

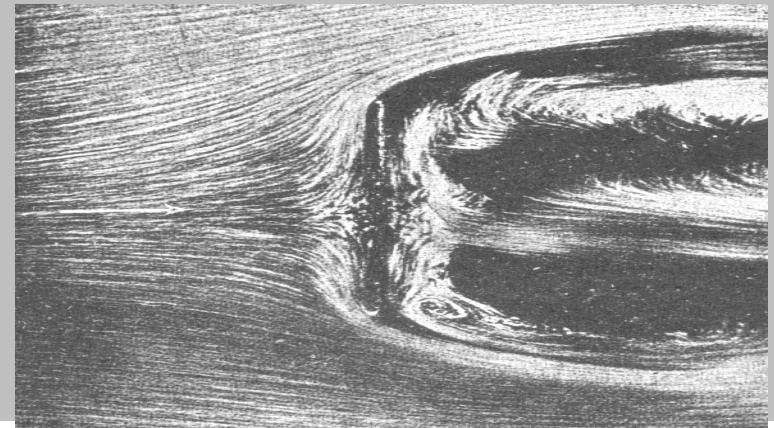
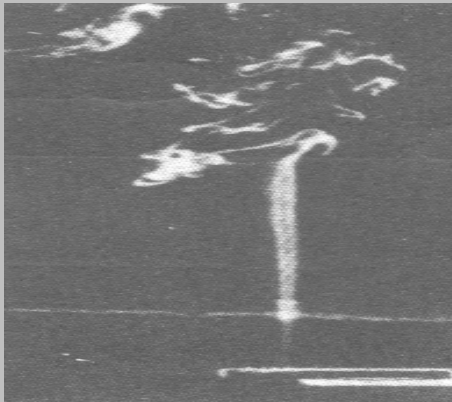
Εφαρμογές των διαφορικών εξισώσεων 1^{ης} τάξης

Μηνάς Μηνάς (AM 9257)

Στη ναυπηγική

Χρησιμοποιούνται για την:

- ανάλυση της κίνησης του πλοίου μέσα στο νερό διότι το πλοίο δεν είναι σταθερό, αλλά αντιδρά σε φορτίσεις, σε κυματισμούς και σε μεταβολές του φορτίου
- εκτίμηση του κυματισμού
- μελέτη των δυνάμεων που αναπτύσσονται στο κύτος του πλοίου, διότι μπορούν να περιγράψουν το πως αυξάνεται η μετατόπιση ενός πλοίου, όσο αυτό φορτώνεται σταδιακά.



Στη ναυτική μηχανολογία

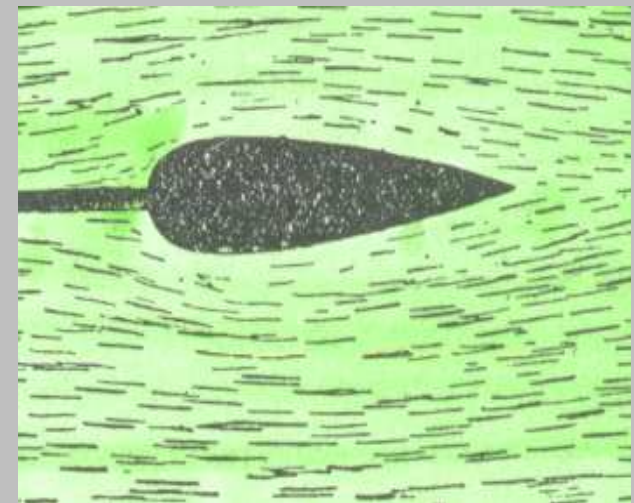
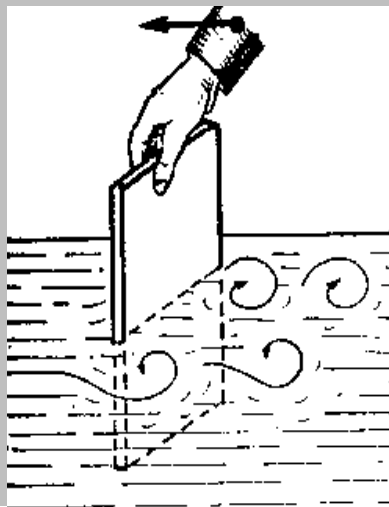
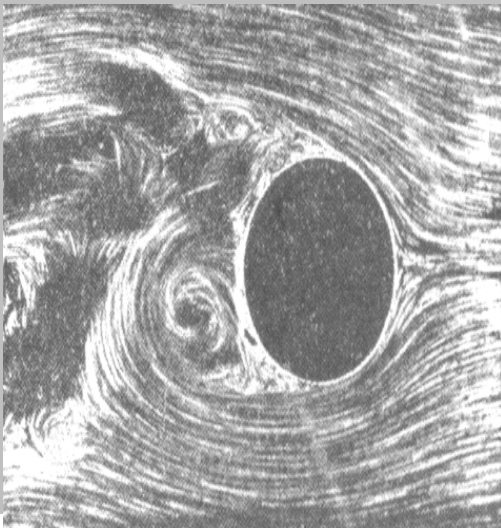
Μοντελοποιούν τις θερμικές και τις μηχανικές διεργασίες στις μηχανές εσωτερικής καύσης, στους κινητήρες AC/DC, στις γεννήτριες, στα συστήματα ισχύος, στους λέβητες, στα συστήματα ψύξης, στα συστήματα λίπανσης και δείχνουν το πώς μεταβάλλεται η πίεση στον κύλινδρο της μηχανής, κάθε χρονική στιγμή.

Οι μηχανές δε μας ενδιαφέρουν μόνο στη σταθερή τους λειτουργία αλλά και στο πώς ανεβάζουν στροφές, πώς ψύχονται, πώς λιπαίνονται, πώς αλλάζει η πίεση του καυσίμου σε κάθε φάση της λειτουργίας τους, δηλαδή μας ενδιαφέρει η δυναμική τους.

Στην ευστάθεια

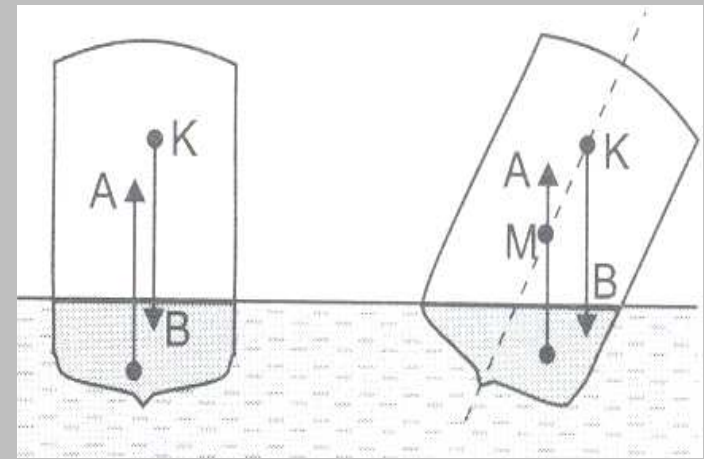
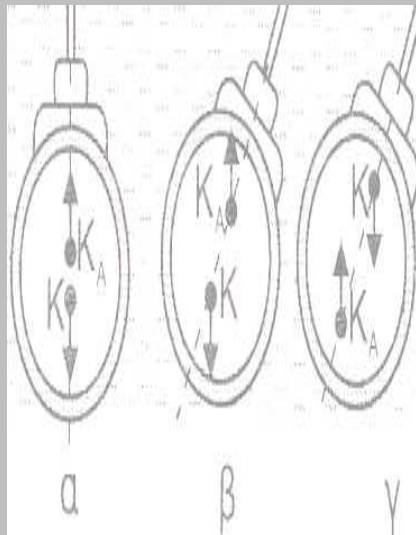
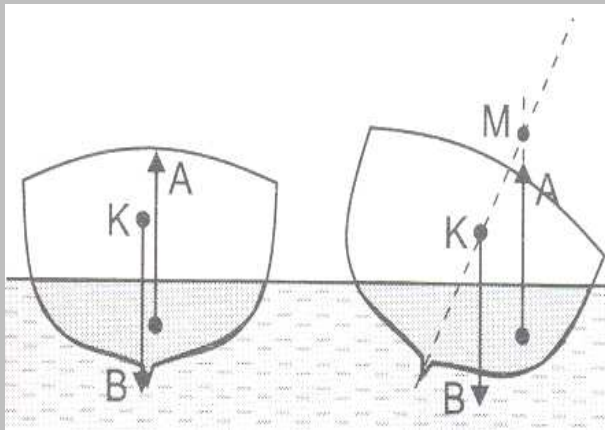
Περιγράφουν τις μεταβολές του κέντρου βάρους, του κέντρου άνωσης, τη γωνία κλίσης και τη στατική ευστάθεια, υπό την επίδραση του φορτίου και του κυματισμού.

Η επιτάχυνση του πλοίου σε σχέση με την ισχύ της μηχανής, μπορεί να γραφεί ως διαφορική εξίσωση που συνδέει την ταχύτητα με την αντίσταση του νερού.



Στη φόρτωση (δηλαδή στη διαχείριση του φορτίου)

Προς αποφυγή της υπερφόρτωσης ή της ανισόρροπης κατανομής του βάρους, που δύναται να προκαλέσουν την εμφάνιση ροπής ανατροπής (μετατόπιση της θέσης του μετάκεντρου).



Στις επικοινωνίες (δορυφορικές επικοινωνίες, GMDSS, GPS, radar)

Χρησιμοποιούνται για τη μαθηματική αναπαράσταση της διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, για την εξασθένηση του σήματος και για την απόκριση των φίλτρων RC/RL.

Στις επικοινωνίες, το ραδιοσήμα (ραδιοκύματα) φτάνει στο πλοίο με απώλειες, που περιγράφονται από απλές διαφορικές σχέσεις.

Οι διαφορικές εξισώσεις 1^{ης} τάξης, αποτελούν τη βάση για:

- Προσομοιώσεις με τη βοήθεια των υπολογιστών (π.χ. Computational Fluid Dynamics–CFD).
- Αυτόματα συστήματα ελέγχου σε μηχανές και σε ηλεκτρικές εγκαταστάσεις, διότι αναπαριστούν το πώς μεταβάλλεται το ηλεκτρικό ρεύμα σε έναν κινητήρα κατά την εκκίνηση.
- Προβλέψεις της κατανάλωσης των καυσίμων και βελτιστοποίησης της πορείας.
- Ανάλυση του ρίσκου, σε ακραίες καιρικές συνθήκες.

Διαχωρίσιμες εξισώσεις

Είναι της μορφής $\frac{dy}{dx} = g(x)h(y)$ και μπορούν να λυθούν με διαχωρισμό των μεταβλητών $\frac{dy}{h(y)} = g(x)dx$ και ολοκλήρωση των δύο πλευρών.

Εφαρμογή

Ο ρυθμός απώλειας θερμότητας από μια μηχανή στο περιβάλλον περιγράφεται με τον νόμο του Newton. Μια διαχωρίσιμη εξίσωση εκφράζει την ψύξη μιας μηχανής ή τη διάλυση του καυσίμου. Η ψύξη μίας μηχανής περιγράφεται από τη διαφορική εξίσωση $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{περ}})$ όπου:

T η θερμοκρασία του μετάλλου,

$T_{\text{περ}}$ η θερμοκρασία του περιβάλλοντος,

k μία σταθερά.

Γραμμικές εξισώσεις πρώτης τάξης

Είναι της μορφής $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ και η λύση τους βασίζεται στη μέθοδο του ολοκληρωτικού παραγοντικού.

Εφαρμογή

Η φόρτιση (και η εκφόρτιση) ενός πυκνωτή σε συστήματα αυτοματισμού και η απόσβεση των ταλαντώσεων ακολουθούν μία γραμμική διαφορική εξίσωση. Η φόρτιση ενός πυκνωτή σε ηλεκτρικό κύκλωμα RC , περιγράφεται από τη σχέση

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{RC}V = \frac{E}{RC}, \text{ όπου:}$$

V η τάση στον πυκνωτή

R η αντίσταση

C η χωρητικότητα

E η πηγή της τάσης

Δίκτυα επικοινωνίας και καθυστερήσεις

Η μετάδοση σήματος και η καθυστέρηση στα δίκτυα επικοινωνίας των πλοίων, περιγράφονται από διαφορικές εξισώσεις που αναλύουν τη συμπεριφορά των σημάτων, κατά τη διάρκεια της μετάδοσης. Η καθυστέρηση και ο φόρτος του δικτύου, υπολογίζονται από την εξίσωση $\frac{dL}{dt} = -aL + bR$, όπου:

a, b συντελεστές

L η καθυστέρηση του δικτύου

R ο φόρτος του συστήματος

Στόχος είναι η αποφυγή καθυστερήσεων και αποτυχιών στην επικοινωνία μεταξύ των πλοίων ή μεταξύ των κεντρικών μονάδων ελέγχου.

Διαχείριση του συστήματος τροφοδοσίας

Η τροφοδοσία των διαφόρων συστημάτων του πλοίου (π.χ. φωτιστικά, μηχανές, συστήματα ελέγχου) απαιτεί τη χρήση διαφορικών εξισώσεων 1^{ης} τάξης για την αποδοτική διαχείριση της ενέργειας και την εξισορρόπηση των φορτίων. Για την ανάλυση της σταθερότητας (ή της μεταβολής) της τάσης στο ηλεκτρικό σύστημα,

χρησιμοποιείται η εξίσωση $\frac{dV}{dt} = \frac{P_{in} - P_{out}}{C}$, όπου:

P_{in} η ισχύς εισόδου στο σύστημα

P_{out} η ισχύς εξόδου στο σύστημα

C η χωρητικότητα της μπαταρίας ή του συσσωρευτή

Ανάλυση των κυκλωμάτων και ενεργειακή απόδοση

Η διάταξη ενός ηλεκτρικού κυκλώματος του πλοίου μπορεί να αναλυθεί μέσω της εξίσωσης RL που ακολουθεί $L \frac{dI}{dt} + RI = V(t)$, όπου:

L η αυτεπαγωγή του κυκλώματος

R η αντίσταση

I το ρεύμα

$V(t)$ η τάση που εφαρμόζεται

Αυτή η εξίσωση χρησιμοποιείται για την ανάλυση της συμπεριφοράς του ηλεκτρικού ρεύματος και για την εκτίμηση των απωλειών ενέργειας που προκαλούνται από την αντίσταση και από την αυτεπαγωγή.

Υδροδυναμική βελτίωση

Η αντίσταση του νερού που ασκείται στο πλοίο εξαρτάται από το σχήμα του πλοίου και την ταχύτητα του μέσα στο νερό. Η διαφορά πίεσης μεταξύ της πλώρης και της πρύμνης του πλοίου και η αλληλεπίδραση του πλοίου με τα κύματα, επηρεάζουν την αντίσταση. Η αντίσταση περιγράφεται από τη διαφορική εξίσωση $R = \frac{1}{2} \rho v^2 C_d A$

όπου

R η αντίσταση του πλοίου

ρ η πυκνότητα του νερού

v η ταχύτητα του πλοίου

C_d ο συντελεστής της αντίστασης

A η επιφάνεια του πλοίου που έρχεται σε επαφή με το νερό

Η ελαχιστοποίηση της αντίστασης επιτυγχάνεται μέσω της βελτιστοποίησης του σχήματος του πλοίου, της κατανομής του βάρους και της χρήσης ειδικών τεχνολογιών και χρωμάτων προς μείωση των τριβών.

Υδροδυναμική αντίσταση

Η ροή του νερού γύρω από το πλοίο, περιγράφεται από τις πολύπλοκες (διότι περιλαμβάνουν πολλές παραμέτρους) εξισώσεις Navier – Stokes, των οποίων η γενική

μορφή είναι η $\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \cdot \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f}$ όπου:

ρ η πυκνότητα του νερού

$\mathbf{v}$ το διανυσματικό πεδίο της ταχύτητας της ροής

p η πίεση του νερού

μ το ιξώδες του νερού

$\mathbf{f}$ οι εξωτερικές δυνάμεις (π.χ. βαρύτητα, δυνάμεις από τα κύματα)

Φόρτωση των πλοίων

Συχνά, η φόρτωση ενός πλοίου περιγράφεται μέσω μίας κατανομής του βάρους $w(x)$ η οποία εξαρτάται από την απόσταση x από την πλώρη του πλοίου. Αυτή η κατανομή του βάρους, περιγράφεται από την διαφορική εξίσωση 1^{ης} τάξης

$$\frac{dW(x)}{dx} = \omega(x), \text{ όπου:}$$

$W(x)$ το συνολικό βάρος μέχρι το σημείο x

$\omega(x)$ η κατανομή του βάρους, ανά μονάδα μήκους

Η λύση της παραπάνω εξίσωσης, επιτρέπει τον υπολογισμό του συνολικού βάρους ανά τμήμα του πλοίου ώστε να διασφαλισθεί ότι η κατανομή του βάρους είναι ομοιόμορφη και σωστή.

Ομογενείς εξισώσεις

Είναι της μορφής $\frac{dy}{dx} = F\left(\frac{y}{x}\right)$ και μετασχηματίζονται με την αντικατάσταση

$$y = vx$$

Εφαρμογή

Στη μηχανική των ρευστών, για να περιγραφεί η αναλογία ταχύτητας / απόστασης σε συγκεκριμένα μοντέλα ροής, γύρω από το κύτος του πλοίου.

Ακριβείς εξισώσεις

Εξισώσεις της μορφής $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ είναι ακριβείς αν ισχύει ότι

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

Σας ευχαριστώ πολύ για την προσοχή σας !

