ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ II

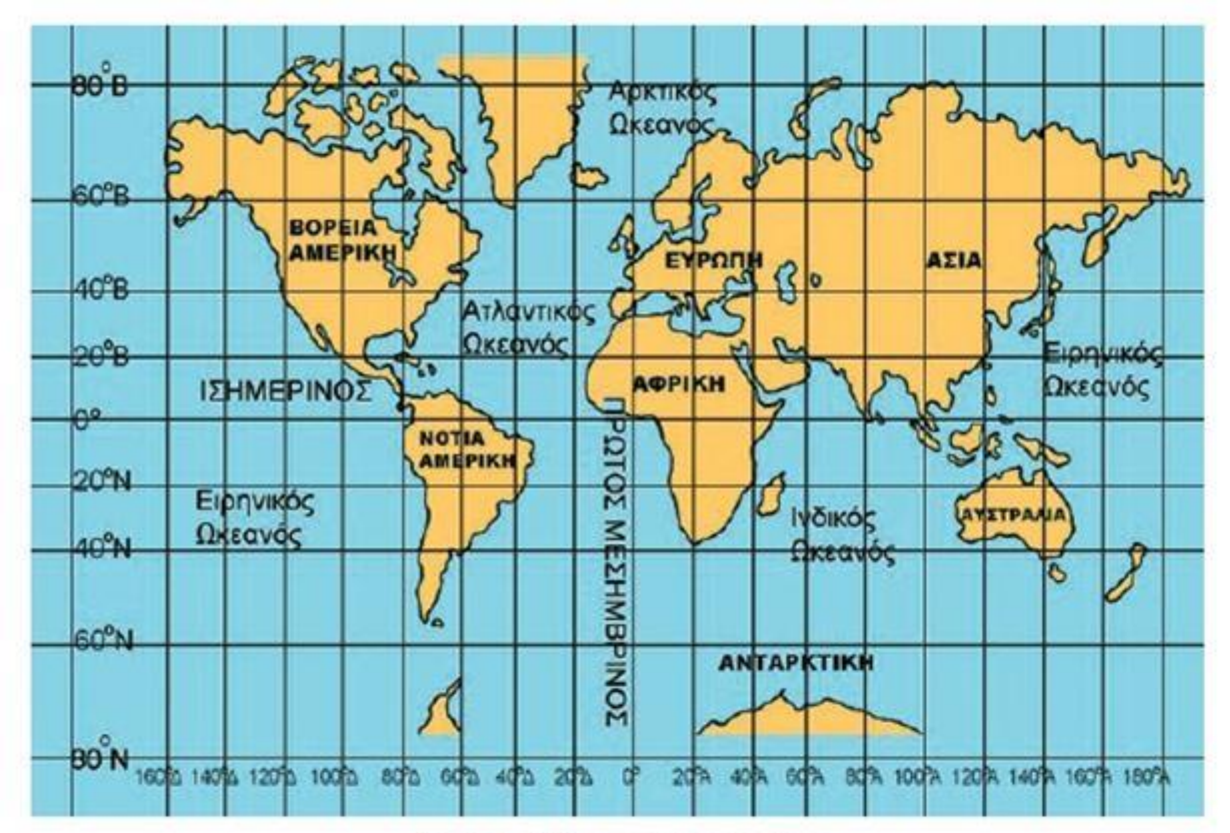
6ο μάθημα

Επιμέλεια: Δρ Ασημίνα Κριμπένη

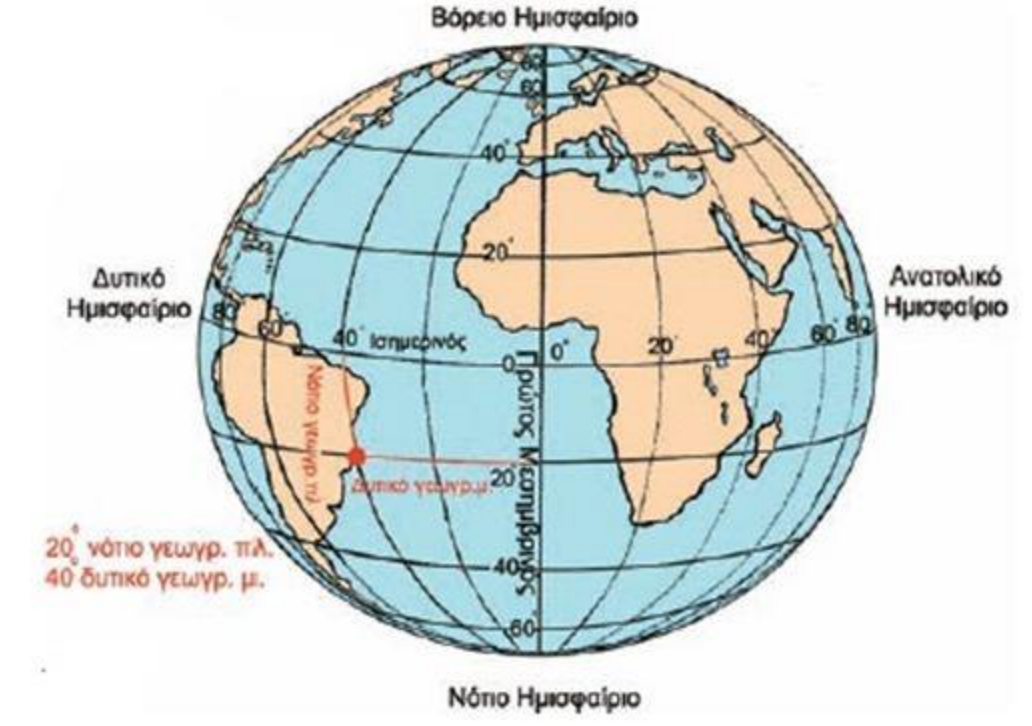
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Επιμέλεια: Δρ Ασημίνα Κριμπένη

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ



Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης



Εικόνα 3.1: Γεωγραφικές συντεταγμένες

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

Ορισμός: **Ορθοδρομία** ή **Ορθοδρομικό Τόξο** λέγεται τόξο μέγιστου κύκλου, που είναι μικρότερο των 180°, και συνδέει δύο τόπους (σημεία) πάνω στην επιφάνεια της γης.

Η ορθοδρομία αποτελεί την συντομότερη απόσταση μεταξύ δύο τόπων πάνω στην επιφάνεια της γης.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

Το τόξο αυτό στρέφει τα κοίλα προς τον Ισημερινό και τα κυρτά προς τους πόλους. Τέμνει, επίσης, τους μεσημβρινούς υπό συνεχώς μεταβαλλόμενη γωνία.

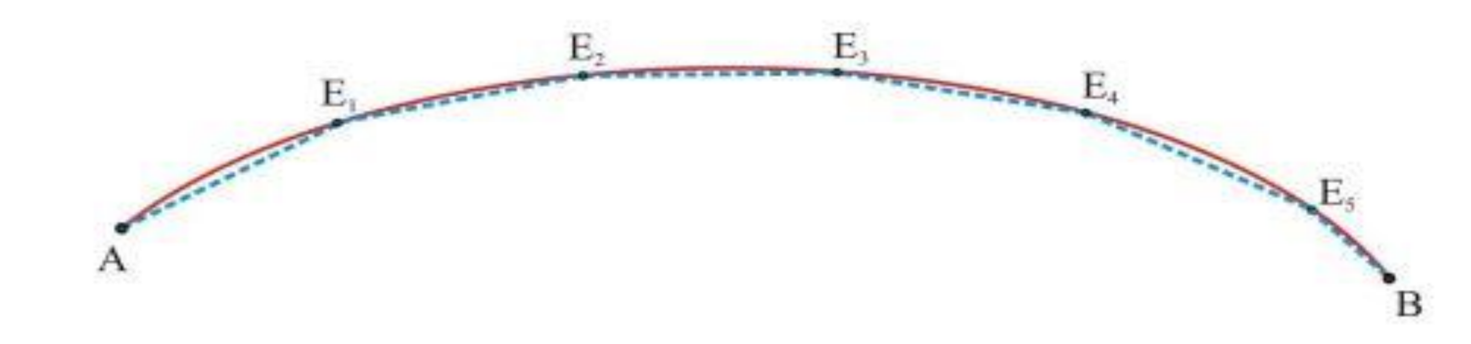
Επομένως για να ακολουθήσουμε ορθοδρομική πλεύση, πρέπει να μεταβάλλουμε συνεχώς την πορεία του πλοίου.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

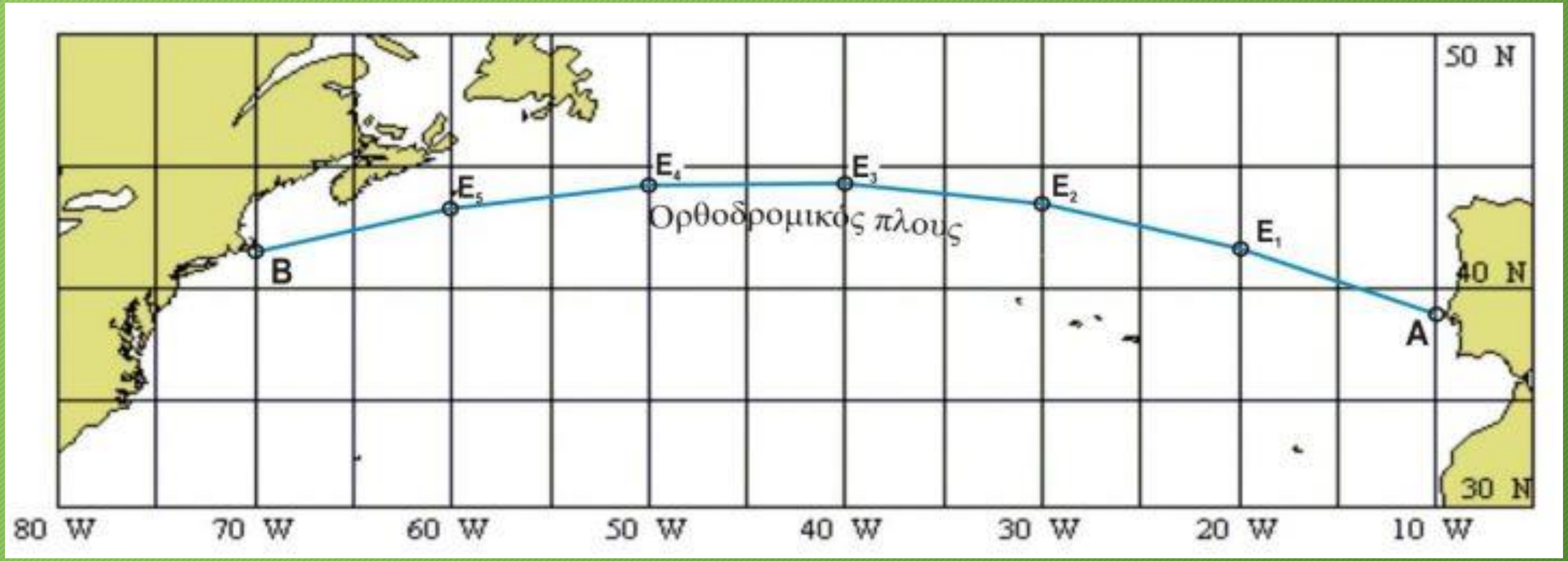
Επειδή αυτό στην πράξη είναι αδύνατο, ακολουθούμε τεθλασμένη γραμμή που εγγράφουμε στο ορθοδρομικό τόξο. Όσες περισσότερες είναι οι πλευρές της τεθλασμένης γραμμής, τόσο περισσότερο αυτή προσεγγίζει το ερθοδρομικό τόξο. Ο πλους πάνω στην τεθλασμένη αυτή γραμμή, κοντά στο ορθοδρομικό τόξο, λέγεται **ορθοδρομικός πλους**.



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

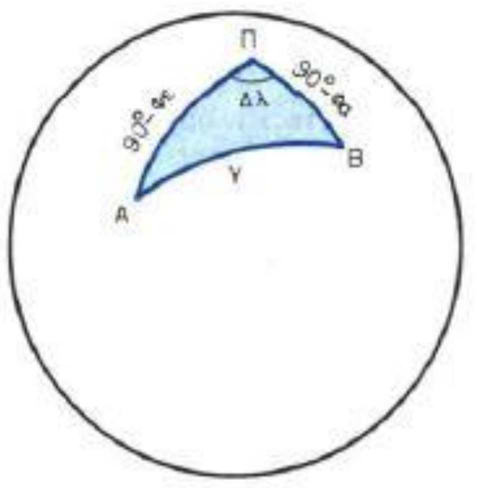
1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

Ορθοδρομική Απόσταση:

Είναι το μέτρο του αντίστοιχου ορθοδρομικού τόξου, μετρημένο σε πρώτα λεπτά της μοίρας, δηλαδή σε ναυτικά μίλια.

Τρίγωνο Ορθοδρομίας ή Γήινο Τρίγωνο

Λέγεται το σφαιρικό τρίγωνο ΠΑΒ, το οποίο βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια της Γης και σχηματίζεται μεταξύ του τόπου εκκίνησης Α ενός πλοίου, του τόπου αφίξεως Β και του πόλου Π της Γης, ο οποίος είναι ομώνυμος προς το πλάτος εκκίνησης.

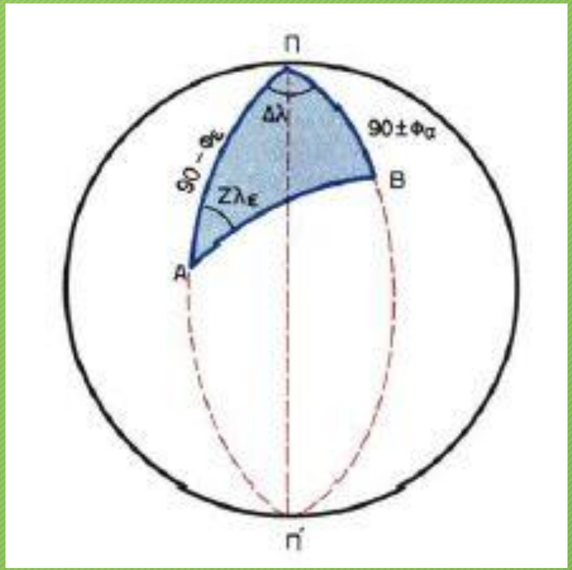


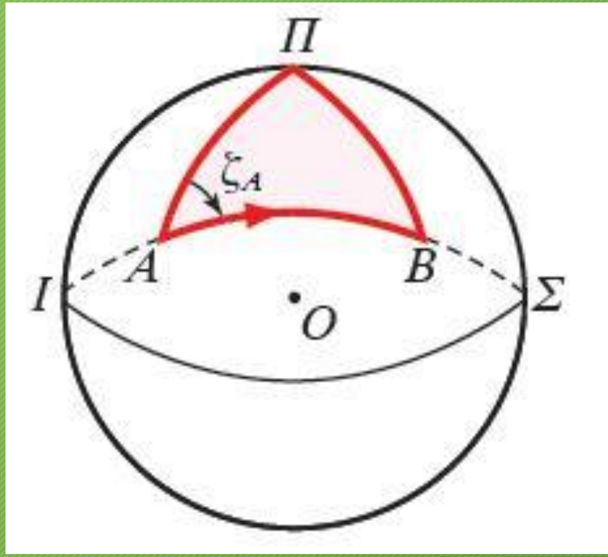
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

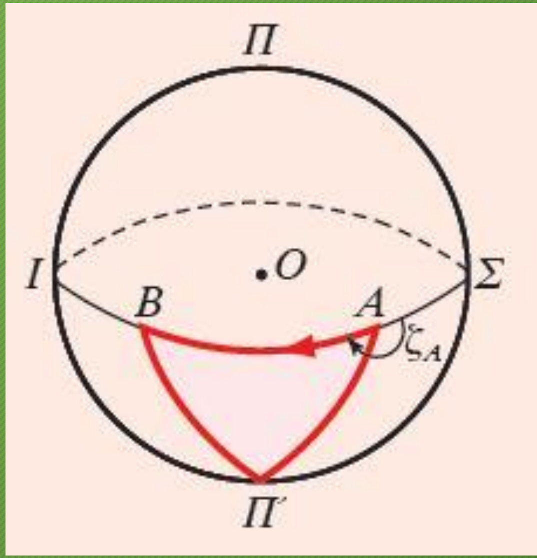
Α. Ορθοδρομικός Πλους

1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

Τρίγωνο Ορθοδρομίας.







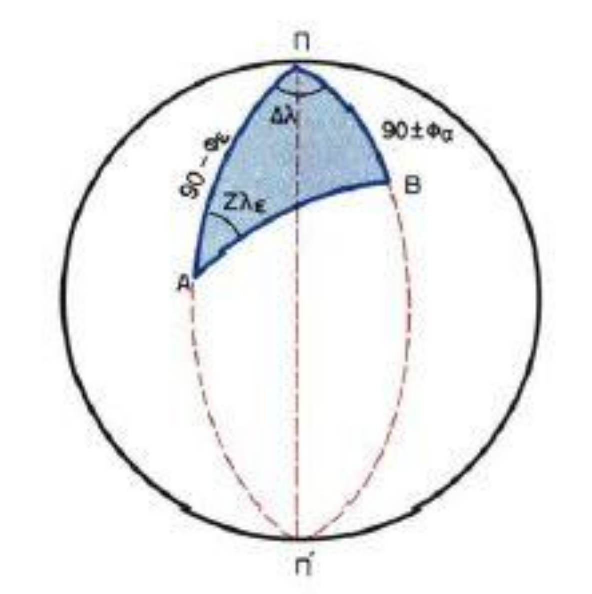
Α. Ορθοδρομικός Πλους

1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

Τρίγωνο Ορθοδρομίας.

Οι πλευρές ΠΑ, ΠΒ και ΑΒ είναι τόξα μεγίστων κύκλων. Το ΑΒ είναι ορθοδρομικό τόξο, ενώ τα ΠΑ και ΠΒ είναι τόξα των αντίστοιχων μεσημβρινώντων τόπων Α και Β, αντίστοιχα.

Π είναι ο πλησιέστερος πόλος στο Α.



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

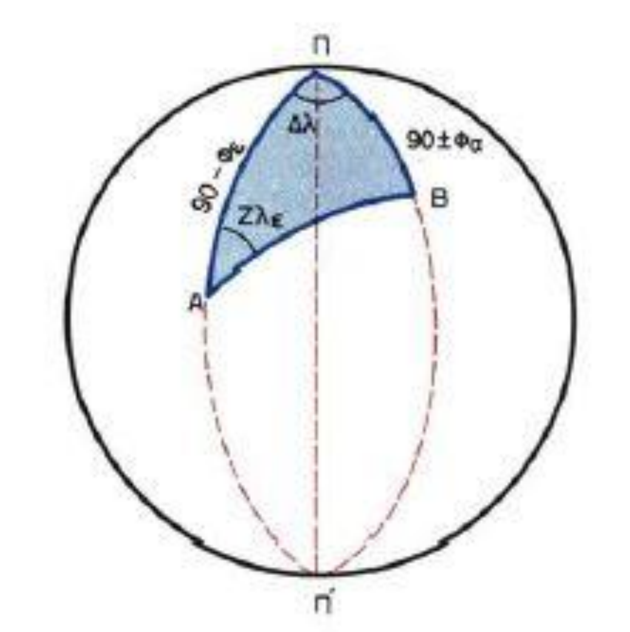
1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

Τρίγωνο Ορθοδρομίας.

Στο τρίγωνο ορθοδρομίας ΑΠΒ ισχύουν τα εξής:

$A(\phi_A, \lambda_A)$ είναι το σημείο εκκίνησης,
με ϕ_A το γεωγραφικό πλάτος (latitude) του σημείου Α και λ_A το γεωγραφικό μήκος (longitude) του σημείου Α

$B(\phi_B, \lambda_B)$ είναι το σημείο άφιξης
με ϕ_B το γεωγραφικό πλάτος (latitude) του σημείου Β και λ_B το γεωγραφικό μήκος (longitude) του σημείου Β



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

Τρίγωνο Ορθοδρομίας.

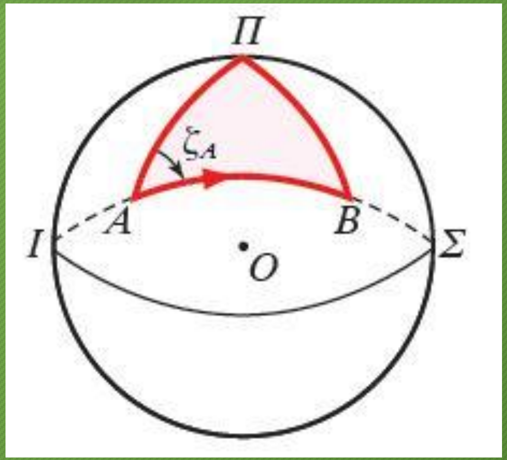
Για το τυχόν ορθοδρομικό τρίγωνο ΑΠΒ, έχουμε:

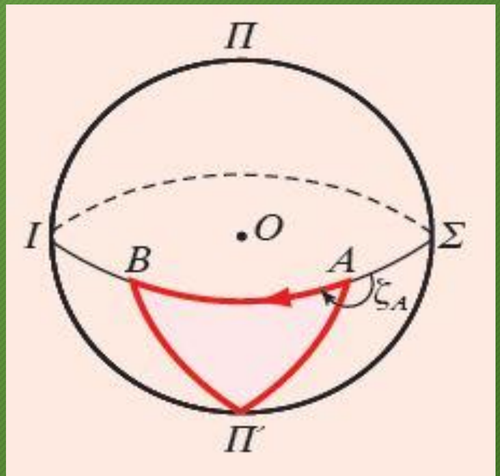
ΠΛΕΥΡΕΣ

$$\Pi A = 90^\circ - \phi_A$$

$$\Pi B = \begin{cases} 90^\circ - \phi_B, & \alpha\nu\ \ \phi_A, \phi_B\ \ \text{ομώνυμα} \\ & \text{ή} \\ 90^\circ + \phi_B, & \alpha\nu\ \ \phi_A, \phi_B\ \ \text{ετερώνυμα} \end{cases}$$

AB = ορθοδρομική απόσταση (το μέτρο του ορθοδρομικού τόξου)



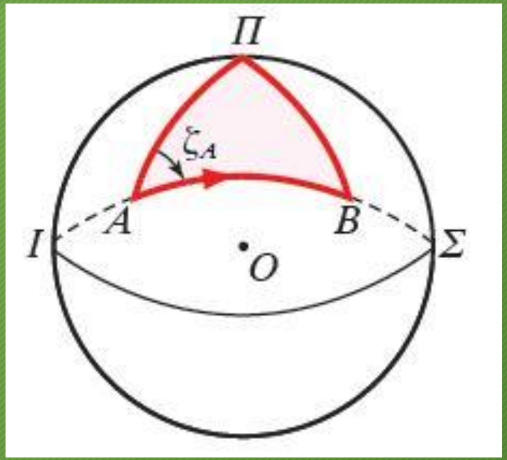


ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

Τρίγωνο Ορθοδρομίας.



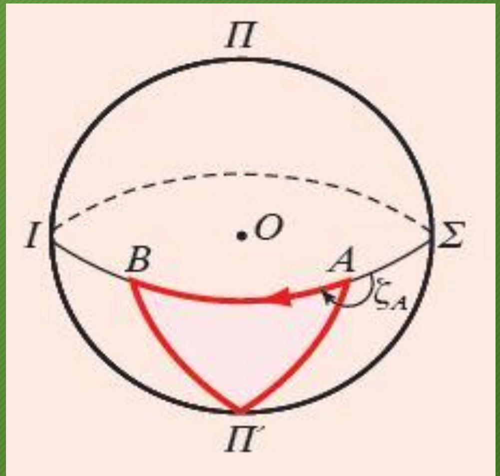
ΓΩΝΙΕΣ

$$\hat{\Pi} = A\hat{\Pi}B = \Delta\lambda = \begin{cases} |\lambda_B - \lambda_A|, & \alpha\nu\ \lambda_A, \lambda_B\ o\mu\acute{\omega}\nu\upsilon\mu\alpha \\ & \acute{\eta} \\ \lambda_A + \lambda_B, & \alpha\nu\ \lambda_A, \lambda_B\ \varepsilon\tau\varepsilon\rho\acute{\omega}\nu\upsilon\mu\alpha \end{cases}$$

Με τη βοήθεια της $\hat{A} = \Pi\hat{A}B$, καθώς και παίρνοντας υπόψη τον προσανατολισμό της βρίσκεται η αρχική πλεύση.

Όταν i) $\hat{A} = \Pi\hat{A}B = N\ a°\ E$ τότε $z_A = \hat{A}$, ii) $\hat{A} = \Pi\hat{A}B = N\ a°\ W$ τότε $z_A = 360° - \hat{A}$, iii) $\hat{A} = \Pi\hat{A}B = S\ a°\ E$ τότε $z_A = 180° - \hat{A}$, και, $\hat{A} = \Pi\hat{A}B = S\ a°\ W$ τότε $z_A = 180° + \hat{A}$.

$\hat{B} = \Pi\hat{B}A$ είναι η τελική πλεύση (στοιχείο άχρηστο στην πράξη, αφού σπάνια χρησιμοποιείται από τους Ναυτικούς).

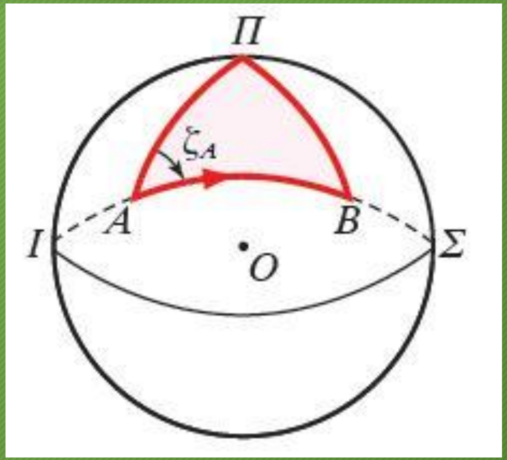


ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

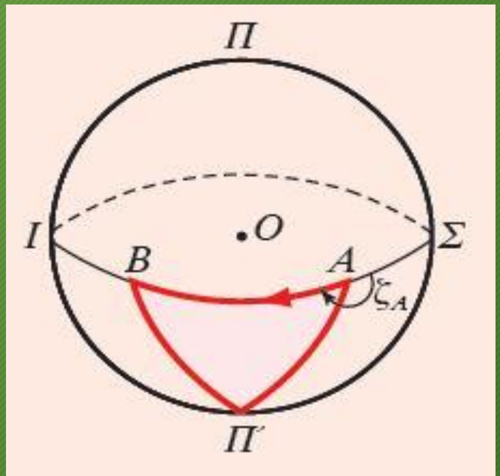
Α. Ορθοδρομικός Πλους

1. Ορθοδρομία (Great Circle Sailing) ή Ορθοδρομικό Τόξο

Τρίγωνο Ορθοδρομίας.



Πάντα βρίσκουμε και το $\Delta\phi$ ώστε να βάλουμε την κατεύθυνση $\Delta\phi\ N$ ή $\Delta\phi\ S$, όπως και το $\Delta\lambda$ ώστε να σημειώσουμε $\Delta\lambda\ W$ ή $\Delta\lambda\ E$.



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Παράδειγμα 1ο:

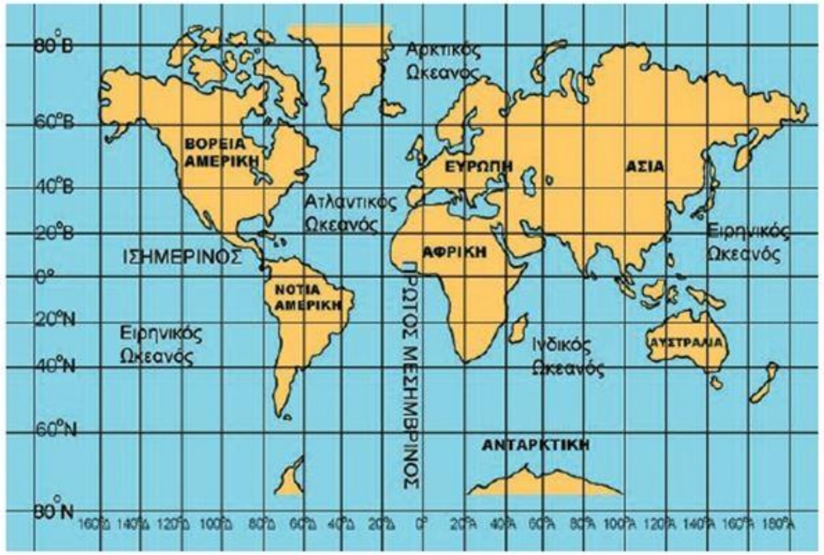
Ένα πλοίο εκτελεί ορθοδρομικό πλου από σημείο

$A(\phi_A = 20° \, 28' N, \lambda_A = 46° \, 52' E)$ προς σημείο

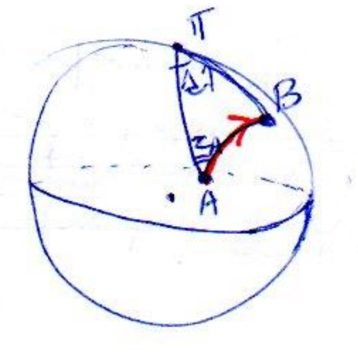
$B(\phi_B = 48° \, 42' N, \lambda_B = 106° \, 34' E)$. Να βρεθούν:

i) Η ορθοδρομική απόσταση ΑΒ, και

ii) Η αληθής αρχική πορεία από το Α (δηλ. η z_A).



Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης



Λύση:

Βήμα 1ο : Κάνουμε μετατροπές στις μονάδες,οπότε:

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:

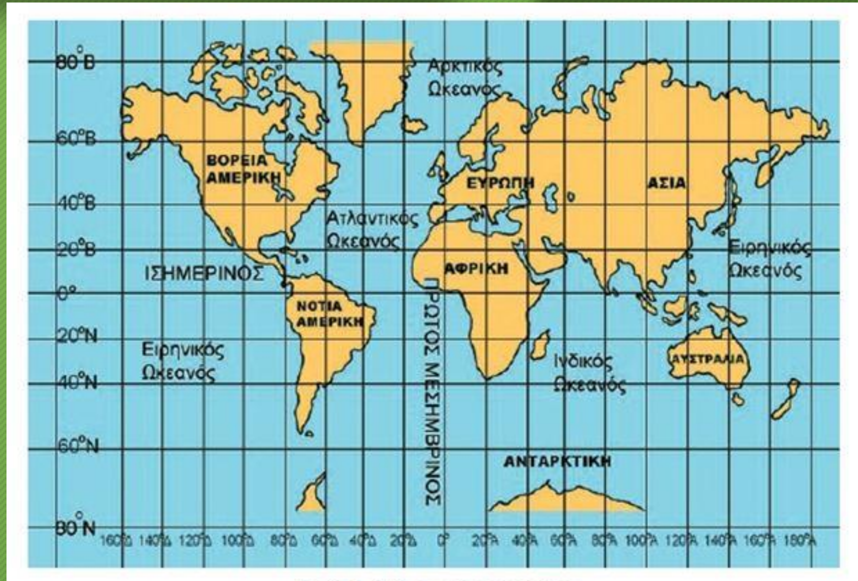
Βήμα 1ο :

$$\phi_A = 20^\circ\ 28' = 20{,}47^\circ$$

$$\lambda_A = 46^\circ\ 52' = 46{,}87^\circ$$

$$\phi_B = 48^\circ\ 42' = 48{,}7^\circ$$

$$\lambda_B = 106^\circ\ 34' = 106{,}57^\circ$$



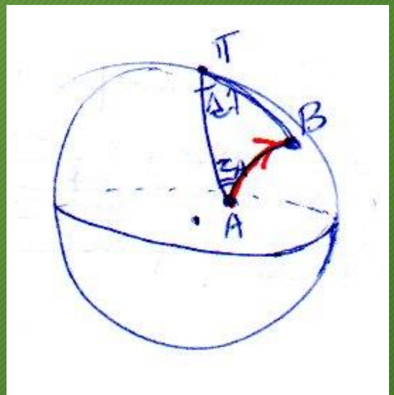
Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης

Οπότε:

$$\Pi A = 90^\circ - \phi_A = 90^\circ - 20{,}47^\circ = 69{,}53^\circ$$

Επίσης ϕ_A, ϕ_B *ομώνυμα* και συνεπώς:

$$\Pi B = 90^\circ - \phi_B = 90^\circ - 48{,}7^\circ = 41{,}3^\circ$$



Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:

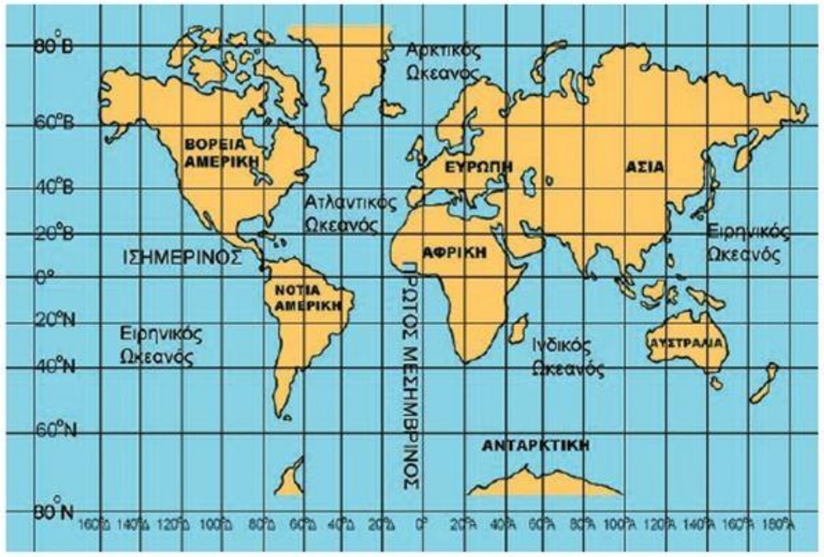
Βήμα 1ο :

Και

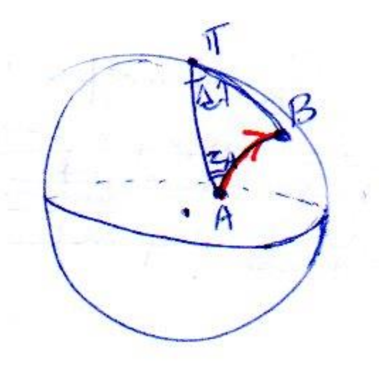
$$\hat{\Pi} = A\hat{\Pi}B = \Delta\lambda = |\lambda_B - \lambda_A| = \lambda_B - \lambda_A = 106{,}57° - 46{,}87° = 59{,}7°$$

Συνεπώς στο τυχαίο σφαιρικό τρίγωνο ΑΠΒ γνωρίζουμε τις πλευρές ΠΑ και ΠΒ και τη γωνία $A\hat{\Pi}B = \Delta\lambda$.

Για να βρούμε την απόσταση ΑΒ, εφαρμόζουμε τον Νόμο των Συνημιτόνων για τις πλευρές.



Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης



Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση: Βήμα 2ο :

$$συν\,AB = συνΠΑ \cdot συνΠΒ + ημΠΑ \cdot ημΠΒ \cdot συνA\widehat{Π}B$$

$$συν\,AB = συν69{,}53° \cdot συν41{,}3° + ημ69{,}53° \cdot ημ41{,}3° \cdot συν59{,}7°$$

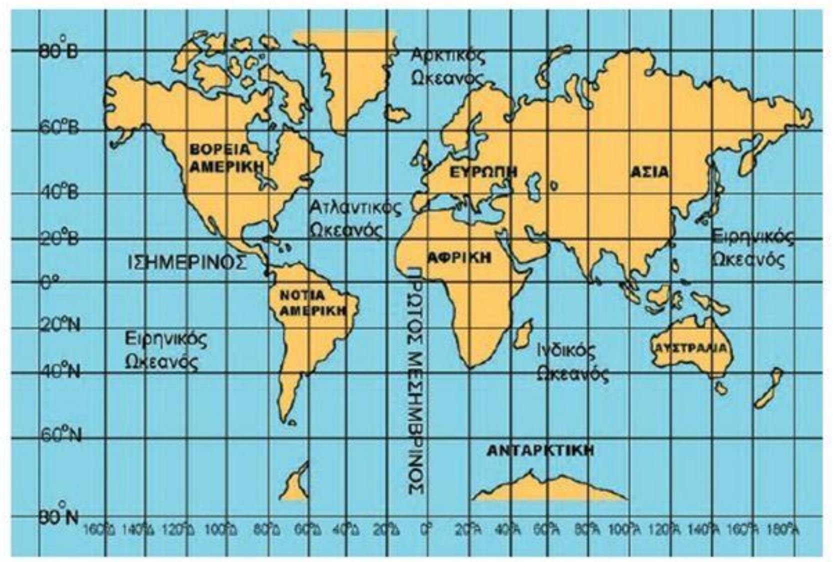
$$συν\,AB = 0{,}35 \cdot 0{,}751 + 0{,}937 \cdot 0{,}66 \cdot 0{,}505$$

$$συν\,AB = 0{,}575$$

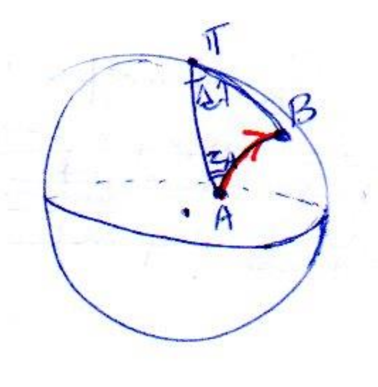
$$AB = τοξσυν(0{,}575)$$

$$AB = 54{,}9°$$

Δηλαδή $AB = 54{,}9° = (54{,}9 \cdot 60)' = 3294' = 3294\ ν.μ.$



Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση: Βήμα 3ο :

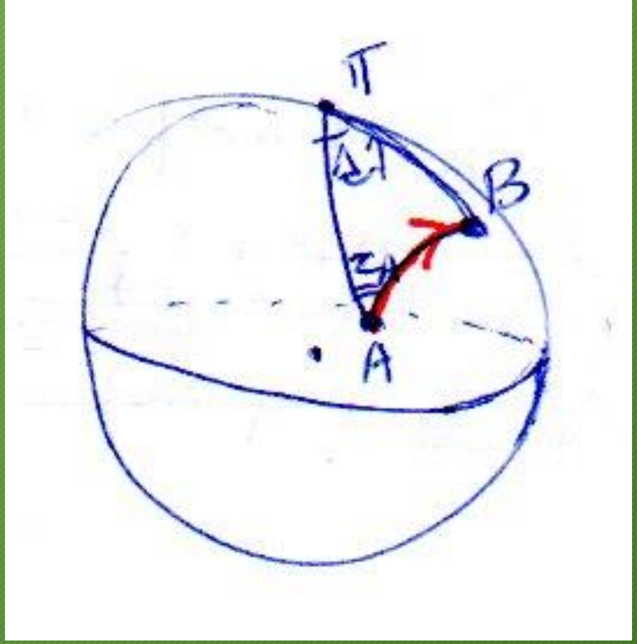
Για να υπολογίσουμε την αρχική πορεία z_{λ_A} πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε την γωνία $\hat{A} = \Pi\hat{A}B$ χρησιμοποιώντας τον Νόμο των Συνημιτόνων για τις πλευρές.

$$\sigma\upsilon\nu\Pi B = \sigma\upsilon\nu\Pi A \cdot \sigma\upsilon\nu AB + \eta\mu\Pi A \cdot \eta\mu AB \cdot \sigma\upsilon\nu\Pi\hat{A}B$$

$$\eta\mu\Pi A \cdot \eta\mu AB \cdot \sigma\upsilon\nu\hat{A} = \sigma\upsilon\nu\Pi B - \sigma\upsilon\nu\Pi A \cdot \sigma\upsilon\nu AB$$

$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = \frac{\sigma\upsilon\nu\Pi B - \sigma\upsilon\nu\Pi A \cdot \sigma\upsilon\nu AB}{\eta\mu\Pi A \cdot \eta\mu AB}$$

$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = \frac{\sigma\upsilon\nu 41{,}3° - \sigma\upsilon\nu 69{,}53° \cdot \sigma\upsilon\nu 54{,}9°}{\eta\mu 69{,}53° \cdot \eta\mu 54{,}9°}$$



Επιμέλεια: Δρ Ασημίνα Κριμπένη

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση: Βήμα 3ο :

$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = \frac{0{,}753 - 0{,}35 \cdot 0{,}575}{0{,}937 \cdot 0{,}818}$$

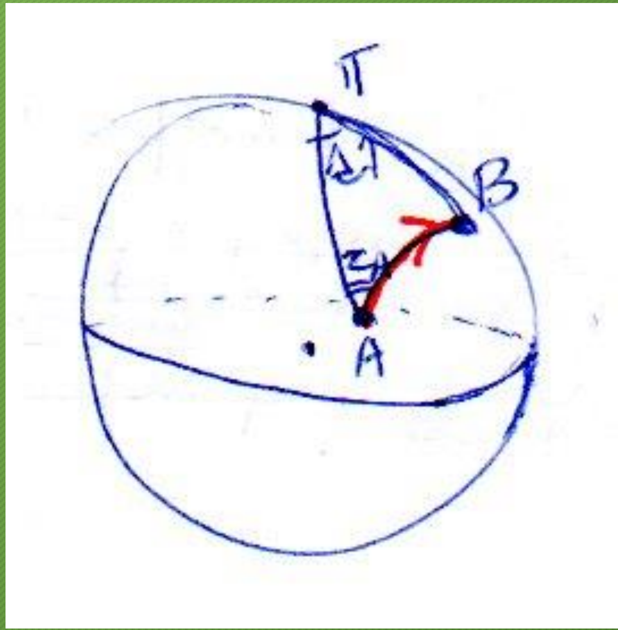
$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = \frac{0{,}55}{0{,}766}$$

$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = 0{,}718$$

$$\hat{A} = \tau o\xi\sigma\upsilon\nu(0{,}718)$$

$$\hat{A} = \Pi\hat{A}B = 44{,}11°$$

$$\hat{A} = \Pi\hat{A}B = N\ 44{,}11°E$$



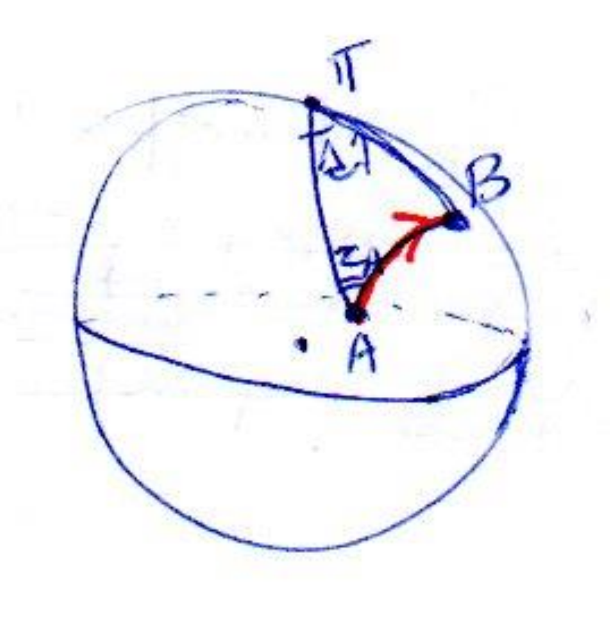
Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση: Βήμα 3ο :

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!!

Επειδή η $\hat{A} = \Pi\hat{A}B = N\ 44{,}11°E$, εδώ η αρχική πλεύση z_A είναι:

$$z_A = \hat{A} = \Pi\hat{A}B = 44{,}11°$$



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Παράδειγμα 2ο:

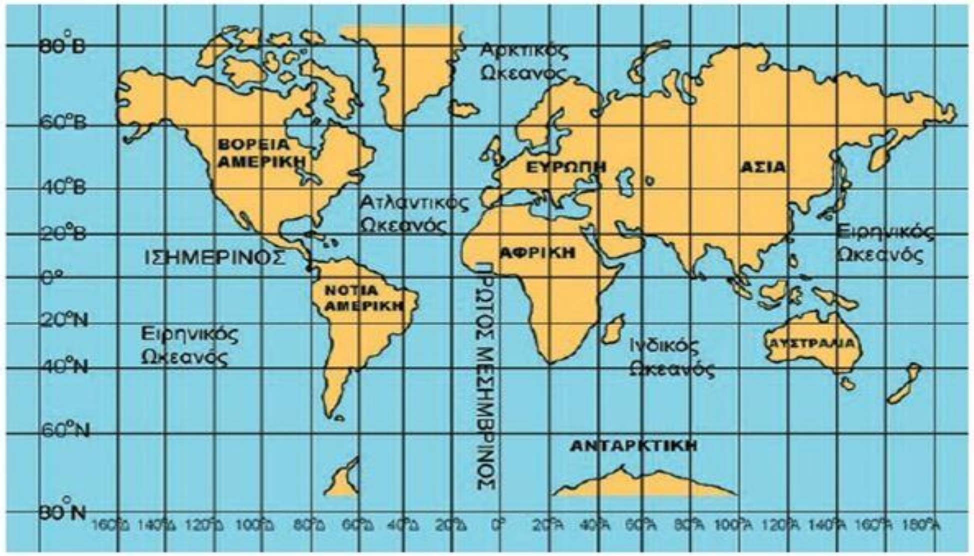
Ένα πλοίο εκτελεί ορθοδρομικό πλου από σημείο

$A(\phi_A = 34°\ 26'S, \lambda_A = 18°\ 26'E)$ προς σημείο

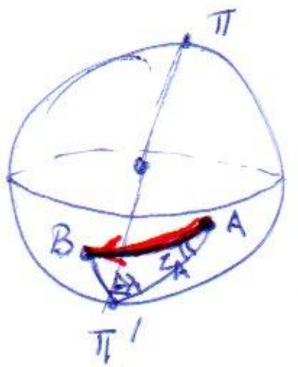
$B(\phi_B = 36°\ 04'S, \lambda_B = 55°\ 30'W)$. Να βρεθούν:

i) Η ορθοδρομική απόσταση ΑΒ, και

ii) Η αληθής αρχική πορεία από το Α (δηλ. η z_A).



Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης



Λύση:

Βήμα 1ο : Κάνουμε μετατροπές στις μονάδες,οπότε:

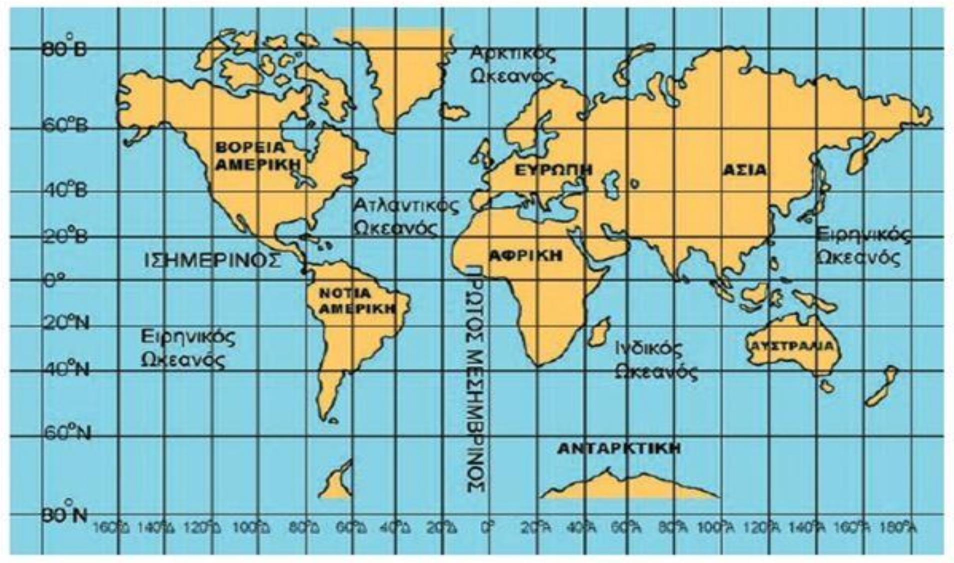
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:

Βήμα 1ο :

$$\phi_A = 34^\circ\, 26' = 34{,}43^\circ$$
$$\lambda_A = 18^\circ\, 26' = 18{,}43^\circ$$
$$\phi_B = 36^\circ\, 4' = 36{,}07^\circ$$
$$\lambda_B = 55^\circ\, 30' = 55{,}50^\circ$$



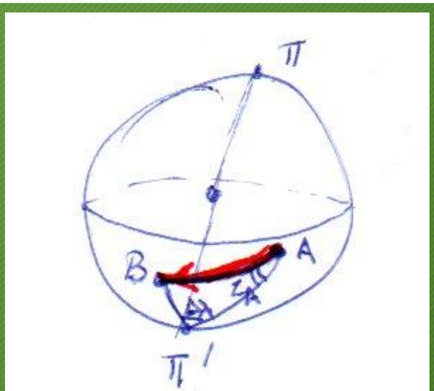
Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης

Οπότε στο τυχαίο σφαιρικό τρίγωνο Π΄ΑΒ:

$$\Pi' A = 90^\circ - \phi_A = 90^\circ - 34{,}43^\circ = 55{,}57^\circ$$

Επίσης ϕ_A, ϕ_B *ομώνυμα* και συνεπώς:

$$\Pi' B = 90^\circ - \phi_B = 90^\circ - 36{,}07^\circ = 53{,}93^\circ$$



Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:

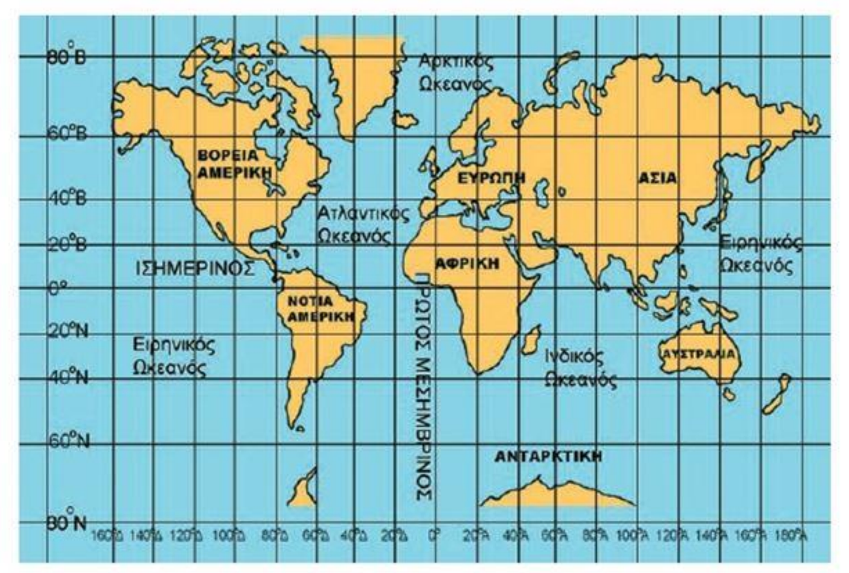
Βήμα 1ο :

Και

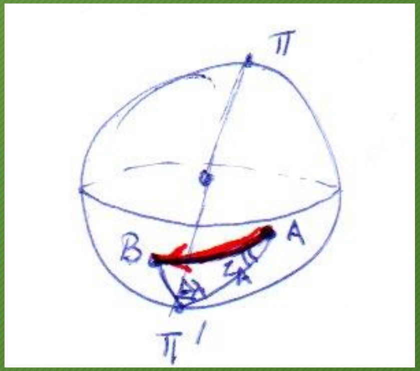
$$\widehat{\Pi'} = A\widehat{\Pi'}B = \Delta\lambda = \lambda_B + \lambda_A = 18{,}43^\circ + 55{,}5^\circ = 73{,}93^\circ$$

Συνεπώς στο τυχαίο σφαιρικό τρίγωνο ΑΠ΄Β γνωρίζουμε τις πλευρές ΠΑ και ΠΒ και τη γωνία $A\widehat{\Pi'}B = \Delta\lambda$.

Για να βρούμε την απόσταση ΑΒ, εφαρμόζουμε τον Νόμο των Συνημιτόνων για τις πλευρές.



Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης



Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:Βήμα 2ο :

$$\sigma\upsilon\nu\ AB = \sigma\upsilon\nu\Pi'A \cdot \sigma\upsilon\nu\Pi'B + \eta\mu\Pi'A \cdot \eta\mu\Pi'B \cdot \sigma\upsilon\nu A\widehat{\Pi'}B$$

$$\sigma\upsilon\nu\ AB = \sigma\upsilon\nu 55{,}57° \cdot \sigma\upsilon\nu 53{,}93° + \eta\mu 55{,}57° \cdot \eta\mu 53{,}93° \cdot \sigma\upsilon\nu 73{,}93°$$

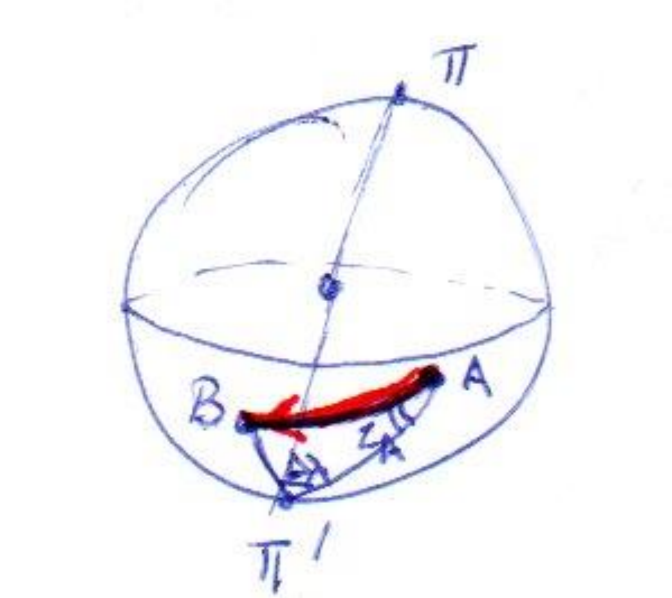
$$\sigma\upsilon\nu\ AB = 0{,}565 \cdot 0{,}589 + 0{,}825 \cdot 0{,}808 \cdot 0{,}277$$

$$\sigma\upsilon\nu\ AB = 0{,}518$$

$$AB = \tau o\xi\sigma\upsilon\nu(0{,}518)$$

$$AB = 58{,}8°$$

Δηλαδή $AB = 58{,}8° = (58{,}8 \cdot 60)' = 3528' = 3528\ \nu.\mu.$



Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:Βήμα 3ο :

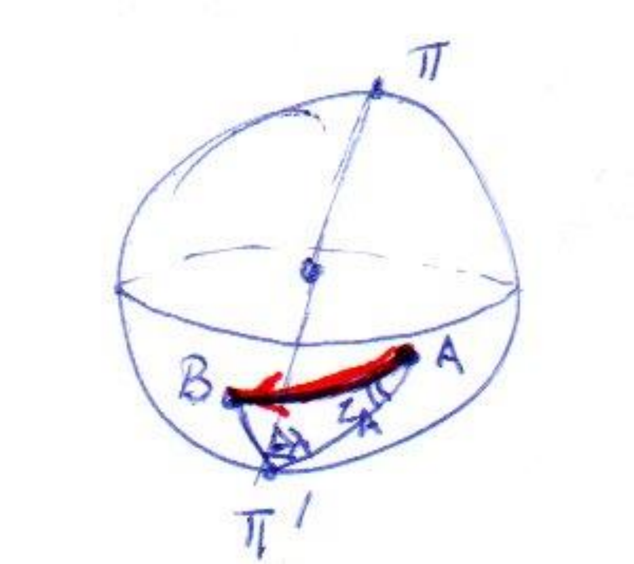
Για να υπολογίσουμε την αρχική πορεία z_{λ_A} πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε την γωνία $\hat{A} = \Pi'\hat{A}B$ χρησιμοποιώντας τον Νόμο των Συνημιτόνων για τις πλευρές.

$$\sigma\upsilon\nu\Pi'B = \sigma\upsilon\nu\Pi'A \cdot \sigma\upsilon\nu AB + \eta\mu\Pi'A \cdot \eta\mu AB \cdot \sigma\upsilon\nu\Pi'\hat{A}B$$

$$\eta\mu\Pi A \cdot \eta\mu AB \cdot \sigma\upsilon\nu\Pi'\hat{A}B = \sigma\upsilon\nu\Pi'B - \sigma\upsilon\nu\Pi'A \cdot \sigma\upsilon\nu AB$$

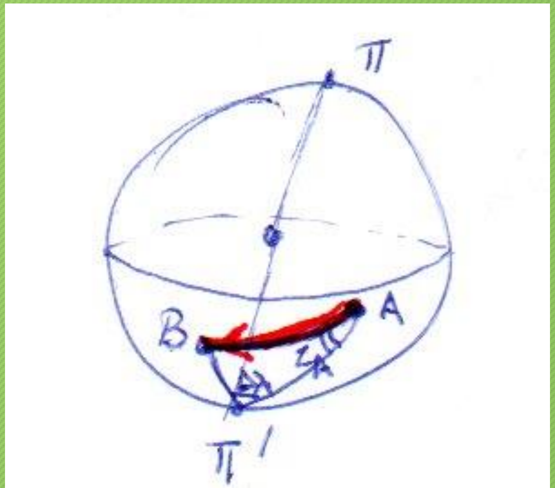
$$\sigma\upsilon\nu\Pi'\hat{A}B = \frac{\sigma\upsilon\nu\Pi'B - \sigma\upsilon\nu\Pi'A \cdot \sigma\upsilon\nu AB}{\eta\mu\Pi A \cdot \eta\mu AB}$$

$$\sigma\upsilon\nu\Pi'\hat{A}B = \frac{\sigma\upsilon\nu 53{,}93° - \sigma\upsilon\nu 55{,}57° \cdot \sigma\upsilon\nu 58{,}8°}{\eta\mu 55{,}57° \cdot \eta\mu 58{,}8°}$$



Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση: Βήμα 3ο :



$$συνΠ'\hat{A}B = \frac{0,589 - 0,565 \cdot 0,518}{0,825 \cdot 0,855}$$

$$συνΠ'\hat{A}B = \frac{0,296}{0,705}$$

$$συνΠ'\hat{A}B = 0,42$$

$$Π'\hat{A}B = τοξσυν(0,42)$$

$$Π'\hat{A}B = 65,165°$$

$$Π'\hat{A}B = S\ 65,17°W$$

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!!

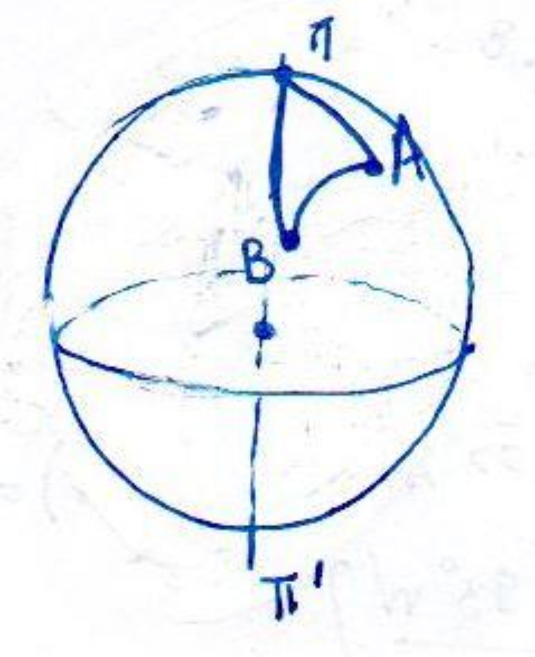
Εδώ η αρχική πλεύση z_A είναι $z_A = Π'\hat{A}B + 180° = 65,17° + 180° = 245,17°$

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Παράδειγμα 3ο:

Ένα πλοίο ξεκινά από λιμάνι $A(\phi_A = 31°\ 15'N,\ \lambda_A = 130°\ 57'\ E)$ με πορεία προς λιμάνι $B(\phi_B = 12°\ 28'N,\ \lambda_B = 32°\ 19'E)$ εκτελώντας ορθοδρομικό πλου. Να γίνει το σχήμα και να βρεθούν τα $(\widehat{AB})$ και z_A.



Λύση:

Βήμα 1ο : Κάνουμε μετατροπές στις μονάδες,οπότε:

$$\phi_A = 31°\ 15' = 31{,}25°$$
$$\lambda_A = 130°\ 57' = 130{,}95°$$
$$\phi_B = 12°\ 28' = 12{,}467°$$
$$\lambda_B = 32°\ 19' = 32{,}317°$$

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:Βήμα 1ο :

Οπότε:

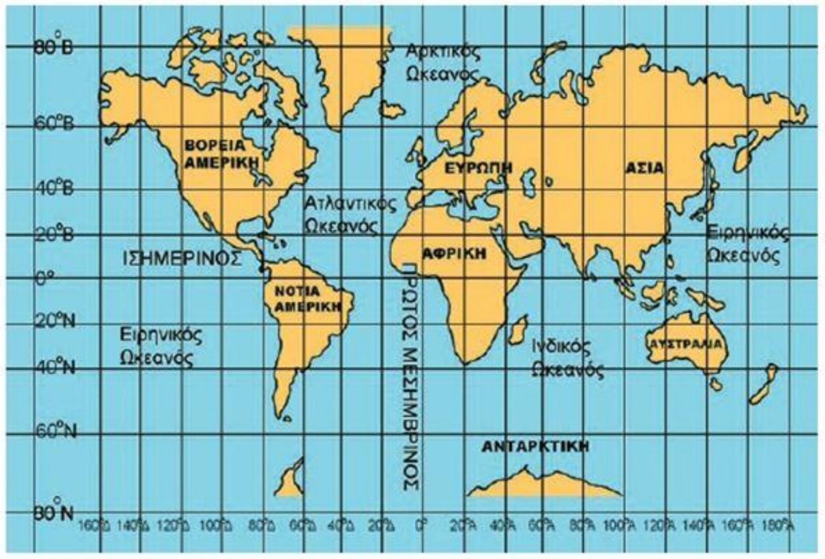
$$\Pi A = 90° - \phi_A = 90° - 31{,}25° = 58{,}75°$$

Επίσης ϕ_A, ϕ_B *ομώνυμα* και συνεπώς:

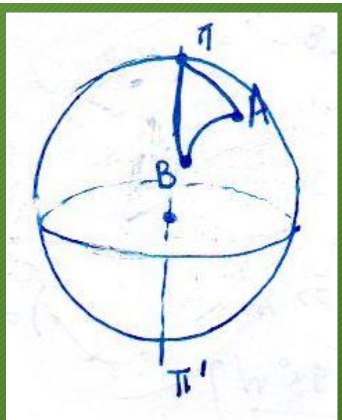
$$\Pi B = 90° - \phi_B = 90° - 12{,}467° = 77{,}533°$$

Και λ_A, λ_B *ομώνυμα* και συνεπώς:

$$\widehat{\Pi} = A\widehat{\Pi}B = \Delta\lambda = |\lambda_B - \lambda_A| = \lambda_A - \lambda_B = 130{,}95° - 32{,}317° = 98{,}633°$$



Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:Βήμα 1ο :

Οπότε:

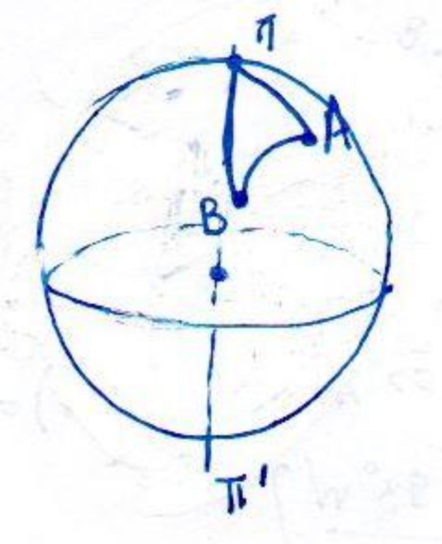
$$\Pi A = 90° - \phi_A = 90° - 31{,}25° = 58{,}75°$$

Επίσης ϕ_A, ϕ_B *ομώνυμα* και συνεπώς:

$$\Pi B = 90° - \phi_B = 90° - 12{,}467° = 77{,}533°$$

Και λ_A, λ_B *ομώνυμα* και συνεπώς:

$$\hat{\Pi} = A\hat{\Pi}B = \Delta\lambda = |\lambda_B - \lambda_A| = \lambda_A - \lambda_B = 130{,}95° - 32{,}317° = 98{,}633°$$

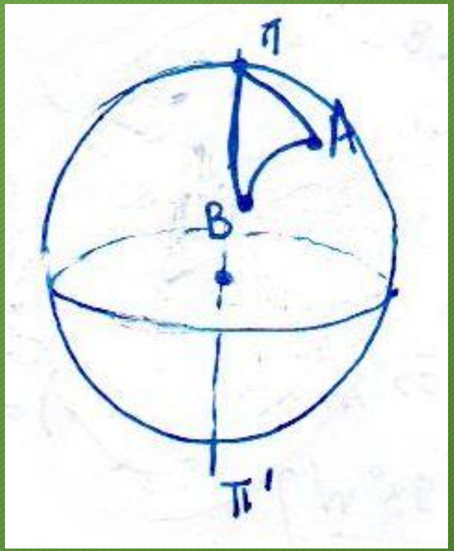


Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:Βήμα 1ο :

Συνεπώς στο τυχαίο σφαιρικό τρίγωνο ΑΠΒ γνωρίζουμε τις πλευρές ΠΑ και ΠΒ και τη γωνία $A\widehat{\Pi}B = \Delta\lambda$.

Για να βρούμε την απόσταση ΑΒ, εφαρμόζουμε τον Νόμο των Συνημιτόνων για τις πλευρές.



Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:Βήμα 2ο :

$$\sigma\upsilon\nu\ AB = \sigma\upsilon\nu\Pi A \cdot \sigma\upsilon\nu\Pi B + \eta\mu\Pi A \cdot \eta\mu\Pi B \cdot \sigma\upsilon\nu A\widehat{\Pi}B$$

$$\sigma\upsilon\nu\ AB = \sigma\upsilon\nu 58{,}75° \cdot \sigma\upsilon\nu 77{,}533° + \eta\mu 58{,}75° \cdot \eta\mu 77{,}533° \cdot \sigma\upsilon\nu 98{,}633°$$

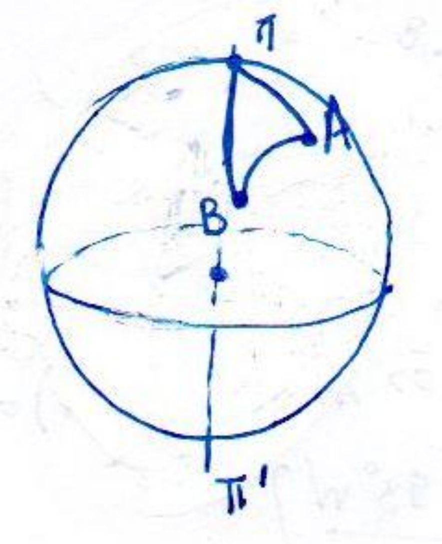
$$\sigma\upsilon\nu\ AB = 0{,}519 \cdot 0{,}216 + 0{,}855 \cdot 0{,}976 \cdot (-0{,}15)$$

$$\sigma\upsilon\nu\ AB = -0{,}013$$

$$AB = \tau o\xi\sigma\upsilon\nu(-0{,}013)$$

$$AB = 90{,}745°$$

Δηλαδή $AB = 90{,}745° = (90{,}745 \cdot 60)' = 5444{,}7' = 5444{,}7\ \nu.\mu.$



Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:Βήμα 3ο :

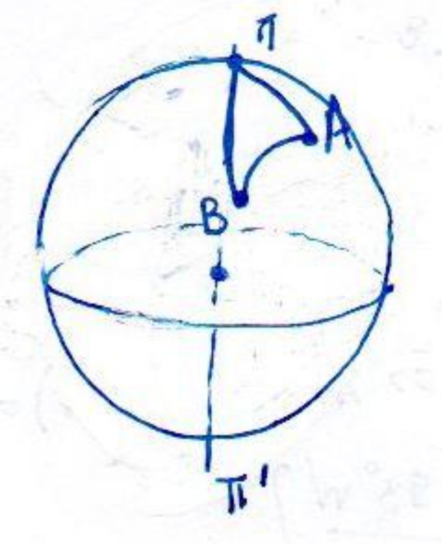
Για να υπολογίσουμε την αρχική πορεία z_{λ_A} χρησιμοποιούμε τον Νόμο των Συνημιτόνων για τις πλευρές με σκοπό να βρούμε τη γωνία $\hat{A}$.

$$\sigma\upsilon\nu\Pi B = \sigma\upsilon\nu\Pi A \cdot \sigma\upsilon\nu AB + \eta\mu\Pi A \cdot \eta\mu AB \cdot \sigma\upsilon\nu\hat{A}$$

$$\eta\mu\Pi A \cdot \eta\mu AB \cdot \sigma\upsilon\nu\hat{A} = \sigma\upsilon\nu\Pi B - \sigma\upsilon\nu\Pi A \cdot \sigma\upsilon\nu AB$$

$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = \frac{\sigma\upsilon\nu\Pi B - \sigma\upsilon\nu\Pi A \cdot \sigma\upsilon\nu AB}{\eta\mu\Pi A \cdot \eta\mu AB}$$

$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = \frac{\sigma\upsilon\nu 77{,}533° - \sigma\upsilon\nu 58{,}75° \cdot \sigma\upsilon\nu 90{,}8°}{\eta\mu 58{,}75° \cdot \eta\mu 90{,}8°}$$



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Λύση:Βήμα 3ο :

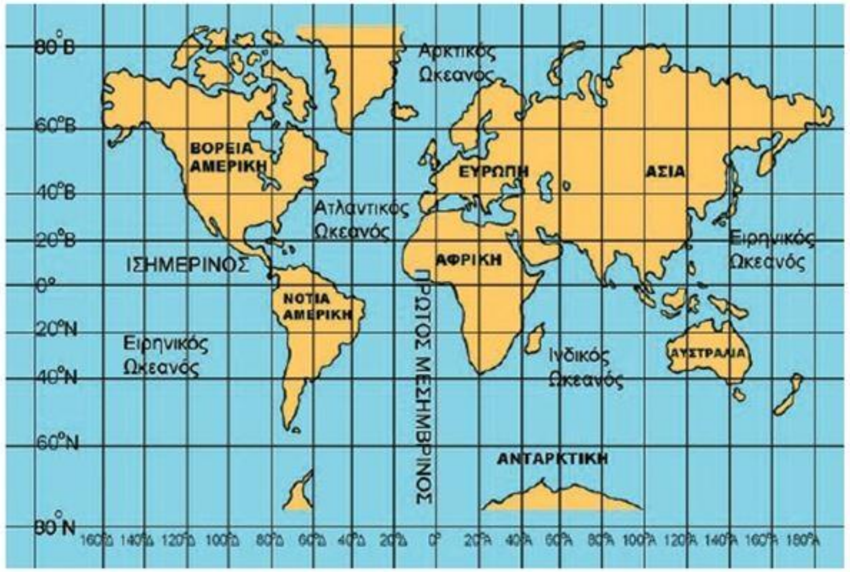
$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = \frac{0{,}223}{0{,}855}$$

$$\sigma\upsilon\nu\hat{A} = 0{,}26$$

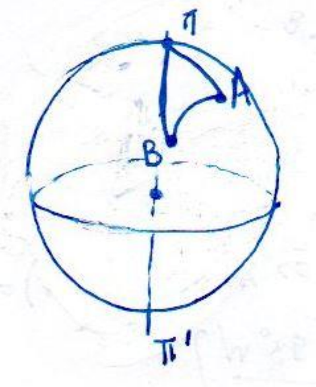
$$\hat{A} = \tau o\xi\sigma\upsilon\nu(0{,}26)$$

$$\hat{A} = 74{,}93°$$

$$\hat{A} = S\,74{,}93°W$$



Εικόνα. 3.2: Ο χάρτης της Γης



ΠΡΟΣΟΧΗ!!!!

Εδώ η αρχική πλεύση z_A είναι:

$$z_A = 180° + \Pi\hat{A}B = 180° + 74{,}93° = 254{,}93°$$

Α. Ορθοδρομικός Πλους

Ασκήσεις Άλυτες:

1) Ένα πλοίο ξεκινά από λιμάνι
$A(\phi_A = 41° \, 6{,}338' \, N, \ \lambda_A = 71° \, 23{,}467' \, W)$
με πορεία προς λιμάνι $B(\phi_B = 38° \, 37{,}204' N, \ \lambda_B = 9° \, 13{,}394' W)$
εκτελώντας ορθοδρομικό πλου. Να γίνει το σχήμα και να βρεθούν
τα $(\widehat{AB})$ και z_A.

2) Ένα πλοίο ξεκινά από λιμάνι
$A(\phi_A = 34° \ 25{,}61' S, \ \lambda_A = 18° \, 25{,}909' \, E)$
με πορεία προς λιμάνι $B(\phi_B = 36° \, 3{,}761' S, \ \lambda_B = 55° \, 30{,}229' W)$
εκτελώντας ορθοδρομικό πλου. Να γίνει το σχήμα και να βρεθούν
τα $(\widehat{AB})$ και z_A.

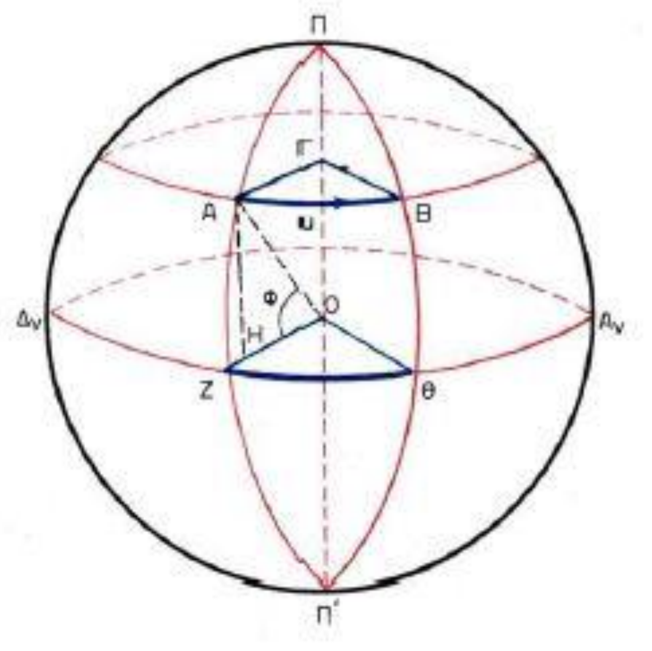
3) Ένα πλοίο ξεκινά από λιμάνι $A(\phi_A = 22° \ 35' N, \ \lambda_A = 88° \, 27' \, E)$ με
πορεία προς λιμάνι $B(\phi_B = 37° \, 48' S, \ \lambda_B = 144° \, 58' E)$
εκτελώντας ορθοδρομικό πλου. Να γίνει το σχήμα και να βρεθούν
τα $(\widehat{AB})$ και z_A.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Όταν ένα πλοίο εκτελεί πλου πάνω στον ίδιο παράλληλο, π.χ. από τον τόπο Α στον τόπο Β, οι δύο τόποι έχουν το ίδιο γεωγραφικό πλάτος ϕ του παραλλήλου, δηλαδή $\phi_A = \phi_B$ και διαφορετικά γεωγραφικά μήκη λ_A, λ_B με $\lambda_A \neq \lambda_B$ και η πορεία του πλοίου είναι σταθερή, είτε προς την Ανατολή (Ε) είτε προς τη Δύση (W).

Η απόσταση του σημείου Α από το σημείο Β, είναι το μήκος του τόξου $(\widehat{AB})$ μετρημένο σε ναυτικά μίλια (δηλαδή σε πρώτα λεπτά της μοίρας).



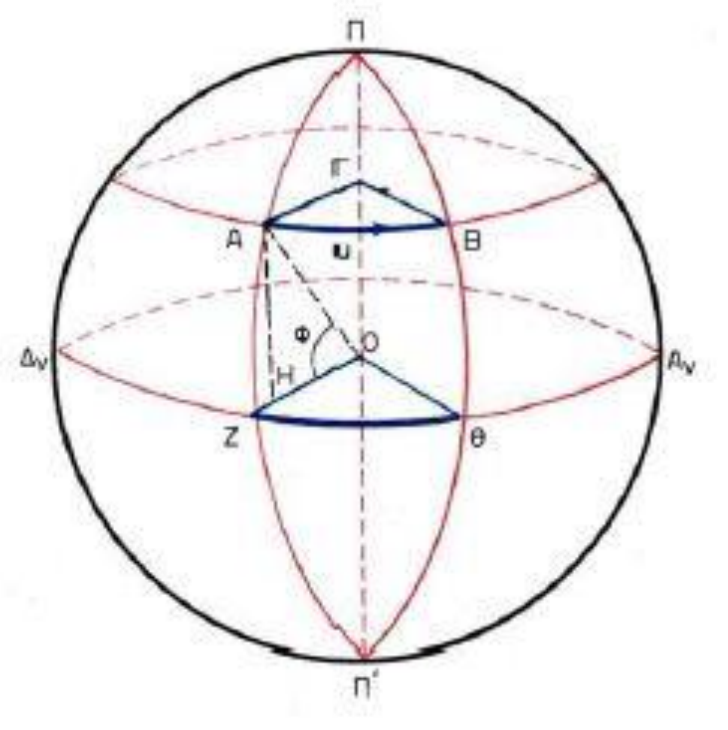
Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Στο διπλανό σχήμα έχουμε τα κυκλικά τρίγωνα:

ΑΓΒ, όπου το Γ είναι το κέντρο του αντίστοιχου παράλληλου με γεωγραφικό πλάτος ϕ_A

και

ΟΖΘ, όπου το κέντρο Ο είναι το κέντρο της Γης και το $\widehat{Z\Theta}$ είναι τόξο του Ισημερινού.



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

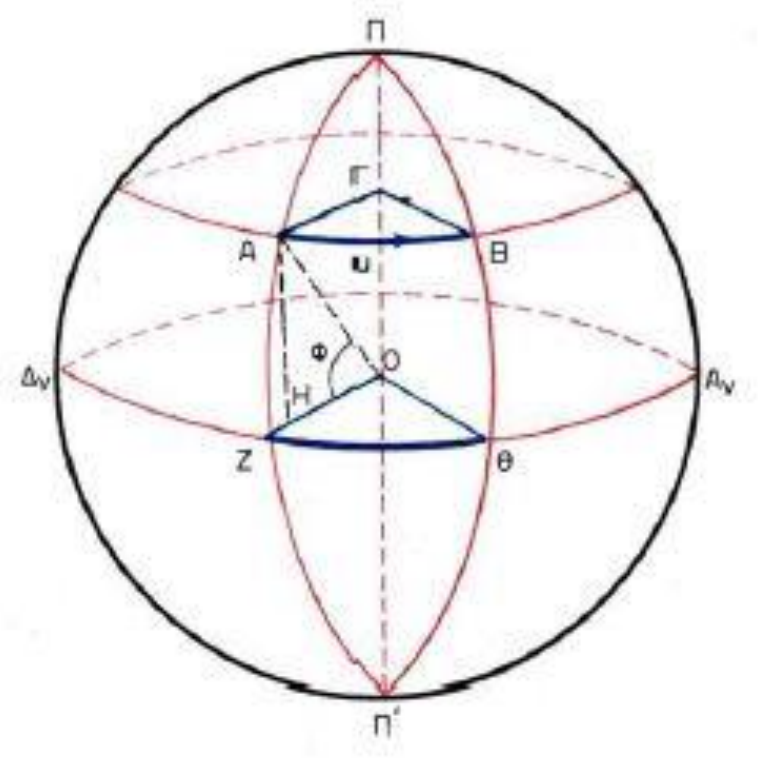
Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Ενώνουμε το κέντρο Ο με τον τόπο Α και φέρνουμε την $AH \perp OZ$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΟΗ, ισχύει: $A\hat{O}Z = \phi_A$.

Επίσης, επειδή τα τρίγωνα ΑΓΒ και ΖΟΘ είναι όμοια, ισχύει:

$$Z\hat{O}\Theta = A\hat{\Gamma}B$$

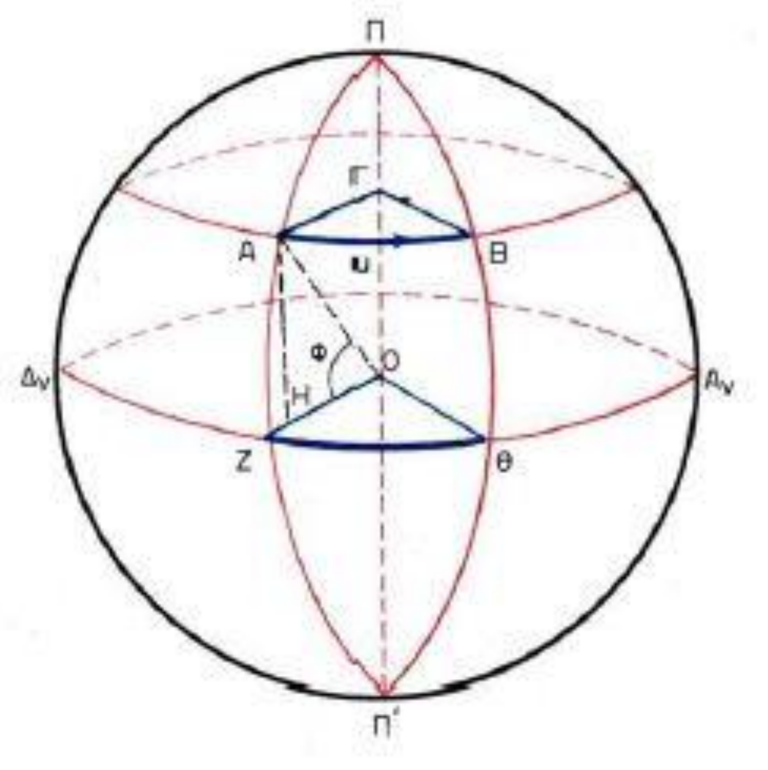


Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Και άρα (από ομοιότητα) τα τόξα είναι ανάλογα προς τις ακτίνες, δηλ.

$$\frac{(\widehat{Z\Theta})}{(\widehat{AB})} = \frac{OZ}{\Gamma A} = \frac{OA}{OH} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\phi_A}$$

αφού, $OZ = R = OA$, $OH = \pi\rho o\beta_{OZ} A\Gamma$, και η τελευταία ισότητα προκύπτει από την ορθογωνιότητα του τριγώνου ΑΟΗ.



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Και συνεπώς:

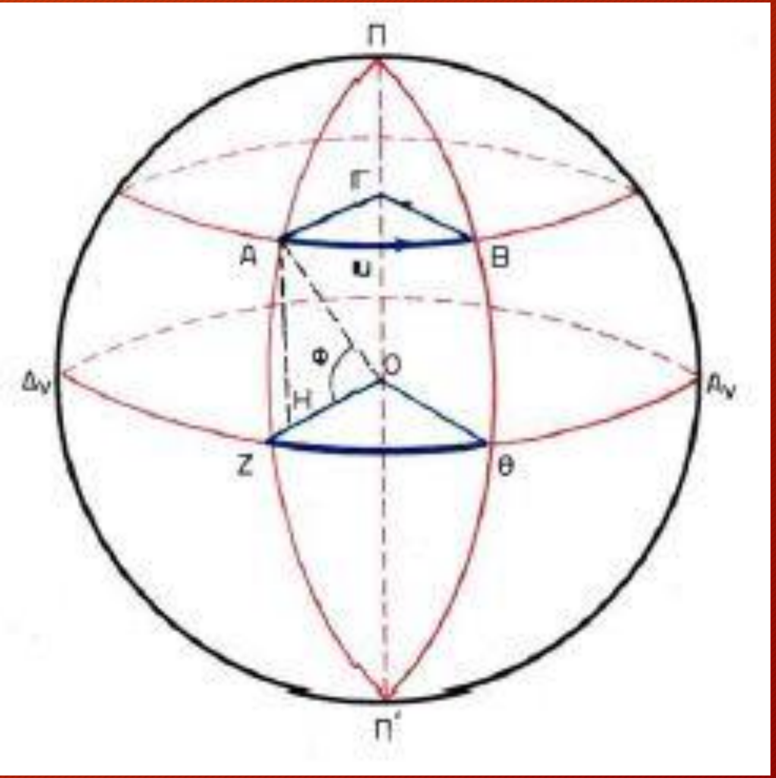
$$\frac{(\widehat{Z\Theta})}{(\widehat{AB})} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\phi_A}$$

$$(\widehat{AB}) = (\widehat{Z\Theta}) \cdot \sigma\upsilon\nu\phi_A$$

Όμως, $(\widehat{Z\Theta}) = \Delta\lambda$

Οπότε:

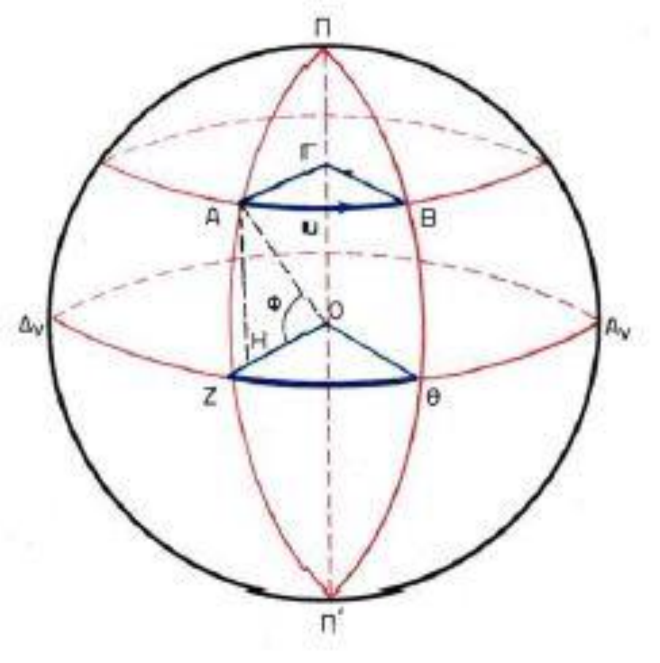
$$(\widehat{AB}) = \Delta\lambda \cdot \sigma\upsilon\nu\phi_A$$



Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Με άλλα λόγια:

«Το μήκος τόξου ενός παραλλήλου ισούται με το γινόμενο του αντίστοιχου τόξου του Ισημερινού, επί, το συνημίτονο του γεωγραφικού πλάτους του παραλλήλου.»

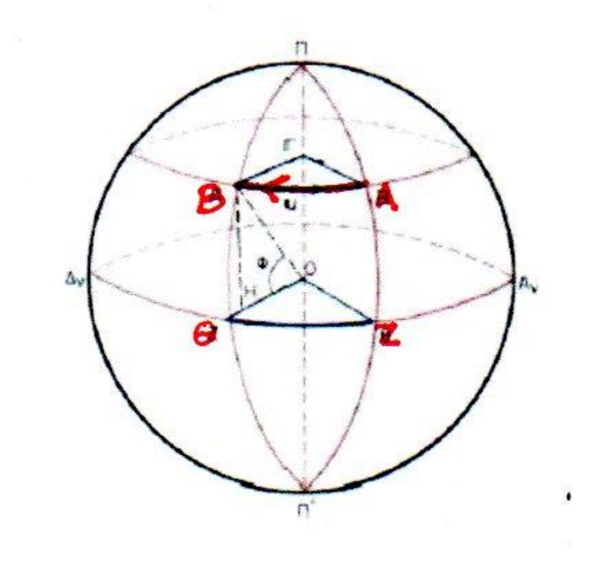


ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 1ο:

Ένα πλοίο που βρίσκεται στο Βόρειο Ημισφαίριο (N) πλέει για 2630 ν.μ. δυτικά (W) στον ίδιο παράλληλο. Αν $A(\phi_A, \lambda_A = 22°\,25'W)$ και $B(\phi_B, \lambda_B = 79°\,32'W)$ τα σημεία εκκίνησης και άφιξης αντίστοιχα, να βρεθούν οι γεωγραφικές συντεταγμένες των δύο σημείων.



Λύση:

Αρχικά μετατρέπουμε τα λ_A, λ_B σε πρώτα λεπτά:

$$\lambda_A = 22°\,25' = (22 \cdot 60)' + 25' = 1320' + 25' = 1345'$$

$$\lambda_B = 79°\,32' = (79 \cdot 60)' + 32' = 4740' + 32' = 4772'$$

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

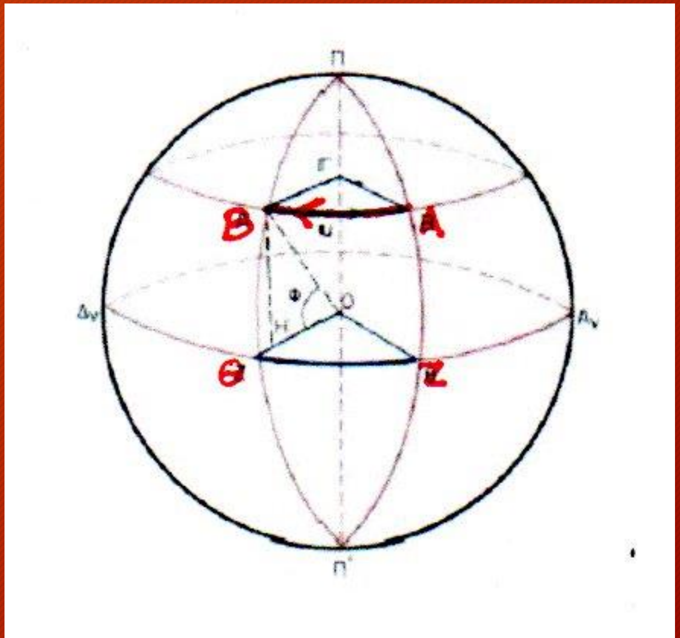
Παράδειγμα 1ο:

Λύση:

Επίσης, 2630 $\nu.\mu. = 2630'$.

Υπολογίζουμε το $\Delta\lambda$, γνωρίζοντας ότι τα λ_A, λ_B είναι ομώνυμα, οπότε:

$$\Delta\lambda = |\lambda_B - \lambda_A| = |4772' - 1345'| = 3427'$$



Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 1ο:

Λύση:

Και άρα, αφού $AB = 3427'$, έχουμε:

$$(\widehat{AB}) = \Delta\lambda \cdot \sigma\upsilon\nu\phi_A$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi_A = \frac{(\widehat{AB})}{\Delta\lambda}$$

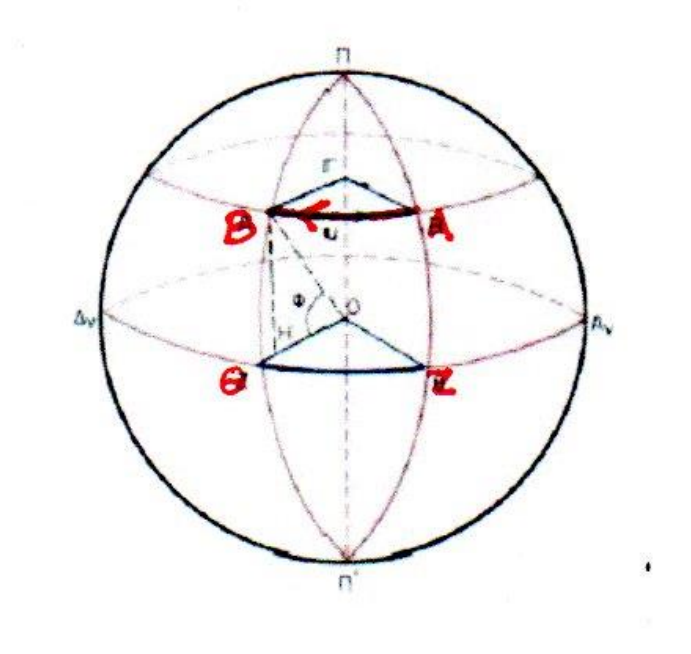
$$\sigma\upsilon\nu\phi_A = \frac{2630'}{3427'}$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi_A = 0{,}767$$

$$\phi_A = \tau o\xi\sigma\upsilon\nu(0{,}767)$$

$$\phi_A = 39{,}915°$$

$$\phi_A = 39° \;\; 54{,}9' \; N = \phi_B$$



Επιμέλεια: Δρ Ασημίνα Κριμπένη

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

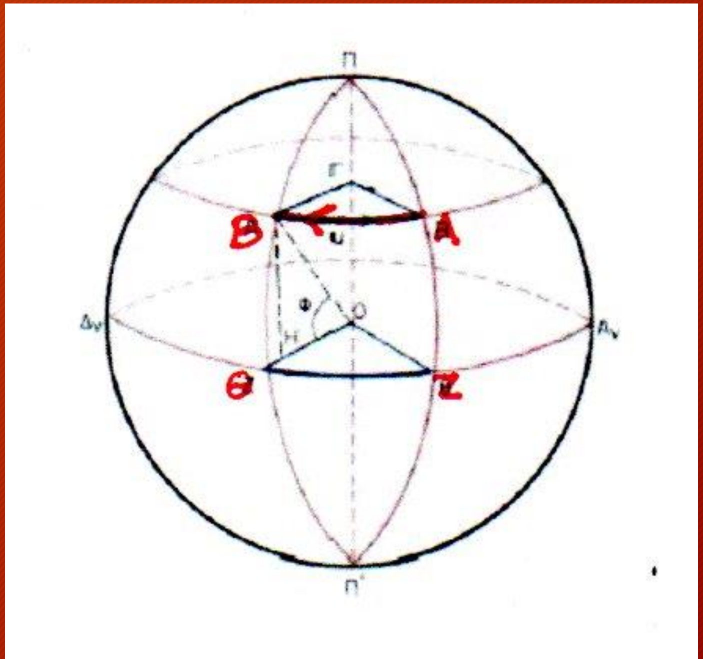
Παράδειγμα 1ο:

Λύση:

Συνεπώς:

$$A(\phi_A = 39° \ 54{,}9' N, \qquad \lambda_A = 22° \, 25' \, W)$$

$$B(\phi_B = 39° \ 54{,}9' N, \qquad \lambda_B = 79° \, 32' \, W)$$

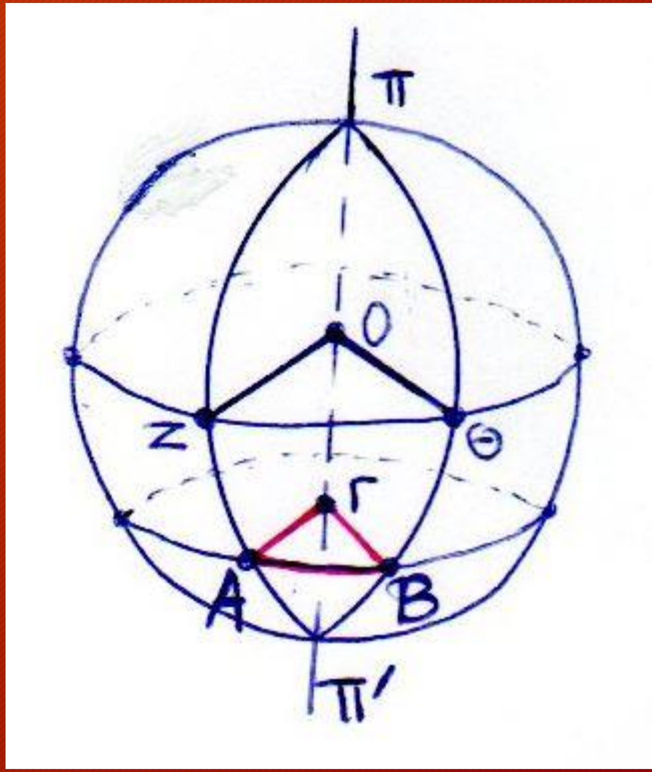


ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 2ο:

Ένα πλοίο πλέει στο Νότιο Ημισφαίριο (S) για 1272,82 ν.μ. προς τα Ανατολικά (Ε) επί παραλλήλου. Αν $A(\phi_A, \lambda_A = 20{,}166°\ E)$ και $B(\phi_B, \lambda_B = 43{,}2°\ E)$ τα σημεία εκκίνησης και άφιξης αντίστοιχα, να βρεθούν οι γεωγραφικές συντεταγμένες των δύο σημείων.



Λύση:

$$(\widehat{AB}) = 1272{,}82\ \nu.\mu. = 1272{,}82'$$

$$\lambda_A = 20{,}166° = 20°\ \ 10'E$$

$$\lambda_B = 43{,}2° = 43°\ \ 12'E$$

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

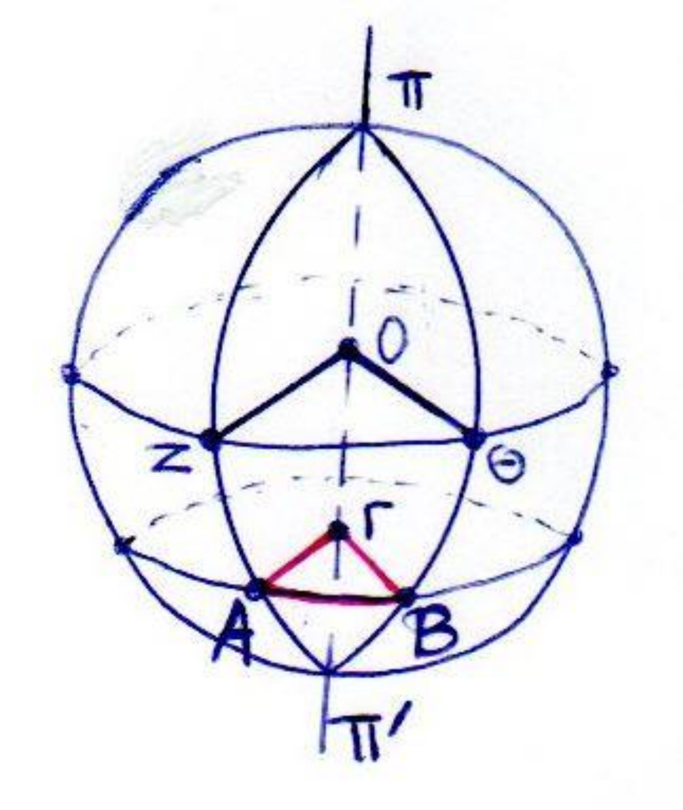
Παράδειγμα 2ο:

Λύση:

Υπολογίζουμε το $\Delta\lambda$, γνωρίζοντας ότι τα λ_A, λ_B είναι ομώνυμα, οπότε:

$$\Delta\lambda = |\lambda_B - \lambda_A| = |43{,}2° - 20{,}166°| = 23{,}034° = (23{,}034 \cdot 60)'$$

$$\Delta\lambda = 1382{,}04'$$



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 2ο:

Λύση:

$$(\widehat{AB}) = \Delta\lambda \cdot \sigma\upsilon\nu\phi_A$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi_A = \frac{(\widehat{AB})}{\Delta\lambda}$$

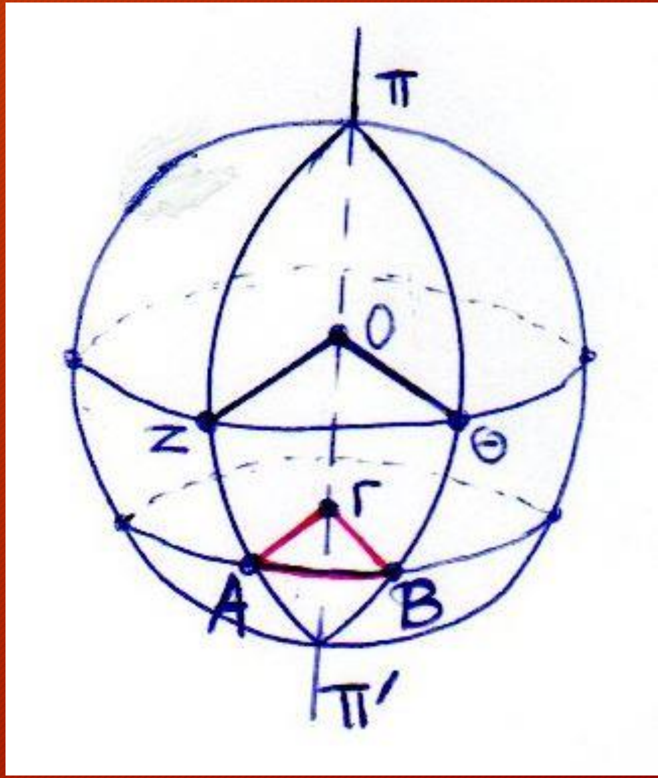
$$\sigma\upsilon\nu\phi_A = \frac{1272{,}82'}{1382{,}04'}$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi_A = 0{,}921$$

$$\phi_A = \tau o\xi\sigma\upsilon\nu(0{,}921)$$

$$\phi_A = 22{,}927°$$

$$\phi_A = 22° \ \ 55{,}62' = \phi_B$$



Β. Πλους Επί Παραλλήλου

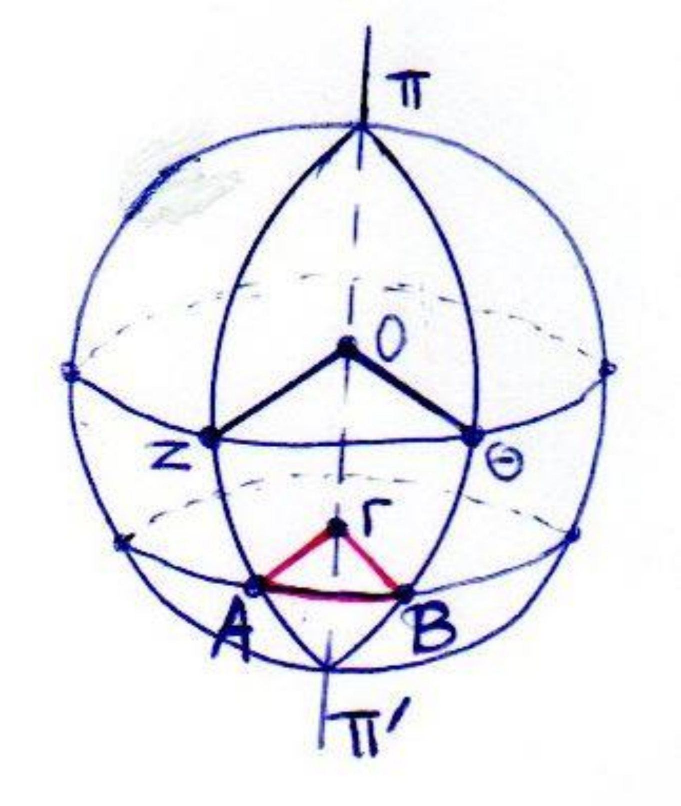
Παράδειγμα 2ο:

Λύση:

Συνεπώς:

$$A(\phi_A = 22°\ 55{,}62'S, \qquad \lambda_A = 20°\ 10'\ E)$$

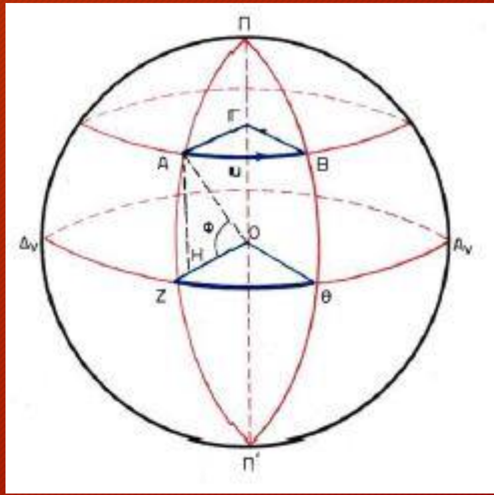
$$B(\phi_B = 22°\ 55{,}62'S, \qquad \lambda_B = 43°\ 12'\ E)$$



Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 3ο:

Ένα πλοίο βρίσκεται σε πλάτος $\phi = 44° \ \ 33'N$ και πλέει κατά 55 ν.μ. Ανατολικά (Ε). Να βρεθεί η αλλαγή μήκους που προκύπτει.



Λύση:

$$\phi_A = \phi_B = 44° \ \ 33'N = 44{,}55° = 2673' = 2673 \ \nu.\mu.$$

$$\left(\widehat{AB}\right) = 55 \ \ \nu.\mu. = 55'$$

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 3ο:

Λύση:

$$(\widehat{AB}) = \Delta\lambda \cdot \sigma\upsilon\nu\phi_A$$

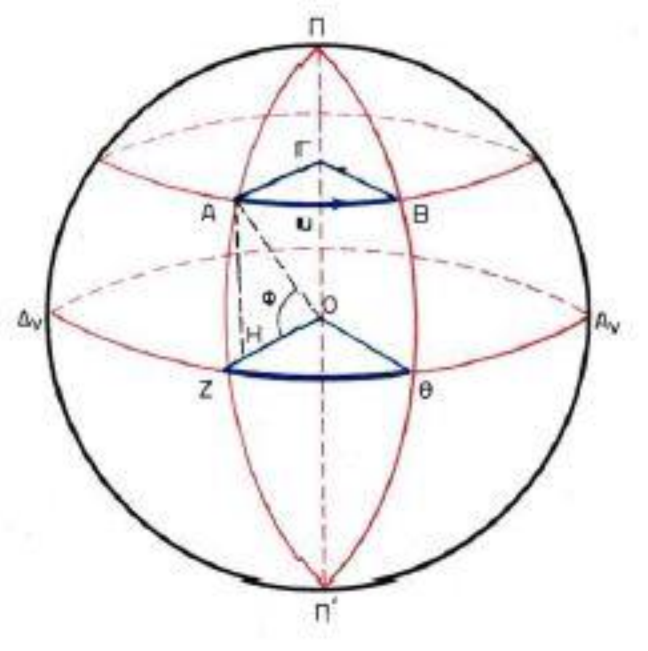
$$\Delta\lambda = \frac{(\widehat{AB})}{\sigma\upsilon\nu\phi_A}$$

$$\Delta\lambda = \frac{55'}{\sigma\upsilon\nu 44{,}55^\circ}$$

$$\Delta\lambda = \frac{55'}{0{,}713}$$

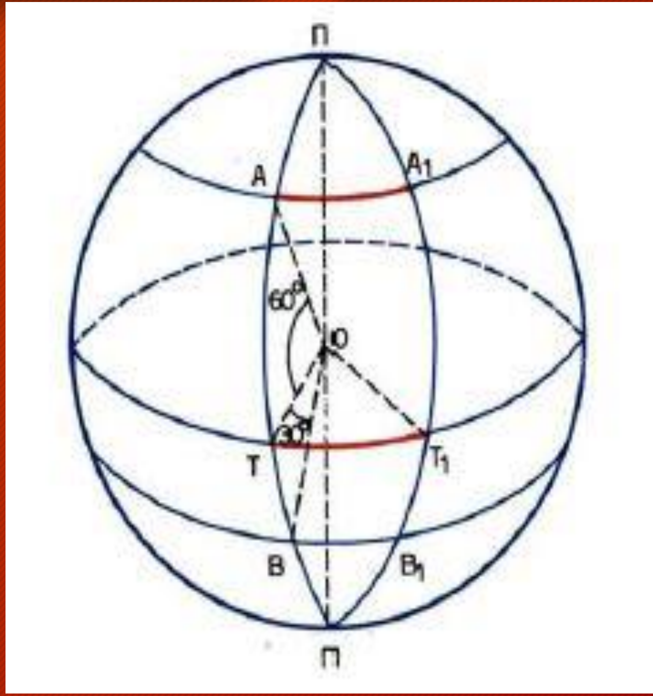
$$\Delta\lambda = 77{,}14' E$$

$$\Delta\lambda = 77{,}14\ \nu.\mu. E$$



Επιμέλεια: Δρ Ασημίνα Κριμπένη

Β. Πλους Επί Παραλλήλου



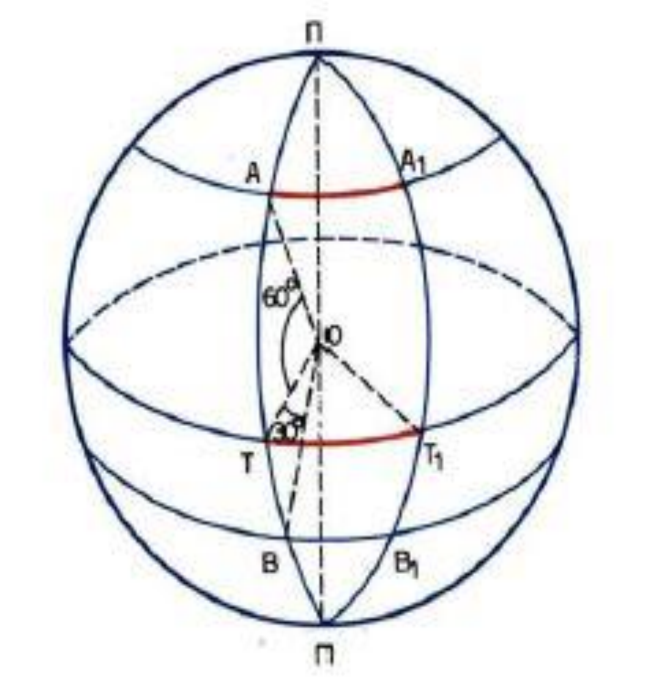
Παράδειγμα 4ο:

Δύο πλοία πλέουν κατά μήκος παραλλήλων πλάτους $\phi_A = 60°\ N$ και $\phi_B = 30°\ S$ αντίστοιχα, ώστε κάθε στιγμή να βρίσκονται στον ίδιο μεσημβρινό. Αν η ταχύτητα του Α είναι $\upsilon_A = 12\sqrt{3}\ \nu.\mu./h$, να υπολογιστεί η υ_B.

Λύση:

Θεωρώντας ότι τα δύο πλοία μετά από μία ώρα έχουν διανύσει απόσταση όση η ταχύτητά τους, σε ναυτικά μίλια, δηλαδή:

Β. Πλους Επί Παραλλήλου



Παράδειγμα 4ο:

Λύση: μετά από 1h

το πλοίο Α έχει διανύσει απόσταση: $(\widehat{AA_1}) = 12\sqrt{3}\ \nu.\mu.$, ενώ

το πλοίο Β έχει διανύσει απόσταση: $(\widehat{BB_1}) = \upsilon_B$ μετρημένο σε ν.μ.

Θεωρώντας $\Delta\lambda = (\widehat{TT_1})$

Για το Πλοίο Α: $(\widehat{AA_1}) = \Delta\lambda \cdot \sigma\upsilon\nu\phi_A \Rightarrow (\widehat{AA_1}) = (\widehat{TT_1}) \cdot \sigma\upsilon\nu 60° \quad (1)$

Για το Πλοίο Β: $(\widehat{BB_1}) = \Delta\lambda \cdot \sigma\upsilon\nu\phi_B \Rightarrow (\widehat{BB_1}) = (\widehat{TT_1}) \cdot \sigma\upsilon\nu 30° \quad (2)$

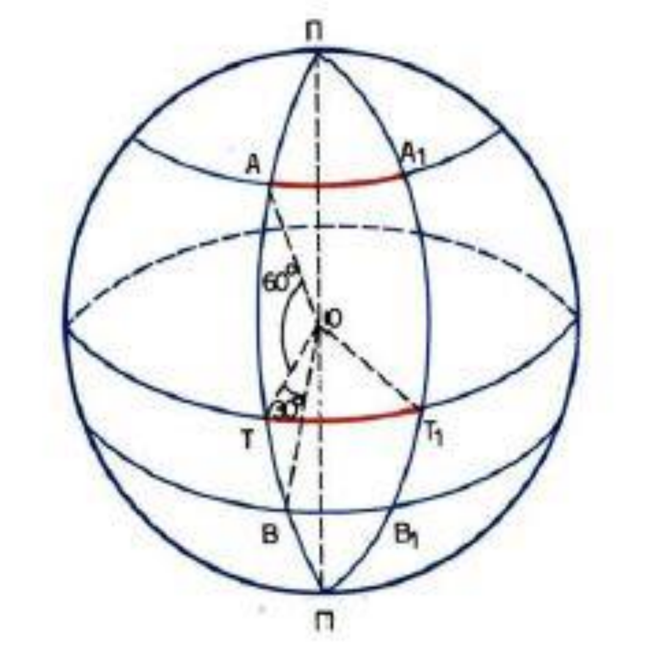
Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 4ο:

Λύση:

Διαιρώντας τις παραπάνω κατά μέλη, έχουμε:

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{(\widehat{AA_1})}{(\widehat{BB_1})} = \frac{\sigma\upsilon\nu 60^\circ}{\sigma\upsilon\nu 30^\circ} \Rightarrow (\widehat{BB_1}) = (\widehat{AA_1}) \cdot \frac{\sigma\upsilon\nu 30^\circ}{\sigma\upsilon\nu 60^\circ}$$



Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 4ο:

Λύση:

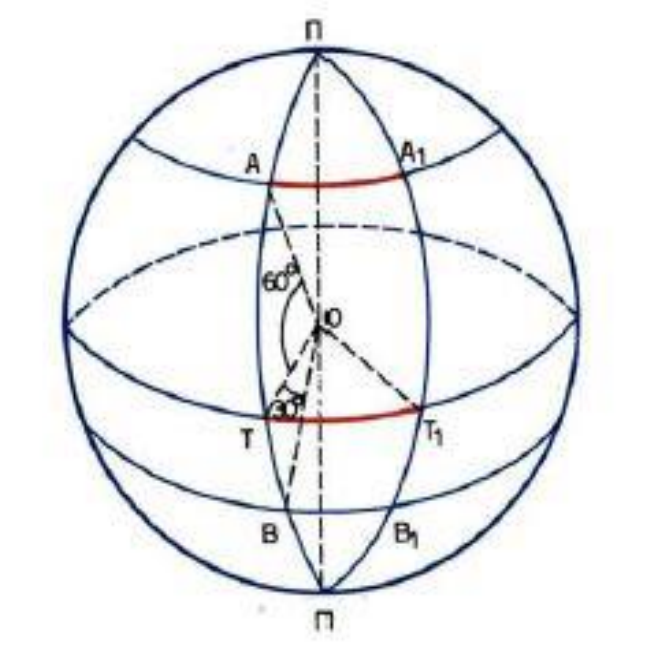
Συνεπώς μετά μία ώρα:

$$(\widehat{BB_1}) = 12\sqrt{3} \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$(\widehat{BB_1}) = 12\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$(\widehat{BB_1}) = 12 \cdot 3$$

$$\upsilon_B = 36\, \nu.\mu./h$$

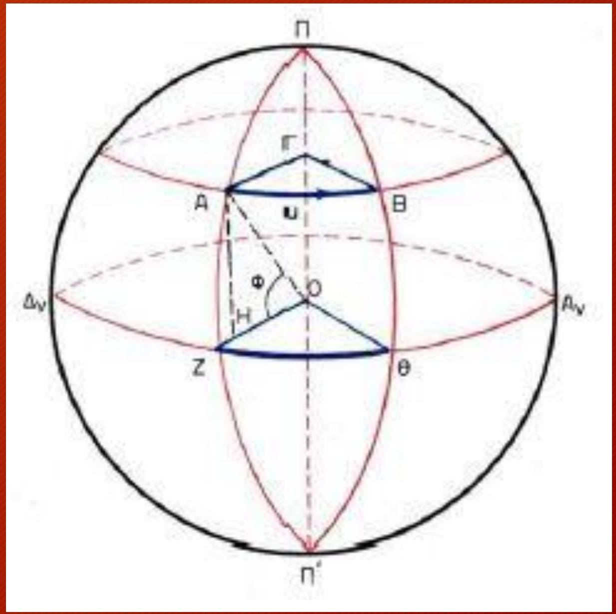


ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

<u>Παράδειγμα 5ο</u>:

Ένα πλοίο που βρίσκεται στο Βόρειο Ημισφαίριο (N) πλέει κατά 549,9 ν.μ.W στον ίδιο παράλληλο. Εαν $A(\phi_A, \lambda_A = 52°\ 24'\ W)$ και $B(\phi_B, \lambda_B = 68°\ 12'\ W)$ τα σημεία εκκίνησης και άφιξης αντίστοιχα, να γίνει σχήμα και να βρεθούν οι γεωγραφικές συντεταγμένες των δύο σημείων.



<u>Λύση</u>:

$$(\widehat{AB}) = 549{,}9\ \nu.\mu. = 549{,}9'$$

Οπότε:

$$\lambda_A = 52°\ 24' = 52{,}4° = 3144' = 3144\ \nu.\mu.$$

$$\lambda_B = 68°\ 12' = 68{,}2° = 4092' = 4092\ \nu.\mu.$$

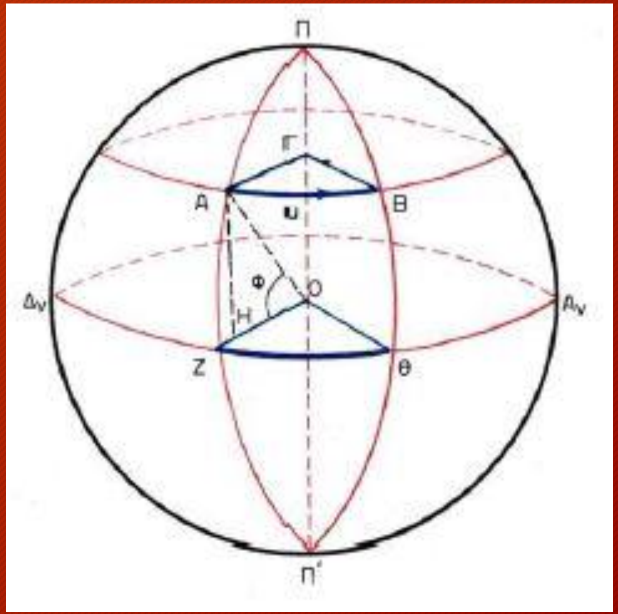
Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 5ο:

Λύση:

Τα λ_A, λ_B είναι ομώνυμα οπότε:

$$\Delta\lambda = |\lambda_B - \lambda_A| = |68{,}2° - 52{,}4°| = 15{,}8°\ W = 948'W$$



Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 5ο:

Λύση:

$$(\widehat{AB}) = \Delta\lambda \cdot \sigma\upsilon\nu\phi_A$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi_A = \frac{(\widehat{AB})}{\Delta\lambda}$$

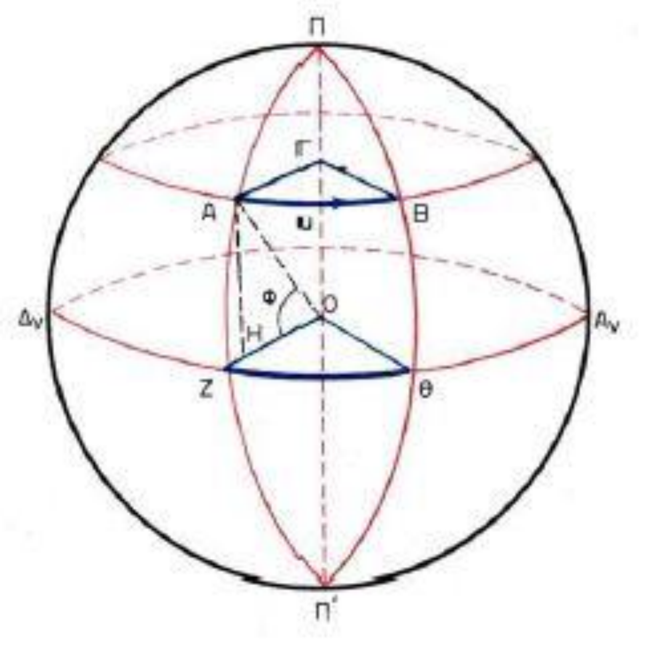
$$\sigma\upsilon\nu\phi_A = \frac{549{,}9'}{948'}$$

$$\sigma\upsilon\nu\phi_A = 0{,}58$$

$$\phi_A = \tau o\xi\sigma\upsilon\nu(0{,}58)$$

$$\phi_A = 54{,}55^\circ$$

$$\phi_A = 54^\circ\ 33'\ N = \phi_B$$



ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΤΙΛΙΑ

Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Παράδειγμα 5ο:

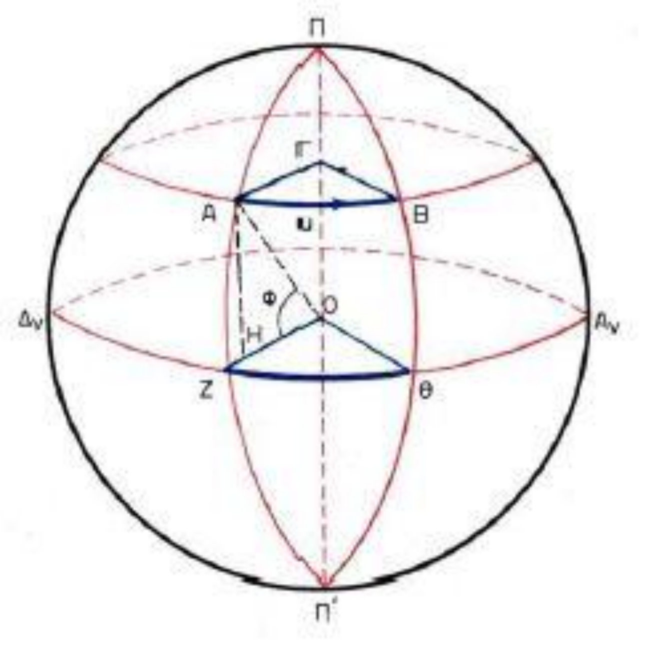
Λύση:

Άρα:

$$A(\phi_A = 54^\circ\ 33'\ N, \qquad \lambda_A = 52^\circ\ 24'\ W)$$

Και

$$B(\phi_B = 54^\circ\ 33'\ N, \qquad \lambda_B = 68^\circ\ 12' W)$$



Β. Πλους Επί Παραλλήλου

Άσκηση Άλυτη:

Ένα πλοίο πλέει τελείως Ανατολικά για 200 ν.μ. κατά μήκος του παράλληλου πλάτους $42°\ N$. Ποιό είναι το μήκος του σημείου αφίξεως όταν:

i) ξεκινά από μήκος $125° W$,

ii) ξεκινά από μήκος $160° E$.

Καλό Διάβασμα!!!

Επιμέλεια: Δρ Ασημίνα Κριμπένη