνεια σε στοιχειώδη εμβαδά, που μπορούν να θεωρηθούν επίπεδα. Το μαγνητικό πεδίο στην περιοχή του κάθε στοιχειώδους εμβαδού θεωρείται ομογενές. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη μαγνητική ροή που διέρχεται από την κάθε στοιχειώδη επιφάνεια και το

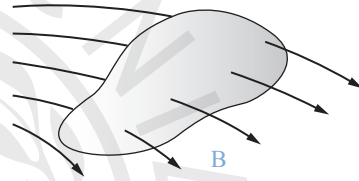


Σχ. 11.36

$$\Phi = -B \cdot S$$

άθροισμα όλων των επιμέρους ροών ισούται με την ολική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια.

Η ολική ροή που διέρχεται από κλειστή επιφάνεια τοποθετημένη μέσα σε μαγνητικό πεδίο ισούται με μηδέν (σχ. 11.37).



Σχ. 11.37

Για κάθε κλειστή επιφάνεια είναι $\Phi = 0$

Όσες δυναμικές γραμμές εισέρχονται στην επιφάνεια, τόσες και εξέρχονται απ' αυτήν. Το παραπάνω αποτελεί τον Νόμο του Gauss για τον μαγνητισμό. Η φυσική του σημασία είναι ότι δεν υπάρχουν μονόπολα, πηγές μαγνητικού πεδίου, όπως υπάρχουν θετικά και αρνητικά φορτία στο ηλεκτρικό πεδίο.

Μονάδα μέτρησης της μαγνητικής ροής είναι το 1 weber (1 Wb). Από τη σχέση $\Phi = BS$ προκύπτει ότι 1 Wb είναι η μαγνητική ροή που διέρχεται από επιφάνεια εμβαδού 1 m^2 , όταν τοποθετηθεί κάθετα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο 1 T. Δηλαδή $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$.

11.6 Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

Από τα πειράματα του Oersted προέκυψε ότι το ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο. Τότε τέθηκε το ερώτημα αν μπορεί να συμβεί και το αντίστροφο. Δηλαδή αν το μαγνητικό πεδίο μπορεί να δημιουργήσει ηλεκτρικό ρεύμα. Με την ιδέα αυτή ασχολήθηκαν, ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλον, οι Michael Faraday και Joseph Henry.

Το φαινόμενο της δημιουργίας ηλεκτρικού ρεύ-

ματος απ' το μαγνητικό πεδίο ονομάζεται **ηλεκτρομαγνητική επαγωγή**.

Ένα από τα πειράματα που έκανε ο Faraday μελετώντας το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής είναι τα παρακάτω: Έστω κύκλωμα που περιλαμβάνει πηνίο (σωληνοειδές) συνδεδεμένο με γαλβανόμετρο G , που μπορεί να μετρά πολύ μικρά ρεύματα. Δίπλα στο πηνίο και πάνω στον άξονά του υπάρχει ραβδόμορφος μαγνήτης. Αν ο μαγνήτης και το πηνίο είναι ακίνητα, η ένδειξη του γαλβανομέτρου είναι μηδενική (σχ. 11.38).

Αν ο μαγνήτης κινείται προς το ακίνητο πηνίο, ο δείκτης του γαλβανομέτρου αποκλίνει δείχνοντας μία ένδειξη, άρα το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα (σχ. 11.39). Όσο διαρκεί η κίνηση του μαγνήτη, το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα, το οποίο οφείλεται στη δημιουργία ηλεκτροεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) από επαγωγή.

Αν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το πηνίο, ο δείκτης του γαλβανόμετρου αποκλίνει προς την αντίθετη κατεύθυνση, άρα το ρεύμα έχει αποκτήσει αντίθετη φορά (σχ. 11.40).

Εάν κρατάμε ακίνητο τον μαγνήτη και μετακινούμε το πηνίο, το γαλβανόμετρο δείχνει πάλι ένδειξη (σχ. 11.41).

Αν μετακινούμε τον μαγνήτη και το πηνίο προς την ίδια κατεύθυνση με την ίδια ταχύτητα, η ένδειξη του οργάνου είναι μηδενική.

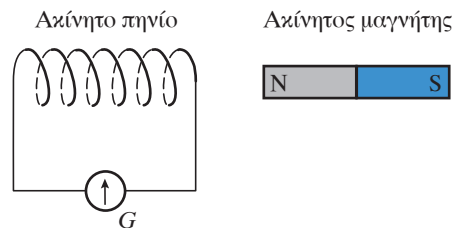
Εμφάνιση ΗΕΔ υπάρχει και όταν αντί για μαγνήτη χρησιμοποιήσουμε ένα δεύτερο πηνίο που διαρρέεται από ρεύμα και ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία, όπως με τον μαγνήτη. Η μετακίνηση ενός πηνίου σε σχέση με το άλλο δημιουργεί επαγωγικό ρεύμα στο κύκλωμα του άλλου πηνίου.

Αν στο αρχικό κύκλωμα προσθέσουμε πηγή συνεχούς ρεύματος και ροοστάτη, ώστε να μεταβάλλεται το ρεύμα που διαρρέει το αντίστοιχο πηνίο, τότε στα άκρα του άλλου πηνίου εμφανίζεται επαγωγική τάση για όσο χρόνο διαρκεί η μεταβολή του ρεύματος.

Από τα παραπάνω πειράματα και τις παρατηρήσεις που προέκυψαν, καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα:

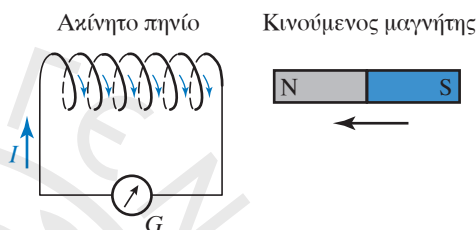
1) Επειδή το πηνίο βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη, διέρχονται από τις σπείρες του δυναμικές γραμμές, άρα υπάρχει μαγνητική ροή.

2) Όταν ο μαγνήτης είναι ακίνητος, το μαγνητικό πεδίο μέσα στο οποίο βρίσκεται το επίσης ακίνητο πηνίο, είναι χρονικά σταθερό. Η μαγνητική ροή που διέρχεται απ' τις σπείρες του πηνίου είναι χρονικά



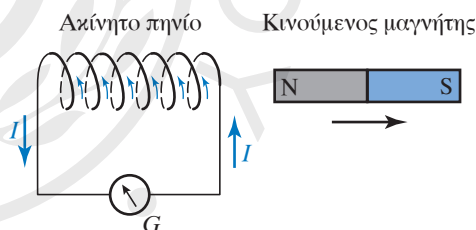
Σχ. 11.38

Όταν ο μαγνήτης και το πηνίο είναι ακίνητα, η ένδειξη του οργάνου είναι μηδενική



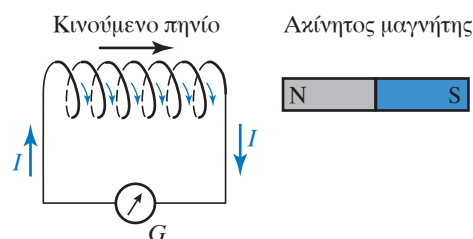
Σχ. 11.39

Όταν ο μαγνήτης πλησιάζει το πηνίο, η ένδειξη του οργάνου είναι μη μηδενική



Σχ. 11.40

Η ένδειξη του οργάνου είναι μη μηδενική, όταν το πηνίο πλησιάζει τον μαγνήτη



Σχ. 11.41

Η ένδειξη του οργάνου είναι μη μηδενική, όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το πηνίο

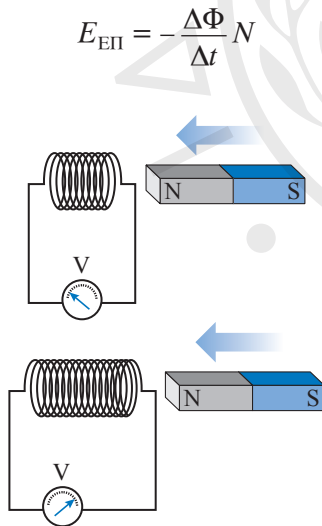
σταθερή. Σ' αυτήν την περίπτωση δεν αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή στο πηνίο.

3) Όταν ο μαγνήτης κινείται σε σχέση με το πηνίο (πλησιάζει ή απομακρύνεται), το μαγνητικό πεδίο μέσα στο οποίο βρίσκεται το πηνίο μεταβάλλεται με τον χρόνο. Το ίδιο συμβαίνει και με τη μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του. Σ' αυτήν την περίπτωση στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή.

4) Ανάλογα ισχύουν αν ο μαγνήτης αντικατασταθεί απ' πηνίο, του οποίου μπορούμε να μεταβάλλουμε και το ρεύμα.

5) Όταν η μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου είναι ταχύτερη, η ΗΕΔ έχει μεγαλύτερη τιμή. Η τιμή της επαγωγικής ΗΕΔ είναι ανάλογη με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής $d\Phi/dt$, που διέρχεται από το πηνίο.

Ο Νόμος της επαγωγής ή Νόμος του Faraday διατυπώνεται ως εξής: Η ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ}$ από επαγωγή που αναπτύσσεται σε πηνίο είναι ανάλογη με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής, που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου και με τον αριθμό N των σπειρών (σχ. 11.42). Δηλαδή:



Σχ. 11.42

Στο πηνίο με τις περισσότερες σπείρες αναπτύσσεται μεγαλύτερη ΗΕΔ

Το αρνητικό πρόσημο σχετίζεται με τον Νόμο του Lenz που θα δούμε παρακάτω. Στο SI μονάδα μέτρησης της ΗΕΔ από επαγωγή είναι, όπως συμβαίνει για κάθε είδους ΗΕΔ, το $1\text{ V} = 1\text{ Wb/s}$.

Ο Νόμος της επαγωγής μπορεί να δώσει ως

ορισμό της μονάδας μέτρησης της μαγνητικής ροής (που είναι το 1 Wb) τον εξής: 1 Wb είναι η μαγνητική ροή που όταν διέρχεται από μία σπείρα και μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό 1 Wb/s αναπτύσσει ΗΕΔ εξ επαγωγής ίση με 1 V . Δηλαδή $1\text{ Wb} = 1\text{ V}\times\text{s}$.

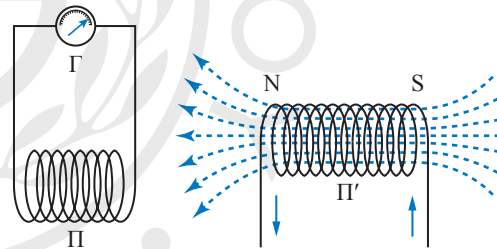
Ο Νόμος του Faraday διατυπώνεται ως εξής: Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται σε κύκλωμα είναι ίση με τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής, που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει το κύκλωμα. Δηλαδή:

$$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$$

11.6.1 Επαγωγικό ρεύμα

Έστω ότι το (κλειστό) κύκλωμα που βρίσκεται μέσα στο μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο έχει συνολική αντίσταση R (σχ. 11.43), τότε σύμφωνα με τον Νόμο του Ohm θα διαρρέεται από ρεύμα I και θα ισχύει:

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R} = \frac{|\Delta\Phi|}{R\Delta t}$$



Σχ. 11.43

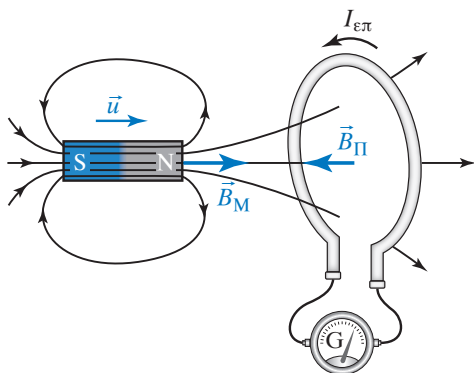
Η μεταβολή της μαγνητικής ροής του πηνίου, προκαλεί ρεύμα που διαρρέει το αριστερό κύκλωμα

11.6.2 Κανόνας του Lenz

Ο H. F. Lenz διετύπωσε έναν κανόνα που δίνει τη φορά του ρεύματος (και κατά συνέπεια και της ΗΕΔ) από επαγωγή. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά, ώστε το αποτέλεσμά του (μαγνητικό πεδίο) να αντιστέκεται στο αίτιο που το προκάλεσε. Αυτό είναι συνέπεια της Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας και ερμηνεύει το πρόσημο μείον στον Νόμο του Faraday.

Έστω κυκλικό πλαίσιο μίας σπείρας με το επίπεδό του κάθετο στη διεύθυνση ραβδόμορφου μαγνήτη (σχ. 11.44). Όταν ο μαγνήτης πλησιάζει στο

πλαίσιο, αυξάνεται η μαγνητική ροή B_M , που διέρχεται απ' το πλαίσιο.

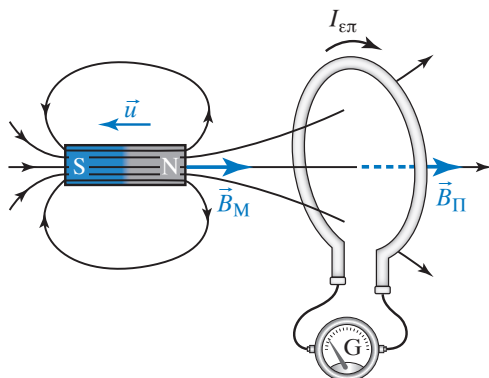


Σχ. 11.44

Δημιουργία επαγωγικού ρεύματος στο πλαίσιο, όταν ο μαγνήτης πλησιάζει

Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής $\Delta\Phi/\Delta t$ προκαλεί εμφάνιση ΗΕΔ από επαγωγή στο πλαίσιο. Αυτό διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα $I_{\text{ΕΠ}}$, που με τη σειρά του δημιουργεί μαγνητικό πεδίο $B_{\text{Π}}$. Η φορά του ρεύματος σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz είναι τέτοια, ώστε να αντιστέκεται στο αίτιο που το προκάλεσε. Δηλαδή, δημιουργεί έναν βόρειο πόλο που απωθεί το βόρειο πόλο του μαγνήτη. Ο μαγνήτης, λόγω του μαγνητικού πεδίου του αγωγού, δέχεται δύναμη αντίρροπη της κίνησής του.

Όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το πλαίσιο, μειώνεται η ροή που δημιουργεί στο πλαίσιο. Άρα, στο πλαίσιο δημιουργείται ΗΕΔ από επαγωγή και διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα (σχ. 11.45) με τέτοια φορά, ώστε να αντιστέκεται στο αίτιο που το προκαλεί. Δηλαδή δημιουργεί δικό του μαγνητικό πεδίο $B_{\text{Π}}$, ώστε να έλκει τον μαγνήτη και να προ-



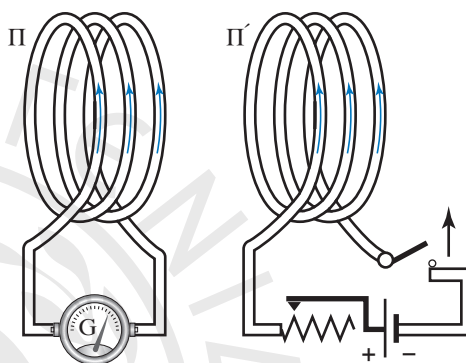
Σχ. 11.45

Δημιουργία επαγωγικού ρεύματος στο πλαίσιο, όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται

σπαθεί να διατηρήσει σταθερή τη συνολική μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο.

Σύμφωνα με το κανόνα του Lenz, όταν κλείνουμε το κύκλωμα του πηνίου $\text{Π}'$ (σχ. 11.46) ή αυξάνουμε το ρεύμα I , που διαρρέει αυτό το κύκλωμα, στο γειτονικό κύκλωμα του πηνίου Π παράγεται επαγωγικό ρεύμα αντίρροπο με το ρεύμα του πηνίου $\text{Π}'$.

Αντιθέτως, όταν ανοίγουμε το κύκλωμα του πηνίου $\text{Π}'$ ή μειώνουμε το ρεύμα I , που διαρρέει το κύκλωμα, στο κύκλωμα του πηνίου Π παράγεται επαγωγικό ρεύμα ομόρροπο με το ρεύμα του πηνίου $\text{Π}'$.



Σχ. 11.46

Η μεταβολή του ρεύματος στο πηνίο $\text{Π}'$ προκαλεί ρεύμα με επαγωγή στο πηνίο Π

Στην περίπτωση του σχήματος 11.41, για να υπερνικηθεί η έλξη που δέχεται ο μαγνήτης απ' το πηνίο και να μπορεί να απομακρύνεται με σταθερή ταχύτητα, δαπανάται ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμοδυναμική ενέργεια στους αγωγούς. Αν το πηνίο διαρρεόταν από ρεύμα αντίθετης φοράς, απέναντι από το βόρειο πόλο του μαγνήτη, θα δημιουργούσε βόρειο πόλο που θα ασκούσε απωστική δύναμη στον μαγνήτη, με αποτέλεσμα να μην απαιτείται καμμία προσπάθεια για να απομακρυνθεί. Έτσι, θα παραγόταν ηλεκτρική ενέργεια στο πηνίο εξαιτίας της επαγωγής, χωρίς να έχει δαπανηθεί καθόλου ενέργεια. Όμως, η παραγωγή ενέργειας από το μηδέν αντίκειται στην Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας. Συνεπώς, ο κανόνας του Lenz είναι αποτέλεσμα της Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας.

11.6.3 Ηλεκτρικό φορτίο που αναπτύσσεται από επαγωγή

Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει κύκλωμα επί χρόνο Δt μεταφέρει ηλεκτρικό φορτίο Q . Το φορτίο αυτό, που αναπτύχθηκε στο κύκλωμα εξαιτίας της

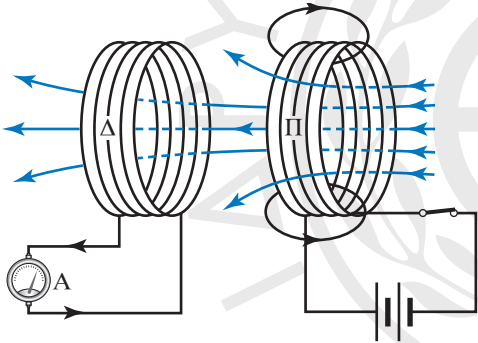
επαγωγής, ισούται με:

$$Q = I \Delta t = \frac{|\Delta\Phi|}{R \Delta t} \Delta t = \frac{|\Delta\Phi|}{R}$$

Δηλαδή, το ηλεκτρικό φορτίο που αναπτύσσεται κατά μία ορισμένη μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι ανεξάρτητο απ' τον χρόνο που διαρκεί αυτή η μεταβολή (Νόμος του Neumann).

11.6.4 Το φαινόμενο της αμοιβαίας επαγωγής

Έστω δύο γειτονικά κυκλώματα (σχ. 11.47). Το κύκλωμα του πηνίου Π διαρρέεται από ρεύμα I . Αν στο πηνίο Π (πρωτεύον) μεταβάλλεται το ρεύμα με κάποιον ρυθμό ως προς τον χρόνο, θα μεταβάλλεται στο πηνίο Δ (δευτερεύον) η μαγνητική ροή με κάποιον ρυθμό. Συνεπώς, στο κύκλωμα του πηνίου Δ θα αναπτύσσεται ΗΕΔ $E_{\text{ΕΠ}}$. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **αμοιβαία επαγωγή**. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι μεταξύ των δύο πηνίων (Π, Δ) υπάρχει επαγωγική σύζευξη.



Σχ. 11.47
Αμοιβαία επαγωγή

Η μεταβολή $\Delta\Phi$ της μαγνητικής ροής στο πηνίο Δ είναι ανάλογη με τη μεταβολή ΔI του ρεύματος στο πηνίο Π. Δηλαδή ισχύει η σχέση $\Delta\Phi = M \Delta I$, όπου M ένας συντελεστής αναλογίας, που ονομάζεται **συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής** των δύο κυκλωμάτων και εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά (σχήμα) και τη σχετική θέση των δύο κυκλωμάτων και απ' τη σχετική μαγνητική διαπερατότητα του περιβάλλοντος. Ο συντελεστής M μετριέται με τη μονάδα 1H (henry, χένρυ). Στο πηνίο Δ αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη επαγωγής που ισούται με:

$$E_{\text{ΕΠ}} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Από τη σχέση αυτή και την προηγούμενη, προκύπτει ότι:

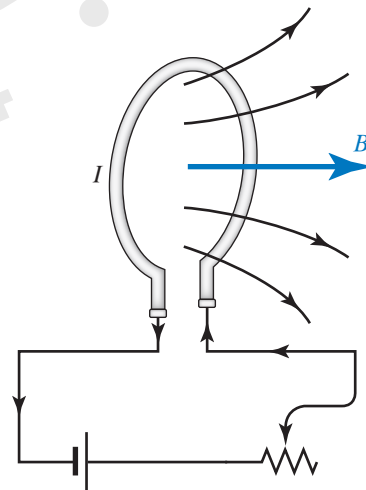
$$E_{\text{ΕΠ}} = - M \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Το αρνητικό πρόσημο δικαιολογείται από τον κανόνα του Lenz. Εφαρμογή της αμοιβαίας επαγωγής έχουμε στους μετασχηματιστές, όπου η τάση που εφαρμόζεται στο ένα πηνίο (πρωτεύον) μετασχηματίζεται σε τάση διαφορετικού πλάτους στο δεύτερο πηνίο (δευτερεύον).

11.6.5 Το φαινόμενο της αυτεπαγωγής

Έστω κυκλικός αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα I (σχ. 11.48). Γύρω από τον αγωγό δημιουργείται μαγνητικό πεδίο, στο οποίο οφείλεται η μαγνητική ροή Φ , που διέρχεται από την επιφάνεια του ίδιου του αγωγού. Αν σε χρόνο Δt μεταβληθεί το ρεύμα κατά ΔI , μεταβάλλεται το \vec{B} , συνεπώς μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια του αγωγού κατά $\Delta\Phi$. Άρα, μέσα στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη επαγωγής. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται **αυτεπαγωγή**.

Δηλαδή, αυτεπαγωγή είναι το φαινόμενο κατά το οποίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη σε κύκλωμα, όταν μεταβάλλεται το ρεύμα, που διαρρέει το ίδιο το κύκλωμα. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται ονομάζεται **ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή** $E_{\text{ΑΥΤ}}$. Γνωρίζουμε από τον κανόνα του Lenz πως όταν αυξάνεται η τιμή του ρεύματος, το ρεύμα αυτεπαγωγής είναι αντίρροπο με το κύριο ρεύμα και προσπαθεί να εμποδίσει την αύξηση του



Σχ. 11.48

Η μεταβολή του ρεύματος I προκαλεί μεταβολή της μαγνητικής επαγωγής B και έτσι δημιουργείται μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τη σπειρα

κύριου ρεύματος. Όταν μειώνεται η τιμή του ρεύματος, το ρεύμα αυτεπαγωγής είναι ομόρροπο με το κύριο ρεύμα και προσπαθεί να εμποδίσει την μείωση του κύριου ρεύματος.

Η μεταβολή $\Delta\Phi$ της μαγνητικής ροής που διέρχεται απ' την επιφάνεια αγωγού είναι ανάλογη με την μεταβολή ΔI του ρεύματος. Συνεπώς ισχύει ότι $\Delta\Phi = L \Delta I$, όπου L ένας συντελεστής αναλογίας που ονομάζεται **συντελεστής αυτεπαγωγής του αγωγού** και εξαρτάται από το σχήμα του αγωγού και τη σχετική μαγνητική διαπερατότητα του περιβάλλοντος. Στο κύκλωμα του αγωγού αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη

$$E_{\text{ΑΥΤ}} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Το αρνητικό πρόσημο προκύπτει από τον κανόνα του Lenz.

11.6.6 Μονάδα μέτρησης του συντελεστή αυτεπαγωγής.

Η μονάδα μέτρησης του συντελεστή αυτεπαγωγής ονομάζεται henry (1H) και ορίζεται από την εξίσωση:

$$L = \frac{E_{\text{ΑΥΤ}} \Delta t}{\Delta I}$$

Συνεπώς: $1 \text{ H} = \frac{1\text{V} \cdot 1\text{s}}{1\text{A}}$

Το 1 H είναι ο συντελεστής αυτεπαγωγής αγωγού, στον οποίο αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη αυτεπαγωγής ίση με 1 V, όταν η ταχύτητα μεταβολής του ρεύματος είναι 1 A/s. Στην πράξη χρησιμοποιούνται συνήθως υποπολλαπλάσια της μονάδας henry:

1 millihenry: $1 \text{ mH} = 10^{-3} \text{ H}$ και 1 microhenry: $1 \mu\text{H} = 10^{-6} \text{ H}$. Με την μονάδα henry μετριέται και ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής M .

11.6.7 Συντελεστής αυτεπαγωγής πηνίου

Έστω πηνίο μεγάλου μήκους ℓ που αποτελείται από N σπείρες, εμβαδού S η κάθε μία. Αποδεικνύεται ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής L_0 του πηνίου δίνεται από τη σχέση:

$$L_0 = \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$$

Αν το πηνίο έχει πυρήνα από μαλακό σίδηρο σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας μ_r , ο συντελεστής αυτεπαγωγής είναι:

$$L = \mu_r L_0 = \mu_r \mu_0 \frac{N^2 S}{\ell}$$

Το φαινόμενο της αυτεπαγωγής είναι ιδιαίτερα έντονο στην περίπτωση πηνίου, διότι έχει πολλές σπείρες και η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι μεγάλη. Αν το πηνίο έχει πυρήνα μαλακού σιδήρου, η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι ακόμη μεγαλύτερη.

Αποδεικνύεται ότι ένα πηνίο που διαρρέεται από ρεύμα I έχει αποθηκευμένη ενέργεια:

$$U = 1/2 L I^2$$

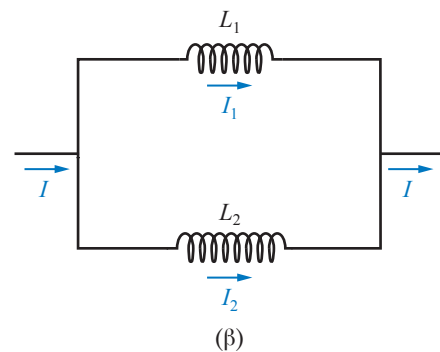
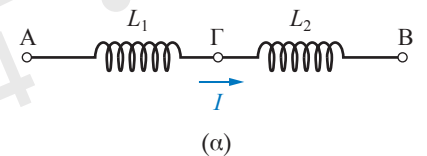
- Σύνδεση αυτεπαγωγών (πηνίων) σε σειρά και παράλληλα.

Θεωρούμε ότι δεν υπάρχει μεταξύ των πηνίων σύζευξη, δηλαδή μαγνητική επίδραση του ενός στα άλλα. Η ολική αυτεπαγωγή $L_{\text{ΟΛ}}$ δύο ή περισσότερων πηνίων που συνδέονται σε σειρά [σχ. 11.49(α)] δίνεται αντίστοιχα από τις σχέσεις $L_{\text{ΟΛ}} = L_1 + L_2$ και $L_{\text{ΟΛ}} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$, ενώ αν τα πηνία συνδεθούν παράλληλα [σχ. 11.49(β)] δίνεται από τις σχέσεις:

$$\frac{1}{L_{\text{ΟΛ}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \Leftrightarrow L_{\text{ΟΛ}} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} \text{ και}$$

$$\frac{1}{L_{\text{ΟΛ}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

Μη επαγωγικά πηνία. Ορισμένες φορές (π.χ. κατασκευή προτύπων αντιστάσεων για ηλεκτρικές μετρήσεις) χρειάζεται να κατασκευασθεί πηνίο



Σχ. 11.49

Σύνδεση δύο πηνίων σε σειρά και παράλληλα

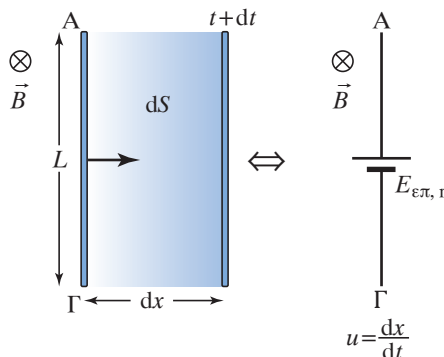
χωρίς επαγωγικότητα. Αν και πρακτικά αυτό είναι αδύνατο, προκειμένου να περιορισθεί στο ελάχιστο η επαγωγικότητα, διπλώνουμε έναν αγωγό στο μέσον του μήκους του και ακολούθως τον τυλίγουμε γύρω από κύλινδρο, προς σχηματισμό πηνίου. Επειδή ο αγωγός διπλώνεται στη μέση, ονομάζεται **δίμιτη περιέλιξη**. Με τον τρόπο αυτό, σε κάθε σημείο του κυκλώματος υπάρχουν δύο αγωγοί, ο ένας δίπλα στον άλλο, που διαρρέονται από ρεύματα ίσου μέτρου, αλλά αντίθετης φοράς, οπότε τα μαγνητικά πεδία σε μεγάλο βαθμό εξουδετερώνονται. Η ελάττωση του μαγνητικού πεδίου ελαχιστοποιεί έως σημείο μηδενισμού την αυτεπαγωγή.

11.6.8 Κίνηση μεταλλικής ράβδου εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου

Έστω μεταλλική ράβδος ΑΓ μήκους L που εκτελεί μεταφορική κίνηση εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, έτσι ώστε ο αγωγός, η ταχύτητα u και το πεδίο B να είναι κάθετα ανά δύο μεταξύ τους ($B \perp L$, $L \perp u$, $u \perp B$). Έστω ότι τη χρονική στιγμή t η ταχύτητα της ράβδου είναι u και ότι σε στοιχειώδη χρόνο dt διανύει στοιχειώδη απόσταση dx διαγράφοντας στοιχειώδη επιφάνεια εμβαδού $dS = L dx$ (σχ. 11.50). Όσο ο χρόνος περνά, αυξάνεται η επιφάνεια που διαγράφει η ράβδος, άρα μεγαλώνει η μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα απ' τη διαγραφόμενη επιφάνεια. Η αύξηση $d\Phi$ της μαγνητικής ροής σε χρόνο dt είναι $d\Phi = B dS$. Μπορεί να δείχθει ότι και σ' αυτήν την περίπτωση στη ράβδο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή μέτρου:

$$E_{\text{ΗΠ}} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B dS}{dt} = \frac{B L dx}{dt} = B L \frac{dx}{dt} = B L u.$$

Αν το μέτρο u της ταχύτητας της ράβδου είναι



Σχ. 11.50

Κίνηση μεταλλικής ράβδου εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου

σταθερό, το μέτρο $E_{\text{ΗΠ}}$ της ΗΕΔ από επαγωγή είναι σταθερό. Αν το μέτρο u της ταχύτητας της ράβδου μεταβάλλεται, μεταβάλλεται και το μέτρο της ΗΕΔ από επαγωγή. Η ράβδος συμπεριφέρεται ως πηγή με ΗΕΔ ίση με $E_{\text{ΗΠ}}$. Η πολική τάση αυτής της πηγής αντιστοιχεί στη διαφορά δυναμικού μεταξύ του θετικού και του αρνητικού της πόλου. Αν η ράβδος δεν έχει αντίσταση ή δεν είναι μέρος κλειστού κυκλώματος, η πολική τάση ισούται με την ΗΕΔ, όπως συμβαίνει σε όλες τις πηγές ΗΕΔ.

11.6.9 Προσδιορισμός της πολικότητας της πηγής

Τοποθετούμε τα τρία δάκτυλα του δεξιού χεριού (αντίχειρα, δείκτη, μέσο) ανά δύο κάθετα μεταξύ τους, έτσι ώστε ο δείκτης να δείχνει την κατεύθυνση του B και ο αντίχειρας την κατεύθυνση της ταχύτητας u της ράβδου. Τότε ο μεσαίος δείχνει τον θετικό πόλο της πηγής. Αν συνδεθούν αγωγίμα τα άκρα της ράβδου, εμφανίζεται επαγωγικό ρεύμα και συγχρόνως στη ράβδο ασκείται δύναμη Laplace από το πεδίο.

Αν η ράβδος σχηματίζει με το πεδίο οξεία γωνία φ , αναλύουμε το B σε δύο συνιστώσες B_K και B_{Π} , όπου $B_K \perp L$ και $B_{\Pi} \parallel L$. Η ΗΕΔ από επαγωγή δίνεται από τη σχέση $E_{\text{ΗΠ}} = B_K L u$.

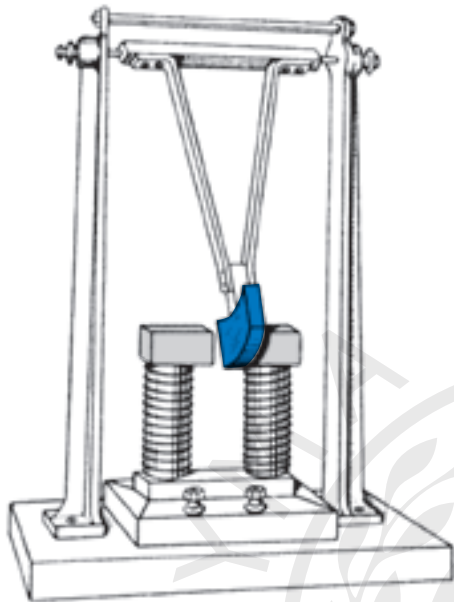
11.7 Δινορρέυματα ή ρεύματα του Foucault

Επαγωγικά ρεύματα αναπτύσσονται όχι μόνο σε μεταλλικούς αγωγούς, αλλά και στο εσωτερικό αγωγίμων σωμάτων, μεγάλων σχετικά διαστάσεων, που κινούνται εντός μαγνητικού πεδίου σταθερού ή μεταβαλλόμενου \vec{B} , όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που τα διαπερνά. Η χάλκινη πλάκα του σχήματος 11.51 είναι αναρτημένη από σταθερό σημείο με τέτοιο τρόπο, ώστε να ταλαντώνεται σαν εκκρεμές μεταξύ των πόλων ηλεκτρομαγνήτη, που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα. Η ταλάντωσή της θα σταματήσει πολύ σύντομα.

Αυτό οφείλεται στα επαγωγικά ρεύματα που δημιουργούνται στο εσωτερικό της πλάκας και ονομάζονται **ρεύματα του Foucault** (κυρίως στη γαλλική βιβλιογραφία) ή **δινορρέυματα**. Τα ρεύματα αυτά σχηματίζουν δίνες μέσα στις μεταλλικές μάζες (σχ. 11.52).

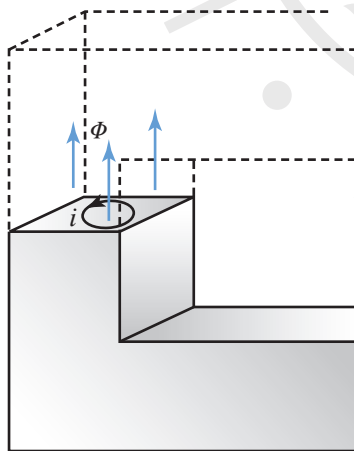
Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, τα ρεύματα αυτά έχουν τέτοια φορά, ώστε οι δυνάμεις Laplace που ασκούνται, να αντιτίθεται στην κίνηση της πλάκας, με αποτέλεσμα η ταλάντωσή της να σταμα-

τά πολύ γρήγορα. Για τον λόγο αυτό, τα ρεύματα Foucault χρησιμοποιούνται στην κατασκευή ηλεκτρομαγνητικών φρένων και στην απόσβεση της κίνησης των κινητών συστημάτων των ηλεκτρικών οργάνων μέτρησης (σχ. 11.53).



Σχ. 11.51

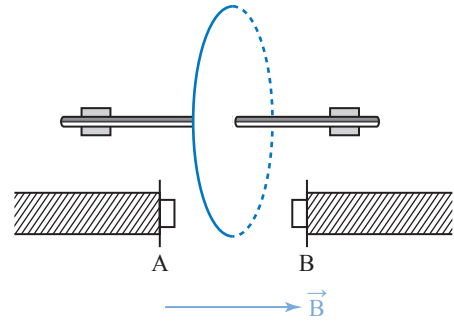
Στη χάλκινη πλάκα δημιουργούνται ηλεκτρικά ρεύματα λόγω της κίνησής της ανάμεσα στους μαγνήτες



Σχ. 11.52

Ρεύματα Foucault σε μεταλλική μάζα

Στο εσωτερικό της πλάκας τα ρεύματα Foucault που έχουν δημιουργηθεί, αναπτύσσουν θερμοδυναμική ενέργεια και ζεσταίνουν την πλάκα. Επειδή οι μεταλλικές μάζες παρουσιάζουν μικρή αντίσταση,



Σχ. 11.53

Ηλεκτρομαγνητική πέδηση

τα δινορρεύματα παίρνουν μεγάλες τιμές, με αποτέλεσμα να παράγεται στο εσωτερικό των μαζών μεγάλο ποσό θερμοδυναμικής ενέργειας με κίνδυνο να προκληθεί βλάβη, πέρα από την άσκοπη δαπάνη ενέργειας. Η ενέργεια αυτή ισούται με το έργο που παράγεται από τις δυνάμεις Laplace, οι οποίες ασκούνται πάνω στην πλάκα κατά τη διάρκειά της κίνησής της. Χρήση της ενέργειας αυτής γίνεται στην κατασκευή ηλεκτρικών κλιβάνων.

Έτσι εξηγείται το ότι ο πυρήνας μαλακού σιδήρου του μετασχηματιστή θερμαίνεται. Αν ο πυρήνας δεν είναι συμπαγής, αλλά αποτελείται από λεπτά ηλεκτρικά μονωμένα φύλλα, η απώλεια ενέργειας είναι μικρότερη, διότι περιορίζονται τα δινορρεύματα. Οι μεγάλοι μετασχηματιστές, για να μην υπερθερμαίνονται, ψύχονται με τη βοήθεια ειδικού λαδιού.

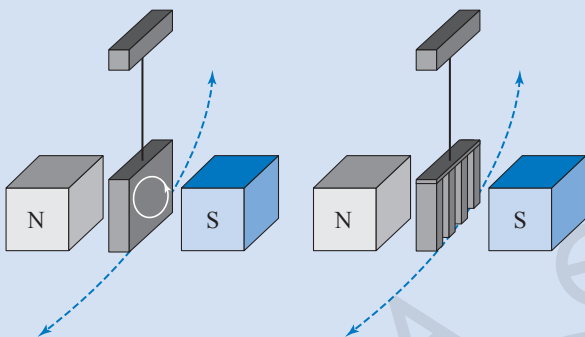
Τα ρεύματα Foucault, που εμφανίζονται σε αρκετές ηλεκτρικές μηχανές (γεννήτριες, κινητήρες, μετασχηματιστές) περιορίζονται όταν αυξηθεί η ειδική αντίσταση του υλικού που χρησιμοποιείται στον πυρήνα. Προς τούτο κατασκευάζονται ειδικά κράματα με μικρή περιεκτικότητα πυριτίου. Ρεύματα Foucault αναπτύσσονται γενικώς και σε ακίνητα ή κινούμενα μεταλλικά σώματα που βρίσκονται στο εσωτερικό μεταβαλλομένων μαγνητικών πεδίων.

Εφαρμογές ρευμάτων Foucault
Έλεγχος ταχύτητας (μαγνητική πέδηση, πέδηση μετρητών ηλεκτρικής ενέργειας)
Απόσβεση ταλαντώσεων, ιδίως σε όργανα μετρήσεων κινητού πλαισίου
Παραγωγή μίας μετακίνησης (κινητήρες εναλλασσόμενου ρεύματος)
Παραγωγή θερμότητας (επαγωγικοί φούρνοι)



Εφαρμογές

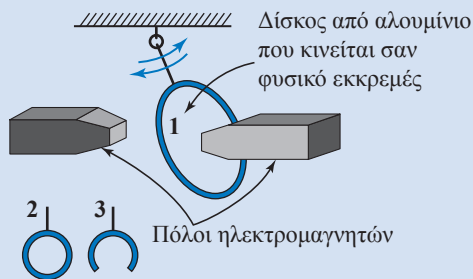
1. Η αιωρούμενη μεταλλική πλάκα του σχήματος 11.54 «φρενάρει» μέσα στο μαγνητικό πεδίο, ενώ αυτή του σχήματος 11.55 ταλαντώνεται πολύ περισσότερο.



Σχ. 11.54

Σχ. 11.55

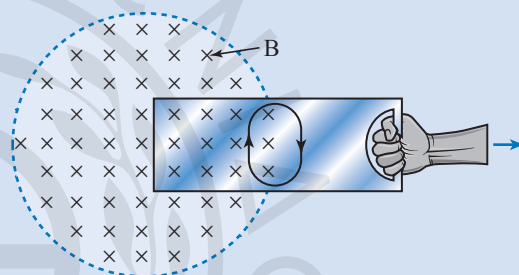
2. Αλουμινένιος δίσκος ταλαντώνεται ελεύθερα, μεταξύ των πόλων ηλεκτρομαγνήτη, όταν αυτός δεν τροφοδοτείται με ρεύμα (σχ. 11.56). Μόλις ο ηλεκτρομαγνήτης τροφοδοτηθεί με συνεχές ρεύμα, ο δίσκος σταματά γρήγορα. Αν επαναλάβουμε με κοίλο δίσκο (δακτύλιο) (2) αυτός σταματά πιο αργά. Αν χρησιμοποιηθεί



Σχ. 11.56

ανοιχτός δακτύλιος (3) δεν επηρεάζεται καθόλου από το μαγνητικό πεδίο.

3. Στην προσπάθειά μας να μετακινήσουμε (μπροστά ή πίσω) επίπεδη μεταλλική λαμαρίνα που βρίσκεται εντός μαγνητικού πεδίου αισθανόμαστε μια δύναμη να μας αντιστέκεται (σχ. 11.57).



Σχ. 11.57



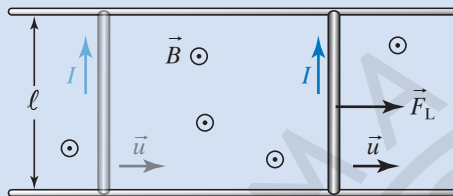
ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Μακρύ σωληνοειδές αποτελείται από 200 σπείρες ανά cm. Το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του είναι $B_0 = 25 \cdot 10^{-3} \text{ T}$. Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό ρεύμα I . Αν στο εσωτερικό του σωληνοειδούς τοποθετηθεί ράβδος από μαλακό σίδηρο σχετικής μαγνητικής διαπερατότητας $\mu_r = 3000$, να υπολογίσετε το μαγνητικό πεδίο B στο εσωτερικό του σωληνοειδούς.
- Με σύρμα συνολικής αντίστασης $R = 2 \Omega$ δημιουργείται σωληνοειδές μήκους $\ell = 50 \text{ cm}$ και $N = 500$ σπειρών. Τα άκρα του σύρματος συνδέονται με ηλεκτρική πηγή ΗΕΔ $E = 24 \text{ V}$ και ασημαντής εσωτερικής αντίστασης. Να υπολογίσετε το μέτρο του \vec{B} στο εσωτερικό του σωληνοειδούς (το σωληνοειδές να θεωρηθεί μεγάλου μήκους).
- Ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους αποτελείται από δέσημνη είκοσι λεπτών ευθύγραμμων συρμάτων, που το καθένα διαρρέεται από ρεύμα $I = 10 \text{ A}$ ίδιας φοράς. Να υπολογίσετε το μαγνητικό πεδίο \vec{B}_A στο σημείο A που απέχει απόσταση $r = 4 \text{ cm}$ απ' τον αγωγό.
- Δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι απείρου μήκους αγωγοί διαρρέονται από ρεύματα $I_1 = 6 \text{ A}$ και $I_2 = 8 \text{ A}$ ίδιας φοράς. Αν η μεταξύ τους απόσταση είναι $r = 1 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μαγνητικό πεδίο \vec{B} στο μέσον της μεταξύ τους απόστασης. Αν τα ρεύματα ήταν αντίρροπα, ποιο θα ήταν το μαγνητικό πεδίο;
- Να υπολογίσετε τη μαγνητική ροή που διέρχεται από τετράγωνο πλαίσιο πλευράς 20 cm , το

οποίο βρίσκεται στο εσωτερικό ομογενούς μαγνητικού πεδίου $B = 2\text{ T}$, που σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου γωνία:

- α) $\varphi = 0^\circ$.
- β) $\varphi = 30^\circ$.
- γ) $\varphi = 90^\circ$.
- δ) $\varphi = 180^\circ$.

6. Ευθύγραμμο σύρμα μήκους $\ell = 20\text{ cm}$ τοποθετείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς πεδίου $B = 0,5\text{ T}$ (σχ. 1). Το σύρμα μετατοπίζεται με σταθερή ταχύτητα $u = 1\text{ m/s}$, ενώ διαρρέεται από ρεύμα $I = 2\text{ A}$. Να υπολογίσετε το έργο που παράγει η δύναμη Laplace σε χρόνο 1 s .



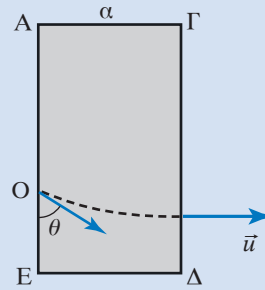
Σχ. 1

7. Τα παράλληλα μεγάλου μήκους σύρματα Α, Γ που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $r = 10\text{ cm}$ διαρρέονται από ομόρροπα ηλεκτρικά ρεύματα $I_1 = 8\text{ A}$ και $I_2 = 2\text{ A}$ αντίστοιχα. Το σύρμα Δ τοποθετημένο ανάμεσα στα Α, Γ σε απόσταση $r_1 = 3\text{ cm}$ από το Α, είναι παράλληλο μ' αυτά και διαρρέεται από ρεύμα $I_3 = 1\text{ A}$ αντίρροπο προς τα άλλα δύο. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκείται σε κάθε τμήμα του σύρματος Δ, που έχει μήκος $\ell = 1\text{ m}$, απ' το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται εξαιτίας του ρεύματος που διαρρέει:

- α) Το σύρμα Α.
- β) Το σύρμα Γ.
- γ) Τα σύρματα Α και Γ.

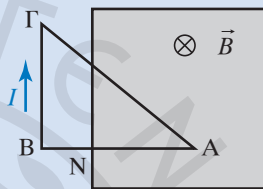
8. Φορτισμένο σωματίδιο με ταχύτητα $10\pi\text{ m/s}$ εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου, τομή του οποίου αποτελεί το ορθογώνιο ΑΓΔΕ, υπό γωνία $\theta = 30^\circ$ με την πλευρά ΑΕ και εξέρχεται από το πεδίο κάθετα στην απέναντι πλευρά ΓΔ (σχ. 2). Αν $a = 4\text{ cm}$, να υπολογισθεί η ακτίνα της τροχιάς του σωματιδίου μέσα στο πεδίο.

9. Μεταλλικό πλαίσιο σχήματος ορθογωνίου ισόσκελούς τριγώνου διαρρέεται από ρεύμα $I = 1\text{ A}$



Σχ. 2

και βρίσκεται κατά ένα τμήμα του εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου $B = 2\text{ T}$ (σχ. 3). Αν $AN = 1\text{ m}$, να υπολογίσετε τη δύναμη που δέχεται το πλαίσιο από το πεδίο.



Σχ. 3

10. Κυκλικό πλαίσιο (πολύ μικρού πάχους) ακτίνας $r = 30\text{ cm}$ που έχει $N = 200$ σπείρες τοποθετείται στο εσωτερικό ομογενούς μαγνητικού πεδίου με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Αν το πεδίο $B = 1\text{ T}$, να υπολογίσετε την $E_{\text{ΕΠ}}$ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο, όταν σε χρόνο $\Delta t = 1\text{ s}$:

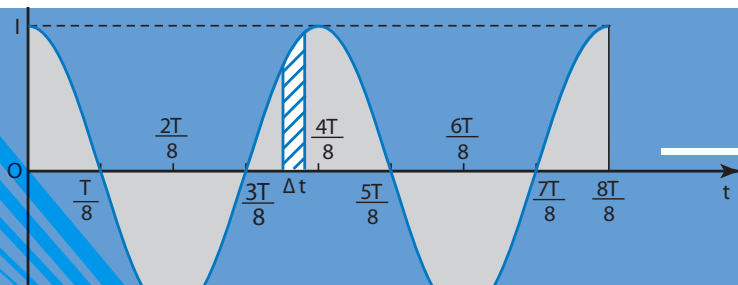
- α) Το πεδίο διπλασιάζεται.
- β) Το πεδίο μηδενίζεται.
- γ) Το πλαίσιο στρέφεται κατά 90° ή 180° γύρω από άξονα κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου που διέρχεται από σημείο της περιφέρειας του πλαισίου.

11. Μεταλλική ράβδος μήκους $\ell = 1\text{ m}$ περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 30\text{ rad/s}$ σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου $B = 1\text{ T}$. Να υπολογίσετε την τάση που αναπτύσσεται στα άκρα της ράβδου, όταν το κέντρο περιστροφής βρίσκεται σ' ένα από αυτά.

12. Σωληνοειδές μήκους 2 m έχει 1000 σπείρες διαμέτρου 4 cm και διαρρέεται από ρεύμα $I = 5\text{ A}$. Να υπολογίσετε τη μαγνητική ροή που διέρχεται από το σύνολο των σπειρών του σωληνοειδούς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12

Εναλλασσόμενα ρεύματα

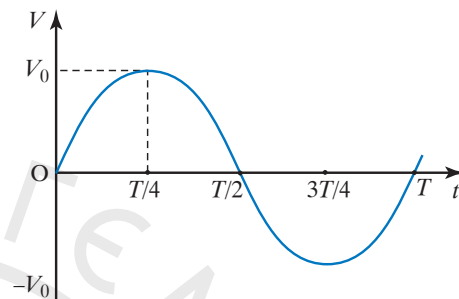


12.1 Εναλλασσόμενο ρεύμα. Διανυσματικά διαγράμματα

Αν η τάση είναι αρμονική (ημιτονοειδής) συνάρτηση του χρόνου, λέμε ότι έχουμε εναλλασσόμενο ρεύμα, διεθνώς αυτό συμβολίζεται με το σύμβολο AC (alternating current).

Η εναλλασσόμενη τάση περιγράφεται μαθηματικά από τη σχέση $V = V_0 \sin \omega t$, όπου V η στιγμιαία τάση τη χρονική στιγμή t , V_0 το πλάτος της τάσης, ωt η φάση και ω η κυκλική συχνότητα. Η γραφική παράσταση της ημιτονοειδούς τάσης σε σχέση με τον χρόνο φαίνεται στο σχήμα 12.1, όπου T η περίοδος.

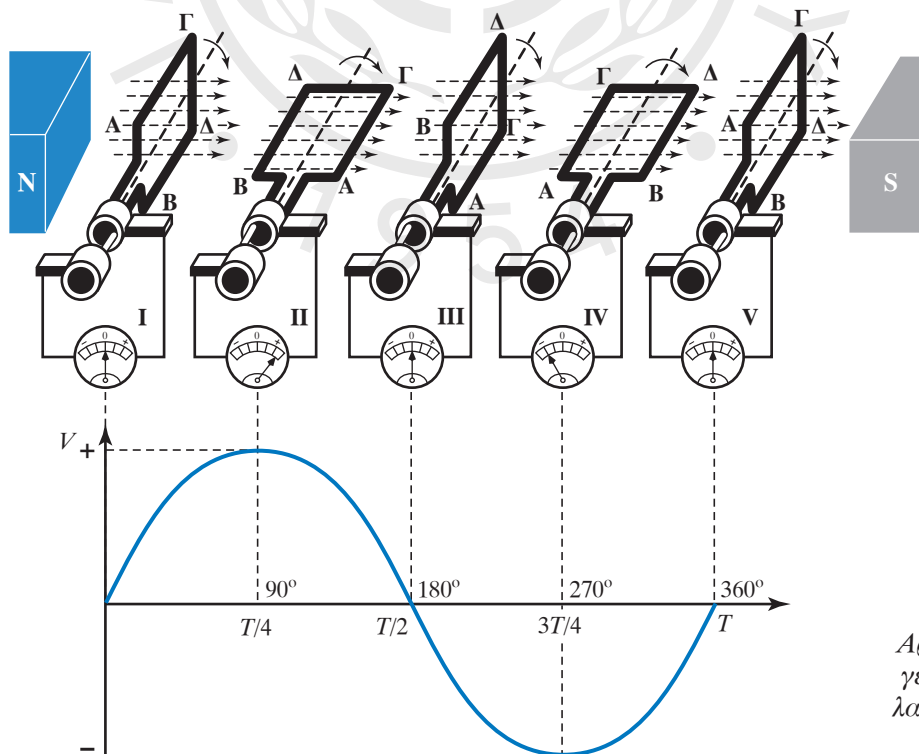
Οι διατάξεις που παράγουν εναλλασσόμενη τάση ονομάζονται γεννήτριες εναλλασσόμενης τάσης. Η αρχή λειτουργίας μίας γεννήτριας εναλλασσόμενης τάσης φαίνεται στο σχήμα 12.2, όπου ο εμ-



Σχ. 12.1

Γραφική παράσταση εναλλασσόμενης τάσης

βαδού S αγωγός σε σχήμα πλαισίου, βρίσκεται στο εσωτερικό ομογενούς μαγνητικού πεδίου και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα κάθετο στο πεδίο.



Σχ. 12.2

Αρχή λειτουργίας γεννήτριας εναλλασσόμενης τάσης

Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο ΑΒΔΓ μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο, σύμφωνα με τη σχέση: $\Phi = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t = \Phi_0 \cos \omega t$. Όπου $\alpha = \omega t$ είναι η γωνία που σχηματίζει η κάθετος στο πλαίσιο με το πεδίο B . $\Phi_0 = BS$ είναι η μέγιστη μαγνητική ροή, που διέρχεται από το πλαίσιο, η οποία ονομάζεται και πλάτος της μαγνητικής ροής και ω είναι η κυκλική συχνότητα, η οποία ισούται με τη γωνιακή ταχύτητα του στρεφόμενου πλαισίου.

Αφού η μαγνητική ροή μεταβάλλεται, αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου, σύμφωνα με τον Νόμο της επαγωγής, εναλλασσόμενη τάση της μορφής

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_0 \sin \omega t = V_0 \sin \omega t,$$

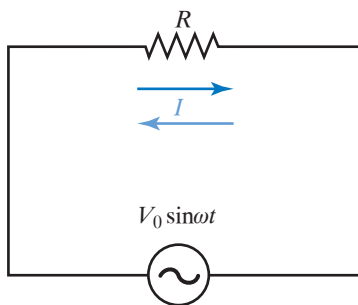
όπου $V_0 = \omega \Phi_0 = \omega BS$. Το μέγεθος V είναι η στιγμιαία τάση και το όρισμα του ημιτόνου, δηλαδή η γωνία $\alpha = \omega t$ είναι η φάση της τάσης. Η τάση μηδενίζεται, όταν το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου (στην περίπτωση αυτή η μαγνητική ροή λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της). Η τάση λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της, όταν το πλαίσιο είναι παράλληλο προς τις δυναμικές γραμμές (τότε η μαγνητική ροή είναι μηδέν).

Έστω ότι μεταλλικός αγωγός (ωμικής) αντίστασης R συνδέεται με πηγή εναλλασσόμενης τάσης (σχ. 12.3). Στο εσωτερικό του αγωγού σχηματίζεται ηλεκτρικό πεδίο μεταβαλλόμενο περιοδικά. Το πεδίο κινεί τα ηλεκτρόνια και δημιουργεί εναλλασσόμενο (δηλ. αρμονικό με το χρόνο) ηλεκτρικό ρεύμα που δίνεται από τον τύπο

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0 \sin \omega t}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$$

Από σύγκριση των σχέσεων $V = V_0 \sin \omega t$ και $I = I_0 \sin \omega t$ προκύπτει ότι:

1) Το ρεύμα και η τάση μεταβάλλονται και τα



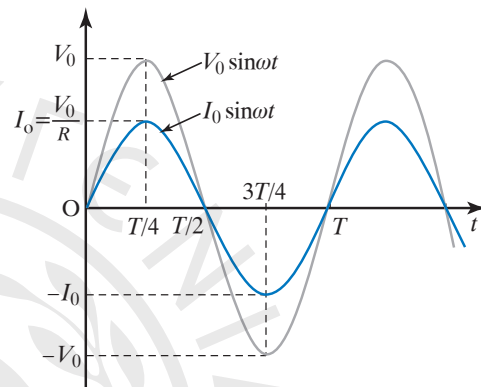
Σχ. 12.3

Κύκλωμα με πηγή εναλλασσόμενης τάσης

δύο αρμονικά με τον χρόνο και έχουν την ίδια κυκλική συχνότητα ω .

2) Η τάση και το ρεύμα είναι μεγέθη συμφασικά, δηλαδή παίρνουν ταυτόχρονα μέγιστη θετική ή μέγιστη αρνητική τιμή (σχ. 12.4).

Οι προηγούμενες σχέσεις δίνουν τις στιγμιαίες τιμές του εναλλασσόμενου ρεύματος και της τάσης που μεταβάλλονται με τον χρόνο. Χρήσιμο είναι να ορίσουμε ένα μέγεθος ανεξάρτητο του χρόνου, ένα για την τάση και ένα για το ρεύμα, που ονομάζεται **ενεργός τιμή** και έχει άμεση χρησιμότητα όπως θα δούμε.



Σχ. 12.4

Γραφικές παραστάσεις του ρεύματος και της τάσης σε σχέση με τον χρόνο

12.1.1 Ενεργό ρεύμα και ενεργός τάση

Θεωρούμε ωμική αντίσταση R που διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα για χρονικό διάστημα t και έστω W η ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνεται και η οποία μπορεί να μεταφερθεί στο περιβάλλον υπό μορφή θερμότητας. Λέμε επίσης ότι καταναλώνεται πάνω στην αντίσταση ηλεκτρικό έργο.

Θεωρούμε την ίδια ωμική αντίσταση R , που διαρρέεται από συνεχές ρεύμα I , για το ίδιο χρονικό διάστημα t και έστω ότι καταναλώνει την ίδια ηλεκτρική ενέργεια (πίν. 12.1).

Η τιμή αυτού του συνεχούς ρεύματος ονομάζεται **ενεργός τιμή του αντίστοιχου εναλλασσόμενου ρεύματος**. Συνεπώς, ενεργός τιμή I_{ev} εναλλασσόμενου ρεύματος είναι η τιμή εκείνου του συνεχούς ρεύματος, το οποίο οδηγεί στην ίδια κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας με το αντίστοιχο εναλλασσόμενο ρεύμα, όταν διαρρέει την ίδια αντίσταση R επί το ίδιο χρονικό διάστημα t . Αποδεικνύεται ότι η ενεργός τιμή I_{ev} και το πλάτος I_0 του εναλλασσόμενου ρεύματος συνδέονται με τη σχέση:

$$I_{ev} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot I_0.$$

Πίνακας 12.1
Διαφορές συνεχούς και εναλλασσόμενου ρεύματος

Συνεχές ρεύμα	Εναλλασσόμενο ρεύμα
Δεν μεταβάλλεται η φορά του	Η φορά του μεταβάλλεται περιοδικά με τον χρόνο
Προκαλεί ηλεκτρόλυση	Δεν προκαλεί ηλεκτρόλυση
Φορτίζει τους συσσωρευτές	Δεν φορτίζει τους συσσωρευτές
Δε διέρχεται από τους πυκνωτές	Διέρχεται από τους πυκνωτές
Όταν διέρχεται από πηνία συναντά μόνο ωμική αντίσταση R	Όταν διέρχεται από πηνίο συναντά ωμική και επαγωγική αντίσταση $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$
Δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο	Δημιουργεί γύρω του μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο
Δεν μετασχηματίζεται	Μετασχηματίζεται
Είναι ασύμφορο κατά τη μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας	Στο υψηλής τάσης, οι απώλειες ενέργειας περιορίζονται δραστηκά
Δεν προκαλεί φαινόμενα επαγωγής, αυτεπαγωγής, Foucault	Προκαλεί φαινόμενα επαγωγής, αυτεπαγωγής, Foucault

Ενεργός τάση V_{ev} εναλλασσόμενου ρεύματος είναι η σταθερή τάση εκείνου του συνεχούς ρεύματος, η οποία αν εφαρμοστεί στα άκρα της ίδιας αντιστάσης R , δημιουργεί συνεχές ρεύμα ίσο με την ενεργό τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος. Η τάση V_{ev} και το πλάτος V_0 της εναλλασσόμενης τάσης συνδέονται με τη σχέση:

$$V_{\text{ev}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot V_0.$$

Στην πράξη όταν αναφερόμαστε στην τιμή της εναλλασσόμενης τάσης ή στην τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος, εννοούμε την ενεργό τιμή αυτών των μεγεθών. Τα όργανα μετρήσεων που χρησιμοποιούνται στο εναλλασσόμενο ρεύμα μετρούν ενεργό τιμή. Αν συνδέσουμε πηγή εναλλασσόμενης τάσης με αντιστάτη ωμικής αντιστάσης R και μετρήσουμε την ενεργό τιμή I_{ev} του ρεύματος και την ενεργό τάση V_{ev} στα άκρα του αντιστάτη, διαπιστώνουμε ότι ισχύει η σχέση

$$R = \frac{V_{\text{ev}}}{I_{\text{ev}}},$$

που αποτελεί την έκφραση του Νόμου του Ohm για ωμική αντίσταση στο εναλλασσόμενο ρεύμα.

12.1.2 Απόδειξη των σχέσεων $I_{\text{ev}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ και $V_{\text{ev}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

Έστω ωμική αντίσταση R , στην οποία διαβιβάζεται εναλλασσόμενο ρεύμα $I = I_0 \sin \omega t$. Σε στοιχειώδη χρόνο Δt η αντίσταση καταναλώνει ηλεκτρική ενέργεια $\Delta W = I^2 R \Delta t$. Αντικαθιστώντας στην προηγούμενη σχέση το ρεύμα $I = I_0 \sin \omega t$, προκύπτει ότι $\Delta W = I_0^2 \sin^2 \omega t R \Delta t$.

Επειδή $\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$,

η προηγούμενη σχέση γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \Delta W &= I_0^2 \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} R \Delta t = \\ &= \frac{I_0^2 R}{2} \Delta t - \frac{I_0^2 R}{2} \cos 2\omega t \Delta t \end{aligned}$$

Κατά τη διάρκεια μίας περιόδου T , το συνολικό ηλεκτρικό έργο που καταναλώνεται στην αντίσταση R είναι:

$$\begin{aligned} W &= \Sigma \Delta W = \Sigma \frac{I_0^2 R}{2} \Delta t - \Sigma \frac{I_0^2 R}{2} \cos 2\omega t \Delta t = \\ &= \frac{I_0^2 R}{2} \Sigma \Delta t - \frac{I_0^2 R}{2} \Sigma \cos 2\omega t \Delta t. \end{aligned}$$

Ισχύει ότι $\Sigma \Delta t = T$. Γραφικά αποδεικνύεται ότι $\Sigma \cos 2\omega t = 0$ (σχ. 12.5). Συνεπώς

$$W = \frac{I_0^2 R}{2} T.$$

Εάν για το ίδιο χρονικό διάστημα T η ίδια αντίσταση R διαρρέεται από συνεχές ρεύμα I_Σ , η ποσότητα ηλεκτρικής ενέργειας W' που καταναλώνεται σ' αυτήν είναι

$$W' = I_\Sigma^2 R T.$$

Αν τα ποσά W και W' είναι ίσα μεταξύ τους, το συνεχές ρεύμα I_Σ είναι η ενεργός τιμή του εναλλασσομένου ρεύματος I_{ev} . Άρα:

$$\frac{I_0^2 R}{2} T = I_\Sigma^2 R T \quad \text{ή} \quad \frac{I_0^2}{2} = I_\Sigma^2$$

$$\text{ή} \quad I_\Sigma = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{άρα} \quad I_{\text{ev}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

Η ενεργός τάση V_{ev} υπολογίζεται σε σχέση με το πλάτος V_0 της εναλλασσόμενης τάσης από τον Νόμο του Ohm, σύμφωνα με τον οποίο για το εναλλασσόμενο ρεύμα ισχύει ότι:

$$I_{\text{ev}} = \frac{V_{\text{ev}}}{R} \quad \text{ή} \quad \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{V_{\text{ev}}}{R} \quad \text{ή} \quad \frac{V_0}{\sqrt{2} R} = \frac{V_{\text{ev}}}{R} \quad \text{άρα} \quad V_{\text{ev}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

Από τις σχέσεις

$$I_{\text{ev}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{και} \quad V_{\text{ev}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

υπολογίζουμε το πλάτος του εναλλασσόμενου ρεύματος και της τάσης του, χρησιμοποιώντας τις ενδείξεις των οργάνων μέτρησης, που είναι οι ενεργές τιμές.

12.1.3 Διανυσματική παράσταση εναλλασσομένων μεγεθών

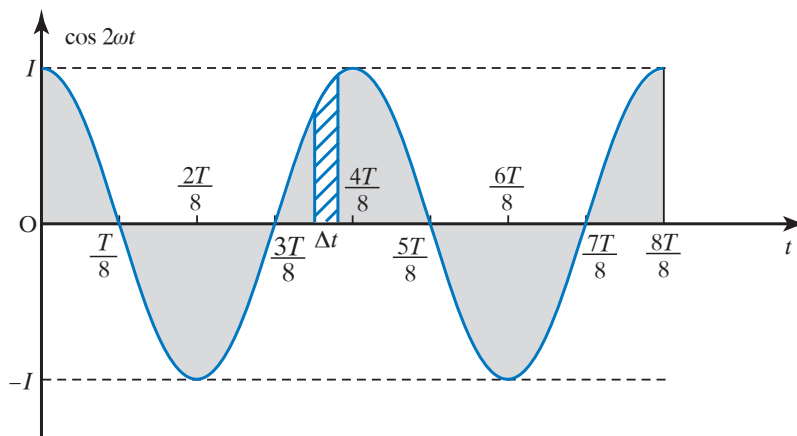
Τα χαρακτηριστικά στοιχεία που αναφέρονται σε εναλλασσόμενο μέγεθος είναι η στιγμιαία τιμή, η μέγιστη τιμή ή πλάτος, η φάση, η αρχική φάση και η κυκλική συχνότητα. Πιο γενικά από ό,τι αναφέραμε προηγουμένως, ένα εναλλασσόμενο μέγεθος περιγράφεται από σχέση της μορφής $x = x_0 \sin(\omega t + \varphi)$, όπου φ είναι η αρχική φάση του φυσικού μεγέθους, δηλαδή η φάση του τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Τα αρμονικά μεγέθη και οι σχέσεις μεταξύ τους μελετώνται καλύτερα αν τα παραστήσουμε κατάλληλα με διαγράμματα περιστρεφόμενων διανυσμάτων.

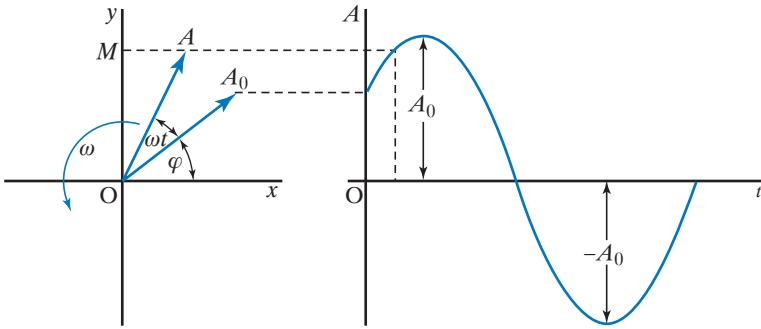
Στο αριστερό τμήμα του σχήματος 12.6 φαίνεται το διάνυσμα \vec{OA} , που κείται στο επίπεδο Oxy . Έχει σταθερή αρχή του το σημείο O και περιστρέφεται κατά τη θετική φορά (δηλ. αντίθετα προς τους δείκτες του ρολογιού) με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με την κυκλική συχνότητα του εναλλασσόμενου μεγέθους. Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα με τον άξονα x είναι $\theta = \omega t + \varphi$.

Η γωνία φ παριστάνει την αρχική φάση, δηλαδή καθορίζει τη θέση του διανύσματος \vec{OA}_0 τη χρονική στιγμή $t = 0$ s. Η τιμή της προβολής, που έχει την κάθε χρονική στιγμή το διάνυσμα \vec{OA} πάνω στον άξονα y , είναι $OM = (OA) \sin(\omega t + \varphi)$ και ισούται με τη στιγμιαία τιμή του εναλλασσόμενου μεγέθους. Έτσι, η διανυσματική παράσταση με το περιστρεφόμενο διάνυσμα δίνει όλα τα χαρακτηριστικά στοιχεία που αντιστοιχούν στο εναλλασσόμενο μέγεθος.

Η διανυσματική παράσταση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν αναφέρεται σε περισσότερα από ένα εναλλασσόμενα μεγέθη της ίδιας κυκλικής συχνότητας. Στην περίπτωση αυτή η διαφορά φάσης γίνεται



Σχ. 12.5
Γραφική απόδειξη του
ότι $\Sigma \cos 2\omega t = 0$



Σχ. 12.6
Διανυσματική παράσταση και παράσταση με την ημιτονοειδή καμπύλη

αμέσως αντιληπτή και η πρόσθεση των ομοειδών εναλλασσόμενων μεγεθών είναι απλή σύνθεση διανυσμάτων.

Στην Ελλάδα όπως και στην Ευρώπη το εναλλασσόμενο ρεύμα του δικτύου έχει συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$ (στις ΗΠΑ $f = 60 \text{ Hz}$).

12.2 Ισχύς εναλλασσόμενου ρεύματος

12.2.1 Σε ωμικό αντιστάτη

Γνωρίζουμε ότι η ισχύς P του συνεχούς ρεύματος που τροφοδοτεί ωμικό αντιστάτη αντιστάσης R είναι $P = IV = I^2 R$, όπου V η τάση στα άκρα της αντιστάσης και I το ρεύμα που τη διαρρέει.

Αν ο ωμικός αντιστάτης αντιστάσης R συνδεθεί με εναλλασσόμενο ρεύμα η ισχύς που δαπανάται είναι $P = IV = I_0 V_0 \sin^2 \omega t$ (σχ. 12.7).

Σύμφωνα με τα προηγούμενα:

$$W = \frac{I_0^2 R}{2} T = \frac{I_0 V_0}{2} T = I_{\text{ev}} V_{\text{ev}} T$$

Επομένως, η μέση ισχύς που υπολογίζεται για μια περίοδο είναι $P = I_{\text{ev}} V_{\text{ev}}$. Η ισχύς σε μία περίοδο T , ισούται με το σκιασμένο εμβαδόν στο διάγραμμα για τη στιγμιαία ισχύ στο σχήμα 12.7.

12.2.2 Σε πυκνωτή

Αν στα άκρα πυκνωτή εφαρμοστεί τάση $V = V_0 \sin \omega t$, το ρεύμα που τον διαρρέει είναι:

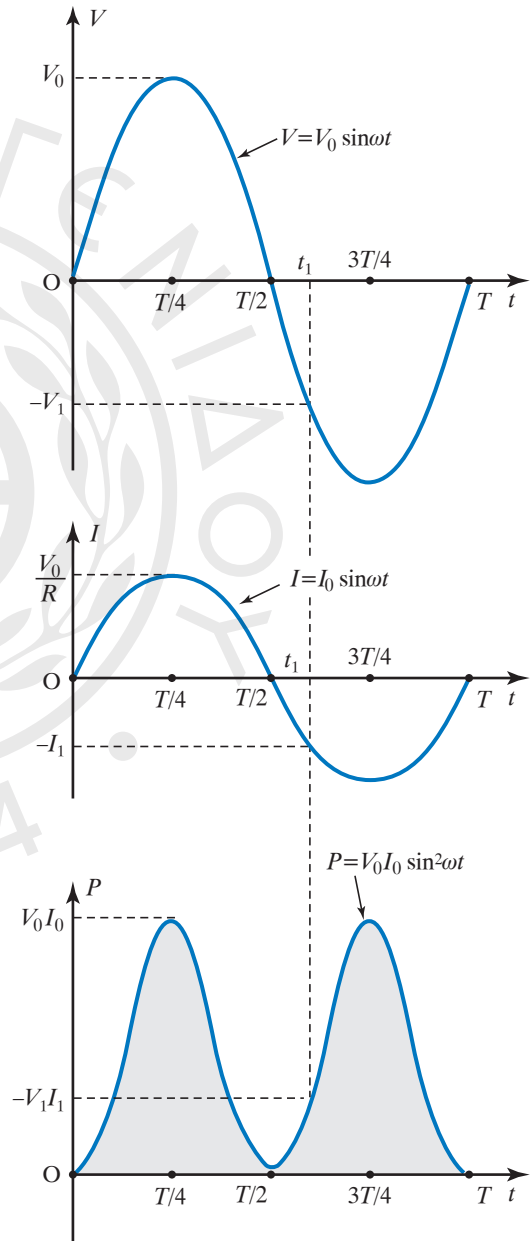
$$I = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Αυτό οδηγεί στον ορισμό της χωρητικής αντιστάσης Z_C , σύμφωνα με τη σχέση:

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

Ισχύουν $V_0 = I_0 Z_C$, $V_{\text{ev}} = I_{\text{ev}} Z_C$.

Χαράζουμε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτή-



Σχ. 12.7
Τάση, ρεύμα και ισχύς εναλλασσόμενου ρεύματος σε ωμική αντίσταση

σεων του εναλλασσόμενου ρεύματος και της τάσης του σε σχέση με τον χρόνο. Προκειμένου να υπολογίσουμε τη στιγμιαία ισχύ τη χρονική στιγμή t_1 , στη γραφική παράσταση του σχήματος 12.8, πολλαπλασιάζουμε την τιμή της τάσης V_1 επί την τιμή I_1 του ρεύματος, δηλαδή $P_1 = I_1 V_1$.

Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της στιγμιαίας ισχύος που προκύπτει, είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου και έχει κυκλική συχνότητα διπλάσια απ' αυτήν της τάσης που εφαρμόζεται. Το εμβαδό της σκιασμένης επιφάνειας της τελευταίας γραφικής παραστάσεως του σχήματος 12.8 ισούται με την ενέργεια που απορροφά ο πυκνωτής στη χρονική διάρκεια μίας περιόδου.

Το συνολικό εμβαδό για χρόνο μίας περιόδου ισούται με μηδέν. Κατά το χρονικό διάστημα $(0, T/4)$ ο πυκνωτής φορτίζεται, άρα απορροφά ενέργεια απ' την πηγή. Κατά το χρονικό διάστημα $(T/4, T/2)$ ο πυκνωτής εκφορτίζεται, αποδίδοντας στο κύκλωμα ενέργεια ίση μ' αυτήν, που είχε απορροφήσει. Κατά τα χρονικά διαστήματα $(T/2, 3T/4)$ και $(3T/4, T)$ επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία. Άρα η συνολική ενέργεια που απορροφά ο πυκνωτής απ' την πηγή στη διάρκεια μίας περιόδου είναι μηδέν. Συνεπώς, ο πυκνωτής, όταν συνδεθεί σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος, δεν καταναλώνει ενέργεια, αλλά τη μετατρέπει περιοδικά σε ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του και την αποδίδει περιοδικά στην πηγή.

12.2.3 Σε αυτεπαγωγή (πηνίο)

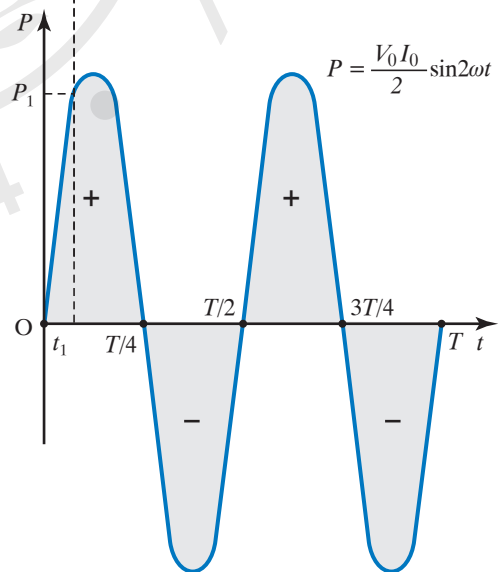
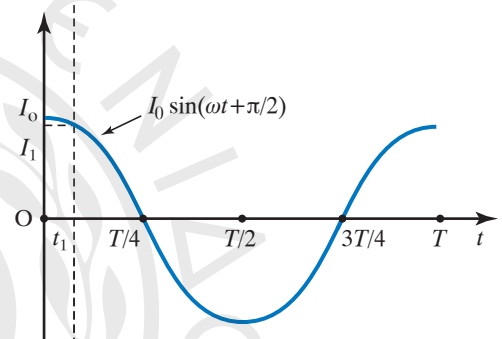
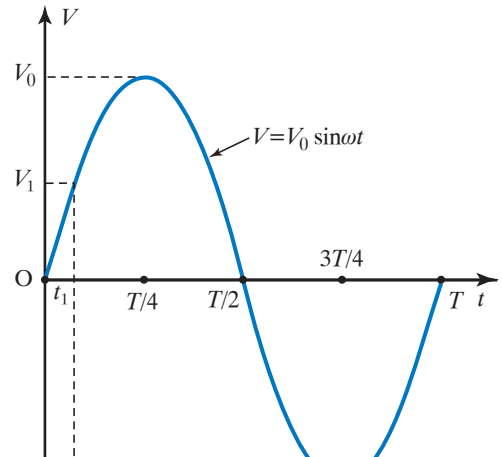
Στα άκρα πηνίου αυτεπαγωγής L υπάρχει τάση $V = V_0 \sin \omega t$. Αποδεικνύεται ότι απ' το πηνίο περνά ρεύμα $I = I_0 \sin(\omega t - \pi/2)$.

Αυτό οδηγεί στον ορισμό της επαγωγικής αντίστασης Z_L , σύμφωνα με τη σχέση $Z_L = \omega L$. Ισχύουν:

$$V_0 = I_0 Z_L \text{ και } V_{\text{ev}} = I_{\text{ev}} Z_L.$$

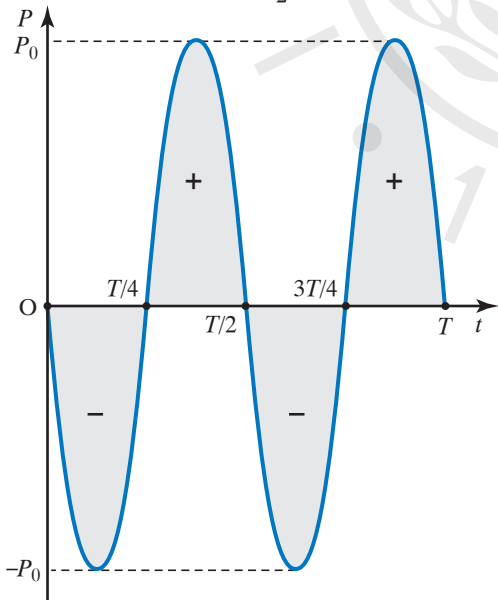
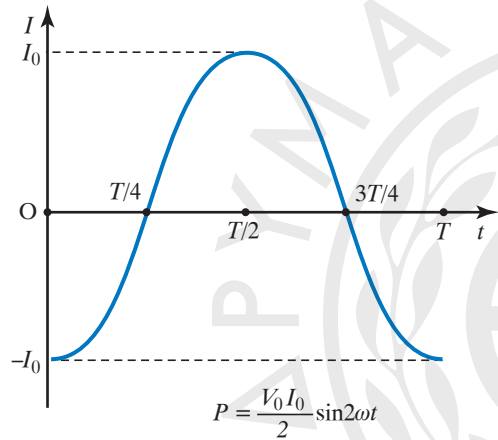
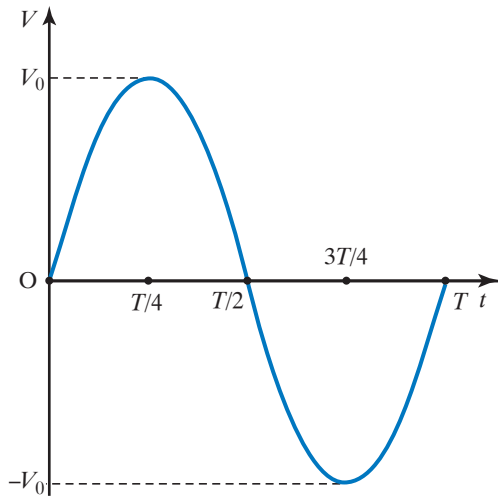
Το ιδανικό πηνίο όπως και ο πυκνωτής, δεν καταναλώνει ηλεκτρική ενέργεια όταν συνδεθεί σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος (σχ. 12.9).

Εργαζόμαστε όπως στην προηγούμενη περίπτωση με τον πυκνωτή και παρατηρούμε ότι όση ηλεκτρική ενέργεια προσφέρει η πηγή στο πηνίο, σε μία περίοδο τόσο και της επιστρέφει το πηνίο (σχ. 12.9). Συνεπώς, στη διάρκεια μίας περιόδου, η ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνεται στο ιδανικό πηνίο είναι ίση με μηδέν. Άρα, όταν το ιδανικό πηνίο διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, δεν δαπανά ενέργεια, αλλά περιοδικά τη μετατρέπει σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου και στη συνέχεια την επιστρέφει στο κύκλωμα.



Σχ. 12.8

Τάση, ρεύμα και ισχύς εναλλασσόμενου ρεύματος σε χωρητική αντίσταση



Σχ. 12.9

Τάση, ρεύμα και στιγμιαία ισχύς εναλλασσόμενου ρεύματος σε επαγωγική αντίσταση

12.2.4 Μέση ισχύς

Μέση ισχύς \bar{P} του εναλλασσόμενου ρεύματος ονομάζεται το πηλίκο του έργου W που παράγει το ρεύμα, μεταφέροντας ενέργεια απ' την πηγή στα διάφορα στοιχεία του κυκλώματος στη διάρκεια μίας περιόδου, διά την περίοδο T . Δηλαδή:

$$\bar{P} = W/T.$$

Αποδεικνύεται ότι η μέση ισχύς δίνεται απ' τον τύπο $\bar{P} = P = I_{\text{ev}} V_{\text{ev}} \cos \theta$, όπου I_{ev} η ενεργός τιμή του ρεύματος, V_{ev} η ενεργός τιμή της τάσης του και θ η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος. Το $\cos \theta$ ονομάζεται **συντελεστής ισχύος** και παίρνει τιμές από 0 έως και +1.

12.2.5 Απόδειξη της σχέσης $P = I_{\text{ev}} V_{\text{ev}} \cos \theta$

Έστω το ηλεκτρικό κύκλωμα που περιέχει ωμικό αντιστάτη, πυκνωτή και ιδανικό πηνίο σε σειρά.

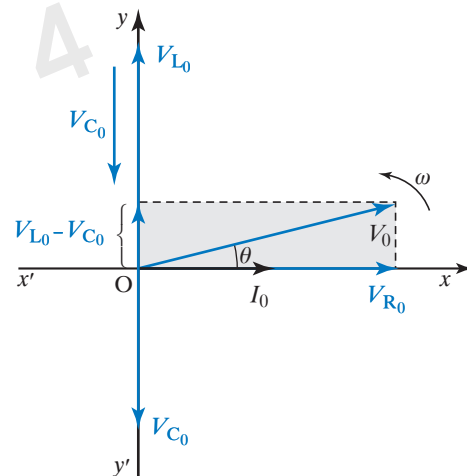
Στο κύκλωμα αυτό η ηλεκτρική ενέργεια καταναλώνεται μόνο στον ωμικό αντιστάτη. Λαμβάνοντας υπόψη τον ορισμό της ενεργού τιμής του ρεύματος I_{ev} , έχουμε ότι η ενέργεια που καταναλίσκεται κατά τη διάρκεια μίας περιόδου δίνεται απ' τη σχέση: $W = I_{\text{ev}}^2 R t = I_{\text{ev}} V_{\text{Rev}} T$, όπου V_{Rev} η ενεργός τιμή της τάσης στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης R .

Η μέση ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα δίνεται απ' τη σχέση:

$$P = \frac{W}{T} = \frac{I_{\text{ev}} V_{\text{Rev}} T}{T} = I_{\text{ev}} V_{\text{Rev}}.$$

Από το σχήμα 12.10 προκύπτει ότι:

$$V_{R0} = V_0 \cos \theta \quad \text{ή} \quad \frac{V_{R0}}{\sqrt{2}} = \frac{V_0 \cos \theta}{\sqrt{2}} \quad \text{ή} \quad V_{\text{Rev}} = V_{\text{ev}} \cos \theta$$



Σχ. 12.10

Διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων σε κύκλωμα RLC

Άρα $P = I_{\text{ev}} V_{\text{ev}} \cos\theta$.

Όταν το κύκλωμα περιλαμβάνει μόνο (ιδανικό, δηλ. χωρίς απώλειες) πυκνωτή ή μόνο (ιδανικό, δηλ. χωρίς απώλειες) πηνίο, ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος είναι μηδέν. Ένα τέτοιο κύκλωμα δεν απορροφά κατά μέσο όρο ενέργεια.

12.3 Αντιστάσεις στο εναλλασσόμενο ρεύμα

12.3.1 Κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με ωμική αντίσταση

Κύκλωμα περιλαμβάνει ωμική αντίσταση R και τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση της μορφής $V = V_0 \cos\omega t$. Το στιγμιαίο ρεύμα δίνεται απ' τη σχέση:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_0 \sin\omega t}{R} = I_0 \sin\omega t,$$

όπου I_0 το πλάτος του ρεύματος που δίνεται από τον τύπο $I_0 = V_0/R$. Όταν το κύκλωμα της ωμικής αντίστασης διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, οι στιγμιαίες τιμές του ρεύματος και της τάσης έχουν την ίδια φάση. Αφού τα μεγέθη είναι συμφασικά, μπορούμε να τα παραστήσουμε με τη βοήθεια περιστρεφόμενων διανυσμάτων μέτρου I_0 , V_0 , όπως στα σχήματα 12.11 και 12.12.

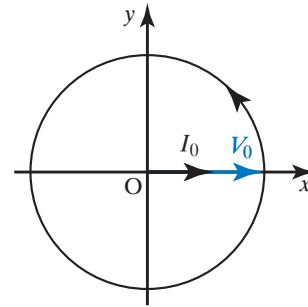
Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ s το διάνυσμα της τάσης βρίσκεται πάνω στον άξονα x , το διάνυσμα του ρεύματος θα βρίσκεται πάνω στον ίδιο άξονα. Σε κάθε άλλη χρονική στιγμή σχηματίζουν με τον άξονα x την ίδια γωνία $\varphi = \omega t$ και η προβολή τους στον άξονα y έχει τιμές $V = V_0 \sin\omega t$ και $I_0 \sin\omega t$. Αυτό αποδίδεται διανυσματικά στο σχήμα 12.11.

Από τη σχέση $I_0 = V_0/R$ προκύπτει διαιρώντας τα μέλη της διά $\sqrt{2}$, η σχέση $I_{\text{ev}} = V_{\text{ev}}/R$. Συνεπώς, ο Νόμος του Ohm ισχύει και για τις ενεργές τιμές του ρεύματος και της τάσης. Επειδή η διαφορά φάσης ανάμεσα στην τάση και στο ρεύμα είναι ίση με μηδέν, ο συντελεστής ισχύος ισούται με τη μονάδα ($\cos\theta = 1$). Άρα η ισχύς που αντιστοιχεί στο ωμικό κύκλωμα δίνεται απ' τις σχέσεις:

$$P = I_{\text{ev}} V_{\text{ev}} = \frac{V_{\text{ev}}^2}{R} = I_{\text{ev}}^2 R.$$

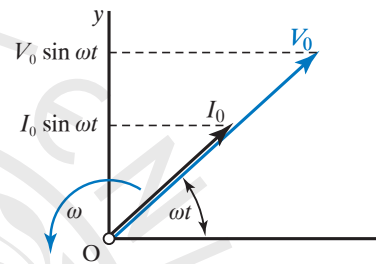
12.3.2 Κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με πηνίο

Στα άκρα ιδανικού πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής L , εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση $V = V_0 \sin\omega t$. Το πηνίο διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα I_L που μεταβάλλεται αρμονικά με τον



Σχ. 12.11

Διανυσματική παράσταση ρεύματος και τάσης σε ωμική αντίσταση



Σχ. 12.12

Κάθε χρονική στιγμή τα διανύσματα της τάσης (V) και του ρεύματος (I) έχουν την ίδια διεύθυνση

χρόνο, έχει την ίδια κυκλική συχνότητα ω με την τάση και η φάση του υστερεί της φάσης της τάσης κατά $\pi/2$. Η σχέση που περιγράφει το ρεύμα είναι $I_L = I_{L_0} \sin(\omega t - \pi/2)$.

Διαφορά φάσης $\pi/2$ μεταξύ της τάσης και του ρεύματος σημαίνει ότι, αν τη χρονική στιγμή t η τάση έχει τη μέγιστη τιμή της, πρέπει να παρέλθει χρόνος ίσος με $T/4$, προκειμένου και το ρεύμα να πάρει την αντίστοιχη μέγιστη τιμή του, δεδομένου ότι σε φάση 2π αντιστοιχεί χρόνος μίας περιόδου T . Η τάση και το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο παριστάνονται με περιστρεφόμενα διανύσματα (σχ. 12.13, τη στιγμή $t = 0$ s) και γραφικά με τις καμπύλες του σχήματος 12.14.

Οι «δυσκολίες» (αντίσταση) στη δημιουργία του ρεύματος προκαλούνται από το φαινόμενο της αυτεπαγωγής. Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή συνεχώς μεταβάλλεται και σύμφωνα με τον Νόμο του Lenz σε κάθε χρονική στιγμή αντιδρά στις μεταβολές του ρεύματος, που την προκαλούν. Όταν η συχνότητα του ρεύματος είναι μεγάλη, οι εναλλαγές είναι πολύ γρήγορες και συνεπώς η τάση από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται είναι μεγάλη. Αποδεικνύεται ότι η επαγωγική αντίσταση κυκλώματος που περιέχει ιδανικό πηνίο αυτεπαγωγής L είναι $Z_L = L\omega$

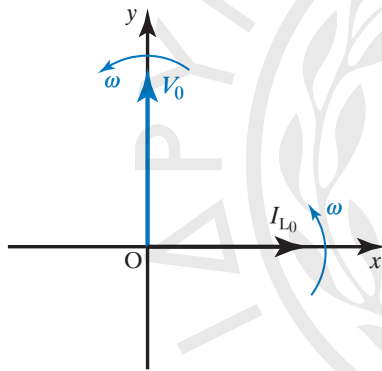
και ισχύει $Z_L = V_0/I_{L0}$.

Από τη σχέση αυτή προκύπτει η ενεργός τιμή του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο:

$$I_{ev} = \frac{I_{L0}}{\sqrt{2}} = \frac{V_0}{L\omega\sqrt{2}} = \frac{V_0}{L\omega\sqrt{2}} = \frac{V_{ev}}{L\omega},$$

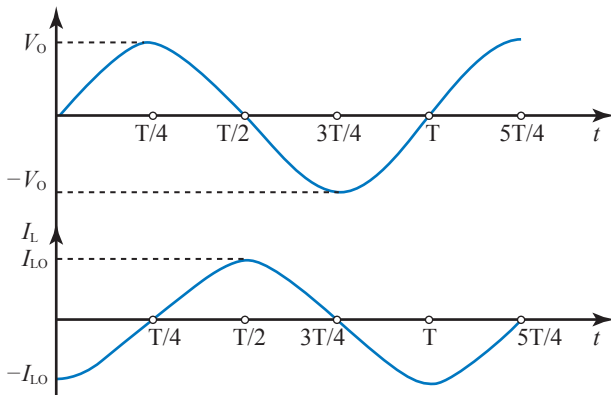
όπου: V_{ev} η ενεργός τιμή της τάσης στα άκρα του πηνίου.

Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει ότι η ενεργός τιμή I_{ev} του ρεύματος μειώνεται, όταν αυξάνεται η συχνότητα του ρεύματος. Συνεπώς, όταν η συχνότητα γίνεται μεγάλη, το ρεύμα πρακτικά μηδενίζεται. Αυτό το γεγονός βρίσκει εφαρμογή στα **αποπνικτικά πηνία**. Όταν ένα τέτοιο πηνίο παρεμβάλλεται σε κύκλωμα, από το οποίο πρόκειται να περάσουν ρεύματα με διάφορες συχνότητες, οι υψηλότερες φράσσονται έντονα, ενώ οι χαμηλότερες συχνότητες συναντούν μικρή επαγωγική αντίσταση



Σχ. 12.13

Διανυσματικό διάγραμμα τάσης και ρεύματος σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με πηνίο



Σχ. 12.14

Γραφική παράσταση τάσης και ρεύματος

και διέρχονται απ' το πηνίο. Από τα αποπνικτικά πηνία διέρχεται ελεύθερα το συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα, ιδιαίτερα όταν είναι πολύ μικρή η ωμική του αντίσταση.

12.3.3 Κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με πυκνωτή

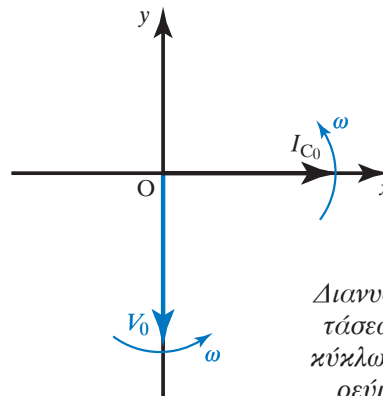
Πυκνωτής έχει χωρητικότητα C και στους οπλισμούς του εφαρμόζεται τάση $V = V_0 \sin \omega t$. Το εναλλασσόμενο ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμά του είναι $I_C = I_{C0} \sin(\omega t + \pi/2)$.

Ο πυκνωτής προκαλεί «δυσκολία» στη διέλευση εναλλασσόμενου ρεύματος, η οποία προέρχεται από τις εναλλασσόμενες μεταφορές ενέργειας στον πυκνωτή απ' το κύκλωμα και αντίστροφα. Το μέτρο για τη δυσκολία που προβάλλει ο πυκνωτής είναι η **χωρητική αντίσταση** και δίνεται απ' τη σχέση:

$$Z_C = \frac{V_{ev}}{I_{ev}} = \frac{V_0}{I_{C0}} = \frac{1}{C\omega}$$

Όταν ο πυκνωτής συνδέεται με πηγή συνεχούς τάσης ($\omega = 0$), τότε η χωρητική του αντίσταση είναι άπειρη, οπότε δεν αφήνει το ρεύμα να διέρχεται συνεχώς από αυτόν, απλώς ο πυκνωτής φορτίζεται με το κατάλληλο φορτίο και στη συνέχεια μένει φορτισμένος χωρίς να κινούνται φορτία προς αυτόν ή από αυτόν. Αφού φορτιστεί, αποτελεί διακόπτη για το συνεχές ρεύμα.

Από τη σχέση για το Z_C προκύπτει ότι η χωρητική αντίσταση του πυκνωτή είναι αντιστρόφως ανάλογη προς τη συχνότητα. Έτσι, τα ρεύματα υψηλής συχνότητας διαρρέουν εύκολα το κύκλωμα που περιλαμβάνει πυκνωτή, ενώ τα ρεύματα χαμηλής συχνότητας συναντούν μεγάλη αντίσταση. Η τάση στα άκρα του πυκνωτή και το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι μεγέθη που μεταβάλλονται αρμονικά με τον χρόνο και μπορούν να παρασταθούν από περιστρεφόμενα διανύσματα (σχ. 12.15).



Σχ. 12.15

Διανυσματικό διάγραμμα τάσεως και ρεύματος σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με πυκνωτή

12.3.4 Κύκλωμα με αντιστάτη, πηνίο και πυκνωτή σε σειρά

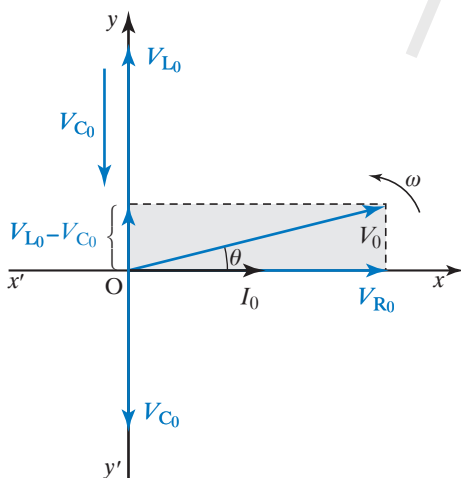
Θεωρούμε κύκλωμα που περιλαμβάνει ωμικό αντιστάτη αντίστασης R , ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L και ιδανικό πυκνωτή χωρητικότητας C , συνδεδεμένα σε σειρά.

Το κύκλωμα διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα, που αποδεικνύεται ότι δίνεται από τη σχέση $I = I_0 \sin(\omega t - \theta)$. Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι το ρεύμα μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο, έχει την ίδια κυκλική συχνότητα με την τάση και παρουσιάζει διαφορά φάσης θ σε σχέση με την τάση.

12.3.5 Υπολογισμός της σύνθετης αντίστασης του κυκλώματος

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος λέγεται και **εμπέδηση** (εμπέδηση ονομάζεται και η χωρητική και η επαγωγική αντίσταση).

Ο ωμικός αντιστάτης, το πηνίο και ο πυκνωτής είναι συνδεδεμένα σε σειρά, άρα την κάθε χρονική στιγμή διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα που δημιουργεί στις άκρες τους τάσεις V_R, V_L, V_C , αντίστοιχα. Η τάση V_R βρίσκεται σε φάση με το ρεύμα I . Η τάση V_L προηγείται του ρεύματος κατά $\pi/2$, ενώ η τάση V_C υστερεί του ρεύματος κατά $\pi/2$. Στο σχήμα 12.16 απεικονίζεται το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και του ρεύματος. Θεωρούμε μία χρονική στιγμή, κατά την οποία το διάνυσμα I του ρεύματος βρίσκεται πάνω στον θετικό άξονα x . Τότε και το διάνυσμα V_{R0} θα βρίσκεται πάνω στον ίδιο άξονα. Το διάνυσμα V_{L0} της τάσης που εφαρμόζεται στο πηνίο προηγείται κατά $\pi/2$ και βρίσκεται πάνω στον θετι-



Σχ. 12.16

Διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων

κό άξονα y . Το διάνυσμα V_{C0} της τάσης που εφαρμόζεται στον πυκνωτή υστερεί κατά $\pi/2$ και βρίσκεται πάνω στον αρνητικό άξονα y . Η συνισταμένη των τριών διανυσμάτων V_{R0}, V_{L0}, V_{C0} ισούται με το διάνυσμα V_0 , που αντιστοιχεί στην εφαρμοζόμενη ημιτονοειδή τάση. Από το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων (σχ. 12.16) προκύπτει ότι:

$$V_0 = \sqrt{(V_{R0})^2 + (V_{L0} - V_{C0})^2}.$$

Γνωρίζουμε ότι

$$V_{R0} = I_0 R, V_{L0} = I_0 \omega L, V_{C0} = I_0 \cdot 1/\omega C.$$

Άρα η ανωτέρω σχέση γράφεται:

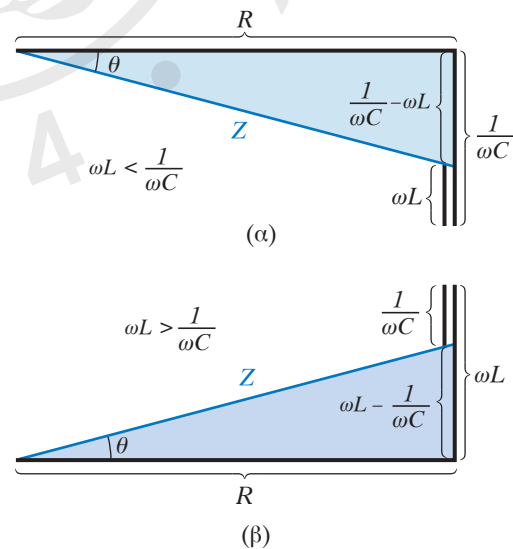
$$V_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \eta$$

$$\frac{V_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Για την εμπέδηση Z του κυκλώματος έχουμε εξ ορισμού $Z = V_0/I_0$ και επομένως ότι:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Χρήσιμα είναι τα διαγράμματα στο σχήμα 12.17.



Σχ. 12.17

Υπολογισμός της εμπέδησης Z , όταν η εμπέδηση του πηνίου είναι: (α) μικρότερη, (β) μεγαλύτερη από την εμπέδηση του πυκνωτή

Η διαφορά φάσης μεταξύ της εφαρμοζόμενης ημιτονοειδούς τάσης και του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα υπολογίζεται από τα ορθογώνια τρίγωνα του σχήματος 12.17 και ισχύει ότι:

$$\tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

1) Όταν $\omega L > 1/\omega C$, τότε η γωνία θ είναι θετική και το ρεύμα υστερεί ως προς την τάση, κατά γωνία θ , άρα $I = I_0 \sin(\omega t - \theta)$.

2) Όταν $\omega L < 1/\omega C$, τότε η γωνία θ είναι αρνητική και το ρεύμα προηγείται της τάσης, κατά γωνία θ , άρα $I = I_0 \sin(\omega t + \theta)$.

3) Όταν $\omega L = 1/\omega C$, τότε η διαφορά φάσης ισούται με το μηδέν. Άρα, η τάση στα άκρα του κυκλώματος και το διερχόμενο ρεύμα βρίσκονται σε συμφωνία φάσης. Το κύκλωμα παρουσιάζει **ωμική συμπεριφορά**.

Από τη σχέση

$$V_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

προκύπτει ο Νόμος του Ohm για τα ενεργά μεγέθη:

$$I_{\text{εν}} = \frac{V_{\text{εν}}}{Z} = \frac{V_{\text{εν}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Αλλάζουμε συμβολισμό και θέτουμε $\varphi = \theta$. Η μέση ισχύς του κυκλώματος υπολογίζεται από τη σχέση $P = I_{\text{εν}} V_{\text{εν}} \cos \varphi$, όπου ο συντελεστής ισχύος είναι:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{R}{Z}$$

και παίρνει μόνο θετικές τιμές ($0 \leq \cos \varphi \leq 1$), διότι η διαφορά φάσης είναι δυνατό να παίρνει μόνο τις τιμές του διαστήματος $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$. Με συνδυασμό των παραπάνω σχέσεων προκύπτει ότι $P = I_{\text{εν}}^2 R$. Η σχέση αυτή δείχνει ότι η μέση ισχύς του κυκλώματος ισούται με την ισχύ στον ωμικό αντιστάτη αντιστάσης R . Η αυτεπαγωγή και η χωρητικότητα αποτελούν άεργα στοιχεία στα κυκλώματα του εναλλασσομένου ρεύματος.



Παρατήρηση

Στο συνεχές ρεύμα η τάση που εφαρμόζεται στο κύκλωμα, κατανέμεται στα στοιχεία του. Συνεπώς, αθροίζοντας τις επιμέρους τάσεις, υπολογίζουμε την ολική τάση. Στο εναλλασσόμενο ρεύμα προσθέτουμε αριθμητικά τις στιγμιαίες τιμές των τάσεων. Τα πλάτη και οι ενεργές τιμές των τάσεων αθροίζονται διανυσματικά και λαμβάνεται υπόψη η διαφορά φάσης.

12.3.6 Συντονισμός σε κύκλωμα RLC σε σειρά

Από τη σχέση:

$$\frac{V_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

προκύπτει ότι το πλάτος του ρεύματος είναι:

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{V_0}{Z}$$

Παρατηρούμε ότι το πλάτος του ρεύματος είναι ανάλογο προς το πλάτος της εφαρμοζόμενης τάσης και εξαρτάται από την κυκλική της συχνότητα. Στις πολύ χαμηλές συχνότητες ο πυκνωτής είναι το κυριότερο εμπόδιο στη ροή του ρεύματος, ενώ, αντίθετως, στις πολύ μεγάλες συχνότητες η αυτεπαγωγή αποτελεί το κύριο εμπόδιο. Θα δούμε ότι υπάρχει πάντα μία κυκλική συχνότητα ω_0 , στην οποία η επαγωγική αντίσταση αντισταθμίζει τη χωρητική, με αποτέλεσμα η εμπέδηση που προβάλλει το κύκλωμα να γίνεται ελάχιστη και να ισούται με την ωμική αντίσταση. Διατηρούμε σταθερά όλα τα άλλα μεγέθη και μεταβάλλουμε μόνο το ω . Από τις αντιστάσεις του κυκλώματος μόνο η ωμική αντίσταση R παραμένει τότε σταθερή, διότι είναι ανεξάρτητη απ' την κυκλική συχνότητα. Η επαγωγική αντίσταση μεταβάλλεται ανάλογα με την ω και η χωρητική αντιστροφή ανάλογα [σχ. 12.18(α)]. Παρατηρούμε ότι η εμπέδηση (σύνθετη αντίσταση) Z παραμένει πάντοτε μεγαλύτερη από την ωμική αντίσταση R . Τότε για μία ορισμένη τιμή του ω , έστω την ω_0 , ισχύει ότι:

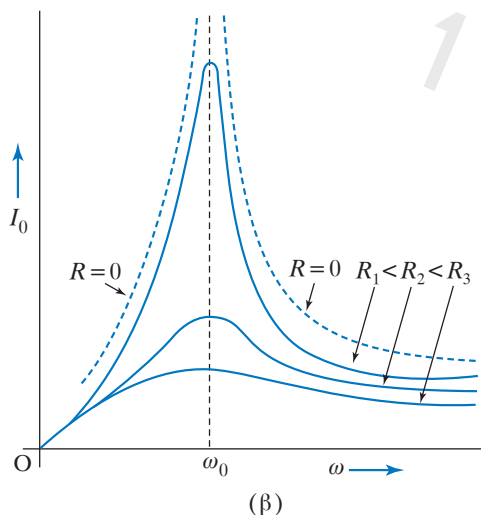
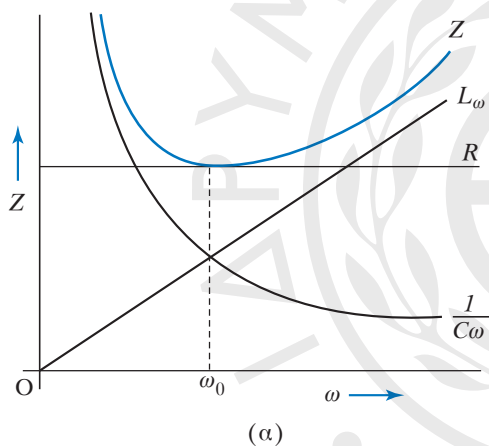
$$\omega_0 L = 1/\omega_0 C.$$

Η τιμή της ω_0 καθορίζεται από τα στοιχεία L , C του κυκλώματος και δεν έχει καμία σχέση με την εναλλασσόμενη τάση που εφαρμόζεται στα άκρα

του. Αντικαθιστούμε στη σχέση:

$$\frac{V_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

και προκύπτει ότι το πλάτος του ρεύματος παίρνει τη μέγιστη τιμή του, που είναι $I_0 = V_0/R$. Η εμπέδηση του κυκλώματος γίνεται ίση με την ωμική αντίσταση R και η διαφορά φάσεως ρεύματος και τάσης μηδενίζεται. Όταν σ' ένα κύκλωμα RLC σε σειρά ισχύει η σχέση $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$, τότε η εμπέδηση ισούται με την ωμική αντίσταση, το πλάτος του ρεύματος γίνεται μέγιστο και η τάση συμφασική με το ρεύμα. Η κατάσταση αυτή του κυκλώματος ονομάζεται **συντονισμός**, διότι το αίτιο (τάση) και το αποτέλεσμα (ρεύμα) έχουν την ίδια φάση. Στην ιδανική περίπτωση, που η ωμική αντίσταση του κυκλώματος είναι μηδέν, το ρεύμα γίνεται άπειρο κατά το συντονισμό [σχ. 12.18(β)]. Στην πράξη δεν υπάρχει ιδανικό πη-



Σχ. 12.18

Συντονισμός σε κύκλωμα RLC σε σειρά

νίο και οι αγωγοί σύνδεσης έχουν πάντα μία ωμική αντίσταση, έστω μικρή. Συνεπώς, το ρεύμα δεν τείνει στο άπειρο, αλλά λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του κατά τον συντονισμό. Η τιμή της κυκλικής συχνότητας, για την οποία μεγιστοποιείται το πλάτος I_0 , ονομάζεται **κυκλική ιδιοσυχνότητα** του κυκλώματος και ισούται με:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Η συχνότητα και η περίοδος που αντιστοιχούν στην ω_0 ονομάζονται αντίστοιχα ιδιοσυχνότητα και ιδιοπερίοδος του κυκλώματος RLC σε σειρά και είναι

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{και} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

Από τη σχέση $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$ προκύπτει ότι:

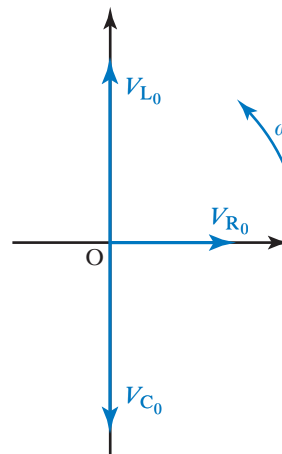
$$I_0 \omega_0 L = I_0 \cdot 1/\omega_0 C$$

Το πρώτο μέλος της σχέσης αυτής δίνει το πλάτος της τάσης στα άκρα του πηνίου και το δεύτερο μέλος το πλάτος της τάσης στα άκρα του πυκνωτή. Συνεπώς, κατά τον συντονισμό ισχύει ότι $V_{C_0} = V_{L_0}$.

Στο διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων (σχ. 12.19) η συνισταμένη των V_C , V_L είναι μηδέν, διότι η τάση στο πηνίο προηγείται της τάσης στον πυκνωτή κατά π . Η γραφική παράσταση των τάσεων κατά τον συντονισμό παρουσιάζεται στο σχήμα 12.20.

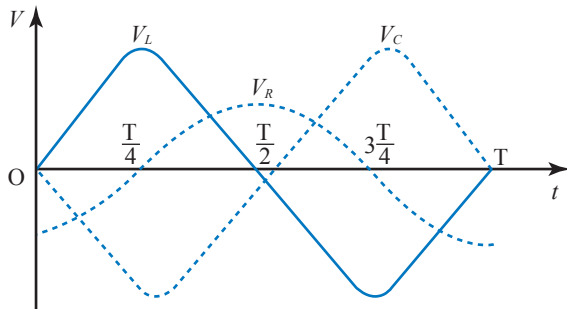
12.3.7 Μελέτη κυκλώματος RC σε σειρά

Θεωρούμε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος που αποτελείται από ωμικό αντιστάτη αντιστάσης



Σχ. 12.19

Διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων κατά τον συντονισμό



Σχ. 12.20

Γραφική παράσταση των τάσεων κατά το συντονισμό

R και πυκνωτή χωρητικότητας C . Η εμπέδηση του Z υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

αν θέσουμε $L=0$ και είναι: $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$

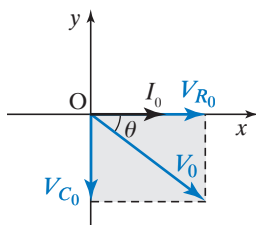
Η διαφορά φάσης θ μεταξύ τάσης και ρεύματος, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \text{ Εάν θέσουμε } L = 0, \text{ είναι:}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{-\omega C R}$$

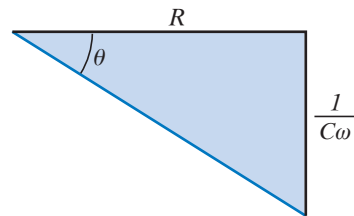
Επειδή η γωνία θ είναι αρνητική, το διάνυσμα του ρεύματος στο διάγραμμα των τάσεων θα προηγείται του διανύσματος της εφαρμοζόμενης τάσης V_0 κατά θ (σχ. 12.21).

Παρατηρούμε ότι αν κάποια χρονική στιγμή το διάνυσμα I βρίσκεται πάνω στο θετικό άξονα x , το διάνυσμα V_R θα βρίσκεται στον ίδιο άξονα, ενώ το διάνυσμα V_C θα βρίσκεται στον αρνητικό άξονα y . Το σχήμα 12.22 δείχνει το διάγραμμα των εμπεδησεων.



Σχ. 12.21

Διάγραμμα των τάσεων και του ρεύματος



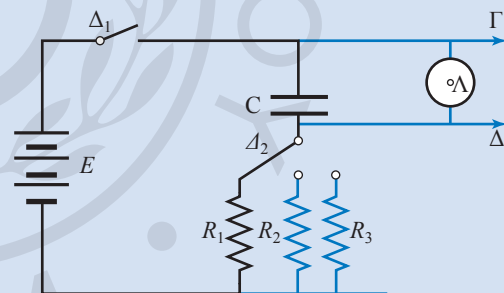
Σχ. 12.22
Διάγραμμα εμπεδησεων σε κύκλωμα RC



Εφαρμογή

Αρχή παραγωγής πρωινοτής τάσης. Οι συνδυασμοί RC σε σειρά βρίσκουν εφαρμογές στα κυκλώματα ηλεκτρονικών συσκευών (π.χ. παλμογράφος, τηλεόραση) και χρησιμοποιούνται για την παραγωγή πρωινοτής τάσης, η οποία αποτελεί βασικό στοιχείο για τη δημιουργία εικόνας σε τηλεόραση και παλμογράφο.

Στο κύκλωμα του σχήματος 12.23 η λυχνία Λ (thyatron) περιέχει αέριο σε χαμηλή πίεση και όταν η τάση στα άκρα της υπερβεί μία συγκεκριμένη τιμή V_a η Λ διαρρέεται από μεγάλο ρεύμα, οπότε αυτομάτως η τάση υποβιβάζεται σε τιμή V_σ και η Λ σταματά να διαρρέεται από ρεύμα.



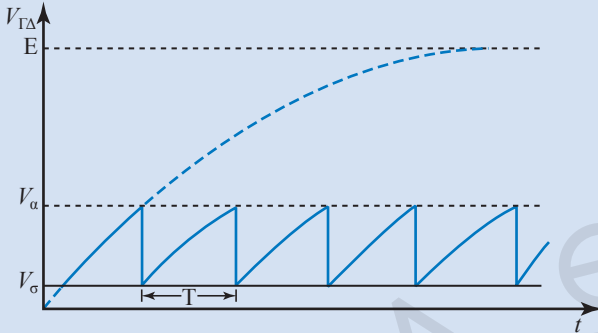
Σχ. 12.23

Κύκλωμα παραγωγής πρωινοτής τάσης

Μόλις ο διακόπτης Δ_1 κλείσει, σχηματίζεται κλειστό κύκλωμα (αποτελούμενο από R_1 , C , E), ο C ξεκινά να φορτίζεται και η τάση στα άκρα του σταδιακά αυξάνεται προς την τελική τιμή E . Όταν η τάση στα άκρα του C υπερβεί την τιμή V_a , η Λ διαρρέεται από μεγάλο ρεύμα, ο C εκφορτίζεται απότομα, οπότε η τάση στα άκρα της Λ μειώνεται φθάνοντας στην τιμή V_σ με $V_\sigma < V_a$ και το ρεύμα μηδενίζεται. Ακολούθως, υπό την επίδραση της πηγής ο C ξεκινά πάλι να φορτίζεται και το φαινόμενο επαναλαμβάνεται συ-

νεχώς με τον ίδιο τρόπο. Λόγω της μορφής που έχει η τάση (σχ. 12.24) ονομάζεται **πριονωτή**.

Αν μεταφερθεί ο Δ_1 σε άλλη αντίσταση, μεταβάλλεται η ταχύτητα φόρτισης του C και επιτυγχάνεται αύξηση ή μείωση της περιόδου της πριονωτής τάσης.



Σχ. 12.24
Μεταβολή τάσης στα άκρα της Λ

12.3.8 Μελέτη κυκλώματος RL σε σειρά

Θεωρούμε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος που αποτελείται από πηνίο αυτεπαγωγής L και ωμικό αντιστάτη αντίστασης R , συνδεδεμένων σε σειρά.

Η εμπέδηση Z υπολογίζεται ως η υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές R και ωL (σχ. 12.25). Από το πυθαγόρειο θεώρημα προκύπτει ότι

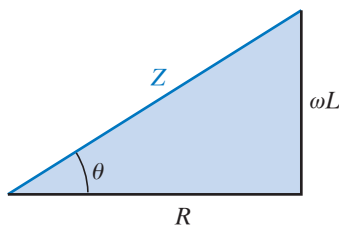
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι:

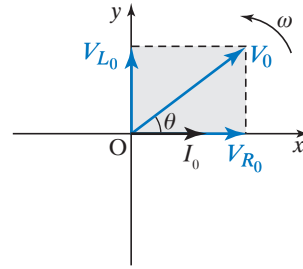
$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}$$

Από το σχήμα 12.26 υπολογίζεται η διαφορά φάσης θ μεταξύ της τάσης και του ρεύματος. Ισχύει ότι:

$$\tan \theta = \frac{\omega L}{R}$$



Σχ. 12.25
Διάγραμμα εμπεδίσεων σε κύκλωμα RL



Σχ. 12.26
Διάγραμμα των τάσεων και του ρεύματος

Η τάση στο κύκλωμα προηγείται του ρεύματος κατά γωνία θ .

– Συντονισμός κυκλώματος RLC συνδεδεμένου παράλληλα

Η αντίσταση R αντιπροσωπεύει την ωμική αντίσταση του κυκλώματος και γενικά την αντίσταση απωλειών του πηνίου. Η R πρέπει να έχει όσο το δυνατό μικρή τιμή, πολύ μικρότερη από την επαγωγική αντίσταση του πηνίου, προκειμένου η ποιότητα

$$Q = \frac{L \cdot \omega_0}{R}$$

του κυκλώματος να είναι καλύτερη. Στις χαμηλές συχνότητες στις οποίες ο πυκνωτής παρουσιάζει μεγάλη αντίσταση

$$\left(\frac{1}{C \cdot \omega} \right),$$

το περισσότερο ρεύμα διέρχεται από τον κλάδο του πηνίου, το οποίο τότε παρουσιάζει μικρή αντίσταση ($L \cdot \omega$). Το ακριβώς αντίθετο συμβαίνει στις υψηλές συχνότητες.

Για μία ενδιάμεση συχνότητα f_0 που λέγεται συχνότητα συντονισμού οι δύο αντιστάσεις (χωρητική και αυτεπαγωγική) εξισώνονται, άρα επέρχεται συντονισμός κυκλώματος και

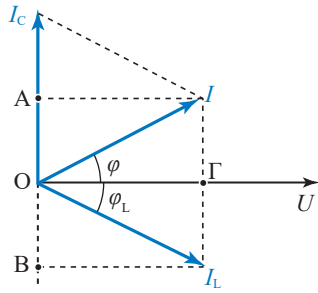
$$L \cdot \omega_0 = \frac{1}{C \cdot \omega_0} \Leftrightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2\pi f_0)^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Leftrightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot C}}$$

Από το διάγραμμα ρευμάτων (σχ. 12.27) ισχύουν

$$\sin \varphi_L = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}, \quad \cos \varphi_L = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}},$$

$$\tan \varphi = \frac{I_C - I_L \sin \varphi_L}{I_L \cos \varphi_L}$$



Σχ. 12.27
Διάγραμμα ρευμάτων

Κατά το συντονισμό το ρεύμα στο κύκλωμα είναι ελάχιστο και η εμπέδηση $Z = QL\omega_0$ (που έχει ωμικό χαρακτήρα) είναι μέγιστη, Q φορές μεγαλύτερη απ' την επαγωγική (ή χωρητική) αντίσταση (φαινόμενο υπεραντίστασης) διότι για οποιανδήποτε άλλη συχνότητα πλην της συχνότητας του συντονισμού, υπάρχει ευκολότερη δίοδος από τον έναν κλάδο στον άλλον.

- Κύκλωμα Thomson

Το πηνίο θεωρείται ιδανικό και ο πυκνωτής χωρίς απώλειες. Στην πράξη δεν υπάρχει παράλληλο κύκλωμα LC χωρίς ωμική αντίσταση, διότι το πηνίο πάντα παρουσιάζει ωμική αντίσταση

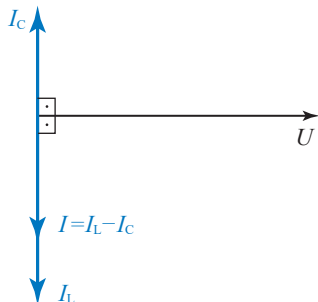
$$R = \rho \frac{\ell}{S}$$

και ο πυκνωτής παρουσιάζει ωμική αντίσταση λόγω απωλειών που οφείλονται στη διηλεκτρική υστέρηση και στη διαρροή του διηλεκτρικού. Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα

$$I_L = \frac{U}{\omega L},$$

ο πυκνωτής από ρεύμα $I_C = U\omega C$ και από το διάγραμμα (σχ. 12.28) φαίνεται ότι το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = I_L - I_C = U \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)$$



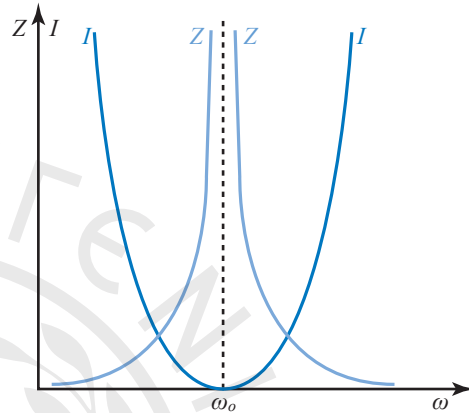
Σχ. 12.28
Διάγραμμα ρευμάτων

Η εμπέδηση του κυκλώματος είναι

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}$$

Όταν $\frac{1}{L\omega} = \omega C \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

τότε (σχ. 12.29) $Z \rightarrow \infty$ και $I \rightarrow 0$ (συντονισμός).



Σχ. 12.29

Συντονισμός σε κύκλωμα

- Κύκλωμα RL σε παράλληλη σύνδεση

Τα ρεύματα που διαρρέουν την ωμική αντίσταση R και το πηνίο αντιστοίχως, είναι

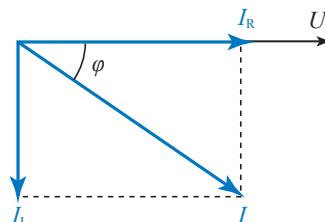
$$I_R = \frac{U}{R}, \quad I_L = \frac{U}{L\omega} = \frac{U}{L2\pi f}$$

Από το διάγραμμα ρευμάτων (σχ. 12.30) είναι

$$\tan \varphi = \frac{-R}{L\omega}, \quad \cos \varphi = \frac{Z}{R},$$

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2 = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(L\omega)^2}},$$

άρα $Z = \frac{RL\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$



Σχ. 12.30
Διάγραμμα ρευμάτων

- Κύκλωμα RC σε παράλληλη σύνδεση

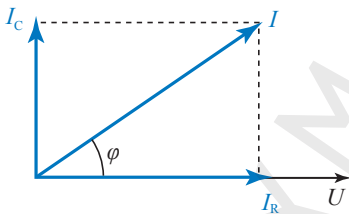
Τα ρεύματα που διαρρέουν την ωμική αντίσταση R και τον πυκνωτή αντιστοιχώς, είναι

$$I_R = \frac{U}{R}, \quad I_C = U2\pi fC$$

Από το διάγραμμα ρευμάτων (σχ. 12.31) ισχύουν

$$I = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + (C\omega)^2}, \quad \tan\varphi = RC\omega, \quad \cos\varphi = \frac{Z}{R}$$

άρα
$$Z = \frac{R}{C\omega\sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}}}$$

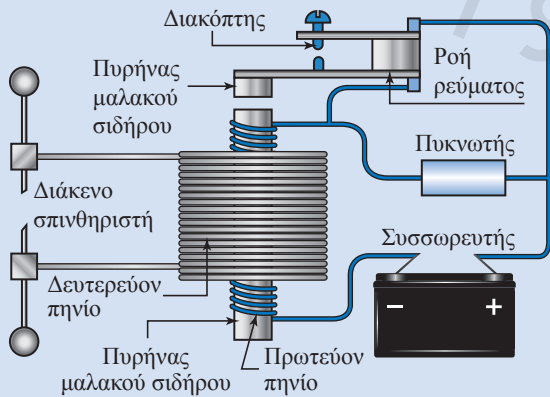


Σχ. 12.31
Διάγραμμα ρευμάτων



Εφαρμογή

Στο κύκλωμα ανάφλεξης της μηχανής αυτοκινήτου (σχ. 12.32), ο διακόπτης τίθεται σε λειτουργία από πυκνωτή που εκφορτίζεται σε σύντομα χρονικά διαστήματα. Όταν το ρεύμα χαμηλής τάσης που διαρρέει το πρωτεύον πηνίο διακόπτεται, παράγεται επαγωγικό ρεύμα υψηλής τάσης στο δευτερεύον πηνίο. Έτσι

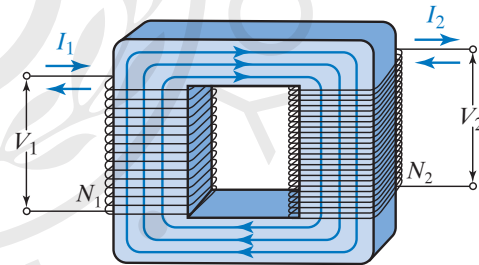


Σχ. 12.32
Κύκλωμα ανάφλεξης μηχανής αυτοκινήτου

στους ακροδέκτες του σπινθηριστή προκαλείται σπινθήρας που αναφλέγει το μείγμα καυσίμου-αέρα που βρίσκεται στον θάλαμο καύσης. Όταν το αυτοκίνητο κινείται, ο χρονισμός του διακόπτη ελέγχεται από την ταχύτητα της μηχανής.

12.4 Μετασχηματιστές - Γεννήτριες

Ο μετασχηματιστής είναι διάταξη, με την οποία μεταβάλλουμε την τάση του εναλλασσομένου ρεύματος. Η λειτουργία του οφείλεται στο φαινόμενο της αμοιβαίας επαγωγής. Αποτελείται από δύο πηνία Π_1, Π_2 τυλιγμένα στις δύο πλευρές κλειστού πλαισίου από μαλακό σίδηρο. Τα σύρματα των πηνίων συνήθως είναι χάλκινα με μονωτική επένδυση. Το Π_1 ονομάζεται **πρωτεύον πηνίο**, συνδέεται με την πηγή εναλλασσόμενης τάσης και αποτελείται από N_1 σπείρες σύρματος. Το κύκλωμα του πηνίου Π_1 ονομάζεται **πρωτεύον κύκλωμα**. Το Π_2 ονομάζεται **δευτερεύον πηνίο**, αποτελείται από N_2 σπείρες σύρματος και οι άκρες του συνδέονται με κύκλωμα που ονομάζεται **δευτερεύον κύκλωμα** (σχ. 12.33).



Σχ. 12.33
Μετασχηματιστής

12.4.1 Λειτουργία του μετασχηματιστή

Στα άκρα του πρωτεύοντος πηνίου Π_1 υπάρχει ενεργός τάση V_1 (τάση εισόδου) με συχνότητα f . Υποθέτουμε ότι τα κυκλώματα είναι τέτοια που το ρεύμα και η τάση του πρωτεύοντος έχουν την ίδια φάση και το ίδιο ισχύει για τα αντίστοιχα του δευτερεύοντος. Το κύκλωμα του πρωτεύοντος πηνίου διαρρέεται από ενεργό ρεύμα (πρωτεύον ρεύμα) I_1 . Μέσα στον πυρήνα του μαλακού σιδήρου σχηματίζεται εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο που οι δυναμικές γραμμές του μένουν στο εσωτερικό του μαλακού σιδήρου σχηματίζοντας κλειστό μαγνητικό κύκλωμα. Η μεταβολή του μαγνητικού πεδίου προ-

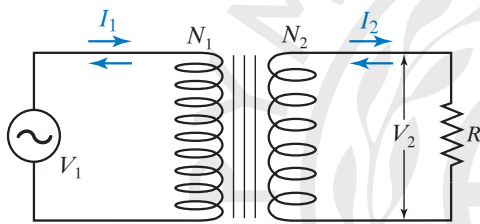
καλεί μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου Π_2 : τότε (αμοιβαία επαγωγή) αναπτύσσεται στις άκρες του δευτερεύοντος πηνίου Π_2 εναλλασσόμενη τάση ίδιας συχνότητας f .

12.4.2 Εξισώσεις του μετασχηματιστή

Έστω ότι ο μετασχηματιστής είναι ιδανικός. Οι τάσεις στην είσοδο (στο πρωτεύον) V_1 και στην έξοδο (στο δευτερεύον) V_2 συνδέονται με τη σχέση

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1},$$

όπου N_1, N_2 ο αριθμός των σπειρών του πρωτεύοντος και του δευτερεύοντος πηνίου (σχ. 12.34). Ο λόγος N_2/N_1 ονομάζεται *λόγος μετασχηματισμού* και είναι χαρακτηριστικός για κάθε μετασχηματιστή. Αν $N_2 > N_1$ τότε $V_2 > V_1$ και ο μετασχηματιστής λειτουργεί ως μετασχηματιστής ύψωσης της τάσης.



Σχ. 12.34

Σχηματική παράσταση μετασχηματιστή

Αν $N_1 > N_2$, τότε $V_1 > V_2$, και ο μετασχηματιστής λειτουργεί ως μετασχηματιστής υποβιβασμού της τάσης.

Όταν το κύκλωμα του δευτερεύοντος πηνίου Π_2 είναι κλειστό, λέμε ότι ο μετασχηματιστής λειτουργεί με φορτίο. Όταν το κύκλωμα του δευτερεύοντος πηνίου Π_2 είναι ανοιχτό, τότε ο μετασχηματιστής λειτουργεί στο κενό. Στο πρωτεύον και στο δευτερεύον κύκλωμα η ενεργός τιμή του ρεύματος είναι I_1 και I_2 αντιστοίχως. Η πηγή παρέχει στο πρωτεύον πηνίο Π_1 ισχύ $P_1 = I_1 V_1$. Το δευτερεύον πηνίο Π_2 παρέχει στο κύκλωμά του ισχύ $P_2 = I_2 V_2$. Για ιδανικό μετασχηματιστή, δηλαδή χωρίς απώλειες, από την Αρχή Διατήρησης της ενέργειας ισχύει ότι:

$$P_1 = P_2 \quad \text{ή} \quad I_1 V_1 = I_2 V_2 \quad \text{άρα} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2}.$$

Στην περίπτωση αυτή όλη η ισχύς που προσφέρεται στο πρωτεύον μεταφέρεται στο δευτερεύον πηνίο. Έτσι, προκύπτει ότι:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

12.4.3 Συντελεστής απόδοσης μετασχηματιστή

Στην πράξη οι μετασχηματιστές δεν είναι ιδανικοί, έχουν απώλειες. Συντελεστής απόδοσης α ενός μετασχηματιστή είναι το πηλίκο της ισχύος $P_{\text{δευτ.}}$, η οποία λαμβάνεται στο δευτερεύον, και της ισχύος $P_{\text{πρωτ.}}$, η οποία τροφοδοτεί το πρωτεύον. Δηλαδή

$$\alpha = \frac{P_{\text{δευτ.}}}{P_{\text{πρωτ.}}}$$

Γενικά στους μετασχηματιστές οι απώλειες είναι πολύ μικρές (έως 5%). Οι μεγάλοι μετασχηματιστές που χρησιμοποιούνται στα δίκτυα μεταφοράς και διανομής της ηλεκτρικής ενέργειας έχουν απόδοση που φτάνει έως 99%. Για την περίπτωση του ιδανικού μετασχηματιστή είναι $\alpha = 1$.

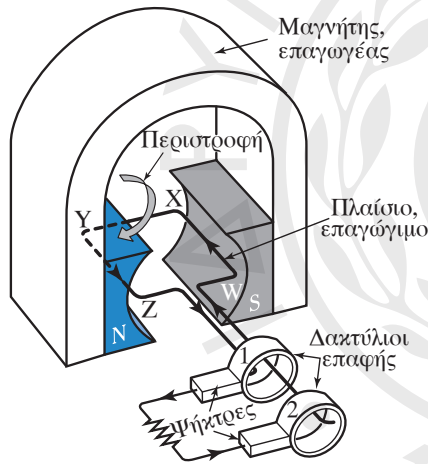
12.4.4 Γεννήτρια ρεύματος

Η αρχή λειτουργίας της γεννήτριας περιλαμβάνει ισχυρό ομογενές μαγνητικό πεδίο και αγωγό που κινείται σε σχέση με το πεδίο. Η κίνηση του αγωγού διατηρείται ασκώντας του δύναμη, άρα δαπανώντας ενέργεια. Στην πράξη οι γεννήτριες που χρησιμοποιούνται διαθέτουν όχι μόνο έναν αλλά πολλούς αγωγούς, που είναι κατάλληλα ενωμένοι μεταξύ τους και σχηματίζουν τύμπανο, ώστε να αθροίζονται οι ΗΕΔ, που προκαλούνται από το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής. Με τη βοήθεια κινητήριας μηχανής (βενζινομηχανής, πετρελαιομηχανής, ατμομηχανής, τουρμπίνας), περιστρέφεται το κυλινδρικό τύμπανο, καθώς και οι αγωγοί που βρίσκονται πάνω σ' αυτό.

Η γεννήτρια (εναλλακτήρας) εναλλασσόμενου ρεύματος αποτελείται από τρία κύρια μέρη: τον *επαγωγέα*, το *επαγώγιο* και τον *συλλέκτη*. Ο επαγωγέας είναι ένας ισχυρός μαγνήτης, δηλαδή ηλεκτρομαγνήτης ή πεταλοειδής μαγνήτης. Μεταξύ των πόλων του μαγνήτη στρέφεται, περί άξονα κάθετο στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, το επαγώγιο, που είναι πηνίο ή στην απλούστερη περίπτωση πλαίσιο. Στα άκρα του πλαισίου είναι στερεωμένοι δύο μεταλλικοί δακτύλιοι, που περιστρέφονται μαζί του. Κατά την περιστροφή του πλαισίου αναπτύσσεται στα άκρα του ΗΕΔ από ηλεκτρομαγνητική επαγωγή. Αντί για ένα χρησιμοποιούνται πολλά πλαίσια προσαρμοσμένα στον ίδιο άξονα περιστροφής, έτσι ώστε τα επίπεδά τους να σχηματίζουν γωνία μεταξύ τους.

Ο συλλέκτης είναι το σύστημα των δύο μονωμένων μεταλλικών δακτυλίων μαζί με δύο τεμάχια γραφίτη (ψήκτρες), που παραμένουν ακίνητα και βρίσκονται σε τέλεια επαφή με τη λεία επιφάνεια των δακτυλίων. Οι ψήκτρες (κοινώς καρβουνάκια) χρησιμεύουν για μεταβίβαση του ρεύματος που παράγεται, στο εξωτερικό κύκλωμα.

Στο σχήμα 12.35 φαίνεται μία απλή μορφή γεννήτριας, όπου ο επαγωγέας είναι πεταλοειδής μαγνήτης και το επαγωγίμο ένα ορθογώνιο συρμάτινο πλαίσιο, στα άκρα του οποίου είναι στερεωμένοι δύο μεταλλικοί δακτύλιοι που περιστρέφονται μαζί του. Στους εναλλακτήρες μεγάλης ισχύος, αντί να περιστρέφονται τα πλαίσια (επαγωγίμο) περιστρέφεται ο ηλεκτρομαγνήτης, που παράγει το μαγνητικό πεδίο (επαγωγέας). Το ακίνητο μέρος της γεννήτριας ονομάζεται **στάτορας** (stator) και το περιστρεφόμενο **ρότορας** (rotor).



Σχ. 12.35

Γεννήτρια εναλλασσομένου ρεύματος

12.4.5 Μονοφασικός εναλλακτήρας

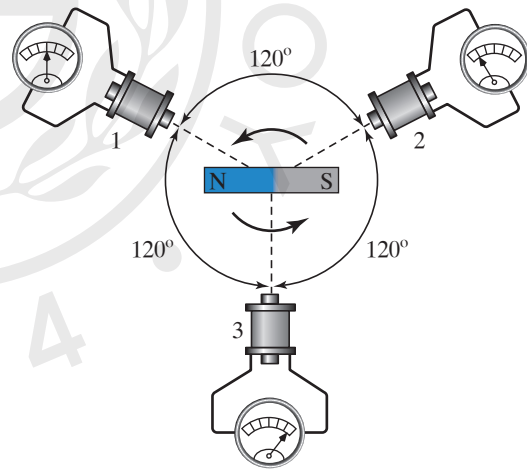
Το στρεφόμενο πλαίσιο είναι η πιο απλή μορφή γεννήτριας εναλλασσομένου ρεύματος. Το παραγόμενο εναλλασσόμενο ρεύμα ονομάζεται **μονοφασικό**. Τα ίδια φαινόμενα παρατηρούνται και όταν ένας μαγνήτης ή ηλεκτρομαγνήτης (επαγωγέας) στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μπροστά από ακίνητο πλαίσιο ή πηνίο (επαγωγίμο). Συνήθως ο επαγωγέας αποτελείται από ζεύγη μαγνητικών πόλων και το επαγωγίμο αποτελείται από τόσα πηνία, όσοι είναι οι μαγνητικοί πόλοι του επαγωγέα [σχ. 12.36(α)].

12.4.6 Τριφασικός εναλλακτήρας

Στις γεννήτριες τριφασικού ρεύματος που χρησιμοποιεί η βιομηχανία, ο αριθμός των πηνίων (επαγωγίμο) είναι τριπλάσιος από τον αριθμό των μαγνητικών πόλων (επαγωγέας). Στο σχήμα 12.36(β) φαίνεται το διάγραμμα τριφασικής γεννήτριας, καθώς και οι άκρες του συστήματος των τριών κυκλωμάτων του ακίνητου επαγωγίμου.



(α)

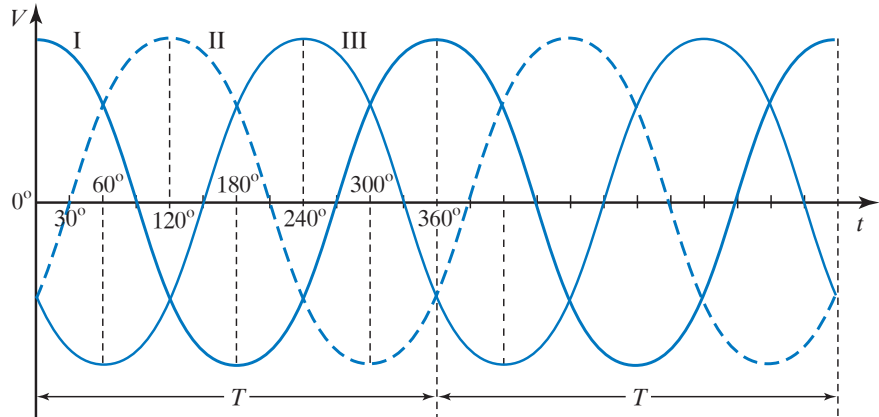


(β)

Σχ. 12.36

Τριφασικός εναλλακτήρας

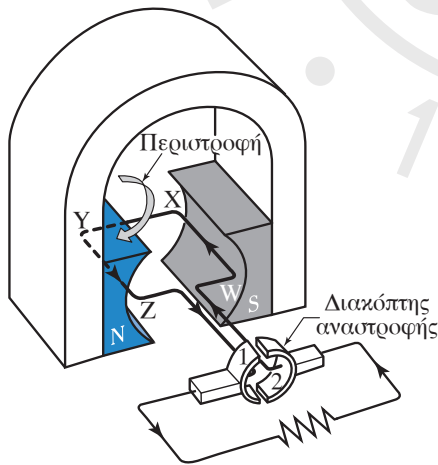
Σε κάθε ζεύγος αγωγών του επαγωγίμου (1, 2, 3) αναπτύσσεται εναλλασσόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη, που η συχνότητά της ισούται με τον αριθμό των περιστροφών, που κάνει ο μαγνήτης σ' ένα δευτερόλεπτο. Κάθε μία από αυτές τις ΗΕΔ καθυστερεί κατά 1/3 της περιόδου σχετικά με την προηγούμενη, δηλαδή παρουσιάζει διαφορά φάσης 120° (σχ. 12.37).



Σχ. 12.37
Οι τρεις αυτές ΗΕΔ αποτελούν ένα τριφασικό σύστημα

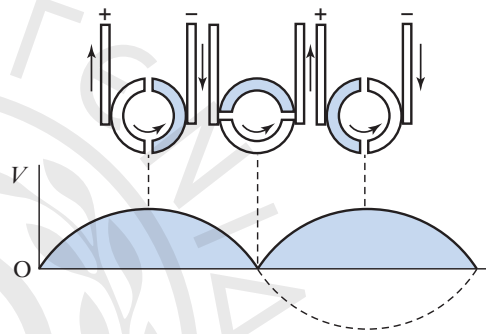
12.4.7 Γεννήτρια συνεχούς ρεύματος (δυναμό)

Κάθε γεννήτρια συνεχούς ρεύματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως κινητήρας και αντίστροφα οι κινητήρες μπορούν να χρησιμοποιηθούν και ως γεννήτριες. Η αρχή λειτουργίας των γεννητριών συνεχούς ρεύματος είναι η ίδια με των εναλλακτών. Η διαφορά τους οφείλεται στη διαφορετική κατασκευή του δακτυλίου. Συγκεκριμένα, αντί για δύο έχουν μόνο έναν δακτύλιο, που είναι χωρισμένος σε δύο ημιδακτύλιους (σχ. 12.38). Οι ψήκτρες είναι έτσι τοποθετημένες, ώστε να αλλάζουν ημιδακτύλιο, όταν το πλαίσιο είναι σε κατακόρυφη θέση. Σ' αυτήν τη θέση του πλαισίου η επαγόμενη ΗΕΔ αντιστρέφεται, με αποτέλεσμα η μία ψήκτρα να διατηρείται πάντοτε θετική και η άλλη αρνητική (σχ. 12.39).

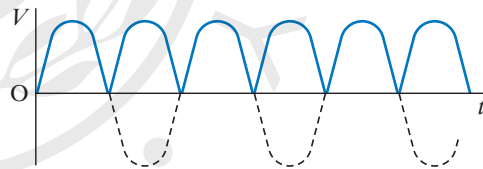


Σχ. 12.38
Γεννήτρια συνεχούς ρεύματος

Η μορφή της τάσης στα άκρα του επαγωγέα φαίνεται στο σχήμα 12.40. Συνήθως αντί για ένα χρησιμοποιούνται πολλά πλαίσια.



Σχ. 12.39
Οι δυο ψήκτρες αλλάζουν ημιδακτύλιο



Σχ. 12.40
Η μορφή της τάσης στα άκρα του επαγωγέα

12.5 Τριφασικό ρεύμα – Μεταφορά ηλεκτρικού ρεύματος – Κινητήρες

12.5.1 Τριφασικό ρεύμα

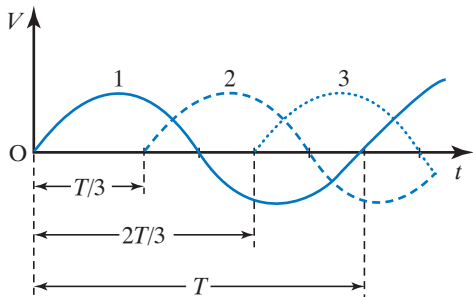
Οι μονοφασικοί εναλλακτές παράγουν εναλλασσόμενο ρεύμα που ονομάζεται **μονοφασικό**. Αν το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται μόνο από ωμική αντίσταση οι εξισώσεις του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι $I = I_0 \sin(\omega t)$ και $V = V_0 \sin(\omega t)$. Έστω τρία μονοφασικά ρεύματα που έχουν ίδια περίοδο T , ίδιο πλάτος τάσης V_0 και ρεύματος I_0 , αλλά παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορά φάσης 120° (σχ. 12.41). Ισχύουν αντίστοιχα οι εξισώσεις:

$$I_1 = I_0 \sin(\omega t), I_2 = I_0 \sin(\omega t + 120^\circ),$$

$$I_3 = I_0 \sin(\omega t + 240^\circ), \text{ και}$$

$$V_1 = V_0 \sin(\omega t), V_2 = V_0 \sin(\omega t + 120^\circ),$$

$$V_3 = V_0 \sin(\omega t + 240^\circ)$$



Σχ. 12.41

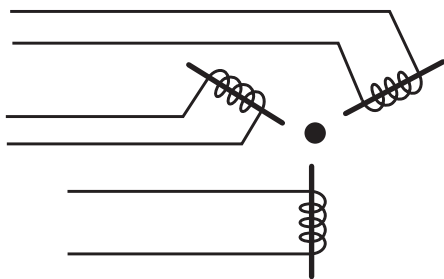
Τρία όμοια ρεύματα που έχουν το ένα με το άλλο διαφορά φάσης 120° ή T/3

Τριφασικό ρεύμα είναι ένα σύστημα τριών εναλλασσόμενων ρευμάτων, τα οποία έχουν ίδιο πλάτος τάσης (V_0) και ρεύματος (I_0), ίδια περίοδο T και το καθένα παρουσιάζει διαφορά φάσης 120° σχετικά με καθένα από τα άλλα δύο, δηλαδή παρουσιάζει μία χρονική υστέρηση ίση με $T/3$.

Αν τα άκρα των τριών πηνίων συνδεθούν με τρεις ίσες ωμικές αντιστάσεις, σχηματίζονται τρία κυκλώματα, τα οποία διαρρέονται από τρία εναλλασσόμενα ρεύματα, που αποτελούν το τριφασικό ρεύμα. Την τυχαία χρονική στιγμή t οι στιγμιαίες τιμές των τριών ρευμάτων είναι I_1, I_2, I_3 και ισχύει ότι $I_1 + I_2 + I_3 = 0$.

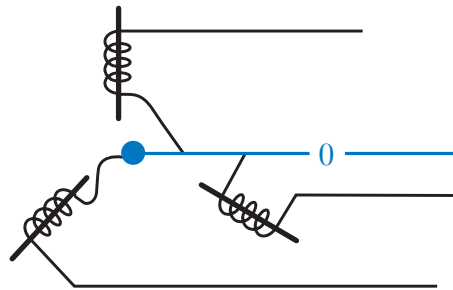
1) Μεταφορά τριφασικού ρεύματος

Για τη μεταφορά τριφασικού ρεύματος φαίνεται ότι χρειάζονται έξι αγωγοί (σχ. 12.42). Αν όμως η μία άκρη κάθε πηνίου συνδεθεί με τον ίδιο αγωγό, που ονομάζεται ουδέτερος (0), τότε για τη μεταφορά του τριφασικού ρεύματος χρειάζονται μόνο τέσσερις αγωγοί (σχ. 12.43).



Σχ. 12.42

Μεταφορά 3 ρευμάτων



Σχ. 12.43

Οι τρεις αγωγοί αντικαθίσταται από τον ουδέτερο αγωγό (0)

Το ολικό ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό είναι ίσο με μηδέν ($I_1 + I_2 + I_3 = 0$). Οι άλλοι τρεις αγωγοί ονομάζονται **φάσεις**. Προκειμένου ο ουδέτερος αγωγός να μην διαρρέεται από ρεύμα ($I_{0\Lambda} = 0$), πρέπει τα ρεύματα I_1, I_2, I_3 που διαρρέουν τις τρεις φάσεις να έχουν το ίδιο πλάτος I_0 . Για να συμβεί αυτό απαιτείται:

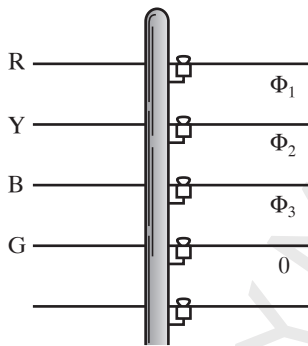
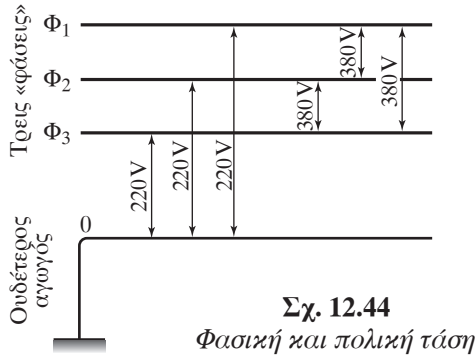
- 1) Οι καταναλωτές να χρησιμοποιούν μόνο ωμικές αντιστάσεις και όχι πηνία και πυκνωτές, διότι θα μεταβάλλουν τη διαφορά φάσης των 120°.
- 2) Οι ωμικές αντιστάσεις των καταναλωτών να είναι ίσες, διότι αν είναι διαφορετικές, τα τρία ρεύματα θα έχουν διαφορετικό πλάτος.

Επειδή οι παραπάνω προϋποθέσεις δεν μπορούν να ισχύσουν σε κάθε περίπτωση, ο ουδέτερος αγωγός διαρρέεται από κάποιο μικρό ρεύμα και επομένως πρέπει να υπάρχει.

Η ενεργός τάση μεταξύ της μίας φάσης και του ουδέτερου αγωγού ονομάζεται **φασική τάση** ($V_{\Phi\Lambda\Sigma}$) και είναι ίση με 220 V. Η ενεργός τάση μεταξύ δύο φάσεων ονομάζεται **πολική τάση** ($V_{\Pi\Omega\Lambda}$) και είναι ίση με 380 V. Στην κατανάλωση διατίθενται δύο τάσεις. Η φασική τάση 220 V χρησιμοποιείται στις οικιακές εφαρμογές, ενώ η πολική τάση 380 V σε τεχνικές εφαρμογές (σχ. 12.44). Στις κολόνες της ΔΕΗ μέσα στην πόλη, υπάρχουν πέντε (5) σύρματα (σχ. 12.45). Τρία σύρματα αντιπροσωπεύουν τις τρεις φάσεις (Φ_1, Φ_2, Φ_3) του τριφασικού ρεύματος. Ένα λεπτότερο σύρμα αντιπροσωπεύει τον ουδέτερο αγωγό (0) και το τελευταίο χρησιμεύει για κοινοτικό φωτισμό. Τα σύρματα ανάλογα με τα χρώματά τους συμβολίζονται R (red), Y (yellow), B (blue) και G (green).

2) Πλεονεκτήματα τριφασικού ρεύματος

Τα πλεονεκτήματα του τριφασικού ρεύματος έναντι του μονοφασικού είναι τα εξής:



Σχ. 12.45
Κολόνα της ΔΕΗ με 5 σύρματα

- 1) Κατά την παραγωγή τριφασικού ρεύματος υπάρχει οικονομία, διότι τα τρία επαγωγίματα τροφοδοτούνται με μαγνητική ροή από έναν μόνο επαγωγέα και όχι από τρεις.
- 2) Κατά τη μεταφορά τριφασικού ρεύματος απαιτούνται λιγότεροι αγωγοί (4 σύρματα μόνο, δηλ. 3 φάσεις και ο ουδέτερος) έναντι 3 αντίστοιχων του μονοφασικού (6 σύρματα), οπότε υπάρχει

σημαντική οικονομία σε υλικά και ηλεκτρική ενέργεια (μικρότερες απώλειες).

12.5.2 Μεταφορά ηλεκτρικού ρεύματος

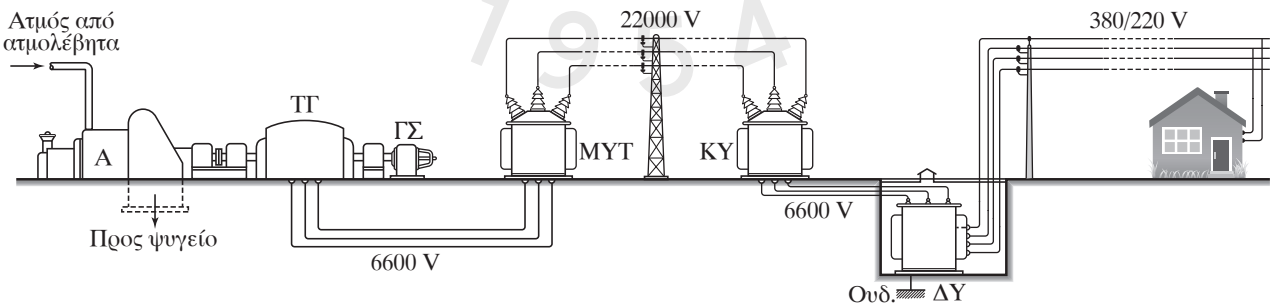
Ένα δίκτυο παραγωγής, μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας αποτελείται από:

- 1) Το εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.
- 2) Τον μετασχηματιστή ανύψωσης της τάσης.
- 3) Το σύστημα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.
- 4) Τον μετασχηματιστή υποβιβασμού της τάσης.
- 5) Τους καταναλωτές.

Το σχήμα 12.46 απεικονίζει μια τέτοια διάταξη με περισσότερες λεπτομέρειες.

Η απαίτηση για μικρό κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας έχει σχέση με την οικονομικότερη μεταφορά της. Συνεπώς, πρέπει να ελαχιστοποιούνται οι οποιεσδήποτε απώλειες ενέργειας. Σε κάθε περίπτωση στις γραμμές μεταφοράς θα υπάρχουν απώλειες λόγω του φαινομένου του Joule. Έστω εργοστάσιο ηλεκτροπαραγωγής, που παράγει ισχύ P_{EE} (ισχύς εξόδου), η οποία πρόκειται να μεταφερθεί στον τόπο κατανάλωσης. Το συγκεκριμένο μέγεθος αποτελεί χαρακτηριστικό του κάθε εργοστασίου. Αν V_{EE} η (ενεργός) τάση στην έξοδο του εργοστασίου και I το ηλεκτρικό ρεύμα (ενεργό) στη γραμμή μεταφοράς, ισχύει ότι $P_E = V_{EE} I$ (αν έχουμε ωμικούς καταναλωτές).

Παρατηρούμε απ' τη σχέση αυτή ότι για δεδομένη ισχύ, τα μεγέθη I, V_{EE} είναι αντιστρόφως ανάλογα, δηλαδή όταν το ένα αυξάνεται το άλλο μει-



A=ατμοστρόβιλος
ΤΓ=Τριφασική γεννήτρια
ΓΣ= Γεννήτρια συνεχούς ρεύματος για την τροφοδότηση του ρότορα της ΤΓ

MYT=Μετασχηματιστής υψηλής τάσης
ΚΥ= Κεντρικός υποσταθμός
ΔΥ=Δευτερέων υποσταθμός
Ο= Ουδέτερος αγωγός

Σχ. 12.46

Σχηματική παράσταση εργοστασίου ηλεκτροπαραγωγής και δικτύου μεταφοράς και διανομής της ηλεκτρικής ενέργειας

ώνεται. Προκειμένου οι απώλειες ισχύος, εξαιτίας του φαινομένου του Joule στη γραμμή μεταφοράς, να είναι μικρές, πρέπει η τιμή του ρεύματος να είναι μικρή. Άρα η τάση εξόδου V_{EE} από το εργοστάσιο πρέπει να είναι μεγάλη. Έστω R η αντίσταση στη γραμμή μεταφοράς, η οποία είναι σταθερή για καθορισμένη απόσταση εργοστασίου-τόπου κατανάλωσης και για συγκεκριμένο υλικό κατασκευής των αγωγών μεταφοράς. Οι απώλειες ισχύος στη γραμμή μεταφοράς είναι:

$$P_{TP} = I^2 R = \frac{P_{EE}^2}{V_{EE}^2} R$$

Στη σχέση αυτή ότι ένας τρόπος για να περιορίσουμε τις απώλειες ισχύος, είναι να αυξήσουμε την τάση V_{EE} του εργοστασίου. Αυτό μπορεί να συμβεί μόνο στο εναλλασσόμενο ρεύμα (χρήση μετασχηματιστών). Αν το εργοστάσιο παρήγαγε συνεχές ρεύμα αυτό δεν θα ήταν εύκολο να γίνει.



Παράδειγμα

Έστω γεννήτρια συνεχούς ρεύματος, που έχει στους πόλους της σταθερή τάση $V = 10.000\text{ V}$ και προσφέρει ρεύμα $I = 20\text{ A}$. Η ισχύς της γεννήτριας στο εξωτερικό κύκλωμα είναι $P = IV = 200.000\text{ W}$. Αν η γραμμή μεταφοράς μέχρι τον τόπο κατανάλωσης παρουσιάζει αντίσταση $R = 300\ \Omega$, τότε μεταφέρεται θερμότητα προς το περιβάλλον με ισχύ $P_{\Theta EP} = I^2 R = 120.000\text{ W}$. Συνεπώς στην κατανάλωση φτάνουν μόνο τα 80.000 W , άρα οι απώλειες ενέργειας είναι της τάξης του 60%.

Αν η γεννήτρια στους πόλους της είχε δεκαπλάσια τάση $V' = 100.000\text{ V}$ και έδινε στο κύκλωμα την ίδια ισχύ $P = 200.000\text{ W}$, θα έπρεπε το ρεύμα να είναι $I' = 2\text{ A}$. Τότε στη γραμμή μεταφοράς, έχουμε απώλειες ένεκα φαινομένου joule, ισχύς απωλειών $P'_{\Theta EP} = I'^2 R = 1200\text{ W}$. Συνεπώς, στην κατανάλωση αποδίδεται ισχύς 198.800 W , οπότε η απώλεια ενέργειας είναι σχεδόν ασήμαντη.

– Ανόρθωση μονοφασικού ρεύματος

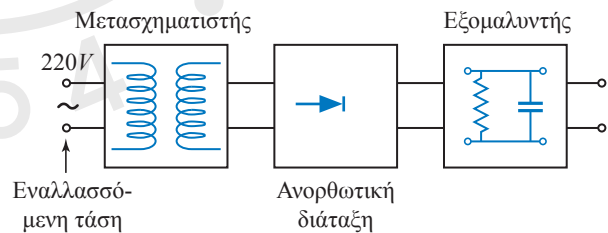
Τα δίκτυα διανομής ηλεκτρικής ενέργειας μεταφέρουν εναλλασσόμενο ρεύμα (μονοφασικό ή τριφασικό) για οικιακές και βιομηχανικές χρήσεις (φωτισμός, θέρμανση, μαγείρεμα). Υπάρχουν όμως

και περιπτώσεις που απαιτείται συνεχές ρεύμα (πχ. ηλεκτρόλυση διαλυμάτων, παραγωγή μετάλλων, επιμετάλλωση, δημιουργία και λήψη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, λειτουργία λυχνιών Rontgen). Το συνεχές ρεύμα μπορεί να παραχθεί από γεννήτριες συνεχούς ρεύματος, αλλά για οικονομικούς λόγους και για μεγαλύτερη ευκολία, είναι προτιμότερη η μετατροπή εναλλασσόμενου ρεύματος σε συνεχές με χρήση ανορθωτών.

Ανορθωτές είναι οι συσκευές που μετατρέπουν το εναλλασσόμενο ρεύμα σε συνεχές, επιτρέποντας τη διέλευση του στη μία κατεύθυνση (**κατεύθυνση διέλευσης**) οπότε λέμε ότι η διόδος είναι ορθά πολωμένη και εμποδίζοντας τη διέλευση στην άλλη κατεύθυνση (**κατεύθυνση φραγής**) διότι η αντίστασή τους είναι πολύ μικρή στην κατεύθυνση διέλευσης αλλά πολύ μεγάλη στην κατεύθυνση φραγής.

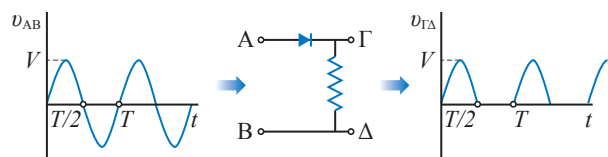
Ανόρθωση ονομάζεται η μετατροπή του εναλλασσόμενου ρεύματος σε συνεχές. Σημαντικότερα είδη ανορθωτών είναι οι λυχνίες υψηλού κενού, οι λυχνίες αερίων, οι κρυσταλλικοί ανορθωτές (ή κρυσταλλοδίοδοι) και οι ξηροί ανορθωτές (υποξειδίου του χαλκού, σεληνίου, πυριτίου). Η ανόρθωση πραγματοποιείται με συνδυασμό τριών διατάξεων (σχ. 12.47), του μετασχηματιστή, της ανορθωτικής διάταξης και της διάταξης εξομάλυνσης. Ο μετασχηματιστής υποβιβάζει ή ανυψώνει την εναλλασσόμενη τάση στην τιμή που καθορίζουν οι απαιτήσεις μας σε συνεχή τάση.

Στο σχήμα 12.48 περιγράφεται η διάταξη ανόρθωσης της εναλλασσόμενης τάσης V_{AB} στην είσοδο



Σχ. 12.47

Οι 3 διατάξεις της εξομάλυνσης

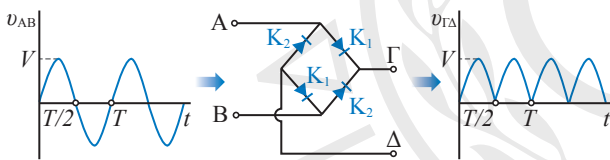


Σχ. 12.48

Κύκλωμα απλής ανόρθωσης ή ημικύματος

του κυκλώματος και η μετατροπή του σε συνεχή $V_{ΓΔ}$ στην έξοδο, η οποία ονομάζεται **μερικώς ανορθωμένη** (ημιανορθωμένη). Το ημιανορθωμένο ρεύμα μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι μικτό διότι αποτελείται από δύο ρεύματα, από ένα συνεχές και από ένα εναλλασσόμενο (όχι ημιτονοειδές) που προστίθεται στο συνεχές. Η τιμή του ημιανορθωμένου ρεύματος μπορεί να ρυθμίζεται μεταβάλλοντας την τάση στα άκρα του μετασχηματιστή. Στο κύκλωμα του σχήματος 12.48 ρέει ρεύμα μόνο κατά τη διάρκεια μίας ημιπεριόδου, κάθε διόδος υφίσταται ανάστροφη τάση 3,14 φορές την τάση εξόδου, ο μετασχηματιστής καταναλώνει μόνο 1,34 φορές την ισχύ εξόδου, η συχνότητα της τάσης εξόδου είναι διπλάσια του δικτύου και ο συντελεστής απόδοσης φτάνει στο 74,6%.

Στο σχήμα 12.49 περιγράφεται η διάταξη ενός κυκλώματος με συνδυασμό τεσσάρων διόδων που μετατρέπει την εναλλασσόμενη τάση εισόδου V_{AB} σε πλήρως ανορθωμένη συνεχή τάση εξόδου $V_{ΓΔ}$. Κατά τη μία ημιπερίοδο της τάσης εισόδου V_{AB} όταν το σημείο A είναι σε υψηλότερο δυναμικό από το σημείο B , άγουν οι διόδοι K_1 , ενώ κατά την άλλη ημιπερίοδο άγουν οι διόδοι K_2 .

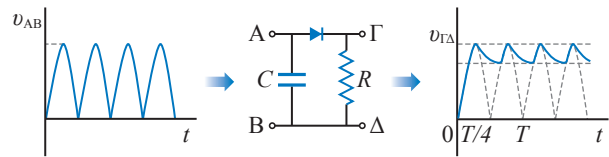


Σχ. 12.49

Κύκλωμα διπλής ανόρθωσης ή πλήρους κύματος

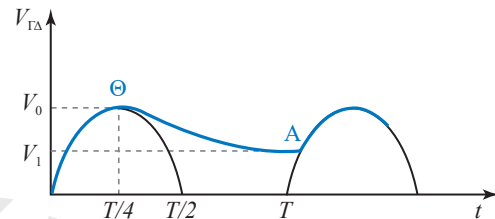
Ο μετασχηματιστής αποδίδει στο δευτερεύον 1,11 φορές την τάση εξόδου, κάθε διόδος υφίσταται ανάστροφη τάση 1,57 φορές την τάση εξόδου, η συχνότητα είναι διπλάσια της συχνότητας του δικτύου και ο συντελεστής απόδοσης είναι 90%. Παρατηρούμε ότι στο δεύτερο μισό της ημιπεριόδου, όπου κατά την ημιανόρθωση δεν υπήρχε ρεύμα, τώρα υπάρχει.

Το συνεχές ρεύμα που προκύπτει από την πλήρη ανόρθωση δεν είναι χρονικά σταθερό. Προκειμένου να περιορίσουμε τις μεταβολές του, χρησιμοποιούμε μία διαδικασία που ονομάζεται **εξομάλυνση**. Ο εξομαλυντής αποτελείται από μεγάλων τιμών αντίσταση και πυκνωτή συνδεδεμένους παράλληλα (σχ. 12.50). Αν η ημιανορθωμένη τάση (σχ. 12.51) οδηγηθεί στο κύκλωμα αντίστασης- πυκνωτή τότε ο



Σχ. 12.50

Λειτουργία εξομαλυντή

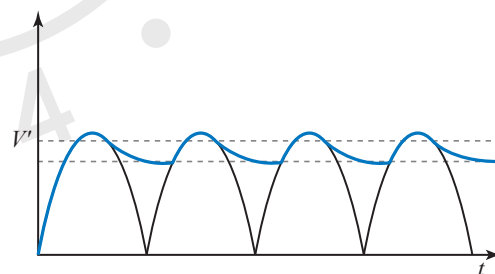


Σχ. 12.51

Εξομάλυνση ημιανορθωμένης τάσης

πυκνωτής φορτίζεται και εκφορτίζεται κατά περιοδικά διαστήματα.

Αντί της ημιανορθωμένης τάσης υπάρχει πλήρως ανορθωμένη (σχ. 12.52), η εξομάλυνση είναι μεγαλύτερη και η τάση ομοιάζει περισσότερο προς τη συνεχή. Η τεθλασμένη γραμμή ΘA στο σχήμα 12.51 δείχνει τις διακυμάνσεις της συνεχούς τάσης μετά την εξομάλυνση. Με τον εξομαλυντή η πλήρως ανορθωμένη τάση μετατρέπεται σε τάση σχεδόν σταθερή. Η εξομάλυνση βελτιώνεται ακόμη περισσότερο με ειδικά ηλεκτρονικά κυκλώματα, ώστε η τάση να είναι τελείως σταθερή όπως στις μπαταρίες.



Σχ. 12.52

Εξομάλυνση πλήρως ανορθωμένης τάσης

– Σύγκριση απλής και διπλής ανόρθωσης

Το κύκλωμα απλής ανόρθωσης έχει μικρότερο κόστος διότι χρησιμοποιεί μόνο έναν ανορθωτή και μικρότερο μετασχηματιστή. Στα μειονεκτήματά του είναι ότι η τάση εξόδου είναι πιο ανώμαλη και η απόδοσή του είναι η μισή από την απόδοση ενός κυκλώματος διπλής ανόρθωσης. Επιπλέον, το ρεύ-

μα που ρέει στο δευτερεύον του κυκλώματος απλής ανόρθωσης έχει πάντα την ίδια διεύθυνση, άρα μειώνεται η αυτεπαγωγή του πρωτεύοντος, αυτό με τη σειρά του διαρρέεται από μεγαλύτερο ρεύμα το οποίο προκαλεί υψηλότερες απώλειες. Στο κύκλωμα διπλής ανόρθωσης, το ρεύμα στις δύο ημιπεριόδους έχει αντίθετες κατευθύνσεις και δεν επηρεάζει το πρωτεύον κύκλωμα.

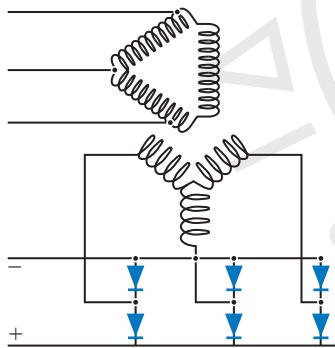
– Ανόρθωση τριφασικού ρεύματος

1) **Κύκλωμα αστέρα.** Ο συντελεστής απόδοσης είναι περίπου 74%, η συχνότητα της τάσης εξόδου είναι τριπλάσια αυτής του δικτύου και το κύκλωμα του φίλτρου έχει υψηλό κόστος.

2) **Κύκλωμα γέφυρας.** Θεωρείται το καλύτερο, ο συντελεστής απόδοσης φτάνει το 95%, η συχνότητα της τάσης εξόδου εξαπλασιάζεται, ο μετασχηματιστής καταναλώνει 1,05 φορές την ισχύ εξόδου και κάθε δίοδος υφίσταται ανάστροφη τάση κορυφής 1,05 φορές την τάση εξόδου.

– Απλή και διπλή ανόρθωση τριφασικού ρεύματος

Για την απλή ανόρθωση χρειάζονται τρεις ανορθωτές και για τη διπλή έξι (σχ. 12.53).



Σχ. 12.53
Κύκλωμα
αστέρα

1) Φαινόμενη ισχύς $P_{\text{φαιν}}$

Για τα εναλλασσόμενα ρεύματα η πραγματική ισχύς ισούται με το γινόμενο της ενεργού τιμής της τάσης επί την ενεργό τιμή του ρεύματος επί το συνημίτονο της μεταξύ τους διαφοράς φάσης φ . Δηλαδή είναι $P = I_{\text{εV}} V_{\text{εV}} \cos \varphi$. Η πραγματική ισχύς μετριέται σε watt με όργανα που ονομάζονται **βαττόμετρα**.

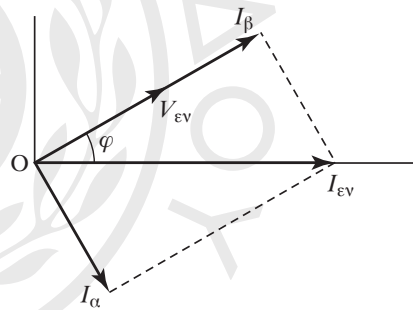
Το $\cos \varphi$, ο συντελεστής ισχύος, $0 \leq \cos \varphi \leq 1$, δεν είναι «επιθυμητό» μέγεθος. Όταν το ρεύμα και η τάση του βρίσκονται σε φάση, δηλαδή όταν $\varphi = 0$ είναι $\cos \varphi = 1$, ισχύει ότι $P = I_{\text{εV}} V_{\text{εV}}$. Αυτή η σχέση είναι η μέγιστη ισχύς που μπορεί να απορροφήσει καταναλωτής για δεδομένα $I_{\text{εV}}$, $V_{\text{εV}}$. Η μέγιστη αυτή

ισχύς ονομάζεται **φαινόμενη ισχύς**.

Η φαινόμενη ισχύς συνηθίζεται να μετριέται σε V·A (volt × ampere, βολταμπέρε). Από τη φαινόμενη ισχύ εξαρτάται πόσο μεγάλες ή πόσο μικρές είναι οι απώλειες που θα έχουμε στους αγωγούς μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας. Η $I_{\text{εV}}$ καθορίζει τις διατομές των συρμάτων που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε, προκειμένου να μην υπερθερμαίνονται τα σύρματα εξαιτίας του φαινομένου Joule.

2) Άεργος ή αβαττική ισχύς P_{α}

Έστω κύκλωμα που η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος είναι φ . Στο διανυσματικό διάγραμμα δείχνουμε τα διανύσματα με πλάτος ίσο με αυτό των ενεργών τιμών τους και για σύμβολα χρησιμοποιούμε αυτά των ενεργών τιμών (σχ. 12.54). Αναλύουμε το ρεύμα $I_{\text{εV}}$ σε δύο συνιστώσες, μία κατά τη διεύθυνση της $V_{\text{εV}}$ και μία κατά την κάθετη διεύθυνση στην $V_{\text{εV}}$. Είναι $I_{\beta} = I_{\text{εV}} \cos \varphi$ (βαπτική ή ενεργός συνιστώσα) και $I_{\alpha} = I_{\text{εV}} \sin \varphi$ (αβαπτική ή άεργος συνιστώσα).



Σχ. 12.54
Ενεργός (I_{β}) και άεργος (I_{α})
συνιστώσα του ρεύματος

Το γινόμενο $V_{\text{εV}} I_{\beta} = V_{\text{εV}} I_{\text{εV}} \cos \varphi$ ονομάζεται **πραγματική (μέση) ισχύς P** .

Το γινόμενο $V_{\text{εV}} I_{\alpha} = V_{\text{εV}} I_{\text{εV}} \sin \varphi$ ονομάζεται **άεργος ή αβαπτική ισχύς P_{α}** . Η άεργος ισχύς P_{α} έχει διαστάσεις ισχύος, αλλά δεν παριστάνει κάποια καταναλισκόμενη ισχύ. Η καταναλισκόμενη ισχύς είναι:

$$V_{\text{εV}} I_{\alpha} \cos \pi/2 = 0$$

Για τον λόγο αυτόν ονομάζεται **άεργη** και μετριέται σε V·Ar, προκειμένου να διακρίνεται από την πραγματική και τη φαινόμενη ισχύ. Το r σε αυτήν τη μονάδα προέρχεται από τον αγγλικό όρο reactive (power) = ισχύς αντίδρασης, δηλαδή όχι καταναλισκόμενη ή στα ελληνικά άεργη ισχύς. Από το διά-

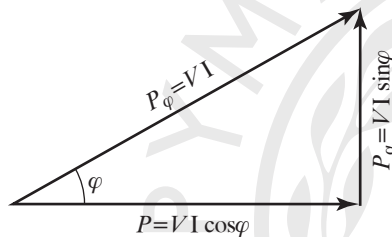
γραμμά στο σχήμα 12.55 προκύπτει ότι:

$$I_{\text{εν}}^2 = I_{\alpha}^2 + I_{\beta}^2 \quad \text{ή} \quad V_{\text{εν}}^2 I_{\text{εν}}^2 = V_{\text{εν}}^2 I_{\alpha}^2 + V_{\text{εν}}^2 I_{\beta}^2$$

$$\text{ή} \quad P_{\text{φαιν}}^2 = P_{\alpha}^2 + P_{\beta}^2.$$

Το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος 12.55 ονομάζεται **τρίγωνο ισχύος** και δίνει τη γραφική παράσταση της σχέσης $P_{\text{φαιν}}^2 = P_{\alpha}^2 + P_{\beta}^2$.

Από το τρίγωνο ισχύος και από τη σχέση $P_{\text{φαιν}}^2 = P_{\alpha}^2 + P_{\beta}^2$ προκύπτει ότι όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά φάσης φ , τόσο μεγαλύτερη είναι η άεργη και τόσο μικρότερη η πραγματική ισχύς, που καταναλώνεται υπό σταθερή φαινόμενη τάση. Για $\varphi = 0^\circ$ ($\cos\varphi = 1$, $\sin\varphi = 0$) όλη η φαινόμενη ισχύς αποδίδεται ως πραγματική ισχύς. Για $\varphi = \pm 90^\circ$ ($\cos\varphi = 0$, $\sin\varphi = 1$) όλη η φαινόμενη ισχύς μετατρέπεται σε άεργη ισχύ.



Σχ. 12.55
Τρίγωνο ισχύος

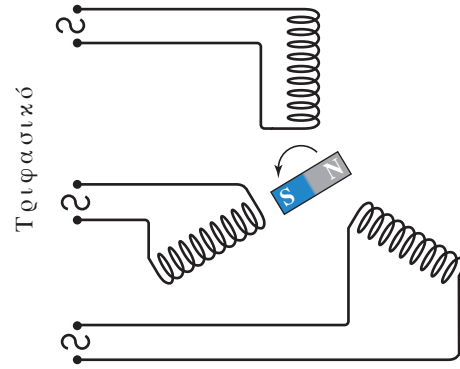
12.5.3 Κινητήρες

1) Τριφασικοί κινητήρες

Για να κατανοήσουμε την αρχή λειτουργίας του τριφασικού κινητήρα, φανταζόμαστε την ακόλουθη διαδικασία. Στον χώρο μεταξύ των τριών πηνίων τοποθετούμε μαγνητική ράβδο στρεπτή περί κατακόρυφο άξονα (σχ. 12.56). Εάν τροφοδοτήσουμε τα τρία πηνία με τριφασικό ρεύμα, θα δούμε ότι η ράβδος θα περιστρέφεται.

Αυτό οφείλεται στο ότι τα τρία πηνία, διαρρεόμενα από τριφασικό ρεύμα, σχηματίζουν στη θέση της ράβδου ένα στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο. Δηλαδή ένα μαγνητικό πεδίο, του οποίου η διεύθυνση δεν διατηρείται σταθερή, αλλά περιστρέφεται. Ως εκ τούτου, η μαγνητική ράβδος τείνει να προσανατολισθεί στην εκάστοτε διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου και έτσι τίθεται σε περιστροφή.

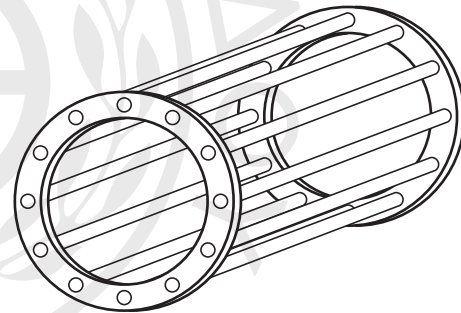
Στην πραγματικότητα ο ρότορας του κινητήρα αποτελείται από έναν αριθμό χάλκινων ράβδων βραχυκυκλωμένων μεταξύ τους στα άκρα τους



Σχ. 12.56

Αρχή λειτουργίας τριφασικού κινητήρα

μέσω δύο χάλκινων στεφανιών (σχ. 12.57). Το σύστημα αυτό ονομάζεται **κλωβός**. Όταν ο κινητήρας τροφοδοτηθεί με τριφασικό ρεύμα, αναπτύσσονται στο εσωτερικό των ράβδων του κλωβού επαγωγικά ρεύματα, τα οποία, αφού βρίσκονται μέσα στο μαγνητικό πεδίο που σχηματίζουν τα τρία πηνία, υφίστανται δυνάμεις Laplace, οι οποίες θέτουν σε περιστροφή τον ρότορα.



Σχ. 12.57

Αρχή κατασκευής κλωβού

2) Μονοφασικοί κινητήρες

Οι μονοφασικοί κινητήρες χρησιμοποιούνται για οικιακή χρήση (ανεμιστήρες, απορροφητήρες, ηλεκτρικές σκούπες). Ο μονοφασικός κινητήρας με συλλέκτη είναι ανάλογης κατασκευής με τους κινητήρες συνεχούς ρεύματος, με τη διαφορά ότι ο σιδερένιος πυρήνας του ηλεκτρομαγνήτη δεν είναι ολόσωμος, αλλά έχει υποδιαιρεθεί σε φύλλα για την αποφυγή των ισχυρών δινορρευμάτων (λέγονται και ρεύματα του Foucault). Τα δινορρεύματα έχουν το πλεονέκτημα ότι μπορούν να λειτουργήσουν και με συνεχές ρεύμα.

3) Κινητήρες και γεννήτριες

Όταν μία γεννήτρια λειτουργεί, αλλά οι πόλοι

της δεν είναι συνδεδεμένοι με εξωτερικό κύκλωμα, οπότε δεν παρέχει ρεύμα, λέμε ότι λειτουργεί σε κενό. Όταν παρέχει ρεύμα στο εξωτερικό κύκλωμα, λέμε ότι λειτουργεί υπό φορτίο. Στην περίπτωση αυτή, η ηλεκτρική ενέργεια παράγεται δαπανώντας έργο, το οποίο παρέχει η μηχανή που κινεί τη γεννήτρια. Ανάλογα ισχύουν και για τους κινητήρες. Οι ηλεκτρικοί κινητήρες χρησιμοποιούνται για να θέσουν σε κίνηση άλλες μηχανές, με τις οποίες είναι κατάλληλα συνδεδεμένοι. Όταν ένας κινητήρας θέτει σε κίνηση μία μηχανή, λέμε ότι λειτουργεί υπό φορτίο. Όταν περιστρέφεται ελεύθερα χωρίς να κινεί άλλη μηχανή, λέμε ότι λειτουργεί στο κενό.

12.6 Συγκόλληση

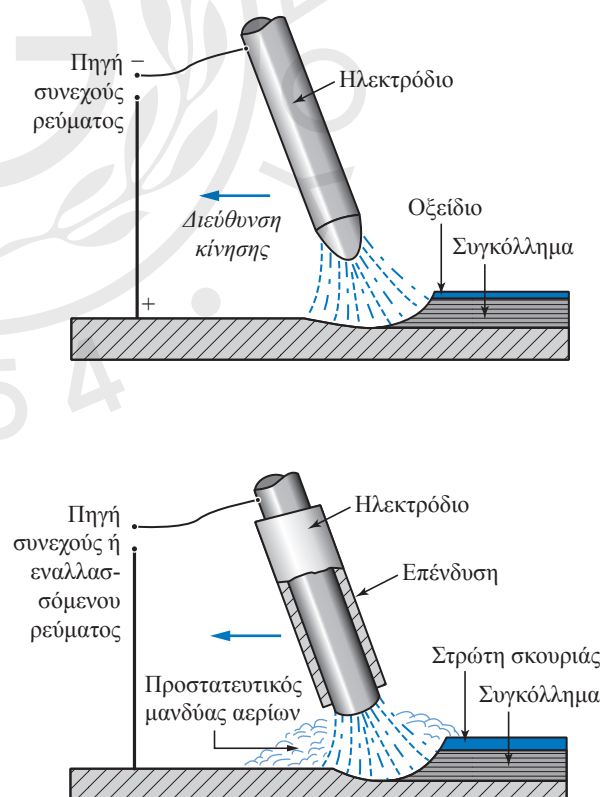
Συγκόλληση ονομάζεται η ένωση δύο ή περισσότερων τμημάτων κραμάτων ή μετάλλων, με θέρμανση ή με συμπίεση ή και με τα δύο μαζί, προκειμένου να δημιουργηθεί ανάμεσα τους μία κρυσταλλική σύνδεση. Αν η απαιτούμενη θερμότητα προέρχεται από ηλεκτρικό ρεύμα η συγκόλληση ονομάζεται **ηλεκτροσυγκόλληση**, ενώ αν προέρχεται από την καύση αερίου (ασετιλίνη), ονομάζεται οξυγονοσυγκόλληση. Έχει ευρύτατες εφαρμογές στην ηλεκτροτεχνία και στην ηλεκτρονική, όπου είναι αναγκαία η εξασφάλιση στερεής και σταθερής επαφής μεταξύ δύο συρμάτων. Απαιτείται οι προς συγκόλληση επιφάνειες να είναι καθαρές, να έχουν θερμοανθεϊ αρκετά και να γίνει χρήση ειδικών αλοιφών προκειμένου να προστατευθούν από ενδεχόμενη οξείδωση. Αν χρησιμοποιηθεί απλό ηλεκτρικό κολλητήρι για μεγάλες επιφάνειες και χονδρά μέταλλα δαπανάται ισχύς 200 W έως 250 W, ενώ για συγκολλήσεις λεπτών αγωγών αρκούν 15 W έως 40 W. Στο απλό ηλεκτρικό κολλητήρι απαιτείται να θερμοανθεϊ η μύτη του, ώστε ακολούθως, επαπτόμενη να θερμάνει τα προς συγκόλληση σημεία. Το αυτόματο ηλεκτρικό κολλητήρι είναι ακριβότερο, λειτουργεί με υποβιβαστή τάσης, θερμαίνεται εντός δευτερολέπτων, ψύχεται επίσης ταχύτατα, δαπανά ηλεκτρικό ρεύμα μόνο για όσο χρόνο πιέζεται η σκανδάλη –διακόπτης του, αλλά δεν ενδείκνυνται για συγκολλήσεις μεγάλων επιφανειών.

Αυτογενή συγκόλληση έχουμε όταν τα κομμάτια που πρόκειται να συγκολληθούν είναι από το ίδιο ή παρόμοιο υλικό. Τέτοιου είδους συγκόλληση είναι η ηλεκτροσυγκόλληση τόξου. Ως πηγή θερμότητας, προκειμένου να λειώσει ή να πυρώσει το μέταλλο, είναι το ηλεκτρικό τόξο το οποίο δημιουργείται ανά-

μεσα στο ηλεκτρόδιο (μεταλλικό ή διάτρητο ή από άνθρακα, σε διάφορες διαμέτρους) και στο μέταλλο όταν έλθουν σε επαφή, διότι τότε κλείνει το ηλεκτρικό κύκλωμα και διαρρέεται από ισχυρό ρεύμα (220 V ή 380 V). Με τα ηλεκτρόδια (από διάφορα υλικά) που έχουν επένδυση, επιτυγχάνονται ποιοτικές συγκολλήσεις ενώ με τα γυμνά ηλεκτρόδια παρατηρείται μειωμένη μηχανική αντοχή και σημαντική οξείδωση του συγκολλήματος. Τα μεταλλικά ηλεκτρόδια διακρίνονται σε **γυμνά** και **επενδυμένα**.

Τα επενδυμένα ηλεκτρόδια δημιουργούν προστατευτικό μανδύα από δηλητηριώδη αέρια (ειδικά κατά τη συγκόλληση μη σιδηρούχων μετάλλων ή κραμάτων) και προστατευτική σκουριά (κρούστα) που επιπλέει και με τον τρόπο αυτό προφυλάσσονται από την οξείδωση οι συγκολλούμενες επιφάνειες (σχ. 12.58).

Συνεπώς, είναι απαραίτητος ο καλός αερισμός του χώρου, η βαφή του με σκοτεινά χρώματα για τη μείωση της αντανάκλασης από το ισχυρό φως που εκπέμπει το ηλεκτρικό τόξο και η απομάκρυνση εύφλεκτων υλικών. Για την προστασία από τα ερυθροπυρωμένα σωματίδια μετάλλου που εκτο-



Σχ. 12.58

Αρχή ηλεκτροσυγκόλλησης τόξου με ηλεκτρόδιο: μεταλλικό γυμνό και με μεταλλικό επενδυμένο

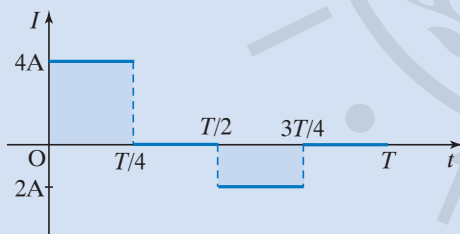
ξεύονται, επιβάλλεται η χρήση μάσκας κεφαλιού, ασπίδας χεριού, δερμάτινων γαντιών και ποδιάς. Η φωτοβολία των αερίων οφείλεται στα διεγερμένα άτομα του αέρα και στα διεγερμένα άτομα του εξαχνωμένου άνθρακα. Οι ευρύτερα χρησιμοποιούμενες μηχανές ηλεκτροσυγκόλλησης τόξου είναι με συνεχές ρεύμα, ονομάζονται ηλεκτροπαραγωγό ζεύγος και αποτελούνται από μία γεννήτρια συνεχούς ρεύματος με σύνθετη διέγερση και από μία

κινητήρια μηχανή που μπορεί να είναι ένας τριφασικός ασύγχρονος κινητήρας βραχυκυκλωμένου δρομέα ή μία πετρελαιομηχανή (σε εργοτάξια). Οι μηχανές ηλεκτροσυγκόλλησης τόξου εναλλασσόμενου ρεύματος είναι μετασχηματιστές με το πρωτεύον τύλιγμα να έχει περισσότερες σπείρες από το δευτερεύον τύλιγμα. Η γραμμή τροφοδοσίας της μηχανής ηλεκτροσυγκόλλησης πρέπει να είναι καλά μονωμένη.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Η στιγμιαία τιμή ημιτονοειδούς εναλλασσόμενου ρεύματος είναι $I = 8 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(628t)$ σε μονάδες του SI. Να υπολογίσετε:
 - Το πλάτος I_0 .
 - Την ενεργό τιμή $I_{\text{εφ}}$.
 - Την κυκλική συχνότητα ω .
 - Τη συχνότητα f .
 - Την περίοδο T .
- Το περιοδικά μεταβαλλόμενο ρεύμα μεταβάλλεται μέσα σε χρόνο μίας περιόδου T , όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Να υπολογίσετε την ενεργό τιμή αυτού του μεταβαλλόμενου ρεύματος.



Σχ. 1

- Η στιγμιαία τιμή ημιτονοειδούς εναλλασσόμενου ρεύματος γίνεται για πρώτη φορά ίση με την ενεργό τιμή του σε χρόνο $t_1 = 0,01$ s. Αν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s η τιμή του είναι μηδέν και τη χρονική στιγμή $t_2 = 1/300$ s είναι $I_2 = 8$ A, να υπολογίσετε:
 - Τη συχνότητα f και
 - το πλάτος I_0 του ρεύματος.
- Στα άκρα αντιστάτη αντιστάσης $R = 20 \Omega$ εφαρμόζεται ημιτονοειδής τάση με ενεργό τιμή $V_{\text{εφ}} = 120$ V. Να υπολογίσετε:
 - Το πλάτος της τάσης.
 - Το πλάτος του ρεύματος.

γ) Την ενεργό τιμή του ρεύματος.

- Στα άκρα αντιστάτη αντιστάσης $R = 4 \Omega$ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση της μορφής $V = 40 \sin(80t)$ οι τιμές είναι στο SI. Να υπολογίσετε:
 - Το πλάτος και την ενεργό τιμή της τάσης.
 - Την συχνότητα της τάσης.
 - Το πλάτος και την ενεργό τιμή του ρεύματος στον αντιστάτη.
 - Τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τον αντιστάτη σε χρόνο ενός λεπτού.
- Ωμική αντίσταση τροφοδοτείται με εναλλασσόμενο ρεύμα $I = I_0 \sin \omega t$ συχνότητας $f = 50$ Hz και καταναλώνει μέση ισχύ $P = 200$ W. Να υπολογίσετε τη στιγμιαία ισχύ που καταναλώνει η αντίσταση τη χρονική στιγμή 0,01 s.
- Στα άκρα ηλεκτρικής συσκευής ωμικής αντιστάσης $R = 200 \Omega$ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση $V = 400 \cdot \sqrt{2} \sin 314t$, στο SI. Να υπολογιστεί η μέση ισχύς που καταναλώνει η συσκευή.
- Το πρωτεύον πηνίο ιδανικού μετασχηματιστή έχει 300 σπείρες και το δευτερεύον 100. Στα άκρα του πρωτεύοντος εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 120 V και στα άκρα του δευτερεύοντος συνδέεται αντίσταση $R = 20 \Omega$. Να υπολογίσετε:
 - Την ενεργό τιμή της τάσης στα άκρα του δευτερεύοντος.
 - Την ενεργό τιμή του ρεύματος στα άκρα του δευτερεύοντος.
 - Την ισχύ που καταναλώνεται από την αντίσταση R .
- Η ενεργός τιμή της τάσης στο πρωτεύον πηνίο μετασχηματιστή είναι 100 V και η ισχύς που

αποδίδεται στον ωμικό καταναλωτή του δευτερεύοντος είναι 900 W . Αν η απόδοση του μετασχηματιστή είναι $\alpha = 0,9$, να υπολογίσετε:

- α) Την ενεργό τιμή του ρεύματος στο κύκλωμα του πρωτεύοντος πηνίου.
- β) Την ισχύ που εκφράζει τις απώλειες του μετασχηματιστή.

- 10.** Το πρωτεύον πηνίο μετασχηματιστή τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 1000 V και διαρρέεται από ρεύμα $I_{\text{ev}} = 5 \text{ A}$. Όταν το δευτερεύον πηνίο τροφοδοτεί ωμικό αντιστάτη, στον μετασχηματιστή υπάρχουν οι παρακάτω απώλειες ισχύος: 50 W στο πρωτεύον και 150 W στο δευτερεύον λόγω του φαινομένου Joule και 200 W στον πυρήνα λόγω ρευμάτων Foucault. Αν η ενεργός τιμή του ρεύματος στο δευτερεύον είναι 23 A , να υπολογίσετε:

- α) Την ενεργό τιμή της τάσης στα άκρα του δευτερεύοντος.
- β) Την απόδοση του μετασχηματιστή.

- 11.** Ηλεκτρική ενέργεια ισχύος 500 MW πρόκειται να μεταφερθεί μέσω γραμμής μεταφοράς που παρουσιάζει αντίσταση $R = 100 \Omega$. Το εργοστάσιο παραγωγής μπορεί να την παράγει υπό τάση $V_1 = 500.000 \text{ V}$ ή υπό τάση $V_2 = 200.000 \text{ V}$. Να υπολογίσετε για την κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις:

- α) Το ρεύμα που διαρρέει τους αγωγούς και
- β) την απώλεια ισχύος κατά μήκος της γραμμής μεταφοράς.

- 12.** Σύρμα διαρρέεται από συνεχές $I_2 = 3 \text{ A}$ και

από εναλλασσόμενο ρεύμα $I_{\text{ev}} = 4 \text{ A}$. Να υπολογίσετε την ενεργό τιμή του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.

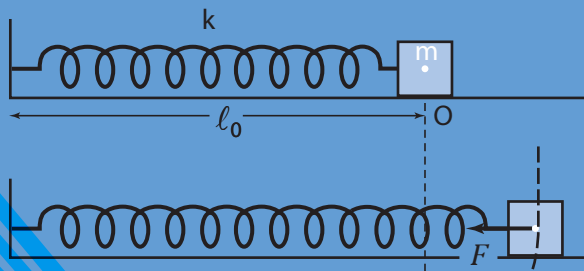
- 13.** Σε γραμμή μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας προσφέρεται ισχύς $P = 1 \text{ MW}$ υπό τάση 2000 V . Αν η αντίσταση των αγωγών μεταφοράς είναι $R = 10 \Omega$, να υπολογίσετε:

- α) Την πώση τάσης στους αγωγούς και
- β) το συντελεστή αποδόσεως της γραμμής μεταφοράς.

- 14.** Σε μετασχηματιστή υποβιβασμού τάσης, η ενεργός τάση του πρωτεύοντος και δευτερεύοντος αντίστοιχα είναι $V_1 = 1000 \text{ V}$ και $V_2 = 220 \text{ V}$. Στο κύκλωμα υψηλής τάσης η ισχύς είναι $P_1 = 60 \text{ kW}$ και η απόδοση του μετασχηματιστή $\alpha = 98\%$. Να υπολογίσετε την ενεργό τιμή του ρεύματος στα κυκλώματα υψηλής και χαμηλής τάσης του μετασχηματιστή.

- 15.** Το πρωτεύον πηνίο μετασχηματιστή υποβιβασμού τάσης τροφοδοτείται με τάση $V_1 = 10.000 \text{ V}$ και το δευτερεύον προσφέρει τάση $V_2 = 220 \text{ V}$. Η απόδοση του μετασχηματιστή είναι $\alpha = 0,9$ και η ισχύς που δίνει είναι $P_2 = 90 \text{ kW}$. Αν ο αριθμός των σπειρών στο πρωτεύον είναι $N_1 = 3000$ σπείρες και ο συντελεστής ισχύος στα δύο κυκλώματα είναι μονάδα, να υπολογίσετε:

- α) Τον αριθμό των σπειρών στο δευτερεύον.
- β) Την ισχύ που προσφέρεται στο πρωτεύον.
- γ) Την ενεργό τιμή του ρεύματος που διαρρέει το πρωτεύον και το δευτερεύον.



13.1 Απλή αρμονική ταλάντωση

Οι ταλαντώσεις ανήκουν σε μία ευρύτερη κατηγορία κινήσεων, που ονομάζονται **περιοδικές**. Είναι οι κινήσεις που επαναλαμβάνονται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο σε ίσα χρονικά διαστήματα.

Περιοδική είναι η κίνηση της Σελήνης γύρω από τη Γη, η κίνηση της προπέλας του πλοίου, της κούνας, η κίνηση του εκκρεμούς κ.λπ..

Βασικά χαρακτηριστικά μιας περιοδικής κίνησης είναι η περίοδος T και η συχνότητα f .

Περίοδο ονομάζουμε τον χρόνο, στον οποίο επαναλαμβάνεται με τον ίδιο τρόπο η περιοδική κίνηση. Συμβολίζεται με T και μονάδα μέτρησής της στο SI είναι το 1 s.

Συχνότητα ονομάζουμε το πλήθος των επαναλήψεων της περιοδικής κίνησης στη μονάδα του χρόνου. Συμβολίζεται με το f . Ορίζεται από τη σχέση $f = N/t$, όπου N το πλήθος των επαναλήψεων σε χρόνο t . Μονάδα μέτρησής της στο SI είναι το $1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$.

Συχνότητα 1 Hz σημαίνει ότι έχουμε 1 επανάληψη της κίνησης κάθε 1 δευτερόλεπτο. Σημαντικός αριθμός περιοδικών κινήσεων έχουν μικρή έως πάρα πολύ μικρή περίοδο (10^{-6} s ή 10^{-9} s), άρα μεγάλη συχνότητα, γι' αυτό πολύ συχνά στην πράξη για τη συχνότητα χρησιμοποιούμε τα πολλαπλάσια της μονάδας Hz, όπως το $1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz}$, το $1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$ και το $1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$.

Ισχύει η σχέση περιόδου και συχνότητας, $f = 1/T$, διότι απ' τον ορισμό της συχνότητας έχουμε $f = N/t$. Από τον ορισμό της περιόδου έχουμε ότι για $N = 1$ είναι $t = T$, άρα $f = 1/T$.

Οι ταλαντώσεις είναι κινήσεις παλινδρομικές ως προς μια θέση ισορροπίας. Τις ταλαντώσεις μπορούμε να τις κατατάξουμε σε διάφορες κατηγορίες σε σχέση με τον τρόπο ταλάντωσης του συστήματος, με τη διατήρηση ή όχι της ενέργειας κατά την ταλάντωση και με το αν πρόκειται για ταλάντωση μηχανικού, ηλεκτρικού ή άλλου μεγέθους.

Έτσι, έχουμε διαφόρων τύπων ταλαντώσεις, όπως:

1) **Γραμμικές ταλαντώσεις**. Είναι οι ταλαντώσεις που η παλινδρομική κίνηση του σώματος γίνεται πάνω σε ευθεία γραμμή.

2) **Στροφικές ταλαντώσεις**. Είναι οι ταλαντώσεις που η παλινδρομική κίνηση των σωμάτων είναι στροφική γύρω απ' τη θέση ισορροπίας.

3) **Αμείωτες ταλαντώσεις**. Είναι οι ταλαντώσεις, στις οποίες η ενέργεια διατηρείται σταθερή κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

4) **Φθίνουσες ταλαντώσεις**. Είναι οι ταλαντώσεις, στις οποίες έχουμε απώλεια ενέργειας, με αποτέλεσμα τη μείωση του μέγιστου του μεγέθους που ταλαντεύεται (π.χ. του μέγιστου της απομάκρυνσης του εκκρεμούς ή του μέγιστου του ρεύματος, αν πρόκειται για ταλάντωση ηλεκτρικού κυκλώματος).

Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι μία ειδική περίπτωση της γραμμικής ταλάντωσης, όπου η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου. Δηλαδή περιγράφεται από μια αρμονική σχέση της μορφής $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$. Στοιχεία μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι τα παρακάτω:

1) Στη **μηχανική ταλάντωση** η θέση ισορροπίας είναι η θέση γύρω απ' την οποία εξελίσσεται η ταλάντωση κι εκεί η δύναμη που είναι η αιτία της ταλάντωσης είναι μηδέν.

2) Η **στιγμιαία τιμή** του ταλαντούμενου μεγέθους που για μηχανικό σύστημα είναι η απομάκρυνση απ' τη θέση ισορροπίας.

3) Το **πλάτος** είναι η μέγιστη τιμή του ταλαντούμενου μεγέθους, το οποίο για μηχανικό σύστημα είναι η μέγιστη απομάκρυνση απ' τη θέση ισορροπίας.

4) Η **περίοδος** είναι ο χρόνος που χρειάζεται για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση.

5) **Συχνότητα** είναι το πλήθος των ταλαντώσεων ανά μονάδα χρόνου.

6) **Κυκλική συχνότητα** $\omega = 2\pi f$, $\omega = 2\pi/T$, μονάδα μέτρησής της είναι το rad/s.

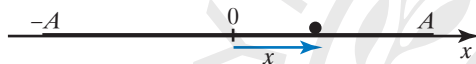
7) **Στιγμιαία φάση** είναι η έκφραση $(\omega t + \varphi_0)$. Μονάδα μέτρησής της είναι το rad.

8) **Αρχική φάση** είναι η φάση φ_0 τη στιγμή $t = 0$.

Στην πράξη, η απλή αρμονική ταλάντωση δεν είναι ακριβώς περιοδική, διότι υπάρχουν απώλειες ενέργειας, για παράδειγμα τριβές. Έτσι, ενώ γίνεται ταλάντωση περί το μηδέν, οι μέγιστες τιμές του ταλαντούμενου μεγέθους μειώνονται με τον χρόνο. Τα συστήματα που πραγματοποιούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις ονομάζονται **απλοί αρμονικοί ταλαντωτές**. Απλός αρμονικός ταλαντωτής είναι το σύστημα ελατήριο-μάζα ή το απλό εκκρεμές (για μικρού πλάτους ταλαντώσεις).

13.1.1 Σχέσεις για την (μηχανική, γραμμική) απλή αρμονική ταλάντωση

Θεωρούμε υλικό σημείο που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στον άξονα x με θέση ισορροπίας την $x = 0$ (σχ. 13.1). Για την περιγραφή της ταλάντωσης χρησιμοποιούμε τις σχέσεις για την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του υλικού σημείου που ταλαντώνεται, ως προς τον χρόνο.



Σχ. 13.1

Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στον άξονα x

1) Εξίσωση απομάκρυνσης:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

2) Εξίσωση ταχύτητας: $u = u_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$, όπου $u_0 = \omega A$ η μέγιστη ταχύτητα, την οποία έχει το σώμα, όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

Απόδειξη

$$\begin{aligned} u &= \frac{dx}{dt} = \frac{d[A \sin(\omega t + \varphi_0)]}{dt} = \\ &= \omega A \cos(\omega t + \varphi_0) = u_0 \cos(\omega t + \varphi_0). \end{aligned}$$

3) Εξίσωση επιτάχυνσης:

$$a = -a_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

όπου $a_0 = \omega^2 A$ είναι η μέγιστη επιτάχυνση, την οποία έχει το σώμα στις ακραίες θέσεις.

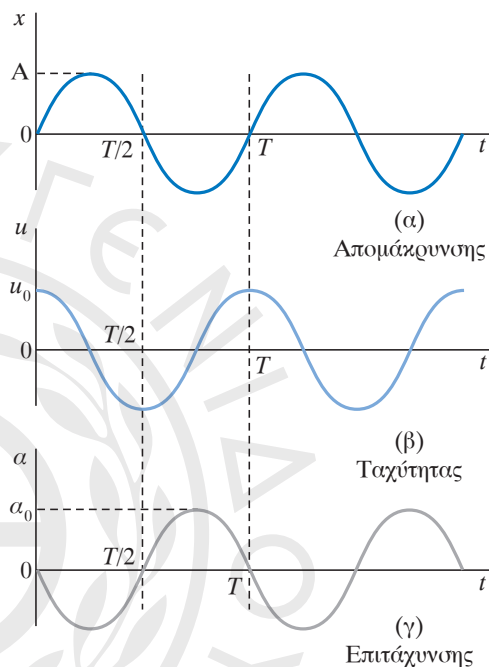
Απόδειξη

$$\begin{aligned} a &= \frac{du}{dt} = \frac{d[u_0 \cos(\omega t + \varphi_0)]}{dt} = \frac{d[\omega A \cos(\omega t + \varphi_0)]}{dt} = \\ &= -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0) = -a_0 \sin(\omega t + \varphi_0), a_0 = \omega^2 A \end{aligned}$$

Στην περίπτωση που η αρχική φάση είναι μηδέν ($\varphi_0 = 0$), οι εξισώσεις παίρνουν τη μορφή:

$$x = A \sin \omega t, u = u_0 \cos \omega t, a = -a_0 \sin \omega t.$$

Σχεδιάζουμε τις γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης $x = A \sin \omega t$, της ταχύτητας $u = u_0 \cos \omega t$ και της επιτάχυνσης $a = -a_0 \sin \omega t$ (σχ. 13.2). Κάνουμε χρήση του πίνακα 13.1.



Σχ. 13.2

Διαγράμματα (α) απομάκρυνσης, (β) ταχύτητας και (γ) επιτάχυνσης με αρχική φάση $\varphi_0 = 0$

Πίνακας 13.1

t	ωt	x	u	a
0	0	0	u_0	0
$T/4$	$\pi/2$	A	0	$-a_0$
$T/2$	π	0	$-u_0$	0
$3T/4$	$3\pi/2$	$-A$	0	a_0
T	2π	0	u_0	0

13.1.2 Η δύναμη στην απλή αρμονική ταλάντωση

Ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχει κάθε χρονική στιγμή επιτάχυνση a , για την οποία σύμφωνα με τον Δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα υπεύθυνη είναι η δύναμη που ασκείται στο σώμα.

Αυτή η δύναμη ονομάζεται **δύναμη επαναφοράς**, διότι τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας. Θα αποδείξουμε ότι είναι της μορφής $F = -kx$, το k ονομάζεται **σταθερά επαναφοράς**. Το $(-)$ δηλώνει ότι η δύναμη και η απομάκρυνση έχουν πάντοτε αντίθετη φορά. Το k μετρείται σε N/m.

Θα υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκείται σε σώμα μάζας m , το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, άρα η κίνησή του περιγράφεται απ' τις εξισώσεις:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad u = u_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \\ a = -a_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Από τον Δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι δέχεται δύναμη:

$$F = ma, \quad \text{όμως } a = -a_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \\ = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\text{Άρα: } F = m(-\omega^2) A \sin(\omega t + \varphi_0) \\ = m(-\omega^2) A \sin(\omega t + \varphi_0) \\ = m(-\omega^2 x) \\ = -m\omega^2 x = -kx, \quad \text{όπου } k = m\omega^2$$

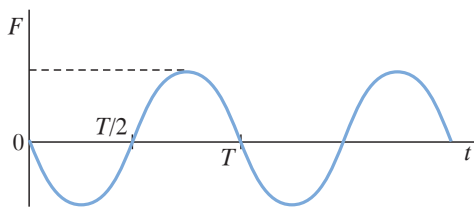
Με χρήση της παραπάνω σχέσης μπορούμε να υπολογίσουμε την περίοδο ταλάντωσης ενός συστήματος και να αντιληφθούμε τον τρόπο, με τον οποίο εξαρτάται από τα τεχνικά χαρακτηριστικά του, τα οποία σχετίζονται με το k και το m .

$$\text{Είναι: } k = m\omega^2, \quad \omega^2 = k/m,$$

$$\omega = \sqrt{k/m}, \quad \frac{2\pi}{T} = \sqrt{k/m}, \quad T = 2\pi\sqrt{m/k}$$

Παρατηρούμε ότι η περίοδος της ταλάντωσης εξαρτάται απ' τη σταθερά επαναφοράς k του συστήματος και από τη μάζα του m . Για ένα ελατήριο το k είναι χαρακτηριστική σταθερά του ελατηρίου.

Η γραφική παράσταση δύναμης-χρόνου φαίνεται στο σχήμα 13.3.



Σχ. 13.3

Γραφική παράσταση δύναμης-χρόνου

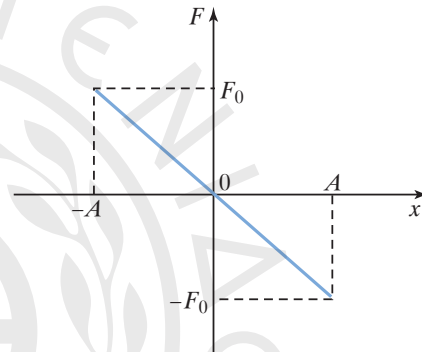
$$\text{Έχουμε } F = -kx = -kA \sin(\omega t + \varphi_0) = \\ = -F_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Από τη σχέση $F = -kx$ σχεδιάζουμε τη σχέση δύναμης-απομάκρυνσης (σχ. 13.4).

Τα ανωτέρω αποτελέσματα για τον απλό γραμμικό αρμονικό ταλαντωτή προκύπτουν αν ξεκινήσουμε απ' τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής, τον Δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα, που είναι η διαφορική εξίσωση:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

Η λύση της διαφορικής εξίσωσης μάς οδηγεί στην $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ και στη συνέχεια στις άλλες για την ταχύτητα και επιτάχυνση.



Σχ. 13.4

Γραφική παράσταση δύναμης-απομάκρυνσης



Παραδείγματα

Σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με τα εξής χαρακτηριστικά: α) συχνότητα ταλάντωσης $f = 10 \text{ Hz}$, β) πλάτος ταλάντωσης $A = 0,30 \text{ m}$ γ) τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχεται από θέση $x > 0$ έχοντας ταχύτητα με κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας και ίση με τη μισή ταχύτητα απ' αυτήν που έχει όταν διέρχεται απ' τη θέση ισορροπίας. Αξιοποιώντας τις παραπάνω πληροφορίες, να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις, της απομάκρυνσης, της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης επαναφοράς, που περιγράφουν την εξέλιξη της παραπάνω κίνησης.

Λύση

Η εξίσωση που περιγράφει την κίνηση είναι: $x = A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \sin(2\pi f t + \varphi_0)$. Από τις πληροφορίες έχουμε $A = 0,30 \text{ m}$, $f = 10 \text{ Hz}$.

Υπολογίζουμε την αρχική φάση φ_0 (όλα είναι στο SI).

$$u = u_0 \cos(2\pi ft + \varphi_0),$$

$$-\frac{u_0}{2} = u_0 \cos(2\pi 0t + \varphi_0),$$

$$-\frac{1}{2} = \cos\varphi_0, \quad \varphi_0 = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad \text{όμως } 0 \leq \varphi_0 < 2\pi$$

$$\text{και για } t=0 \text{ είναι } x > 0 \text{ άρα } \varphi_0 = \frac{2\pi}{3}.$$

$$\text{Επομένως } x = 0,30 \sin(2\pi 10t + \frac{2\pi}{3})$$

$$\left. \begin{array}{l} u = u_0 \cos(2\pi 10t + \frac{2\pi}{3}) \\ u_0 = \omega A = 2\pi 10 \cdot 0,30 = 6\pi \end{array} \right\} u = 6\pi \cos(2\pi 10t + \frac{2\pi}{3})$$

$$\left. \begin{array}{l} a = -a_0 \sin(2\pi 10t + \frac{2\pi}{3}) \\ a_0 = \omega^2 A = (2\pi 10)^2 \cdot 0,30 = 1200 \end{array} \right\} a = -1200 \sin(2\pi 10t + \frac{2\pi}{3})$$

$$\left. \begin{array}{l} F = -kx \\ K = m\omega^2 = 2(2\pi 10)^2 = 800\pi^2 \\ x = 0,30 \cdot \sin(2\pi 10t + \frac{2\pi}{3}) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} F = -800\pi^2 \cdot 0,30 \sin(2\pi 10t + \frac{2\pi}{3}) \\ = -240\pi^2 \sin(2\pi 10t + \frac{2\pi}{3}) \end{array} \right\}$$

13.1.3 Ενεργειακή μελέτη της απλής αρμονικής ταλάντωσης

Έστω ότι ένα σώμα έχει τη δυνατότητα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση δύναμης επαναφοράς $F = -kx$. Θα υπολογίσουμε τη δυναμική και την κινητική ενέργεια που έχει το σύστημα, όταν το σώμα βρίσκεται στην τυχαία θέση που χαρακτηρίζεται από απομάκρυνση x .

Επιλέγουμε ως θέση μηδενικής δυναμικής ενέρ-

γειας τη θέση ισορροπίας (όπου $x = 0$ και $F = 0$).

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίνεται απ' τη σχέση:

$$W = \frac{1}{2} kx^2.$$

Άρα η στιγμιαία αποθηκευμένη δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0).$$

Καθώς το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση, θα διέρχεται από τη θέση x με ταχύτητα $u = u_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ και θα έχει κινητική ενέργεια:

$$K = \frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} mu_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0).$$

Παρατηρούμε ότι η δυναμική και η κινητική ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι αρμονικές περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου. Από τις παραπάνω σχέσεις μπορούμε να υπολογίσουμε κάθε στιγμή τη στιγμιαία ολική ενέργεια της ταλάντωσης, που είναι το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας. Δηλαδή έχουμε:

$$\begin{aligned} E_T &= K + U = \frac{1}{2} mu^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \\ &= \frac{1}{2} mu_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \\ &= \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \\ &= \frac{1}{2} kA^2 [\cos^2(\omega t + \varphi_0) + \sin^2(\omega t + \varphi_0)] = \frac{1}{2} kA^2 \end{aligned}$$

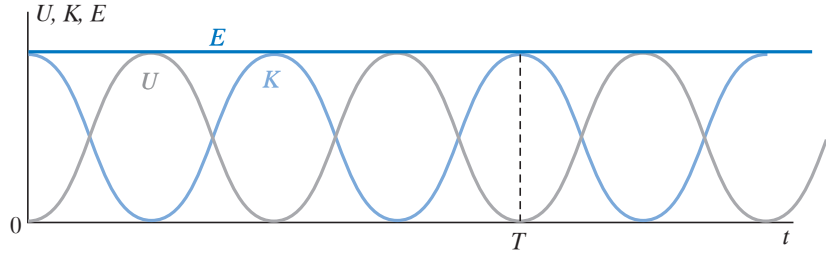
$$\text{άρα: } E_T = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

Απ' αυτά τα αποτελέσματα αντιλαμβανόμαστε ότι η ολική μηχανική ενέργεια της ταλάντωσης είναι σταθερή κάθε στιγμή. Ισούται με τη μέγιστη δυναμική ενέργεια που έχει το σώμα στις ακραίες θέσεις ($x = A$) και με τη μέγιστη κινητική που έχει το σώμα στη θέση ισορροπίας ($x = 0, u = u_0$)

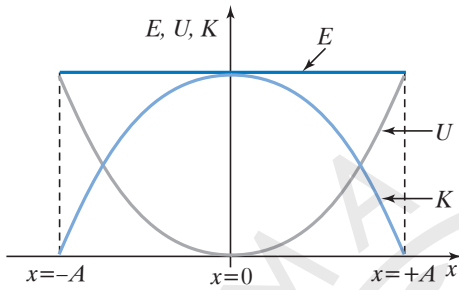
$$E_T = \frac{1}{2} mu^2 + \frac{1}{2} kx^2, \quad E_T = \frac{1}{2} kA^2, \quad E_T = \frac{1}{2} mu_0^2.$$

Οι γραφικές παραστάσεις ενέργειας-χρόνου για $u_0 = 0$ φαίνονται στο σχήμα 13.5.

Σχ. 13.5
Γραφικές παραστάσεις
ενέργειας-χρόνου



Οι γραφικές παραστάσεις ενέργειας-θέσης για $u_0 = 0$ φαίνονται στο σχήμα 13.6.



Σχ. 13.6
Γραφικές παραστάσεις ενέργειας-θέσης
για αρμονικές αμείωτες ταλαντώσεις

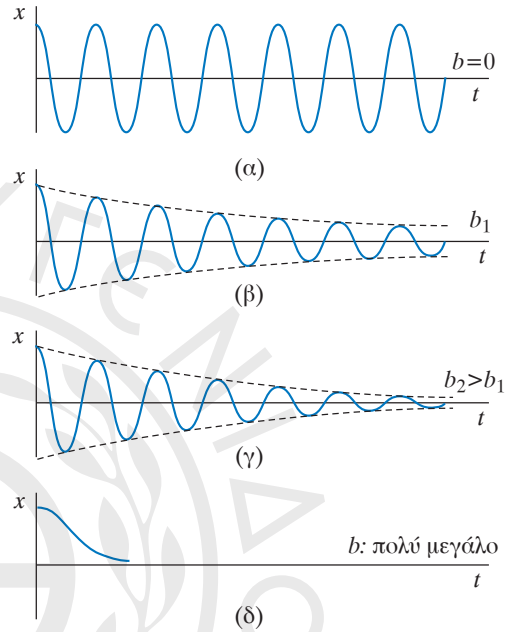
13.1.4 Φθίνουσες ταλαντώσεις

Σε όλες τις πραγματικές ταλαντώσεις έχουμε απώλεια ενέργειας που οφείλεται κυρίως σε αίτια που αντιστέκονται στην ταλάντωση (π.χ. στις μηχανικές ταλαντώσεις το αίτιο είναι τριβές που μετατρέπουν σε θερμοδυναμική ενέργεια την ενέργεια ταλάντωσης).

Ονομάζουμε **φθίνουσα** την ταλάντωση στην οποία, λόγω απώλειας ενέργειας, η μέγιστη τιμή του ταλαντούμενου φυσικού μεγέθους μειώνεται με το χρόνο και τελικά μηδενίζεται.

Θα μελετήσουμε τη φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, όταν η δύναμη αντίστασης F_a , που είναι υπεύθυνη για την απώλεια ενέργειας είναι ανάλογη με την ταχύτητα της ταλάντωσης $F_a = -bu$. Η δύναμη αυτή ονομάζεται **δύναμη απόσβεσης**. Η σταθερά b ονομάζεται **σταθερά απόσβεσης** και εξαρτάται απ' διάφορα χαρακτηριστικά του ταλαντούμενου συστήματος.

Από τη μελέτη της φθίνουσας ταλάντωσης προκύπτει ότι η σταθερά απόσβεσης b έχει σημαντικό ρόλο στη συμπεριφορά του συστήματος και την εξέλιξη της ταλάντωσης. Μπορούμε να εξάγουμε εύκολα τα συμπεράσματα απ' τα διαγράμματα της απομάκρυνσης ως προς τον χρόνο (σχ. 13.7).



Σχ. 13.7
Η σταθερά απόσβεσης έχει σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της ταλάντωσης

Συμπεράσματα

1) Συνήθως θεωρούμε ως πλάτος ταλάντωσης το μέγεθος $A = A_0 e^{-t/\tau}$, αυτό έχει νόημα περισσότερο για την περίπτωση που η απόσβεση είναι μικρή. Δηλαδή το πλάτος ταλάντωσης είναι φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου και ακολουθεί εκθετική μείωση.

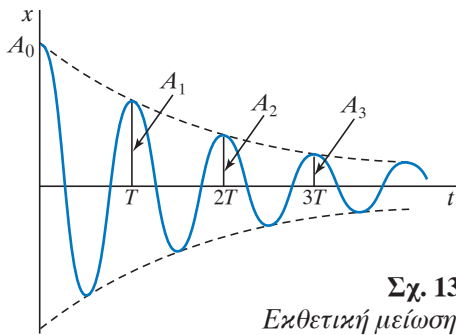
Το A είναι σταθερά που ονομάζεται **συντελεστής απόσβεσης** και εξαρτάται από τη σταθερά b και τη μάζα του σώματος $A = b/2m$.

2) Για τα πλάτη $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{n-1}, A_n, \dots$ που αντιστοιχούν σε κάθε περίοδο ($t = nT, n = 0, 1, 2, \dots$) ισχύει ότι:

$$A_0/A_1 = A_1/A_2 = \dots = A_{n-1}/A_n = \text{σταθ.}$$

δηλαδή ο λόγος διαδοχικών πλατών είναι σταθερός (σχ. 13.8).

3) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η κυκλική συ-



Σχ. 13.8
Εκθετική μείωση του πλάτους
σε μια φθίνουσα ταλάντωση

χνότητα δίνεται από τη σχέση $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \Lambda^2}$, όπου ω_0 η κυκλική συχνότητα του συστήματος όταν δεν υπάρχει απόσβεση, δηλαδή όταν $b = 0, \Lambda = 0$. Η περίοδος είναι $T = 2\pi/\omega'$.

4) Ο ρυθμός μείωσης του πλάτους αυξάνεται όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης. Όταν η σταθερά απόσβεσης πάρει αρκετά μεγάλες τιμές, η κίνηση παύει να είναι ταλάντωση (το σώμα δεν περνά απ' τη θέση ισορροπίας) και γίνεται απεριοδική.

5) Για ένα σύστημα που εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, η περίοδος T μεγαλώνει, αν αυξηθεί η σταθερά απόσβεσης b . Δηλαδή όταν αυξάνεται η σταθερά b , η ταλάντωση γίνεται πιο αργή.



Παρατήρηση

Οι δυνάμεις απόσβεσης και οι φθίνουσες ταλαντώσεις που προκαλούν, είναι για πολλές διεργασίες ανεπιθύμητο φαινόμενο. Υπάρχουν όμως και πολλές εφαρμογές που η φθίνουσα ταλάντωση και η μεγάλη απόσβεση είναι το ζητούμενο, όπως στην περίπτωση της απόσβεσης κραδασμών σε μηχανικά συστήματα.

13.1.5 Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις

Για τις περιπτώσεις που η μείωση του πλάτους στην ταλάντωση είναι ανεπιθύμητη, μπορούμε να το διατηρήσουμε σταθερό αναπληρώνοντας περιοδικά την απώλεια της ενέργειας. Την αναπλήρωση επιτυγχάνουμε ασκώντας με κατάλληλη διάταξη στο σώμα μια περιοδική δύναμη. Η περιοδική δύναμη ονομάζεται **διεγείρουσα δύναμη** και το σύστημα, με το οποίο την εφαρμόζουμε ονομάζεται **διεγέρτης**.

Γενικώς, η περίπτωση αρμονικής ταλάντωσης με διέγερση οδηγεί στην εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα που αποτελείται από σώμα μάζας m και ελατήριο σταθεράς k και δύναμη αντίστασης $-bu$. Στο σώμα ασκείται και περιοδική με το χρόνο δύναμη $F = F_0 \sin(\omega t)$.

Ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος ονομάζεται η συχνότητα με την οποία το σύστημα εκτελεί ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση.

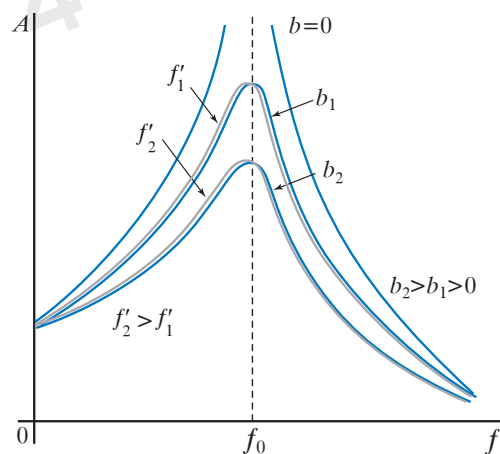
Η συχνότητα της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι η συχνότητα f του διεγέρτη που ασκεί την περιοδική δύναμη και όχι η ιδιοσυχνότητα f_0 , που είναι η συχνότητα της ελεύθερης ταλάντωσης (χωρίς απόσβεση), ούτε η συχνότητα $f' = \omega'/2\pi$ της ταλάντωσης με απόσβεση (χωρίς διεγείρουσα περιοδική δύναμη).

Στην **εξαναγκασμένη** ταλάντωση η εξωτερική περιοδική δύναμη αναπληρώνει τις απώλειες ενέργειας και το πλάτος της παραμένει σταθερό.

Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις η συχνότητα του διεγέρτη παίζει καθοριστικό ρόλο στην απορρόφηση ενέργειας από το σύστημα που ταλαντώνεται. Όταν μεταβάλλεται η συχνότητα του διεγέρτη, μεταβάλλεται και το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

Όταν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει ίση με κάποια συχνότητα που λέγεται **συχνότητα συντονισμού πλάτους του συστήματος**, τότε έχουμε μεγιστοποίηση του πλάτους της ταλάντωσης. Την κατάσταση αυτή την ονομάζουμε **συντονισμό πλάτους**.

Η συχνότητα συντονισμού πλάτους είναι ίση με τη συχνότητα ελεύθερης ταλάντωσης με απόσβεση, $f' = 2\pi/\omega'$, $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \Lambda^2}$. Στο σχήμα 13.9 έχουμε το διάγραμμα του πλάτους μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διε-



Σχ. 13.9

Συντονισμός για διάφορες τιμές της σταθεράς b

γένη για διάφορες τιμές της σταθεράς b .

Μελετώντας τις καμπύλες στο διάγραμμα διαπιστώνουμε τα παρακάτω:

1) Στις ταλαντώσεις με απόσβεση b , η συχνότητα συντονισμού f' είναι λίγο μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος και όσο αυξάνεται η απόσβεση b , η συχνότητα συντονισμού f' μειώνεται.

2) Στην ιδανική περίπτωση που η απόσβεση είναι μηδενική $b = 0$, η συχνότητα του διεγέρτη, για την οποία έχουμε συντονισμό $f = f'$ είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος και επειδή δεν έχουμε απώλειες ενέργειας, η απορρόφηση ενέργειας προκαλεί απεριόριστη αύξηση του πλάτους. Δηλαδή όταν δεν υπάρχει απόσβεση, το πλάτος γίνεται άπειρο στον συντονισμό.

Στην πραγματικότητα δεν έχουμε αποσβέσεις με $b = 0$. Όμως για συστήματα με πολύ μικρή απόσβεση, είναι δυνατό κατά τον συντονισμό να έχουμε πολύ μεγάλη αύξηση του πλάτους, που να υπερβαίνει τις μηχανικές αντοχές του συστήματος με καταστροφικά αποτελέσματα.

3) Σε συστήματα που έχουμε μεγάλη απόσβεση b , το πλάτος ταλάντωσης στον συντονισμό δεν αυξάνεται πολύ, ενώ διευρύνεται και η περιοχή γύρω από τη συχνότητα συντονισμού, που έχουμε μεγιστοποίηση του πλάτους.

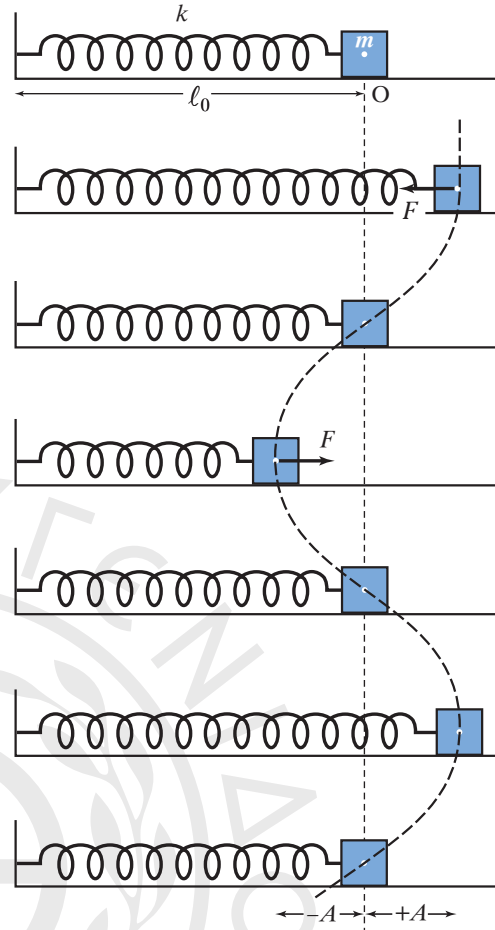
13.1.6 Σύστημα ελατήριου-μάζα

Ιδανικό άμαξο ελατήριο είναι τοποθετημένο οριζόντια πάνω σε λείο δάπεδο με αμελητέα τριβή. Το ένα άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και στο άλλο βρίσκεται στερεωμένη μάζα m (σχ. 13.10). Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Τότε το σύστημα ταλαντώνεται γύρω απ' τη θέση ισορροπίας υπό την επίδραση της δύναμης ελατηρίου.

Αφού το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, δέχεται δύναμη ανάλογη της απομάκρυνσης του $F = -kx$. Η δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι η δύναμη του ελατηρίου $F = -kx$, όπου k η σταθερά του ελατηρίου και x η απομάκρυνσή του. Δηλαδή η δύναμη που δέχεται το σώμα είναι ανάλογη της απομάκρυνσής του και έχει κατεύθυνση προς τη θέση ισορροπίας. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi \sqrt{m/k}$.

13.1.7 Απλό εκκρεμές

Το απλό εκκρεμές αποτελείται από ράβδο αμε-



Σχ. 13.10

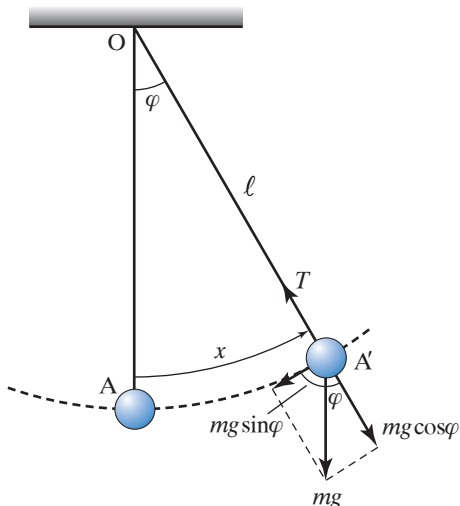
Σύστημα ελατήριου-μάζα

λητέας μάζας και σταθερού μήκους, το ένα άκρο της οποίας είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο και στο άλλο άκρο έχει δεθεί σώμα μάζας m , του οποίου οι διαστάσεις είναι πολύ μικρές σε σχέση με το μήκος της ράβδου. Η ράβδος μπορεί να είναι ένα νήμα (σχ. 13.11).

Στο σώμα επιδρούν δύο δυνάμεις, το βάρος του και η τάση του νήματος. Ισορροπεί στην κατακόρυφη θέση. Αν το σώμα εκτραπεί λίγο ($\varphi < 6^\circ$) απ' τη θέση ισορροπίας του και αφεθεί ελεύθερο, εκτελεί ταλάντωση γύρω απ' την κατακόρυφη θέση.

Μελέτη της ταλάντωσης: Για τη μελέτη της κίνησης αναλύουμε, στην τυχαία θέση (σχ. 13.11) το βάρος σε δύο συνιστώσες, μία εφαπτομενική στην τροχιά, που είναι ίση με $mg \sin \varphi$ και μία ακτινική που είναι ίση με $mg \cos \varphi$. Η συνισταμένη της τάσης T και της συνιστώσας $mg \cos \varphi$ αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη.

Θα δείξουμε ότι για πολύ μικρές γωνίες η κί-



Σχ. 13.11
Απλό εκκρεμές

νηση του απλού εκκρεμούς είναι απλή αρμονική ταλάντωση. Για γωνίες μικρότερες των 6° το τόξο AA' προσεγγίζεται ικανοποιητικά από το x, άρα $\sin\varphi \approx \varphi$.

Έχουμε $\sin\varphi = x/l$ και $F = -mg \sin\varphi = -mg \cdot x/l$, επομένως προσεγγιστικά $F = -(mg/l)x$.

Επειδή (mg/l) σταθερό, θέτουμε $k = (mg/l)$.

Άρα $F = -kx$, δηλαδή το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $k = (mg/l)$ και περίοδο

$$T = 2\pi\sqrt{m/k} = 2\pi\sqrt{\left(m / \frac{mg}{l}\right)} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

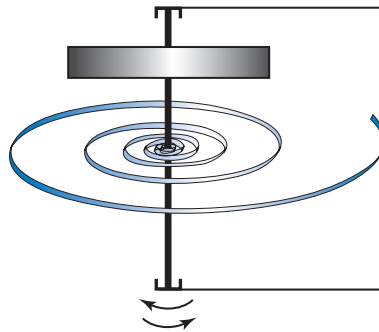
Από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

προκύπτει ότι η περίοδος του απλού εκκρεμούς εξαρτάται από το μήκος l του νήματος και από την επιτάχυνση της βαρύτητας g , ενώ είναι ανεξάρτητη απ' τη μάζα του συστήματος και του πλάτους αιώρησης για μικρά πλάτη. Το εκκρεμές μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης της βαρύτητας g σ' έναν τόπο. Χρησιμοποιείται σε ρολόγια για τη μέτρηση του χρόνου.

13.1.8 Στροφικές ταλαντώσεις

Ας θεωρήσουμε ότι έχουμε σώμα που μπορεί να περιστρέφεται περί άξονα. Πάνω του δρα σπειροειδές ελατήριο (σχ. 13.12), έτσι που ασκεί πάνω του ροπή τ και ισχύει $\tau = -D\varphi$. Η σταθερά D λέγεται **κατευθύνουσα ροπή του ελατηρίου**.



Σχ. 13.12
Μηχανισμός στροφικών ταλαντώσεων

Τέτοιος μηχανισμός υπάρχει στα κουρδιστά ρολόγια.

Αν η ροπή αδράνειας της περιστρεφόμενης μάζας περί τον άξονα περιστροφής είναι I , τότε ο θεμελιώδης Νόμος της στροφικής κίνησης δίνει:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -D\varphi$$

Παρατηρούμε ότι η διαφορική εξίσωση είναι ίδιας μορφής με αυτήν που ισχύει για τον (γραμμικό) αρμονικό ταλαντωτή και ότι υπάρχει αντιστοιχία μεταξύ του γραμμικού αρμονικού ταλαντωτή και των στροφικών ταλαντώσεων, συγκεκριμένα $x \Leftrightarrow \varphi, m \Leftrightarrow I, k \Leftrightarrow D$. Προφανώς, αυτό το σύστημα των στροφικών ταλαντώσεων αποτελεί αρμονικό ταλαντωτή, όπου το μέγεθος που ταλαντεύεται είναι γωνία.

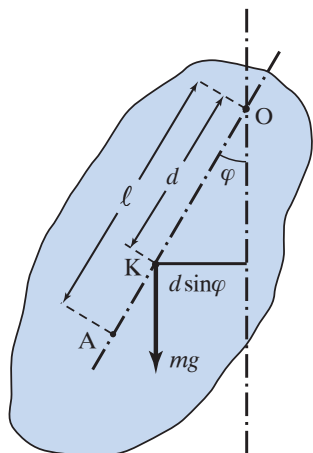
Ακολουθώντας ανάλογη διαδικασία, όπως στο γραμμικό αρμονικό ταλαντωτή, καταλήγουμε στις σχέσεις:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{I}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}$$

13.1.9 Φυσικό εκκρεμές

Με τον όρο **φυσικό εκκρεμές** εννοούμε οποιοδήποτε σώμα με οποιοδήποτε σχήμα, το οποίο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο O και απέχει από το κέντρο βάρους [και κέντρο μάζας (κ.β.)/(κ.μ.)] απόσταση d (σχ. 13.13).

Το εκκρεμές έχει μάζα m και ροπή αδράνειας I ως προς τον άξονα που διέρχεται από το O. Αν εκτρέψουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά γωνία φ , η δύναμη του βάρους προκαλεί ροπή επα-



Σχ. 13.13
Φυσικό εκκρεμές

ναφοράς $\tau = -m g d \sin \varphi$. Το αρνητικό πρόσημο (-) δηλώνει ότι η ροπή επαναφοράς τείνει να περιστρέψει το σώμα με φορά αντίθετη της εκτροπής.

Όταν αφήσουμε το σώμα ελεύθερο, ταλαντώνεται γύρω απ' τη θέση ισορροπίας του. Αν η γωνία εκτροπής είναι πολύ μικρή, μπορούμε να κάνουμε

την προσέγγιση ότι $\sin \varphi = \varphi$. Άρα η σχέση που δίνει τη ροπή επαναφοράς γίνεται $\tau = -(m g d)\varphi$, $\tau = -D\varphi$, $D = m g d$. Ο θεμελιώδης Νόμος της στροφοκίνησης δίνει:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -D\varphi.$$

Οπότε έχουμε απλό αρμονικό ταλαντωτή και ισχύουν:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{I}}, T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad \text{άρα} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m g d}}.$$

- Διατοιχισμός πλοίου

Η διατοιχίση ή διατοιχισμός ή μπότζι είναι μια μορφή ταλάντωσης του πλοίου κατά τον εγκάρσιο άξονα, δηλαδή τις κλίσεις δεξιά και αριστερά που μπορεί να παίρνει το πλοίο, όταν ταξιδεύει ή όταν είναι αγκυροβολημένο. Η αιτία που προκαλεί τη διατοιχίση είναι είτε ο υφιστάμενος πλάγιος κυματισμός, είτε κυματισμός από το φαινόμενο της αποθαλασσίας, ή και από άλλο παράγοντα, όπως από κυματισμό που προκάλεσε διερχόμενο άλλο πλοίο.

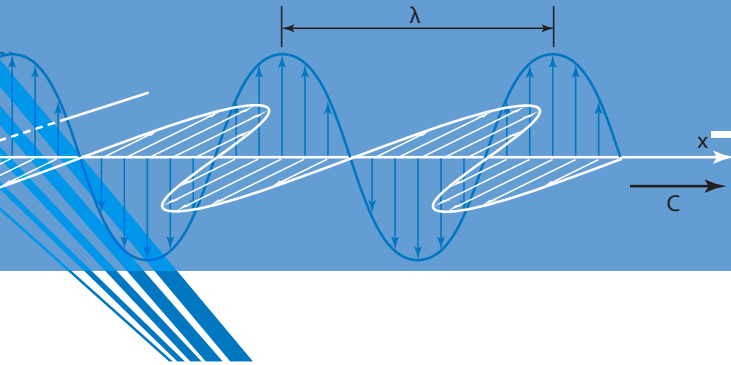
? ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $x = 0,5 \sin \pi t$. Να υπολογίσετε τα παρακάτω:
 - Το πλάτος της απομάκρυνσης, το πλάτος της ταχύτητας, το πλάτος της επιτάχυνσης.
 - Την περίοδο, τη συχνότητα και τη γωνιακή συχνότητα ω .
- Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιταχύνσεως, που περιγράφουν την απλή αρμονική ταλάντωση ενός σώματος, για το οποίο γνωρίζουμε ότι:
 - Το πλάτος ταλάντωσης του είναι $A = 0,6 \text{ m}$.
 - Η περίοδος της ταλάντωσης είναι $T = 5 \text{ s}$. Έχει αρχική φάση $\varphi_0 = \pi/6 \text{ rad}$.
- Σώμα μάζας m είναι συνδεδεμένο με ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 4 \text{ s}$ και πλάτος $A = 0,4 \text{ m}$.

Να υπολογίσετε την ταχύτητά του και την επιτάχυνσή του τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας είναι $x = 0,2 \text{ m}$.

- Η εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος που κάνει απλή αρμονική ταλάντωση περιγράφεται από την εξίσωση $x = 0,5 \cdot \sin 4\pi t$ (x σε m και t σε s).
 - Να υπολογιστεί η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές
 - $t = T/12$ και ii) $t = 7T/12$.
 - Να σχεδιαστούν οι γραφικές παραστάσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο.
- Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$. Να υπολογιστεί η αρχική φάση για τις παρακάτω περιπτώσεις:

- α) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x = 0$ με θετική ταχύτητα.
 β) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x = 0$ με αρνητική ταχύτητα.
 γ) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x = +A/2$ με θετική ταχύτητα.
 δ) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x = -A/2$ με αρνητική ταχύτητα.
 ε) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x = +A\sqrt{3}/2$ με θετική ταχύτητα.
 στ) Τη χρονική στιγμή βρίσκεται στη θέση $x = -A$.
6. Για ένα σύστημα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχουμε τις παρακάτω πληροφορίες:
 α) Το πλάτος ταλάντωσής του είναι $A = 0,2$ m.
 β) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x = 0,1\sqrt{2}$ m με θετική ταχύτητα.
 γ) Ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει πρώτη φορά στην ακραία θέση ταλάντωσης είναι $t = 0,125$ s.
 Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας, και της επιταχύνσεως του συστήματος.
7. Ο μηχανικός ενός πλοίου για λόγους ασφάλειας προσπαθεί να μελετήσει τη συμπεριφορά μηχανικού συστήματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Από τις μετρήσεις που πραγματοποιεί, συγκεντρώνει τις παρακάτω πληροφορίες: το πλάτος ταλάντωσης είναι $A = 20$ cm, τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x = 10\sqrt{3}$ cm με αρνητική ταχύτητα και διέρχεται πάλι από την ίδια θέση με την ίδια ταχύτητα μετά από χρόνο $t = 2$ s. Με βάση τις προηγούμενες πληροφορίες, γράψτε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της δύναμης επαναφοράς για το μηχανικό σύστημα.
8. Ένα σύστημα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση αποτελείται από κατακόρυφο ελατήριο, όπου στο ελεύθερο άκρο του έχουμε συνδέσει σώμα μάζας $m_1 = 5$ kg, η οποία προκαλεί αρχική επιμήκυνση από το φυσικό του μήκος ίση με 1 m. Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος, με το οποίο πρέπει να αντικαταστήσουμε τη μάζα m_1 , ώστε το σύστημα να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2$ s.
9. Μηχανικό σύστημα αποτελείται από ελατήριο σταθερό $k = 100$ N/m στο άκρο του οποίου είναι συνδεδεμένο σώμα μάζας $m = 10$ kg. Να αποδείξετε για τις παρακάτω περιπτώσεις ότι, αν το σύστημα εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του, θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογιστεί για κάθε περίπτωση η περίοδος της ταλάντωσης.
 α) Το ελατήριο είναι κατακόρυφα στερεωμένο στο άνω άκρο.
 β) Το ελατήριο βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία 30° με το οριζόντιο επίπεδο και είναι στερεωμένο στο άνω άκρο.
10. Ένα σύστημα ελατηρίου-μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Οι πληροφορίες που έχουμε γι' αυτό είναι οι παρακάτω:
 α) Η ταχύτητά του όταν διέρχεται απ' τη θέση ισορροπίας είναι $u = 4$ m/s
 β) Το πλάτος ταλάντωσής του είναι $A = 5$ m.
 γ) Η μάζα του σώματος είναι $m = 10$ kg.
 Αξιοποιώντας τις παραπάνω πληροφορίες, να υπολογίσετε την περίοδο T της ταλάντωσης, την σταθερά επαναφοράς K και τη δύναμη επαναφοράς όταν η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας είναι:
 α) $x = +2$ cm και $x = -2$ cm
 β) τη δύναμη επαναφοράς τη χρονική στιγμή $t = 3T/4$, αν γνωρίζουμε ότι για $t = 0$ $x = A/2$ και $u > 0$.
11. Σώμα $m = 2$ kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 10$ cm. Αν η περίοδος της ταλάντωσης είναι $T = 0,2\pi$, να υπολογιστούν:
 α) Η ενέργεια της ταλάντωσης.
 β) Η δυναμική ενέργεια του συστήματος στη θέση όπου η ταχύτητα του σώματος είναι το μισό της μέγιστης τιμής της.
12. Σώμα μάζας $m = 1$ kg είναι προσαρμοσμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο $T = 0,1\pi$ s.
 Να υπολογιστεί:
 α) i. Η σταθερά του ελατηρίου k .
 ii. Το μέτρο της απομάκρυνσης του σώματος στη θέση που η δυναμική ενέργεια είναι $U_1 = 2$ J.
 β) Αν η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή στην παραπάνω θέση είναι ίση με την κινητική, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στη θέση αυτή και το πλάτος της ταλάντωσης.
 γ) Να υπολογιστεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη θέση $x = 0,1$ m έως τη θέση όπου η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι ίση με $U_2 = 4$ J.



14.1 Ηλεκτρικές ταλαντώσεις σε κύκλωμα LC

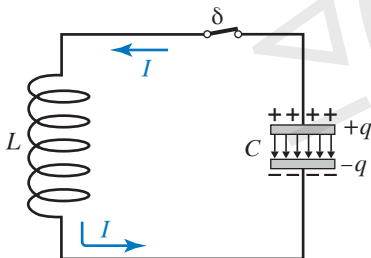
Θυμίζουμε ότι η ηλεκτρική ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή δίνεται από τις σχέσεις:

$$U_C = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qV,$$

η μαγνητική ενέργεια πηνίου που διαρρέεται από ρεύμα δίνεται από τη σχέση:

$$U_L = \frac{1}{2} Li^2.$$

Έστω κύκλωμα με πυκνωτή, πηνίο και διακόπτη (σχ. 14.1). Το κύκλωμα αυτό λέγεται **κύκλωμα Thomson**. Έστω ότι ο διακόπτης είναι ανοιχτός και ο πυκνωτής φορτισμένος με φορτίο $Q > 0$.



Σχ. 14.1
Κύκλωμα Thomson ηλεκτρομαγνητικών ταλαντώσεων ή κύκλωμα LC

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνουμε τον διακόπτη και αρχίζει η εκφόρτιση του πυκνωτή. Τότε το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα.

Κάθε στιγμή η τάση $V_c = q/C$ είναι ίση με την $V_L = L di/dt$.

Αρχικά, όταν ο πυκνωτής έχει εκφορτιστεί λίγο, η V_c είναι μεγάλη, άρα και η V_L . Επειδή το πηνίο, άρα η τάση V_L , αντιστέκεται στην αύξηση του ρεύματος, το ρεύμα στην αρχή έχει μικρή τιμή που σταδιακά αυξάνεται όσο προχωράει η εκφόρτιση, μέχρις ότου πάρει τη μέγιστη τιμή του, όταν ο πυκνωτής έχει εκφορτιστεί πλήρως. Τότε $q = 0$ και $i = i_{\max} = I$.

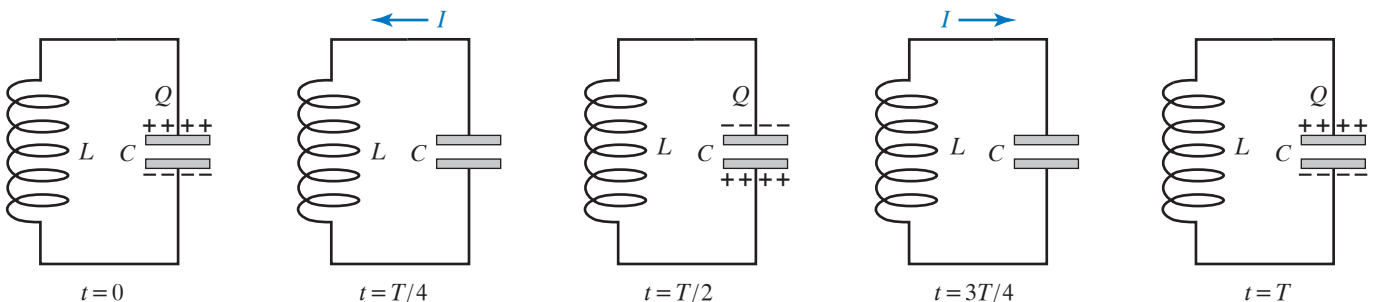
Στη συνέχεια, το ρεύμα αρχίζει να μειώνεται, ο πυκνωτής φορτίζεται ξανά, αλλά με αντίθετη πολικότητα. Όταν το ρεύμα μηδενιστεί, το φορτίο του πυκνωτή θα πάρει πάλι τη μέγιστη τιμή του (με αντίθετο πρόσημο απ' αυτό που είχε στην αρχή) και τότε $q = -Q$ και $i = 0$.

Κατόπιν, το φαινόμενο επαναλαμβάνεται αντίστροφα. Ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα αντίθετης φοράς και το κύκλωμα επανέρχεται στην κατάσταση που βρισκόταν τη χρονική στιγμή $t = 0$. Η διαδικασία απεικονίζεται στο σχήμα 14.2.

Για το φορτίο του πυκνωτή ισχύει: $q = Q \cos \omega t$.

Για την τιμή του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και φυσικά το πηνίο:

$$i = \frac{dq}{dt} = -Q\omega \sin \omega t = -I \sin \omega t, \quad I = Q\omega$$



Σχ. 14.2

Φάσεις ταλάντωσης του κυκλώματος Thomson

Μπορεί να κάνει κάποιος την ίδια ανάλυση που κάναμε για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή, διότι ισχύει παρόμοια διαφορική εξίσωση και να δείξει ότι η κυκλική συχνότητα και η περίοδος ταλαντώσεως ενός τέτοιου κυκλώματος δίνονται από τις σχέσεις:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad T = 2\pi \sqrt{LC}$$

Στο σχήμα 14.3 φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις του φορτίου και του ρεύματος συναρτήσει του χρόνου.

14.1.1 Ενεργειακή θεώρηση

Η ενέργεια του πυκνωτή είναι:

$$U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \cos^2 \omega t = U_{C_0} \cos^2 \omega t,$$

$$U_{C_0} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Η ενέργεια του πηνίου είναι:

$$U_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} LI^2 \sin^2 \omega t = U_{L_0} \sin^2 \omega t,$$

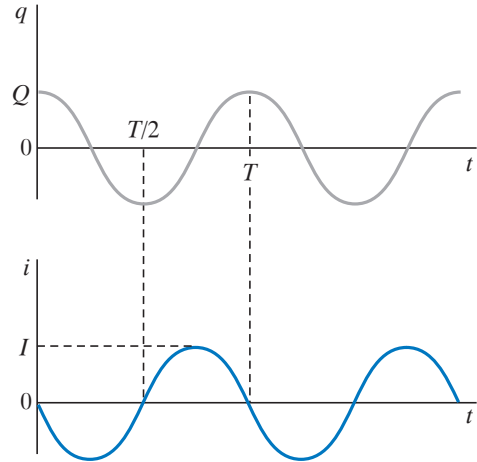
$$U_{L_0} = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} LQ^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$\text{άρα } U_{L_0} = U_{C_0} = U_0 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} LI^2$$

Η ολική ενέργεια του κυκλώματος κάθε χρονική στιγμή είναι:

$$E = U_C + U_L = U_0 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = U_0 = \text{σταθερή.}$$

$$E = U_0 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} LI^2$$



Σχ. 14.3

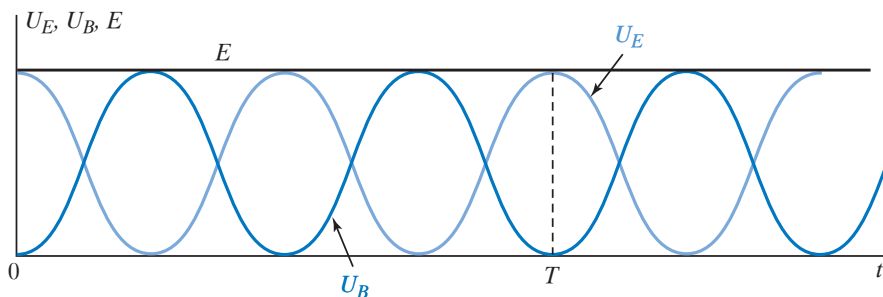
Γραφικές παραστάσεις της χρονικής μεταβολής του φορτίου q και της χρονικής μεταβολής του ρεύματος στο κύκλωμα Thomson

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή μετατρέπεται περιοδικά σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο και αντίστροφα. Στο σχήμα 14.4 φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των ενεργειών συναρτήσει του χρόνου.

14.1.2 Φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση

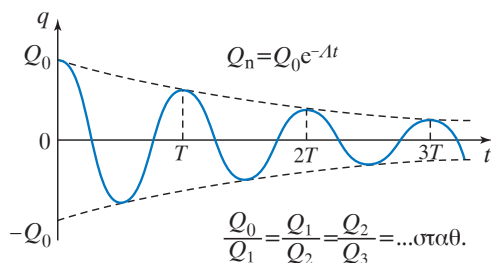
Πρακτικά οι ηλεκτρικές ταλαντώσεις είναι φθίνουσες, γιατί πρώτον οι αγωγοί του συστήματος έχουν αντίσταση κι ένα μέρος της ενέργειας μετατρέπεται σε θερμοδυναμική ενέργεια που μπορεί να ρέει στο περιβάλλον ως θερμότητα και δεύτερον τα κυκλώματα των ηλεκτρικών ταλαντώσεων μπορεί να εκπέμπουν σημαντική ποσότητα ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, άρα χάνουν ενέργεια.

Συνεπώς, το πλάτος του ρεύματος συνεχώς μικραίνει, όπως και το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή, μέχρι που το κύκλωμα θα σταματήσει να ταλαντώνεται. Μπορεί να οριστεί η σταθερά απόσβεσης Λ , που εξαρτάται από τις απώλειες του κυκλώματος.



Σχ. 14.4

Γραφικές παραστάσεις για τις χρονικές μεταβολές της ενέργειας του πυκνωτή U_C , της ενέργειας του πηνίου U_L και της ολικής ενέργειας του συστήματος E



Σχ. 14.5

Γραφική παράσταση χρονικής μεταβολής του φορτίου σε φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση

Στο σχήμα 14.5 φαίνεται η μείωση του φορτίου του πυκνωτή με τον χρόνο.



Παρατηρήσεις

Η μελέτη για τις φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις είναι ανάλογη με τη μελέτη των μηχανικών ταλαντώσεων. Ισχύουν τα παρακάτω:

1) Αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει σημαντική ακτινοβολία, η αιτία της απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση R .

2) Όσο αυξάνει η αντίσταση R , η περίοδος T της φθίνουσας ταλάντωσης μεγαλώνει.

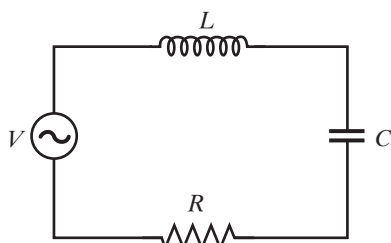
3) Όσο αυξάνει η αντίσταση R , τόσο πιο γρήγορη γίνεται η απόσβεση.

4) Όταν η τιμή της αντίστασης R , υπερβεί κάποιο όριο, τότε η ταλάντωση γίνεται απειροδική.

5) Η αντιστοιχία με τις μηχανικές ταλαντώσεις είναι $x \leftrightarrow q$, $u \leftrightarrow i$, $m \leftrightarrow L$, $k \leftrightarrow 1/C$, $b \leftrightarrow R$, $F \leftrightarrow V$.

14.1.3 Το φαινόμενο του συντονισμού στην ηλεκτρική ταλάντωση

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε το κύκλωμα του σχήματος 14.6. Στο κύκλωμα LC έχει προστεθεί πηγή



Σχ. 14.6

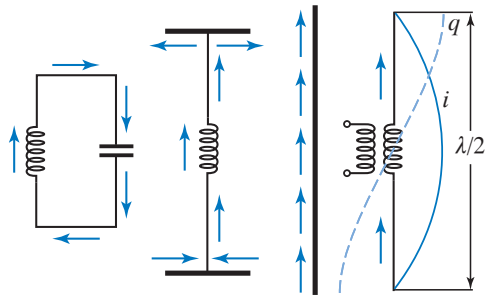
Κύκλωμα LC με αντιστάτη και πηγή διέγερσης

τάσης $V = V_0 \sin \omega t$ (πηγή διέγερσης). Όπως και στην περίπτωση των μηχανικών ταλαντώσεων, αν μεταβληθεί η συχνότητα της τάσης διέγερσης, το πλάτος του φορτίου του πυκνωτή και το πλάτος του ρεύματος θα μεταβάλλονται. Για κάποια τιμή της συχνότητας τα πλάτη γίνονται μέγιστα. Αυτό είναι το φαινόμενο του συντονισμού στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Αν η απώλεια ενέργειας είναι πολύ μικρή, τότε ο συντονισμός και για το φορτίο και για το ρεύμα συμβαίνουν στην ίδια συχνότητα, στη συχνότητα ταλάντωσης του κυκλώματος, χωρίς διέγερση και χωρίς απώλειες. Στη φυσική ταλάντωση του κυκλώματος, η κυκλική ιδιοσυχνότητα είναι $\omega = 1/\sqrt{LC}$.

14.2 Μετατροπή του κυκλώματος του Thomson σε κεραία εκπομπής-λήψης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

Ένα κλειστό κύκλωμα ταλαντώσεων (βρόχος), που έχει μικρές διαστάσεις σε σύγκριση με το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στην συχνότητα ταλάντωσης, είναι ακατάλληλο για την ακτινοβολία ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Αυτό συμβαίνει γιατί τα κύματα που δημιουργούνται από τα ρεύματα που κυκλοφορούν στον βρόχο είναι κοντά το ένα στο άλλο, έχουν αντίθετες φάσεις και αλληλοαναιρούνται. Δηλαδή από ένα τέτοιο κλειστό κύκλωμα ταλαντώσεων η ακτινοβολία ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας είναι πρακτικά πολύ ασθενής.

Είναι δυνατόν όμως να τροποποιήσουμε το κύκλωμα του ταλαντωτή, ώστε τα ρεύματα στα στοιχεία του να εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Αυτό μπορούμε να το πετύχουμε μετατρέποντας το κλειστό κύκλωμα σε ανοικτό, δηλαδή σε κεραία. Για να επιτύχουμε την παραπάνω μετατροπή, απομακρύνουμε τους σπλισμούς και φέρνουμε τους αγωγούς σύνδεσης σε ευθεία γραμμή. Τότε οι φορές των ρευμάτων γίνονται ίδιες. Στην περίπτωση αυτή, το σύστημα ακτινοβολεί ενέργεια, αλλά ανεπαρκώς. Στη συνέχεια, «τεντώνουμε» το πηνίο, ώστε να γίνει ευθύγραμμος αγωγός και παράλληλα καταργούμε τους σπλισμούς αντικαθιστώντας τη χωρητικότητά του με τη χωρητικότητα του αγωγού. Διατηρούμε ένα μικρό τμήμα του πηνίου, για να επιτύχουμε σύζευξη του αγωγού με την πηγή. Το ανοικτό κύκλωμα που προκύπτει, αποτελεί μία κεραία και μπορεί να ακτινοβολεί ηλεκτρομαγνητική ενέργεια (σχ. 14.7). Το ρεύμα δεν έχει την ίδια τιμή σε κάθε σημείο της κεραίας την ίδια χρονική στιγμή.



Σχ. 14.7

Μετατροπή του κυκλώματος Thomson σε κεραία ηλεκτρο-μαγνητικών κυμάτων

Το 1887 πρώτος ο Hertz πέτυχε την παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στηριζόμενος στην ηλεκτρομαγνητική θεωρία του Maxwell. Μετά τον Hertz ακολούθησαν εντατικές προσπάθειες από επιστήμονες για μετάδοση μηνυμάτων με ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Τα πρώτα σημαντικά αποτελέσματα ήρθαν το 1900 από τους Ρορον στη Ρωσία και Marconi στην Ιταλία, που μετέδωσαν μηνύματα με ηλεκτρομαγνητικά κύματα σε απόσταση δεκάδων χιλιομέτρων.

Στο σχήμα 14.8 παρατηρούμε σχηματικά την εκπομπή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από το τροποποιημένο σε κεραία κύκλωμα ταλαντώσεων.

Αρχικά έχουμε φορτίο κατανομημένο στον αγωγό, το οποίο δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Στη συνέχεια, με την κίνηση των φορτίων έχουμε ρεύμα

που προκαλεί μαγνητικό πεδίο, το οποίο αντλεί την ενέργειά του από το ηλεκτρικό πεδίο με αποτέλεσμα σε χρόνο $T/4$ όλη η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου να έχει μετασχηματιστεί σε ενέργεια του μαγνητικού πεδίου. Τότε το ρεύμα είναι μέγιστο και η τάση μηδέν. Στο επόμενο χρονικό διάστημα, από $T/4$ έως $T/2$, το ρεύμα ελαττώνεται μέχρι να μηδενιστεί και αναπτύσσεται στην κεραία τάση από αυτεπαγωγή αντίθετης πολικότητας, οπότε η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου μετασχηματίζεται σε ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται με αντίθετη φορά για τα υπόλοιπα χρονικά διαστήματα της περιόδου. Η κεραία λειτουργεί ως απλός ταλαντωτής και εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ενέργεια. Για να συντηρήσουμε τις ταλαντώσεις, τροφοδοτούμε την κεραία με πηγή εναλλασσόμενης τάσης, που παρέχει την κατάλληλη ενέργεια.

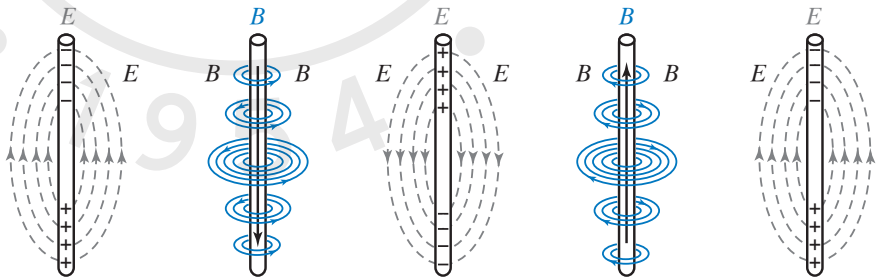
Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα (σχ. 14.9) που παράγεται περιγράφεται από τις παρακάτω εξισώσεις του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου, όπως διαδίδονται σε μία διεύθυνση x :

$$E = E_o \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

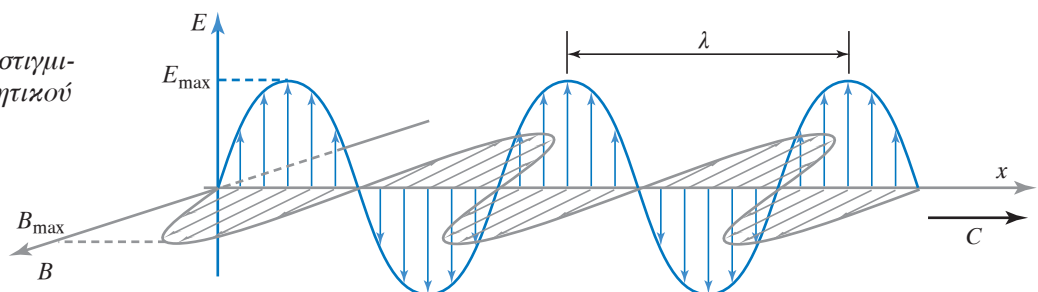
$$B = B_o \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

όπου E_o η μέγιστη τιμή του ηλεκτρικού πεδίου και

Σχ. 14.8
Σχηματική παράσταση εκπομπής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από τροποποιημένο σε κεραία κύκλωμα ταλαντώσεων



Σχ. 14.9
Γραφική παράσταση στιγμιότυπου ηλεκτρομαγνητικού κύματος



B_0 η μέγιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου. Επίσης T η περίοδος του κύματος, λ το μήκος κύματος, ενώ t και x είναι οι μεταβλητές του χρόνου και της θέσης



Παρατηρήσεις

1) Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα συνίστανται από μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία. Τα σταθερά ηλεκτρικά ή μαγνητικά πεδία δεν είναι ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Ένα ακίνητο φορτίο ή ένα φορτίο που κινείται με σταθερή ταχύτητα δεν παράγει ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων έχουμε μόνο από επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη κίνηση φορτίων. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα μεταφέρουν ενέργεια, την οποία τους παρέχει η πηγή των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

2) Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια. Τα διανύσματα του ηλεκτρικού πεδίου E και του μαγνητικού πεδίου B είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης.

3) Κάθε στιγμή το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι ίσο με την ταχύτητα του φωτός $E/B = c$ (ισχύει στο SI, που κυρίως μας ενδιαφέρει).

4) Η αρχή της επαλληλίας των κυμάτων ισχύει και για τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Δηλαδή σε κάθε σημείο του μέσου διάδοσης η τιμή του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου του κύματος προκύπτει απ' τη συνισταμένη των διανυσμάτων των ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που διέρχονται από το δεδομένο σημείο εκείνη τη χρονική στιγμή.

14.3 Το φάσμα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα παράγονται από ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα και από πλήθος άλλων φυσικών φαινομένων (όπως η επιτάχυνση ηλεκτρικών φορτίων, η αποδιέγερση ατόμων, οι πυρηνικές μεταβολές), και παρουσιάζουν ευρύτατο φάσμα συχνοτήτων. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα έχουν όλα τα ίδια γενικά χαρακτηριστικά, όμως έχουν και μεγάλες διαφορές που εξαρτώνται

κυρίως από τη συχνότητά τους (ή το μήκος κύματός τους), που καθορίζει την αλληλεπίδρασή τους με την ύλη.

Ανάλογα με τη συχνότητα (ή το μήκος κύματος), διαχωρίζουμε το φάσμα τους σε διάφορες περιοχές. Τα όρια των περιοχών αυτών δεν είναι αυστηρά σαφή. Η κατάταξη θα ξεκινήσει από τα κύματα μικρότερης συχνότητας (μεγαλύτερου μήκους κύματος). Αναλυτικότερα:

1) **Ραδιοκύματα** είναι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα μήκος κύματος από 10^5 m έως 1 cm. Μερικές από τις πηγές που τα εκπέμπουν είναι οι ραδιοφωνικοί και οι τηλεοπτικοί πομποί. Ανιχνεύονται από διάφορους απλούς τύπους κεραιών. Δεν έχουν συσχετιστεί με σημαντικό κίνδυνο για τα έμβια όντα.

2) **Μικροκύματα** είναι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μήκος κύματος από 30 cm έως 1 mm. Μερικές από τις πηγές που τα παράγουν είναι τα ραντάρ, οι πομποί τηλεπικοινωνιών, οι φούρνοι μικροκυμάτων. Ανιχνεύονται από κεραιές με ειδικές προδιαγραφές. Υπάρχουν ενδείξεις ότι μπορεί να εγκυμονούν κινδύνους για τον άνθρωπο και διεξάγεται έρευνα προς αυτήν την κατεύθυνση.

3) **Υπεύiolet ακτίνες** είναι ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μήκος κύματος από 1 mm έως 700×10^{-9} m. Πηγές τους είναι τα θερμά σώματα. Απορροφώνται εύκολα απ' τα περισσότερα υλικά αυξάνοντας τη θερμοκρασία τους και ανιχνεύονται πολύ εύκολα από θερμομέτρα και από θερμοευαίσθητα υλικά. Η υπερέκθεση του ανθρώπου σ' αυτές μπορεί να προκαλέσει δερματικά εγκαύματα λόγω αύξησης της θερμοκρασίας.

4) Το **ορατό φως** είναι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μήκος κύματος από 700×10^{-9} m (700 nm) έως 400×10^{-9} m (400 nm). Είναι το τμήμα του φάσματος που γίνεται αντιληπτό από το ανθρώπινο μάτι. Παράγεται κατά την αποδιέγερση ατόμων ή μορίων. Το ορατό τμήμα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος χωρίζεται σε μικρότερες περιοχές σχετικές με τη χρωματική αίσθηση που προκαλούν στον άνθρωπο οι διάφορες συχνότητες. Έχουμε την περιοχή του:

- α) ερυθρού με μήκη κύματος από 700–630 nm,
- β) πορτοκαλί με μήκη κύματος από 630–590 nm,
- γ) κίτρινου με μήκη κύματος από 590–560 nm,
- δ) πράσινου με μήκη κύματος από 560–480 nm,
- ε) κυανού με μήκη κύματος από 480–440 nm,
- και
- στ) του ιώδους με μήκη κύματος από 440–400 nm.

5) **Υπεριώδης ακτινοβολία** είναι ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μήκη κύματος από $380 \times 10^{-9} \text{ m}$ έως $60 \times 10^{-9} \text{ m}$. Σημαντική πηγή υπεριώδους ακτινοβολίας είναι ο Ήλιος. Επίσης έχουμε τεχνητές πηγές, που είναι διάφορα είδη λαμπτήρων.

Η υπεριώδης ακτινοβολία είναι υπεύθυνη για το καλοκαιρινό μας μαύρισμα, όμως σε μεγάλες δόσεις μπορεί να δημιουργήσει σοβαρά προβλήματα στο δέρμα. Τις τελευταίες δεκαετίες η επιφάνεια της Γης δέχεται αυξημένες ποσότητες υπεριώδους ακτινοβολίας εξαιτίας της μείωσης του στρώματος του όζοντος που υπάρχει στη στρατόσφαιρα και απορροφά μέρος της υπεριώδους ακτινοβολίας.

6) **Ακτίνες X ή ακτίνες Röntgen** είναι ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μήκη κύματος 10^{-8} m έως 10^{-13} m . Ένας τρόπος παραγωγής τους είναι όταν επιβραδύνονται ηλεκτρόνια που προσκρούουν με μεγάλη ταχύτητα σε μεταλλικό στόχο.

Οι ακτίνες X χρησιμοποιούνται στη μηχανουργία για τον έλεγχο πιθανής ύπαρξης ρωγμών σε μηχανικές κατασκευές και εσωτερικά τμήματα μηχανών. Επίσης χρησιμοποιούνται στην Ιατρική για διαγνωστικούς σκοπούς (ακτινογραφίες). Οι ακτίνες X είναι επικίνδυνες για τον άνθρωπο, διότι μπορούν να αλλοιώσουν το γενετικό υλικό στα κύτταρα και να προκαλέσουν σημαντικές βλάβες. Για τον λόγο αυτόν, η έκθεση σ' αυτές πρέπει να γίνεται μόνο όταν υπάρχει σοβαρός λόγος.

7) **Ακτίνες γ** είναι ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μήκη κύματος 10^{-10} m έως 10^{-14} m . Παράγονται σε πυρηνικές αλληλεπιδράσεις, όπως πυρηνικές αποδιεγέρσεις, διάσπαση στοιχειωδών σωματιδίων. Ανιχνεύονται από ειδικούς ανιχνευτές πυρηνικής ακτινοβολίας. Είναι πολύ διεισδυτικές και πολύ

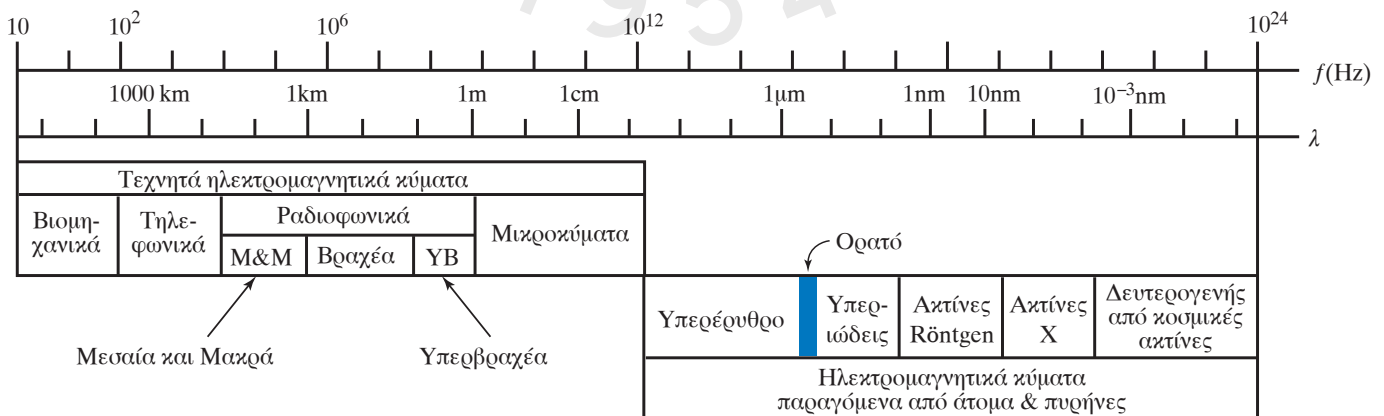
επικίνδυνες, διότι προκαλούν σοβαρές βλάβες σε ιστούς και κύτταρα όταν απορροφούνται.

14.4 Χαρακτηριστικά των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων ως προς τον τρόπο μετάδοσής τους στον αέρα, στο έδαφος και στο κενό

Η χρήση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στις τηλεπικοινωνίες είναι σημαντική. Σήμερα έχει αναπτυχθεί ένα παγκόσμιο δίκτυο τηλεπικοινωνιών με επίγειους σταθμούς και δορυφόρους, που είναι ιδιαίτερα σημαντικό για τη ναυτιλία. Για τις τηλεπικοινωνίες το ζητούμενο αφορά στην ομαλή και καλής ποιότητας επικοινωνία μεταξύ πομπού και δέκτη. Η ποιότητα της επικοινωνίας εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, που έχουν σχέση με την ισχύ των εκπεμπόμενων κυμάτων, τη διαμόρφωση του σήματος και τη διάδοση των κυμάτων.

Οι ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες του φάσματος έχουν κοινές ιδιότητες, που οφείλονται στην κοινή τους φύση, (ηλεκτρομαγνητική διαταραχή), για παράδειγμα ταξιδεύουν στο κενό με την ίδια ταχύτητα, μεταφέρουν ενέργεια και παρουσιάζουν κυματικές ιδιότητες. Ανάλογα με τη συχνότητά τους εμφανίζουν διαφορές που αφορούν στην απορρόφησή τους από την ύλη, στην ανάκλαση, στη διάθλαση και στην ενέργεια που μεταφέρουν. Οι διαφορές αυτές είναι σημαντικές σε πολλές εφαρμογές των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, από τις τηλεπικοινωνίες μέχρι το φως ή τις εφαρμογές των ακτίνων X και γ στην Ιατρική.

Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα έχει διαιρεθεί σε ζώνες (περιοχές) ανάλογα με τη συχνότητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος (σχ. 14.10). Οι ζώνες



Σχ. 14.10
Περιοχές ηλεκτρομαγνητικού φάσματος

Πινάκας 14.1
Οι ζώνες του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος

Συμβολισμός	Ονομασία	Ζώνη συχνοτήτων
ELF	Άκρως χαμηλές συχνότητες	100 Hz – 3 kHz
VLF	Υπέρμακρο	3 kHz – 30 kHz
LF	Μακρά	30 kHz – 300 kHz
MF	Μεσαία	300 kHz – 3 MHz
HF	Βραχεία	3 MHz – 30 MHz
VHF	Υπερβραχεία	30 MHz – 300 MHz
UHF	Μικροκύματα δεκατομετρικά	300 MHz – 3 GHz
SHF	Μικροκύματα εκατοστομετρικά	3 GHz – 30 GHz
EHF	Μικροκύματα χιλιοστομετρικά	30 GHz – 300 GHz
IR	Υπέρυθρες ακτίνες	300 GHz – 10^{14} Hz
	Ορατό φως	10^{14} Hz – 10^{16} Hz
UV	Υπεριώδεις ακτίνες	10^{16} Hz – 10^{18} Hz
X	Ακτίνες X	10^{18} Hz – 10^{20} Hz
γ	Ακτίνες γ (ραδιενέργεια γ)	10^{20} Hz –

εκτείνονται από τις πολύ μικρές συχνότητες έως τις υπεριώδεις ακτίνες και τις ακτίνες X (πίν. 14.1).

Η συχνότητα f και το μήκος κύματος λ ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος συνδέονται με τη σχέση $c = \lambda f$, όπου c η ταχύτητα του φωτός στο μέσο διάδοσης. Η συχνότητα (και το μήκος κύματος) είναι ουσιαστικά το βασικό μέγεθος που καθορίζει τη συμπεριφορά του ηλεκτρομαγνητικού κύματος κατά τη διάδοσή του σε σχέση και με το μέσο διάδοσης. Για παράδειγμα, πώς συμπεριφέρεται το κύμα όταν συναντάει ένα εμπόδιο ή όταν αλλάζει η πυκνότητα και η σύσταση του μέσου που διαδίδεται, πώς ανακλάται, πώς διαθλάται και πόσο διαφορετική είναι η απορρόφησή του από τα διάφορα υλικά.

Όταν μελετάμε τη διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, εξετάζουμε δύο βασικούς τρόπους:

1) Ο πρώτος αφορά στα **κύματα εδάφους**, δηλαδή κύματα που δεν απομακρύνονται πολύ από την επιφάνεια της Γης.

2) Ο δεύτερος αφορά στα **κύματα χώρου** ή **ιονοσφαιρικά κύματα**, τα οποία είναι κύματα που απομακρύνονται από το έδαφος, ανακλώνται στα στρώματα της ιονόσφαιρας και επιστρέφουν στη Γη.

Είναι προφανές ότι οι μεταβολές στη σύσταση της ιονόσφαιρας παίζουν σημαντικό ρόλο στη διά-

δοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Πιο ειδικά, για τη συμπεριφορά των φασματικών ζωνών μπορούμε να αναφέρουμε τα παρακάτω:

1) **Κύματα VLF (υπέρμακρο κύματα)** με μήκη κύματος από 30–10 km (συχνότητες 10–30 kHz). Η αξιοποίηση αυτών των κυμάτων γίνεται σε ειδικές εφαρμογές ραδιοτηλεγραφίας. Τα VLF κύματα διαδίδονται πολύ καλά ως κύματα εδάφους (μπορούν να καλύψουν και αποστάσεις έως 1000 km). Επίσης μπορούν να καλύψουν και μεγαλύτερες αποστάσεις ως κύματα χώρου μέσω ανάκλασης στην ιονόσφαιρα. Τα VLF αξιοποιούνται στην επικοινωνία με τα υποβρύχια, γιατί διαδίδονται καλύτερα πάνω από τη θάλασσα και παρουσιάζουν διεισδυτικότητα στο νερό.

2) **Κύματα LF (μακρά κύματα)** με μήκη κύματος από 10–1 km (συχνότητες 30–300 kHz). Διαδίδονται σε μικρότερες αποστάσεις από τα VLF. Προσαρμόζονται στη μορφολογία του εδάφους, αλλά εξασθενούν συντομότερα όσο αυξάνεται η συχνότητά τους. Η διάδοσή τους ως κύματα χώρου μέσω ανάκλασης στην ιονόσφαιρα παρουσιάζει απώλειες και μεγάλες αστάθειες μεταξύ ημέρας και νύχτας. Ειδικά την ημέρα, για μεγάλες αποστάσεις οι ρα-

διοξεύξεις παρουσιάζουν προβλήματα. Τα μακρά κύματα αξιοποιούνται στην επικοινωνία με πλοία.

3) **Κύματα MF (μεσαία κύματα)** με μήκη κύματος από 1–100 m (συχνότητες 300 kHz–3 MHz). Τα μεσαία κύματα διαδίδονται μερικές εκατοντάδες χιλιόμετρα ως κύματα εδάφους και η απόσβεσή τους γίνεται μεγαλύτερη όσο μεγαλώνει η συχνότητα. Την ημέρα δεν μπορούν να διαδοθούν με κύματα χώρου, γιατί απορροφώνται από τα κατώτερα στρώματα τις ιονόσφαιρας. Τη νύχτα όμως λόγω των μεταβολών στην ιονόσφαιρα, μπορούν με ανάκλαση να καλύψουν μεγαλύτερες αποστάσεις, εμφανίζοντας κάποια προβλήματα διαλείψεων λόγω συμβολής. Χρησιμοποιούνται στη ραδιοφωνία (AM) και για στρατιωτικές εφαρμογές.

4) **Κύματα HF (βραχεία κύματα)** με μήκη κύματος από 100–10 m (συχνότητες 3–30 MHz). Τα βραχεία κύματα απορροφώνται έντονα από το έδαφος γι' αυτό και έχουμε πολύ μικρή κάλυψη μέσω κυμάτων εδάφους, που φτάνει μερικές δεκάδες χιλιόμετρα. Όμως έχουμε σημαντική κάλυψη με τα κύματα χώρου των βραχέων, γιατί μπορούν να υποστούν πολύ εύκολα διαδοχικές ανακλάσεις στην ιονόσφαιρα και στο έδαφος. Με τον τρόπο αυτόν πετυχαίνουμε καλύψεις σε πολύ μεγάλες αποστάσεις χιλιάδων χιλιομέτρων. Το πρόβλημα που ανακύπτει από το συγκεκριμένο τρόπο μετάδοσης είναι οι πολλαπλές ζώνες σιγής. Επίσης πρόβλημα παρατηρείται λόγω των μεταβολών της σύστασης της ιονόσφαιρας, που συμβαίνουν μεταξύ ημέρας και νύχτας.

Τα βραχεία αξιοποιούνται για επικοινωνία σε μακρινές αποστάσεις σε εμπορικές και στρατιωτικές εφαρμογές και στη ραδιοτηλεφωνία (CB στην περιοχή των 27 MHz).

5) **Κύματα VHF (υπερβραχεία κύματα)** με μήκη κύματος από 10–1 m (συχνότητες από 30–300 MHz). Τα υπερβραχεία κύματα σπάνια ανακλώνται από την ιονόσφαιρα. Η ραδιοξεύξη γίνεται μόνο με κύματα εδάφους σε αποστάσεις που υπάρχει οπτική επαφή. Είναι δυνατόν να έχουμε κάλυψη σε μεγαλύτερες αποστάσεις απ' τον οπτικό ορίζοντα λόγω της διάθλασης των υπερβραχέων στα κατώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας, η διάδοση των οποίων επηρεάζεται από τις μετεωρολογικές μεταβολές. Η ζώνη των υπερβραχέων χρησιμοποιείται στη ραδιοφωνία από 88 MHz έως 108 MHz, στην τηλεόραση, στη ραδιοτηλεφωνία, και κάποιες ζώνες σε ραδιοερασιτέχνες, όπως η περιοχή κοντά στα 143 MHz.

6) **Κύματα UHF, SHF, EHF (μικροκύματα)** με μήκη κύματος από 1 m έως και 1 mm, περίπου. Τα μικροκύματα δεν ανακλώνται στην ιονόσφαιρα, τη διαπερνούν εύκολα και γι' αυτό χρησιμοποιούνται πάρα πολύ στις δορυφορικές επικοινωνίες (σχ. 14.11). Για την εκπομπή και τη λήψη τους μπορούμε να χρησιμοποιούμε κατευθυντικές κεραιές σχετικά μικρών διαστάσεων και να κερδίζουμε όσον αφορά στην ανάγκη εκπεμπόμενης ισχύος, λόγω της κατευθυντικότητας της εκπομπής και της λήψης. Τα μικροκύματα είναι ιδιαίτερα σημαντικά για τις επικοινωνίες, γιατί έχουν υψηλές συχνότητες, που παρέχουν τη δυνατότητα για διαμορφώσεις μεγάλου εύρους και μπορούν να μεταφέρουν σημαντικά μεγάλο όγκο πληροφοριών.



Σχ. 14.11

Επικοινωνία με μικροκύματα μέσω δορυφόρου

Η ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρονικών κυμάτων στο κενό είναι η μέγιστη δυνατή που μπορεί να υπάρξει και είναι ίση με $c = 300.000 \text{ km/s}$ με ταχύτητα αυτή ελαττώνεται όταν τα κύματα διαδίδονται σε υλικά μέσα. Η τιμή της τότε υπολογίζεται, για τα υλικά πρακτικού ενδιαφέροντος, απ' τη σχέση:

$$c' = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

όπου ϵ_r η σχετική διηλεκτρική σταθερά του υλικού, στο οποίο διαδίδεται το κύμα.



Παρατήρηση

Η $c' = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$ είναι ισοδύναμη με τη σχέση $c' = c/n$, όπου n ο δείκτης διάθλασης του μέσου διάδοσης και ισχύει η σχέση $\epsilon_r = n^2$.

Χαρακτηριστικά μεγέθη ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος, που αφορούν στη διάδοσή του, είναι το μήκος κύματος, (και η συχνότητα) το επίπεδο πόλωσης του κύματος και η πυκνότητα ισχύος του σε δεδομένο σημείο του χώρου.

Το μήκος κύματος συμβολίζεται με το γράμμα λ και εκφράζει την απόσταση που διανύει το κύμα, στο μέσο διάδοσης για χρόνο μίας περιόδου T της ηλεκτρικής ταλάντωσης απ' την οποία προέρχεται. Δηλαδή $\lambda = cT$ ή $\lambda = c/f$, όπου $f = 1/T$ η συχνότητα του κύματος.

Επίπεδο πόλωσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος ονομάζεται το επίπεδο που ορίζει η κατεύθυνση ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου. Όταν το ηλεκτρικό πεδίο είναι κατακόρυφο, λέμε ότι το κύμα είναι κατακόρυφα πολωμένο, αν το ηλεκτρικό πεδίο είναι οριζόντιο, λέμε ότι το κύμα είναι οριζόντια πολωμένο, ενώ αν το επίπεδο του ηλεκτρικού πεδίου αλλάζει συνεχώς κατεύθυνση, περιστρέφεται κυκλικά, το κύμα κυκλικά πολωμένο.

Πυκνότητα ισχύος ηλεκτρομαγνητικού κύματος ονομάζουμε την ηλεκτρομαγνητική ισχύ ανά μονάδα επιφάνειας που έχουμε σε δεδομένο σημείο του χώρου. Η πυκνότητα ισχύος ρ δίνεται απ' τη σχέση $\rho = EH$, όπου E η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και $H = B/\mu_0$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο δεδομένο σημείο του χώρου, μετρούμενη σε A/m. Η πυκνότητα ισχύος του κύματος μετρείται σε W/m^2 ή σε W/km^2 .



Παρατήρηση

Η τιμή του ηλεκτρικού E και η τιμή του μαγνητικού πεδίου H δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Αν το κύμα διαδίδεται στο κενό, συνδέονται με τη σχέση $E/H = 120\pi$, όπου E μετρούμενο σε V/m και H μετρούμενο σε A/m.

14.5 Παράγοντες που επιδρούν στη διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα μπορούν να παράγονται από μία κεραία εκπομπής και να διαδίδονται στον χώρο όταν δεν συναντούν εμπόδια. Η συμπεριφορά τους μοιάζει με τη συμπεριφορά του φωτός. (Υπενθυμίζουμε ότι και το φως είναι ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία). Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι δυνατόν κατά τη διάδοσή τους να υποστούν ανάκλαση, όταν συναντήσουν εμπόδιο,

διάθλαση όταν μεταβάλλεται η πυκνότητα ή τα χαρακτηριστικά του μέσου διάδοσης, απορρόφηση και απόσβεση.

Το μέγεθος που είναι καθοριστικό για τη συμπεριφορά του κύματος κατά τη διάδοσή του είναι η συχνότητα f και το μήκος κύματός λ .

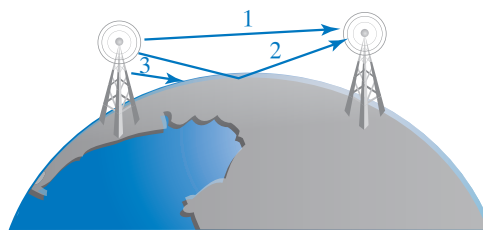
Αν η εκπομπή γίνεται στον χώρο ομοιόμορφα σφαιρικά, εκπέμπεται ισχύς P , της οποίας η πυκνότητα ελαττώνεται, καθώς το κύμα διαδίδεται στον χώρο, με αποτέλεσμα σε απόσταση R από την κεραία εκπομπής να έχουμε πυκνότητα ισχύος $\rho = P/4\pi R^2$, όπου $4\pi R^2$ το εμβαδόν της σφαιρικής επιφάνειας S ακτίνας R , που έχει διαδοθεί το ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Η διάδοση και η απορρόφηση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων επηρεάζεται καθοριστικά από χαρακτηριστικά του μέσου, στο οποίο διαδίδεται. Δηλαδή σημαντική είναι η σύσταση της ατμόσφαιρας, ειδικά της ιονόσφαιρας, οι μετεωρολογικές συνθήκες, η μορφολογία και η αγωγιμότητα του εδάφους και αν το κύμα διαδίδεται πάνω από τη θάλασσα ή την ξηρά.

Εξετάζοντας τη διάδοση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος μετά την εκπομπή του από κεραία, μπορούμε να διακρίνουμε δύο γενικούς τρόπους. Ο πρώτος τρόπος αφορά στα κύματα εδάφους και ο δεύτερος στα κύματα χώρου ή ιονοσφαιρικά κύματα.

Κύματα εδάφους (σχ. 14.12) ονομάζουμε τα κύματα που υποθέτουμε ότι δεν απομακρύνονται πολύ απ' το έδαφος. Τα κύματα αυτά μπορούν να διαδοθούν είτε απευθείας στην κεραία λήψης, όταν δεν υπάρχει φυσικό εμπόδιο, είτε μετά από ανάκλαση στο έδαφος, είτε να κινηθούν εφαπτομενικά με το έδαφος ή τη θάλασσα ακολουθώντας την καμπυλότητα της Γης, ειδικά αν υπάρχει καλή αγωγιμότητα, για παράδειγμα από το νερό.

Τα προβλήματα που προκύπτουν από αυτόν τον τρόπο διάδοσης έχουν σχέση με την απορρόφηση από το έδαφος, αλλά και με τις περιοχές εξασθενη-

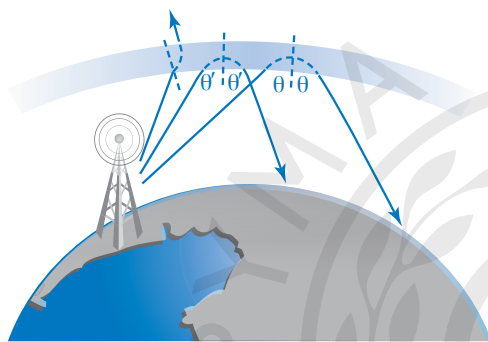


Σχ. 14.12

Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων εδάφους

μένου σήματος, που δημιουργούνται από τη συμβολή των κυμάτων που διαδίδονται ευθύγραμμα και των κυμάτων που διαδίδονται με ανάκλαση από το έδαφος. Δηλαδή όταν συμβάλλουν τα δύο κύματα, μπορεί να βρίσκονται σε διαφορά φάσεως λόγω της διαφορετικής απόστασης που διανύουν, με αποτέλεσμα σε άλλες περιοχές να έχουμε ενίσχυση σήματος και σε άλλες περιοχές απόσβεση.

Κύματα χώρου ή ιονοσφαιρικά κύματα (σχ. 14.13) ονομάζουμε τα κύματα που υποθέτουμε ότι απομακρύνονται από το έδαφος και όταν φτάσουν στα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας, την ιονόσφαιρα, είναι δυνατόν να υποστούν ανάκλαση, ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν.



Σχ. 14.13

Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων χώρου (ιονοσφαιρικών κυμάτων)

Η ιονόσφαιρα είναι μια περιοχή της ατμόσφαιρας που εκτείνεται περίπου σε ύψος από τα 70 km έως τα 400 km και περιλαμβάνει διάφορα στρώματα με μεγάλη πυκνότητα ιόντων, που προέρχονται από ιονισμό ατόμων από την ηλιακή ακτινοβολία. Τα στρώματα της ιονόσφαιρας παρουσιάζουν σημαντικές μεταβολές, ανάλογα με την ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας, που προκαλεί τον ιονισμό τους. Η πυκνότητα ιονισμού τους εξασθενεί τη νύχτα, εξαρτάται από τις εποχές του χρόνου, από τις ηλιακές κηλίδες και τις ηλιακές καταιγίδες και επηρεάζεται από τις μεταβολές του μαγνητικού πεδίου της Γης.

Οι μεταβολές στην ιονόσφαιρα επιδρούν άμεσα στη διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Η ανάκλαση και η διάθλαση που θα υποστεί ένα κύμα εξαρτάται σημαντικά απ' την πυκνότητα της ιονόσφαιρας, το μήκος κύματος, αλλά και τη γωνία πρόσπτωσης στο ιονοσφαιρικό στρώμα. Έχει παρατηρηθεί ότι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μικρό μήκος κύματος (μεγάλη συχνότητα) ανακλώνται σε ιονοσφαιρικά στρώματα με υψηλή πυκνότητα ιονισμού. Δηλαδή η ανάκλαση κυμάτων υψηλότερων συχνοτήτων συμβαίνει στα ανώτερα στρώματα της ιονόσφαιρας, όπου υπάρχει υψηλότερη πυκνότητα ιονισμού, ενώ στα κατώτερα στρώματα, με τη χαμηλότερη πυκνότητα ιονισμού, ανακλώνται οι κατώτερες συχνότητες. Η γωνία επιστροφής του κύματος στη Γη είναι μικρότερη, όσο μεγαλύτερη είναι η πυκνότητα ιονισμού και όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος κύματος. Σημαντικό ρόλο στη διαδικασία αυτή έχει και η γωνία, με την οποία προσπίπτει ένα κύμα στην ιονόσφαιρα. Ανάλογα με την πυκνότητα ιονισμού και το μήκος κύματος, ορίζεται και η οριακή γωνία πρόσπτωσης θ_c , που είναι η ελάχιστη γωνία πρόσπτωσης, ώστε να έχουμε ανάκλαση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Με δεδομένη συχνότητα, για γωνίες πρόσπτωσης μικρότερες απ' την κρίσιμη θ_c το κύμα δεν ανακλάται, διαπερνά το στρώμα και χάνεται.

Τα προβλήματα που προκύπτουν από τη διάδοση με ιονοσφαιρικά κύματα αφορούν στην κάλυψη διαφόρων περιοχών, οι οποίες μπορεί να είναι έξω από την ελάχιστη οριακή απόσταση που καλύπτουν τα κύματα εδάφους. Δηλαδή ένα κύμα λόγω της ανάκλασής του στην ιονόσφαιρα μπορεί να φτάνει αρκετά μακριά σε σχέση με την απόσταση που καλύπτει ένα κύμα εδάφους, με αποτέλεσμα να δημιουργείται μία περιοχή χωρίς κάλυψη, «μια ζώνη σιγής». Αν το κύμα από ανάκλαση καλύπτει τις περιοχές, που καλύπτει το κύμα εδάφους, τότε παρατηρούνται φαινόμενα συμβολής με μεταβαλλόμενες αποσβέσεις ή ενισχύσεις των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων με αποτέλεσμα διαλείψεις του σήματος.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Πυκνωτής χωρητικότητας $C = 10 \mu\text{F}$ συνδέεται αρχικά στους πόλους μιας πηγής τάσης $V = 4,5 \text{ V}$. Στη συνέχεια οι οπλισμοί του πυκνωτή συνδέονται στα άκρα του πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 9 \text{ mH}$. Να βρείτε:

 - Τη συχνότητα f των ηλεκτρικών ταλαντώσεων που εκτελεί το κύκλωμα.
 - Τη μέγιστη τιμή I του ρεύματος στο κύκλωμα.
 - Την ενέργεια ταλάντωσης του κυκλώματος και τη μέγιστη ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή. Τι παρατηρείτε;
- Ο πυκνωτής ενός κυκλώματος έχει χωρητικότητα $C = 5 \mu\text{F}$ και φορτίο $Q = 1 \mu\text{C}$, ενώ το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 2 \text{ mH}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνουμε το διακόπτη και το κύκλωμα εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση.

 - Να βρεθεί η περίοδος των ταλαντώσεων του κυκλώματος.
 - Ποιες σχέσεις δίνουν το φορτίο του πυκνωτή και την τιμή του ρεύματος σε συνάρτηση με τον χρόνο;
 - Πόση είναι η τιμή του ρεύματος στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή που η ενέργεια U_E του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι ίση με την ενέργεια U_B του μαγνητικού πεδίου του πηνίου;
- Φορτισμένος πυκνωτής χωρητικότητας $C = 10^{-6} \text{ F}$ συνδέεται με ιδανικό πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 0,09 \text{ H}$ μέσω διακόπτη. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνουμε τον διακόπτη. Να βρείτε:

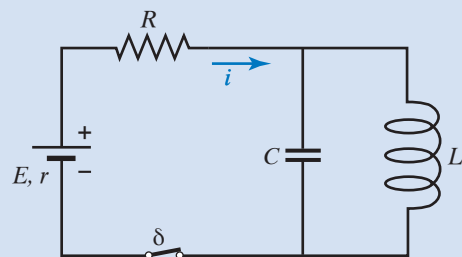
 - Τη συχνότητα f των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.
 - Τις χρονικές στιγμές στη διάρκεια της πρώτης περιόδου, όπου η τιμή του ρεύματος μηδενίζεται.
 - Τη χρονική στιγμή, όπου η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου γίνεται τριπλάσια απ' την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου για πρώτη φορά.
- Πυκνωτής χωρητικότητας $C = 10 \mu\text{F}$ φορτίζεται από πηγή τάσης $V = 36 \text{ V}$. Στη συνέχεια, η πηγή απομακρύνεται και τη χρονική στιγμή $t = 0$, ο πυκνωτής συνδέεται στα άκρα πηνίου με συντε-

λεστή αυτεπαγωγής $L = 16 \text{ mH}$. Να υπολογίσετε για τη χρονική στιγμή $t_1 = 17\pi \times 10^{-4} \text{ s}$ τα παρακάτω μεγέθη:

- Το φορτίο του πυκνωτή.
 - Την τιμή του ρεύματος στο κύκλωμα.
 - Την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή.
 - Τη διαφορά δυναμικού στα άκρα του πηνίου.
- Σ' ένα κύκλωμα LC ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C = 10 \mu\text{F}$ και ηλεκτρικό φορτίο $Q = 20 \mu\text{C}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνουμε τον διακόπτη. Αν ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου είναι $L = 4 \text{ mH}$, να βρείτε:

 - Τις εξισώσεις σε συνάρτηση με τον χρόνο του ρεύματος και της τάσης V_C του πυκνωτή.
 - Αν υπάρχει χρονική στιγμή όπου $V_C = 3V_L$.
 - Το φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή που η τιμή του ρεύματος είναι το μισό της μέγιστης τιμής της.
 - Για το παρακάτω κύκλωμα (σχ. 1) ισχύει: $E = 40 \text{ V}$, $r = 2 \Omega$, $R = 6 \Omega$, $C = 8 \mu\text{F}$, $L = 20 \text{ mH}$. Ο διακόπτης αρχικά είναι κλειστός. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ανοίγουμε το διακόπτη, οπότε το κύκλωμα LC εκτελεί αμειώτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

 - Να γραφούν οι σχέσεις που δίνουν το φορτίο q του πυκνωτή και το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο σε συνάρτηση με τον χρόνο.
 - Σε ποια χρονική στιγμή το ρεύμα στο πηνίο μηδενίζεται για πρώτη φορά;
 - Σε ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο γίνεται για πρώτη φορά ίση με την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή;



Σχ. 1

- Σ' ένα κύκλωμα RLC ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C = 10^{-8} \text{ F}$. Φορτίζουμε τον πυκνωτή με φορτίο $Q = 10^{-6} \text{ C}$ και αφήνουμε το κύκλωμα να

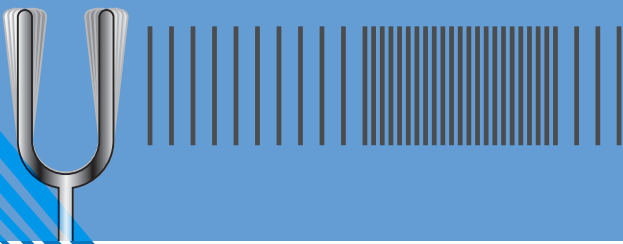
εκτελέσει ηλεκτρική ταλάντωση. Να βρείτε τη θερμική ενέργεια που αναπτύσσεται στο κύκλωμα λόγω των ωμικών αντιστάσεων, απ' τη στιγμή που αρχίζει η ταλάντωση μέχρι που αυτή σταματά τελείως. Η ενέργεια που εκπέμπεται από το κύκλωμα με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας θεωρείται αμελητέα.

8. Το κύκλωμα παραγωγής ηλεκτρικών ταλαντώσεων ενός πομπού αποτελείται από πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L_1 = 0,5 \text{ H}$, και πυκνωτή με χωρητικότητα $C_1 = 10^{-8} \text{ F}$. Το κύκλωμα του δέκτη αποτελείται από πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L_2 = 0,01 \text{ H}$ και πυκνωτή μεταβλητής χωρητικότητας C . Ποια πρέπει να είναι η τιμή της χωρητικότητας C του πυκνωτή, ώστε ο δέκτης να βρίσκεται σε συντονισμό με τον πομπό;
9. Ένας πυκνωτής χωρητικότητας $C = 10 \mu\text{F}$, με ηλεκτρικό φορτίο $Q = 10^{-3} \text{ C}$ συνδέεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ στα άκρα ενός πηνίου με μη αμελητέα ωμική αντίσταση. Να βρείτε τη θερμική ενέργεια που παράγεται λόγω αντίστασης

του πηνίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που η μέγιστη διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή υποτετραπλασιαστεί.

10. Πυκνωτής χωρητικότητας $C = 1 \mu\text{F}$ συνδέεται σε σειρά με πηνίο, που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 40 \text{ mH}$. Το κύκλωμα εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Κάποια χρονική στιγμή η τάση του πυκνωτή είναι $V_c = 100 \text{ V}$ και το ρεύμα είναι $i = 0,5 \text{ A}$. Να βρείτε:
 - α) Την ολική ενέργεια του κυκλώματος.
 - β) Τις μέγιστες τιμές του φορτίου του πυκνωτή και του ρεύματος.
11. Ένας φάρος είναι εφοδιασμένος με κατάλληλη κεραία που εκπέμπει σφαιρικά ραδιοκύματα για να προειδοποιεί τα διερχόμενα πλοία. Αν η ισχύς εκπομπής απ' την κεραία είναι $P_e = 2000 \text{ W}$, να υπολογιστεί η πυκνότητα ισχύος του σήματος που λαμβάνει ένα πλοίο, το οποίο πλέει σε απόσταση 400 m από τον φάρο.





15.1 Παραγωγή, διάδοση και χαρακτηριστικά του ήχου

Ο κοσμοναύτης Aleksei Leonov περιέγραψε έναν περίπατό του έξω από το διαστημόπλοιο ως εξής: «Αυτό που με εντυπωσίασε ήταν η ησυχία. Τέτοια ησυχία δεν μπορεί να φανταστεί κανένας στη Γη. Μια ησυχία τόσο βαθιά και τόσο απόλυτη, που μπορεί κανείς ν' ακούσει τους ήχους του σώματός του: τους χτύπους της καρδιάς και τους παλμούς των αρτηριών, ακόμη και τον ήχο που κάνουν οι μύες, καθώς συσπώνται».

Από την άλλη, στη Γη ακούμε γύρω μας διάφορους ήχους, τη φωνή μας, τα γέλια των φίλων μας, τραγούδια, θορύβους, το γάβγισμα του σκύλου, το κελάηδημα των πουλιών, τον παφλασμό των κυμάτων της θάλασσας, τον ήχο της βροχής, το θρόισμα των φύλλων. Τι είναι όμως όλοι αυτοί οι ήχοι, πώς παράγονται και γιατί, ενώ τους ακούμε στη Γη, στο διάστημα επικρατεί απόλυτη ησυχία;

Ήχο ονομάζουμε ό,τι αντιλαμβανόμαστε με την αίσθηση της ακοής.

Οι ήχοι παράγονται από τις ταλαντώσεις (δονήσεις) κάποιου σώματος (της πηγής του ήχου) και διαδίδονται ως κύματα μέσω κάποιου υλικού μέσου.

Κύμα είναι η διάδοση μιας διαταραχής στο χώρο. Κατά τη διάδοση του κύματος μεταφέρεται ενέργεια, ενώ δεν μεταφέρεται ύλη.

Πιο συγκεκριμένα, οι ήχοι είναι μηχανικά κύματα. Στα αέρια και στα υγρά είναι διαμήκη κύματα, ενώ στα στερεά είναι διαμήκη και εγκάρσια. Οι ήχοι, προκειμένου να διαδοθούν, χρειάζονται ένα ελαστικό μέσο.

Στα στερεά διαδίδονται με μεγαλύτερη ταχύτητα απ' ό,τι στα υγρά, και στα υγρά με μεγαλύτερη ταχύτητα απ' ό,τι στα αέρια. Δηλαδή: $u_{\text{στερ}} > u_{\text{υγρ}} > u_{\text{αερ}}$.

Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα εξαρτάται απ' τη θερμοκρασία και την υγρασία. Η ταχύτητά του δεν εξαρτάται απ' την έντασή του, δηλαδή από το αν είναι ισχυρός ή ασθενής. Για παράδειγμα στον

αέρα, όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, αυξάνεται και η ταχύτητα του ήχου. Η ταχύτητά του στον αέρα είναι $u = 331 \text{ m/s}$ στους 0°C και στους 20°C είναι $u = 344 \text{ m/s}$.

Η ταχύτητα του ήχου εξαρτάται και από την υγρασία. Η διάδοσή του είναι ταχύτερη στον υγρό αέρα απ' ό,τι στον ξηρό. Αποδεικνύεται ότι η ταχύτητα της διάδοσης του ήχου σ' ένα αέριο δίνεται από τον τύπο:

$$u = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

όπου $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ ο λόγος των ειδικών θερμοτήτων του

αερίου, R η παγκόσμια σταθερά των αερίων, M η μάζα ενός γραμμομορίου του αερίου και T η απόλυτη θερμοκρασία του.

Για τον αέρα στους 0°C η ταχύτητα υπολογίζεται από τον παραπάνω τύπο. Εάν θέσουμε: $\gamma = 1,4$, $T = 273 \text{ K}$, $M = 28,96 \times 10^{-3} \text{ kg}$ και $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol} \times \text{K})$ προκύπτει ότι στους 0°C η ταχύτητα στον αέρα είναι $u_0 = 331 \text{ m/s}$.

Εάν στους 0°C η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι u_0 , τότε στη θερμοκρασία θ (σε $^\circ\text{C}$) υπολογίζεται από τη σχέση: $u_\theta = u_0(1 + a\theta)$, όπου a είναι συντελεστής που εξαρτάται από τη σύνθεση του αέρα. Στον πίνακα 15.1 δίδονται ενδεικτικές τιμές της ταχύτητας του ήχου σε διάφορα υλικά.

Στο κενό ο ήχος δεν διαδίδεται. Για να μεταδοθεί ο ήχος, απαιτείται ταλάντωση κάποιου υλικού ελαστικού μέσου.

Τα ηχητικά κύματα στα αέρια και στα υγρά είναι διαμήκη κύματα, είναι δηλαδή κύματα, στα οποία έχουμε ταλάντωση του μέσου παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στα αέρια και στα υγρά δεν μπορούν να δημιουργηθούν σημαντικές διατμητικές τάσεις, υπάρχει μόνο συμπίεση και αποσυμπίεση. Κατά τη διάδοση διαμήκων κυμάτων στον χώρο, δημιουργούνται πυκνώματα και αραιώματα κι αυτό έχει

Πίνακας 15.1
Ταχύτητα του ήχου σε διάφορα υλικά

Υλικό	Ταχύτητα ήχου (m/s)
Αέρια	
1. Αέρας (20 °C)	344
2. Ήλιο (20 °C)	999
3. Υδρογόνο (20 °C)	1330
Υγρά	
1. Υδράργυρος	1451
2. Νερό (0 °C)	1402
3. Νερό (20 °C)	1482
4. Νερό (100 °C)	1543
Στερεό	
1. Βηρύλλιο	12 870
2. Κόκκαλο	3445
3. Ορείχαλκος	3450
4. Γυαλί Pyrex	5170
5. Χάλυβας	5000

ως αποτέλεσμα τη δημιουργία τοπικών μεταβολών της πυκνότητας του ελαστικού μέσου. Οι μεταβολές αυτές οφείλονται στην ελαστικότητα του όγκου, την οποία παρουσιάζουν όλα τα σώματα. Επομένως τα διαμήκη κύματα διαδίδονται σε όλα τα σώματα στερεά, υγρά και αέρια.

Ο ήχος είναι κύμα, άρα έχει όλα τα χαρακτηριστικά των κυμάτων. Αναφέρουμε συνοπτικά:

1) **Ταχύτητα (u σε m/s)**, που εκφράζει το πόσο γρήγορα ή αργά απομακρύνεται μια διαταραχή από το σημείο παραγωγής της. Αν σε χρόνο t μια διαταραχή διαδίδεται σε απόσταση x από την πηγή παραγωγής της, τότε η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ισούται με το πηλίκο **ταχύτητα $u = x/t$** .

2) **Περίοδος (T σε s)**, το χρονικό διάστημα δηλαδή που απαιτείται για να ολοκληρωθεί μια πλήρης ταλάντωση σ' ένα σημείο του μέσου. Σε χρόνο μιας περιόδου, παρ' όλο που το κύμα έχει προχωρήσει, τα σωματίδια του μέσου, έχοντας εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση, βρίσκονται πάλι στις αρχικές τους θέσεις, ισχύουν $T = t/N$ άρα $T = 1/f$.

3) **Συχνότητα (f σε Hz)**, δηλαδή η συχνότητα, με την οποία ταλαντώνεται το μέσο διάδοσης ισχύει $f = 1/T$.

4) **Μήκος κύματος (λ σε m)**, δηλαδή η απόσταση,

στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.

Η κυματική εξίσωση προφανώς ισχύει και για τα ηχητικά κύματα. Αν στη σχέση για την ταχύτητα θέσουμε $t = T$ και $x = \lambda$, τότε έχουμε $u = \lambda/T$ επομένως αφού $T = 1/f$, $u = \lambda f$.



Παραδείγματα

1. Από πλοίο που βρίσκεται στην επιφάνεια της θάλασσας εκπέμπομε ηχητικό σήμα, το οποίο φτάνει στο βυθό, ανακλάται και επιστρέφει στο πλοίο. Αν ο ήχος μέσα στο νερό διαδίδεται με ταχύτητα $u = 1450$ m/s και το χρονικό διάστημα απ' τη στιγμή της εκπομπής του ηχητικού σήματος μέχρι την επιστροφή του στο πλοίο είναι $t = 4$ s, να βρείτε το βάθος H της θάλασσας στο σημείο εκείνο.

Λύση

Η απόσταση που διανύει ο ήχος είναι ίση με $2H$ (H για να φτάσει απ' το πλοίο στο βυθό και H για να επιστρέψει απ' τον βυθό στο πλοίο). Ο συνολικός χρόνος που απαιτείται σ' όλη τη διαδρομή είναι 4 s. Άρα:

$$u = \frac{x}{t} = \frac{2H}{t} \Leftrightarrow 2H = ut \Leftrightarrow H = \frac{ut}{2},$$

$$H = \frac{1450 \cdot 4}{2} = 2900 \text{ m}$$

2. Ήχος συχνότητας $f = 3400$ Hz διαδίδεται στον αέρα και στο νερό. Αν στον αέρα ο ήχος διαδίδεται με ταχύτητα 340 m/s και στο νερό με ταχύτητα 1700 m/s, να βρείτε το μήκος κύματος του ήχου στον αέρα και στο νερό.

Λύση

Γνωρίζουμε ότι όταν ένα κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης, η συχνότητά του παραμένει η ίδια, επομένως η συχνότητα του ήχου είναι ίδια στο νερό και στον αέρα $f = 3400$ Hz.

Εφαρμόζουμε την κυματική εξίσωση σε κάθε περίπτωση και έχουμε: $u_a = \lambda_a f$.

$$\text{Άρα } \lambda_a = \frac{u_a}{f} = \frac{340 \text{ m/s}}{3400 \text{ Hz}} = 0,1 \text{ m} \text{ και}$$

$$u_v = \lambda_v f \text{ άρα } \lambda_v = \frac{u_v}{f} = \frac{1700 \text{ m/s}}{3400 \text{ Hz}} = 0,5 \text{ m}$$

15.2 Πηγές ήχου

Ένα ηχητικό κύμα ξεκινά από μια ταλάντωση ενός συστήματος. Μπορεί να είναι οι φωνητικές μας χορδές που ταλαντώνουμε όταν μιλάμε ή μια μεμβράνη τυμπάνου που ταλαντώνεται, όταν χτυπάμε το τύμπανο.

Άρα, ο ήχος παράγεται όταν μια ηχητική πηγή ταλαντώνεται, δηλαδή όταν κάνει παλμικές κινήσεις. Οι παλμικές κινήσεις αναγκάζουν το μέσο διάδοσης να ταλαντεύεται με την ίδια συχνότητα.

Στην περίπτωση αερίων και υγρών μέσων διάδοσης, δημιουργούνται πυκνώματα και αραιώματα, που διαδίδονται στο υλικό μέσο (σχ. 15.1). Η ταλάντωση του μέσου μεταφέρει τον ήχο στο αυτί μας, το οποίο τον ανιχνεύει με μια ειδική μεμβράνη το **τύμπανο**. Στη συνέχεια, μεταβιβάζεται ως πληροφορία με τη βοήθεια του ακουστικού νεύρου στον εγκέφαλό μας και έτσι αντιλαμβανόμαστε τον ήχο. Όμως, το ανθρώπινο αυτί δεν είναι ένα απλό φυσικό όργανο που απλά καταγράφει «αντικειμενικά» τους ήχους. Συχνά, τον ίδιο ήχο διαφορετικοί άνθρωποι τον αντιλαμβάνονται με διαφορετικό τρόπο. Συνεπώς υπάρχουν κάποια υποκειμενικά χαρακτηριστικά του ήχου.



Σχ. 15.1
Πυκνώματα και αραιώματα

15.3 Υποκειμενικά χαρακτηριστικά του ήχου

Τα υποκειμενικά χαρακτηριστικά του ήχου είναι τα ακόλουθα:

1) Το **ύψος** του ήχου, σύμφωνα με το οποίο διακρίνουμε έναν οξύ (ψηλό) από ένα βαρύ (χαμηλό) ήχο. Το ύψος του ήχου σχετίζεται με τη συχνότητα του ηχητικού κύματος, την οποία αντιλαμβάνεται το ανθρώπινο αυτί. Όσο η συχνότητα μεγαλώνει (γρηγορές ταλαντώσεις της ηχητικής πηγής), τόσο πιο οξύς (ψηλός και διαπεραστικός) είναι ο ήχος. Όσο η συχνότητα μικραίνει (αργές ταλαντώσεις της ηχητικής πηγής), τόσο πιο βαρύς (χαμηλός και βαθύς) γίνεται.

Οι ήχοι που μπορούν να συλληφθούν απ' το ανθρώπινο αυτί είναι αυτοί που η συχνότητά τους βρίσκεται μεταξύ 20 παλμικών κινήσεων το δευτε-

ρόλεπτο (20 Hz) και 20 000 παλμικών κινήσεων το δευτερόλεπτο (20 000 Hz). Οι ήχοι που η συχνότητά τους είναι κάτω από 20 Hz ονομάζονται **υπόηχοι** και δεν συλλαμβάνονται από το αυτί του ανθρώπου, ενώ εκείνοι που έχουν συχνότητα πάνω από 20 000 Hz καλούνται **υπέρηχοι** και δεν γίνονται ακουστοί.

2) **Ακουστότητα** ονομάζεται το υποκειμενικό χαρακτηριστικό του ήχου, με το οποίο ξεχωρίζουμε τους ήχους σε ισχυρούς και ασθενείς.

Η ακουστότητα αναφέρεται στον τρόπο, με τον οποίο το ανθρώπινο αυτί αντιλαμβάνεται την ένταση του ηχητικού κύματος, δηλαδή την ενέργεια που φτάνει στο αυτί μας στη μονάδα του χρόνου. Είναι πολύ σημαντικό να ειπωθεί ότι η ακουστότητα δεν είναι ανάλογη της έντασης. Δηλαδή, αν δυναμώσουμε έναν ήχο, π.χ. στο ραδιόφωνο, ο οποίος μας φαίνεται δύο φορές πιο δυνατός από τον προηγούμενο, η ένταση του ήχου αυξάνεται κατά 100 φορές, ενώ αν τον δυναμώσουμε τόσο που να νομίζουμε ότι έγινε τρεις φορές πιο δυνατός, η έντασή του αυξάνεται κατά 1000 φορές. Γίνεται κατανοητό λοιπόν ότι διαφορετικά «μετράει» η Φυσική την ένταση του ήχου και διαφορετικά ο ανθρώπινος εγκέφαλος. Ενώ νομίζουμε ότι ο πιο δυνατός ήχος που μπορούμε να ακούσουμε διαφέρει από τον πιο ασθενή μόνο 120 φορές, στην πραγματικότητα η ένταση του δυνατότερου ήχου είναι 1 000 000 000 (ένα τρισεκατομμύριο) φορές μεγαλύτερη από τον πιο ασθενή.

Η ακουστότητα εξαρτάται επίσης και από τη συχνότητα του ήχου, καθώς το ανθρώπινο αυτί είναι πιο ευαίσθητο στις συχνότητες γύρω στα 100 Hz απ' ό,τι στις χαμηλές και ψηλές συχνότητες.

3) **Χροιά** του ήχου ονομάζεται το χαρακτηριστικό του με το οποίο διακρίνουμε τις πηγές των ήχων. Είναι αυτό που κάνει τους ήχους να διαφέρουν, ακόμη κι αν τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά τους είναι ίδια. Όταν μιλάμε για χροιές, αναφερόμαστε σε σύνθετους ήχους.

Η χροιά οφείλεται στο ότι οι ήχοι δεν είναι απλοί, δεν αποτελούνται δηλαδή από μια μόνο συχνότητα, αλλά είναι σύνθετοι, αποτελούνται από πολλές συχνότητες. Για παράδειγμα, ο κάθε μουσικός ήχος καθορίζεται κυρίως από τη βασική, θεμελιώδη (χαμηλότερη) συχνότητα, όμως τη χροιά τη δίνουν οι ψηλότερες συχνότητες των ανώτερων αρμονικών συχνοτήτων. Η συχνότητα κάθε αρμονικού είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της συχνότητας του θεμελιώδους. Αν δηλαδή ο θεμελιώδης έχει συχνότητα 500 Hz, οι αρμονικοί θα έχουν 1000, 1500, 2000 παλμικές κινήσεις το δευτερόλεπτο. Έτσι, η νότα λα

στο πιάνο και η νότα λα στην κιθάρα ακούγονται διαφορετικά, διότι παρόλο που έχουν την ίδια βασική συχνότητα, έχουν διαφορετικές ανώτερες αρμονικές. Απλούς ήχους μπορούμε να παράγουμε από τα διαπασών και τους ηχητικούς σωλήνες μεγάλου μήκους. Στην περίπτωση αυτή οι ήχοι δεν ξεχωρίζουν κατά τη χροιά, γιατί δεν έχουν σημαντικές αρμονικές συχνότητες.

15.4 Διάδοση ενέργειας με ηχητικά κύματα

Τα ηχητικά, όπως όλα τα κύματα, μεταφέρουν ενέργεια. Τα ηχητικά κύματα που ξεκινούν από μία πηγή, καθώς περνά ο χρόνος, απλώνονται στο χώρο και διασχίζουν κάθετα ολοένα και μεγαλύτερες νοητές σφαιρικές επιφάνειες.

Όσο απομακρυνόμαστε από την ηχητική πηγή, ελαττώνεται το μέρος της αοχικής ενέργειας ανά μονάδα επιφάνειας, που καλύπτει μια περιοχή του χώρου. Αυτό το καταλαβαίνουμε καθημερινά καθώς, όσο πιο κοντά στην ηχητική πηγή βρισκόμαστε, τόσο πιο έντονα ακούμε τον ήχο της.

Το ποσό της ενέργειας που μεταφέρεται ανά δευτερόλεπτο από ένα ηχητικό κύμα ονομάζεται **ισχύς του κύματος**.

Δηλαδή $P = W/t$ με μονάδα μέτρησης το $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$.

Ως **ένταση του ήχου** (I) ορίζεται η ισχύς του ηχητικού κύματος (P) ανά μονάδα επιφάνειας (A) ή διαφορετικά, η ενέργεια που μεταφέρει το ηχητικό κύμα ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα χρόνου.

Δηλαδή $I = P/A$ με μονάδα 1 W/m^2 . Αν η ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο προς όλες τις κατευθύνσεις ομοιόμορφα, η ένταση σε κάθε σημείο αποδεικνύεται ότι είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης απ' την πηγή. Αν η ηχητική πηγή βρίσκεται στο κέντρο μιας νοητής σφαιράς, κάποια χρονική στιγμή t η εκπεμπόμενη ηχητική ισχύς θα έχει περάσει από μία σφαιρική επιφάνεια εμβαδού $A = 4\pi r^2$. Τότε η ηχητική ένταση σε απόσταση r θα είναι:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Η παραπάνω σχέση έχει τους περιορισμούς της στην πραγματική ζωή. Ισχύει μόνο εφόσον δεν υπάρχουν τοίχοι, οροφές, πατώματα, έπιπλα κ.λπ., ώστε να ανακλάται ο ήχος και τότε τα ηχητικά κύματα μπορεί να περνούν απ' την ίδια επιφάνεια περισσότερες από μία φορές.

Η ένταση του ήχου, όπως είδαμε και προηγου-

μένως, συνδέεται με την ακουστότητα, υποκειμενικό μέγεθος που μας επιτρέπει να χαρακτηρίζουμε τους ήχους ως δυνατούς ή ασθενείς.

Η ελάχιστη ένταση που γίνεται αντιληπτή στο ανθρώπινο αυτί αντιστοιχεί σε 10^{-12} W/m^2 και ονομάζεται **κατώφλι ακουστότητας**.

Η μονάδα μέτρησης της έντασης του ήχου στο SI είναι το 1 W/m^2 .

Σε ντεσιμπέλ (decibel, dB) μετρείται η στάθμη της έντασης του ήχου. Δηλαδή η μονάδα dB εκφράζει τη διαφορά στάθμης ενός ήχου έντασης I προς την ένταση του κατωφλίου ακουστότητας I_0 (10^{-12} W/m^2). Επειδή όμως, ο ανθρώπινος εγκέφαλος αντιδρά με έναν ιδιαίτερο τρόπο (λογαριθμικό) στην ένταση του ήχου, κρίθηκε ως πιο κατάλληλη για τη σύγκριση δύο εντάσεων η λογαριθμική κλίμακα.

Έτσι, ως **στάθμη έντασης** (β) σε dB ορίζεται το δεκαπλάσιο του δεκαδικού λογαρίθμου της έντασης του ήχου (I) προς την ένταση του κατωφλίου ακουστότητας, (I_0) και δίνεται μαθηματικά απ' τη σχέση:

$$\beta(\text{σε dB}) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

Το όριο πόνου του ανθρώπινου αυτιού λόγω έντασης ήχου είναι τα 120 dB. Έκθεση σε ήχους πάνω από 120 dB είναι επικίνδυνη και μπορεί να οδηγήσει σε προβλήματα ακοής ή και κώφωση. Επίσης, παρατεταμένη και συνεχής έκθεση σε ήχους άνω των 90 dB προκαλεί προβλήματα στην ακοή.

Ο πίνακας 15.2 παρουσιάζει τη στάθμη της έντασης κάποιων χαρακτηριστικών ήχων.

Πίνακας 15.2
Στάθμη έντασης για κάποιους
χαρακτηριστικούς ήχους

Χαρακτηριστικοί ήχοι	Στάθμης έντασης σε dB
Κατώφλι ακουστότητας	0
Θρόισμα φύλλων	10
Ψίθυρος	20
Κανονική συζήτηση (1 m)	65
Κυκλοφοριακή κίνηση	80
Ροκ συναυλία	120
Πολυβόλο	130
Αεριοθούμενο	150



Παραδείγματα

1. Ένα ηχείο εκπέμπει ήχο ισχύος $P = 12 \times 10^{-5} \text{ W}$. Ένα μέρος της ενέργειας αυτής περνά κάθετα από δύο επιφάνειες με εμβαδά αντιστοίχως $A_1 = 6 \text{ m}^2$ και $A_2 = 18 \text{ m}^2$. Να υπολογίσετε την ένταση του ήχου σε κάθε περίπτωση και να συγκρίνετε τις δύο εντάσεις.

Λύση

Για την επιφάνεια με εμβαδόν A_1 ισχύει:

$$I_1 = \frac{P_1}{A_1} = \frac{12 \times 10^{-5} \text{ W}}{6 \text{ m}^2} = 2 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$$

Για την επιφάνεια με εμβαδόν A_2 ισχύει:

$$I_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{12 \times 10^{-5} \text{ W}}{18 \text{ m}^2} = 0,66 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$$

Οπότε:
$$\frac{I_1}{I_2} = 3, \quad I_1 = 3I_2.$$

2. Ηχητική πηγή εκπέμπει ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις. Ποιος είναι ο λόγος των εντάσεων σε δύο σημεία που απέχουν από την πηγή αποστάσεις με λόγο $r_1/r_2 = 2$.

Λύση

Ισχύει:

$$I_1 = \frac{P_1}{A_1} = \frac{P_1}{4\pi r_1^2} \quad (1) \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{P_2}{A_2} = \frac{P_2}{4\pi r_2^2} \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{P_1}{4\pi r_1^2}}{\frac{P_2}{4\pi r_2^2}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0,25.$$

15.5 Υπόηχοι – Υπέρηχοι

Οι ήχοι διακρίνονται σε τρεις περιοχές σε σχέση με την ευαισθησία του ανθρώπινου αυτιού.

1) **Υπόηχοι**, οι οποίοι έχουν συχνότητα χαμηλότερη από το κατώτατο όριο συχνοτήτων που μπορούν να γίνουν αντιληπτές από τον άνθρωπο και βρίσκονται μεταξύ του κατώτατου ορίου της ανθρώπινης ακοής, (20 Hz) έως συχνότητες 0,001 Hz. Αυτή η περιοχή του φάσματος χρησιμοποιείται στη σεισμολογία για την παρακολούθηση των σεισμών. Οι υπόηχοι μπορούν να διαδοθούν σε μεγάλες απο-

στάσεις, ειδικά μέσα σε στερεά ή υγρά και να παρακάμψουν εμπόδια χωρίς σημαντική εξασθένηση.

Οι επιστήμονες ανακάλυψαν ότι η περιστροφόμενη δίνη ενός τυφώνα δημιουργεί υποηχητικά κύματα. Όταν η δίνη είναι μεγάλης έκτασης, οι συχνότητες είναι χαμηλότερες. Τα κύματα αυτά μπορούν να εντοπιστούν σε αποστάσεις έως και 160 km και έτσι να προειδοποιήσουν για την ύπαρξη κάποιου τυφώνα.

2) **Ήχοι που μπορεί να ακούσει ο άνθρωπος** και οι οποίοι έχουν συχνότητες από 20 Hz – 20 000 Hz.

3) **Υπέρηχοι**, οι οποίοι έχουν συχνότητες μεγαλύτερες από 20 000 Hz δεν γίνονται αντιληπτοί από τον άνθρωπο.

Οι υπέρηχοι έχουν σημαντικές εφαρμογές σε πολλούς τομείς της τεχνολογίας, όπως στην ιατρική, τη μηχανολογία, τη γεωλογία και τη βιολογία. Στην ιατρική είναι πολύ διαδεδομένη η απεικόνιση με υπερήχους, που εκπέμπονται προς συγκεκριμένες περιοχές του σώματος, ανακλώνται από τους ανθρώπινους ιστούς και μας δίνουν μια καλή εικόνα για τη μορφολογία της συγκεκριμένης περιοχής του σώματος. Απεικόνιση με υπερήχους χρησιμοποιείται σε προγεννητικές εξετάσεις, στη μελέτη της καρδιακής λειτουργίας και στην ανακάλυψη ανωμαλιών σε ιστούς. Χρησιμοποιούνται ευρύτατα στη μαιευτική και ειδικότερα δίνεται η δυνατότητα να παρακολουθείται το έμβρυο κατά τη διάρκεια της εγκυμοσύνης. Επειδή το έμβρυο περιβάλλεται από τον αμνιακό σάκο, κατά το υπερηχογράφημα μπορεί να διακριθεί από τα άλλα ανατομικά χαρακτηριστικά της εγκύου. Έτσι, προσδιορίζεται το μέγεθος, η θέση του και τυχόν αποκλίσεις από τη φυσιολογική του ανάπτυξη. Με υπερήχους ανιχνεύονται κακοήθειες στο σκώπι, στο πάγκρεας, στα νεφρά και στον εγκέφαλο.

Οι υπέρηχοι πλεονεκτούν των ακτίνων X, διότι δεν έχουν σχέση με ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που μπορεί να προκαλέσει βλάβες στον οργανισμό και σε αρκετές περιπτώσεις παρουσιάζουν περισσότερη ευαισθησία από τις ακτίνες X στο να διακρίνουν διαφορετικούς ιστούς. Με μεγάλη ένταση χρησιμοποιούνται ακόμη και ως θεραπευτικό εργαλείο για την επιλεκτική καταστροφή παθολογικών ιστών και τη θεραπεία της αρθρίτιδας, αλλά και στη συντριβή λίθων της χολής ή του νεφρού.

Ειδικές τεχνικές με υπερήχους χρησιμοποιούνται στη μηχανολογία για τον έλεγχο πιθανών ανωμαλιών σε μηχανικά συστήματα, για τη μέτρηση των

διαστάσεων και του πάχους διάφορων υλικών, αλλά και για τον έλεγχο της ροής σε υδραυλικά συστήματα, ακόμη και για τον προσδιορισμό της ροής του αίματος, σε συνδυασμό με το φαινόμενο Doppler.

Επίσης, οι υπέρηχοι είναι χρήσιμοι στη γεωλογία, διότι μπορούν να μας δώσουν πληροφορίες για τη δομή του υπεδάφους (π.χ. τοπικές ανωμαλίες στην πυκνότητά τους, που μπορεί να οφείλονται σε κοιτάσματα πετρελαίου).

Μια πολύ χρήσιμη εφαρμογή των υπερήχων στη ναυτιλία είναι το sonar.

Το sonar (σόναρ) είναι μια συσκευή που ονομάστηκε από τα αρχικά των λέξεων *Sound Navigation and Ranging*, που σημαίνουν **πλοήγηση και εξερεύνηση διά του ήχου**. Το σόναρ έχει ζωτική σημασία για οποιονδήποτε ναυτικό σκοπό. Το βυθόμετρο είναι σήμερα ίσως η πλέον χρησιμοποιούμενη συσκευή σόναρ, και μάλιστα τόσο ανέξοδη που και τα μικρότερα πλοία αναψυχής μπορούν να την έχουν. Απλή είναι και η λειτουργία του. Είναι μια συσκευή που παράγει έναν παλμό υπερήχων, ο οποίος μεταδίδεται διά μέσου του νερού, έως ότου φθάσει στον βυθό ή σε μία ομάδα διερχομένων ψαριών. Μέρος του παλμού ανακλάται και γυρίζοντας πίσω συλλέγεται από το όργανο. Αφού η ταχύτητα του ήχου στο νερό είναι γνωστή, είναι πια εύκολο να μετρηθεί το βάθος απ' τη χρονική διάρκεια που έκανε ο παλμός να επανέλθει στο πλοίο.

Γενικά οι υπέρηχοι χρησιμοποιούνται στις συσκευές σόναρ είτε για ανίχνευση σωμάτων που κινούνται υποβρυχίως, είτε για την εξέταση της μορφολογίας του βυθού ή για τον προσδιορισμό του βάθους σ' ένα συγκεκριμένο σημείο.

Η συμπεριφορά των υπερήχων στη θάλασσα οδήγησε και στην ανακάλυψη ότι τα δελφίνια συνεννοούνται μεταξύ τους με υπερήχους. Έτσι οι επιστήμονες σήμερα προσπαθούν να μάθουν να επικοινωνούν με τα έξυπνα αυτά θαλάσσια θηλαστικά στην ίδια τους τη γλώσσα.

15.6 Φαινόμενο Doppler

Αρκετές φορές, όταν ακούμε ασθενοφόρο, καταλαβαίνουμε διαφορετικό ήχο όταν πλησιάζει και διαφορετικό όταν απομακρύνεται. Ο ήχος ακούγεται με διαφορετική οξύτητα στις δύο περιπτώσεις. Όταν μας πλησιάζει το ασθενοφόρο, αντιλαμβανόμαστε οξύτερο ήχο (μεγαλύτερης συχνότητας) σε σχέση με τον ήχο που αντιλαμβανόμαστε όταν απομακρύνεται.

Το φαινόμενο αυτό λέγεται **φαινόμενο Doppler**

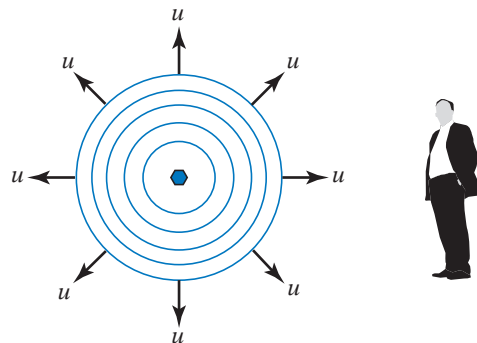
(Ντόπλερ) και είναι το φαινόμενο, κατά το οποίο ένας παρατηρητής αντιλαμβάνεται διαφορετική συχνότητα απ' αυτήν που εκπέμπει η πηγή, όταν παρατηρητής και πηγή βρίσκονται σε σχετική κίνηση μεταξύ τους. Το φαινόμενο Doppler είναι σημαντικό και δεν σχετίζεται μόνο με τα ηχητικά κύματα, έχει εφαρμογές στους υπερήχους, στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, στα radar, στην οπτική και στην αστρονομία. Θα μελετήσουμε το φαινόμενο προσπαθώντας να βρούμε τη σχέση που συνδέει τη συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής με τη σχετική κίνηση πηγής-παρατηρητή. Θα ασχοληθούμε μόνο με τον ήχο.

Για να απλουσεύσουμε τη μελέτη δίχως να αλλοιώνονται τα συμπεράσματα, θα εξετάσουμε μόνο την ειδική περίπτωση που οι ταχύτητες της πηγής και του παρατηρητή βρίσκονται στη διεύθυνση της ευθείας που συνδέει τον παρατηρητή με την πηγή. Θα συμβολίσουμε με f_s τη συχνότητα του ήχου που παράγει η πηγή, f_A τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, u_s την ταχύτητα της πηγής, u_A την ταχύτητα του παρατηρητή και u την ταχύτητα του ήχου ως προς το μέσο διάδοσης. Θα μελετήσουμε καθεμία από τις πιθανές περιπτώσεις σχετικής κίνησης.

15.6.1 Ακίνητος παρατηρητής–ακίνητη πηγή

Η ακίνητη πηγή ως προς το μέσο διάδοσης παράγει ηχητικά κύματα συχνότητας f_s που κινούνται με ταχύτητα u ως προς το μέσο διάδοσης και ισχύει η εξίσωση της κυματικής $f_s = u/\lambda$, όπου λ είναι το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή.

Στο σχήμα 15.2 οι ομόκεντροι κύκλοι παριστάνουν τα διαδοχικά μέγιστα των μετώπων του κύματος, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση λ και κινούνται στον χώρο με ταχύτητα u . Ο παρατηρητής Α που είναι ακίνητος ως προς το μέσο διάδοσης



Σχ. 15.2

Ακίνητη πηγή και ακίνητος παρατηρητής

αντιλαμβάνεται τη συχνότητα του ήχου απ' τον ρυθμό, με τον οποίο φτάνουν τα μέγιστα σ' αυτόν.

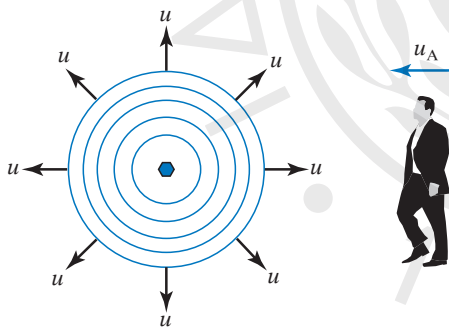
Όμως το πλήθος των μέγιστων που φτάνουν στον παρατηρητή στη μονάδα του χρόνου είναι ακριβώς ίδιο μ' αυτό που παράγει η πηγή στη μονάδα του χρόνου. Δηλαδή ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται την ίδια συχνότητα μ' αυτήν που παράγει η πηγή. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι $f_A = f_s$.

Έστω ότι ο παρατηρητής Α κινείται με ταχύτητα u_A προς την πηγή (σχ. 15.3). Τότε ο παρατηρητής «συναντά» (αντιλαμβάνεται) περισσότερα μέγιστα στη μονάδα του χρόνου απ' όσα παράγει η πηγή, διότι η σχετική ταχύτητά τους ως προς τον παρατηρητή είναι $u + u_A$. Άρα η συχνότητα που αντιλαμβάνεται είναι:

$$\left. \begin{aligned} f_A &= \frac{(u + u_A)}{\lambda} \\ \lambda &= u / f_s \end{aligned} \right\} \text{άρα}$$

$$f_A = \frac{(u + u_A)}{u / f_s} = \frac{(u + u_A)}{u} f_s = \left(1 + \frac{u_A}{u}\right) f_s$$

Επομένως, ένας παρατηρητής που πλησιάζει την πηγή, ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας (οξύτερο) απ' τον ήχο που παράγει η πηγή.

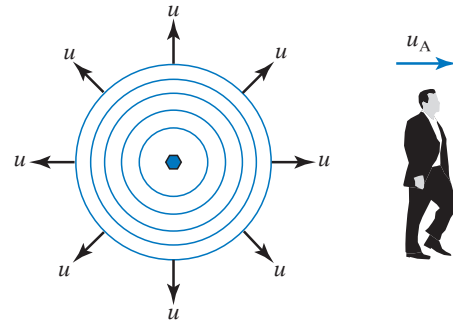


Σχ. 15.3

Ακίνητη πηγή παρατηρητής, που πλησιάζει προς την πηγή

Αν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την πηγή, η σχετική ταχύτητα του ήχου ως προς αυτόν, θα είναι $u - u_A$ και αντιλαμβάνεται λιγότερα μέγιστα στη μονάδα του χρόνου απ' όσα παράγει η πηγή (σχ. 15.4). Δηλαδή αντιλαμβάνεται συχνότητα:

$$\left. \begin{aligned} f_A &= \frac{(u - u_A)}{\lambda} \\ \lambda &= u / f_s \end{aligned} \right\} \text{άρα:}$$



Σχ. 15.4

Ακίνητη πηγή, παρατηρητής που απομακρύνεται από την πηγή

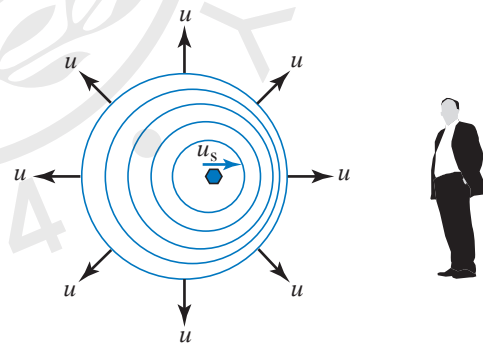
$$f_A = \frac{u - u_A}{u / f_s} = \frac{u - u_A}{u} f_s = \left(1 - \frac{u_A}{u}\right) f_s$$

Επομένως, ένας παρατηρητής που απομακρύνεται από μία πηγή ακούει ήχο μικρότερης συχνότητας από τον ήχο που παράγει η πηγή. **Συνοψίζοντας τις δύο σχέσεις για τις περιπτώσεις του κινούμενου παρατηρητή, έχουμε:**

$$f_A = \left(1 \pm \frac{u_A}{u}\right) f_s.$$

15.6.2 Ακίνητος παρατηρητής – κινούμενη πηγή

Έστω ότι η πηγή κινείται με ταχύτητα u_s πλησιάζοντας τον ακίνητο παρατηρητή (σχ. 15.5).



Σχ. 15.5

Κινούμενη προς την παρατηρητή πηγή, ακίνητος παρατηρητής

Η ταχύτητα του ήχου ως προς τον αέρα παραμένει σταθερή και ίση με u , διότι η ταχύτητα των κυμάτων καθορίζεται από το μέσο διάδοσης. Το μήκος κύματος δεν παραμένει ίσο με (u/f_s) , διότι όταν κατά τη διάρκεια εκπομπής ενός κύματος η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή και ακολουθεί τα κύματα που παράγει, τα μέγιστα πλησιάζουν μεταξύ τους, πάνω στην κατεύθυνση κίνησης της πηγής και

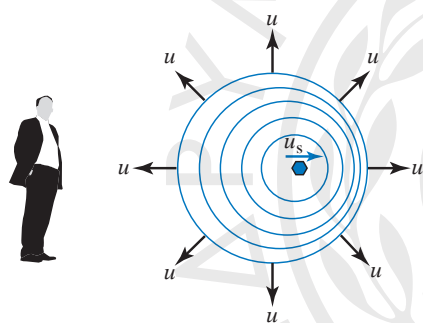
απομακρύνονται μεταξύ τους στην κατεύθυνση που είναι αντίθετη από την κίνηση της πηγής.

Το μήκος κύματος που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι $\lambda_A = \lambda - u_s T$ όπου $u_s T$ η απόσταση κατά την οποία έχει πλησιάσει η πηγή τον παρατηρητή σε χρόνο μιας περιόδου. Η συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής σε αυτές τις συνθήκες είναι:

$$f_A = \frac{u}{\lambda_A} = \frac{u}{(\lambda - u_s T)} = \frac{u}{(uT - u_s T)} = \frac{u}{(u - u_s)T} = \frac{u}{(u - u_s)(1/f_s)} = \frac{u}{(u - u_s)} f_s$$

δηλαδή ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα μεγαλύτερη απ' αυτήν που παράγει η πηγή (οξύτερο ήχο).

Θα εξετάσουμε τι αντιλαμβάνεται ο ακίνητος παρατηρητής όταν η πηγή απομακρύνεται απ' αυτόν με ταχύτητα u_s (σχ. 15.6).



Σχ. 15.6

Πηγή που απομακρύνεται από τον παρατηρητή, ακίνητος παρατηρητής

Επειδή στην κατεύθυνση που είναι αντίθετη από την κίνηση της πηγής, τα μέγιστα απομακρύνονται μεταξύ τους, ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται μήκος

κύματος $\lambda_A = \lambda + u_s T$. Υπολογίζουμε τη συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής στην περίπτωση αυτή:

$$f_A = \frac{u}{\lambda_A} = \frac{u}{(\lambda + u_s T)} = \frac{u}{(uT + u_s T)} = \frac{u}{(u + u_s)T} = \frac{u}{(u + u_s)(1/f_s)} = \frac{u}{(u + u_s)} f_s$$

Δηλαδή ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα μικρότερη απ' αυτήν, που παράγει η πηγή (βαρύτερο ήχο). **Συνοψίζοντας τις δύο σχέσεις για τις περιπτώσεις της κινούμενης πηγής, έχουμε:**

$$f_A = \frac{u}{(u \mp u_s)} f_s$$

15.6.3 Κινούμενη πηγή – κινούμενος παρατηρητής

Στην περίπτωση που υπάρχει κίνηση και της πηγής και του παρατηρητή ως προς το μέσο διάδοσης, το συμπέρασμα προκύπτει από το συνδυασμό των επιμέρους περιπτώσεων, οπότε για τη συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής ισχύει ότι:

$$f_A = \frac{u \pm u_A}{(u \mp u_s)} f_s$$

Απ' τη σχέση αυτή αντιλαμβανόμαστε ότι αν ο παρατηρητής και η πηγή είναι ακίνητα ως προς το μέσο ή αν κινούνται με την ίδια ταχύτητα (μέτρο και κατεύθυνση), τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται την ίδια συχνότητα μ' αυτήν που εκπέμπει η πηγή. Αν κινούνται και οι δύο έτσι που και η μεταξύ τους απόσταση ελαττώνεται, ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται μεγαλύτερη συχνότητα, ενώ αν η μεταξύ τους απόσταση αυξάνεται, τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται μικρότερη συχνότητα.



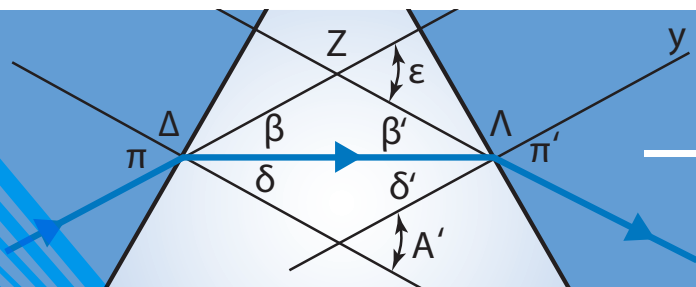
ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Ένα μέσο ανθρώπινο αυτί έχει επιφάνεια εμβαδού $2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. Κατά τη διάρκεια μιας κανονικής συζήτησης η ένταση του ήχου είναι περίπου $3,5 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$. Αν υποθέσουμε ότι ο ήχος φτάνει κάθετα στην επιφάνεια του αυτιού, πόση ισχύς συλλαμβάνεται από το αυτί του ανθρώπου;
- Στην άκρη μιας προβλήτας γίνεται μια έκρηξη. Ο ήχος φτάνει στην άλλη άκρη της προβλήτας περνώντας από τρία μέσα: αέρα, νερό και ατσάλι. Σε κάθε μέσο ο ήχος διανύει 1000 m.
 - Από ποιο μέσο περνώντας θα φτάσει πρώτος ο ήχος, από ποιο δεύτερος και από ποιο τρίτος;
 - Αφού φτάσει ο πρώτος ήχος, μετά από πόσο χρόνο θα φτάσει ο δεύτερος και μετά από πόσο χρόνο θα φτάσει ο τρίτος;
 Δίνονται οι ταχύτητες του ήχου στον αέρα, στο νερό και στην κουπαστή αντίστοιχα 344 m/s, 1482 m/s και 5040 m/s.
- Ένα υποβρύχιο έχει υποστεί βλάβη, ενώ βρίσκεται κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας. Ο καπετάνιος γνωρίζει από τους χάρτες ότι το βάθος της θάλασσας στο συγκεκριμένο στίγμα είναι 2000 m και ότι η ταχύτητα του ήχου στο νερό είναι 1450 m/s. Στην προσπάθειά του να προσδιορίσει το βάθος που βρίσκεται, εκπέμπει κατευθυνόμενο ηχητικό σήμα προς τον βυθό, το οποίο επιστρέφει μετά από χρόνο 2,1 s. Με τη χρήση των παραπάνω δεδομένων υπολογίστε το βάθος, στο οποίο βρίσκεται το υποβρύχιο.
- Ένα πλοίο βρίσκεται κοντά στην ακτή, ενώ επικρατεί ομίχλη. Ο καπετάνιος εκπέμπει ηχητικό σήμα, για να προσδιορίσει την απόσταση του πλοίου από την ακτή. Ακούει δύο ήχους από ανάκλαση με διαφορά χρόνου 6 s. Αν ο ήχος που ταξιδεύει στον αέρα έχει ταχύτητα 340 m/s και ο ήχος που ταξιδεύει στο νερό έχει ταχύτητα 1425 m/s, ποια είναι η απόσταση του πλοίου από την ακτή;
- Ο μηχανικός ενός πλοίου μετράει στο μηχανοστάσιο στάθμη έντασης ήχου (β) ίση με 80 dB. Πόσες φορές θα ήταν μεγαλύτερη η ένταση του ήχου, αν η μέτρηση της στάθμης έντασης έδειχνε 90 dB;
- Ηχητική πηγή παράγει ήχο ισχύος $P = 25 \times 10^5 \text{ W}$, που διέρχεται από σωλήνα με διάμετρο $\delta = 2 \text{ m}$. Να υπολογιστεί η ένταση του ήχου στην έξοδο του σωλήνα, αν δεχτούμε ότι δεν υπάρχει σημαντική εξασθένηση λόγω απορρόφησης μέσα στον σωλήνα. Αν μετά την έξοδο του διαδίδεται σφαιρικά προς όλες τις κατευθύνσεις, να υπολογιστεί η έντασή του σε απόσταση $r_1 = 50 \text{ m}$ και σε απόσταση $r_2 = 100 \text{ m}$, από την έξοδο του σωλήνα.
- Παρατηρητής κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα $u_A = 20 \text{ m/s}$ στην ίδια κατεύθυνση με προπορευόμενη πηγή ήχου, η οποία κινείται με ταχύτητα $u_s = 36 \text{ m/s}$. Ο παρατηρητής ακούει ήχο συχνότητας $f_1 = 3600 \text{ Hz}$.
 - Ποια η συχνότητα του ήχου που παράγει η πηγή;
 - Ποια είναι η συχνότητα του ήχου, που ακούει ένας άλλος παρατηρητής που κινείται με αντίθετη ταχύτητα από τον πρώτο και βρίσκεται κι αυτός πίσω από την ηχητική πηγή;
 - Ποια είναι η συχνότητα του ήχου που ακούει τρίτος παρατηρητής, ο οποίος ακολουθεί την πηγή με ταχύτητα $u_r = 36 \text{ m/s}$; Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $u = 340 \text{ m/s}$.
- Ένα ρυμουλκό ξεκινά από την ακτή για να προσφέρει βοήθεια σε σκάφος, που πλέει προς την ακτή με ταχύτητα 10 m/s. Η ταχύτητα του ρυμουλκού είναι 30 m/s. Όταν ο καπετάνιος του ρυμουλκού αποκτά οπτική επαφή με τον καπετάνιο του σκάφους προχωρεί σε χειρισμό εκπέμποντας με τη σειρήνα ήχο συχνότητας $f = 1440 \text{ Hz}$ και διάρκειας $\Delta t = 10 \text{ s}$.
 - Να υπολογιστεί η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο καπετάνιος του σκάφους.
 - Να υπολογιστεί η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ένας ακίνητος παρατηρητής στην ακτή.
 - Να υπολογιστεί η διάρκεια του ηχητικού σήματος που αντιλαμβάνεται ένας παρατηρητής στο σκάφος και η διάρκεια του σήματος που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής στην ακτή.
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα: $u = 340 \text{ m/s}$.
- Υπολογίστε τα μήκη κύματος στον αέρα, για τα όρια των ακουστικών συχνοτήτων ενός Πλοιάρχου (από 20 Hz έως 20.000 Hz).
- Ποιο είναι το μήκος κύματος ενός ήχου συχνό-

τητας $f = 400 \text{ Hz}$ που παράγεται από προπέλα πλοίου, εντός νερού θερμοκρασίας 20°C ;

10. Ήχος γνωστής συχνότητας f έχει μήκος κύματος λ_v εντός υγρού και λ_a στον αέρα θερμοκρασίας 20°C , με $\lambda_v/\lambda_a = 2$. Ποια η ταχύτητα διάδοσης του ήχου εντός του υγρού;
11. Πλοίο πλησιάζει με ταχύτητα $u = 10 \text{ m/s}$ ακίνητο φαροφύλακα με τη σειρήνα του να εκπέμπει ήχο συχνότητας $f = 100 \text{ Hz}$. Με ποια συχνότητα αντιλαμβάνεται ο φαροφύλακας τον ήχο της σειρήνας;
12. Με ποια ταχύτητα πρέπει να πλησιάζει ακίνητο φαροφύλακα μία πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας $f = 100 \text{ Hz}$, προκειμένου ο φαροφύλακας να αντιλαμβάνεται ήχο διπλάσιας συχνότητας;
13. Περιπολικό, με τη σειρήνα του να εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_{\text{π}} = 420 \text{ Hz}$ πλησιάζει μοτοσυκλέτα που έρχεται από την αντίθετη κατεύθυνση κινούμενη με ταχύτητα $u = 180 \text{ km/h}$. Όταν το περιπολικό και η μοτοσυκλέτα διέρχονται το ένα δίπλα από το άλλο, ο οδηγός της μοτοσυκλέτας αντιλαμβάνεται τον ήχο της σειρήνας με συχνότητα $f_M = 400 \text{ Hz}$. Με ποια ταχύτητα κινείται το περιπολικό;
14. Από πηγή ήχου που βρίσκεται σε ελικόπτερο που ακινητεί σε ύψος $H = 900 \text{ m}$ πάνω από λίμνη βάθους $h = 300 \text{ m}$ εκπέμπεται ήχος συχνότητας $f = 400 \text{ Hz}$. Βρείτε τις χρονικές στιγμές t_1, t_2 κατά τις οποίες διαπιστώνεται ηχώ από ανάκλαση του ήχου στην επιφάνεια του νερού και του πυθμένα της λίμνης, αντίστοιχα. Η θερμοκρασία αέρα και νερού είναι συνεχώς 20°C .
15. Από πυροβόλο ευθυτενούς τροχιάς βάλετε βλήμα με ταχύτητα $u_\beta = 800 \text{ m/s}$ κατά στόχου που απέχει $s = 1.000 \text{ m}$. Σε πόση απόσταση από το πυροβόλο πρέπει να σταθεί άνθρωπος, στην ευθεία που το συνδέει με τον στόχο, προκειμένου να ακούσει ταυτόχρονα τους κρότους που παράγονται από την εκपुरσοκρότηση του πυροβόλου και την καταστροφή του στόχου;

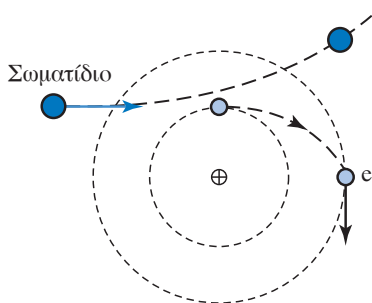




16.1 Παραγωγή και διάδοση του φωτός

Το φως είναι ένα είδος ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που διαδίδονται στον χώρο και μεταφέρουν ενέργεια. Πρόκειται για ηλεκτρομαγνητικά κύματα με κατάλληλες συχνότητες, που είναι σε θέση να διεγείρουν το ανθρώπινο μάτι.

Το φως παράγεται κατά την αποδιέγερση ατόμων. Δηλαδή κάθε φορά που ένα ηλεκτρόνιο μεταπίπτει από μια διεγερμένη ενεργειακή στάθμη σε μια άλλη μικρότερης ενέργειας εκπέμπεται ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με ενέργεια ίση με την ενεργειακή διαφορά των δύο σταθμών. Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που εκπέμπεται απ' αυτήν τη διαδικασία είναι δυνατόν να βρίσκεται στην περιοχή του ορατού, ανάλογα με την ενεργειακή διαφορά των δύο σταθμών ανάμεσα στις οποίες γίνεται η αποδιέγερση. Για την παραγωγή φωτός απαιτείται δαπάνη ενέργειας, ώστε να προκληθεί διέγερση των ηλεκτρονίων από τη θεμελιώδη σε ανώτερη ενεργειακή στάθμη (σχ. 16.1).

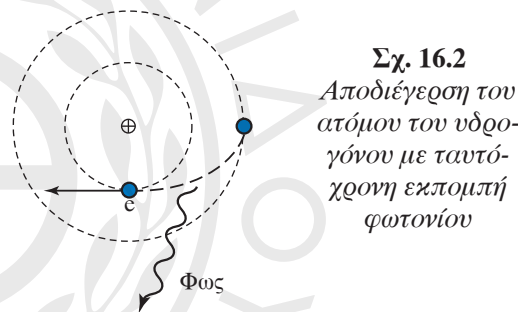


Σχ. 16.1
Διέγερση του ατόμου του υδρογόνου σε ανώτερη ενεργειακή στάθμη

Παραγωγή φωτεινής ενέργειας μπορούμε να έχουμε με διέγερση που προέρχεται από διάφορες μορφές ενέργειας, όπως από θερμική, ηλεκτρική, χημική κ.ά.. Τα συστήματα από τα οποία εκπέμπεται φωτεινή ενέργεια τα ονομάζουμε **φωτεινές πηγές**. Χαρακτηριστικές φωτεινές πηγές είναι ο Ήλιος, στον οποίο πραγματοποιείται μετατροπή μέρους της πυρηνικής ενέργειας σε φωτεινή, οι ηλεκτρικοί

λαμπτήρες, στους οποίους μετατρέπεται μέρος της ηλεκτρικής ενέργειας σε φωτεινή, τα διάφορα υλικά που παράγουν φως κατά την καύση τους, μετατρέποντας τη χημική τους ενέργεια σε φωτεινή, όπως το κερί κ.ά..

Το «πακέτο» ενέργειας που εκπέμπεται από κάθε αποδιέγερση (σχ. 16.2) το ονομάζουμε **φωτόνιο** και έχει σχέση με τη συχνότητα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται.

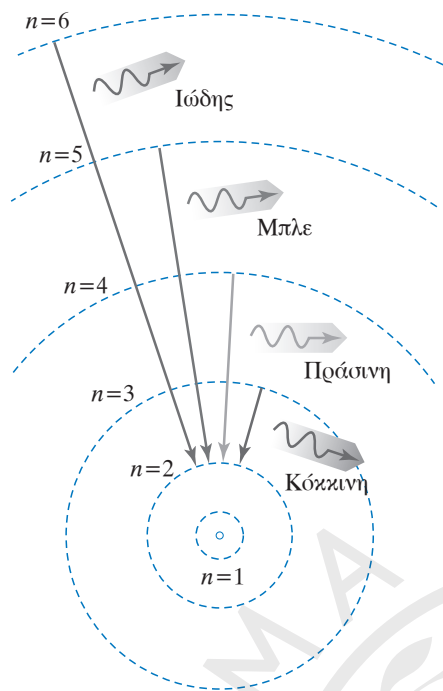


Σχ. 16.2
Αποδιέγερση του ατόμου του υδρογόνου με ταυτόχρονη εκπομπή φωτονίου

Οι διαφορετικές συχνότητες της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας, μας προκαλούν τη διαφορετική χρωματική αίσθηση. Σε κάθε αποδιέγερση εκπέμπεται φωτόνιο ενέργειας $E_{\phi} = E_{\alpha} - E_{\tau}$, το οποίο χαρακτηρίζεται από συχνότητα f , όπως προκύπτει απ' τη σχέση $hf = E_{\alpha} - E_{\tau}$, όπου h η σταθερά Planck, f η συχνότητα του εκπεμπόμενου φωτονίου, ενώ E_{α} , και E_{τ} οι ενέργειες της αρχικής και τελικής στάθμης, ανάμεσα στις οποίες συμβαίνει η αποδιέγερση (σχ. 16.3).

- Διάδοση του φωτός

Μετά την παραγωγή του, το φως διαδίδεται αυτόνομα, μεταφέροντας ενέργεια. Η ενέργειά του μπορεί να απορροφηθεί από την ύλη και να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, για παράδειγμα σε θερμοδυναμική ενέργεια (ή εσωτερική θερμική ενέργεια), όπως συμβαίνει με το φως του Ήλιου που θερμαίνει κάθε γωνιά του πλανήτη, σε χημική στα φυτά, σε ηλεκτρική, όπως συμβαίνει στα φωτοβολταϊκά συστήματα κ.ά..



Σχ. 16.3

Σε αποδιεγέρσεις διαφορετικών ενεργειακών στάθμων εκπέμπονται φωτόνια διαφορετικής ενέργειας, προκαλώντας διαφορετική χρωματική αίσθηση

Για τη διάδοσή του δεν απαιτείται η ύπαρξη υλικού μέσου. Δηλαδή το φως διαδίδεται και στο κενό. Η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό είναι η μέγιστη ταχύτητα, με την οποία οποιαδήποτε μορφή ενέργειας ή μάζας μπορεί να ταξιδέψει, είναι περίπου ίση με $c = 300\,000\text{ km/s}$ και αποτελεί μία από τις θεμελιώδεις φυσικές σταθερές. Σήμερα η ταχύτητα του φωτός θεωρείται δεδομένη με εννιά σημαντικά ψηφία και είναι $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$ ακριβώς.

Η διάδοση του φωτός μέσα σε ομογενές μέσο γίνεται **ευθύγραμμο**.

Ονομάζουμε τη γραμμή που νοητά διαγράφει το φως κατά τη διάδοσή του **ακτίνα φωτός** ή **φωτεινή**

ακτίνα. Μία ομάδα από ακτίνες ονομάζεται **φωτεινή δέσμη**.

Όταν μελετάμε πειραματικά το φως και τις ιδιότητές του, εργαζόμαστε πάντα με φωτεινές δέσμες, παρόλο που συνηθίζουμε να τις χαρακτηρίζουμε ως φωτεινές ακτίνες, ειδικά αν έχουμε αρκετά λεπτή φωτεινή δέσμη. Μια φωτεινή δέσμη είναι: **παράλληλη**, αν οι ακτίνες της είναι παράλληλες, **συγκλίνουσα**, αν οι ακτίνες της συγκλίνουν σε κάποιο σημείο **αποκλίνουσα**, αν οι ακτίνες της αποκλίνουν (σχ. 16.4).

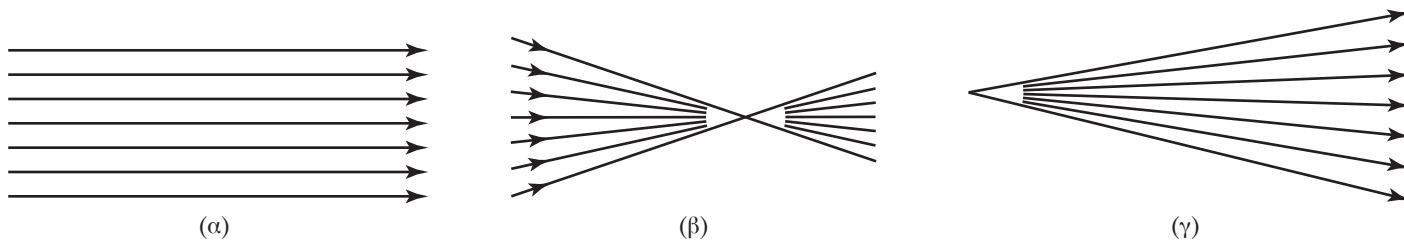
Κατά τη διάδοσή του, το φως αλληλεπιδρά με το μέσο διάδοσης προκαλώντας διάφορα φαινόμενα, όπως η δημιουργία σκιάς, ο φωτισμός σημείων που δεν βρίσκονται στην ευθεία διάδοσης μια δέσμης, τα χρώματα, η δημιουργία ειδώλων, η οπτική παραμόρφωση αντικειμένων, η πρόκληση ηλεκτρικών φαινομένων, η αύξηση της θερμοκρασίας των σωμάτων κ.ά..

Όταν μια φωτεινή δέσμη πέσει πάνω σ' ένα αντικείμενο, η συμπεριφορά της εξαρτάται από τη δομή και την κατασκευή του. Είναι δυνατόν να διέλθει μέσα από αυτό, οπότε το χαρακτηρίζουμε **διαφανές υλικό**. Αν δεν μπορεί να το διαπεράσει, χαρακτηρίζουμε το υλικό **αδιαφανές**, ενώ το χαρακτηρίζουμε **ημιδιαφανές**, αν παρουσιάζει κάτι μεταξύ των δύο. Το γυαλί ως διαφανές υλικό, το ξύλο αδιαφανές και το ειδικό χαρτί σχεδίου (ριζόχαρτο) ημιδιαφανές.

Αν μια δέσμη φωτός συναντήσει στην πορεία της ένα αδιαφανές αντικείμενο, δημιουργείται πίσω από το αντικείμενο αυτό μια περιοχή που δεν φωτίζεται, δηλαδή μια σκοτεινή περιοχή που την ονομάζουμε **σκιά του αντικειμένου**.

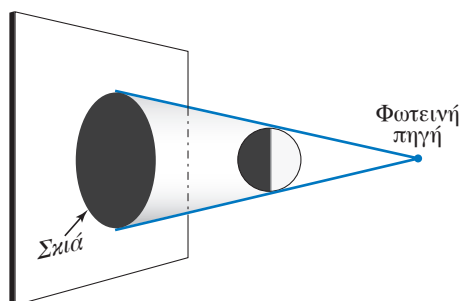
Η δημιουργία της σκιάς οφείλεται στην ευθεία διάδοση του φωτός και στη συμπεριφορά του υλικού σε σχέση με την απορρόφηση του φωτός (σχ. 16.5).

Το μέγεθος της σκιάς εξαρτάται απ' τη θέση της πηγής, και τις σχετικές διαστάσεις της ως προς το αντικείμενο. Μεγαλύτερη σκιά έχουμε όταν η φωτεινή πηγή είναι κοντά στο αντικείμενο.



Σχ. 16.4

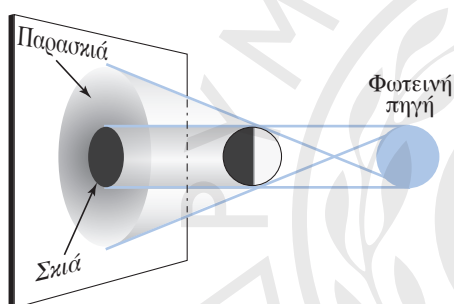
Φωτεινή δέσμη: (α) Παράλληλη, (β) συγκλίνουσα και (γ) αποκλίνουσα



Σχ. 16.5

Δημιουργία σκιάς όταν το φως εκπέμπεται από σημειακή φωτεινή πηγή

Όταν η φωτεινή πηγή δεν είναι σημειακή, αλλά έχει διαστάσεις, η μετάβαση στη σκοτεινή περιοχή γίνεται μέσω μιας ενδιάμεσης κατάστασης, που ονομάζεται *παρασκιά* (σχ. 16.6).



Σχ. 16.6

Δημιουργία σκιάς και παρασκιάς όταν η φωτεινή πηγή έχει διαστάσεις συγκρίσιμες με το εμπόδιο

16.2 Ανάκλαση και διάθλαση του φωτός. Πρίσματα

16.2.1 Ανάκλαση

Στην προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι το φως είναι δυνατόν να μην διαπεράσει ένα υλικό οπότε θα δημιουργηθεί σκιά.

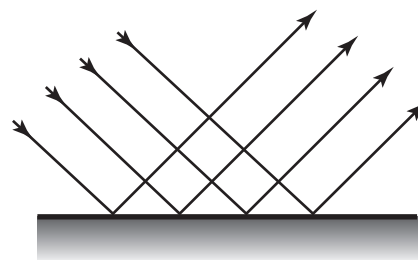
Στην περίπτωση που το φως προσπίπτει στην επιφάνεια του υλικού, είτε επανεκπέμπεται χωρίς μεταβολή στο υλικό είτε απορροφάται από το υλικό αποδίδοντας όλη την ενέργειά του σ' αυτό, είτε ένα μέρος επανεκπέμπεται κι ένα μέρος απορροφάται. Όταν το φως επιστρέφει στο μέσο, από το οποίο προήλθε, λέμε ότι *ανακλάται* και ονομάζουμε το φαινόμενο *ανάκλαση*.

Ανάκλαση μιας φωτεινής δέσμης συμβαίνει σε κάθε επιφάνεια. Είναι όμως διαφορετική στην περίπτωση ανάκλασης σε καθρέπτη από την ανάκλαση σε επιφάνεια τοίχου.

Λέμε *ανάκλαση* ή *κατοπτρική ανάκλαση*, το φαινόμενο που παρατηρούμε όταν η φωτεινή δέσμη προσπίπτει πάνω σ' καθρέπτη και γενικότερα σε λεία και στυλπνή επιφάνεια (σχ. 16.7). Λέμε *διάχυση* το φαινόμενο που παρατηρούμε όταν η φωτεινή δέσμη προσπίπτει σε «τραχιιά» επιφάνεια (σχ. 16.8).

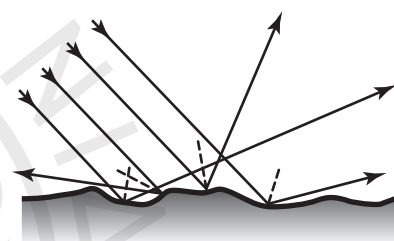
Σχ. 16.7

Ανάκλαση φωτεινής δέσμης σε λεία και στυλπνή επιφάνεια



Σχ. 16.8

Διάχυση φωτεινής δέσμης σε «τραχιιά» επιφάνεια



Στη διάχυση, κάθε φωτεινή ακτίνα της δέσμης ανακλάται προς διαφορετική κατεύθυνση, γιατί συναντά μικροεπίπεδα διαφορετικού προσανατολισμού στην τραχιιά επιφάνεια. Αποτέλεσμα της ανάκλασης των ακτίνων σε διαφορετικές κατευθύνσεις είναι το «σκόρπισμα», η διάχυση των φωτεινών ακτίνων σε όλο τον χώρο.



Παρατήρηση

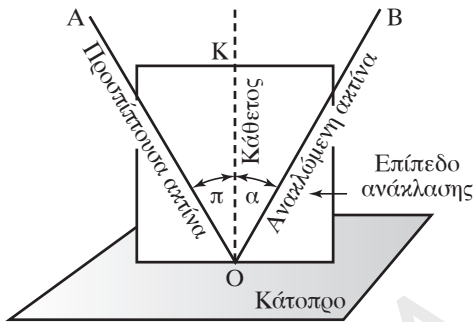
Μια επιφάνεια είναι «τραχιιά» για το φως, όταν οι διαδοχικές ανωμαλίες της απέχουν περισσότερο από περίπου το $1/8$ του μήκους κύματός του.

16.2.2 Οι νόμοι της ανάκλασης

Ονομάζουμε *προσπίπτουσα* την ακτίνα που πέφτει στο κάτοπτρο ή γενικώς σε λεία ανακλαστική επιφάνεια και ανακλώμενη την ακτίνα που επιστρέφει. Ονομάζουμε *γωνία πρόσπτωσης* θ_{π} τη γωνία που σχηματίζει η προσπίπτουσα με την κάθετο στο κάτοπτρο και *γωνία ανάκλασης* θ_{α} τη γωνία που σχηματίζει η ανακλώμενη με την κάθετο.

Ισχύουν ότι (σχ. 16.9):

- 1) Η γωνία ανάκλασης θ_α είναι πάντα ίση με τη γωνία πρόσπτωσης θ_π ($\theta_\alpha = \theta_\pi$).
- 2) Το επίπεδο που ορίζεται από την προσπίπτουσα και την ανακλώμενη ακτίνα είναι πάντα κάθετο στο επίπεδο του κατόπτρου που γίνεται η ανάκλαση.

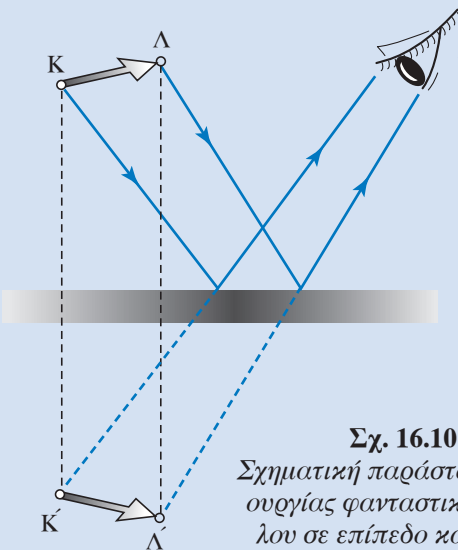


Σχ. 16.9
Ανάκλαση του φωτός



Παρατηρήσεις

- 1) Κάτοπτρο είναι κάθε λεία και σιλπνή επιφάνεια όπως η επιφάνεια ενός καθρέπτη, η επιφάνεια ενός γυαλιού, η ήρεμη επιφάνεια ενός υγρού κ.ά.. Τα κάτοπτρα μπορούν να έχουν διάφορα γεωμετρικά σχήματα, όπως επίπεδα, σφαιρικά, παραβολικά. Ανάλογα με το σχήμα τους, διαφέρουν και στη λειτουργία τους, π.χ. στα είδωλα που σχηματίζουν.
- 2) Τα επίπεδα κάτοπτρα (καθρέπτες) σχηματίζουν φανταστικά είδωλα με τα παρακάτω χαρακτηριστικά: *πρώτον*, το είδωλο και το αντικείμενο απέχουν το ίδιο από το κάτοπτρο *δεύτερον*, το είδωλο έχει το ίδιο μέγεθος με το



Σχ. 16.10
Σχηματική παράσταση δημιουργίας φανταστικού ειδώλου σε επίπεδο κάτοπτρο

αντικείμενο και *τρίτον*, η αριστερή πλευρά του ειδώλου είναι δεξιά για το αντικείμενο (σχ. 16.10).

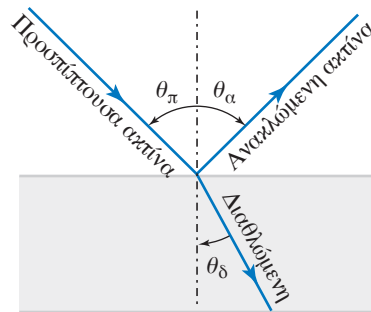
3) Ονομάζουμε **πραγματικά** τα είδωλα που σχηματίζονται από τις φωτεινές ακτίνες που μετά από την ανάκλασή τους ή τη διάθλασή τους, συγκλίνουν στη θέση του ειδώλου. Τα **πραγματικά είδωλα** μπορούν να προβάλλονται σε οθόνη. Ονομάζουμε **φανταστικά** τα είδωλα που σχηματίζονται από τις προεκτάσεις των φωτεινών ακτίνων που δεν συγκλίνουν μετά την ανάκλαση ή τη διάθλασή τους. Τα φανταστικά είδωλα δεν είναι δυνατόν να προβληθούν σε οθόνες.

16.2.3 Διάθλαση

Μια πολύ βασική αρχή που ισχύει για όλα τα φαινόμενα διάδοσης του φωτός (διάδοση σε μέσο, ανάκλαση, διάθλαση κ.ά.) είναι η αρχή που διατύπωσε το 1650 ο Γάλλος επιστήμονας Pierre de Fermat (Φερμά). Η **Αρχή του Φερμά** αναφέρει ότι: *όταν το φως μεταβεί από ένα σημείο Α σε ένα σημείο Β, θα ακολουθήσει απ' όλες τις πιθανές διαδρομές εκείνη που είναι χρονικά πιο σύντομη.*

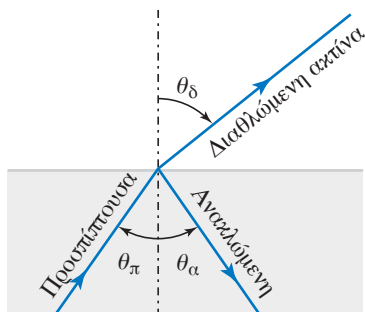
Η **Αρχή του Φερμά** ή **Αρχή του Ελαχίστου Χρόνου** αιτιολογεί την αλλαγή πορείας που υφίσταται μια ακτίνα φωτός όταν αλλάζει μέσο διάδοσης. Το φαινόμενο της αλλαγής κατεύθυνσης μιας ακτίνας φωτός όταν εισέρχεται υπό γωνία από ένα μέσο σε κάποιο άλλο ονομάζεται **διάθλαση** (σχ. 16.11, 16.12).

Η διάθλαση δικαιολογείται από την αρχή του ελαχίστου χρόνου και οφείλεται στις διαφορετικές ταχύτητες διάδοσης που έχει το φως όταν διαδίδεται σε διαφορετικά διαφανή μέσα, π.χ. όταν μια δέσμη μονοχρωματικού φωτός που διαδίδεται στον αέρα,



Σχ. 16.11

Διάθλαση φωτεινής δέσμης όταν προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφορετικών οπτικών μέσων (από οπτικά αραιότερο σε οπτικά πυκνότερο)



Σχ. 16.12

Διάθλαση φωτεινής δέσμης όταν προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια δύο διαφορετικών οπτικών μέσων (από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο)

προσπίπτει υπό γωνία στην επιφάνεια ενός υγρού, ένα μέρος της ανακλάται κι ένα μέρος της συνεχίζει τη διάδοση στο υγρό με διαφορετική ταχύτητα. Η ακτίνα που συνεχίζει στο υγρό έχει διαφορετική κατεύθυνση απ' την αρχική, δηλαδή η γωνία θ_δ που σχηματίζει με την κάθετη στην επιφάνεια είναι διαφορετική της γωνίας πρόσπτωσης θ_π ($\theta_\delta \neq \theta_\pi$).

Η αλλαγή στην κατεύθυνση διάδοσης της φωτεινής ακτίνας όταν εισέρχεται υπό γωνία από ένα οπτικό μέσο σ' ένα άλλο είναι άμεσα εξαρτώμενη απ' την ταχύτητα διάδοσης του φωτός στα δύο οπτικά μέσα.

Σημείωση

Όταν η ακτίνα προσπίπτει κάθετα στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων, δεν υφίσταται εκτροπή στη διεύθυνση διάδοσης.

16.2.4 Δείκτης διάθλασης

Για να διερευνήσουμε τη σχέση της ταχύτητας διάδοσης σε οπτικό μέσο με τη γωνία διάθλασης, θα ορίσουμε έναν σημαντικό συντελεστή: **τον δείκτη διάθλασης υλικού μέσου**.

Ορίζουμε ως δείκτη διάθλασης n ενός υλικού μέσου, τον αριθμό που ισούται με το πηλίκο της ταχύτητας c_0 του φωτός στο κενό προς την ταχύτητα c του φωτός στο υλικό μέσο.

$$n = \frac{c_0}{c} = \frac{\text{ταχύτητα του φωτός στο κενό}}{\text{ταχύτητα του φωτός στο υλικό μέσο}}$$

Όταν το φως από το κενό εισέρχεται σε κάποιο υλικό μέσο, η ταχύτητά του ελαττώνεται. Η τιμή της ταχύτητας εξαρτάται από το μέσο διάδοσης αλλά και από τη συχνότητα της ακτινοβολίας.



Παρατηρήσεις

1) Η ταχύτητα του φωτός c_0 στο κενό είναι μεγαλύτερη απ' την ταχύτητά του σε οποιοδήποτε υλικό μέσο, επομένως ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού είναι πάντοτε μεγαλύτερος της μονάδας, $c_0 > c$ άρα $c_0/c > 1$ επομένως $n > 1$ για κάθε υλικό (πίν. 16.1).

2) Μεταξύ δύο υλικών μέσων, εκείνο στο οποίο η ταχύτητα του φωτός είναι μικρότερη έχει το μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης. Έστω ότι έχουμε δύο υλικά μέσα, το υλικό 1 και το υλικό 2, για τα οποία ισχύει $c_1 > c_2$, τότε:

$$\left\{ \begin{array}{l} n_1 = \frac{c_0}{c_1} \\ n_2 = \frac{c_0}{c_2} \end{array} \right\} \text{ άρα } \frac{n_1}{n_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_0 c_2}{c_0 c_1} = \frac{c_2}{c_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{όμως } c_1 > c_2 \text{ άρα } \frac{c_1}{c_2} > 1 \text{ άρα } \frac{c_2}{c_1} < 1 \text{ ή } \frac{n_1}{n_2} < 1 \\ \text{άρα: } n_1 < n_2 \end{array} \right\}$$

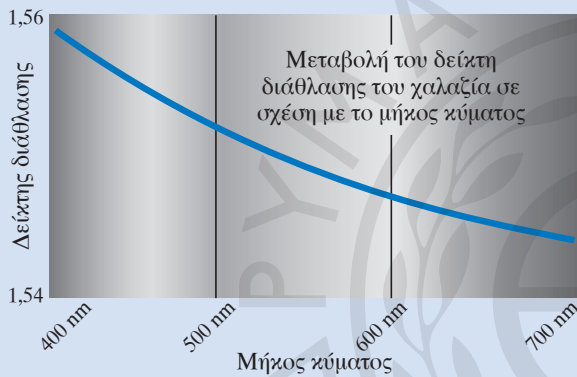
Πίνακας 16.1

Δείκτες διάθλασης μερικών υλικών

Αέρια (0° C, 1 atm)	
Αέρας	1,000239
CO ₂	1,00045
Υγρά 20° C	
Μεθανόλη	1,329
Νερό	1,333
Αιθανόλη	1,360
Τετραχλωράνθρακας	1,460
Γλυκερίνη	1,473
Βενζόλιο	1,501
Στερεά	
Πάγος	1,309
Άλας ορυκτό	1,544
Χαλαζίας	1,544
Φθορίτης	1,434
Ζιρκόνιο	1,923
Διαμάντι	2,417
Ύαλοι	1,5–1,9

3) Ανάμεσα σε δύο υλικά μέσα θα λέμε οπτικά πυκνότερο εκείνο που έχει τον μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης, δηλαδή το υλικό στο οποίο το φως έχει τη μικρότερη ταχύτητα.

4) Η τιμή του δείκτη διάθλασης ενός υλικού εξαρτάται και απ' το μήκος κύματος του μονοχρωματικού φωτός, που διαδίδεται στο υλικό. Δηλαδή το ίδιο υλικό μέσο, για ακτίνες διαφορετικού χρώματος παρουσιάζει διαφορετικούς δείκτες διάθλασης. Αυτό συμβαίνει γιατί ακτίνες διαφορετικής συχνότητας (χρώματος) διαδίδονται στο ίδιο μέσο με διαφορετική ταχύτητα. Στο ίδιο υλικό, μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης εμφανίζει το ιώδες και μικρότερο το κόκκινο (σχ. 16.13).



Σχ. 16.13

Ο δείκτης διάθλασης που παρουσιάζει ένα υλικό, εξαρτάται από τη συχνότητα

16.2.5 Νόμοι της διάθλασης

1) Το επίπεδο που σχηματίζουν η προσπίπτουσα και η διαθλώμενη ακτίνα είναι κάθετο στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο μέσων.

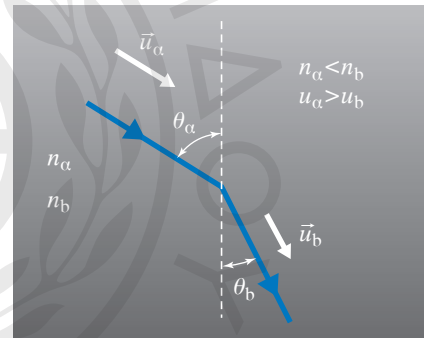
2) **Νόμος του Snell.** Ο λόγος του ημιτόνου της γωνίας πρόσπτωσης προς το ημίτονο της γωνίας διάθλασης είναι αντίστροφος με τον λόγο των δεικτών διάθλασης των δύο υλικών μέσων a, b αντίστοιχως:

$$\frac{\sin \theta_a}{\sin \theta_b} = \frac{n_b}{n_a}$$

16.2.6 Διερεύνηση του Νόμου του Snell

Με βάση τον Νόμο του Snell θα μελετήσουμε την πορεία του φωτός όταν αυτό διαδίδεται από ένα μέσο σε ένα άλλο.

1) Όταν το φως διαδίδεται από **αραιότερο μέσο σε πυκνότερο**, η διαθλώμενη ακτίνα πλησιάζει προς την κάθετο $\theta_a > \theta_b$ (σχ. 16.14).



Σχ. 16.14

Όταν το φως διαδίδεται από αραιότερο μέσο a σε πυκνότερο b , η διαθλώμενη ακτίνα πλησιάζει προς την κάθετο ($\theta_a > \theta_b$)

Απόδειξη

Έστω μονοχρωματική ακτίνα φωτός που διαδίδεται από το οπτικά αραιότερο μέσο a με δείκτη διάθλασης n_a στο οπτικά πυκνότερο μέσο b με δείκτη διάθλασης n_b ($n_a < n_b$).

Εφαρμόζοντας τον Νόμο του Snell έχουμε:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin \theta_a}{\sin \theta_b} = \frac{n_b}{n_a} \\ n_a < n_b \Rightarrow \frac{n_b}{n_a} > 1 \end{array} \right\}$$

ή $\frac{\sin \theta_a}{\sin \theta_b} > 1$ ή $\sin \theta_a > \sin \theta_b$ άρα: $\theta_a > \theta_b$



Παράδειγμα

Μονοχρωματική ακτίνα φωτός διαδίδεται από τον αέρα στο γυαλί, που έχει δείκτη διάθλασης $n = 1,5$. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του φωτός στο γυαλί. Δίνεται ότι η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c_0 = 3 \times 10^8$ m/s.

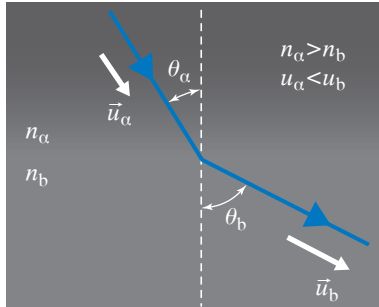
Λύση.

Από τον ορισμό του δείκτη διάθλασης έχουμε:

$$n = \frac{c_0}{c} \quad \text{ή} \quad c = \frac{c_0}{n} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m}}{1,5 \text{ s}}$$

άρα: $c = 2 \times 10^8$ m/s

2) Όταν το φως διαδίδεται από **πυκνότερο μέσο σε αραιότερο**, η διαθλώμενη ακτίνα απομακρύνεται από την κάθετο $\theta_a < \theta_b$ (σχ. 16.15).



Σχ. 16.15

Όταν το φως διαδίδεται από πυκνότερο μέσο n_a σε αραιότερο n_b , η διαθλώμενη ακτίνα απομακρύνεται από την κάθετο ($\theta_a < \theta_b$)

Απόδειξη

Έστω μονοχρωματική ακτίνα φως που διαδίδεται από το οπτικά πυκνότερο μέσο α με δείκτη διάθλασης n_a στο οπτικά αραιότερο μέσο b με δείκτη διάθλασης n_b ($n_a > n_b$).

Εφαρμόζοντας τον Νόμο του Snell έχουμε:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin \theta_a}{\sin \theta_b} = \frac{n_b}{n_a} \\ n_a > n_b \Rightarrow \frac{n_b}{n_a} < 1 \end{array} \right.$$

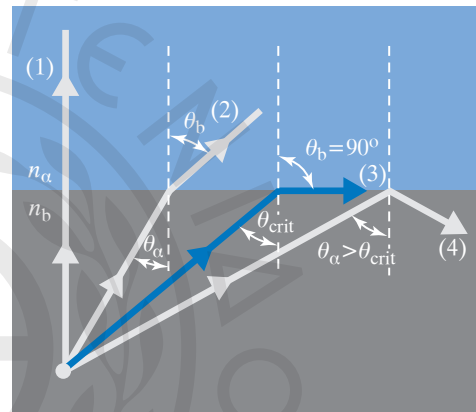
$$\text{άρα: } \frac{\sin \theta_a}{\sin \theta_b} < 1 \text{ ή } \sin \theta_a < \sin \theta_b \text{, οπότε } \theta_a < \theta_b.$$

Ένα πολύ σημαντικό φαινόμενο που συνδέεται άμεσα με τη διάθλαση είναι η **ολική ανάκλαση**, που είναι δυνατόν να υποστεί μια ακτίνα φως από τη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων.

Όταν μια δέσμη φως διαδίδεται από οπτικά πυκνότερο μέσο σε μέσο οπτικά αραιότερο, ένα μέρος της διαθλάται κι ένα μέρος ανακλάται. Η γωνία διάθλασης, η γωνία ανάκλασης και το «ποσοστό» της δέσμης που διαθλάται, εξαρτώνται από τους δείκτες διάθλασης και τη γωνία πρόσπτωσης. Όταν η φωτεινή δέσμη διαδίδεται απ' το πυκνότερο μέσο διάδοσης με δείκτη διάθλασης n_2 στο αραιότερο μέσο με δείκτη διάθλασης n_1 ($n_1 < n_2$), η αύξηση της γωνίας πρόσπτωσης οδηγεί σε αύξηση της γωνίας διάθλασης, αύξηση του «ποσοστού» έντασης ανά-

κλασης της δέσμης και ελάττωση της έντασης της διαθλώμενης. Καθώς αυξάνουμε τη γωνία πρόσπτωσης, παρατηρούμε ότι μετά από κάποια τιμή της γωνίας όλη η δέσμη υφίσταται ανάκλαση και δεν έχουμε διάθλαση.

Ονομάζουμε το φαινόμενο που περιγράψαμε **ολική ανάκλαση** και ονομάζουμε **οριακή** ή **κρίσιμη γωνία** τη μικρότερη γωνία πρόσπτωσης, στην οποία εμφανίζεται το φαινόμενο, δηλαδή τη μικρότερη γωνία για την οποία η φωτεινή δέσμη ανακλάται ολικά. Όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι η κρίσιμη γωνία, η γωνία διάθλασης είναι 90° (και η ένταση της διαθλώμενης δέσμης τείνει στο μηδέν) (σχ. 16.16).



Σχ. 16.16

Κατά τη διάδοση του φως από οπτικά πυκνότερο μέσο σε οπτικά αραιότερο, παρατηρείται ολική ανάκλαση για γωνίες πρόσπτωσης μεγαλύτερες από μια γωνία, που ονομάζεται **κρίσιμη** θ_{crit} ή **οριακή** και εξαρτάται από τα δύο μέσα διάδοσης

Η κρίσιμη γωνία θ_{crit} υπολογίζεται με βάση το Νόμο του Snell: Έστω ότι ακτίνα φως διαδίδεται σε οπτικό μέσο n_a και προσπίπτει με γωνία θ_{crit} στη διαχωριστική επιφάνεια του οπτικού μέσου n_b , όπου $n_b < n_a$. Η ακτίνα θα υποστεί ολική ανάκλαση και η γωνία διάθλασης της θα είναι 90° . Εφαρμόζοντας το Νόμο του Snell έχουμε:

$$\frac{\sin \theta_a}{\sin \theta_b} = \frac{n_b}{n_a} \text{ ή } \frac{\sin \theta_{crit}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_b}{n_a} \text{ ή}$$

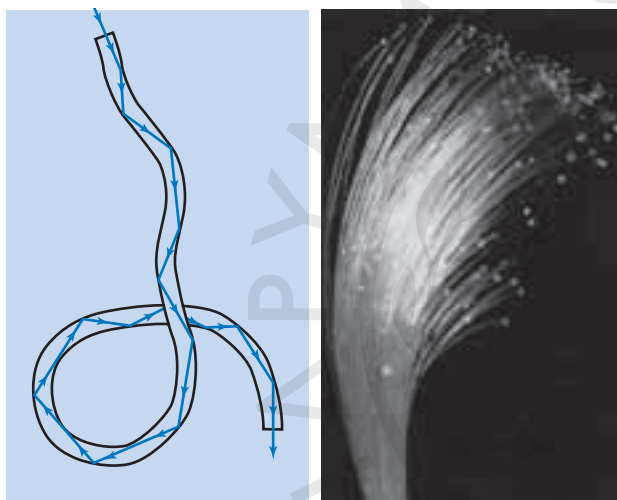
$$\text{ή } \frac{\sin \theta_{crit}}{1} = \frac{n_b}{n_a} \text{ ή } \sin \theta_{crit} = \frac{n_b}{n_a}.$$

Αν το οπτικά αραιότερο μέσο είναι ο αέρας, με $n_b = 1$ έχουμε

$$\sin \theta_{crit} = \frac{1}{n_a}$$

Η κρίσιμη γωνία για πρόσπτωση σε διαχωριστική επιφάνεια νερού-αέρα είναι περίπου 48° , για επιφάνεια γυαλιού-αέρα είναι περίπου 43° ανάλογα και τον τύπο του γυαλιού, ενώ για επιφάνεια διαμαντιού-αέρα είναι $24,5^\circ$.

Μία απ' τις σημαντικότερες εφαρμογές της ολικής ανάκλασης είναι οι οπτικές ίνες. Στην οπτική ίνα, η φωτεινή ακτίνα υπόκειται σε διαδοχικές ολικές ανακλάσεις, με αποτέλεσμα να ακολουθεί κάθε καμπή της ίνας και να μεταφέρεται χωρίς απώλειες στην έξοδό της απ' όπου και εξέρχεται (σχ. 16.17).



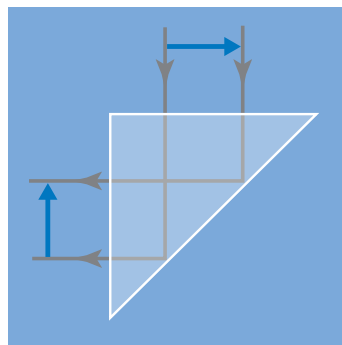
Σχ. 16.17

Σχηματική παράσταση λειτουργίας οπτικής ίνας και δέσμη από οπτικές ίνες

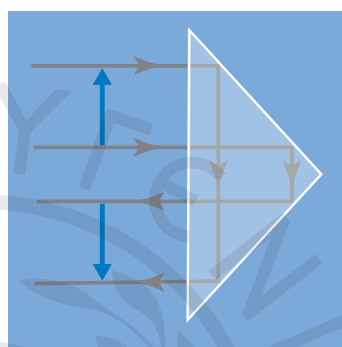
Οι οπτικές ίνες βρίσκουν σημαντικές εφαρμογές, απ' τις πιο απλές σε φωτιστικά, μέχρι πολύ σημαντικές στην ιατρική και στις τηλεπικοινωνίες. Οι οπτικές ίνες κατασκευάζονται από διαφανή υλικά υψηλής καθαρότητας, π.χ. γυαλί ή πλαστικό, ενώ μπορούν να έχουν πολύ μικρή διάμετρο, ανάλογα με την εφαρμογή που προορίζονται.

Με τα πρίσματα ολικής ανάκλασης μπορούμε να αλλάξουμε τον προσανατολισμό του ειδώλου ή να μεταβάλουμε την πορεία μιας φωτεινής δέσμης εκμεταλλευόμενοι το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης.

Στα σχήματα 16.18 και 16.19 παρατηρούμε αλλαγή προσανατολισμού του ειδώλου και μεταβολή της κατεύθυνσης της δέσμης κατά 90° ή 180° .



Σχ. 16.18 Πρίσμα ολικής ανάκλασης, όπου παρατηρούμε μεταβολή κατεύθυνσης της δέσμης κατά 90° και αλλαγή προσανατολισμού του ειδώλου



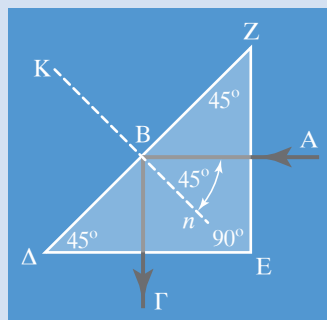
Σχ. 16.19 Πρίσμα ολικής ανάκλασης, όπου παρατηρούμε μεταβολή κατεύθυνσης της δέσμης κατά 180° και αλλαγή προσανατολισμού του ειδώλου



Παράδειγμα

Να μελετηθεί η ολική ανάκλαση σε ορθογώνιο ισοσκελές τριγωνικό πρίσμα κατασκευασμένο από γυαλί με δείκτη διάθλασης $n_\gamma = 1,42$ (σχ. 16.20).

Επειδή το πρίσμα περιβάλλεται από αέρα με δείκτη διάθλασης $n = 1$ μικρότερο του γυαλιού $n_\gamma = 1,42$, είναι δυνατόν να έχουμε ολική ανάκλαση για γωνίες πρόσπτωσης στην ΖΔ μεγαλύτερες τις κρίσιμης θ_{crit} με



Σχ. 16.20

Ορθογώνιο τριγωνικό πρίσμα, στο οποίο η προσπίπτουσα φωτεινή δέσμη έχει υποστεί ολική ανάκλαση

$$\sin \theta_{\text{crit}} = \frac{1}{n_{\alpha}}$$

$$\sin \theta_{\text{crit}} = \frac{1}{n_{\gamma}} \quad \text{ή} \quad \sin \theta_{\text{crit}} = \frac{1}{1,42} = 0,704$$

$$\text{ή} \quad \sin \theta_{\text{crit}} = 0,704 \quad \text{άρα} \quad \theta_{\text{crit}} = 45^{\circ}.$$

Στο παραπάνω πρίσμα επιτυγχάνουμε ολική ανάκλαση για κάθε ακτίνα που εισέρχεται κάθετα από τις κάθετες έδρες του πρίσματος. Δηλαδή η ακτίνα που εισέρχεται από την πλευρά ΖΕ (σχ. 16.20) δεν διαθλάται λόγω της κάθετης εισόδου στο πρίσμα. Συνεχίζει προσπίπτοντας στη διαχωριστική επιφάνεια ΖΔ με γωνία $\theta = 45^{\circ}$, η οποία είναι μεγαλύτερη απ' την κρίσιμη, άρα ανακλάται ολικά και κινείται κάθετα προς την πλευρά ΔΕ, από την οποία και εξέρχεται χωρίς διάθλαση.

16.2.7 Φαινόμενα που οφείλονται στη διάθλαση

1) Φαινομενική ανύψωση λόγω διάθλασης

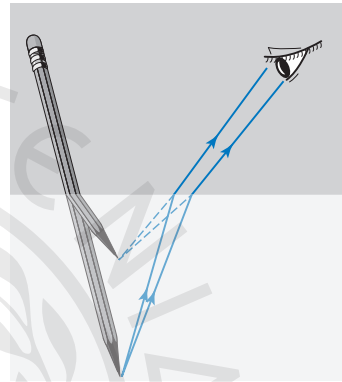
Η διάθλαση είναι μια ιδιότητα του φωτός που ευθύνεται για πολλές οφθαλμαπάτες. Χαρακτηριστικό είναι το φαινόμενο του «σπασίματος» ενός μολυβιού στο νερό και η φαινομενική ανύψωση ενός αντικειμένου ως προς την πραγματική του θέση για έναν παρατηρητή που δεν βρίσκεται στο ίδιο οπτικό μέσο με το αντικείμενο. Η εξήγηση και για τις δύο παραπάνω περιπτώσεις είναι η ίδια. Λόγω της διάθλασης, οι ακτίνες που εκπέμπονται από το αντικείμενο που βρίσκεται σε διαφορετικό μέσο από τον παρατηρητή, εκτρέπονται στη διαχωριστική επιφάνεια, ενώ ο εγκέφαλος του παρατηρητή «λειτουργεί» με την αίσθηση ότι «βλέπει» ευθύγραμμα, δημιουργώντας έτσι μια λάθος εντύπωση για την πραγματική θέση ή το σχήμα του αντικειμένου (σχ. 16.21).

2) Αντικατοπτρισμός

Ο αντικατοπτρισμός είναι ένα φαινόμενο που οφείλεται στη διάθλαση του φωτός στον αέρα λόγω αέριων στρωμάτων που διαφέρουν στη θερμοκρασία και επομένως και στην πυκνότητα. Παρατηρείται συχνότερα στην έρημο και στην άσφαλτο κατά τη διάρκεια ιδιαίτερα θερμών ημερών. Στον αντικατοπτρισμό ο παρατηρητής μπορεί να βλέπει τα μακρινά αντικείμενα αντεστραμμένα ή την εικόνα του ουρανού στο έδαφος, επειδή καμπυλώνονται οι ακτίνες λόγω της διάθλασης (σχ. 16.22).

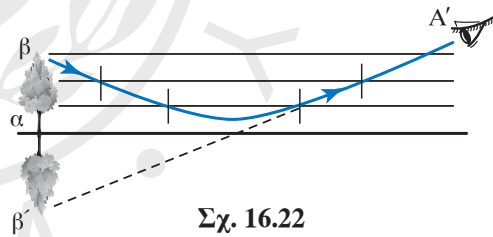
3) Διασκεδασμός

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού εξαρτάται και από το μήκος κύματος του φωτός. Άρα, διαφορετικού μήκους κύματος ακτίνες διαθλώνται διαφορετικά. Η ιδιότητα αυτή οδηγεί στο διασκεδασμό του λευκού φωτός, όταν αυτό διέρχεται από ένα κατάλληλο διαθλαστικό μέσο, όπως είναι ένα πρίσμα, με αποτέλεσμα να έχουμε ανάλυση του λευκού φωτός και παρατήρηση του φάσματος. Κάθε χρώμα υφίσταται διαφορετική εκτροπή μέσα στο πρίσμα (σχ. 16.23).



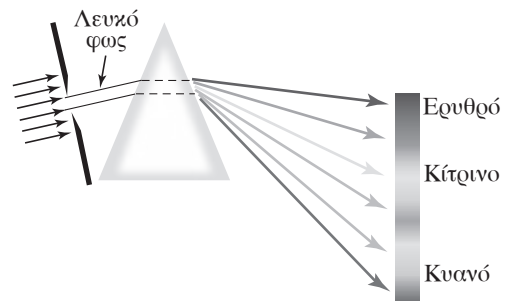
Σχ. 16.21

Φαινομενική ανύψωση του μολυβιού λόγω της διάθλασης



Σχ. 16.22

Αντικατοπτρισμός



Σχ. 16.23

Η εξάρτηση του δείκτη διάθλασης ενός υλικού από τη συχνότητα της ακτινοβολίας προκαλεί διαφορετικές διαθλάσεις, με αποτέλεσμα την ανάλυση του σύνθετου, λευκού φωτός

16.2.8 Περισσότερα για τα πρίσματα

Στις πιο συνηθισμένες εφαρμογές της οπτικής χρησιμοποιούμε το τριγωνικό οπτικό πρίσμα, δηλαδή ένα πρίσμα κατασκευασμένο από διαφανές διαθλαστικό υλικό, του οποίου η βάση (διατομή) είναι τριγωνική (σχ. 16.24).

Στο πρίσμα αυτό θα ονομάζουμε τη γωνία A **διαθλαστική γωνία** και **κύρια τομή του πρίσματος** κάθε επίπεδο τομής παράλληλο στη βάση. Όταν μια δέσμη φωτός εισέρχεται υπό γωνία στην επιφάνεια του πρίσματος, διαθλάται, και στη συνέχεια, κατά την έξοδό της από το πρίσμα, διαθλάται για δεύτερη φορά, με αποτέλεσμα να παρατηρείται σημαντική εκτροπή της αρχικής δέσμης. Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της εισερχόμενης ακτίνας που είναι παράλληλη στην κύρια τομή του πρίσματος και της εξερχόμενης, ονομάζεται **γωνία εκτροπής** ϵ .

– **Μελέτη σχέσης γωνίας εκτροπής με το δείκτη διάθλασης n και τη διαθλαστική γωνία A του πρίσματος**

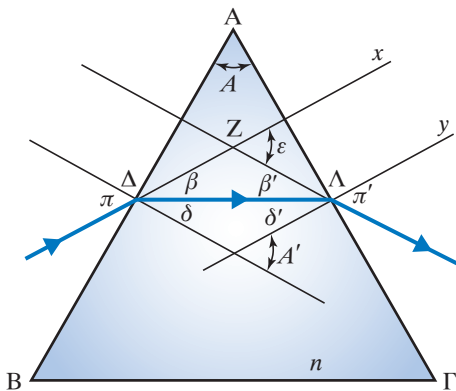
Στο σχήμα 16.24 έχουμε n το δείκτη διάθλασης του πρίσματος, ϵ τη γωνία εκτροπής της εισερχόμενης δέσμης, A τη διαθλαστική γωνία του πρίσματος, π τη γωνία εισόδου της δέσμης στο πρίσμα, π' τη γωνία εξόδου της δέσμης από το πρίσμα.

Από τον Νόμο του Snell έχουμε:

$$\frac{\sin \theta_{\pi}}{\sin \theta_{\delta}} = n \text{ και } \frac{\sin \theta_{\delta'}}{\sin \theta_{\pi'}} = \frac{1}{n}$$

Η γωνία εκτροπής ϵ είναι **εξωτερική του τριγώνου** $\Delta Z \Lambda$, άρα:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \beta + \beta' = (\pi - \delta) + (\pi' - \delta') = \\ &= (\pi + \pi') - (\delta + \delta') \text{ ή} \end{aligned}$$



Σχ. 16.24

Διάθλαση μονοχρωματικής ακτίνας σε οπτικό πρίσμα

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= (\pi + \pi') - A' \\ A &= A' \text{ γιατί είναι οξείες γωνίες με} \\ &\text{τις πλευρές κάθετες μεταξύ τους} \end{aligned} \right\}$$

άρα: $\epsilon = (\pi + \pi') - A$



Παρατηρήσεις

1) Η γωνία εκτροπής φωτεινής ακτίνας μεταβάλλεται ανάλογα με τη γωνία πρόσπτωσης.

2) Η γωνία εκτροπής ϵ εξαρτάται από τη διαθλαστική γωνία A του πρίσματος. Αύξηση της διαθλαστικής γωνίας οδηγεί σε μείωση της γωνίας εκτροπής.

3) Η γωνία εκτροπής εξαρτάται από τον δείκτη διάθλασης του πρίσματος. Όταν αυξάνεται ο δείκτης διάθλασης, αυξάνεται και η γωνία εκτροπής της ακτίνας.

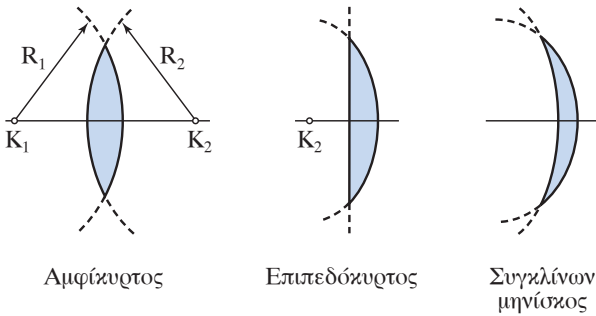
Αρκετές εφαρμογές στην οπτική, όπως στα περισκόπια ή στις φωτογραφικές μηχανές, έχουν τα **πρίσματα ολικής ανάκλασης**. Στα πρίσματα ολικής ανάκλασης πετυχαίνουμε ολική ανάκλαση μίας φωτεινής ακτίνας από μια εσωτερική επιφάνεια αξιοποιώντας στο πρίσμα τη σχέση μεταξύ του δείκτη διάθλασης n και της κρίσιμης γωνίας θ_{crit} ολικής ανάκλασης.

16.3 Λεπτοί φακοί

Στην καθημερινότητά μας, έχουμε την εμπειρία της χρήσης ενός φακού, π.χ. ενός μεγεθυντικού φακού ή των φακών στα γυαλιά όρασης. Ονομάζουμε **φακό** κάθε διαφανές σώμα, το οποίο έχει σφαιρικές επιφάνειες ή μια σφαιρική και μια επίπεδη επιφάνεια, με αποτέλεσμα να παρατηρούνται σχετικά έντονα φαινόμενα διάθλασης. Φακό έχει το ανθρώπινο μάτι. Οι τεχνητοί φακοί, που κατασκευάζονται από γυαλί ή συνθετικά υλικά υψηλής καθαρότητας για διάφορες χρήσεις, όπως σε τηλεσκόπια, φωτογραφικές μηχανές, γυαλιά όρασης, μεγεθυντικές συσκευές κ.ά..

Διακρίνουμε τους φακούς ανάλογα με τον τρόπο που μεταβάλλεται η πορεία μιας δέσμης φωτός, όταν διέρχεται από αυτούς στις εξής δύο κατηγορίες:

1) Στους **συγκλίνοντες** φακούς, στους οποίους μια δέσμη παράλληλων ακτίνων μετατρέπεται σε συγκλίνουσα λόγω της διάθλασης που υφίσταται, όταν διέλθει μέσα από τον φακό. Οι συγκλίνοντες φακοί είναι λεπτοί στα άκρα και παχύτεροι στη μέση (σχ. 16.25).



Αμφίκυρτος Επιπεδόκυρτος Συγκλίνων μηνίσκος

Σχ. 16.25

Διάφοροι τύποι συγκλινόντων φακών

2) Στους **αποκλίνοντες** φακούς, στους οποίους μια δέσμη παράλληλων ακτίνων μετατρέπεται σε αποκλίνουσα λόγω της διάθλασης που υφίσταται, όταν διέλθει μέσα από τον φακό. Οι αποκλίνοντες φακοί είναι παχείς στα άκρα και λεπτότεροι στη μέση (σχ. 16.26).

Προκειμένου να μελετούμε ευκολότερα τη συμπεριφορά των φακών, ορίζουμε μερικές χρήσιμες παραμέτρους:

1) **Κέντρα καμπυλότητας**, ονομάζουμε τα κέντρα των σφαιρικών επιφανειών, όπου ανήκουν οι επιφάνειες του φακού. Ένας φακός έχει δύο κέντρα καμπυλότητας.

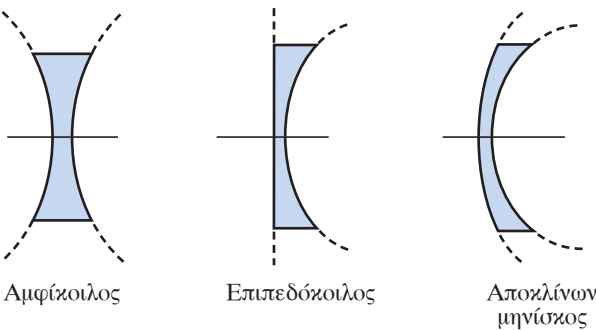
2) **Ακτίνες καμπυλότητας**, ονομάζουμε τις ακτίνες των σφαιρικών επιφανειών, των οποίων τμήματα αποτελούν οι επιφάνειες του φακού.

3) **Άξονας**, είναι η ευθεία που ενώνει τα δύο κέντρα καμπυλότητας του φακού.

4) **Οπτικό κέντρο**, ονομάζουμε το σημείο που βρίσκεται στο μέσο του φακού.

5) **Εστία**, ονομάζουμε το σημείο που συγκεντρώνονται οι ακτίνες μιας παράλληλης προς τον άξονα δέσμης, που διέρχεται από το φακό.

6) **Εστιακή απόσταση**, ονομάζουμε την απόσταση της εστίας από το οπτικό κέντρο του φακού.



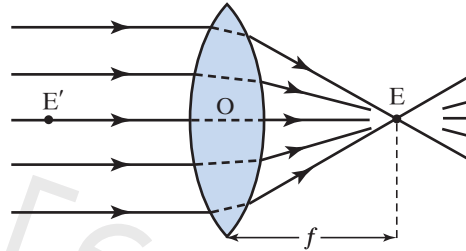
Αμφίκυβλος Επιπεδόκυβλος Αποκλίνων μηνίσκος

Σχ. 16.26

Διάφοροι τύποι αποκλινόντων φακών

16.3.1 Συγκλίνοντες φακοί

Όταν μια φωτεινή δέσμη παράλληλη στον άξονα ενός συγκλίνοντα φακού, προσπίπτει πάνω σ' αυτόν, οι ακτίνες μετά τη διάθλαση συγκλίνουν στο σημείο της εστίας του φακού. Αν μια φωτεινή πηγή τοποθετηθεί στην εστία ενός συγκλίνοντα φακού, η φωτεινή δέσμη που εκπέμπει θα γίνει παράλληλη μετά τη διέλευσή της από τον φακό (σχ. 16.27).



Σχ. 16.27

Διάθλαση δέσμης σε συγκλίνοντα φακό

Σ' έναν συγκλίνοντα φακό η εστιακή απόσταση f είναι **θετική**, γι' αυτό ο φακός ονομάζεται **θετικός φακός**.

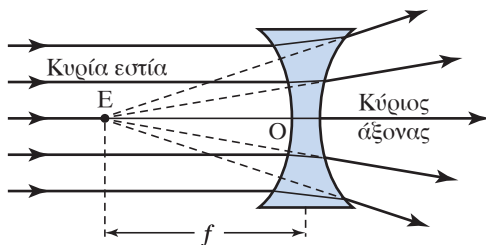
Θα δούμε ότι τα είδωλα που σχηματίζονται από έναν συγκλίνοντα φακό είναι:

1) **Πραγματικά** και **αντεστραμμένα**, αν το αντικείμενο τοποθετείται πριν από την εστία.

2) **Φανταστικά**, **όρθια** και **μεγαλύτερα**, όταν το αντικείμενο τοποθετείται μεταξύ της εστίας και του φακού.

16.3.2 Αποκλίνοντες φακοί

Όταν μια φωτεινή δέσμη παράλληλη στον κύριο άξονα ενός αποκλίνοντος φακού προσπίπτει σ' αυτόν, οι ακτίνες μετά τη διάθλαση αποκλίνουν, έτσι ώστε οι προεκτάσεις των διευθύνσεών τους να τέμνονται στην εστία που βρίσκεται από την πλευρά της εισερχόμενης δέσμης (σχ. 16.28). Στον φακό αυτό, η εστιακή απόσταση f είναι **αρνητική** και ο φακός ονομάζεται **αρνητικός φακός**.



Σχ. 16.28

Διάθλαση δέσμης σε αποκλίνοντα φακό

Στους αποκλίνοντες φακούς το είδωλο σχηματίζεται πάντα από την πλευρά του αντικειμένου, είναι **φανταστικό, όρθιο και μικρότερο** από το αντικείμενο.

16.3.3 Πραγματικά και φανταστικά είδωλα

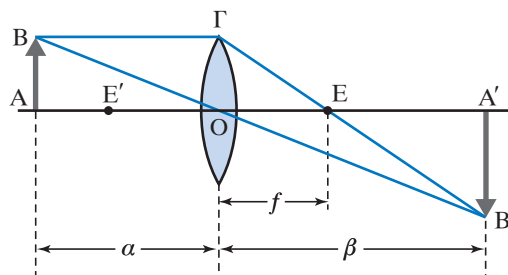
Αν τοποθετήσουμε σε κάποια απόσταση από συγκλίνοντα φακό (πιο πέρα από την εστία του) ένα αντικείμενο (καλά φωτισμένο) και από την άλλη πλευρά μια οθόνη (σε περιοχή με χαμηλό φωτισμό για καλύτερη παρατήρηση), μετακινώντας την οθόνη θα παρατηρήσουμε σε κάποια θέση μετά την εστία το σχηματισμό ενός πραγματικού ειδώλου αντεστραμμένου. Μεταβάλλοντας τη θέση του αντικειμένου ως προς τον φακό ή τη θέση του φακού ως προς το αντικείμενο, παρατηρούμε ότι μεταβάλλεται το μέγεθος και η θέση, στην οποία σχηματίζεται το πραγματικό είδωλο. Όταν η σχετική απόσταση του αντικειμένου με την εστία του φακού μειώνεται, το είδωλο μεγαλώνει και απομακρύνεται απ' την εστία. Όταν η θέση του αντικειμένου ταυτιστεί με την εστία του φακού, τότε δεν είναι δυνατόν να παρατηρήσουμε είδωλο και λέμε ότι το είδωλο σχηματίζεται στο άπειρο. Αν η θέση του αντικειμένου είναι μεταξύ εστίας και φακού, το είδωλο που σχηματίζεται είναι φανταστικό, όρθιο και μεγαλύτερο απ' το αντικείμενο.

Ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία, μ' έναν αποκλίνοντα φακό δεν παρατηρούμε σχηματισμό πραγματικού ειδώλου. Παρατηρούμε όμως φανταστικό είδωλο μικρότερο από το αντικείμενο και όρθιο.

Για να προβλέψουμε το σχηματισμό ενός ειδώλου πραγματικού ή φανταστικού, χρησιμοποιούμε τη γραφική μέθοδο, η οποία μας επιτρέπει να βρούμε το είδωλο κάθε σημείου γεωμετρικά, αν εφαρμόσουμε τους παρακάτω κανόνες:

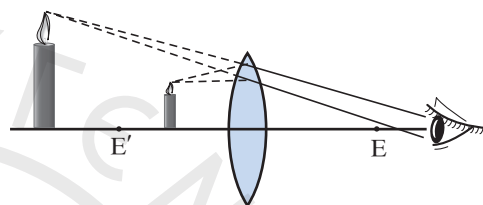
- 1) Κάθε ακτίνα που περνά από το κέντρο του φακού, δεν διαθλάται.
- 2) Οι ακτίνες που είναι παράλληλες στον άξονα, μετά τη διάθλασή τους διέρχονται οι ίδιες ή οι προεκτάσεις τους απ' την εστία του φακού.
- 3) Οι ακτίνες που διέρχονται οι ίδιες ή οι προεκτάσεις τους απ' την εστία, μετά τη διάθλασή τους έχουν διεύθυνση παράλληλη στον άξονα.

Για να προσδιορίσουμε γραφικά το είδωλο ενός σημείου που δημιουργείται από συγκλίνοντα φακό, αρκεί να χρησιμοποιήσουμε κατάλληλα τους κανόνες σχηματισμού ειδώλων, δηλαδή μπορούμε να εργαστούμε όπως φαίνεται στα σχήματα 16.29 και 16.30.



Σχ. 16.29

Γραφική μέθοδος σχηματισμού του πραγματικού ειδώλου σε συγκλίνοντα φακό



Σχ. 16.30

Γραφική μέθοδος σχηματισμού του φανταστικού ειδώλου σε συγκλίνοντα φακό

Για να σχηματίσουμε το είδωλο του σημείου B, φέρουμε την παράλληλη προς τον άξονα ακτίνα από το B προς τον φακό και σχεδιάζουμε τη διαθλωμένη της, που διέρχεται από την εστία E. Στη συνέχεια, σχεδιάζουμε την ακτίνα από το B, που διέρχεται από το κέντρο του φακού, η οποία δεν διαθλάται. Στο σημείο που τέμνονται οι δύο ακτίνες έχουμε το είδωλο του σημείου B.



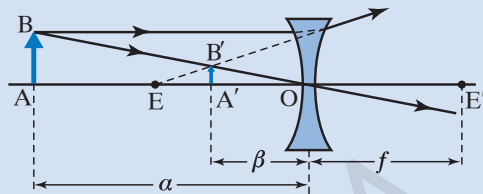
Παρατηρήσεις

1) Όταν το σημείο B βρίσκεται πιο ψηλά από το σημείο Γ του φακού, θεωρούμε ότι ο φακός εκτείνεται ως προέκταση της ευθείας ΟΓ όσο χρειάζεται. Δηλαδή από το B φέρουμε παράλληλη προς τον άξονα του φακού ακτίνα μέχρι το σημείο που συναντά αυτή την ευθεία-προέκταση. Από τη θέση αυτή φέρουμε την ακτίνα που διέρχεται από την εστία του φακού και στη συνέχεια σχεδιάζουμε από το B την ακτίνα που διέρχεται από το κέντρο του φακού. Το σημείο τομής τους είναι το είδωλο του σημείου B.

2) Όταν το σημείο βρίσκεται μεταξύ της εστίας E και του φακού, η διαδικασία παραμένει ίδια, με τη διαφορά ότι το σημείο τομής

βρίσκεται στην προέκταση των ακτίνων από την πλευρά του αντικειμένου και το είδωλο είναι φανταστικό.

3) Με την παραπάνω γραφική μέθοδο μπορούμε να προσδιορίσουμε και το φανταστικό είδωλο που δημιουργείται από αποκλίνοντα φακό. Η μοναδική διαφορά είναι ότι το σημείο τομής βρίσκεται στην προέκταση της διαθλώμενης ακτίνας από την πλευρά του αντικειμένου (σχ. 16.31).



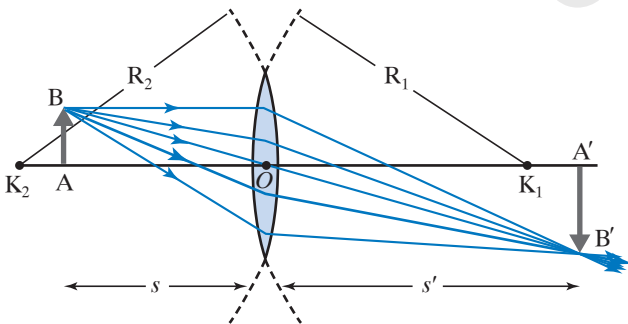
Σχ. 16.31

Γραφική μέθοδος σχηματισμού του φανταστικού ειδώλου σε αποκλίνοντα φακό

16.3.4 Τύποι κατασκευαστών φακών

1) Μεγέθυνση φακού

Μία χρήσιμη πληροφορία, όταν μελετάμε τα είδωλα είναι η σχέση μεγέθους μεταξύ αντικειμένου και ειδώλου. Η σχέση αυτή εκφράζεται με τον όρο **εγκάρσια μεγέθυνση**, συμβολίζεται με το m και ορίζεται ως το πηλίκο της απόστασης δύο σημείων του ειδώλου προς την απόσταση των αντίστοιχων σημείων του αντικειμένου. Από το σχήμα 16.32 έχουμε $m = A'B'/AB$ και, όπως προκύπτει από τα όμοια τρίγωνα $\hat{A}BO$ και $\hat{A}'B'O$, έχουμε:



Σχ. 16.32

Μεγέθυνση φακού

$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{s'}{s} \quad \text{ή} \quad \frac{A'B'}{ABAB} = -\frac{s'}{s} \quad \text{άρα} \quad m = -\frac{s'}{s},$$

όπου s η απόσταση του αντικειμένου AB από το κέντρο του φακού και s' απόσταση του ειδώλου $A'B'$ απ' το κέντρο του φακού. Τα s και s' συνδέονται με τη σχέση $1/s + 1/s' = 1/f$ όπου f η εστιακή απόσταση.



Παρατηρήσεις

1) Το (-) στη σχέση της μεγέθυνσης προκύπτει από τη φορά των διανυσμάτων $A'B'$ και AB και δηλώνει ότι το είδωλο είναι αντεστραμμένο, σε σχέση με το αντικείμενο.

2) Στους συγκλίνοντες φακούς η μεγέθυνση m μπορεί να πάρει τιμές μεγαλύτερες, μικρότερες ή και ίσες με τη μονάδα, ανάλογα με τη θέση που βρίσκεται το αντικείμενο.

3) Στους αποκλίνοντες φακούς η μεγέθυνση μπορεί να πάρει τιμές μόνο μικρότερες της μονάδας, γιατί το είδωλο είναι πάντα μικρότερο από το αντικείμενο.

2) Εξίσωση των κατασκευαστών φακών

Η εξίσωση των κατασκευαστών φακών συνδέει όλα τα βασικά μεγέθη ενός φακού. Δηλαδή αναφέρεται στους φακούς που προκύπτουν απ' την τομή δύο σφαιρικών διαθλαστικών επιφανειών και συνδέει τα παρακάτω μεγέθη:

1) Τις ακτίνες καμπυλότητας R_1 και R_2 των σφαιρικών επιφανειών.

2) Τον δείκτη διάθλασης του φακού n .

3) Την εστιακή απόσταση f .

Σύμφωνα με την εξίσωση, τα παραπάνω μεγέθη συνδέονται ως εξής:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Οι ακτίνες καμπυλότητας R_1, R_2 λαμβάνονται με πρόσημο (+) για κυρτές επιφάνειες και με πρόσημο (-) για κοίλες επιφάνειες. Αν στην παραπάνω εξίσωση προκύπτει αρνητικό f , σημαίνει ότι έχουμε αποκλίνοντα φακό, ενώ όταν προκύπτει θετικό f , σημαίνει ότι έχουμε συγκλίνοντα φακό.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Σε απόσταση $s = 30 \text{ cm}$ από συγκλίνοντα φακό εστιακής απόστασης $f = 10 \text{ cm}$ τοποθετείται αντικείμενο ύψους $h = 5 \text{ cm}$.
 - Ποια η εγκάρσια μεγέθυνση του αντικειμένου.
 - Να υπολογιστεί το ύψος και η απόσταση του πραγματικού ειδώλου.
- Ερευνητής, προκειμένου να μετρήσει την εστιακή απόσταση φακού, τοποθετεί μια ράβδο ύψους $H = 2 \text{ cm}$ σε απόσταση 25 cm από το κέντρο του φακού και λαμβάνει πραγματικό είδωλο αντεστραμμένο, ύψους 6 cm . Μπορείτε να τον βοηθήσετε στον υπολογισμό της εστιακής απόστασης του φακού, στον υπολογισμό της θέσης του ειδώλου και στον προσδιορισμό του είδους του φακού;

Αν το είδωλο ήταν φανταστικό, ορθό, από την ίδια πλευρά με το αντικείμενο, και μικρότερο κατά 1 cm από το αντικείμενο, τι συμπεράσματα προκύπτουν σχετικά με το είδος του φακού και την εστιακή απόσταση; Να σχεδιάσετε τα κατάλληλα σχήματα.
- Σε απόσταση $s = 20 \text{ cm}$ απ' το κέντρο συγκλίνοντος φακού εστιακής απόστασης $f = 40 \text{ cm}$ τοποθετείται αντικείμενο ύψους $H = 10 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη μεγέθυνση του φακού, το ύψος και τη θέση του ειδώλου, αφού το χαρακτηρίσετε πραγματικό ή φανταστικό και να σχεδιάσετε τα κατάλληλα σχήματα.
- Φακός είναι κατασκευασμένος από διαφανές υλικό με δείκτη διάθλασης $n = 1,25$. Να υπολογιστεί η εστιακή του απόσταση και να χαρακτηριστεί ως συγκλίνων ή αποκλίνων σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις, όπου οι ακτίνες καμπυλότητας είναι:
 - $R_1 = 5 \text{ cm}, R_2 = 5 \text{ cm}$

$$\beta) R_1 = -5 \text{ cm}, R_2 = -5 \text{ cm}$$

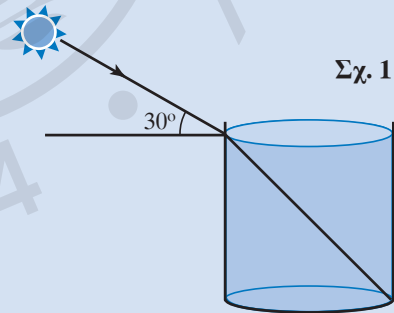
$$\gamma) R_1 = -5 \text{ cm}, R_2 = 10 \text{ cm}$$

$$\delta) R_1 = 5 \text{ cm}, R_2 = -10 \text{ cm}$$

$$\epsilon) R_1 = 5 \text{ cm}, R_2 = 10 \text{ cm}$$

Προσπαθήστε να σχεδιάσετε κάθε φορά τον φακό.

- Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει κάθετα σε γυάλινη πλάκα πάχους $0,2 \text{ m}$. Αν ο δείκτης διάθλασης είναι $n = 1,9$, να υπολογιστεί η χρονική καθυστέρηση του φωτός λόγω της διελεύσεώς του απ' την πλάκα.
- Μονοχρωματικό φως προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια υγρού με δείκτη διάθλασης $n = \sqrt{3}$. Αν η γωνία πρόσπτωσης είναι $\theta_a = 30^\circ$, να υπολογιστεί η γωνία διάθλασης:
 - Όταν η ακτίνα διαδίδεται απ' το υγρό στον αέρα.
 - Όταν η διάδοση γίνεται από τον αέρα στο υγρό.
- Κυλινδρική δεξαμενή με διάμετρο 4 m , όταν είναι γεμάτη με νερό, προκειμένου το φως να αρχίζει να φωτίζει τον πυθμένα της, πρέπει ο Ήλιος να σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία μεγαλύτερη από 30° (σχ. 1). Δίνεται ο δείκτης διάθλασης του νερού $n = 1,35$. Ποιο είναι το βάθος της δεξαμενής;



ΓΛΩΣΣΑΡΙΟ ΕΛΛΗΝΟΑΓΓΛΙΚΩΝ ΟΡΩΝ

A

Αγωγιμότητα	Conductivity	Ανιόν	Anion
Αγωγός	Conductor	Άνοδος	Anode
Αδιαβατική μεταβολή	Adiabatic process	Ανομοιογενές πεδίο	Inhomogeneous field
Αδιαφανές υλικό	Opaque material	Ανομοιογενές	Inhomogeneous
Αδράνεια	Inertia	Ανόρθωση	Rectification
Αδρανειακή μάζα	Inertial mass	Ανορθωτής	Rectifier
Αεραγωγός	Air pipe	Αντιηλεκτρεγερτική δύναμη	Back electromotive force
Αεραντλία καταθλιπτική	Air displacement pump	Αντικατοπτρισμός	Mirage
Άεργος (αβατική) ισχύς	Reactive power	Αντιμόνιο	Antimony
Αέρια φάση	Air state	Αντίρροπος	Counter
Αέριο	Gas	Αντιστάσεις παθητικές	Passive resistors
Αεροδυναμική	Aerodynamic	Αντιστάσεις ωφέλιμες	Resistive benefits
Αερόσφουρα	Air drill	Αντίσταση αέρα	Air resistance
Αιθανόλη	Ethanol	Αντίσταση γραμμική	Linear resistance
Άκαμπτα σώματα	Rigid bodies	Αντίσταση τριβής	Friction drag
Ακανόνιστα σώματα	Irregular bodies	Αντιστάτης	Resistor
Ακέραιος αριθμός	Integer	Αντιστρεπτή μεταβολή	Reversible change
Ακουστότητα ήχου	Audio audibility	Αντλία αεροπιεστική	Lift pump
Ακροδέκτης	Terminal	Αντλία πίεσης	Pressure pump
Ακροφύσιο	Adjutage ή Flow nozzle	Άνοση δυναμική	Potential buoyancy
Ακτίνα αναδύομενη	Emergent ray	Άνοση	Buoyancy
Ακτίνα ανακλώμενη	Reflected ray	Αξίωμα	Axiom
Ακτίνα διαθλώμενη	Refracted ray	Άξονας κεντροβαρικός	Centroidal axis
Ακτίνα επιβατική	Passenger radius	Άξονας κύριος	Principal axis
Ακτίνα καμπυλότητας	Radius of curvature	Άξονας ουδέτερος	Neutral axis
Ακτίνα προσπίπτουσα	Incident ray	Άξονας	Axis
Ακτίνα φωτός	Light ray	Άξονες συντεταγμένων	Coordinate axes
Ακτίνα	Radius	Απλές μηχανές	Simple machines
Ακτίνες γ	Gamma rays	Απλός αρμονικός ταλαντωτής	Simple harmonic oscillator
Ακτίνες X	X rays	Αποκλίνουσα δέση φωτός	Diverging light beam
Ακτινικός	Radial	Απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού	Permittivity constant of free space
Ακτινοβολία	Radiation	Απόλυτη θερμοκρασία	Absolute temperature
Αλεξικέραυνο	Lightning rod	Απόλυτη υγρασία	Absolute humidity
Αλουμίνιο	Aluminium	Απόλυτο μηδέν	Absolute zero
Αμετάβλητος	Invariable	Απομονωμένο σύστημα	Isolated system
Αμοιβαία επαγωγή	Mutual induction	Αποπνικτικά πηνία	Suction coils
Αμπερόμετρο	Ammeter	Απόσβεση	Depreciation
Αμπερώριο	Ampere hour	Απώλειες ενέργειας	Energy losses
Ανάκλαση	Reflection	Απώλειες τριβής	Friction losses
Αναλογία	Analogy	Άπωση	Repulsion
Ανάλυση	Analysis	Αραιώματα	Expansions
Αναστροφή φάσης	Phase inversion	Αριθμητικός μέσος	Arithmetic mean
Αναφλεκτήρας (μπουζί)	Spark plug	Αρνητικός	Negative
Ανελαστικός	Inelastic	Άρρητος	Irrational
Άνθρακας	Coal	Άρτεσιανό φρέατο	Artesian well

Αρχή ανεξαρτησίας κίνησης	Principle of independence of movement	Γραμμική ορμή	Linear momentum
Αρχή Αρχιμήδη	Archimedes' principle or The law of buoyancy	Γυάλινη λυχνία	Glass tube
Αρχή ελαχίστου χρόνου	Principle of least time	Γωνία αμβλεία	Obtuse angle
Αρχή συγχοινωνούντων δοχείων	Principle of the communicating tanks	Γωνία ανάκλασης	Angle of reflection
Αρχή του Fermat	Fermat's principle	Γωνία διάθλασης	Angle of refraction
Αρχική φάση	Initial phase	Γωνία διάτμησης	Shear angle
Ασυμπίεστο	Incompressible	Γωνία εκτροπής	Deflection angle
Ασφάλεια (ηλεκτρισμός)	Fuse	Γωνία οξεία	Acute angle
Ατμός	Steam	Γωνία ορθή	Right (or straight) angle
Ατμοστρόβιλος	Turbine	Γωνία πλήρης	Round angle
Ατμοσφαιρική πίεση	Atmospheric pressure	Γωνία πρόσπτωσης	Angle of incidence
Άτομο	Atom	Γωνία στροφής	Angle of twist
Αύξηση τάσης	Step up	Γωνία στρέψης	Torsion angle
Αυτεπαγωγή	Self inductance	Γωνιακά μεγέθη	Angular quantities
		Γωνιακή μετατόπιση	Angular displacement
		Γωνιακή ταχύτητα μέση	Average angular velocity
		Γωνιακή ταχύτητα στιγμιαία	Instant angular velocity
		Γωνιακή ώθηση	Angular impulse
		Γωνίες κατακορυφών	Opposite angles
		Γωνίες παραπληρωματικές	Supplementary angles
		Γωνίες συμπληρωματικές	Complementary angles
B		Δ	
Βαθμίδα υγρασίας	Humidity gradient	Δακτυλιοειδές πηνίο	Ring coil
Βαλλιστικό εκκρεμές	Ballistic pendulum	Δακτύλιοι επαφής	Contact rings
Βαρογράφος	Barograph	Δακτύλιος	Ring
Βαρομετρική πίεση	Barometric pressure	Δείκτης διάθλασης	Refraction pointer
Βαρόμετρο	Barometer	Δείκτης	Pointer
Βαρύτητα	Gravity	Δεκαδικός αριθμός	Decimal number
Βαρυτική αλληλεπίδραση	Gravitational interaction	Δεξαμενή θερμοότητας	Heat tank
Βαττόμετρο	Wattmeter	Δεξιόστροφος κοχλίας	Right turning screw
Βατώριο	Watt hour	Δευτερεύον κύκλωμα	Secondary circuit
Βελιγνεκές	Range	Δευτερεύον πηνίο	Secondary coil
Βέλος κάμψης	Arrow of deflection	Διάγραμμα	Diagram
Βενζόλιο	Benzolium	Διάθλαση	Refraction
Βεντουρίμετρο	Venturi tube ή Venturi meter	Διαιρέτες (τάσης)	Shunts
Βηρύλλιο	Berilium	Διακόπτης αναστροφής	Reversing switch
Βιομηχανικά ηλεκτρομαγνητικά κύματα	Industrial electromagnetic waves	Διάμεσος	Midline
Βλήμα	Projectile	Διάμετρος	Diameter
Βολή επισκηπτική	Tactile shot	Διαμοριακές δυνάμεις	Intermolecular forces
Βολή ευθύφορη	Straight line shot	Διανομή	Distribution
Βολή κατακόρυφη	Vertical shot	Διάνυσμα θέσης	Position vector
Βολή πλάγια	Lateral shot	Διάνυσμα	Vector
Βολτόμετρο	Voltmeter	Διασκεδασμός	Scattering
Βόρειος μαγνητικός πόλος	North magnetic pole	Διάσταση	Dimension
Βόριο	Boron	Διάστημα (απόσταση)	Distance
Βραχυκύκλωμα	Short circuit	Διαστολή νερού	Dilation of the water
Βρόχος	Loop	Διατήρηση ενέργειας	Conservation of energy
		Διατήρηση μάζας	Conservation of mass
		Διατήρηση στροφορμής	Conservation of angular momentum
Γ			
Γάλλιο	Gallium	Διάτμηση	Shear
Γείωση	Grounding	Διατμητικές δυνάμεις	Shear forces
Γεννήτρια συνεχούς ρεύματος	Generator direct current	Διατοιχισμός πλοίου	Ship roll damping
Γεννήτρια	Generator or dynamo	Διατομή	Cross section
Γερμάνιο	Germanium		
Γλυκερίνη	Glycerine		
Γραμμικά μεγέθη	Linear quantities		
Γραμμική διαστολή	Linear dilation		

Διαφανές υλικό	Transparent material	Ελεύθερη πτώση	Free fall
Διαφορά δυναμικού	Potential difference	Ελκτική δύναμη	Attractive force
Διαφορά φάσης	Phase difference	Έλξη	Attraction
Διάχυση	Diffusion	Εμβαδόν	Area
Διεγείρουσα δύναμη	Exciting force	Εμπέδηση	Impedence
Διεγέρτης	Stimulant	Εμπόδιο	Obstacle
Διεύθυνση διανύσματος	Vector direction	Εναλλάκτης	Alternator
Διηλεκτρική αντοχή μονωτή	Dielectric stress of insulator	Εναλλασσόμενο ρεύμα	Alternating current
Διηλεκτρική σταθερά	Dielectric constant	Ενέργεια δυναμική	Potential energy
Διμεταλλικό έλασμα	Bimetallic strip	Ενέργεια θερμική	Thermal energy
Δινορρεύματα	Dinocurrent	Ενέργεια κινητική	Kinetic energy
Διχοτόμος	Bisector	Ενέργεια μηχανική ολική	Total mechanical energy
Δοκιμαστικό φορτίο	Testing charge	Ενέργεια μηχανική	Mechanical energy
Δοκός διατομής I	I-Beam	Ενέργεια πηνείου	Coil energy
Δοκός αμφιέριστη	Simple beam	Ενέργεια πυκνωτή	Capacitor energy
Δοκός πακτωμένη	Beam clamped	Ενέργεια χημική	Chemical energy
Δοκός πρόβολος	Beam cantilever	Ενεργό ρεύμα	Active current
Δοκός συνεχής	Continuous beam	Ενεργό υλικό	Active material
Δότης	Donor	Ενεργός ισχύς	Active power
Δράση -αντίδραση	Action -reaction	Ενεργός τιμή	Active value
Δρόσος	Dew	Ενισχυτές	Amplifiers
Δυνάμεις από απόσταση	Distant forces	Ένταση ήχου	Sound volume
Δυνάμεις επαφής	Contact forces	Ένταση πεδίου	Field intensity
Δυνάμεις ξώδους	Viscous forces	Εξαεριστήρας πλοίου	Exhaust pipe
Δυνάμεων πεδίο	Force field	Εξάτμηση	Evaporation
Δύναμη απόσβεσης	Damping force	Εξάχνωση	Sublimation
Δύναμη βαρυτική	Gravitational force	Εξίσωση Bernoulli	Bernoulli's equation
Δύναμη επαναφοράς	Reset force	Εξίσωση Poiseuille	Poiseuille's equation
Δύναμη μεταβλητή	Variable force	Εξίσωση κίνησης	Equation of motion
Δύναμη προς τα πάνω	Upward force	Εξίσωση συνέχειας	Continuity equation
Δύναμη σταθερή	Constant force	Επαγωγέας	Inductor
Δύναμη συντηρητική	Conservative force	Επαγωγικό ρεύμα	Inductional current
Δυναμική γραμμή	Electric field line	Επαγωγίμο	Inductive
Δυναμική ενέργεια εξωτερική	External potential energy	Επιμήκυνση	Elongation
Δυναμική	Dynamic	Επίπεδος πυκνωτής	Flat Capacitor
Δυναμικό πεδίου	Potential of the field	Επιτάχυνση βαρυτική	Gravitational acceleration
		Επιτάχυνση γωνιακή	Angular acceleration
		Επιτάχυνση επιτροχία	Tangential acceleration
		Επιτάχυνση κεντρομόλος	Centrifugal acceleration
		Επιτάχυνση μέση	Average acceleration
		Επιτάχυνση στιγμιαία	Instant acceleration
		Επιτάχυνση φυγόκεντρο	Centrifugal acceleration
		Επιφάνεια λεία	Frictionless surface
		Επιφάνεια οριζόντια	Horizontal surface
		Επιφανειακή πυκνότητα	Surface density
		Επιφανειακή τάση	Surface tension
		Εργάτης	Capstan engine
		Έργο ανθιστάμενο	Work rebellious
		Έργο κινητήριο	Generated / produced work
		Έργο ολικό	Total work
		Έργο ωφέλιμο	Useful work
		Έργο	Work
		Εστία	Focus
		Εστιακό μήκος	Focal length
		Εστιακό σημείο	Focal point
		Εσωτερική αντίσταση	Internal resistance

E

Εγκάρσια τομή	Cross section
Ειδική αντίσταση	Specific resistance
Ειδική θερμοχωρητικότητα υλικού	Specific material heat capacity
Ειδικό βάρος	Specific weight
Είδωλο αντεστραμμένο	Inverted image
Είδωλο όρθιο	Normal image
Είδωλο πραγματικό	Real image
Είδωλο φανταστικό	Virtual image
Εκκρεμές	Pendulum
Εκφόρτιση πυκνωτή	Discharge of capacitor
Ελαστικό	Elastic
Ελαστικότητα	Elasticity
Ελατήριο	Spring
Ελεύθερα ηλεκτρόνια	Free electrons
Ελεύθερη εκτόνωση	Free expansion
Ελεύθερη επιφάνεια υγρού	Free surface

Εσωτερική ενέργεια	Internal energy	Θερμικές τάσεις	Thermal tensions
Εσωτερική τριβή	Internal friction	Θερμική αγωγιμότητα	Thermal conductivity
Ετερόνυμα κλάσματα	Dissimilar fractions	Θερμική αντίσταση	Thermal resistance
Ετερόνυμα φορτία	Unlike charges	Θερμική διαστολή	Thermal expansion
Ευθύγραμμο σωληνοειδές	Linear solenoid	Θερμική ενέργεια	Thermal energy
Εύκαμπτη σωλήνα	Hose	Θερμική ισορροπία	Thermal equilibrium
Ευστάθεια	Stability	Θερμική μηχανή	Thermal engine
Εφαπτομένη	Tangent	Θερμικό αποτέλεσμα	Thermal effect
Εφελκυσμός	Drawing	Θερμικό ρεύμα	Thermal current
Z		Θερμό ρευστό	Hot fluid
Ζεύγος δυνάμεων	Coupling forces	Θερμοδυναμικές μεταβλητές	Thermodynamic variables
Ζεύξη	Coupling	Θερμοδυναμική θερμοκρασία	Thermodynamic temperature
Ζιρκόνιο	Zirconium	Θερμοδυναμική ισορροπία	Thermodynamic equilibrium
H		Θερμοκρασία βρασμού	Boiling temperature
Ηλεκτροσόκ	Electric shock	Θερμοκρασία πήξης	Coagulation temperature
Ηλεκτροεγερτική δύναμη	Electromotive force	Θερμόμετρο αντίστασης	Resistance thermometer
Ηλεκτρική εκκένωση	Electric discharge	Θερμόμετρο με διμεταλλικό έλασμα	Bimetallic thermometer
Ηλεκτρική ενέργεια	Electric energy	Θερμόμετρο υγρού	Liquid thermometer
Ηλεκτρικό ισοδύναμο θερμότητας	Heat electrical equivalent	Θερμόμετρο	Thermometer
Ηλεκτρικό πεδίο	Electric field	Θερμότητα βρασμού	Heat of boiling
Ηλεκτρικό ρεύμα	Electric current	Θερμότητα ειδική	Specific heat
Ηλεκτρικό φαινόμενο	Electric phenomenon	Θερμότητα εξαέρωσης	Heat of ventilation
Ηλεκτρικό φορτίο	Electric charge	Θερμότητα τήξης	Heat of melting
Ηλεκτρικός σπινθήρας	Electric spark	Θερμοχωρητικότητα γραμμομοριακή	Molecular heat capacity
Ηλεκτρόδιο	Electrode	Θερμοχωρητικότητα	Heat capacity
Ηλεκτροκινητήρας με κλωβό	Squirrel cage	Θετικός	Positive
Ηλεκτρόλυση	Electrolysis	Θεώρημα έργου –ενέργειας	Work –energy theorem
Ηλεκτρομαγνήτης	Electromagnet	Θλίψη	Compression
Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή	Electromagnetic inductance	Θραύση	Rupture
Ηλεκτρομαγνητικό κύμα	Electromagnetic wave	I	
Ηλεκτρόνιο	Electron	Ιδανικά αέρια	Ideal gases
Ηλεκτρονιοβόλτ	Electron volt	Ιδανικό θερμαντικό σώμα	Ideal heater
Ηλεκτροστατικός	Electrostatic	Ιδανικό κάτοπτρο	Ideal mirror
Ηλιακή ακτινοβολία	Solar radiation	Ιδιοσυχνότητα	Natural frequency
Ήλιο	Helium	Ίνα	Fiber
Ημιαγωγός	Semiconductor	Ίξώδες	Viscosity
Ημιδιαφανές υλικό	Translucent material	Ίξώδους συντελεστής	Coefficient of viscosity
Ημικύκλιο	Semicircle	Ιονισμός	Ionizing
Ήχος	Sound	Ιόντα	Ions
+		Ισημερινός	Equator
Θεμελιώδη φυσικά μεγέθη	Fundamental physical quantities	Ισοβαρής μεταβολή	Isobaric process
Θεμελιώδης εξίσωση στροφοκίνησης	Fundamental equation of circular motion	Ισοδυναμική γραμμή	Equipotential line
Θεμελιώδης νόμος υδροστατικής	Fundamental law of hydrostatic	Ισοδυναμική επιφάνεια	Equipotential surface
Θεμελιώδης νόμος μηχανικής	Fundamental law of mechanic	Ισόθερμη μεταβολή	Isothermal process
Θεμελιώδης νόμος στροφοκίνησης	Fundamental law of rotational motion	Ισορροπία αδιάφορη	Neutral equilibrium
Θερμίδα	Caloric	Ισορροπία ασταθής	Unstable equilibrium
Θερμιδόμετρο	Calorimeter	Ισορροπία ευσταθής	Stable equilibrium
		Ισορροπία μεταφορική	Translational equilibrium
		Ισορροπία στροφοκίνησης	Rotational equilibrium
		Ισότοπο	Isotop
		Ισόχωρη μεταβολή	Isohoric process
		Ισχύς εισόδου	Power input

Ισχύς εξόδου	Power output	Κίνηση περιοδική	Periodic motion
Ισχύς κύματος	Wave power	Κίνηση σχετική	Relative motion
Ισχύς μέγιστη	Maximum power	Κινητήριος άξονας	Drive axis
Ισχύς μέση	Average power	Κινητό πηνίο	Movable coil
Ισχύς ονομαστική	Rated power	Κινούμενος άξονας	Moving axis
Ισχύς σε ίππους	Horse power	Κλάδος	Branch
Ισχύς στιγμιαία	Instantaneous power	Κλίμακα Fahrenheit	Fahrenheit scale
K		Κλίμακα Kelvin	Kelvin (or absolute) scale
Κάθετος	Perpendicular	Κλωβός Faraday	Faraday's cage
Κάθοδος	Cathode	Κλωβός	Cage
Καλώδιο	Cord	Κόμβος	Node
Καμπύλη εξαέρωσης	Venting curve	Κορεσμένοι ατμοί	Saturated vapors
Καμπύλη εξάχνωσης	Sublimation curve	Κορεσμένος αέρας	Saturated air
Καμπύλη πήξης	Coagulation curve	Κουρδιστό ρολόι	Twisted clock
Καμπύλη τήξης	Melting curve	Κοχλίας (γρύλλος)	Jackscrew
Καμπύλη	Curve	Κοχλίας του Αρχιμήδη	Archimedean screw
Κάμψη	Bending	Κρίσιμο σημείο	Critical point
Κανόνας του Lenz	Lenz's law	Κρίσιμος αριθμός Reynolds	Critical Reynolds number
Κανονικές συνθήκες	Normal conditions	Κρούσεις ανελαστικές	Inelastic collisions
Κατακόρυφη απόκλιση	Vertical deviation	Κρούσεις ελαστικές	Elastic collisions
Κατακόρυφος	Vertical	Κυκλική ιδιοσυχνότητα	Circular natural frequency
Κατανάλωση	Consumption	Κυκλική μεταβολή	Cyclical change
Καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων	Constitutive equation of ideal gases	Κυκλικός δίσκος	Circular disk
Κατιόν (ή θετικό ιόν)	Cation (positive ion)	Κύκλος Carnot	Carnot's circle
Κάτοπτρο παραβολικό	Parabolic mirror	Κύκλωμα Thomson	Thomson circuit
Κάτοπτρο σφαιρικό	Spherical mirror	Κύκλωμα αποθηκευτικό	Tank circuit
Κάτοπτρο	Mirror	Κύλινδρος	Cylinder
Κατώφλι ακουστότητας	Acoustic threshold	Κύμα διαμήκες	Longitudinal wave
Κεκλιμένο επίπεδο	Inclined plane	Κύμα εγκάρσιο	Transverse wave
Κενό	Vacuum	Κύματα βραχέα	Short waves
Κεντρική τιμή ταχύτητας	Central velocity	Κύματα εδάφους	Ground waves
Κεντρικοί άξονες αδράνειας	Main central axes of inertia	Κύματα μακριά	Long waves
Κέντρο άνωσης	Center of buoyancy	Κύματα μεσαία	Medium waves
Κέντρο βάρους	Center of gravity	Κύματα υπερβραχέα	Supershort waves
Κέντρο μάζας	Center of mass	Κύματα υπέρμακρα	Extreme waves
Κέντρο πίεσης	Center of pressure	Κύματα χώρου (ή ιονοσφαιρικά)	Waves of space (Ionospheric waves)
Κεντρομόλος δύναμη	Centripetal force	Κύματος γεννήτρια	Wave generator
Κεραία	Antenna	Κωνικό εκκρεμές	Conical pendulum
Κεραμικά υλικά	Ceramic materials	Κώνος	Cone
Κέρδος ισχύος	Power gain	Λ	
Κίνηση απόλυτη	Absolute motion	Λάμπες πυράκτωσης	Incandescent lamps
Κίνηση ευθύγραμμη	Motion in a straight line	Λείο	Frictionless
Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη	Motion under constant acceleration in a straight line	Λεπτό σύρμα βολφραμίου	Fine wire tungsten
Κίνηση ευθύγραμμη ομαλή	Uniform motion in a straight line	Λήπτης	Acceptor
Κίνηση καμπυλόγραμμη	Motion in a circular line	Λόγος μετασχηματισμού	Ratio transform
Κίνηση κυκλική ομαλά μεταβαλλόμενη	Motion under constant acceleration in a circle line	Λόγος παροχών	Flow ratio
Κίνηση κυκλική	Circular motion	Λυγισμός	Bending
Κίνηση μεταβαλλόμενη	Changing motion	M	
Κίνηση ομαλή κυκλική	Uniform circular motion	Μαγνητική διαπερατότητα κενού	Vacuum's magnetic permeability
		Μαγνητική αντίσταση	Reluctance
		Μαγνητική απόκλιση	Magnetic lateral deviation

Μαγνητική έγκλιση	Magnetic inclination	N	Ναφθαλίνη	Naphtalene
Μαγνητική επαγωγή	Magnetic induction		Νετρόνιο	Neutron
Μαγνητική ροή	Magnetic flux		Νήμα βολφραμίου	Tungsten wire
Μαγνητική ροπή	Magnetic moment		Νήμα ή σπάγγος	String
Μαγνητικό δίπολο	Magnetic dipole		Νόμος Boyle –Mariotte	Boyle –Mariotte’s law
Μαγνητικό πεδίο	Magnetic field		Νόμος Charles	Charles’s law
Μαγνητισμός	Magnetism		Νόμος Gay –Lussac	Gay –Lussac’s law
Μάζα	Mass		Νόμος Hooke	Hooke’s law
Μακροσκοπική	Macroscopic		Νόμος Stefan –Boltzmann	Stefan –Boltzmann’s law
Μαλακός σίδηρος	Mild iron		Νόμος Stokes	Stokes’s law
Μανόμετρο ανοικτού σωλήνα	Open tube manometer		Νόμος επαγωγής	Inductance law
Μεγεθυντικός φακός	Magnifying glass		Νόμος παγκόσμιας έλξης	Newton’s law of gravity
Μέγιστη αντοχή	Ultimate strength		Νόμος του Poiseuille	Poiseuille’s law
Μεθανόλη	Methanol		Νόμος του Snell	Snell’s law
Μέθοδος διπλής ανάρτησης	Double suspension method		Νότιος μαγνητικός πόλος	South magnetic pole
Μέλαν σώμα	Black body	O	Όγκος	Volume
Μέση ισχύς	Average power		Όδοντωτός τροχός	Gear
Μετασχηματιστής υψηλής τάσης	High voltage transformer		Ολοκλήρωμα	Integral
Μεταβλητός πυκνωτής	Variable capacitor		Ομαλή περιστροφή	Uniform rotation
Μετάκεντρο	Metacenter		Ομογενές πεδίο	Homogeneous field
Μετατόπιση απόλυτη	Absolute displacement		Ομογενές	Homogeneous
Μετατόπιση σχετική	Relative displacement		Ομόρροπες	Cohesive
Μετατόπιση	Displacement		Ομώνυμα φορτία	Like charges
Μέτρο Young	Young’s modulus		Οπλισμός πυκνωτή	Armature of the capacitor
Μέτρο διανύσματος	Magnitude of vector		Οπτική ίνα	Optical fiber
Μέτρο διάτμησης	Shear magnitude		Οπτικό κέντρο	Optical centre
Μέτρο ελαστικότητας	Elasticity magnitude		Οπτικός άξονας	Optical axis
Μηδενικό διάνυσμα	Zero vector		Ορατό φως	Visible light
Μήκος κύματος	Wave length		Ορείχαλκος	Bronze
Μήκος	Length		Ορθογώνιο	Rectangle
Μηνίσκος αρνητικός	Negative meniscus		Οριακή (ή) κρίσιμη γωνία	Critical angle
Μηνίσκος θετικός	Positive meniscus		Οριζόντια σωλήνα	Horizontal pipe
Μηχανές κινητήρες ή κινητήρες	Engines or motors		Οριζόντιο	Horizontal
Μηχανική ρευστών	Fluid mechanics		Όριο αναλογίας	Limit of proportionality
Μηχανικό ανάλογο	Engine statement		Όριο αντοχής	Peak (or yield) limit
Μηχανικό πλεονέκτημα	Mechanical advantage		Όριο ελαστικότητας	Elastic limit
Μίκα	Mica		Ορμή	Momentun
Μικροκύματα	Microwaves		Ουδέτερος αγωγός	Neutral conductor
Μικροσκοπική	Microscopic	Π	Παγκόσμια βαρυτική σταθερά	Universal gravitational constant
Μόλυβδος	Lead		Παλμογράφος	Oscilloscope
Μοναδιαίο διάνυσμα	Unit vector		Παραβολή	Parabola
Μονοφασικό ρεύμα	Single phase alternating current		Παράγοντας	Factor
Μονοφασικός εναλλακτήρας	Single phase alternator		Παραλληλόγραμμο	Parallelogram
Μονοφασικός κινητήρας	Single phase motor		Παραμόρφωση ελατηρίου	Spring deformation
Μονοχρωματικό φως	Monochromatic light		Παραμόρφωση επίπεδη	Plane deformation
Μονωμένο σύστημα	Isolated system		Παραμόρφωση εφελκυσμού	Tension deformation
Μονωτήρας	Insulator		Παραμόρφωση στρέψης	Twisting deformation
Μονωτικά υλικά	Insulating materials		Παραμόρφωση	Distortion
Μόριο	Molecule		Παρασσιά	Penumbra
Μοχλός	Lever			
Μπαρικό σημείο τήξης	Barrel melting point			
Μπαταρία	Battery			

Παροχή	Flow rate	Πυκνώματα	Compressions
Πεδίο δύναμης	Field of force	Πυκνωτής βοηθητικός	Trimmer capacitor
Πεδίο ροής	Flow field	Πυκνωτής ηλεκτρολυτικός	Electrolytic capacitor
Περίθλαση	Diffraction	Πυκνωτής σφαιρικός	Spherical capacitor
Περίμετρος	Perimeter	Πυκνωτής χάρτου	Paper capacitor
Περίοδος	Period	Πύλη	Gate
Πηγή πεδίου	Source of the field	Πυρήνας	Nucleus
Πηγή	Source	Πυρίτιο	Silicon
Πηλίκο	Quotient		
Πηνίο διέγερσης	Trickle coil	P	
Πηνίο	Coil	Ράβδος	Rod ή bar
Πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο	Piezoelectric effect	Ραδιοκύματα	Radio waves
Πίεση ατμοσφαιρική	Atmospheric pressure	Ρεοστάτης κινητήρα	Motor starter
Πίεση δυναμική	Dynamic pressure	Ρευματική γραμμή	Stream line
Πίεση κορεσμένων ατμών	Saturated vapor pressure	Ρευστά πραγματικά	Real fluids
Πίεση ολική	Total pressure	Ρευστά τέλεια	Ideal fluids
Πίεση ρευστού	Fluid pressure	Ρευστό ασυμπίεστο	Incompressible flow
Πίεση στατική	Static pressure	Ρητός αριθμός	Rational number
Πίεση υψομετρική	Elevational pressure	Ροή ακτινική	Radial flow
Πιεστήριο υδραυλικό	Hydraulic press	Ροή ανομοιόμορφη	Non –uniform flow
Πιστόνι	Piston	Ροή ημιμόνιμη	Transitional flow
Πλαστική περιοχή	Plastic range	Ροή μεταβαλλόμενη	Varied flow
Πλάτος συντονισμού	Resonance amplitude	Ροή μη μόνιμη	Unsteady flow
Πλάτος ταλάντωσης	Amplitude	Ροή μόνιμη (στρωτή)	Steady (or laminar) flow
Πλεόνασμα	Surplus	Ροή ομοιόμορφη	Uniform flow
Πλευρά γωνίας	Arm	Ροή σταθερή	Constant flow
Πλωτή δεξαμενή	Floating tank	Ροή τυρβώδης (ή μη μόνιμη)	Turbulent flow
Πολική τάση	Source voltage	Ρόμβος	Rhomb
Πολικότητα πηγής	Source's polarity	Ροοστάτης	Rheostat
Πολλαπλασιασμός	Production	Ροπή αδράνειας	Mass moment of inertia or moment of momentum
Πολύσπαστο	Block and tackle	Ροπή ανατροπής	Overturning moment (or torque)
Πολυφασικός	Polyphase	Ροπή ανθιστάμενη	Resisting moment (or torque)
Πολωμένος πυκνωτής	Polarized capacitor	Ροπή ελατηρίου	Spring momentum
Ποσοδείκτης	Quantifier	Ροπή κάμψης	Bending moment (or torque)
Ποτενσιόμετρο	Potentiometer	Ροπή κατευθύνουσα	Directive moment (or torque)
Πρίσμα ισοσκελές	Isosceles prism	Ρότορας	Rotor
Πρίσμα ολικής ανάκλασης	Total reflection prism	Ρυθμιστής του Watt	Watt's regulator
Πρίσμα ορθογώνιο	Rectangle prism	Ρυθμός εκπομπής ενέργειας	Rate of energy emission
Πρίσμα τριγωνικό	Triangular prism		
Πρίσμα	Prism	Σ	
Προβολή	Projection	Σελήνιο	Selenium
Πρόσημο	Sign	Σημείο ανακοπής	Stagnation point
Προώθηση	Propulsion	Σημείο ατμού	Steam point
Πρωτεύον κύκλωμα	Primary circuit	Σημείο δρόσου	Dew point
Πρωτεύον πηνίο	Primary coil	Σημείο επαφής	Point contact
Πρωτόνιο	Proton	Σημείο κορεσμού	Saturation point
Πρώτος θερμοδυναμικός νόμος	First thermodynamic law	Σημείο πήξης	Ice point
Πτητικές ουσίες	Volatile substances	Σημείο σταθερό	Bench mark
Πτώση τάσης	Voltage drop	Σημείο τήξης	Melting point
Πυκνόμετρο αέρα	Air densitometer	Σθένος	Valence
Πυκνότητα ρεύματος	Current density	Σίφωνας	Siphon
Πυκνότητα σχετική	Relative density	Σιφόνιο	Pipette
Πυκνότητα φορτίου	Charge density	Σκιά αντικειμένου	Oblect shadow (or umbra)
Πυκνότητα	Density		

Σπηλαίωση	Cavitation	Συντελεστής ισχύος	Coefficient of power
Σπινθηρισμός	Scintillation	Συντελεστής στατικής τριβής	Coefficient of static friction
Σταθερά Stefan –Boltzmann	Stefan –Boltzmann’s constant	Συντελεστής τριβής ολίσθησης	Coefficient of slide friction
Σταθερά απόσβεσης	Damping constant	Συντονισμός	Resonance
Σταθερά επαναφοράς	Reset constant	Σύρμα στήριξης	Supporting wire
Σταθερά συστροφής	Torsion constant	Συσσωμάτωμα	Aggregate
Σταθερά της δύναμης	Force constant	Συσσωρευτής	Accumulator
Σταθερά	Constant	Σύστημα μονάδων	System of units
Σταθερή επαφή	Fixed contact	Σύστημα μοχλών	Lever system
Σταθερό πηνίο	Fixed coil	Σύστημα συντεταγμένων	Coordinate system
Στάσιμο κύμα	Standing wave	Σύστημα σωλήνων	Pipe system
Στάτορας	Stator	Σύστημα σωματιδίων	System of particles
Στερεά φάση	Solid state	Συχνότητα συντονισμού	Resonant frequency
Στερεό ιώδιο	Solid iodine	Συχνότητα	Frequency
Στερεό	Solid	Σφαίρα	Sphere
Στοιχειώδης ηλεκτροκινητήρας	Basic electromotor	Σφαιρική εκκένωση	Spherical aberration
Στρέβλωση	Distortion	Σφόνδυλος	Flywheel
Στρέψη	Turning or twisting	Σχέση μετάδοσης	Transmission ratio
Στροβίλος (δίνη)	Vortex	Σχετική διηλεκτρική σταθερά	Relative dielectric constant
Στροφική κίνηση	Rolling resistance	Σχετική μαγνητική διαπερατότητα	Relative magnetic permeability
Στροφορμή	Angular momentum or moment of momentum	Σχετική ταχύτητα υγρού	Relative velocity of the fluid
Συγκλίνουσα δέση φωτός	Converging beam of light	Σχετική υγρασία	Relative humidity
Συγκόλληση	Soldering	Σωλήνας Pitot	Pitot’s tube
Σύζευξη με κύκλωμα RC	RC coupling	Σωληνοειδές	Solenoid
Σύζευξη με μετασχηματιστή	Transformer coupling	Σωματίδιο	Particle
Συλλέκτης	Collector		
Συμβατική φορά	Conventional current	T	
Συμπίεση εξωτερική	Overall (or External) compression	Ταλάντωση αμείωτη	Undamped oscillation
Συμπίεση	Compression	Ταλάντωση γραμμική	Linear oscillation
Συμπιεστής αέρα	Air compressor	Ταλάντωση εξαναγκασμένη	Forced oscillation
Συμπιεστότητα	Compressibility	Ταλάντωση ηλεκτρική	Electric oscillation
Σύνδεση	Binding	Ταλάντωση μηχανική	Mechanical oscillation
Συνεφαπτομένη	Cotangent	Ταλάντωση στροφική	Rotational oscillation
Συνεχές ρεύμα	Direct current	Ταλάντωση φθίνουσα	Damped Oscillation
Συνημίτονο	Cosine	Ταλάντωση φυσική	Natural oscillation
Σύνθεση διανυσμάτων	Composition of vectors	Ταλάντωσης πλάτος	Oscillation amplitude
Σύνθεση δυνάμεων	Forces composition	Ταλαντωτής ηλεκτρονικός	Electronic oscillator
Σύνθετη αντίσταση εισόδου	Input impedance	Τάσεις ινών	Fiber stresses
Σύνθετη αντίσταση εξόδου	Output impedance	Τάση διαμήκης	Longitudinal stress
Συνθήκη	Condition	Τάση διατμητική	Shear stress
Συνισταμένη	Resultant	Τάση εφελκυσμού	Tensile stress
Συνιστώσα	Component	Τάση κάθετη (ή ορθή)	Lateral stress
Συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής	Coefficient of mutual inductance	Τάση κορεσμένων ατμών	Saturated vapor tension
Συντελεστής απόδοσης	Coefficient of efficiency	Τάση νήματος	Filament voltage
Συντελεστής απόσβεσης	Coefficient of damping	Τάση πηγής	Source voltage
Συντελεστής αυτεπαγωγής	Coefficient of self inductance	Τάση	Voltage
Συντελεστής γραμμικής διαστολής	Coefficient of linear expansion	Ταχύτητα απόλυτη	Absolute velocity
Συντελεστής διαστολής όγκου	Coefficient of volume’s expansion	Ταχύτητα αριθμητική μέση	Arithmetic average velocity
Συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας	Coefficient of thermal conductance	Ταχύτητα αρχική	Initial velocity
		Ταχύτητα γραμμική	Linear velocity
		Ταχύτητα γωνιακή	Angular velocity
		Ταχύτητα γωνιακή μέση	Average angular velocity
		Ταχύτητα γωνιακή στιγμιαία	Instantaneous angular velocity

Ταχύτητα εξόδου	Output speed	Υδροληψία σωληνωτή	Barrel offtake regulator
Ταχύτητα ήχου	Celerity ή Sonic velocity	Υδρόμετρο	Hydrometer
Ταχύτητα μέση διανυσματική	Average vector velocity	Υδροστατική πίεση	Hydrostatic pressure
Ταχύτητα μέση	Average velocity	Υδροστατικό παράδοξο	Hydrostatic paradox
Ταχύτητα οριακή	Terminal velocity	Υδροτροχός	Water wheel
Ταχύτητα πραγματική	Actual velocity	Υπεραγωγίμο υλικό	Hyperconductive material
Ταχύτητα στιγμιαία	Instantaneous velocity	Υπεραγωγιμότητα	Hyperconductivity
Ταχύτητα τελική	Final velocity	Υπέρηχοι	Ultrasound
Ταχύτητα υπερηχητική	Supersonic velocity	Υπέρθερμος ατμός	Superheated steam
Ταχύτητα υποηχητική	Subsonic velocity	Υπεριώδεις ακτίνες	Ultraviolet rays
Ταχύτητα φωτός	Speed of light	Υπεριώδης ακτινοβολία	Ultraviolet radiation
Τεταγμένη	Ordinate	Υπερπίεση	Hyperpressure
Τεταρτημόριο	Quadrant	Υπέρυθρη ακτινοβολία	Infrared radiation
Τετμημένη	Abscissa	Υπερφόρτιση	Overload
Τετραγωνικό	Quadratic	Υπερχελιστής	Weir
Τετράγωνο	Square	Υποβιβασμός τάσης	Step down
Τεχνητή ατμόσφαιρα	Artificial atmosphere	Υποδιαίρεση	Subdivison
Τξίφάρια (εκχυτήρες)	Eductors	Υπόηχοι	Subsonic
Τηλεφωνικά ηλεκτρομαγνητικά κύματα	Telephone electromagnetic waves	Υπομόγλιο	Fulcrum
Τουρπίνα	Turbine	Υποπίεση	Hypopressure
Τριβή ολίσθησης	Slide friction	Υποσταθμός	Sub power station
Τριβή στατική	Static friction	Υποτείνουσα	Hypotenuse
Τρίγωνο ισόπλευρο	Equilateral triangle	Ύψος ήχου	Sound pitch
Τρίγωνο ισοσκελές	Isosceles triangle	Φ	
Τρίγωνο ισχύος	Triangle of power	Φαινόμενη ισχύς	Apparent power
Τρίγωνο σκαληνό	Scalene triangle	Φαινομενική ανύψωση	Apparent lifting
Τριπλό σημείο	Triple point	Φαινόμενο Corona	Corona phenomenon
Τριφασικό ρεύμα	3-phase alternating current	Φαινόμενο Doppler	Doppler effect
Τριφασικός εναλλακτήρας	3-phase alternator	Φαινόμενο Magnus	Magnus effect
Τριφασικός κινητήρας	3-phase motor	Φακοί αποκλίνοντες	Diverging lenses
Τριχοειδές	Capillary	Φακοί συγκλίνοντες	Converging lenses
Τροφοδοτικό ισχύος	Power supply	Φακός αμφίκυβος	Biconcave lens
Τροχαλία ελεύθερη	Free pulley	Φακός αμφίκυρτος	Biconvex lens
Τροχαλία μικτή	Mixed pulley	Φακός αρνητικός	Negative lens
Τροχαλία σταθερή	Fixed pulley	Φακός επιπεδόκυβος	Planoconcave lens
Τροχαλιοθήκη	Roller coaster	Φακός επιπεδόκυρτος	Planoconvex lens
Τροχιά ελικοειδής	Helicoidal orbit	Φακός θετικός	Positive lens
Τροχιά κυκλοειδής	Cyclical orbit	Φακός καμπύλος	Curved lens
Τροχιά παραβολική	Parabolic orbit	Φακός κοίλος	Concavelens
Τύμπανο	Tympanum	Φακός κυρτός	Convex lens
		Φακός λεπτός	Slim lens
Υ		Φάσεις	Phases
Υγρασία αέρα	Air humidity	Φασική τάση	Phase voltage
Υγρή φάση	Liquid state	Φάσμα	Spectrum
Υγρόμετρο	Hygrometer	Φθορίτης	Fluorite
Υγροποιημένο αέριο	Liquefied gas	Φλέβα	Jet
Υγροποίηση	Liquefaction	Φορά διανύσματος	Vector rirection
Υδράργυρος	Mercury	Φορτίο κάμψης	Bending load
Υδρατμός	Vapor	Φορτίο	Charge
Υδραυλικές μηχανές	Fluid machinery	Φόρτιση πυκνωτή	Charge of capacitor
Υδρόγειος σφαίρα	Globe	Φούρνος μικροκυμάτων	Microwave
Υδρογόνο	Hydrogen	Φυγοκεντρικές δυνάμεις	Centrifugal forces
Υδροληψία με στόμιο	Barrel outlet	Φυγοκεντρικός διαχωριστήρας	Centrifugal seperator
		Φυγόκεντρος δύναμη	Centrifugal force

Φυσική ατμόσφαιρα	Standard atmosphere	Χωρητικότητα	Capacity
Φυσικό εκκρεμές	Natural pendulum	Ψ	
Φυσικός αριθμός	Natural number	Ψήκτρα	Brush
Φως Διοσκούρων	Dioscurus light	Ψυκτική μηχανή	Cooling machine
Φωσφόρος	Phosphor	Ψυχρό ρευστό	Cold wave
Φωτεινή δέσμη	Light beam	Ω	
Φωτεινή πηγή	Source of light	Ώθηση	Impulse
Φωτόνιο	Photon	Ώθηση της ροπής	Impulse of momentum
X		Ωμική αντίσταση	Ohm's resistance
Χαλαζία	Quartz	Ωμική επαφή	Ohmic contact
Χάλυβας	Steel	Ωμική συμπεριφορά	Ohm's behavior
Χρόνος καθόδου	Time of descent	Ωμικός αντιστάτης	Ohmitance
Χρυσός κανόνας μηχανικής	Golden rule of mechanics		
Χωρητική αντίσταση	Capacitor impedance		



ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΟΡΩΝ

A

Αγωγός 226
Αδράνεια 49
Αερόστατο 137
Ακουστότητα ήχου 337
Ακτίνα επιβατική 25
Αλεξικέραυνο 208
Αλυσοκίνηση 33
Αμοιβαία επαγωγή 279
Αμπέρ 13
Αμπερόμετρο 227
Ανάκλαση 347
ολική 351
Ανιχνευτής καπνού 217
Ανρί (1 H) 280
Αντιηλεκτρογενετική δύναμη κινητήρα 248
Αντικατοπτρισμός 353
Αντιστάσεις 223
παθητικές 107
στο εναλλασσόμενο ρεύμα 292
ωφέλιμες 107
Αντίσταση εσωτερική πηγής 235
σωμάτων εντός υγρού 142
ωμική 222
χωρητική 293
Αντλίες 138
Άνοση 136
δυναμική 144
Απλές μηχανές 107
Απλή αρμονική ταλάντωση 314
Απόλυτη διηλεκτρική σταθερά κενού 193
Απόλυτο μηδέν 149
Απομονωμένο σύστημα 58
Αραιόμετρα 9
Αριθμός Reynolds κρίσιμος 142
Αρτεσιανό φρέαρ (πηγάδι) 131
Αρχή ανεξαρτησίας κινήσεων 35
Αρχιμήδη 136
Bernoulli 134
διατήρησης ενέργειας 100
ηλεκτρικού φορτίου 191
ορμής 62
στροφορμής 83
δυνατών έργων 108
συγκοινωνούντων δοχείων 131
Fermat 348
Pascal για ρευστά 122
Ασφάλειες 247
Ατμόσφαιρα (1 atm) 120

Ατέρομονος κοχλίας 115
Άτομο 190
Ατμοί κορεσμένοι 185
Αυτεπαγωγή 279

B

Βαρόμετρο μεταλλικό 127
σιφονοειδές 129
υδροαγωγικό 128
Βαρογράφος 128
Βαρούλκο 111
Βαρύτητα 5
Βατ (1 W) 103
Βατόμετρο 308
Βατόριο 92
Βαφή αυτοκινήτων 214
Βεληγκεές 39
Βέμπερ (1Wb) 275
Βεντούζα 121
Βεντουρίμετρο 135
Βήμα κοχλίας 112
Βολή οριζόντια 37
Βολή πλάγια 39
Βολτ (1 V) 234
Βολταμπέρ (VxA) 308
Βολτόμετρο 228
Βραχυκύκλωμα 246
Βρόχος 236
Bernoulli εφαρμογές 135

Γ

Γαλακτόμετρα 9
Γαλβανόμετρο 228
Γαλόνι 2
Γείωση 206
Γέφυρα Wheatstone 240
Γωνία ανάκλασης 347
διαθλαστική 354
διάτμησης 66
εκτροπής 354
πρόσπτωσης 347
στρέψης 66

Δ

Δείκτης διάθλασης 349
Διαιρέτες τάσης 227
Διάθλαση 348
Διασκεδασμός 353
Διάστημα 16
Διαστολή γραμμική 156
Διαστολή νερού 158

Διάτμηση 66
Διατοιχισμός 321
Διάχυση 347
Διέγερση γεννήτριας 243
Διεγέρτης 318
Διεθνές σύστημα μονάδων 1
Διηλεκτρική αντοχή διηλεκτρικού 232
αντοχή μονωτή 232
σταθερά 193
Δοκιμαστικό σφαιρίδιο 216
Δυνάμεις υγρού 125
Δύναμη 43
Δύναμη D' Alembert 53
διαγείρουσα 318
εξ αποστάσεως 43
επαναφοράς 315
ηλεκτρική 189
κεντρομόλος 75
κινητήρια 107
φυγόκεντρος 75
Coriollis 53
Laplace 271
Δυνάμεις διατμητικές 66
διατηρητικές 99
εξ επαφής 43
Δυνάμεων ανάλυση 44
ζεύγος 70
πεδίο 99
σύνθεση 45
συνισταμένη 43
συνιστώσες 44
Δυναμική ενέργεια 98
Δυναμικού διαφορά 200
Δυναμικές γραμμές 196
Δυναμό 303
E
Ειδικό βάρος 10
Ειδική αντίσταση 224
Είδηλα πραγματικά 348
φανταστικά 348
Εκκρεμές απλό 319
φυσικό 320
Ελαστικότητα 64
Ελεύθερη εκτόνωση 166
Εμβεδόν 1
Εμπέδηση 294
Εναλλακτικής μονοφασικός 302
τριφασικός 302

- Εντροπία 180
 Εξαεριστήρας πλοίου 135
 Εξάτμιση 185
 Εξάχνωση 184
 Επαγωγέας 301
 Επαγωγήμο 301
 Επιτάχυνση 18
 βαρυτική 6
 γωνιακή 27
 επιτρόχια 19
 κεντρομόλος 19
 μέση 18
 στιγμαία 18
 Εργάτης 112
 Έργο δύναμης 91
 ελατηρίου 93
 κατά τη στροφοκική κίνηση 104
 κινητήριο και ανθιστάμενο 100
 τριβής 93
 Εστιακή απόσταση 355
 Εσωτερική ενέργεια 161
 Έτος τροπικό 3
 φωτός 1
 Ευθύγραμμη ομαλά
 μεταβαλλόμενη κίνηση 21
 ομαλή κίνηση 19
 Εφελκυσμός 64
- Η**
- Ηλεκτροεγερτική δύναμη (HEΔ)
 πηγής 234
 από αυτεπαγωγή 279
 Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια 199
 εκκένωση 205
 ενέργεια 245
 πηγή 234
 Ηλεκτρικό ισοδύναμο θερμοότητας 246
 πεδίο 194
 ρεύμα 219
 ρεύμα συνεχές 234
 φορτίο 189
 Ηλεκτρικός σπινθήρας 206
 Ηλεκτρικού ρεύματος συμβατική φορά 234
 Ηλεκτροκινητήρας 272
 Ηλεκτρομαγνήτης 269
 Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή 275
 Ηλεκτρονιοβόλτ 92
 Ημέρα αληθής ηλιακή 3
 αστρική 3
 Ημιαγωγοί 226
 Ήχος 335
 HP (Αγγλικός ίππος) 103
- Θ**
- Θεμελιώδη μεγέθη 12
 Θεμελιώδης εξίσωση στροφοκικής κίνησης 81
 νόμος στροφοκικής κίνησης 321
 υδροστατικής 124
 Θεομίδα 151
 Θεομικές τάσεις 158
 Θεομική μηχανή 167
 Θερμοκρασία βρασμού 186
 Curie 264
 Θεομόμετρα 149
 Θεορότητα 151
 βρασμού 187
 τήξης 186
 Joule 246
 Θεορότητας δεξαμενή 167
 διάδοση 153
 Θεομοχωρητικότητα 152
 Θεομοχωρητικότητα γραμμομοριακή 152
 ειδική 151
 Θλίψη 65
 Θεώρημα έργου –ενέργειας στη στροφοκική κίνηση 105
 διατήρησης ορμής 58
 ισοκατανομής ενέργειας 179
 μέγιστης ισχύος 255
 μεταβολής κινητικής ενέργειας 96
 ροτών (Varignon) 70
 Steiner (παράλληλων αξόνων) 80
 Torricelli (εκροή υγρού από οπή) 133
- Ι**
- Ιδανικό κάτοπτρο 156
 Ιδανικά αέρια 160
 Ιδιόσυχνότητα 318
 Ιδιόσυχνότητα κυκλική 296
 Ξώδες 140
 Ξωδόμετρο 140
 Ιόν 191
 Ισοδυναμική επιφάνεια 203
 Ισορροπία στερεού 72
 Ισορροπίας είδη 74
 Ισχύς τρίγωνο 309
 Ισχύς 102
 άεργος (ή αβαττική) 308
 εναλλασσόμενου ρεύματος 289
 κύματος 338
 πραγματική 308
 ροπής δύναμης 106
 μέση 291
 φαινόμενη 308
- Κ**
- Καμπύλη τήξης 183
 Κανονικές συνθήκες 184
 Κανόνας Kirchhoff 1ος 236
 Kirchhoff 2ος 236
 Lenz 277
 Καντέλα 13
 Κατανομή Maxwell –Boltzmann 176
 Καταστατική εξίσωση 160
 Κατώφλι ακουστικότητας 338
 Κβαντωμένο μέγεθος 191
 Κεκλιμένο επίπεδο 108
 Κέλβιν 13
 Κέντρο άνωσης 137
 βάρους 71
 μάζας 57
 οπτικό 355
 παράλληλων δυνάμεων 71
 Κεραυνός 207
 Κιλοβατώρα (κιλοβατώριο) 92
 Κιλοπόντ 12
 Κίνηση 15
 απόλυτη 34
 ελικοειδής 37
 ιστιοφόρου 145
 μεταβαλλόμενη 18
 μεταφορική 75
 ομαλή κυκλική 24
 περιοδική 24
 στροφοκική 75
 σχετική 34
 Κίνησης εξίσωση 15
 περιστροφοκικής μετάδοση 28
 Κινητήρες 102
 μονοφασικοί 309
 τριφασικοί 309
 Κινητική ενέργεια 96
 ενέργεια περιστρεφόμενου στερεού 104
 θεωρία 178
 Κόρος 2
 Κόμβος 236
 Κοχλίας (ή γρύλος) 112
 Κλάδος 236
 Κλίμακα Celsius 149
 Fahrenheit 150
 Kelvin 149
 Κλωβός 309
 Faraday 216
 Κρούσεις 60
 Κυβικό μέτρο 2
 Κύκλος Carnot 168
 Κύκλωμα δευτερεύον 300
 πρωτεύον 300
 Κύμα 335
 Κύριοι κεντροικοί άξονες αδράνειας 80

Λ

Λαμπτήρας πυράκτωσης 246
 Λόγος μετασχηματισμού 301
 Λίμπρα 12
 Λίτρο 2
 Λόγος ταχυτήτων 114

Μ

Μαγνητικό δίπολο 263
 πεδίο 263
 πεδίο ρεύματος 266
 Μαγνητική απόκλιση 265
 διαπερατότητα κενού 267
 έγλιση 265
 επαγωγή 263
 Μάζα 4
 αδρανειακή 6
 βαριά 6
 Μανόμετρα 129
 Μανόμετρο Bourdon 129
 Μέθοδος διπλής ανάρτησης 72
 Μέλαν σώμα 156
 Μετατόπιση 16
 Μεταβολή αδιαβατική 165
 αντιστρεπτή 163
 ισεντροπική 180
 ισοβαρής 164
 ισόθερμη 163
 ισόχωρη 164
 κυκλική 166
 Μετασχηματιστές 300
 Μέτρο στρέψης 66
 Young 65
 Μήκος 1
 κύματος 336
 Μηχανική ενέργεια 100
 Μηχανικής ενέργειας μεταβολή 102
 Μηχανικό ανάλογο 220
 πλεονέκτημα 112
 Μιλμπάρ (1 mbar) 120
 Μονωτές 226
 Μοντούλ 31
 Μοχλοί 108
 Μοχλών είδη 109
 Μπαρ (1 bar) 120
 Μπουζί 206

Ν

Ναυτικό μίλι 1
 Νετρόνια 190
 Νιούτον 43
 Νόμοι αντίστασης 143
 θερμοδυναμικής 162
 Νόμος παγκόσμιας έλξης 5
 συνέχειας 119
 Bernoulli 134

Biot –Savart 266
 Boyle –Mariotte 159
 Charles 159
 Coulomb 192
 Faraday (επαγωγής) 277
 Gauss 199
 Gay –Lussac 159
 Hooke 65
 Ohm 222
 Neumann 279
 Newton 1ος (αδράνειας) 49
 Newton 2ος (θεμελιώδης νόμος
 μηχανικής) 49
 Newton 3ος (δράσης –αντίδρα-
 σης) 50
 Snell 350
 Stefan-Boltzmann 155
 Stokes 143

Ο

Όγκος 2
 Οινοπνευματόμετρα 10
 Ομαλά μεταβαλλόμενη κυκλική
 κίνηση 28
 Ομαλή κυκλική κίνηση 24
 Οπλισμοί πυκνωτή 198
 Οπτικές ίνες 352
 Όριο αναλογίας 62
 αντοχής 64
 ελαστικότητας 64
 Ορμή 57

Π

Παραμόρφωση εφελκυσμού 65
 Παρασιζιά 347
 Παροχή 118
 Παρσέκ 1
 Πασκάλ (1 Pa) 120
 Πεδίο ανομοιογενές 198
 ομογενές 198
 ροής 117
 Πείραμα Torricelli 124
 Περιέλιξη δίμητη 281
 Περίοδος 24
 Περιοχές Weiss 264
 Πηγή πεδίου 194
 Πηγίο 268
 πρωτεύον 300
 δευτερεύον 300
 Πηγία αποπνικτικά 293
 Πίεση 119
 απόλυτη 128
 ατμοσφαιρική 121
 δυναμική 134
 μανομετρική 128
 ολική 134
 στατική 134

υδροστατική 123
 υψομετρική 134

Πίεσης ατμοσφαιρικής μεταβολή 125
 Πλαστική περιοχή 65
 Πλωτές δεξαμενές 137
 Πολύμετρα 228
 Πολύσπαστο 110
 Ποτενσιόμετρο 227
 Πρίσματα 354
 Πρίσματα ολικής ανάκλασης 354
 Πρωτόνια 190
 Πτώση ελεύθερη 23
 σωμάτων στον αέρα 144
 τάσης 235
 Πυκνότητα 8
 επιφανειακή 215
 ρεύματος 221
 φορτίου 214
 Πυκνόμετρα 9
 Baume 9
 Πυκνωτής 230
 επίπεδος 230
 ηλεκτρολυτικός 231
 μεταβλητός 230
 πολωμένος 231
 σφαιρικός 230
 χάρτου 231
 Πυκνωτή φόρτιση/εκφόρτιση 231
 φορτισμένου ενέργεια 232

Ρ

Ρεύμα ενεργό 286
 επαγωγικό 277
 μονοφασικό 302
 ολικό 238
 συνεχές 221
 τριφασικό 304
 Ρεύματα παράλληλα 273
 Foucault 281
 Ρευματική γραμμή 117
 Ρεύματος γεννήτρια 301
 Ρευστά 117
 Ροή ηλεκτρική 199
 ημιμόνημη 117
 μόνημη 117
 μαγνητική 274
 τυρβώδης 142
 Ροοστάτης 226
 Ροπή δύναμης 69
 αδράνειας 79
 ζεύγους 70
 κατευθύνουσα 66
 Ρυθμιστής Watt 78

Σ

Σημείο δρόσου 188
 τήξης ατμοσφαιρικό 184

- τήξης μπαρικό 184
 τριπλό 184
 Σίφωνας 122
 Σιφώνιο 121
 Σκιά αντικειμένου 346
 Σταθερά απόσβεσης 317
 επαναφοράς 315
 παγκόσμιας έλξης 5
 Plank 345
 Stefan-Boltzmann 155
 Στάθμη έντασης 338
 Στρέψη 66
 Στροφορμή 82
 Σύγκρουση πλοίων 135
 Συλλέκτης 301
 Συμβατική φορά 234
 Σύνδεση πηνίων 280
 Συνδεσμολογία αντιστάσεων 238
 πυκνωτών 233
 πηγών συνεχούς ρεύματος 241
 Σύνθεση κινήσεων 34
 Συνισταμένη 43
 Συντελεστής απόδοσης μηχανής 103
 απόδοσης μεταωχηματιστή 301
 απόσβεσης 317
 αυτεπαγωγής αγωγού 280
 ισχύος 308
 κρούσης 62
 στατικής τριβής 55
 Συντηρητικές δυνάμεις 99
 Συντονισμός 295
 Συσσωρευτής ηλεκτρικής ενέργειας 256
 μολύβδου 257
 Συσσωρευτή φόρτιση / εκφόρτιση 258
 Σύστημα γραναζιών 31
 ομοκεντρικό 33
 Συστήματα αδρανειακά 52
 μη αδρανειακά 52
 μονάδων 12
 Συχνότητα 25
 Σφόνδυλος 81
 Σφυγμομανόμετρο 130
 Σχέση μετάδοσης 29
 Σχετική διαπερατότητα υλικού 269
 διηλεκτρική σταθερά του διηλε-
 κτρικού 232
 πυκνότητα 8
 Sonar 340
- T**
- Ταλαντώσεις 313
 Τάση ατμών 185
 ενεργός 286
 εφελκυσμού 65
 ολική 238
 πολική 235
 φασική 304
 Ταχύτητα αρχική 21
 γραμμική 25
 γωνιακή 26
 εξόδου 213
 μέση 17
 Ταχύτητα στιγμιαία 17
 Τετραγωνικό μέτρο 2
 Τζουλ (1Joule) 92
 Τορ (1 Torr) 120
 Τριβή 54
 ολίσθησης (κινητική) 54
 οριακή στατική 54
 στατική 54
 υγρών εσωτερική 139
 Τρίγωνο ισχύος 309
 Τροχιά 15
 Τροχιά κυκλοειδής 37
 Τροχιά παραβολική 37
 Τροχάλια ελεύθερη 110
 μεικτή 110
 παγία 109
 Tesla 274
- Υ**
- Υγρασία απόλυτη 187
 σχετική 188
 Υδροδείκτης – υδροδείκτης 132
 Υγρόμετρα 188
 Υδραυλικό ανάλογο 220
 πιεστήριο 123
 Υδραυλικός τροχός 136
 Υδροστατική πίεση 123
 Υδροστατικό παράδοξο 126
 Υδροστροβίλος 136
- Υλικό αδιαφανές 346
 διαφανές 346
 ημιδιαφανές 346
 Υπέρηχοι 337
 Υπόηχοι 337
 Υπομόγλιο 109
 Ύψος μέγιστο 39
- Φ**
- Φαινόμενο ηλεκτρικό 189
 Corona 215
 Doppler 340
 Joule 246
 Magnus 144
 Φαινόμενη ανύψωση 353
 Φαράντ (1 F) 229
 Φυγοκεντρικός διαχωριστήρας 78
 Φακοί αποκλίνοντες 355
 λεπτοί 354
 συγκλίνοντες 355
 Φακού μεγέθυνση 357
 Φλέβα 118
 Φορτίο αρνητικό 202
 θετικό 202
 πυκνωτή 230
 Φωτεινή ακτίνα 346
 Φωτόνιο 345
 Φωτός δέσμη 346
 διάδοση 345
 Φως Διοσκουρών 206
- X**
- Χιλιόγραμμα 4
 Χιλιοστό υδραργύρου 120
 Χρόνος εφημεριακός 3
 καθόδου 39
 Χρυσός κανόνας μηχανικής 108
 Χωρητικότητα αγωγού 229
- Ψ**
- Ψυκτικές μηχανές 169
- Ω**
- Ωριαίοι άτρακτοι 3
 Ώθηση ροπής 105

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Alvin Halpern, «3000 solved problems in physics», Mc Graw–Hill, N.Y., 2011.
- Berkeley physics course, «Mechanics», vol. 1, 2nd ed., 1973, Mc Graw–Hill, N.Y.
- Berkeley physics course, «Electricity & magnetism», vol. 2, 2nd ed., 1965.
- Bruce H., «Fluid mechanics for civil engineers», New Zealand, 1995.
- Bueche F., «Introduction to physics for scientists and engineers» Mc Graw–Hill, 1986.
- Bloomer J., : «Practical fluid mechanics for engineering applications», Dekker 2000.
- Bordas, «Sciences physiques», Paris, 1977.
- David J. Griffiths, «Εισαγωγή στην ηλεκτροδυναμική», 3η έκδ., Π.Ε.Κ., 2021.
- Dictionary of engineering, 2nd ed., Mc Graw–Hill, 2003.
- Emilio Segre, «Ιστορία της φυσικής», τόμοι Α΄ & Β΄, Διάυλος, 1997.
- Einstein A., «Η εξέλιξη των ιδεών στη φυσική», μετφ. Μπιτσάκης, Δωδώνη, 1978.
- F. Keller, E. Gettys & M. Skove, «Physics», 2nd ed. 1992.
- Haber κ.α. «P.S.S.C. Φυσική», 6η έκδ., μετφ. Κωστίκας, Ίδρυμα Ευγενίδου, 1995.
- Haber κ.α. «P.S.S.C. Φυσική. Εργαστηριακός οδηγός», μετφ. Κωστίκας, Ι.Ε., 1992.
- Halliday D., Resnic R., «Ασκήσεις φυσικής», Μέρη Α΄ & Β΄, Πνευματικός, 2009.
- Halliday D., Resnic R., «Φυσική», Μέρη Α΄ & Β΄, Πνευματικός, 1976.
- I. H. Shames, «Mechanics of fluids», Mc Graw–Hill, N.Y., 1962.
- Jayant Narlikar, «Η ελαφρότητα της βαρύτητας», Τροχάλια, 1999.
- Kenneth W. Ford, «Κλασική & σύγχρονη φυσική», Πνευματικός, 1990.
- Kenneth R. Atkins, «Physics», 1970.
- Kundu R. –Cohen I. «Fluid mechanics» 2nd ed., Academic press, 2002.
- L. Bessonov «Applied electricity for engineers», MIP 1973.
- Paul G. Hewitt, «Οι έννοιες της φυσικής», τόμοι I & II, 8η έκδ., Π.Ε.Κ., 2018.
- Physical science study committee, «Φυσική», τόμοι 1 & 2.
- Purcell E., «Ηλεκτρισμός, μαγνητισμός. Μαθήματα φυσικής», Berkeley, ΕΜΠ, 2005.
- Ridsdale «Electric circuits for engineering technology», 1st ed. Mc Graw–Hill, 1976.
- Sears & Zemansky, «University physics», vol. 1, 15th ed., Young & Freedman.
- Serway R. A., κ.α. «Σύγχρονη φυσική», Π.Ε.Κ., 2000.
- Serway R. A., «Physics for scientists and engineers», Τόμοι 1–4, Ρεσβάνης, 1990.
- Steeter V., Benjamin W. «Μηχανική ρευστών», Φούντας, Αθήνα, 2000.
- Young D. H., «Πανεπιστημιακή φυσική», Τόμοι 1 & 2, Παπαζήσης, 1994.
- V. L. Streeter, «Fluid mechanics», 3rd edition, Mc Graw–Hill, N.Y., 1966.
- Wen–Hsiung & Sau–Hai, «Principles of fluid mechanics», Addison–Wesley, 1964.
- White F., «Fluid mechanics», 2nd ed., Mc Graw–Hill, N.Y., 1999.
- Williams, Trinklein, Metcalfe, «Modern physics», Holt, Rinehart & Winston, 1980.

Αλεξάκη Ν., κ.α. «Φυσική Β΄ Λυκείου» ΟΕΔΒ.

- Αλεξόπουλου Κ., Μαρίνου Δ., «Γενική φυσική Ι. Μηχανική», Ολυμπία, 1992.
- Αλεξόπουλου Κ., Μαρίνου Δ., «Γενική φυσική ΙΙ. Ηλεκτρισμός», Ολυμπία, 1993.
- Αλεξόπουλου Κ., Μαρίνου Δ., «Γενική φυσική ΙV. Θερμότητα», Ολυμπία, 1992.
- Αλεξόπουλου Κ., «Γενική φυσική V. Οπτική», Ολυμπία, 1992.
- Αλεξόπουλου Κ., Μαρίνου Δ., «Ασκήσεις φυσικής Α΄», Ολυμπία, 1990.
- Αλεξόπουλου Κ., Μαρίνου Δ., «Ασκήσεις φυσικής Β΄», Ολυμπία, 1990.
- Αντωνίου Ν., κ.α. «Φυσική Γ΄ Γυμνασίου», ΟΕΔΒ, 2007.
- Βασιλακόπουλου Σ., «Εφαρμοσμένη ηλεκτρολογία», Ίδρυμα Ευγενίδου, 1981.

- Βλάχου Ι., κ.α. «Φυσική Γ Λυκείου», ΟΕΔΒ, 1995.
- Βλάχου Ι., κ.α., «Φυσική Α' Λυκείου», ΟΕΔΒ, 2007.
- Βολάνη Α., «Φυσική για δέσμες I & II», Τόμοι Α', Β', Γ', Gutenberg, 1983, 1984.
- Βυθούνη Π. Α., «Τεχνική μηχανική. Αντοχή υλικών», έκδ. ε', Αθήνα, 1993.
- Γεωργακάκου Π. κ.α. «Φυσική γενικής παιδείας Γ Λυκείου», ΟΕΔΒ, 2006.
- Γκρος Γ., «Αντοχή υλικών», Έκδοση β', Ίδρυμα Ευγενίδου, 1985.
- Γκρος Γ., Λαζαρίδη Λ., «Μηχανική», έκδοση β', Ίδρυμα Ευγενίδου, 1985.
- Δημόπουλου, «Μεθοδική φυσική Α', Β' Λυκείου», έκδ. 4η, τεύχος β', 1993.
- Δρη Ε., «Ενέργεια», Ίδρυμα Ευγενίδου, 1996.
- Δρη Ε., «Κλασική δυναμική», ΕΜΠ/Δημόκριτος, 2011.
- Δρη Ε., κ.α., «Φυσική Β' λυκείου θετικής κατεύθυνσης», ΟΕΔΒ, 2000.
- Δρη Ε., κ.α. «Φυσική Γ Λυκείου θετικής κατεύθυνσης», ΟΕΔΒ, 2000.
- Δρη Ε., Σχοινά Α. «Βιβλίο του καθηγητή φυσικής PSSC», Ι.Ε., 1992.
- Ζήσου Α., «Φυσική Ι Μηχανική -θερμότητα», Σύγχρονη εκδοτική, 1999.
- Θεοφιλόπουλου Π., «Ηλεκτροτεχνία, τόμος 1ος», Ίδρυμα Ευγενίδου, 1975.
- Ιωάννου Α., κ.α. «Φυσική Β' λυκείου θετικής κατεύθυνσης», ΟΕΔΒ, 2006.
- Ιωάννου Α., κ.α., «Φυσική Γ' λυκείου θετικής κατεύθυνσης», ΟΕΔΒ, 2006.
- Καρυδί Γ., Κοκκινάκη Γ., «Ηλεκτροτεχνία II», Ίδρυμα Ευγενίδου, 1985.
- Κόκκοτα Π., Κρέμου Δ., «Φυσική Α' Λυκείου», ΟΕΔΒ, 1995.
- Κορωνάκη Π. Σ., «Μηχανική ρευστών», έκδ. 3η, Ιων, 2005.
- Κωστόπουλου Δ., κ.α. «Φυσική 1ου & 2ου κύκλου για ΤΕΕ», ΟΕΔΒ, 2009.
- Λιώτσιου Κ., «Σημειώσεις φυσικής II», Ίδρυμα Ευγενίδου, 2008.
- Μάξη Α., «Φυσική Β' Λυκείου», ΟΕΔΒ, 1995.
- Μαυροματάκου Α., «Φυσική (Μηχανική ρευστών, θερμότητα)», Ίδρυμα Ευγενίδου, 1999.
- Μαυροματάκου Α., «Φυσική (Μηχανική στερεών)», Ίδρυμα Ευγενίδου, 1998.
- Μαυροματάκου Α., «Φυσική, τόμοι α' & β'», Ίδρυμα Ευγενίδου, 1979 & 1981.
- Μπρατάκου Α., «Φυσική», ΟΕΔΒ, 1981.
- Πάντζαλη Ν., «Μηχανική ρευστών», Ίδρυμα Ευγενίδου, 2008.
- Παπά Κ. Α., «Ηλεκτρολογία. Συνεχές ρεύμα», τόμος 1ος, Ίδρυμα Ευγενίδου, 1974.
- Περράκη Β., «Ηλεκτροτεχνία», Τόμοι 1ος & 2ος, Ίδρυμα Ευγενίδου, 2000 & 2001.
- Πρωτοπαπά Ν., «Φυσική Γ' Γυμνασίου», Πατάκης, 2008.
- Σαββάλα Α. & Σ. «Φυσική Β' Λυκείου, θετικής κατεύθυνσης», τεύχος Β', 2009.
- Σαββάλα Α. & Σ., «Προβλήματα ηλεκτρισμού», 1982.
- Σαββάλα Α. & Σ., «Προβλήματα θερμοδυναμικής, ταλαντώσεων, κυματικής», 1984.
- Σαββάλα Α. & Σ., «Προβλήματα μηχανικής», 3η έκδ., 1983.
- Τεύχη του περιοδικού «Φυσικός κόσμος» της Ένωσης Ελλήνων Φυσικών.
- Τσουκαλά Ζ., «Φυσική II», τόμοι 1ος, 2ος, Ίδρυμα Ευγενίδου, 1986, 1988.

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται σε όλους τους πρωτοετείς και δευτεροετείς σπουδαστές των Ακαδημιών Εμπορικού Ναυτικού, τους αυριανούς Πλοιάρχους ή Μηχανικούς της ελληνικής ή ελληνόκτητης ναυτιλίας. Στόχος του είναι να συμβάλει επιτυχώς στο να κατανοήσουν οι σπουδαστές στοιχειώδεις έννοιες της Φυσικής, τις οποίες συναντούν τόσο στην καθημερινή τους ζωή στην ξηρά, όσο και στα πλοία. Με το βιβλίο αυτό θα αποκτήσουν βασικές γνώσεις μηχανικής, υδροστατικής, υδροδυναμικής, ηλεκτρομαγνητισμού, θερμότητας, οπτικής, ταλαντώσεων και ήχου, με πλήθος παραδειγμάτων.

