

ΑΕΝ ΑΣΠΡΟΠΥΡΓΟΥ ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι Α΄ ΕΞΑΜΗΝΟΥ 13/02/2017

ΜΟΝΟ ΓΙΑ ΠΡΩΤΟΕΤΕΙΣ ΣΠΟΥΔΑΣΤΕΣ

Όνοματεπώνυμο..... Α.Μ. ....

Α. Αν για τους  $2 \times 2$  πίνακες  $A, B$  ισχύει ότι  $(A+B)^2 = A^2 + B^2$ , αποδείξτε ότι  $AB = -BA$ .

Β. Αν  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ , βρείτε τους πίνακες  $A^2, A^3, A^T, A^{-1}$  και τις ορίζουσες τους.

Γ. Αν  $z = \rho(\cos\theta + i \cdot \sin\theta)$  η τριγωνομετρική μορφή του μιγαδικού  $z$ , ποια η τριγωνομετρική μορφή του  $\bar{z}$ ; Λύστε την εξίσωση  $z^9 (\bar{z})^5 = 1$ .

Δ. Βρείτε πολυώνυμο  $P(x)$ , τρίτου βαθμού με πραγματικούς συντελεστές τέτοιο, ώστε  $P(1) = -2$  και η εξίσωση  $P(x) = 0$  να έχει ρίζες τους αριθμούς 2 και  $1+i$ .

Ε. Αποδείξτε ότι κάθε γνησίως μονότονη συνάρτηση είναι  $1-1$ . Εξετάστε αν ισχύει το αντίστροφο.

Στ. Η  $1-1$  συνάρτηση  $f$  έχει Π.Ο.  $= \mathbb{R}$ . Λύστε την εξίσωση  $f(x) = f(x^2)$ .

Ζ. Βρείτε τα όρια  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$ .

Η. Αποδείξτε ότι είναι κυρτή στο  $\mathbb{R}$  η συνάρτηση  $f(x) = e^x$ , κάντε τη γραφική της παράσταση και βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στη γραφική της παράσταση στο σημείο  $A(0, 1)$ .

Θ. Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη με  $f'(x) = (x-1)^3 + (x-2)^5$ , αποδείξτε ότι η  $f$  στρέφει τα κοίλα άνω.

Ι. Υπολογίστε τα  $\int \sin x \, dx = \dots$ ,  $\int_0^{\pi} \cos x \, dx = \dots$ ,  $\int_3^4 x \, dx = \dots$ ,  $(5^x)' = \dots$ ,  
 $(\log x)' = \dots$

ΘΕΜΑΤΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΚΑΛΗ ΣΑΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ☺

Στέφανος Ι. Καρναβάς, Μαθηματικός (M.Ed.), Επίκουρος Καθηγητής.