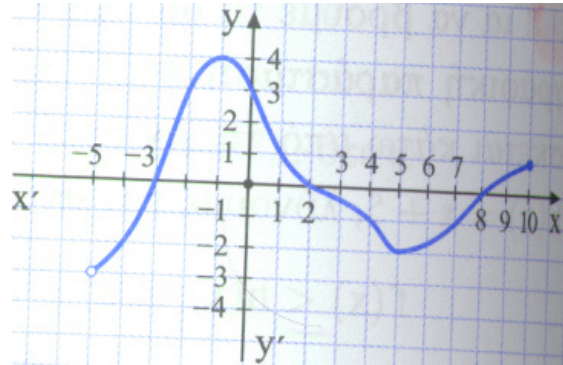


ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΕΜΠΟΡΙΚΟΥ ΝΑΥΤΙΚΟΥ ΟΙΝΟΥΣΣΩΝ

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2011 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΕΞΑΜΗΝΟΥ.

ΘΕΜΑ 1 (1 + 0,5 + 0,5 = 2 ΜΟΝΑΔΕΣ)

A. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση συναρτήσεως f .



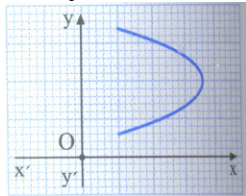
(α) Βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f .

(β) Βρείτε τις τιμές $f(-2)$, $f(0)$, $f(f(-1))$.

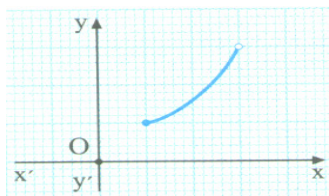
(γ) Λύστε τις εξισώσεις $f(x) = 0$, $f(x) = -2$.

(δ) Λύστε την ανίσωση $f(x) < 3$.

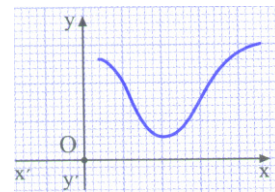
B. Εξετάστε αν οι καμπύλες είναι γραφικές παραστάσεις 1-1 συναρτήσεων.



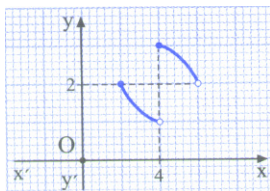
(α)



(β)



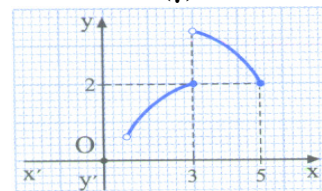
(γ)



(δ)



(ε)



(στ)

Γ. Το πλήθος επισκεπτών σε παραλία δίνεται από την συνάρτηση $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + 7x^2 + 30x + 300$, όπου x η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου με $20 \leq x \leq 35$. Σε ποια θερμοκρασία παρατηρείται το μέγιστο πλήθος επισκεπτών και ποιο είναι αυτό;

ΘΕΜΑ 2 (0,5 + 0,5 + 1 + 1 = 3 ΜΟΝΑΔΕΣ)

A. Βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε να είναι συνεχής η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + \beta & , x < 2 \\ 5 & , x = 2 \\ x^3 + ax^2 + (2\beta - 9)x - 1 & , x > 2 \end{cases}$$

B. Έστω συνάρτηση $f(x) = x^5 + 5x^3 - x + 10$. Δείξτε ότι υπάρχει $\xi \in [1, 2]$ τέτοιο, ώστε $f(\xi) = 50$.

Γ. Εξετάστε αν είναι συνεχείς στο πεδίο ορισμού τους οι συναρτήσεις:

$$g(x) = \begin{cases} 3x^2 - 4x, & x < 2 \\ 7, & x = 2 \\ 5x - 6, & x > 2 \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} x^3 - 3x, & x \leq -1 \\ x^2 + x, & x > -1 \end{cases}$$

Δ. Έστω συνάρτηση $u(x) = -x^2 + 3x$. Ποια η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παραστάσεως της συναρτήσεως, που:

(α) έχει συντελεστή διεύθυνσεως 5; (β) είναι παράλληλη στην ευθεία (ζ): $y = x + 5$;

(γ) είναι κάθετη στην ευθεία (η): $x - 3y + 12 = 0$;

(δ) είναι παράλληλη στον άξονα xx' ;

ΘΕΜΑ 3 (1 + 0,5 + 1 = 2,5 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Α. Ναυπηγείο κατασκευάζει κατ' έτος έως και 20 σκάφη. Το κόστος κατασκευής (σε χιλιάδες £) x σκαφών εκφράζεται με την συνάρτηση $K(x) = 4x^2 + 30$ και τα έσοδα από τις πωλήσεις τους με την συνάρτηση (σε χιλιάδες £) $E(x) = 3x^2 + 20x$.

(α) Ποιο το κόστος κατασκευής 5 σκαφών;

(β) Να βρεθεί ο τύπος $P(x)$ της συναρτήσεως του κέρδους του ναυπηγείου.

(γ) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του κέρδους;

(δ) Πόσα σκάφη πρέπει να κατασκευάζει το ναυπηγείο κατ' έτος για να έχει το μέγιστο κέρδος;

Β. Μελετήστε ως προς την μονοτονία – τοπικά ακρότατα την $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x - 1}$.

Γ. Μελετήστε ως προς την μονοτονία – τοπικά ακρότατα, τα σημεία καμψής και τα διαστήματα κυρτότητας – κοιλότητας, την συνάρτηση $w(x) = x \cdot e^{-x}$.

ΘΕΜΑ 4 (1 + 1 + 0,5 = 2,5 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Α. Υπολογίστε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + \ln x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \eta \mu x}{x^3}$.

Β. Ορισμός κατακόρυφης, πλάγιας, οριζόντιας ασύμπτωτης γραφικής παραστάσεως συναρτήσεως f .

Γ. Ορισμός άρτιας, περιττής συναρτήσεως.

Ο ΕΞΕΤΑΣΤΗΣ

Στέφανος Ι. Καρναβάς
Μαθηματικός (M.Ed.)
Επίκουρος Καθηγητής

ΚΑΛΗ ΣΑΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ☺