Άσκηση 1, Κεφάλαιο 5.

Η ολική παροχή του αγωγού υδρεύσεως δίνεται από τον τύπο:

$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 20 + 10 + 8 = 38\ \frac{L}{min}$. Από το νόμο της συνέχειας ισχύει ότι:

$$\Pi_3 = S_3 \cdot u_3 \Leftrightarrow u_3 = \frac{\Pi_3}{s_3} = \frac{8\ \frac{L}{min}}{\pi\left(\frac{\delta_3}{2}\right)^2} = \frac{8\ \frac{\frac{1}{1.000}\ m^3}{60\ s}}{\pi \frac{127}{200}\frac{127}{200} m^2} = \frac{\frac{8\cdot 6}{1\cancel{0}\cancel{0}}}{\frac{127\cdot 127\cdot \pi}{200\cdot 2\cancel{0}\cancel{0}}}\ \frac{m}{s} \simeq 0,379\ \frac{m}{s}$$

Επεξήγηση. $\delta_3 = \frac{1}{2}\ in = \frac{2,54}{2}\ cm = 1,27\ cm = \frac{127}{100}\ cm$.

Άσκηση 2, Κεφάλαιο 5.

Είναι $S = 30\ cm^2 = 3\cancel{0}\ \frac{1}{100}\ m \frac{1}{10\cancel{0}}\ m = \frac{3}{1.000}\ m^2$.

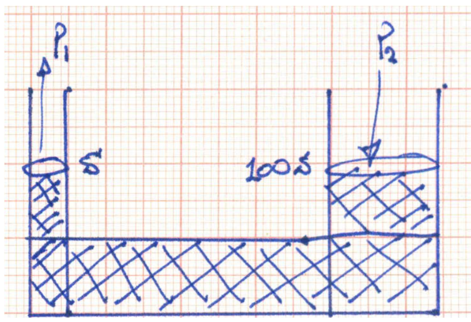
Από τον ορισμό της παροχής έχομε $\quad \Pi = \frac{V}{t} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}\ \frac{m^3}{h}$

Από το νόμο της συνέχειας προκύπτει ότι:

$$\Pi = S\cdot u \Leftrightarrow u = \frac{\Pi}{S} = \frac{\frac{2}{5}\ \frac{m^3}{h}}{\frac{3}{1.000}\ m^2} = \frac{2.000}{3\cdot 5}\frac{m}{h} = \frac{400}{3}\ \frac{m}{h} = \frac{4\cancel{0}\cancel{0}}{3\cdot 36\cancel{0}\cancel{0}}\ \frac{m}{s} = \frac{4}{3\cdot 36}\ \frac{m}{s} = \frac{1}{27}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 3, Κεφάλαιο 5.

Είναι $m = 8.000\ t = 8.000.000\ kg$. Και στα 16 υδραυλικά πιεστήρια ασκείται δύναμη οφειλόμενη στη μάζα των $8.000.000\ kg$ του πύργου. Αν δεχθούμε ότι το βάρος κατανέμεται ομοιόμορφα, τότε στο κάθε ένα από τα 16 υδραυλικά πιεστήρια ασκείται βάρος που αντιστοιχεί σε μάζα $\frac{8.000\ t}{16} = \frac{8.000.000\ kg}{16} = 500.000\ kg$.



Αν στο μεγάλο έμβολο του κάθε ενός από τα 16 υδραυλικά πιεστήρια ασκείται δύναμη F_1 οφειλόμενη στη μάζα $500.000\ kg$, στο μικρό έμβολο ασκείται δύναμη F_2 και ισχύει ότι: $p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{s_1} = \frac{F_2}{s_2} \Leftrightarrow F_2 = F_1\frac{s_2}{s_1}$.

Επειδή το μεγάλο έμβολο έχει εκατονταπλάσια διατομή από το μικρό έμβολο είναι $\frac{s_2}{s_1} = \frac{1}{100}$, άρα $F_2 = \frac{F_1}{100}$. Συνεπώς, στο μικρό έμβολο του κάθε ενός από τα 16 υδραυλικά πιεστήρια ασκείται δύναμη F_2 που αντιστοιχεί στο βάρος που έχουν $\frac{500.000}{100} = 5.000\ kg$.

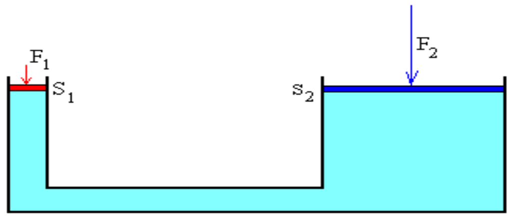
Άσκηση 4, Κεφάλαιο 5.

Είναι $D_1 = 1\ cm = \frac{1}{100}\ m$.

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow \frac{F_1}{\pi R_1^2} = \frac{F_2}{\pi R_2^2} \Leftrightarrow \frac{F_1}{R_1^2} = \frac{F_2}{R_2^2} \Leftrightarrow \frac{F_1}{\left(\frac{D_1}{2}\right)^2} = \frac{F_2}{\left(\frac{D_2}{2}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{F_1}{D_1^2} = \frac{F_2}{D_2^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{10}{D_1^2} = \frac{200.000}{D_2^2} \Leftrightarrow \frac{1}{D_1^2} = \frac{20.000}{D_2^2} \Leftrightarrow D_2^2 = 20.000 \cdot D_1^2 = 20.000 \frac{1}{100}\ m \frac{1}{100}\ m = 2\ m^2$$

Άρα, $D_2 = \sqrt{2}\ m$.



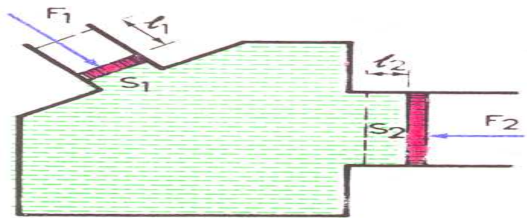
Άσκηση 5, Κεφάλαιο 5.

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow \frac{20}{4} = \frac{F_2}{40} \Leftrightarrow 5 = \frac{F_2}{40} \Leftrightarrow F_2 = 200\ kp$$

$$V_1 = V_2 \Leftrightarrow S_1 \cdot \ell_1 = S_2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow \ell_2 = \frac{S_1 \cdot \ell_1}{S_2} = \frac{4 \cdot 15}{40} = 1,5\ cm$$

$$W_1 = F_1 \cdot \ell_1 = 2\cancel{0} \cdot \frac{15}{10\cancel{0}} = 3\ kpm$$

$$W_2 = F_2 \cdot \ell_2 = 2\cancel{0}\cancel{0} \cdot \frac{1,5}{1\cancel{0}\cancel{0}} = 3\ kpm$$



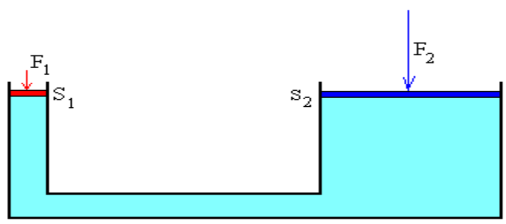
Άσκηση 6, Κεφάλαιο 5.

Για το 1$^{\text{ο}}$ υδραυλικό πιεστήριο ισχύει ότι $p_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{1}{10}\ \frac{N}{cm^2} = p_2$

$$p_2 = \frac{F_2}{S_2} \Leftrightarrow F_2 = p_2 \cdot S_2 = \frac{1}{10}\ \frac{N}{cm^2} 150\ cm^2 = 15\ N.$$

Για το 2$^{\text{ο}}$ υδραυλικό πιεστήριο ισχύει ότι $p_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{1}{10}\ \frac{N}{cm^2} = p_2$

$$p_2 = \frac{F_2'}{S_2} \Leftrightarrow F_2' = p_2 \cdot S_2 = \frac{1}{10}\ \frac{N}{cm^2} 1.500\ cm^2 = 150\ N.$$



Άσκηση 7, Κεφάλαιο 5.

Είναι $V = 2,5\ L = 2.500\ cm^3$. Έστω V_1 ο όγκος νερού που θα προστεθεί στο δοχείο διατομής S_1. Έστω V_2 ο όγκος νερού που θα προστεθεί στο δοχείο διατομής S_2.

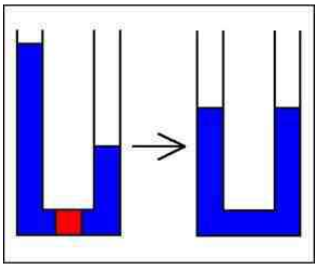
Αν οι στήλες νερού στα δυο δοχεία αυξηθούν αντίστοιχα ℓ_1, ℓ_2 ισχύει ότι:

$V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow 2,5\ L = S_1 \cdot \ell_1 + S_2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow$

$$2.500\ cm^3 = 100\ cm^2 \cdot \ell_1 + 25\ cm^2 \cdot \ell_2 \Leftrightarrow 100\ cm = 4\ell_1 + \ell_2$$

Από την αρχή συγκοινωνούντων δοχείων, αφού οι ελεύθερες επιφάνειες του νερού που ισορροπεί πριν και μετά την ρίψη των $2,5\ L$ βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, προκύπτει ότι $\ell_1 = \ell_2$. Συνεπώς, $100\ cm = 5\ell_1 \Leftrightarrow \ell_1 = 20\ cm$.

Άρα, η στάθμη στο κάθε δοχείο θα ανεβεί κατά $20\ cm$.



Άσκηση 8, Κεφάλαιο 5.

Είναι $\varepsilon_{H_2O} = 1\ \dfrac{p}{cm^3}$

$$p_A + \varepsilon_{H_2O} \cdot h = p_{at} \Leftrightarrow p_A = p_{at} - \varepsilon_{H_2O} \cdot h = p_{at} - 1\ \frac{p}{cm^3} 15\ cm = p_{at} - 15\ \frac{p}{cm^2}$$

Άσκηση 9, Κεφάλαιο 5.

Γνωρίζομε ότι αν η πυκνότητα σώματος δίνεται σε $\dfrac{g}{cm^3}$, ισούται αριθμητικά με το ειδικό του βάρος, εφόσον αυτό εκφράζεται σε $\dfrac{p}{cm^3}$. Άρα, είναι $\varepsilon_{Hg} = 13,6\ \dfrac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{H_2O} = 1\ \dfrac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{OIL} = 0,9\ \dfrac{p}{cm^3}$. Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στον πυθμένα του δοχείου είναι:

$$p = \varepsilon_{Hg} \cdot h_1 + \varepsilon_{H_2O} \cdot h_2 + \varepsilon_{OIL} \cdot h_3 = 13,6\ \frac{p}{cm^3} 10\ cm + 1\ \frac{p}{cm^3} 20\ cm + 0,9\ \frac{p}{cm^3} 30\ cm$$

$$= (136\ + 20\ + 27)\ \frac{p}{cm^2} = 183\ \frac{p}{cm^2} = \frac{183}{1,36}\ mmHg$$

Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στη διαχωριστική επιφάνεια νερού–υδραργύρου είναι

$$p = \varepsilon_{H_2O} \cdot h_2 + \varepsilon_{OIL} \cdot h_3 = 1\ \frac{p}{cm^3} 20\ cm + 0,9\ \frac{p}{cm^3} 30\ cm = 20\ \frac{p}{cm^2} + 27\ \frac{p}{cm^2} =$$

$$47\ \frac{p}{cm^2} = \frac{47}{1,36}\ mmHg$$

Η υδροστατική πίεση που επικρατεί στη διαχωριστική επιφάνεια νερού–λαδιού είναι $p = \varepsilon_{OIL} \cdot h_3 = 0,9\ \dfrac{p}{cm^3} 30\ cm = 27\ \dfrac{p}{cm^2} = \dfrac{27}{1,36}\ mm\ Hg$

Σχόλιο.

Ισχύει ότι: $1\ mm\ Hg = \varepsilon_{Hg} 1\ mm = 13,6\ \frac{p}{cm^3} 1\ mm = 13,6\ \frac{p}{cm^3}\frac{1}{10}\ cm = 1,36\ \frac{p}{cm^2}$

Άρα, $1\ \frac{p}{cm^2} = \frac{1}{1,36}\ mm\ Hg$.

Άσκηση 10, Κεφάλαιο 5.

(α) Για τη δύναμη που ασκείται στον πυθμένα ισχύει ότι:

$$F_{\text{ΠΥΘΜΕΝΑ}} = B_{H_2O} + B_{Hg} = \varepsilon_{H_2O}\cdot V_{H_2O} + \varepsilon_{Hg}\cdot V_{Hg} = \varepsilon_{H_2O}\cdot\frac{a^3}{2} + \varepsilon_{Hg}\cdot\frac{a^3}{2} =$$

$$\left(\varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{Hg}\right)\frac{a^3}{2} = 14,6\ \frac{p}{cm^3}\frac{1}{2}\ m^3 = 7,3\cdot 10^6\ p = 7.300\ kp$$

2^{ος} τρόπος. $F_{\text{ΠΥΘΜΕΝΑ}} = p_{\text{ΟΛΙΚΟ}}\cdot S = p_{\text{ΟΛΙΚΟ}}\cdot a^2$

$$p_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = p_{H_2O} + p_{Hg} = \varepsilon_{H_2O}\frac{a}{2} + \varepsilon_{Hg}\frac{a}{2} = \frac{a}{2}\left(\varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{Hg}\right)$$ Άρα,

$$F_{\text{ΠΥΘΜΕΝΑ}} = \left(\varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{Hg}\right)\frac{a}{2}a^2 = 14,6\ \frac{p}{cm^3}\frac{1}{2}\ m^3 = \frac{1}{2}\ m^3 14,6\ \frac{p}{cm^3} = 7,3\cdot 10^6\ p = 7.300\ kp$$

(β) Το μέτρο της δυνάμεως που ασκείται στην πλευρική επιφάνεια προκύπτει από το γινόμενο της υδροστατικής πιέσεως του κ.β. της ευρισκόμενης σε επαφή με το υγρό επιφανείας επί το εμβαδό της.

$$F_1 = p_A\cdot S_1 = p_A\cdot\left(a\frac{a}{2}\right) = \left(\varepsilon_{Hg}\frac{a}{4} + \varepsilon_{H_2O}\frac{a}{2}\right)\frac{a^2}{2} = \left(\varepsilon_{Hg} + 2\varepsilon_{H_2O}\right)\frac{a^3}{8}$$

$$F_2 = p_\Gamma\cdot S_2 = p_\Gamma\cdot\left(a\frac{a}{2}\right) = p_\Gamma\frac{a^2}{2} = \left(\varepsilon_{H_2O}\frac{a}{4}\right)\frac{a^2}{2} = \varepsilon_{H_2O}\frac{a^3}{8}$$

$$F' = F_1 + F_2 = \left(\varepsilon_{Hg} + 2\varepsilon_{H_2O}\right)\frac{a^3}{8} + \varepsilon_{H_2O}\frac{a^3}{8} = \left(\varepsilon_{Hg} + 3\varepsilon_{H_2O}\right)\frac{a^3}{8} = (13,6+3)\frac{p}{cm^3}\frac{1}{8}m^3 =$$

$$16,6\ \frac{p}{cm^3}\frac{1}{8}\ 10^6\ cm^3 = \frac{8,3}{4}10^6\ p = \frac{8,3}{4}10^3\ kp = \frac{8.300}{4}\ kp = 2.075\ kp$$

Άσκηση 11, Κεφάλαιο 5.

Είναι $\varepsilon = \frac{gf}{cm^3} = 1\ \frac{p}{cm^3}$ & $B = 100\ gf = 100\ p$. Επειδή τα δυο υγρά ισορροπούν, η υδροστατική πίεση στα σημεία Γ, Γ' των δυο δοχείων που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο είναι ίδια. Συνεπώς: $p_\Gamma = p'_\Gamma \Leftrightarrow \varepsilon\cdot h = \varepsilon_{Hg}\cdot 2x \Leftrightarrow x = \frac{\varepsilon\cdot h}{2\varepsilon_{Hg}}$.

Για το βάρος του υγρού ισχύει ότι: $B = \varepsilon\cdot V = \varepsilon\cdot S\cdot h \Leftrightarrow h = \frac{B}{\varepsilon\cdot S}$.

Συνεπώς $$x = \frac{\varepsilon\cdot h}{2\varepsilon_{Hg}} = \frac{\varepsilon\cdot\frac{B}{\varepsilon\cdot S}}{2\varepsilon_{Hg}} = \frac{\frac{B}{S}}{2\varepsilon_{Hg}} = \frac{B}{2\varepsilon_{Hg}\cdot S} = \frac{100\ p}{2\cdot 13,6\frac{p}{cm^3}2\ cm^2} = \frac{25}{13,6}\ cm$$

Από το σχήμα προκύπτει ότι:

$$\Delta h = h - 2x = \frac{B}{\varepsilon \cdot S} - \cancel{2}\frac{B}{\cancel{2}\varepsilon_{Hg} \cdot S} = \frac{B}{\varepsilon \cdot S} - \frac{B}{\varepsilon_{Hg} \cdot S} = \frac{B}{S}\left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_{Hg}}\right) =$$

$$\frac{100}{2}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{13,6}\right) = 50\left(1 - \frac{1}{13,6}\right)\ cm = \frac{1 - \frac{1}{13,6}}{2}\ m$$

Άσκηση 12, Κεφάλαιο 5.

Είναι $p = 2\ at = 2\ \frac{kp}{cm^2}$ & $p = \frac{F}{S} \Leftrightarrow F = p \cdot S = 2\ \frac{kp}{cm^2} 4\ cm^2 = 8\ kp$

$$p = \varepsilon_{H_2O} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{p}{\varepsilon_{H_2O}} = \frac{2\ \frac{kp}{cm^2}}{1\ \frac{p}{cm^3}} = \frac{2.000\ p}{1\ p} cm = 2.000\ cm = 20\ m$$

Άσκηση 13, Κεφάλαιο 5.

Είναι $p = 1\ at = 1\ \frac{kp}{cm^2}$

$$p = \varepsilon_{\Theta A\Lambda} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{p}{\varepsilon_{\Theta A\Lambda}} = \frac{1\ \frac{kp}{cm^2}}{1,2\ \frac{p}{cm^3}} = \frac{1.000\ p}{1,2\ p} cm = \frac{2.500}{3}\ \text{cm} = \frac{25}{3}\ m$$

Άσκηση 14, Κεφάλαιο 5.

Είναι $p = 10\ \frac{p}{cm^2}$, $\varepsilon_{Hg} = 13,6\ \frac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{H_2O} = 1\ \frac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{OIN} = 0,8\ \frac{p}{cm^3}$.

Για το ύψος στήλης Hg ισχύει ότι $p = \varepsilon_{Hg} \cdot h_1 \Leftrightarrow h_1 = \frac{p}{\varepsilon_{Hg}} = \frac{10\ \frac{p}{cm^2}}{13,6\ \frac{p}{cm^3}} = \frac{10}{13,6}\ cm$

Για το ύψος στήλης H_2O ισχύει ότι $p = \varepsilon_{H_2O} \cdot h_2 \Leftrightarrow h_2 = \frac{p}{\varepsilon_{H_2O}} = \frac{10\ \frac{p}{cm^2}}{1\ \frac{p}{cm^3}} = 10\ cm$

Για το ύψος στήλης οινοπνεύματος ισχύει ότι

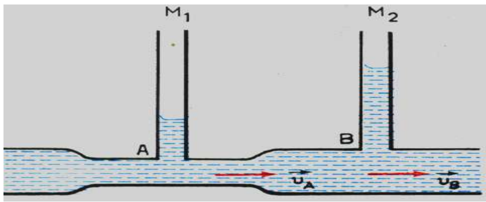
$$p = \varepsilon_{OIN} \cdot h_3 \Leftrightarrow h_3 = \frac{p}{\varepsilon_{OIN}} = \frac{10\ \frac{p}{cm^2}}{0,8\ \frac{p}{cm^3}} = \frac{10}{\frac{8}{10}}\ cm = \frac{10}{\frac{4}{5}}\ cm = \frac{50}{4}\ cm = 12,5\ cm$$

Άσκηση 15, Κεφάλαιο 5.

Είναι $S_A = 3\ cm^2$, $S_B = 63\ cm^2$, $p_A - p_B = 200\ \frac{N}{m^2}$, $d_{H_2O} = 1.000\ \frac{kg}{m^3}$.

Από το νόμο της συνέχειας ισχύει ότι:

$$\left.\begin{aligned}\Pi = S_A \cdot u_A = 3u_A \\ \Pi = S_B \cdot u_B = 63u_B\end{aligned}\right\} 3u_A = 63u_B \Leftrightarrow u_A = \frac{63}{3}u_B$$



Από την εξίσωση Bernoulli, για τις ολικές πιέσεις στα σημεία Α, Β ισχύει ότι:

$$p_{A_{ΟΛΙΚΗ}} = p_{B_{ΟΛΙΚΗ}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}d_{H_2O}u_A{}^2 + p_A = \frac{1}{2}d_{H_2O}u_B{}^2 + p_B \Leftrightarrow \frac{1}{2}d_{H_2O}u_A{}^2 = \frac{1}{2}d_{H_2O}u_B{}^2 + (p_B - p_A) \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}d_{H_2O}\frac{63}{3}\frac{63}{3}u_B{}^2 = \frac{1}{2}d_{H_2O}u_B{}^2 + 200\ \frac{N}{m^2} \Leftrightarrow d_{H_2O}\frac{63^2}{9}u_B{}^2 = d_{H_2O}u_B{}^2 + 400\ \frac{N}{m^2} \Leftrightarrow d_{H_2O}u_B{}^2\left(\frac{63^2}{9} - 1\right) = 400\ \frac{N}{m^2} \Leftrightarrow$$

$$1.0\cancel{0}\cancel{0}\ \frac{kg}{m^3}u_B{}^2\left(\frac{63^2-9}{9}\right) = 4\cancel{0}\cancel{0}\ \frac{N}{m^2} \Leftrightarrow 10u_B{}^2\left(\frac{3969-9}{9}\right)\frac{kg}{m^3} = 4\ \frac{kg\frac{m}{s^2}}{m^2} \Leftrightarrow 10u_B{}^2\frac{3960}{9} = 4\frac{m^2}{s^2} \Leftrightarrow$$

$$10u_B{}^2 440 = 4\frac{m^2}{s^2} \Leftrightarrow 10u_B{}^2 110 = \frac{m^2}{s^2} \Leftrightarrow u_B = \sqrt{\frac{1}{1100}}\ \frac{m}{s} = \frac{1}{10\sqrt{11}}\ \frac{m}{s}$$

Από το νόμο της συνέχειας ισχύει ότι:

$$\Pi = S_B \cdot u_B = 63\ cm^2\ \frac{1}{10\sqrt{11}}\ \frac{m}{s} = \frac{6,3}{\sqrt{11}}\ 10^{-6}m^2\ \frac{m}{s} = \frac{6,3}{\sqrt{11}}\cdot 10^{-6}\ \frac{m^3}{s}$$

Από τον ορισμό της παροχής ισχύει ότι:

$$\Pi = \frac{V}{t} \Leftrightarrow V = \Pi \cdot t = \Pi \cdot 60\ s = \frac{6,3}{\sqrt{11}}\cdot 10^{-6}60\ \frac{m^3}{\cancel{s}}\cancel{s} = \frac{6,3\cdot 6}{100.000\sqrt{11}}\ m^3 = \frac{6,3\cdot 3}{50.000\sqrt{11}}\ m^3 =$$

$$\frac{3,15\cdot 3}{25.000\sqrt{11}}\ m^3 = \frac{9,45}{25.000\sqrt{11}}\ m^3 = \frac{1,89}{5.000\sqrt{11}}\ m^3 = \frac{3,78\cdot 10^{-4}}{\sqrt{11}}\ m^3$$

Άσκηση 16, Κεφάλαιο 5.

Είναι $h = \frac{9}{10}\ cm = \frac{9}{10}\frac{1}{100}\ m$ & $A_1 = 3A_2 \Leftrightarrow A_1{}^2 = 9A_2{}^2 \Leftrightarrow A_1{}^2 - A_2{}^2 = 8A_2{}^2$

Από το νόμο της συνέχειας ισχύει ότι: $A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Leftrightarrow u_2 = \frac{A_1}{A_2}u_1 = \frac{3A_2}{A_2}u_1 = 3u_1$

Για το βεντουρίμετρο ισχύει ότι:

$${}_1 = A_2\sqrt{\frac{2(\rho' - \rho)\cdot g \cdot \Delta h}{\rho\left(A_1^2 - A_2^2\right)}} = A_2\sqrt{\frac{2(\rho'-\rho)\cdot g \cdot \frac{9}{10}\frac{1}{100}\ m}{\rho \cdot 8 \cdot A_2^2}} = \sqrt{\frac{(\rho'-\rho)\cdot g\cdot\frac{9}{10}\frac{1}{100}\ m}{\rho\cdot 4}} =$$

$$\sqrt{\frac{\rho'-\rho}{\rho}}\sqrt{\frac{\cancel{10}\frac{m}{s^2}\frac{9}{\cancel{10}}\frac{1}{100}\ m}{4}} = \sqrt{\frac{\rho'-\rho}{\rho}}\sqrt{\frac{9}{400}}\ \frac{m}{s} = \frac{3}{20}\sqrt{\frac{\rho'-\rho}{\rho}}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 17, Κεφάλαιο 5.

(**α**) Για τον υπολογισμό του βεληνεκούς R ισχύει ότι:

$$R = u_0 \cdot t = u_0 \cdot \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \sqrt{2\cdot g\cdot h}\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = \sqrt{4\cdot h\cdot(H-h)} = 2\sqrt{h\cdot(H-h)}$$

(**β**) Σε κανένα άλλο ύψος.

(**γ**)

maximize βεληνεκές $\Leftrightarrow$ maximize $2\sqrt{h\cdot(H-h)} \Leftrightarrow$ maximize $h\cdot(H-h) \Leftrightarrow$

maximize $(H\cdot h-h^2)$

Θεωρώ συνάρτηση $f(h)=H\cdot h-h^2$. Είναι $f'(h)=H-2h$.

Ισχύει ότι $f'(h)=0 \Leftrightarrow H-2h=0 \Leftrightarrow h=\frac{H}{2}$.

Άσκηση 18, Κεφάλαιο 5.

Είναι $p=4\ atm=4\cdot 1,013\cdot 10^5\ Pa=400\cdot 1013\ \frac{kp}{m^2}=4.000\cdot 1.013\ \frac{N}{m^2}$

$$p_1+\frac{1}{2}d\cdot u_1^2=p_2+\frac{1}{2}d\cdot u_2^2 \Leftrightarrow p_1-p_2=\frac{1}{2}d\cdot u_2^2-\frac{1}{2}d\cdot u_1^2 \Leftrightarrow$$

$$4.000\cdot 1.013=\frac{1}{2}d\cdot\left(u_2^2-u_1^2\right) \Leftrightarrow$$

$$4.000\cdot 1.013=\frac{1}{2}1\cdot\left(9-u_1^2\right) \Leftrightarrow 4.000\cdot 2.026=9-u_1^2 \Leftrightarrow$$

$$u_1^2=9-4.000\cdot 2.026$$

Άσκηση 19, Κεφάλαιο 5.

Είναι $\delta=0,50\ m \Rightarrow R=0,25\ m=\frac{1}{4}\ m$.

$$u=\sqrt{2\cdot g\cdot h}=\sqrt{2\cdot 10\cdot 8}=\sqrt{16\cdot 10}=4\sqrt{10}\ \frac{m}{s}$$

$$\Pi=s\cdot u=\pi\cdot R^2\cdot u=\pi\frac{1}{4}\frac{1}{\cancel{4}}\cancel{4}\sqrt{10}=\frac{\pi\sqrt{10}}{4}\ \frac{m^3}{s}$$

Άσκηση 20, Κεφάλαιο 5.

Όταν το σώμα επιπλέει σε καθαρό νερό, από τη συνθήκη πλεύσεως ισχύει ότι

$$B=A \Leftrightarrow \varepsilon_{\Sigma\Omega\mathrm{MATO}\Sigma}\cdot \cancel{V}=\varepsilon_{\mathrm{H_2O}}\cdot\frac{3}{4}\cancel{V} \Leftrightarrow \varepsilon_{\Sigma\Omega\mathrm{MATO}\Sigma}=\frac{3}{4}\ \frac{p}{cm^3}$$

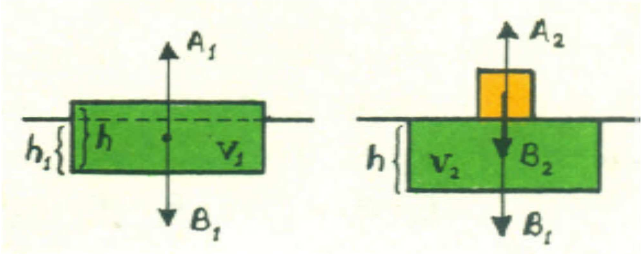
Όταν το σώμα επιπλέει σε λάδι, από τη συνθήκη πλεύσεως ισχύει ότι

$$B=A \Leftrightarrow \varepsilon_{\Sigma\Omega\mathrm{MATO}\Sigma}\cdot \cancel{V}=\varepsilon_{OIL}\cdot\frac{9}{10}\cancel{V} \Leftrightarrow \varepsilon_{\Sigma\Omega\mathrm{MATO}\Sigma}=\frac{9}{10}\varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow$$

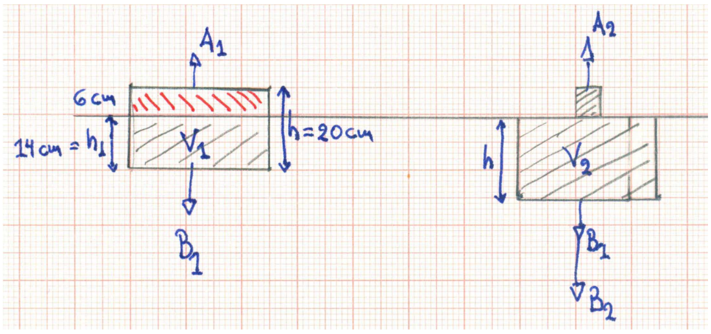
$$\frac{3}{4}=\frac{9}{10}\varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow \frac{1}{4}=\frac{3}{10}\varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{3}{5}\varepsilon_{OIL} \Leftrightarrow \varepsilon_{OIL}=\frac{5}{6}\ \frac{p}{cm^3}$$

Παρατήρηση. $\varepsilon_{\Sigma\Omega\mathrm{MATO}\Sigma}=\frac{3}{4}=\frac{18}{24}\ \frac{p}{cm^3}$, $\varepsilon_{OIL}=\frac{5}{6}=\frac{20}{24}\frac{p}{cm^3}$.

Άσκηση 21, Κεφάλαιο 5.



Όταν το ξύλινο μαδέρι επιπλέει, τότε από τη συνθήκη πλεύσεως ισχύει ότι $\mathrm{B}_1 = \mathrm{A}_1$ και επειδή $\mathrm{A}_1 = \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot \mathrm{V}_1 = \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot s \cdot h_1$, θα ισχύει ότι $\mathrm{B}_1 = \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot s \cdot h_1$.



Όταν πάνω στο ξύλινο μαδέρι τοποθετηθεί βάρος B_2 και αυτό επιπλέει τελείως βυθισμένο, τότε από τη συνθήκη πλεύσεως ισχύει ότι $\mathrm{B}_1 + \mathrm{B}_2 = \mathrm{A}_2$ και επειδή $\mathrm{A}_2 = \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot \mathrm{V}_2 = \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot s \cdot h$, θα ισχύει ότι

$$\mathrm{B}_1 + \mathrm{B}_2 = \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot s \cdot h \Leftrightarrow \mathrm{B}_2 = \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot s \cdot h - \mathrm{B}_1 = \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot s \cdot h - \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot s \cdot h_1 = \varepsilon_{\mathrm{H_2 0}} \cdot s\left(h - h_1\right) =$$

$$1 \ \frac{p}{cm^3} \frac{1}{2} \ m^2 6 \ cm = 3 \ \frac{p \cdot m^2 \cdot cm}{cm^3} = 3 \ \frac{p \cdot 100 \ \cancel{cm} \cdot 100 \ \cancel{cm} \cdot \cancel{cm}}{\cancel{cm^3}} = 30.000 \ p = 30 \ kp .$$

Άσκηση 22, Κεφάλαιο 5.

Στη σφαίρα, καθ' όλη τη διάρκεια της κινήσεως, ασκούνται δυο σταθερές δυνάμεις, το βάρος της B και η άνωση A από το νερό. Άρα, η σφαίρα κινείται προς το βυθό, με σταθερή επιτάχυνση a, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Για την κίνηση της ισχύει ότι

$h = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{2} a \cdot 4^2 \Leftrightarrow 4 = 8a \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \ \frac{m}{s^2}$. Από τους νόμους του Newton ισχύει ότι $\Sigma F = m \cdot a \Leftrightarrow B - A = m \cdot a \Leftrightarrow m \cdot g - A = m \cdot a \Leftrightarrow$

$$d_{\Sigma\Phi} \cdot \cancel{V} \cdot g - d_{H_2O} \cdot g \cdot \cancel{V} = d_{\Sigma\Phi} \cdot \cancel{V} \cdot a \Leftrightarrow d_{\Sigma\Phi} \cdot g - d_{H_2O} \cdot g = d_{\Sigma\Phi} \cdot a \Leftrightarrow$$

$$d_{\Sigma\Phi} \cdot 10 - 1 \cdot 10 = d_{\Sigma\Phi} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow 9{,}5 \cdot d_{\Sigma\Phi} = 10 \Leftrightarrow d_{\Sigma\Phi} = \frac{10}{9{,}5} = 1{,}05 \ \frac{g}{cm^3}$$

Άσκηση 23, Κεφάλαιο 5.

Έστω V_1 ο όγκος του βυθισμένου τμήματος του παγόβουνου.

Έστω V ο όγκος όλου του παγόβουνου. Προφανώς είναι $V > V_1$.

Αφού το παγόβουνο πλέει, από τη συνθήκη πλεύσεως προκύπτει ότι $A = B$.

$$\left.\begin{array}{l} A = d_{\Theta A\Lambda} \cdot g \cdot V_1 \\ B = d_{\Pi A\Gamma} \cdot g \cdot V \end{array}\right\} d_{\Theta A\Lambda} \cdot \cancel{g} \cdot V_1 = d_{\Pi A\Gamma} \cdot \cancel{g} \cdot V \Leftrightarrow d_{\Theta A\Lambda} \cdot V_1 = d_{\Pi A\Gamma} \cdot V \Leftrightarrow$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{d_{\Pi A\Gamma}}{d_{\Theta A\Lambda}} = \frac{0{,}88}{1{,}1} = \frac{\frac{88}{10\cancel{0}}}{\frac{11}{1\cancel{0}}} = \frac{88}{110} = \frac{8}{10}$$

Άρα, το 80% του όγκου του παγόβουνου είναι βυθισμένο.

Άσκηση 24, Κεφάλαιο 5.

$$T = B = m\cdot g = 1.000\ N$$

$$T = K\cdot s\cdot u^2 \Leftrightarrow u^2 = \frac{T}{K\cdot s} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{T}{K\cdot s}} = \sqrt{\frac{1.000}{70}} = \sqrt{\frac{100}{7}} = \frac{10}{\sqrt{7}}\ \frac{m}{s}$$

Άσκηση 25, Κεφάλαιο 5.

$$\mathrm{B}_\Sigma = d_\Sigma\cdot g\cdot V_\Sigma \Leftrightarrow 100\ N = 5\ \frac{g}{cm^3}10\ \frac{m}{s^2}V_\Sigma \Leftrightarrow 10\cancel{0}\ kg\frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}} = 5\ \frac{g}{cm^3}\cancel{10}\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}V_\Sigma \Leftrightarrow$$

$$10\cdot 1.000\ \cancel{g} = 5\ \frac{\cancel{g}}{cm^3}V_\Sigma \Leftrightarrow V_\Sigma = 2.000\ cm^3 = 2\ L = \frac{2}{1.000}\ m^3$$

Το φαινόμενο βάρος είναι:

$$\mathrm{B}_\Sigma - A = d_\Sigma\cdot g\cdot V_\Sigma - d_N\cdot g\cdot V_\Sigma = \left(d_\Sigma - d_N\right)g\cdot V_\Sigma = 4\frac{g}{cm^3}10\ \frac{m}{s^2}\frac{2}{1.000}\ m^3 =$$

$$4\frac{\frac{1}{1.000}kg}{\frac{1}{1.000.000}\cancel{m^3}}\cdot\cancel{10}\ \frac{m}{s^2}\frac{2}{1.00\cancel{0}}\ \cancel{m^3} = 4.0\cancel{00}\ kg\ \frac{2}{\cancel{100}}\ \frac{m}{s^2} = 80\ \mathrm{N}$$

Άσκηση 26, Κεφάλαιο 5

Είναι $\varepsilon_{H_2O} = 1\ \frac{p}{cm^3} \Rightarrow d_{H_2O} = 1\ \frac{g}{cm^3} = 1.000\ \frac{kg}{m^3}$.

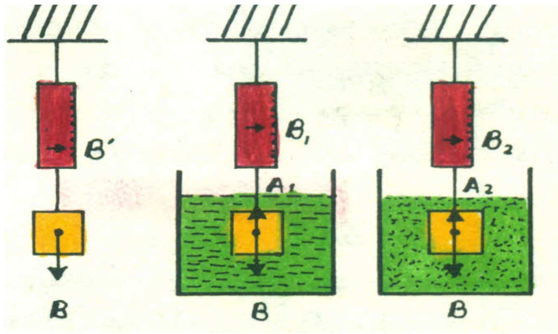
$$\left.\begin{aligned}\mathrm{B} &= 300\ N\\ \mathrm{B}_{\text{ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ}} &= 250\ N\end{aligned}\right\}\mathrm{A} = 50\ N.$$

$$\mathrm{A} = \varepsilon_{H_2O}\cdot V \Leftrightarrow V = \frac{\mathrm{A}}{\varepsilon_{H_2O}} = \frac{50\ N}{d_{H_2O}\cdot g} = \frac{50\ \cancel{kg}\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}}{1.000\ \frac{\cancel{kg}}{m^3}\cdot 10\frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}}} = \frac{5}{100}\ m^3 = \frac{1}{20}\ m^3.$$

Παρατήρηση. $d_{H_2O} = 1\ \frac{g}{cm^3} = 1\ \frac{\frac{1}{1.\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0}}kg}{\frac{1}{100}\ \frac{1}{10\cancel{0}}\ \frac{1}{1\cancel{0}\cancel{0}}m^3} = 1.000\ \frac{kg}{m^3}$.

Άσκηση 27, Κεφάλαιο 5.

Είναι $B' = 100\ N$, $B_1 = 90N$, $B_2 = 80\ N$, $\varepsilon_\nu = 1\ \frac{gf}{cm^3}$. Όταν ο κύλινδρος αναρτάται από δυναμόμετρο στον αέρα και ισορροπεί, τότε εφόσον η άνωση του στον αέρα είναι αμελητέα, το βάρος του B συμπίπτει με την ένδειξη του δυναμόμετρου $B' = 100\ N$. Δηλαδή ισχύει ότι $B = 100\ N$.



Όταν ο κύλινδρος είναι εξ΄ ολοκλήρου βυθισμένος μέσα σε καθαρό νερό και ισορροπεί, τότε η ένδειξη του δυναμόμετρου B_1 ισούται με τη συνισταμένη του βάρος B του κυλίνδρου και της ανώσεως A_1 που δέχεται ο κύλινδρος από το νερό. Δηλαδή ισχύει ότι $B_1 = B - A_1 \Leftrightarrow 90 = 100 - A_1 \Leftrightarrow A_1 = 10\ N$

Επίσης, αν ό όγκος του κυλίνδρου είναι V, ισχύει ότι

$$A_1 = \varepsilon_\nu \cdot V \Leftrightarrow V = \frac{A_1}{\varepsilon_\nu} = \frac{10\ N}{1\ \frac{gf}{cm^3}} = 10\frac{N}{gf}cm^3 = 10\frac{\cancel{N}}{\frac{981}{10^5}\cancel{N}}cm^3 = \frac{10^6}{981}cm^3 = \frac{1}{981}m^3$$

Όταν ο κύλινδρος βυθισθεί εξ΄ ολοκλήρου μέσα σε άγνωστο υγρό και ισορροπεί, τότε η ένδειξη του δυναμόμετρου ισούται με τη συνισταμένη του βάρους B του κυλίνδρου και της ανώσεως A_2 που δέχεται από το υγρό. Δηλαδή, ισχύει ότι $B_2 = B - A_2 \Leftrightarrow 80 = 100 - A_2 \Leftrightarrow A_2 = 20\ N$. Επίσης, αν ό όγκος του κυλίνδρου είναι V ισχύει ότι $A_2 = e_x \cdot V \Leftrightarrow e_x = \frac{A_2}{V} = \frac{20\ N}{\frac{1}{981}m^3} = 20 \cdot 981\frac{N}{m^3}$

Από τη θεωρία ισχύει ότι $1\ gf = \frac{981}{10^5}N \Leftrightarrow 1N = \frac{10^5}{981}\ gf$.

Άρα, είναι $e_x = 20 \cdot 981\frac{N}{m^3} = 20 \cdot \cancel{981}\ \frac{\frac{10^5}{\cancel{981}}\ gf}{m^3} = 2 \cdot 10^6\ \frac{gf}{m^3} = 2 \cdot \cancel{10^6}\ \frac{gf}{\cancel{10^6}\ cm^3} = 2\ \frac{gf}{cm^3}$,

οπότε από τη θεωρία ισχύει ότι $d_x = 2\ \frac{g}{cm^3}$. Για τον κύλινδρο ισχύει ότι

$$\varepsilon_{\text{ΚΥΛ}} = \frac{B}{V} = \frac{100\ N}{\frac{1}{981}\ m^3} = 981 \cdot 100\ \frac{N}{m^3} = \cancel{981} \cdot 100\ \frac{\frac{10^5}{\cancel{981}}\ gf}{m^3} = 10^7\ \frac{gf}{m^3} = 10^7\ \frac{gf}{10^6\ cm^3} = 10\ \frac{gf}{cm^3}$$

Άρα, είναι $d_{\text{ΚΥΛ}} = 2\ \frac{g}{cm^3}$.

Άσκηση 28, Κεφάλαιο 5.

Είναι $\text{d}_{\text{Θερμού αέρα}} = 0,7\ \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \varepsilon_{\text{Θερμού αέρα}} = \text{d}_{\text{Θερμού αέρα}} \cdot g = 7\ \frac{kg}{m^2 s^2}$

$\text{d}_{\text{Ατμοσφαιρικού αέρα}} = 1,3\ \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \varepsilon_{\text{Ατμοσφαιρικού αέρα}} = \text{d}_{\text{Ατμοσφαιρικού αέρα}} \cdot g = 13\ \frac{kg}{m^2 s^2}$

$\text{A} = \text{B}_{\text{Καλαθιού}} + \text{B}_{\text{Θερμού αέρα}} \Leftrightarrow$

$\varepsilon_{\text{Ατμοσφαιρικού αέρα}} \cdot \text{V}_{\text{Μπαλονιού}} = 1.200 + \varepsilon_{\text{Θερμού αέρα}} \cdot \text{V}_{\text{Μπαλονιού}} \Leftrightarrow$

$13 \cdot \text{V}_{\text{Μπαλονιού}} = 1.200 + 7 \cdot \text{V}_{\text{Μπαλονιού}} \Leftrightarrow 6 \cdot \text{V}_{\text{Μπαλονιού}} = 1.200 \Leftrightarrow \text{V}_{\text{Μπαλονιού}} = 200\ m^3$

Άσκηση 29, Κεφάλαιο 5.

Ο όγκος του κύβου ισούται με τον όγκο του νερού που εκτοπίζει όταν είναι εξ΄ ολοκλήρου βυθισμένος στο νερό. Δηλαδή $V = 50\ cm^3$. Για το ειδικό βάρος του κύβου ισχύει ότι

$$\varepsilon = \frac{B}{V} = \frac{\frac{3}{10}\,N}{50\ cm^3} = \frac{3}{500}\frac{N}{cm^3} = \frac{3}{500}\frac{\frac{1}{9,81}\,kgf}{cm^3} = \frac{3}{500\cdot 9,81}\frac{kgf}{cm^3} = \frac{3}{500\cdot 9,81}\frac{1.000\ gf}{cm^3} =$$

$\frac{3}{1\cdot 9,81}\frac{2\ gf}{cm^3} = \frac{6}{9,81}\frac{gf}{cm^3}$. Όταν ο κύβος αφεθεί ελεύθερος επιπλέει στο νερό διότι το ειδικό του βάρος $\frac{6}{9,81}\frac{gf}{cm^3}$ είναι μικρότερο από το ειδικό βάρος του νερού $\varepsilon_{H_2O} = 1\ \frac{gf}{cm^3}$. Όταν ο κύβος επιπλέει, από τη συνθήκη πλεύσεως, ισχύει ότι

$$A = B \Leftrightarrow A = \frac{3}{10}\ N \Leftrightarrow \varepsilon_{H_2O}\cdot V_{\mathrm{BY\Theta}} = \frac{3}{10}\ \frac{1}{9,81}\ kgf \Leftrightarrow$$

$$1\ \frac{\cancel{gf}}{cm^3}\cdot V_{\mathrm{BY\Theta}} = \frac{3}{10}\ \frac{1}{9,81}\ 1.000\ \cancel{gf} \Leftrightarrow V_{\mathrm{BY\Theta}} = \frac{3}{98,1}1.000\ cm^3 = \frac{3}{98,1}\ dm$$

Άρα, όταν ο κύβος επιπλέει, ο όγκος του βυθισμένου τμήματος $V_{\mathrm{BY\Theta}}$ είναι $\frac{3}{98,1}$ λίτρα.

Άσκηση 30, Κεφάλαιο 5,

Είναι $\alpha = 1\ m \Rightarrow V = 1\ m^3$

$$\mathrm{A} = \varepsilon_\upsilon\cdot \mathrm{V}_\beta = \frac{1.000\ \mathrm{N}}{m^3}\mathrm{V}_\beta,\quad \mathrm{A} = \mathrm{B} \Leftrightarrow \frac{1.00\cancel{0}\ \cancel{\mathrm{N}}}{m^3}\mathrm{V}_\beta = 95\cancel{0}\ \cancel{\mathrm{N}} \Leftrightarrow \mathrm{V}_\beta = 0,95\ m^3$$

Επιπλέει το κιβώτιο με το 5% του όγκου του είναι έξω από το νερό.