

# Ασκήσεις στον Αυτόματο Έλεγχο Υδραυλικών και Πνευματικών Συστημάτων

Στόχος είναι να προσφέρω μια βαθύτερη κατανόηση των εννοιών πίσω από τους υπολογισμούς, καθιστώντας τις λύσεις όχι απλώς μια σειρά από μαθηματικές πράξεις, αλλά ένα ολοκληρωμένο εκπαιδευτικό εργαλείο για όλους τους σπουδαστές.

## Άσκηση 1: Υπολογισμός Βάρους Ρευστού σε Κύλινδρο

### Απαραίτητη Θεωρία:

Για να λυθεί αυτό το πρόβλημα, χρειάζεται να κατανοήσουμε τρεις βασικές έννοιες:

1. **Όγκος Κυλίνδρου (V):** Ο χώρος που καταλαμβάνει ένα αντικείμενο. Για έναν κύλινδρο, υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το εμβαδόν της βάσης του (που είναι ένας κύκλος με εμβαδόν  $A = \pi * r^2$ ) με το ύψος του (h). Ο τύπος είναι:  $V = \pi * r^2 * h$ .
2. **Ειδικό Βάρος (γ):** Είναι το βάρος ενός υλικού ανά μονάδα όγκου. Ουσιαστικά, μας λέει πόσο "βαρύ" είναι ένα υλικό για τον όγκο που καταλαμβάνει. Η σχέση του είναι  $\gamma = B / V$ .
3. **Βάρος (B):** Είναι η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται σε ένα αντικείμενο. Από τον ορισμό του ειδικού βάρους, μπορούμε να υπολογίσουμε το βάρος ενός ρευστού αν γνωρίζουμε τον όγκο και το ειδικό του βάρος, αναδιατάσσοντας τον τύπο:  $B = \gamma * V$ .

### Εκφώνηση:

Έστω ένας κύλινδρος διαμέτρου 40 cm και ύψους 120 cm. Αν αυτός ο κύλινδρος πρέπει να γεμίσει με ρευστό που έχει ειδικό βάρος 1000 N/m<sup>3</sup>, να υπολογιστεί το βάρος του ρευστού που απαιτείται για να γεμίσει τον κύλινδρο.

### Λύση με Επεξήγηση:

1. **Υπολογισμός του όγκου του κυλίνδρου:**
  - Πρώτα, μετατρέπουμε τις διαστάσεις σε μέτρα: Διάμετρος  $D = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$ , Ύψος  $h = 120 \text{ cm} = 1.2 \text{ m}$ .
  - Η ακτίνα του κυλίνδρου είναι  $r = D / 2 = 0.2 \text{ m}$ .
  - Ο όγκος (V) ενός κυλίνδρου δίνεται από τον τύπο:  $V = \pi * r^2 * h$ .
  - $V = \pi * (0.2 \text{ m})^2 * 1.2 \text{ m} \approx 0.1508 \text{ m}^3$ .
2. **Υπολογισμός του βάρους του ρευστού:**
  - Το ειδικό βάρος (γ) ορίζεται ως το βάρος (B) ανά μονάδα όγκου (V), δηλαδή  $\gamma = B / V$ .
  - Από αυτόν τον τύπο, μπορούμε να υπολογίσουμε το βάρος:  $B = \gamma * V$ .
  - $B = 1000 \text{ N/m}^3 * 0.1508 \text{ m}^3 = 150.8 \text{ N}$ .

**Απάντηση:** Το βάρος του ρευστού που απαιτείται για να γεμίσει τον κύλινδρο είναι 150.8 Newton.

## Άσκηση 2: Δύναμη Υδραυλικού Εμβόλου

### Απαραίτητη Θεωρία:

Η θεμελιώδης αρχή εδώ είναι ο ορισμός της πίεσης.

1. **Πίεση (P):** Η πίεση ορίζεται ως η δύναμη (F) που ασκείται κάθετα σε μια επιφάνεια (A), δηλαδή  $P = F / A$ . Σε υδραυλικά συστήματα, αυτή η πίεση του ρευστού δημιουργεί δυνάμεις στα έμβολα. Αναδιατάσσοντας τον τύπο, η δύναμη που παράγεται είναι  $F = P * A$ .
2. **Ενεργή Επιφάνεια Εμβόλου:** Σε ένα έμβολο διπλής ενέργειας, η επιφάνεια στην οποία δρα η πίεση διαφέρει μεταξύ της προώθησης και της επιστροφής.
  - **Προώθηση (θετική κίνηση):** Η πίεση δρα σε ολόκληρη την επιφάνεια του εμβόλου. Το εμβαδόν είναι  $A_{\text{εμβόλου}} = \pi * D^2 / 4$ .
  - **Επιστροφή (αρνητική κίνηση):** Η πίεση δρα σε μια δακτυλιοειδή επιφάνεια, καθώς ένα μέρος της καταλαμβάνεται από το βάκτρο (τη ράβδο του εμβόλου). Το εμβαδόν είναι η διαφορά της επιφάνειας του εμβόλου μείον την επιφάνεια του βάκτρου:  $A_{\text{δακτυλίου}} = (\pi * D^2 / 4) - (\pi * d^2 / 4) = \pi * (D^2 - d^2) / 4$ .
3. **Διαφορά Πίεσης (ΔP):** Η καθαρή δύναμη προκύπτει από τη διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο πλευρών του εμβόλου ( $P_1 - P_2$ ).

### Εκφώνηση:

Σε ένα υδραυλικό σύστημα με έμβολο, η πίεση εισόδου είναι  $P_1 = 15 \text{ bar}$  και η πίεση εξόδου είναι  $P_2 = 3 \text{ bar}$ . Η διάμετρος του εμβόλου είναι  $D = 60 \text{ mm}$  και η διάμετρος του βάκτρου είναι  $d = 25 \text{ mm}$ . Να

υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται από το έμβολο κατά την προώθηση (θετική κίνηση) και κατά την επιστροφή (αρνητική κίνηση).

#### Λύση με Επεξήγηση:

##### 1. Μετατροπή μονάδων:

- Πιέσεις σε Pascal:  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ . Άρα,  $P_1 = 15 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  και  $P_2 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .
- Διαστάσεις σε μέτρα:  $D = 60 \text{ mm} = 0.06 \text{ m}$ ,  $d = 25 \text{ mm} = 0.025 \text{ m}$ .

##### 2. Δύναμη κατά την προώθηση (θετική κίνηση):

- Η δύναμη ( $F_{\text{προώθησης}}$ ) υπολογίζεται από τη διαφορά πίεσης που ασκείται σε ολόκληρη την επιφάνεια του εμβόλου ( $A_{\text{εμβόλου}}$ ).
- $A_{\text{εμβόλου}} = \pi \cdot D^2 / 4 = \pi \cdot (0.06 \text{ m})^2 / 4 \approx 0.002827 \text{ m}^2$ .
- $F_{\text{προώθησης}} = (P_1 - P_2) \cdot A_{\text{εμβόλου}} = (15 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}) \cdot 0.002827 \text{ m}^2 = 12 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.002827 \text{ m}^2 \approx 3392.4 \text{ N}$ .

##### 3. Δύναμη κατά την επιστροφή (αρνητική κίνηση):

- Κατά την επιστροφή, η πίεση  $P_1$  ασκείται στη δακτυλιοειδή επιφάνεια του εμβόλου ( $A_{\text{δακτυλίου}}$ ), η οποία είναι η επιφάνεια του εμβόλου μείον την επιφάνεια του βάκτρου.
- $A_{\text{δακτυλίου}} = \pi \cdot (D^2 - d^2) / 4 = \pi \cdot ((0.06 \text{ m})^2 - (0.025 \text{ m})^2) / 4 \approx 0.002336 \text{ m}^2$ .
- $F_{\text{επιστροφής}} = (P_1 - P_2) \cdot A_{\text{δακτυλίου}} = (15 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}) \cdot 0.002336 \text{ m}^2 = 12 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.002336 \text{ m}^2 \approx 2803.2 \text{ N}$ .

**Απάντηση:** Η δύναμη προώθησης είναι περίπου 3392.4 N και η δύναμη επιστροφής είναι περίπου 2803.2 N.

---

### Άσκηση 3: Υπολογισμός Ιξώδους Ρευστού

#### Απαραίτητη Θεωρία:

- Ιξώδες ( $\mu$ ):** Το ιξώδες είναι η ιδιότητα ενός ρευστού που εκφράζει την αντίστασή του στη ροή. Μπορεί να το φανταστεί κανείς ως την "εσωτερική τριβή" του ρευστού. Ρευστά με υψηλό ιξώδες (π.χ. μέλι) ρέουν δύσκολα, ενώ ρευστά με χαμηλό ιξώδες (π.χ. νερό) ρέουν εύκολα.
- Νόμος του Νεύτωνα για το Ιξώδες:** Για την κίνηση ενός αντικειμένου (όπως ένα έμβολο) μέσα σε ένα ρευστό, η δύναμη τριβής ( $F$ ) που οφείλεται στο ιξώδες είναι ανάλογη της ταχύτητας ( $u$ ) και της επιφάνειας επαφής ( $A$ ), και αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης (του διάκενου,  $Cr$ ) μεταξύ του αντικειμένου και του τοιχώματος. Ο τύπος είναι:  $F = \mu \cdot (A / Cr) \cdot u$ .
  - $\mu$ : Δυναμικό ιξώδες (η ζητούμενη τιμή).
  - $A$ : Η πλευρική επιφάνεια του εμβόλου που βρίσκεται σε επαφή με το ρευστό. Για κύλινδρο είναι  $A = \pi \cdot d \cdot L$ .
  - $Cr$ : Το ακτινικό διάκενο, δηλαδή η απόσταση μεταξύ του εμβόλου και του κυλίνδρου.  $Cr = (D - d) / 2$ .
  - $u$ : Η σχετική ταχύτητα μεταξύ των επιφανειών.

#### Εκφώνηση:

Ένα έμβολο κινείται μέσα σε έναν κύλινδρο. Η δύναμη που εφαρμόζεται στο έμβολο είναι  $F = 10 \text{ N}$ , και κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u = 1.5 \text{ m/s}$ . Η διάμετρος του κυλίνδρου είναι  $D = 0.1 \text{ m}$ , η διάμετρος του εμβόλου είναι  $d = 0.099 \text{ m}$  και το μήκος του εμβόλου είναι  $L = 0.3 \text{ m}$ . Να υπολογιστεί το δυναμικό ιξώδες ( $\mu$ ) του ρευστού που βρίσκεται ανάμεσα στο έμβολο και τον κύλινδρο.

#### Λύση με Επεξήγηση:

##### 1. Υπολογισμός του διάκενου ( $Cr$ ):

- Το διάκενο είναι η ακτινική απόσταση μεταξύ του κυλίνδρου και του εμβόλου.
- $Cr = (D - d) / 2 = (0.1 \text{ m} - 0.099 \text{ m}) / 2 = 0.0005 \text{ m}$ .

##### 2. Υπολογισμός του ιξώδους ( $\mu$ ):

- Η δύναμη τριβής ( $F$ ) που οφείλεται στο ιξώδες δίνεται από τον τύπο:  $F = \mu \cdot (A / Cr) \cdot u$ , όπου  $A$  είναι η πλευρική επιφάνεια του εμβόλου.
- $A = \pi \cdot d \cdot L = \pi \cdot 0.099 \text{ m} \cdot 0.3 \text{ m} \approx 0.0933 \text{ m}^2$ .
- Λύνοντας ως προς το ιξώδες  $\mu$ :  $\mu = (F \cdot Cr) / (A \cdot u)$ .
- $\mu = (10 \text{ N} \cdot 0.0005 \text{ m}) / (0.0933 \text{ m}^2 \cdot 1.5 \text{ m/s}) \approx 0.0357 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$  (ή  $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ).

**Απάντηση:** Το δυναμικό ιξώδες του ρευστού είναι περίπου  $0.0357 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ .

#### Άσκηση 4: Παροχή Ρευστού από Δεξαμενή

##### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Εξίσωση του Bernoulli:** Αυτή η θεμελιώδης αρχή της ρευστομηχανικής είναι ουσιαστικά μια διατύπωση της **αρχής διατήρησης της ενέργειας** για ένα ρευστό σε κίνηση. Δηλώνει ότι το άθροισμα της ενέργειας λόγω πίεσης (στατική ενέργεια), της κινητικής ενέργειας λόγω ταχύτητας και της δυναμικής ενέργειας λόγω ύψους παραμένει σταθερό κατά μήκος μιας γραμμής ροής. Η εξίσωση είναι:  $P/\rho g + v^2/2g + z = \text{σταθερό}$ .
2. **Αρχή του Torricelli:** Είναι μια απλοποιημένη, ειδική περίπτωση της εξίσωσης του Bernoulli. Χρησιμοποιείται για να υπολογίσουμε την ταχύτητα εξόδου ( $v_2$ ) ενός ρευστού από μια οπή σε μια δεξαμενή, σε βάθος  $h$  από την ελεύθερη επιφάνεια. Υποθέτοντας ότι η ταχύτητα της επιφάνειας στη δεξαμενή είναι αμελητέα ( $v_1 \approx 0$ ) και ότι η πίεση στην επιφάνεια και στην έξοδο είναι η ίδια (ατμοσφαιρική), η εξίσωση του Bernoulli απλοποιείται σε  $v_2 = \sqrt{2 * g * h}$ . Αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα του ρευστού που εξέρχεται είναι ίδια με την ταχύτητα που θα είχε ένα αντικείμενο αν έπεφτε ελεύθερα από ύψος  $h$ .
3. **Παροχή Όγκου (Q):** Είναι ο όγκος του ρευστού που διέρχεται από μια διατομή στη μονάδα του χρόνου. Υπολογίζεται ως το γινόμενο της επιφάνειας της διατομής ( $A$ ) επί τη μέση ταχύτητα ( $v$ ) του ρευστού:  $Q = A * v$ .

##### Εκφώνηση:

Μια δεξαμενή περιέχει νερό σε ύψος  $h = 3 \text{ m}$  από έναν οριζόντιο σωλήνα εξόδου. Ο σωλήνας έχει διάμετρο  $D = 50 \text{ mm}$ . Υποθέτοντας ιδανική ροή (χωρίς τριβές), να υπολογιστεί η παροχή ( $Q$ ) του νερού από τον σωλήνα.

##### Λύση με Επεξήγηση:

1. **Εφαρμογή της εξίσωσης του Bernoulli:**
  - Εφαρμόζουμε την εξίσωση μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας του νερού στη δεξαμενή (σημείο 1) και της εξόδου του σωλήνα (σημείο 2).
  - $P_1/\rho g + v_1^2/2g + z_1 = P_2/\rho g + v_2^2/2g + z_2$ .
  - Υποθέσεις:
    - Η πίεση στην επιφάνεια και στην έξοδο είναι ατμοσφαιρική ( $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$ ), άρα οι όροι της πίεσης απαλείφονται.
    - Η ταχύτητα της επιφάνειας του νερού είναι αμελητέα ( $v_1 \approx 0$ ).
    - Η διαφορά ύψους είναι  $z_1 - z_2 = h = 3 \text{ m}$ .
  - Η εξίσωση απλοποιείται σε:  $h = v_2^2 / 2g$ .
2. **Υπολογισμός της ταχύτητας εξόδου ( $v_2$ ):**
  - Από την παραπάνω σχέση (αρχή του Torricelli):  $v_2 = \sqrt{2 * g * h}$ .
  - $v_2 = \sqrt{2 * 9.81 \text{ m/s}^2 * 3 \text{ m}} \approx 7.67 \text{ m/s}$ .
3. **Υπολογισμός της παροχής (Q):**
  - Η παροχή είναι το γινόμενο της επιφάνειας της διατομής του σωλήνα ( $A$ ) επί την ταχύτητα ( $v_2$ ).
  - Διάμετρος  $D = 50 \text{ mm} = 0.05 \text{ m}$ .
  - $A = \pi * D^2 / 4 = \pi * (0.05 \text{ m})^2 / 4 \approx 0.001963 \text{ m}^2$ .
  - $Q = A * v_2 = 0.001963 \text{ m}^2 * 7.67 \text{ m/s} \approx 0.015 \text{ m}^3/\text{s}$ .

**Απάντηση:** Η παροχή του νερού από τον σωλήνα είναι περίπου  $0.015 \text{ m}^3/\text{s}$  (ή 15 λίτρα/δευτερόλεπτο).

---

#### Άσκηση 5: Ροή μέσω Στομίου και Αριθμός Reynolds

##### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Ροή μέσω Στομίου:** Η εξίσωση που περιγράφει την παροχή ( $Q$ ) ενός ρευστού μέσα από ένα στόμιο (μια οπή μικρής διαμέτρου) βασίζεται στην εξίσωση του Bernoulli, αλλά λαμβάνει υπόψη και τις πραγματικές συνθήκες. Ο τύπος είναι  $Q = C_d * A * \sqrt{2 * \Delta P / \rho}$ .
  - **$C_d$  (Συντελεστής Εκφόρτισης):** Είναι ένας αδιάστατος αριθμός (συνήθως μεταξύ 0.6 και 1.0) που διορθώνει τη θεωρητική παροχή για τις απώλειες ενέργειας (τριβές) και τη συστολή της φλέβας του ρευστού καθώς περνά από το στόμιο. Μια ιδανική ροή θα είχε  $C_d = 1$ .
  - **$\Delta P$ :** Η πτώση πίεσης κατά μήκος του στομίου, η οποία είναι η κινητήριος δύναμη της ροής.

2. **Αριθμός Reynolds (Re):** Είναι ένας θεμελιώδης αδιάστατος αριθμός στη ρευστομηχανική που περιγράφει τον χαρακτήρα της ροής. Συγκρίνει τις δυνάμεις αδράνειας (που τείνουν να προκαλέσουν τυρβώδη, χαοτική ροή) με τις δυνάμεις ιξώδους (που τείνουν να διατηρήσουν τη ροή ομαλή και στρωτή). Ο τύπος είναι  $Re = (v * d) / \nu$ .
- ο  $\nu$ : Η μέση ταχύτητα του ρευστού.
  - ο  $d$ : Η χαρακτηριστική διάσταση (εδώ, η διάμετρος του στομίου).
  - ο  $\nu$ : Το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.
  - ο **Ταξινόμηση Ροής**: Γενικά, για ροή σε σωλήνες,  $Re < 2300$  υποδεικνύει **στρωτή ροή**, ενώ  $Re > 4000$  υποδεικνύει **τυρβώδη ροή**.

#### Εκφώνηση:

Υδραυλικό ρευστό (πυκνότητα  $\rho = 850 \text{ kg/m}^3$ , κινηματικό ιξώδες  $\nu = 1.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ) ρέει μέσω ενός κυκλικού στομίου διαμέτρου  $d = 2 \text{ mm}$ . Η πτώση πίεσης κατά μήκος του στομίου είναι  $\Delta P = 5 \text{ bar}$ . Ο συντελεστής εκφόρτισης είναι  $C_d = 0.62$ . Να υπολογιστεί η παροχή όγκου ( $Q$ ) και ο αριθμός Reynolds ( $Re$ ).

#### Λύση με Επεξήγηση:

- Μετατροπή μονάδων:**
  - ο  $\Delta P = 5 \text{ bar} = 5 * 10^5 \text{ Pa}$ .
  - ο  $d = 2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m}$ .
- Υπολογισμός της παροχής όγκου ( $Q$ ):**
  - ο Η παροχή μέσω στομίου δίνεται από τον τύπο:  $Q = C_d * A * \sqrt{(2 * \Delta P / \rho)}$ , όπου  $A$  είναι η επιφάνεια του στομίου.
  - ο  $A = \pi * d^2 / 4 = \pi * (0.002 \text{ m})^2 / 4 \approx 3.1416 * 10^{-6} \text{ m}^2$ .
  - ο  $Q = 0.62 * (3.1416 * 10^{-6} \text{ m}^2) * \sqrt{(2 * 5 * 10^5 \text{ Pa} / 850 \text{ kg/m}^3)} \approx 6.68 * 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ .
- Υπολογισμός του αριθμού Reynolds ( $Re$ ):**
  - ο Ο αριθμός Reynolds δίνεται από τον τύπο:  $Re = (v * d) / \nu$ , όπου  $v$  είναι η μέση ταχύτητα στο στόμιο.
  - ο Η ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση  $Q = A * v \Rightarrow v = Q / A$ .
  - ο  $v = (6.68 * 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}) / (3.1416 * 10^{-6} \text{ m}^2) \approx 21.26 \text{ m/s}$ .
  - ο  $Re = (21.26 \text{ m/s} * 0.002 \text{ m}) / (1.2 * 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}) \approx 354$ .

**Απάντηση:** Η παροχή όγκου είναι περίπου  $6.68 * 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$  και ο αριθμός Reynolds είναι περίπου 354, που υποδεικνύει στρωτή ροή.

#### Άσκηση 6: Παροχή Αντλίας με Οδοντωτούς Τροχούς

##### Απαραίτητη Θεωρία:

- Αντλίες Θετικής Μετατόπισης:** Οι γραναζωτές αντλίες ανήκουν σε αυτή την κατηγορία. Λειτουργούν παγιδεύοντας έναν σταθερό όγκο ρευστού και μεταφέροντάς τον από την είσοδο στην έξοδο της αντλίας. Αυτό σημαίνει ότι (θεωρητικά) η παροχή τους είναι ευθέως ανάλογη της ταχύτητας περιστροφής και δεν επηρεάζεται σημαντικά από την πίεση.
- Ογκομετρική Μετατόπιση ( $V_D$ ):** Είναι ο όγκος του ρευστού που μεταφέρεται θεωρητικά σε μία πλήρη περιστροφή της αντλίας. Για μια εξωτερική γραναζωτή αντλία, αυτός ο όγκος αντιστοιχεί στον όγκο που παγιδεύεται μεταξύ των δοντιών των γραναζιών και του κελύφους. Ένας συνήθης τύπος υπολογισμού είναι  $V_D = (\pi / 4) * (D_o^2 - D_i^2) * L$ .
  - ο  $D_o$ : Εξωτερική διάμετρος των γραναζιών.
  - ο  $D_i$ : Εσωτερική διάμετρος των γραναζιών (στη βάση των δοντιών).
  - ο  $L$ : Το μήκος (πλάτος) των γραναζιών.
- Θεωρητική Παροχή ( $Q_{th}$ ):** Είναι η παροχή που θα έδινε η αντλία αν δεν υπήρχαν καθόλου εσωτερικές διαρροές (από την έξοδο υψηλής πίεσης προς την είσοδο χαμηλής πίεσης). Υπολογίζεται απλά πολλαπλασιάζοντας την ογκομετρική μετατόπιση με την ταχύτητα περιστροφής:  $Q_{th} = V_D * N$ .

#### Εκφώνηση:

Μια εξωτερική γραναζωτή αντλία έχει γρανάζια με εξωτερική διάμετρο  $D_o = 60 \text{ mm}$ , εσωτερική διάμετρο  $D_i = 40 \text{ mm}$  και μήκος  $L = 30 \text{ mm}$ . Αν η αντλία περιστρέφεται με  $N = 1500$  στροφές ανά λεπτό (rpm), να υπολογιστεί η θεωρητική της παροχή.

### Λύση με Επεξήγηση:

#### 1. Υπολογισμός της μετατόπισης ( $V_D$ ):

- Η μετατόπιση όγκου ανά περιστροφή για μια γραναζωτή αντλία δίνεται από τον τύπο:  $V_D = (\pi / 4) * (D_o^2 - D_i^2) * L$ .
- Μετατρέπουμε τις διαστάσεις σε μέτρα:  $D_o = 0.06 \text{ m}$ ,  $D_i = 0.04 \text{ m}$ ,  $L = 0.03 \text{ m}$ .
- $V_D = (\pi / 4) * ((0.06 \text{ m})^2 - (0.04 \text{ m})^2) * 0.03 \text{ m} = (\pi / 4) * (0.0036 - 0.0016) * 0.03 \text{ m}^3 = 4.712 * 10^{-5} \text{ m}^3/\text{περιστροφή}$ .

#### 2. Υπολογισμός της θεωρητικής παροχής ( $Q_{th}$ ):

- Η παροχή είναι το γινόμενο της μετατόπισης επί τον αριθμό των στροφών.
- $Q_{th} = V_D * N = (4.712 * 10^{-5} \text{ m}^3/\text{περιστροφή}) * (1500 \text{ περιστροφές}/\text{min}) \approx 0.0707 \text{ m}^3/\text{min}$ .
- Για να το μετατρέψουμε σε  $\text{m}^3/\text{s}$ , διαιρούμε με το 60:  $Q_{th} \approx 0.00118 \text{ m}^3/\text{s}$ .

**Απάντηση:** Η θεωρητική παροχή της αντλίας είναι περίπου  $0.0707 \text{ m}^3/\text{min}$  ή  $1.18 \text{ λίτρα}/\text{δευτερόλεπτο}$ .

---

### Άσκηση 7: Πίεση Λειτουργίας Βαλβίδας Αποφόρτισης

#### Απαραίτητη Θεωρία:

- Βαλβίδα Αποφόρτισης (Ανακουφιστική):** Είναι μια βαλβίδα ασφαλείας. Η κύρια λειτουργία της είναι να προστατεύει το υδραυλικό σύστημα από την υπερβολική πίεση. Παραμένει κλειστή κατά την κανονική λειτουργία. Όταν η πίεση του συστήματος υπερβεί μια προκαθορισμένη τιμή, η βαλβίδα ανοίγει και εκτρέπει μέρος ή όλη τη ροή του ρευστού πίσω στη δεξαμενή, περιορίζοντας έτσι την πίεση στο μέγιστο επιτρεπτό όριο.
- Αρχή Λειτουργίας - Ισορροπία Δυνάμεων:** Η λειτουργία της βασίζεται στην ισορροπία μεταξύ δύο δυνάμεων:
  - **Υδραυλική Δύναμη ( $F_p$ ):** Η δύναμη που δημιουργείται από την πίεση ( $P$ ) του συστήματος που δρα πάνω στην επιφάνεια του εμβόλου ( $A$ ) της βαλβίδας. Υπολογίζεται από τον τύπο  $F_p = P * A$ . Αυτή η δύναμη τείνει να ανοίξει τη βαλβίδα.
  - **Δύναμη Ελατηρίου ( $F_s$ ):** Ένα (συνήθως ρυθμιζόμενο) ελατήριο ασκεί μια δύναμη που κρατά τη βαλβίδα κλειστή. Η δύναμη αυτή εξαρτάται από τη σταθερά του ελατηρίου ( $k$ ) και την αρχική του συμπίεση ( $\Delta x$ ), σύμφωνα με τον νόμο του Hooke:  $F_s = k * \Delta x$ .
- Πίεση Ανοίγματος (Cracking Pressure):** Η βαλβίδα θα αρχίσει να ανοίγει ακριβώς τη στιγμή που η υδραυλική δύναμη θα γίνει ίση (και στη συνέχεια θα υπερβεί) τη δύναμη του ελατηρίου. Άρα, στο σημείο έναρξης, ισχύει:  $F_p = F_s$  ή  $P * A = k * \Delta x$ . Από αυτή τη σχέση μπορούμε να υπολογίσουμε την πίεση ανοίγματος.

#### Εκφώνηση:

Μια βαλβίδα αποφόρτισης (ανακουφιστική) έχει επιφάνεια εμβόλου  $A = 2 \text{ cm}^2$  και ελέγχεται από ένα ελατήριο με σταθερά  $k = 500 \text{ N/cm}$ . Το ελατήριο είναι αρχικά συμπιεσμένο κατά  $\Delta x = 5 \text{ mm}$  για να παρέχει μια αρχική δύναμη. Να υπολογιστεί η πίεση στην οποία θα αρχίσει να ανοίγει η βαλβίδα.

### Λύση με Επεξήγηση:

#### 1. Μετατροπή μονάδων σε σύστημα SI:

- $A = 2 \text{ cm}^2 = 2 * 10^{-4} \text{ m}^2$ .
- $k = 500 \text{ N/cm} = 50000 \text{ N/m}$ .
- $\Delta x = 5 \text{ mm} = 0.005 \text{ m}$ .

#### 2. Υπολογισμός της δύναμης του ελατηρίου ( $F_s$ ):

- Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο είναι  $F_s = k * \Delta x$ .
- $F_s = 50000 \text{ N/m} * 0.005 \text{ m} = 250 \text{ N}$ .

#### 3. Υπολογισμός της πίεσης ανοίγματος ( $P$ ):

- Η βαλβίδα θα ανοίξει όταν η δύναμη από την πίεση του ρευστού ( $F_p = P * A$ ) υπερβεί τη δύναμη του ελατηρίου. Το σημείο έναρξης είναι όταν  $F_p = F_s$ .
- $P * A = F_s \Rightarrow P = F_s / A$ .
- $P = 250 \text{ N} / (2 * 10^{-4} \text{ m}^2) = 1,250,000 \text{ Pa} = 12.5 \text{ bar}$ .

**Απάντηση:** Η βαλβίδα θα αρχίσει να ανοίγει σε πίεση  $12.5 \text{ bar}$ .

---

### Άσκηση 8: Πνευματικό Κύκλωμα - Υπολογισμός Παροχής Αέρα

### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Κατανάλωση Αέρα Κυλίνδρου:** Ένας πνευματικός κύλινδρος διπλής ενέργειας καταναλώνει αέρα και κατά την προώθηση και κατά την επιστροφή. Ο όγκος που καταναλώνεται σε κάθε κίνηση (σε πίεση λειτουργίας) είναι το εμβαδόν της αντίστοιχης πλευράς του εμβόλου επί τη διαδρομή.
  - ο  $V_{\text{προώθησης}} = (\pi * D^2/4) * L$
  - ο  $V_{\text{επιστροφής}} = (\pi * (D^2-d^2)/4) * L$
2. **Κανονικές Συνθήκες (FAD - Free Air Delivery):** Η παροχή του αέρα στα πνευματικά συστήματα (π.χ. η απόδοση ενός αεροσυμπιεστή) εκφράζεται σχεδόν πάντα σε "κανονικές συνθήκες" (Free Air), δηλαδή σε ατμοσφαιρική πίεση (1 bar απόλυτη) και σε μια συγκεκριμένη θερμοκρασία. Αυτό γίνεται γιατί ο αέρας είναι εξαιρετικά συμπιεστός και ο όγκος του αλλάζει δραματικά με την πίεση.
3. **Νόμος των Αερίων (Νόμος του Boyle):** Για να μετατρέψουμε την κατανάλωση αέρα από την πίεση λειτουργίας στις κανονικές συνθήκες, χρησιμοποιούμε τον νόμο των αερίων. Υποθέτοντας σταθερή θερμοκρασία, ισχύει  $P_1 * V_1 = P_2 * V_2$ .
  - ο  $P_1$ : Απόλυτη πίεση λειτουργίας = Σχετική πίεση (gauge) + Ατμοσφαιρική πίεση.
  - ο  $V_1$ : Όγκος αέρα σε πίεση λειτουργίας (η κατανάλωση που υπολογίσαμε).
  - ο  $P_2$ : Απόλυτη ατμοσφαιρική πίεση ( $\approx 1$  bar).
  - ο  $V_2$ : Ο αντίστοιχος όγκος αέρα σε κανονικές συνθήκες (FAD).
  - ο Άρα,  $V_{\text{FAD}} = V_{\text{λειτουργίας}} * (P_{\text{απόλυτη\_λειτουργίας}} / P_{\text{ατμοσφαιρική}})$ .

### Εκφώνηση:

Ένα πνευματικό έμβολο διπλής ενέργειας έχει διάμετρο  $D = 80$  mm και διάμετρο βάρους  $d = 32$  mm. Το έμβολο πρέπει να εκτελέσει μια διαδρομή  $L = 200$  mm σε χρόνο  $t = 2$  δευτερόλεπτα. Η πίεση λειτουργίας είναι 6 bar (σχετική). Να υπολογιστεί η απαιτούμενη παροχή αέρα σε κανονικές συνθήκες (ατμοσφαιρική πίεση 1 bar).

### Λύση με Επεξήγηση:

1. **Υπολογισμός όγκων κυλίνδρου:**
  - ο Διαστάσεις σε μέτρα:  $D = 0.08$  m,  $d = 0.032$  m,  $L = 0.2$  m.
  - ο Όγκος προώθησης ( $V_{\text{προώθησης}}$ ):  $A_{\text{προώθησης}} = \pi * D^2/4 \approx 0.005026$  m<sup>2</sup>.  $V_{\text{προώθησης}} = A_{\text{προώθησης}} * L \approx 0.001005$  m<sup>3</sup>.
  - ο Όγκος επιστροφής ( $V_{\text{επιστροφής}}$ ):  $A_{\text{επιστροφής}} = \pi * (D^2-d^2)/4 \approx 0.004222$  m<sup>2</sup>.  $V_{\text{επιστροφής}} = A_{\text{επιστροφής}} * L \approx 0.000844$  m<sup>3</sup>.
2. **Κατανάλωση αέρα σε πίεση λειτουργίας:**
  - ο Η κατανάλωση αέρα ανά κύκλο είναι  $V_{\text{κύκλου}} = V_{\text{προώθησης}} + V_{\text{επιστροφής}} \approx 0.001849$  m<sup>3</sup>.
  - ο Η απαιτούμενη παροχή σε πίεση λειτουργίας είναι  $Q_{\text{λειτουργίας}} = V_{\text{κύκλου}} / t_{\text{κύκλου}}$ . Αν ο χρόνος  $t=2$ s είναι για κάθε κίνηση, τότε ο συνολικός χρόνος κύκλου είναι 4s.  $Q_{\text{λειτουργίας}} \approx 0.001849$  m<sup>3</sup> / 4 s = 0.000462 m<sup>3</sup>/s.
3. **Μετατροπή σε κανονικές συνθήκες (FAD - Free Air Delivery):**
  - ο Χρησιμοποιούμε τον νόμο των αερίων ( $P_1 V_1 = P_2 V_2$ ).
  - ο  $P_1_{\text{απόλυτη}} = P_{\text{σχετική}} + P_{\text{ατμ}} = 6$  bar + 1 bar = 7 bar.
  - ο  $Q_{\text{FAD}} = Q_{\text{λειτουργίας}} * (P_1_{\text{απόλυτη}} / P_{\text{ατμ}}) = 0.000462$  m<sup>3</sup>/s \* (7 bar / 1 bar) = 0.003234 m<sup>3</sup>/s.
  - ο Σε λίτρα ανά λεπτό:  $0.003234 * 1000 * 60 \approx 194$  l/min.

**Απάντηση:** Η απαιτούμενη παροχή αέρα σε κανονικές συνθήκες είναι περίπου 194 l/min.

---

### Άσκηση 9: Υδραυλικός Πολλαπλασιαστής Δύναμης

#### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Αρχή του Pascal:** Είναι η θεμελιώδης αρχή πάνω στην οποία βασίζονται σχεδόν όλα τα υδραυλικά συστήματα ανύψωσης και πίεσης (γρύλοι, πρέσες, φρένα). Η αρχή δηλώνει ότι: **Μια μεταβολή της πίεσης που εφαρμόζεται σε ένα περιορισμένο, ασυμπίεστο ρευστό, μεταδίδεται αμετάβλητη σε κάθε σημείο του ρευστού και στα τοιχώματα του δοχείου που το περιέχει.**
2. **Πολλαπλασιασμός Δύναμης:** Σε ένα σύστημα με δύο έμβολα διαφορετικών διαστάσεων (ένα μικρό έμβολο εισόδου με εμβαδόν  $A_{\text{in}}$  και ένα μεγάλο έμβολο εξόδου με εμβαδόν  $A_{\text{out}}$ ), η πίεση που δημιουργείται από την εφαρμογή μιας δύναμης  $F_{\text{in}}$  στο μικρό έμβολο ( $P = F_{\text{in}} / A_{\text{in}}$ ) είναι η ίδια

σε όλο το ρευστό. Αυτή η ίδια πίεση  $P$  δρα στο μεγάλο έμβολο και δημιουργεί μια πολύ μεγαλύτερη δύναμη εξόδου  $F_{out}$  ( $F_{out} = P \cdot A_{out}$ ).

3. **Σχέση Υπολογισμού:** Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις, έχουμε:  $F_{in} / A_{in} = F_{out} / A_{out}$ . Λύνοντας ως προς τη δύναμη εξόδου, παίρνουμε τον τύπο του πολλαπλασιασμού της δύναμης:  $F_{out} = F_{in} \cdot (A_{out} / A_{in})$ . Ο λόγος των εμβαδών ( $A_{out} / A_{in}$ ) είναι ο "συντελεστής πολλαπλασιασμού".

#### Εκφώνηση:

Σε μια υδραυλική πρέσα, η δύναμη που εφαρμόζεται στο μικρό έμβολο είναι  $F_{in} = 200 \text{ N}$ . Η επιφάνεια του μικρού εμβόλου είναι  $A_{in} = 10 \text{ cm}^2$  και η επιφάνεια του μεγάλου εμβόλου είναι  $A_{out} = 400 \text{ cm}^2$ . Ποια είναι η μέγιστη δύναμη ( $F_{out}$ ) που μπορεί να ασκήσει η πρέσα;

#### Λύση με Επεξήγηση:

##### 1. Αρχή του Pascal:

- Σύμφωνα με την αρχή του Pascal, η πίεση που ασκείται σε ένα κλειστό ρευστό μεταδίδεται αμετάβλητη σε κάθε σημείο του ρευστού και στα τοιχώματα του δοχείου.
- Επομένως, η πίεση στο μικρό έμβολο ( $P_{in}$ ) είναι ίση με την πίεση στο μεγάλο έμβολο ( $P_{out}$ ).
- $P_{in} = P_{out}$ .

##### 2. Υπολογισμός της δύναμης εξόδου:

- Γνωρίζουμε ότι  $P = F / A$ .
- Άρα,  $F_{in} / A_{in} = F_{out} / A_{out}$ .
- Λύνουμε ως προς  $F_{out}$ :  $F_{out} = F_{in} \cdot (A_{out} / A_{in})$ .
- $F_{out} = 200 \text{ N} \cdot (400 \text{ cm}^2 / 10 \text{ cm}^2) = 200 \text{ N} \cdot 40 = 8000 \text{ N}$ .

**Απάντηση:** Η μέγιστη δύναμη που μπορεί να ασκήσει η πρέσα είναι  $8000 \text{ N}$  (ή  $8 \text{ kN}$ ).

#### Άσκηση 10: Πνευματικό Κύκλωμα με Βαλβίδα 5/2

##### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Πνευματικός Κύλινδρος Διπλής Ενέργειας:** Είναι ένας ενεργοποιητής που χρησιμοποιεί πεπιεσμένο αέρα για να παράγει γραμμική κίνηση και στις δύο κατευθύνσεις (προώθηση και επιστροφή). Χρειάζεται παροχή αέρα εναλλάξ στις δύο εισόδους του για να κινηθεί.
2. **Κατευθυντική Βαλβίδα 5/2:** Η ονομασία της περιγράφει τη δομή και τη λειτουργία της.
  - **"5" θύρες (ports):** Έχει πέντε συνδέσεις: 1 (Παροχή πεπιεσμένου αέρα), 2 και 4 (Εξοδοι, συνδέονται στον κύλινδρο), 3 και 5 (Εξαερισμοί, για την εκτόνωση του αέρα στην ατμόσφαιρα).
  - **"2" θέσεις (positions):** Έχει δύο διακριτές καταστάσεις λειτουργίας. Σε κάθε θέση, οι εσωτερικές δίοδοι της βαλβίδας συνδέουν τις θύρες με διαφορετικό τρόπο, κατευθύνοντας τον αέρα στη μία ή στην άλλη πλευρά του κυλίνδρου.
3. **Κατευθυντική Βαλβίδα 3/2:** Χρησιμοποιείται συνήθως ως στοιχείο σήματος (π.χ., μπουτόν, οριακός διακόπτης).
  - **"3" θύρες:** 1 (Παροχή), 2 (Εξόδος σήματος), 3 (Εξαερισμός).
  - **"2" θέσεις:** Μια κατάσταση όπου το σήμα περνά (ανοιχτή) και μια όπου διακόπτεται (κλειστή). Συνήθως είναι "Κανονικά Κλειστή" (Normally Closed - NC), που σημαίνει ότι επιτρέπει τη διέλευση του αέρα μόνο όταν πατηθεί.
4. **Πνευματικός Έλεγχος (Πιλότοι):** Σε αυτό το κύκλωμα, η κύρια βαλβίδα 5/2 δεν αλλάζει θέση με το χέρι, αλλά δέχεται ένα σήμα πεπιεσμένου αέρα (έναν "πιλότο") στις εισόδους ελέγχου της (που συνήθως συμβολίζονται με 12 και 14). Όταν ο πιλότος 14 δέχεται πίεση, η βαλβίδα αλλάζει στη μία θέση. Όταν ο πιλότος 12 δέχεται πίεση, επιστρέφει στην άλλη. Αυτό επιτρέπει τον έλεγχο ισχυρών ροών αέρα με σήματα χαμηλής ενέργειας.

#### Εκφώνηση:

Σχεδιάστε ένα βασικό πνευματικό κύκλωμα που ελέγχει την κίνηση ενός εμβόλου διπλής ενέργειας χρησιμοποιώντας μια βαλβίδα 5/2 με πνευματικό έλεγχο και δύο μπουτόν 3/2 (ένα για την προώθηση και ένα για την επιστροφή).

#### Λύση με Επεξήγηση:

##### Περιγραφή Κυκλώματος:

1. **Πηγή Πεπιεσμένου Αέρα:** Μια μονάδα συντήρησης (φίλτρο, ρυθμιστής, λιπαντήρας) συνδέεται στην παροχή πεπιεσμένου αέρα.
  2. **Βαλβίδα Ελέγχου 5/2:**
    - ο Η κεντρική είσοδος (θύρα 1) της βαλβίδας 5/2 συνδέεται στην πηγή πεπιεσμένου αέρα.
    - ο Οι δύο εξόδοι (θύρες 2 και 4) συνδέονται στις δύο εισόδους του κυλίνδρου διπλής ενέργειας.
    - ο Οι δύο εξαερισμοί (θύρες 3 και 5) μένουν ελεύθεροι (ή συνδέονται με σιγαστήρες).
    - ο Η βαλβίδα έχει δύο εισόδους πνευματικού ελέγχου (πιλότους), μία σε κάθε πλευρά (θύρες 14 και 12).
  3. **Μπουτόν Ελέγχου 3/2:**
    - ο Δύο βαλβίδες 3/2 (κανονικά κλειστές) με χειροκίνητη ενεργοποίηση (μπουτόν) και επαναφορά με ελατήριο χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο.
- Λειτουργία:**
- **Προώθηση:** Όταν ο χειριστής πατήσει το μπουτόν "Προώθηση", η αντίστοιχη βαλβίδα 3/2 ανοίγει και στέλνει πεπιεσμένο αέρα στον πιλότο 14 της βαλβίδας 5/2. Η βαλβίδα 5/2 αλλάζει κατάσταση, συνδέοντας την παροχή (1) με την έξοδο (4) και την έξοδο (2) με τον εξαερισμό (3). Ο αέρας εισέρχεται στο πίσω μέρος του κυλίνδρου, προκαλώντας την προώθηση του εμβόλου.
  - **Επιστροφή:** Όταν ο χειριστής πατήσει το μπουτόν "Επιστροφή", η άλλη βαλβίδα 3/2 στέλνει αέρα στον πιλότο 12. Η βαλβίδα 5/2 επιστρέφει στην αρχική της κατάσταση, συνδέοντας την παροχή (1) με την έξοδο (2) και την έξοδο (4) με τον εξαερισμό (5). Ο αέρας εισέρχεται στο μπροστινό μέρος του κυλίνδρου, προκαλώντας την επιστροφή του εμβόλου.

## Άσκηση 11: Υδραυλική Χωρητικότητα

### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Υδραυλική Χωρητικότητα ( $C_h$ ):** Είναι μια έννοια ανάλογη της ηλεκτρικής χωρητικότητας. Περιγράφει την ικανότητα ενός υδραυλικού συστήματος να "αποθηκεύει" όγκο ρευστού όταν η πίεσή του αυξάνεται. Με άλλα λόγια, μετράει τη μεταβολή του όγκου ( $\Delta V$ ) που προκύπτει από μια μεταβολή της πίεσης ( $\Delta P$ ).  $C_h = \Delta V / \Delta P$ .
2. **Πηγές Χωρητικότητας:** Σε ένα υδραυλικό σύστημα, η χωρητικότητα προέρχεται από δύο κύριες πηγές:
  - ο **Χωρητικότητα Ρευστού ( $C_f$ ):** Οφείλεται στη συμπιεστότητα του ίδιου του ρευστού. Αν και τα υγρά θεωρούνται συχνά ασυμπίεστα, στην πραγματικότητα συμπιέζονται ελαφρώς υπό πίεση. Αυτή η χωρητικότητα ορίζεται από τον **Συντελεστή Ασυμπίεστότητας (Bulk Modulus,  $\beta$ )** και τον αρχικό όγκο ( $V_0$ ) του ρευστού:  $C_f = V_0 / \beta$ .
  - ο **Μηχανική Χωρητικότητα ( $C_m$ ):** Οφείλεται στην ελαστικότητα των μηχανικών μερών του συστήματος. Στην άσκησή μας, αυτό είναι το ελατήριο που συνδέεται στο έμβολο. Όταν η πίεση αυξάνεται, το έμβολο κινείται και συμπιέζει το ελατήριο, αυξάνοντας τον όγκο του θαλάμου. Αυτή η χωρητικότητα υπολογίζεται ως  $C_m = A^2 / k$ , όπου  $A$  είναι το εμβαδόν του εμβόλου και  $k$  η σταθερά του ελατηρίου.
3. **Συνολική Χωρητικότητα:** Η συνολική υδραυλική χωρητικότητα του συστήματος είναι απλά το άθροισμα των επιμέρους χωρητικοτήτων:  $C_h = C_f + C_m$ .

### Εκφώνηση:

Ένα υδραυλικό έμβολο, διαμέτρου  $D = 50 \text{ mm}$ , κινείται μέσα σε έναν κύλινδρο. Στο άκρο του εμβόλου είναι συνδεδεμένο ένα ελατήριο με σταθερά  $k = 2000 \text{ N/m}$ . Ο συντελεστής ασυμπίεστότητας (bulk modulus) του υδραυλικού ρευστού είναι  $\beta = 1.4 \text{ GPa}$ . Ο αρχικός όγκος του ρευστού στον κύλινδρο, όταν το ελατήριο είναι χαλαρό, είναι  $V_0 = 100 \text{ cm}^3$ . Να υπολογιστεί η υδραυλική χωρητικότητα ( $C_h$ ) του συστήματος.

### Λύση με Επεξήγηση:

1. **Υπολογισμός της Χωρητικότητας Ρευστού ( $C_f$ ):**
  - ο  $C_f = V_0 / \beta$ .
  - ο Μετατρέπουμε τις μονάδες:  $V_0 = 100 \text{ cm}^3 = 10^{-4} \text{ m}^3$ .  $\beta = 1.4 \text{ GPa} = 1.4 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ .
  - ο  $C_f = (10^{-4} \text{ m}^3) / (1.4 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2) \approx 7.14 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3/\text{N}$ .
2. **Υπολογισμός της Μηχανικής Χωρητικότητας ( $C_m$ ):**
  - ο  $C_m = A^2 / k$ .

- Υπολογίζουμε την επιφάνεια του εμβόλου:  $A = \pi * D^2 / 4 = \pi * (0.05 \text{ m})^2 / 4 \approx 0.001963 \text{ m}^2$ .
- $C_m = (0.001963 \text{ m}^2)^2 / (2000 \text{ N/m}) \approx 1.927 * 10^{-9} \text{ m}^5/\text{N}$ .

### 3. Υπολογισμός της Συνολικής Χωρητικότητας ( $C_h$ ):

- $C_h = C_f + C_m = (7.14 * 10^{-14} \text{ m}^5/\text{N}) + (1.927 * 10^{-9} \text{ m}^5/\text{N}) \approx 1.927 * 10^{-9} \text{ m}^5/\text{N}$ .
- Παρατηρούμε ότι η μηχανική χωρητικότητα από το ελατήριο είναι πολύ μεγαλύτερη (κατά περίπου 4 τάξεις μεγέθους) από τη χωρητικότητα λόγω της συμπιεστότητας του ρευστού. Επομένως, ο όρος  $C_f$  είναι πρακτικά αμελητέος.

**Απάντηση:** Η υδραυλική χωρητικότητα του συστήματος είναι περίπου  $1.927 * 10^{-9} \text{ m}^5/\text{N}$ .

## Άσκηση 12: Απόδοση Υδραυλικής Αντλίας

### Απαραίτητη Θεωρία:

Η απόδοση μιας πραγματικής αντλίας είναι πάντα μικρότερη από 100% λόγω δύο κύριων τύπων απωλειών: των ογκομετρικών και των μηχανικών.

1. **Ογκομετρική Απόδοση ( $\eta_{vol}$ ):** Μετράει την "αποτελεσματικότητα στεγανοποίησης" της αντλίας. Σε μια πραγματική αντλία, ένα μικρό μέρος του ρευστού που έχει ήδη συμπιεστεί διαρρέει εσωτερικά από την πλευρά υψηλής πίεσης (έξοδος) προς την πλευρά χαμηλής πίεσης (είσοδος). Αυτό σημαίνει ότι η πραγματική παροχή ( $Q_{real}$ ) που εξέρχεται από την αντλία είναι μικρότερη από τη θεωρητική παροχή ( $Q_{th}$ ) που θα έπρεπε να δίνει με βάση τη γεωμετρία της και την ταχύτητα περιστροφής.
  - $\eta_{vol} = (\text{Πραγματική Παροχή} / \text{Θεωρητική Παροχή}) * 100\% = (Q_{real} / Q_{th}) * 100\%$ .
2. **Μηχανική/Υδρομηχανική Απόδοση ( $\eta_m$ ):** Μετράει τις απώλειες ενέργειας λόγω τριβής. Αυτές περιλαμβάνουν την τριβή στα ρουλεμάν, τα γρανάζια, και την τριβή του ίδιου του ρευστού καθώς αναδεύεται μέσα στην αντλία. Εξαιτίας αυτών των απωλειών, η πραγματική ροπή ( $T_{real}$ ) που πρέπει να εφαρμόσουμε στον άξονα της αντλίας είναι μεγαλύτερη από τη θεωρητική ροπή ( $T_{th}$ ) που θα χρειαζόταν μόνο για να αυξήσει την πίεση του ρευστού.
  - $\eta_m = (\text{Θεωρητική Ροπή} / \text{Πραγματική Ροπή}) * 100\% = (T_{th} / T_{real}) * 100\%$ .
3. **Συνολική Απόδοση ( $\eta_{total}$ ):** Είναι το γινόμενο των δύο παραπάνω αποδόσεων και αντιπροσωπεύει τη συνολική αποτελεσματικότητα της αντλίας στη μετατροπή της μηχανικής ισχύος εισόδου σε υδραυλική ισχύ εξόδου.
  - $\eta_{total} = \eta_{vol} * \eta_m$ . Εναλλακτικά,  $\eta_{total} = (\text{Υδραυλική Ισχύς Εξόδου} / \text{Μηχανική Ισχύς Εισόδου}) * 100\% = (P_{out} / P_{in}) * 100\%$ .

### Εκφώνηση:

Μια υδραυλική αντλία έχει ογκομετρική μετατόπιση  $D_p = 25 \text{ cm}^3/\text{περιστροφή}$ . Λειτουργεί στις 1800 rpm και παρέχει ρευστό σε πίεση 150 bar. Η μετρούμενη πραγματική παροχή είναι 42 λίτρα/λεπτό και η απαιτούμενη ροπή στον άξονα της είναι 65 Nm. Να υπολογιστούν: α) Η ογκομετρική απόδοση ( $\eta_{vol}$ ), β) Η μηχανική/υδρομηχανική απόδοση ( $\eta_m$ ), γ) Η συνολική απόδοση ( $\eta_{total}$ ).

### Λύση με Επεξήγηση:

1. **Υπολογισμός της Θεωρητικής Παροχής ( $Q_{th}$ ):**
  - $Q_{th} = D_p * N = (25 * 10^{-6} \text{ m}^3/\text{περ}) * (1800 \text{ περ}/\text{min}) = 0.045 \text{ m}^3/\text{min} = 45 \text{ λίτρα}/\text{λεπτό}$ .
2. **α) Ογκομετρική Απόδοση ( $\eta_{vol}$ ):**
  - $Q_{real} = 42 \text{ λίτρα}/\text{λεπτό}$ .
  - $\eta_{vol} = (Q_{real} / Q_{th}) * 100\% = (42 / 45) * 100\% \approx 93.3\%$ .
3. **β) Μηχανική Απόδοση ( $\eta_m$ ):**
  - Πρώτα υπολογίζουμε τη θεωρητική ροπή:  $T_{th} = (\Delta P * D_p) / (2\pi)$ .
  - $T_{th} = (150 * 10^5 \text{ Pa} * 25 * 10^{-6} \text{ m}^3) / (2\pi) \approx 59.68 \text{ Nm}$ .
  - $T_{real} = 65 \text{ Nm}$ .
  - $\eta_m = (T_{th} / T_{real}) * 100\% = (59.68 / 65) * 100\% \approx 91.8\%$ .
4. **γ) Συνολική Απόδοση ( $\eta_{total}$ ):**
  - $\eta_{total} = \eta_{vol} * \eta_m = 0.933 * 0.918 \approx 0.856 \Rightarrow 85.6\%$ .

**Απάντηση:** Η ογκομετρική απόδοση είναι 93.3%, η μηχανική 91.8% και η συνολική περίπου 85.6%.

## Άσκηση 13: Υδραυλικός Κινητήρας

### Απαραίτητη Θεωρία:

Οι υδραυλικοί κινητήρες λειτουργούν με την αντίστροφη αρχή από τις αντλίες: μετατρέπουν την υδραυλική ισχύ (ροή υπό πίεση) σε μηχανική ισχύ (ροπή και περιστροφή). Οι έννοιες της απόδοσης είναι παρόμοιες, αλλά οι ορισμοί αντιστρέφονται για να αντικατοπτρίζουν τη ροή ενέργειας.

1. **Θεωρητική Ταχύτητα ( $N_{th}$ ):** Είναι η ταχύτητα που θα ανέπτυσσε ο κινητήρας αν δεν υπήρχαν εσωτερικές διαρροές, με βάση την παρεχόμενη ροή ( $Q$ ) και την ογκομετρική του μετατόπιση ( $D_m$ ):  $N_{th} = Q / D_m$ .
2. **Ογκομετρική Απόδοση ( $\eta_{vol}$ ):** Στον κινητήρα, οι εσωτερικές διαρροές προκαλούν "γλίστρημα", κάνοντας τον κινητήρα να περιστρέφεται πιο αργά από ό,τι θα έπρεπε θεωρητικά. Επομένως, η πραγματική ταχύτητα ( $N_{real}$ ) είναι μικρότερη από τη θεωρητική.
  - ο  $\eta_{vol} = (\text{Πραγματική Ταχύτητα} / \text{Θεωρητική Ταχύτητα}) = N_{real} / N_{th}$ .
3. **Μηχανική Απόδοση ( $\eta_m$ ):** Οι απώλειες τριβής στον κινητήρα (ρουλεμάν κ.λπ.) προκαλούν μείωση της ροπής που είναι διαθέσιμη στον άξονα εξόδου. Η πραγματική ροπή ( $T_{real}$ ) είναι μικρότερη από τη θεωρητική ροπή ( $T_{th}$ ) που θα παρήγαγε η πτώση πίεσης.
  - ο  $\eta_m = (\text{Πραγματική Ροπή} / \text{Θεωρητική Ροπή}) = T_{real} / T_{th}$ .
4. **Συνολική Απόδοση ( $\eta_{total}$ ):** Είναι και πάλι το γινόμενο των επιμέρους αποδόσεων:  $\eta_{total} = \eta_{vol} * \eta_m$ .

### Εκφώνηση:

Ένας υδραυλικός κινητήρας με ογκομετρική μετατόπιση  $D_m = 50 \text{ cm}^3/\text{περιστροφή}$  τροφοδοτείται με παροχή  $Q = 60 \text{ λίτρα}/\text{λεπτό}$ . Η πτώση πίεσης στα άκρα του είναι  $\Delta P = 120 \text{ bar}$ . Αν η συνολική απόδοση του κινητήρα είναι 88%, να υπολογιστεί η πραγματική ταχύτητα περιστροφής και η πραγματική ροπή εξόδου.

### Λύση με Επεξήγηση:

1. **Υπολογισμός της Θεωρητικής Ταχύτητας ( $N_{th}$ ):**
  - ο Μετατρέπουμε μονάδες:  $Q = 60 \text{ l/min} = 60000 \text{ cm}^3/\text{min}$ .
  - ο  $N_{th} = Q / D_m = (60000 \text{ cm}^3/\text{min}) / (50 \text{ cm}^3/\text{περ}) = 1200 \text{ rpm}$ .
2. **Υπολογισμός της Πραγματικής Ταχύτητας ( $N_{real}$ ):**
  - ο Η συνολική απόδοση είναι  $\eta_{total} = \eta_{vol} * \eta_m$ . Για να βρούμε την  $N_{real}$ , χρειαζόμαστε την  $\eta_{vol}$ . Χωρίς αυτή, δεν μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα. **Κάνουμε μια λογική παραδοχή ότι η ογκομετρική απόδοση είναι 95% (μια τυπική τιμή).**
  - ο  $N_{real} = N_{th} * \eta_{vol} = 1200 \text{ rpm} * 0.95 = 1140 \text{ rpm}$ .
3. **Υπολογισμός της Πραγματικής Ροπής ( $T_{real}$ ):**
  - ο Από τη συνολική απόδοση:  $\eta_m = \eta_{total} / \eta_{vol} = 0.88 / 0.95 \approx 0.926$ .
  - ο Υπολογίζουμε τη θεωρητική ροπή:  $T_{th} = (\Delta P * D_m) / (2\pi)$ .
  - ο  $T_{th} = (120 * 10^5 \text{ Pa} * 50 * 10^{-6} \text{ m}^3) / (2\pi) \approx 95.49 \text{ Nm}$ .
  - ο  $T_{real} = T_{th} * \eta_m = 95.49 \text{ Nm} * 0.926 \approx 88.42 \text{ Nm}$ .

**Απάντηση:** Με την παραδοχή ογκομετρικής απόδοσης 95%, η πραγματική ταχύτητα είναι 1140 rpm και η πραγματική ροπή εξόδου είναι 88.42 Nm.

---

### Άσκηση 14: Έλεγχος Ταχύτητας Πνευματικού Εμβόλου (Meter-Out)

#### Απαραίτητη Θεωρία:

Ο έλεγχος της ταχύτητας ενός πνευματικού (ή υδραυλικού) κυλίνδρου επιτυγχάνεται με τον περιορισμό της ροής του ρευστού. Αυτό γίνεται με μια **βαλβίδα ελέγχου ροής** (στραγγαλιστής). Υπάρχουν δύο βασικές μέθοδοι τοποθέτησής της:

1. **Έλεγχος "Meter-In":** Η βαλβίδα τοποθετείται στη γραμμή εισόδου του κυλίνδρου. Ελέγχει την ποσότητα του αέρα που μπαίνει στον κύλινδρο. Αυτή η μέθοδος μπορεί να οδηγήσει σε ασταθή κίνηση αν το φορτίο "τραβάει" το έμβολο (π.χ. κατέβασμα ενός βάρους), γιατί δεν υπάρχει αντίθλιψη για να το σταθεροποιήσει.
2. **Έλεγχος "Meter-Out":** Η βαλβίδα τοποθετείται στη γραμμή εξόδου του κυλίνδρου. Ελέγχει την ποσότητα του αέρα που βγαίνει από τον κύλινδρο. Ο αέρας που εξέρχεται "στραγγαλίζεται", δημιουργώντας μια **αντίθλιψη** στην πλευρά εξόδου του εμβόλου. Αυτή η αντίθλιψη δρα ενάντια στη δύναμη προώθησης, κρατώντας το έμβολο πάντα "σφιχτά" μεταξύ δύο πιέσεων.

3. **Πλεονεκτήματα του Meter-Out:** Αυτή η μέθοδος προτιμάται στη συντριπτική πλειονοψηφία των εφαρμογών γιατί προσφέρει πολύ πιο σταθερή, ομαλή και ελεγχόμενη κίνηση, ειδικά με μεταβαλλόμενα ή "ελκτικά" φορτία. Αποτρέπει το φαινόμενο του "πηδήματος" του εμβόλου.
4. **Βαλβίδα Αντεπιστροφής:** Οι βαλβίδες ελέγχου ροής σχεδόν πάντα ενσωματώνουν μια βαλβίδα αντεπιστροφής παράλληλα με τον στραγγαλιστή. Αυτό επιτρέπει ελεύθερη ροή προς τη μία κατεύθυνση (π.χ. γρήγορη επιστροφή) και ελεγχόμενη ροή (στραγγαλισμό) προς την αντίθετη (π.χ. αργή προώθηση).

#### Εκφώνηση:

Ένα πνευματικό έμβολο διπλής ενέργειας ελέγχεται από μια βαλβίδα 5/2. Θέλουμε να ελέγξουμε την ταχύτητα προώθησης του εμβόλου χρησιμοποιώντας μια βαλβίδα ελέγχου ροής με ενσωματωμένη βαλβίδα αντεπιστροφής. Να σχεδιάσετε το κύκλωμα για έλεγχο "meter-out" και να εξηγήσετε γιατί προτιμάται.

#### Λύση με Επεξήγηση:

##### Σχεδιασμός Κυκλώματος (Meter-Out):

1. **Βασική Συνδεσμολογία:** Η βαλβίδα 5/2 συνδέεται κανονικά στον κύλινδρο (θύρα 4 στο πίσω μέρος, θύρα 2 στο μπροστινό).
2. **Τοποθέτηση Βαλβίδας Ελέγχου Ροής:** Για να ελέγξουμε την προώθηση με meter-out, πρέπει να περιορίσουμε τον αέρα που **βγαίνει** από το μπροστινό μέρος του κυλίνδρου κατά την προώθηση. Επομένως, η βαλβίδα ελέγχου ροής τοποθετείται στη γραμμή που συνδέει τη **μπροστινή είσοδο του κυλίνδρου με τη θύρα 2 της βαλβίδας 5/2**.
3. **Κατεύθυνση Βαλβίδας:** Η κατεύθυνση είναι κρίσιμη. Ο στραγγαλισμός πρέπει να επηρεάζει τον αέρα που βγαίνει από τον κύλινδρο, ενώ η βαλβίδα αντεπιστροφής πρέπει να επιτρέπει στον αέρα να μπαίνει ελεύθερα κατά την επιστροφή. Το βέλος της αντεπιστροφής πρέπει να δείχνει **προς τον κύλινδρο**.

##### Εξήγηση Λειτουργίας και Πλεονεκτήματα:

- **Λειτουργία:** Κατά την προώθηση, η βαλβίδα 5/2 στέλνει αέρα στη θύρα 4. Το έμβολο κινείται προς τα εμπρός. Ο αέρας από τον μπροστινό θάλαμο αναγκάζεται να περάσει μέσα από τον στραγγαλιστή της βαλβίδας ελέγχου ροής (καθώς η αντεπιστροφή είναι κλειστή γι' αυτή την κατεύθυνση). Ο περιορισμός αυτής της ροής δημιουργεί μια αντίθλιψη που ελέγχει την ταχύτητα.
- **Γιατί προτιμάται το Meter-Out:**
  1. **Σταθερότητα:** Είναι πιο σταθερός, ειδικά με μεταβαλλόμενα φορτία. Επειδή ο κύλινδρος είναι πάντα υπό πίεση και στις δύο πλευρές (πίεση παροχής πίσω, αντίθλιψη μπροστά), το έμβολο δεν "πηδάει" αν το φορτίο μειωθεί ξαφνικά.
  2. **Καλύτερος Έλεγχος:** Παρέχει ομαλότερη και ακριβέστερη κίνηση.

#### Άσκηση 15: Πνευματική Λογική AND

##### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Πνευματική Λογική:** Όπως και στα ηλεκτρονικά, έτσι και στα πνευματικά κυκλώματα μπορούμε να υλοποιήσουμε λογικές συναρτήσεις (AND, OR, NOT κ.λπ.) χρησιμοποιώντας βαλβίδες αντί για τρανζίστορ. Αυτό είναι η βάση των αυτοματισμών που δεν χρησιμοποιούν ηλεκτρικό ρεύμα (π.χ. σε εκρήξιμα περιβάλλοντα).
2. **Λογική Πύλη AND:** Μια πύλη AND δίνει σήμα εξόδου (αποτέλεσμα "1" ή "TRUE") **μόνο εάν και οι δύο εισοδοί της** (ή όλες οι εισοδοί) είναι ταυτόχρονα ενεργές ("1" ή "TRUE"). Αν έστω και μία είσοδος είναι ανενεργή, η έξοδος παραμένει ανενεργή.
3. **Υλοποίηση με Βαλβίδες:** Η πιο απλή υλοποίηση μιας πύλης AND με πνευματικές βαλβίδες (π.χ. μπουτόν 3/2 NC) είναι η **σύνδεσή τους σε σειρά**.
  - Η παροχή αέρα συνδέεται στην είσοδο (θύρα 1) της πρώτης βαλβίδας.
  - Η έξοδος (θύρα 2) της πρώτης βαλβίδας συνδέεται στην είσοδο (θύρα 1) της δεύτερης βαλβίδας.
  - Η έξοδος (θύρα 2) της δεύτερης βαλβίδας είναι η τελική έξοδος του κυκλώματος AND.
  - Ο αέρας μπορεί να φτάσει στην τελική έξοδο μόνο αν **και η πρώτη βαλβίδα ΚΑΙ η δεύτερη βαλβίδα** είναι πατημένες ταυτόχρονα.
4. **Εφαρμογή Ασφαλείας:** Η λογική AND είναι θεμελιώδης σε κυκλώματα ασφαλείας, όπως οι πρέσες. Απαιτώντας από τον χειριστή να πατήσει ταυτόχρονα δύο μπουτόν (ένα με κάθε χέρι),

διασφαλίζουμε ότι τα χέρια του βρίσκονται μακριά από την επικίνδυνη ζώνη της πρέσας κατά τη λειτουργία της.

### Εκφώνηση:

Σχεδιάστε ένα πνευματικό κύκλωμα ασφαλείας για μια πρέσα. Η πρέσα (που κινείται από ένα έμβολο απλής ενέργειας με επαναφορά ελατηρίου) πρέπει να κατέβει μόνο όταν ο χειριστής πατάει ταυτόχρονα δύο μπουτόν, ένα με το αριστερό του χέρι και ένα με το δεξί.

### Λύση με Επεξήγηση:

#### Σχεδιασμός Κυκλώματος:

##### 1. Κύλινδρος και Τελική Βαλβίδα Ελέγχου:

- Ένας κύλινδρος απλής ενέργειας με επαναφορά ελατηρίου κινεί την πρέσα.
- Μια βαλβίδα 3/2 (κανονικά κλειστή) με πνευματικό έλεγχο (πιλότο) και επαναφορά ελατηρίου χρησιμοποιείται ως τελική βαλβίδα ελέγχου. Η έξοδός της (θύρα 2) συνδέεται στον κύλινδρο.

##### 2. Λογική AND:

- Χρησιμοποιούμε δύο βαλβίδες 3/2 (κανονικά κλειστές) με χειροκίνητη ενεργοποίηση (μπουτόν). Αυτές οι βαλβίδες συνδέονται **σε σειρά**.
- Η παροχή πεπιεσμένου αέρα συνδέεται στην είσοδο (θύρα 1) του πρώτου μπουτόν.
- Η έξοδος (θύρα 2) του πρώτου μπουτόν συνδέεται στην είσοδο (θύρα 1) του δεύτερου μπουτόν.
- Η έξοδος (θύρα 2) του δεύτερου μπουτόν συνδέεται στον πιλότο ελέγχου της τελικής βαλβίδας 3/2.

#### Λειτουργία:

- Ο αέρας μπορεί να φτάσει στον πιλότο της τελικής βαλβίδας **μόνο αν υπάρχει ανοιχτή διαδρομή και από τα δύο μπουτόν**.
- Αν πατηθεί μόνο το ένα μπουτόν, ο αέρας σταματά στην κλειστή είσοδο του άλλου.
- Μόνο όταν πατηθούν **και τα δύο μπουτόν ταυτόχρονα**, ο αέρας περνάει από το κύκλωμα AND, ενεργοποιεί την τελική βαλβίδα, η οποία με τη σειρά της στέλνει αέρα στον κύλινδρο για να κατεβάσει την πρέσα.
- Μόλις ο χειριστής αφήσει έστω και ένα μπουτόν, η διαδρομή κλείνει, ο πιλότος απενεργοποιείται, η τελική βαλβίδα επιστρέφει και το ελατήριο επαναφέρει τον κύλινδρο (και την πρέσα) στην αρχική του θέση.

**Απάντηση:** Η λογική AND υλοποιείται με τη σύνδεση δύο βαλβίδων 3/2 σε σειρά. Αυτό διασφαλίζει ότι η πρέσα λειτουργεί μόνο με την ταυτόχρονη χρήση και των δύο χεριών, αυξάνοντας την ασφάλεια.

---

### Άσκηση 16: Δυναμική Απόκριση Υδραυλικού Ενεργοποιητή

#### Απαραίτητη Θεωρία:

Για να αναλύσουμε τη δυναμική συμπεριφορά (πώς αντιδρά σε μεταβολές) ενός υδραυλικού συστήματος, το μοντελοποιούμε συχνά ως ένα **σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα**, ένα θεμελιώδες μοντέλο στη μελέτη των ταλαντώσεων.

1. **Μάζα (M):** Είναι η μάζα του φορτίου που κινείται από τον ενεργοποιητή.
2. **Υδραυλικό "Ελατήριο" ( $k_h$ ):** Δεν υπάρχει φυσικό ελατήριο, αλλά το εγκλωβισμένο, συμπιεσμένο υδραυλικό ρευστό δρα σαν ένα πολύ άκαμπτο ελατήριο. Όταν μια εξωτερική δύναμη προσπαθεί να μετακινήσει το έμβολο, το ρευστό συμπιέζεται, δημιουργώντας μια δύναμη επαναφοράς. Η **υδραυλική ακαμψία ( $k_h$ )** εξαρτάται από τη συμπιεστότητα του ρευστού ( $\beta$ ), το εμβαδόν του εμβόλου (A) και τον όγκο του εγκλωβισμένου ρευστού (V). Ο τύπος για έμβολο διπλής ενέργειας είναι:  $k_h = 4 \cdot \beta \cdot A^2 / V$ .
3. **Αποσβεστήρας (C):** Αντιπροσωπεύει όλες τις απώλειες ενέργειας στο σύστημα, κυρίως λόγω τριβής (στις τσιμούχες) και διαρροών του ρευστού.
4. **Φυσική Συχνότητα ( $\omega_n$ ):** Είναι η συχνότητα στην οποία το σύστημα θα ταλαντωνόταν φυσικά αν δεν υπήρχε απόσβεση ( $C=0$ ). Είναι ένας δείκτης του πόσο "γρήγορο" ή "άκαμπτο" είναι το σύστημα. Υπολογίζεται από τον τύπο:  $\omega_n = \sqrt{k_h / M}$ . Μια υψηλή φυσική συχνότητα σημαίνει γρήγορη απόκριση.

5. **Λόγος Απόσβεσης ( $\zeta$ ):** Είναι ένας αδιάστατος αριθμός που περιγράφει πόσο γρήγορα σβήνουν οι ταλαντώσεις.
- $\zeta < 1$  (**Υποαποσβεννυμένο**): Το σύστημα ταλαντώνεται πριν σταθεροποιηθεί. Όσο μικρότερο το  $\zeta$ , τόσο πιο έντονες οι ταλαντώσεις.
  - $\zeta = 1$  (**Κρίσιμη απόσβεση**): Η ταχύτερη δυνατή απόκριση χωρίς ταλάντωση.
  - $\zeta > 1$  (**Υπεραποσβεννυμένο**): Αργή, "τεμπέλικη" απόκριση χωρίς ταλάντωση.
  - Ο τύπος είναι:  $\zeta = C / (2 * M * \omega_n)$ .

#### Εκφώνηση:

Ένας υδραυλικός ενεργοποιητής (έμβολο) με επιφάνεια  $A = 25 \text{ cm}^2$  κινεί ένα φορτίο μάζας  $M = 150 \text{ kg}$ . Ο ενεργοποιητής έχει εγκλωβισμένο όγκο ρευστού  $V = 500 \text{ cm}^3$  σε κάθε πλευρά του εμβόλου. Το ρευστό έχει συντελεστή ασυμπίεστότητας  $\beta = 1.2 \text{ GPa}$ . Οι απώλειες λόγω τριβής και διαρροών αντιστοιχούν σε έναν συντελεστή απόσβεσης  $C = 800 \text{ Ns/m}$ . Να υπολογιστούν: α) Η αφόσβεστη φυσική συχνότητα ( $\omega_n$ ) του συστήματος. β) Ο λόγος απόσβεσης ( $\zeta$ ).

#### Λύση με Επεξήγηση:

- Υπολογισμός της Υδραυλικής Ακαμψίας ( $k_h$ ):**
  - Μετατρέπουμε τις μονάδες σε SI:  $A = 25 * 10^{-4} \text{ m}^2$ ,  $V = 500 * 10^{-6} \text{ m}^3 = 5 * 10^{-4} \text{ m}^3$ ,  $\beta = 1.2 * 10^9 \text{ Pa}$ .
  - $k_h = (4 * 1.2 * 10^9 \text{ N/m}^2 * (25 * 10^{-4} \text{ m}^2)^2) / (5 * 10^{-4} \text{ m}^3) = 6 * 10^6 \text{ N/m}$ .
- α) Υπολογισμός της Φυσικής Συχνότητας ( $\omega_n$ ):**
  - $\omega_n = \sqrt{(k_h / M)} = \sqrt{(6 * 10^6 \text{ N/m} / 150 \text{ kg})} = \sqrt{40000} = 200 \text{ rad/s}$ .
  - Σε Hz:  $f_n = \omega_n / (2\pi) = 200 / (2\pi) \approx 31.8 \text{ Hz}$ .
- β) Υπολογισμός του Λόγου Απόσβεσης ( $\zeta$ ):**
  - $\zeta = C / (2 * M * \omega_n) = 800 \text{ Ns/m} / (2 * 150 \text{ kg} * 200 \text{ rad/s}) = 800 / 60000 \approx 0.0133$ .
  - Ένας τόσο χαμηλός λόγος απόσβεσης υποδεικνύει ένα σύστημα με πολύ έντονες ταλαντώσεις (υποαποσβεννυμένο).

**Απάντηση:** Η φυσική συχνότητα του συστήματος είναι  $200 \text{ rad/s}$  (ή  $31.8 \text{ Hz}$ ) και ο λόγος απόσβεσης είναι περίπου  $0.0133$ .

### Άσκηση 17: Απώλεια Ισχύος σε Υδραυλική Γραμμή

#### Απαραίτητη Θεωρία:

- Απώλειες Πίεσης (Πτώση Πίεσης):** Όταν ένα ρευστό ρέει μέσα σε έναν σωλήνα, χάνει ενέργεια λόγω τριβής με τα τοιχώματα του σωλήνα και λόγω εσωτερικής τριβής (ιξώδες). Αυτή η απώλεια ενέργειας εκδηλώνεται ως μια μείωση της πίεσης κατά μήκος του σωλήνα, η οποία ονομάζεται πτώση πίεσης ( $\Delta P$ ).
- Εξίσωση Darcy-Weisbach:** Είναι η πιο διαδεδομένη εξίσωση για τον υπολογισμό της πτώσης πίεσης σε σωλήνες.
  - $\Delta P = f * (L/d) * (\rho * v^2 / 2)$ .
  - **f:** Συντελεστής τριβής Darcy. Είναι ένας αδιάστατος αριθμός που εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds (δηλαδή τον χαρακτήρα της ροής) και την τραχύτητα του σωλήνα. Στην άσκηση, δίνεται.
  - **L:** Μήκος του σωλήνα.
  - **d:** Εσωτερική διάμετρος του σωλήνα.
  - **$\rho$ :** Πυκνότητα του ρευστού.
  - **v:** Μέση ταχύτητα ροής.
- Απώλεια Ισχύος ( $P_{\text{loss}}$ ):** Η πτώση πίεσης αντιπροσωπεύει μια μη αναστρέψιμη απώλεια ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα. Η ισχύς που χάνεται λόγω αυτής της πτώσης πίεσης μπορεί να υπολογιστεί ως το γινόμενο της παροχής ( $Q$ ) επί την πτώση πίεσης ( $\Delta P$ ).
  - $P_{\text{loss}} = Q * \Delta P$ . Αυτή η χαμένη ισχύς πρέπει να αποβληθεί από το σύστημα (συνήθως μέσω ενός ψυγείου) για να αποφευχθεί η υπερθέρμανση.

#### Εκφώνηση:

Υδραυλικό ρευστό (πυκνότητα  $\rho = 870 \text{ kg/m}^3$ , δυναμικό ιξώδες  $\mu = 0.03 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ) ρέει μέσα σε έναν χαλύβδινο σωλήνα μήκους  $L = 15 \text{ m}$  και εσωτερικής διαμέτρου  $d = 20 \text{ mm}$ . Η παροχή είναι  $Q = 50 \text{ λίτρα/λεπτό}$ . Ο

συντελεστής τριβής Darcy (f) για αυτές τις συνθήκες είναι 0.035. Να υπολογιστεί η απώλεια ισχύος ( $P_{loss}$ ) λόγω τριβής στον σωλήνα.

**Λύση με Επεξήγηση:**

1. **Υπολογισμός της ταχύτητας ροής (v):**

- Μετατρέπουμε τις μονάδες:  $Q = 50 \text{ l/min} = (50 / 60000) \text{ m}^3/\text{s} \approx 8.33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .  $d = 20 \text{ mm} = 0.02 \text{ m}$ .
- Επιφάνεια διατομής:  $A = \pi \cdot d^2 / 4 = \pi \cdot (0.02 \text{ m})^2 / 4 \approx 3.14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ .
- $v = Q / A = (8.33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}) / (3.14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) \approx 2.65 \text{ m/s}$ .

2. **Υπολογισμός της Πτώσης Πίεσης ( $\Delta P$ ) με την εξίσωση Darcy-Weisbach:**

- $\Delta P = f \cdot (L/d) \cdot (\rho \cdot v^2 / 2) = 0.035 \cdot (15 \text{ m} / 0.02 \text{ m}) \cdot (870 \text{ kg/m}^3 \cdot (2.65 \text{ m/s})^2 / 2)$ .
- $\Delta P \approx 26.25 \cdot (3052.5) \approx 80119 \text{ Pa} \approx 0.8 \text{ bar}$ .

3. **Υπολογισμός της Απώλειας Ισχύος ( $P_{loss}$ ):**

- $P_{loss} = Q \cdot \Delta P$ .
- $P_{loss} = (8.33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}) \cdot (80119 \text{ N/m}^2) \approx 66.7 \text{ Watts}$ .

**Απάντηση:** Η απώλεια ισχύος λόγω τριβής στον σωλήνα είναι περίπου 66.7 Watts.

---

### Άσκηση 18: Πνευματική Ακολουθία (A+ B+ A- B-)

#### Απαραίτητη Θεωρία:

Για τον σχεδιασμό αυτοματοποιημένων ακολουθιών με πολλαπλούς κυλίνδρους, απαιτείται μια συστηματική μέθοδος για να αποφευχθούν τα "αντικρουόμενα σήματα" (π.χ. ταυτόχρονη εντολή για προώθηση και επιστροφή στον ίδιο κύλινδρο). Η μέθοδος Cascade (καταρράκτη) είναι μια κλασική τεχνική.

- Διαίρεση σε Ομάδες:** Το πρώτο βήμα είναι να χωρίσουμε την ακολουθία κινήσεων σε ομάδες. Ο κανόνας είναι: **Μέσα στην ίδια ομάδα, κάθε γράμμα (που αντιπροσωπεύει έναν κύλινδρο) μπορεί να εμφανιστεί μόνο μία φορά.** Μόλις ένα γράμμα χρειαστεί να ξαναεμφανιστεί (π.χ. το A- μετά το A+), πρέπει να δημιουργήσουμε μια νέα ομάδα.
  - Στην ακολουθία A+ B+ A- B-, το A εμφανίζεται ξανά στο τρίτο βήμα. Άρα, ο χωρισμός γίνεται μετά το B+: **(A+ B+) | (A- B-)**. Έχουμε Ομάδα I και Ομάδα II.
- Βαλβίδα Μνήμης (Ομάδας):** Χρειαζόμαστε ένα στοιχείο που να "θυμάται" σε ποια ομάδα βρίσκεται το κύκλωμα. Αυτό γίνεται με μια **βαλβίδα μνήμης**. Ο αριθμός των βαλβίδων μνήμης που απαιτούνται είναι **N-1**, όπου N είναι ο αριθμός των ομάδων. Για 2 ομάδες, χρειαζόμαστε μία βαλβίδα μνήμης 5/2 (ή 4/2).
- Παροχή Ομάδων:** Η βαλβίδα μνήμης λειτουργεί σαν ένας κεντρικός διανομέας. Η μία της έξοδος τροφοδοτεί με αέρα όλα τα σήματα της Ομάδας I, και η άλλη της έξοδος τροφοδοτεί όλα τα σήματα της Ομάδας II. Αυτό εξασφαλίζει ότι μόνο τα σήματα της ενεργής ομάδας μπορούν να λειτουργήσουν.
- Οριακοί Διακόπτες:** Για να προχωρήσει η ακολουθία από το ένα βήμα στο επόμενο, χρησιμοποιούμε αισθητήρια (συνήθως οριακούς διακόπτες 3/2 με ρόλερ) που ανιχνεύουν ότι ένας κύλινδρος έχει ολοκληρώσει την κίνησή του.
- Λογική Ελέγχου:**
  - Ενέργεια εντός ομάδας:** Το σήμα από έναν οριακό διακόπτη (που επιβεβαιώνει το τέλος του προηγούμενου βήματος) ενεργοποιεί την επόμενη κίνηση εντός της ίδιας ομάδας.
  - Αλλαγή ομάδας:** Το σήμα από τον οριακό διακόπτη της **τελευταίας κίνησης μιας ομάδας** δεν ενεργοποιεί μια νέα κίνηση, αλλά **αλλάζει τη θέση της βαλβίδας μνήμης**, ενεργοποιώντας την επόμενη ομάδα.

#### Εκφώνηση:

Σχεδιάστε ένα πνευματικό κύκλωμα που υλοποιεί την ακολουθία A+ B+ A- B- για δύο κυλίνδρους διπλής ενέργειας (A και B). Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο cascade (καταρράκτη).

**Λύση με Επεξήγηση:**

#### Μέθοδος Cascade:

- Διαίρεση σε Ομάδες:** Χωρίζουμε την ακολουθία: **(A+ B+) | (A- B-)**.
  - Ομάδα I: A+, B+
  - Ομάδα II: A-, B-

2. **Βαλβίδα Μνήμης (K1):** Επειδή έχουμε 2 ομάδες, χρειαζόμαστε μία βαλβίδα μνήμης 5/2 με πνευματικό έλεγχο (ας την πούμε K1).
3. **Σχεδιασμός Κυκλώματος:**
  - ο **Κύκλωμα Ισχύος:** Δύο κύλινδροι (A, B), ο καθένας ελεγχόμενος από τη δική του βαλβίδα 5/2 (V\_A και V\_B).
  - ο **Κύκλωμα Ελέγχου:**
    - **Παροχή Ομάδων:** Η έξοδος 4 της K1 τροφοδοτεί την Ομάδα I. Η έξοδος 2 της K1 τροφοδοτεί την Ομάδα II.
    - **Αισθητήρια:** 4 οριακοί διακόπτες (βαλβίδες 3/2 με ρόλερ): a0 (A μέσα), a1 (A έξω), b0 (B μέσα), b1 (B έξω).
    - **Λογική Ελέγχου:**
      - **Έναρξη:** Ένα μπουτόν "Start" και ο οριακός διακόπτης b0 (τελευταία θέση) δίνουν εντολή για να πάει η K1 στη θέση της Ομάδας I.
      - **A+:** Η παροχή της Ομάδας I και το σήμα από το a0 ενεργοποιούν την προώθηση του A.
      - **B+:** Η παροχή της Ομάδας I και το σήμα από το a1 (τέλος του A+) ενεργοποιούν την προώθηση του B.
      - **Αλλαγή σε Ομάδα II:** Το σήμα από το b1 (τέλος του B+) δίνει εντολή για να αλλάξει η K1 στη θέση της Ομάδας II.
      - **A-:** Η παροχή της Ομάδας II και το σήμα από το b1 ενεργοποιούν την επιστροφή του A.
      - **B-:** Η παροχή της Ομάδας II και το σήμα από το a0 (τέλος του A-) ενεργοποιούν την επιστροφή του B.
      - Όταν το B επιστρέψει και πατήσει το b0, το σύστημα είναι έτοιμο για τον επόμενο κύκλο.

**Απάντηση:** Το κύκλωμα υλοποιείται με δύο βαλβίδες ισχύος 5/2, μία βαλβίδα μνήμης 5/2 για την εναλλαγή των ομάδων, και οριακούς διακόπτες που δίνουν τα σήματα για την εκτέλεση της επόμενης κίνησης.

## Άσκηση 19: Υπολογισμός Μεγέθους Υδραυλικού Συσσωρευτή

### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Υδραυλικός Συσσωρευτής (Accumulator):** Είναι ένα δοχείο που αποθηκεύει υδραυλική ενέργεια υπό πίεση. Συνήθως περιέχει ένα διαχωριστικό στοιχείο (διάφραγμα, κύστη ή έμβολο) που χωρίζει το υδραυλικό ρευστό από ένα συμπιεσμένο αέριο, συνήθως άζωτο.
2. **Λειτουργία:** Όταν η πίεση του υδραυλικού συστήματος αυξάνεται (π.χ. όταν η αντλία παρέχει περισσότερο ρευστό από αυτό που χρειάζεται), το ρευστό εισέρχεται στον συσσωρευτή και συμπιέζει το αέριο, αποθηκεύοντας ενέργεια. Όταν η πίεση πέφτει (π.χ. όταν ένας ενεργοποιητής απαιτεί στιγμιαία μεγάλη παροχή), το συμπιεσμένο αέριο εκτονώνεται, σπρώχνοντας το αποθηκευμένο ρευστό έξω από τον συσσωρευτή και παρέχοντας την απαιτούμενη ροή.
3. **Νόμος του Boyle (για Ισοθερμική Διαδικασία):** Για τον υπολογισμό του μεγέθους του συσσωρευτή, χρησιμοποιούμε τον νόμο των αερίων. Αν υποθέσουμε ότι οι αλλαγές πίεσης γίνονται αργά ώστε η θερμοκρασία του αερίου να παραμένει σταθερή (ισοθερμική διαδικασία), ισχύει ο Νόμος του Boyle:  $P \cdot V = \text{σταθερό}$ . Αυτό σημαίνει ότι για τις τρεις καταστάσεις του συσσωρευτή (προφόρτιση, ελάχιστη και μέγιστη πίεση λειτουργίας), ισχύει:
  - ο  $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 = P_3 \cdot V_3$ .
  - ο **P<sub>1</sub>:** Πίεση προφόρτισης με άζωτο (με το υδραυλικό σύστημα αποσυμπιεσμένο).
  - ο **V<sub>1</sub>:** Ονομαστικό μέγεθος του συσσωρευτή (ο όγκος του αερίου στην προφόρτιση).
  - ο **P<sub>2</sub>:** Ελάχιστη πίεση λειτουργίας του συστήματος.
  - ο **V<sub>2</sub>:** Ο όγκος του αερίου στην ελάχιστη πίεση.
  - ο **P<sub>3</sub>:** Μέγιστη πίεση λειτουργίας του συστήματος.
  - ο **V<sub>3</sub>:** Ο όγκος του αερίου στη μέγιστη πίεση.
4. **Παρεχόμενος Όγκος (ΔV):** Ο χρήσιμος όγκος ρευστού που μπορεί να παρέχει ο συσσωρευτής είναι η διαφορά στον όγκο του αερίου μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης πίεσης:  $\Delta V = V_2 - V_3$ . Συνδυάζοντας με τον νόμο του Boyle, μπορούμε να λύσουμε ως προς το απαιτούμενο μέγεθος V<sub>1</sub>.

### Εκφώνηση:

Ένας υδραυλικός συσσωρευτής (accumulator) με διάφραγμα χρησιμοποιείται για να παρέχει όγκο ρευστού  $\Delta V = 0.5$  λίτρα σε ένα σύστημα. Η ελάχιστη πίεση λειτουργίας του συστήματος είναι  $P_2 = 90$  bar και η μέγιστη είναι  $P_3 = 120$  bar. Η πίεση προφόρτισης με άζωτο είναι  $P_1 = 80$  bar. Υποθέτοντας ισοθερμική διαδικασία ( $n=1$ ), να υπολογιστεί το ονομαστικό μέγεθος (συνολικός όγκος  $V_1$ ) του συσσωρευτή.

### Λύση με Επεξήγηση:

#### 1. Εφαρμογή του Νόμου του Boyle:

- Ισχύουν οι σχέσεις:  $P_1 V_1 = P_2 V_2$  και  $P_1 V_1 = P_3 V_3$ .

#### 2. Διατύπωση του προβλήματος:

- Ο όγκος ρευστού που παρέχει ο συσσωρευτής είναι η διαφορά στον όγκο του αερίου:  $\Delta V = V_2 - V_3$ .
- Από τον νόμο του Boyle, έχουμε:  $V_2 = P_1 V_1 / P_2$  και  $V_3 = P_1 V_1 / P_3$ .
- Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του  $\Delta V$ :  $\Delta V = (P_1 V_1 / P_2) - (P_1 V_1 / P_3) = P_1 V_1 * (1/P_2 - 1/P_3)$ .

#### 3. Επίλυση ως προς $V_1$ :

- $V_1 = \Delta V / [P_1 * (1/P_2 - 1/P_3)]$ .
- Χρησιμοποιούμε τις πιέσεις σε bar καθώς οι μονάδες θα απλοποιηθούν.
- $\Delta V = 0.5$  λίτρα.
- $V_1 = 0.5 / [80 * (1/90 - 1/120)] = 0.5 / [80 * ((4-3)/360)] = 0.5 / [80 * (1/360)]$ .
- $V_1 = 0.5 / (80/360) = 0.5 * (360/80) = 0.5 * 4.5 = 2.25$  λίτρα.

**Απάντηση:** Απαιτείται ένας συσσωρευτής με ονομαστικό μέγεθος 2.25 λίτρων.

---

### Άσκηση 20: Ροή μέσω Αναλογικής Βαλβίδας

#### Απαραίτητη Θεωρία:

- Εξίσωση Ροής μέσω Οπής (Βαλβίδας):** Η ροή ( $Q$ ) μέσα από έναν περιορισμό, όπως μια βαλβίδα, δεν είναι γραμμική. Εξαρτάται από δύο βασικούς παράγοντες: το μέγεθος του ανοίγματος ( $x$ ) και την πτώση πίεσης ( $\Delta P$ ) στα άκρα της βαλβίδας. Η θεμελιώδης σχέση είναι:  **$Q = K * x * \sqrt{\Delta P}$** .
  - **$K$ :** Μια σταθερά που εξαρτάται από τη γεωμετρία της βαλβίδας και τις ιδιότητες του ρευστού. Αυτή η σταθερά χαρακτηρίζει τη βαλβίδα.
  - **$x$ :** Το ποσοστό ανοίγματος της βαλβίδας (από 0 έως 1, δηλαδή 0% έως 100%). Σε μια αναλογική βαλβίδα, το άνοιγμα είναι ανάλογο του ηλεκτρικού σήματος ελέγχου (π.χ., 0-10V).
  - **$\sqrt{\Delta P}$ :** Η τετραγωνική ρίζα της πτώσης πίεσης. Αυτή η σχέση δείχνει ότι η ροή αυξάνεται με την αύξηση της πτώσης πίεσης, αλλά όχι γραμμικά.
- Μεθοδολογία Επίλυσης:** Η προσέγγιση είναι συνήθως σε δύο βήματα:
  - **Βήμα 1:** Χρησιμοποιούμε τις ονομαστικές (rated) συνθήκες που δίνει ο κατασκευαστής (ονομαστική ροή  $Q_{nom}$  σε ονομαστική πτώση πίεσης  $\Delta P_{nom}$  και για πλήρες άνοιγμα  $x=1$ ) για να υπολογίσουμε τη σταθερά  $K$  της βαλβίδας.
  - **Βήμα 2:** Χρησιμοποιούμε την τιμή της σταθεράς  $K$  που βρήκαμε για να υπολογίσουμε τη νέα ροή ( $Q_{real}$ ) κάτω από τις νέες, πραγματικές συνθήκες λειτουργίας (πραγματικό άνοιγμα  $x_{real}$  και πραγματική πτώση πίεσης  $\Delta P_{real}$ ).

### Εκφώνηση:

Μια αναλογική βαλβίδα ρύθμισης ροής έχει ονομαστική παροχή 40 λίτρα/λεπτό σε πτώση πίεσης 70 bar. Η βαλβίδα ελέγχεται από ένα σήμα 0-10V. Υποθέτοντας γραμμική σχέση μεταξύ τάσης και ανοίγματος της βαλβίδας, να υπολογιστεί η παροχή της βαλβίδας όταν το σήμα ελέγχου είναι 6V και η πραγματική πτώση πίεσης στο σύστημα είναι 100 bar.

### Λύση με Επεξήγηση:

#### 1. Κατανόηση της Εξίσωσης Ροής Βαλβίδας:

- Η ροή ( $Q$ ) μέσω μιας βαλβίδας (οπή) είναι ανάλογη του ανοίγματος ( $x$ ) και της τετραγωνικής ρίζας της πτώσης πίεσης ( $\Delta P$ ).
- $Q = K * x * \sqrt{\Delta P}$ , όπου  $K$  είναι μια σταθερά της βαλβίδας.

## 2. Υπολογισμός της Σταθεράς της Βαλβίδας (K):

- Από τις ονομαστικές συνθήκες, μπορούμε να βρούμε τη σταθερά.
- Στις ονομαστικές συνθήκες, η βαλβίδα είναι πλήρως ανοιχτή ( $x=1$ ) με σήμα 10V.
- $Q_{nom} = 40 \text{ l/min}$ ,  $\Delta P_{nom} = 70 \text{ bar}$ .
- $40 = K * 1 * \sqrt{70} \Rightarrow K = 40 / \sqrt{70} \approx 4.78$ . (Σημείωση: Οι μονάδες του K είναι  $\text{l/min}/\sqrt{\text{bar}}$ ).

## 3. Υπολογισμός της Παροχής στις Νέες Συνθήκες:

- Νέες συνθήκες: Σήμα ελέγχου = 6V,  $\Delta P_{real} = 100 \text{ bar}$ .
- Το άνοιγμα ( $x$ ) είναι αναλογικό της τάσης. Αν 10V αντιστοιχεί σε  $x=1$ , τότε 6V αντιστοιχεί σε  $x = 6/10 = 0.6$ .
- Χρησιμοποιούμε την ίδια εξίσωση με τη σταθερά K που βρήκαμε:
- $Q_{real} = K * x_{real} * \sqrt{\Delta P_{real}}$ .
- $Q_{real} = 4.78 * 0.6 * \sqrt{100} = 4.78 * 0.6 * 10 = 28.68 \text{ λίτρα/λεπτό}$ .

**Απάντηση:** Η παροχή της βαλβίδας υπό τις νέες συνθήκες θα είναι περίπου 28.7 λίτρα/λεπτό.

---

## Άσκηση 21 – Νόμος του Bernoulli

### Απαραίτητη Θεωρία:

Η εξίσωση του Bernoulli είναι η έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας για ένα ιδανικό ρευστό σε κίνηση. Για μια οριζόντια γραμμή ροής (όπου η υψομετρική διαφορά είναι μηδέν), η εξίσωση δηλώνει ότι το άθροισμα της στατικής ενέργειας (λόγω πίεσης) και της κινητικής ενέργειας (λόγω ταχύτητας) παραμένει σταθερό.

- $P + \frac{1}{2} * \rho * v^2 = \text{σταθερό}$
- Όπου  $P$  είναι η στατική πίεση,  $\rho$  είναι η πυκνότητα του ρευστού και  $v$  η ταχύτητά του.
- Αυτό σημαίνει ότι σε σημεία όπου η ταχύτητα του ρευστού αυξάνεται (π.χ. σε μια στένωση του σωλήνα), η στατική πίεση μειώνεται αναγκαστικά, και αντίστροφα.

**Δοσμένα:** Νερό ρέει σε οριζόντιο σωλήνα. Στο σημείο A έχουμε  $P_1 = 3 \text{ bar}$ ,  $u_1 = 2 \text{ m/s}$ . Στο σημείο B ο σωλήνας στενεύει και  $u_2 = 8 \text{ m/s}$ .

**Ζητούμενο:** Υπολογίστε  $P_2$  (θεωρείστε απώλειες μηδέν).

### Λύση (Διορθωμένη και Αναλυτική):

1. **Αρχική Εξίσωση:**  $P_1 + \frac{1}{2} * \rho * u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} * \rho * u_2^2$
2. **Μετατροπή Μονάδων:** Πρέπει να δουλέψουμε με συνεπείς μονάδες (SI).
  - $P_1 = 3 \text{ bar} = 3 * 10^5 \text{ Pa (N/m}^2\text{)}$
  - Πυκνότητα νερού,  $\rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$
3. **Λύση ως προς  $P_2$ :**  $P_2 = P_1 + \frac{1}{2} * \rho * (u_1^2 - u_2^2)$
4. **Αντικατάσταση Τιμών:**
  - $P_2 = 300,000 + \frac{1}{2} * 1000 * (2^2 - 8^2)$
  - $P_2 = 300,000 + 500 * (4 - 64)$
  - $P_2 = 300,000 + 500 * (-60)$
  - $P_2 = 300,000 - 30,000 = 270,000 \text{ Pa}$

### 5. Τελική Απάντηση: $P_2 = 2.7 \text{ bar}$

**Σχόλιο:** Η απλούστερη μορφή  $P + \frac{1}{2}\rho v^2$  είναι πιο άμεση για οριζόντιους σωλήνες και δίνει το ίδιο αποτέλεσμα με μεγαλύτερη σαφήνεια.

---

## Άσκηση 22 – Αριθμός Reynolds

### Απαραίτητη Θεωρία:

Ο αριθμός Reynolds (Re) είναι ένας αδιάστατος αριθμός που καθορίζει αν η ροή ενός ρευστού είναι στρωτή ή τυρβώδης.

- $Re = (u * D) / \nu$
- **u:** Μέση ταχύτητα ρευστού (m/s)
- **D:** Εσωτερική διάμετρος σωλήνα (m)
- **$\nu$ :** Κινηματικό ιξώδες ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
- **Κρίσιμες Τιμές:** Για ροή σε σωλήνα, γενικά ισχύει:
  - **$Re < 2300$ :** Στρωτή ροή (ομαλή, σε στρώματα).
  - **$Re > 4000$ :** Τυρβώδης ροή (χαοτική, με δίνες).
- **Κινηματικό Ιξώδες:**  $1 \text{ cSt (centiStoke)} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

**Δοσμένα:**  $Q = 30 \text{ L/min}$ ,  $\nu = 1 \text{ cSt}$ , σωλήνας εσωτερική διάμετρος  $10 \text{ mm}$ .

**Ζητούμενο:** Να χαρακτηριστεί η ροή (στρωτή/τυρβώδης).

### Λύση (Διορθωμένη η Σύγκριση):

#### 1. Μετατροπή Μονάδων:

- $Q = 30 \text{ L/min} = (30 * 10^{-3} \text{ m}^3) / 60 \text{ s} = 0.0005 \text{ m}^3/\text{s}$
- $D = 10 \text{ mm} = 0.01 \text{ m}$
- $\nu = 1 \text{ cSt} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

#### 2. Υπολογισμός Ταχύτητας (u):

- Εμβαδόν  $A = \pi * D^2 / 4 = \pi * (0.01)^2 / 4 \approx 7.854 * 10^{-5} \text{ m}^2$
- $u = Q / A = 0.0005 / (7.854 * 10^{-5}) \approx 6.366 \text{ m/s}$

#### 3. Υπολογισμός Αριθμού Reynolds (Re):

- $Re = (6.366 * 0.01) / 10^{-6} = 0.06366 / 10^{-6} = \mathbf{63,660}$

#### 4. Χαρακτηρισμός Ροής:

- Επειδή  **$Re = 63,660 > 4000$** , η ροή είναι **Τυρβώδης**.
- 

## Άσκηση 23 – Ισχύς αντλίας

### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Υδραυλική Ισχύς ( $P_{hyd}$ ):** Είναι η ισχύς που μεταδίδεται στο ρευστό από την αντλία. Υπολογίζεται ως το γινόμενο της παροχής ( $Q$ ) επί τη διαφορά πίεσης ( $\Delta P$ ) που δημιουργεί η αντλία.
  - $P_{hyd} = Q * \Delta P$
2. **Ηλεκτρική Ισχύς ( $P_{elec}$ ):** Είναι η ισχύς που καταναλώνει ο ηλεκτροκινητήρας για να κινήσει την αντλία. Λόγω των απωλειών (τριβές, διαρροές), η ηλεκτρική ισχύς είναι πάντα μεγαλύτερη από την υδραυλική.
3. **Συνολική Απόδοση ( $\eta$ ):** Είναι ο λόγος της παραγόμενης υδραυλικής ισχύος προς την καταναλισκόμενη ηλεκτρική ισχύ.
  - $\eta = P_{hyd} / P_{elec} \Rightarrow P_{elec} = P_{hyd} / \eta$

**Δοσμένα:**  $Q = 60 \text{ L/min}$ ,  $\Delta P = 70 \text{ bar}$ , συνολική απόδοση  $\eta = 0.85$ .

**Ζητούμενο:** Ηλεκτρική ισχύς κινητήρα.

**Λύση:**

1. **Μετατροπή Μονάδων σε SI:**
  - $Q = 60 \text{ L/min} = 0.001 \text{ m}^3/\text{s}$
  - $\Delta P = 70 \text{ bar} = 70 * 10^5 \text{ Pa}$
2. **Υπολογισμός Υδραυλικής Ισχύος ( $P_{hyd}$ ):**
  - $P_{hyd} = (0.001 \text{ m}^3/\text{s}) * (70 * 10^5 \text{ N/m}^2) = 7000 \text{ W} = 7 \text{ kW}$
3. **Υπολογισμός Ηλεκτρικής Ισχύος ( $P_{elec}$ ):**
  - $P_{elec} = P_{hyd} / \eta = 7 \text{ kW} / 0.85 \approx 8.24 \text{ kW}$

---

## Άσκηση 24 – Δύναμη υδραυλικού κυλίνδρου

**Απαραίτητη Θεωρία:**

1. **Δύναμη από Πίεση:** Η δύναμη που ασκεί ένας υδραυλικός κύλινδρος (χωρίς αντίσταση) είναι το γινόμενο της πίεσης του ρευστού ( $P$ ) επί το εμβαδόν του εμβόλου ( $A$ ).  $F_{piston} = P * A$ .
2. **Νετή (Καθαρή) Δύναμη:** Η τελική δύναμη που μπορεί να ασκήσει ο κύλινδρος σε ένα εξωτερικό φορτίο είναι η δύναμη που παράγει η πίεση μείον οποιεσδήποτε δυνάμεις αντίστασης, όπως η δύναμη ενός ελατηρίου ( $F_{spring}$ ).
  - $F_{net} = F_{piston} - F_{spring}$

**Δοσμένα:** Διάμετρος 63 mm, πίεση 150 bar, αντίσταση ελατηρίου 1 kN.

**Ζητούμενο:** Νετή δύναμη ώθησης.

**Λύση:**

1. **Μετατροπή Μονάδων σε SI:**
  - Διάμετρος  $D = 63 \text{ mm} = 0.063 \text{ m}$
  - Πίεση  $P = 150 \text{ bar} = 150 * 10^5 \text{ Pa}$
  - Αντίσταση  $F_{spring} = 1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$
2. **Υπολογισμός Εμβαδού ( $A$ ):**

- $A = \pi * D^2 / 4 = \pi * (0.063)^2 / 4 \approx 0.003117 \text{ m}^2 (\approx 3.12 * 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ όπως στο αρχείο})$

### 3. Υπολογισμός Δύναμης Εμβόλου (F<sub>piston</sub>):

- $F_{\text{piston}} = (150 * 10^5) * 0.003117 \approx 46,755 \text{ N} \approx \mathbf{46.8 \text{ kN}}$

### 4. Υπολογισμός Νετής Δύναμης (F<sub>net</sub>):

- $F_{\text{net}} = 46.8 \text{ kN} - 1 \text{ kN} = \mathbf{45.8 \text{ kN}}$

## Άσκηση 25 – Χρόνος επέκτασης κυλίνδρου

### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Όγκος Κυλίνδρου (V):** Ο όγκος που πρέπει να γεμίσει για να επεκταθεί πλήρως ένας κύλινδρος είναι το γινόμενο του εμβαδού του εμβόλου (A) επί τη διαδρομή του (L).  $V = A * L$ .
2. **Χρόνος (t):** Ο χρόνος που απαιτείται για να γεμίσει αυτός ο όγκος με μια σταθερή παροχή (Q) δίνεται από τη σχέση:  $t = V / Q$ .

**Δοσμένα:** Διαδρομή 500 mm, Q = 12 L/min, διαμέτρος 40 mm.

**Ζητούμενο:** Χρόνος επέκτασης (t).

### Λύση:

#### 1. Μετατροπή Μονάδων σε SI:

- Διαδρομή  $L = 500 \text{ mm} = 0.5 \text{ m}$
- Διάμετρος  $D = 40 \text{ mm} = 0.04 \text{ m}$
- Παροχή  $Q = 12 \text{ L/min} = (12 * 10^{-3} \text{ m}^3) / 60 \text{ s} = 0.0002 \text{ m}^3/\text{s}$

#### 2. Υπολογισμός Εμβαδού (A):

- $A = \pi * D^2 / 4 = \pi * (0.04)^2 / 4 \approx 0.001257 \text{ m}^2 (\approx 1.26 * 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ όπως στο αρχείο})$

#### 3. Υπολογισμός Όγκου (V):

- $V = A * L = 0.001257 * 0.5 \approx 0.0006285 \text{ m}^3$

#### 4. Υπολογισμός Χρόνου (t):

- $t = V / Q = 0.0006285 / 0.0002 \approx \mathbf{3.14 \text{ s}}$

## Άσκηση 26 – Υπολογισμός παροχής με βάση τη ζητούμενη ταχύτητα

### Απαραίτητη Θεωρία:

Αυτή είναι η αντίστροφη διαδικασία της Άσκησης 5. Για να κινηθεί ένα έμβολο (που κινεί ένα φορτίο) με μια συγκεκριμένη ταχύτητα (u), πρέπει να του παρέχουμε έναν συγκεκριμένο όγκο ρευστού ανά μονάδα χρόνου. Αυτός ο όγκος είναι η παροχή (Q).

- $Q = u * A$
- **Q:** Παροχή (π.χ., σε m<sup>3</sup>/s)
- **u:** Επιθυμητή ταχύτητα εμβόλου (m/s)

- **A:** Εμβαδόν εμβόλου ( $\text{m}^2$ )

**Δοσμένα:** Να κινηθεί φορτίο με  $0.2 \text{ m/s}$ , διάμετρος εμβόλου  $50 \text{ mm}$ .

**Ζητούμενο:** Παροχή  $Q$  σε  $\text{L/min}$ .

**Λύση:**

1. **Μετατροπή Μονάδων:**

- Διάμετρος  $D = 50 \text{ mm} = 0.05 \text{ m}$

2. **Υπολογισμός Εμβαδού (A):**

- $A = \pi * D^2 / 4 = \pi * (0.05)^2 / 4 \approx 0.0019635 \text{ m}^2$

3. **Υπολογισμός Παροχής (Q) σε  $\text{m}^3/\text{s}$ :**

- $Q = u * A = 0.2 \text{ m/s} * 0.0019635 \text{ m}^2 \approx 0.0003927 \text{ m}^3/\text{s}$

4. **Μετατροπή Παροχής σε  $\text{L/min}$ :**

- $Q = 0.0003927 \text{ m}^3/\text{s} * (1000 \text{ L/m}^3) * (60 \text{ s/min}) \approx \mathbf{23.56 \text{ L/min}}$

## Άσκηση 28 – Διαφορική βαλβίδα 3/2

**Απαραίτητη Θεωρία:**

1. **Εξίσωση Ροής μέσω Οπής (Στόμιο):** Η πτώση πίεσης ( $\Delta P$ ) που δημιουργείται καθώς το ρευστό περνά μέσα από έναν περιορισμό (όπως μια βαλβίδα) σχετίζεται με την ταχύτητα του ρευστού ( $u$ ).
  - $\Delta P = (\rho * u^2) / (2 * Cd^2)$
  - $\rho$ : Πυκνότητα ρευστού ( $\text{kg/m}^3$ )
  - $u$ : Ταχύτητα στην οπή ( $\text{m/s}$ )
  - $Cd$ : Συντελεστής εκφόρτισης (αδιάστατος, περιγράφει τις απώλειες).

**Δοσμένα:**  $Q = 10 \text{ L/min}$ ,  $Cd = 0.65$ , Ανοικτή περιοχή  $A = 7 \text{ mm}^2$ .

**Ζητούμενο:**  $\Delta P$  δια βαλβίδας.

**Λύση (Διορθωμένη):**

1. **Μετατροπή Μονάδων σε SI:**

- $Q = 10 \text{ L/min} = (10 * 10^{-3} \text{ m}^3) / 60 \text{ s} \approx 1.667 * 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$
- $A = 7 \text{ mm}^2 = 7 * 10^{-6} \text{ m}^2$
- Υποθέτουμε ρευστό σαν λάδι,  $\rho \approx 900 \text{ kg/m}^3$  (στο αρχείο χρησιμοποιείται  $1000 \text{ kg/m}^3$ )

2. **Υπολογισμός Ταχύτητας (u):**

- $u = Q / A = (1.667 * 10^{-4}) / (7 * 10^{-6}) \approx 23.8 \text{ m/s}$

3. **Υπολογισμός Πτώσης Πίεσης ( $\Delta P$ ):**

- $\Delta P = (1000 * 23.8^2) / (2 * 0.65^2)$  (χρησιμοποιώντας  $\rho = 1000$  όπως στο αρχείο)

- $\Delta P = (1000 * 566.4) / (2 * 0.4225) = 566,400 / 0.845 \approx 670,300 \text{ Pa}$
- $\Delta P \approx 6.7 \text{ bar}$

## Άσκηση 29 – Ισχύς πνευματικού κυλίνδρου (Πιο σωστά: Δύναμη)

### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Δύναμη Επιστροφής (Έλξης):** Σε έναν κύλινδρο διπλής ενέργειας, κατά την επιστροφή (έλξη), ο πεπιεσμένος αέρας δρα σε μια δακτυλιοειδή επιφάνεια (annulus), επειδή ένα μέρος του εμβόλου καταλαμβάνεται από το βάκτρο (piston rod).
2. **Εμβαδόν Δακτυλίου ( $A_{\text{annulus}}$ ):** Υπολογίζεται αφαιρώντας το εμβαδόν του βάρου από το εμβαδόν του εμβόλου.
  - $A_{\text{annulus}} = A_{\text{piston}} - A_{\text{rod}} = (\pi/4 * D^2) - (\pi/4 * d^2) = \pi/4 * (D^2 - d^2)$
  - D: Διάμετρος εμβόλου, d: Διάμετρος βάρου.
3. **Δύναμη (F):** Η δύναμη είναι το γινόμενο της πίεσης επί το εμβαδόν του δακτυλίου.  $F = P * A_{\text{annulus}}$ .

**Δοσμένα:** D = 50 mm, d = 20 mm, P = 6 bar, αντίθετη πλευρά σε ατμόσφαιρα.

**Ζητούμενο:** Δύναμη έλξης.

### Λύση:

1. **Μετατροπή Μονάδων σε SI:**
  - D = 0.05 m, d = 0.02 m
  - P = 6 bar =  $6 * 10^5 \text{ Pa}$
2. **Υπολογισμός Εμβαδού Δακτυλίου ( $A_{\text{annulus}}$ ):**
  - $A_{\text{annulus}} = \pi/4 * (0.05^2 - 0.02^2) = \pi/4 * (0.0025 - 0.0004) = \pi/4 * 0.0021 \approx 0.00165 \text{ m}^2$
3. **Υπολογισμός Δύναμης (F):**
  - $F = (6 * 10^5) * 0.00165 = 990 \text{ N}$

## Άσκηση 30 – Κατανάλωση αέρα ανά κύκλο

### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Φυσικός Όγκος ( $V_{\text{phys}}$ ):** Είναι ο πραγματικός γεωμετρικός όγκος που καταλαμβάνει ο αέρας μέσα στον κύλινδρο υπό την πίεση λειτουργίας.  $V_{\text{phys}} = A * L$ .
2. **Κανονικός Όγκος ( $V_{\text{norm}}$ ):** Ο αέρας είναι συμπιεστός. Για να συγκρίνουμε ποσότητες αέρα, τις αναγάγουμε σε "κανονικές συνθήκες" (Normal Conditions - NC), που συνήθως είναι  $P_{\text{norm}} = 1 \text{ atm} (\approx 1.013 \text{ bar})$  και  $T_{\text{norm}} = 0^\circ\text{C} (273.15 \text{ K})$ .
3. **Γενικός Νόμος των Αερίων:** Για να κάνουμε τη μετατροπή, χρησιμοποιούμε τον συνδυασμένο νόμο των αερίων:  $(P_1 V_1) / T_1 = (P_2 V_2) / T_2$ . Όλες οι πιέσεις και οι θερμοκρασίες πρέπει να είναι σε απόλυτες μονάδες (π.χ., Pascal και Kelvin).

$$\circ \quad V_{\text{norm}} = V_{\text{phys}} * (P_{\text{abs}} / P_{\text{norm}}) * (T_{\text{norm}} / T_{\text{abs}})$$

**Δοσμένα:** Διαδρομή 300 mm, D = 40 mm, P = 6 bar(g), T = 20 °C.

**Ζητούμενο:** V\_norm (σε NI - Normal Liters).

**Λύση:**

**1. Μετατροπή Μονάδων και Υπολογισμός Απόλυτων Τιμών:**

- L = 0.3 m, D = 0.04 m
- $P_{\text{abs}} = P_{\text{gauge}} + P_{\text{atm}} = 6 \text{ bar} + 1 \text{ bar} = 7 \text{ bar} = 7 * 10^5 \text{ Pa}$
- $T_{\text{abs}} = 20^\circ\text{C} + 273.15 = 293.15 \text{ K}$
- $P_{\text{norm}} = 1 \text{ atm} \approx 1.013 * 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_{\text{norm}} = 273.15 \text{ K}$

**2. Υπολογισμός Φυσικού Όγκου (V\_phys):**

- $A = \pi * (0.04)^2 / 4 \approx 0.001257 \text{ m}^2$
- $V_{\text{phys}} = A * L = 0.001257 * 0.3 \approx 0.000377 \text{ m}^3$  (στο αρχείο  $3.77 * 10^{-4} \text{ m}^3$ )

**3. Υπολογισμός Κανονικού Όγκου (V\_norm):**

- $V_{\text{norm}} = 0.000377 * (710^5 / 1.01310^5) * (273.15 / 293.15)$
- $V_{\text{norm}} \approx 0.000377 * 6.91 * 0.9318 \approx 0.002425 \text{ m}^3$

**4. Μετατροπή σε Normal Liters (NI):**

- $V_{\text{norm}} \approx 0.002425 \text{ m}^3 * 1000 \text{ l/m}^3 \approx \mathbf{2.43 \text{ NI}}$

**Άσκηση 31 – Χρόνος γεμίματος αερόδεξαμενής**

**Απαραίτητη Θεωρία:**

1. **Ενέργεια Συμπίεσης (Ισόθερμη):** Η θεωρητική ελάχιστη ενέργεια (W) που απαιτείται για να συμπιεστεί ένας όγκος αερίου V<sub>1</sub> σε πίεση P<sub>1</sub> σε έναν τελικό όγκο V<sub>2</sub> με πίεση P<sub>2</sub> (υποθέτοντας ότι η θερμοκρασία παραμένει σταθερή) είναι ίση με την πίεση επί τη μεταβολή του όγκου, ολοκληρωμένη. Για το γέμισμα μιας δεξαμενής, η ενέργεια που αποθηκεύεται στον αέρα είναι  $W = P_{\text{τελική}} * V_{\text{δεξαμενής}}$ .
2. **Ισχύς (Power):** Η ισχύς (P\_pump) είναι ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται έργο ή μεταφέρεται ενέργεια. Για έναν αεροσυμπιεστή, η ιδανική ισχύς είναι το γινόμενο της παροχής του (Q, σε m<sup>3</sup>/s) επί την τελική πίεση (P, σε Pa).  $P_{\text{pump}} = Q * P$ .
3. **Χρόνος (t):** Ο ιδανικός χρόνος για να γεμίσει η δεξαμενή είναι ο λόγος της συνολικής απαιτούμενης ενέργειας προς την ισχύ του αεροσυμπιεστή:  $t = W / P_{\text{pump}}$ .

**Δοσμένα:** V = 100 L, από 0 σε 8 bar(g), αντλία Q = 200 L/min (ελεύθερη παροχή).

**Ζητούμενο:** Ιδανικός χρόνος (t).

**Λύση (Διορθωμένη και Απλοποιημένη):**

Η προσέγγιση μέσω ενέργειας/ισχύος στο αρχείο είναι υπερβολικά πολύπλοκη και επιρρεπής σε λάθη. Μια πολύ πιο άμεση και κατανοητή μέθοδος είναι η εξής:

**1. Υπολογισμός Συνολικού Όγκου Αέρα που Απαιτείται:**

- Πρέπει να γεμίσουμε μια δεξαμενή 100 L ( $V_{phys}$ ) σε τελική πίεση 8 bar(g), δηλαδή 9 bar (απόλυτη).
- Ο όγκος του ελεύθερου αέρα ( $V_{norm}$ ) που πρέπει να συμπιεστεί για να γίνει αυτό είναι (Νόμος του Boyle):  

$$V_{norm} = V_{phys} * (P_{abs} / P_{norm}) = 100 \text{ L} * (9 \text{ bar} / 1 \text{ bar}) = \mathbf{900 \text{ L}}.$$

## 2. Υπολογισμός Χρόνου:

- Η αντλία παρέχει ελεύθερο αέρα με ρυθμό  $Q = 200 \text{ L/min}$ .
- Χρόνος = (Συνολικός Όγκος) / (Ρυθμός Παροχής)
- $t = 900 \text{ L} / 200 \text{ L/min} = \mathbf{4.5 \text{ min} = 270 \text{ s}}$ .

## Άσκηση 32 – Εναλλαγή κατεύθυνσης με 5/2 βαλβίδα

### Απαραίτητη Θεωρία:

1. **Κύλινδρος Διπλής Ενέργειας:** Για να κινηθεί, απαιτεί παροχή πεπιεσμένου αέρα στη μία του είσοδο και ταυτόχρονα εξαέρωση της άλλης εισόδου. Για την αντίστροφη κίνηση, οι συνδέσεις πρέπει να αντιστραφούν.
2. **Βαλβίδα 5/2:** Είναι ιδανική γι' αυτή τη δουλειά. Διαθέτει 5 θύρες (1 παροχή, 2 έξοδοι προς τον κύλινδρο, 2 εξαερισμοί). Στη μία της θέση, συνδέει την παροχή με την έξοδο A και την έξοδο B με τον εξαερισμό. Στην άλλη της θέση, κάνει το ακριβώς αντίθετο: συνδέει την παροχή με την έξοδο B και την έξοδο A με τον εξαερισμό. Αυτή η "διασταυρούμενη" λειτουργία επιτρέπει τον πλήρη και ανεξάρτητο έλεγχο και των δύο κατευθύνσεων κίνησης με μία μόνο βαλβίδα.

**Ερώτηση:** Γιατί η 5/2 προτιμάται για συνεχή παλινδρόμηση;

**Απάντηση:** Παρέχει ανεξάρτητες εισόδους/εξόδους για κάθε πλευρά του κυλίνδρου. Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε θέση της βαλβίδας, η μία πλευρά του κυλίνδρου τροφοδοτείται ενεργά με πίεση ενώ η άλλη εξαερίζεται ενεργά. Αυτό επιτρέπει γρήγορες εναλλαγές κατεύθυνσης και καλύτερο, πιο σταθερό έλεγχο της κίνησης σε σύγκριση με πιο απλές διατάξεις βαλβίδων.

## Άσκηση 33 – Υπολογισμός Reynolds σε αεροσωλήνα

### Απαραίτητη Θεωρία:

Παρόμοια με την Άσκηση 2, αλλά τώρα για αέρα.

- $Re = (u * D) / \nu$
- **Προσοχή:** Η παροχή  $Q$  δίνεται σε **NI/min (Normal Liters per minute)**, δηλαδή σε κανονικές συνθήκες. Η ταχύτητα όμως ( $u$ ) και το ιξώδες ( $\nu$ ) πρέπει να αναφέρονται στις πραγματικές συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας του σωλήνα. Για απλότητα, η άσκηση αγνοεί αυτή τη διαφορά, υπολογίζοντας μια "ονομαστική" ταχύτητα.

**Δοσμένα:**  $Q = 600 \text{ NI/min}$ ,  $D = 15 \text{ mm}$ ,  $\nu_{air} = 15 \text{ cSt}$ .

**Ζητούμενο:**  $Re$ .

### Λύση:

#### 1. Μετατροπή Μονάδων:

- $Q = 600 \text{ NI/min} = (600 * 10^{-3} \text{ m}^3) / 60 \text{ s} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}$

- $D = 15 \text{ mm} = 0.015 \text{ m}$
- $\nu_{\text{air}} = 15 \text{ cSt} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

## 2. Υπολογισμός Ταχύτητας (u):

- $A = \pi \cdot D^2 / 4 = \pi \cdot (0.015)^2 / 4 \approx 1.767 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- $u = Q / A = 0.01 / (1.767 \cdot 10^{-4}) \approx \mathbf{56.6 \text{ m/s}}$

## 3. Υπολογισμός Αριθμού Reynolds (Re):

- $Re = (56.6 \cdot 0.015) / (15 \cdot 10^{-6}) = 0.849 / (15 \cdot 10^{-6}) \approx \mathbf{56,600}$

**Σχόλιο:** Η παροχή  $Q=600 \text{ l/min}$  οδηγεί αναπόφευκτα σε πολύ υψηλές ταχύτητες και τυρβώδη ροή σε έναν τόσο στενό σωλήνα. Ο αριθμός Reynolds είναι περίπου 56,600. Επειδή  $Re > 4000$ , η ροή είναι **Τυρβώδης**

## Άσκηση 34 – Θερμοκρασιακή επίδραση σε αέρα (νόμος Gay-Lussac)

### Απαραίτητη Θεωρία:

Ο νόμος του Gay-Lussac (ή ο δεύτερος νόμος των αερίων) δηλώνει ότι για μια δεδομένη μάζα αερίου που διατηρείται σε **σταθερό όγκο**, η πίεση του αερίου είναι ευθέως ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του.

- $P / T = \text{σταθερό} \Rightarrow P_1 / T_1 = P_2 / T_2$
- **Σημαντικό:** Οι θερμοκρασίες  $T_1$  και  $T_2$  πρέπει **πάντα** να είναι σε απόλυτη κλίμακα (Kelvin).  $K = ^\circ\text{C} + 273.15$ .

**Δοσμένα:**  $P_1 = 6 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$  (σταθερός όγκος).

**Ζητούμενο:**  $P_2$ .

**Λύση:**

### 1. Μετατροπή Θερμοκρασιών σε Kelvin:

- $T_1 = 20 + 273.15 = 293.15 \text{ K}$
- $T_2 = 80 + 273.15 = 353.15 \text{ K}$

### 2. Υπολογισμός Τελικής Πίεσης ( $P_2$ ):

- $P_2 = P_1 \cdot (T_2 / T_1)$
- $P_2 = 6 \text{ bar} \cdot (353.15 / 293.15) \approx 6 \cdot 1.2047 \approx \mathbf{7.23 \text{ bar}}$

## Άσκηση 35 – Πτώση Πίεσης (Darcy-Weisbach)

### Απαραίτητη Θεωρία:

Ακριβώς η ίδια θεωρία με την Άσκηση 7. Εφαρμογή της εξίσωσης Darcy-Weisbach.

- $\Delta P = f \cdot (L/D) \cdot (\rho \cdot u^2/2)$

**Δοσμένα:** Σωλήνας  $25 \text{ mm}$  ( $D$ ),  $f(\lambda) = 0.02$ ,  $L = 10 \text{ m}$ ,  $u = 3 \text{ m/s}$ .

**Ζητούμενο:**  $\Delta P$ .

**Λύση:**

### 1. Μετατροπή Μονάδων:

- $D = 25 \text{ mm} = 0.025 \text{ m}$
- Υποθέτουμε ρευστό σαν νερό,  $\rho \approx 1000 \text{ kg/m}^3$

## 2. Υπολογισμός Πτώσης Πίεσης ( $\Delta P$ ):

- $\Delta P = 0.02 * (10 / 0.025) * (1000 * 3^2 / 2)$
- $\Delta P = 0.02 * 400 * (1000 * 9 / 2)$
- $\Delta P = 8 * 4500 = 36,000 \text{ Pa}$
- **$\Delta P = 0.36 \text{ bar}$**

**Απάντηση:** Η πτώση πίεσης είναι 36,000 Pa, που ισοδυναμεί με **0.36 bar**.

---

## Άσκηση 36 – Σύνθετη παροχή

### Απαραίτητη Θεωρία:

Όταν δύο ή περισσότεροι ενεργοποιητές λειτουργούν ταυτόχρονα (σε παράλληλη τροφοδότηση), η συνολική παροχή ( $Q_{\text{total}}$ ) που πρέπει να παρέχει η αντλία είναι το άθροισμα των επιμέρους παροχών που απαιτεί κάθε ενεργοποιητής.

- **$Q_{\text{total}} = Q_A + Q_B + \dots$**
- Η παροχή για κάθε κύλινδρο υπολογίζεται από τον γνωστό τύπο  **$Q = u * A$** .

### Δοσμένα:

- Κυλ. A:  $D = 63 \text{ mm}$ ,  $v = 0.15 \text{ m/s}$
  - Κυλ. B:  $D = 40 \text{ mm}$ ,  $v = 0.2 \text{ m/s}$
- Ζητούμενο:** Συνολική Q σε L/min.

### Λύση:

#### 1. Παροχή Κυλίνδρου A ( $Q_A$ ):

- $A_A = \pi * (0.063)^2 / 4 \approx 0.003117 \text{ m}^2$
- $Q_A = 0.15 \text{ m/s} * 0.003117 \text{ m}^2 \approx 0.0004676 \text{ m}^3/\text{s}$
- $Q_A (\text{L/min}) = 0.0004676 * 60,000 \approx \mathbf{28.05 \text{ L/min}}$

#### 2. Παροχή Κυλίνδρου B ( $Q_B$ ):

- $A_B = \pi * (0.04)^2 / 4 \approx 0.001257 \text{ m}^2$
- $Q_B = 0.2 \text{ m/s} * 0.001257 \text{ m}^2 \approx 0.0002514 \text{ m}^3/\text{s}$
- $Q_B (\text{L/min}) = 0.0002514 * 60,000 \approx \mathbf{15.08 \text{ L/min}}$

#### 3. Συνολική Παροχή ( $Q_{\text{total}}$ ):

- $Q_{\text{total}} = 28.05 + 15.08 = \mathbf{43.13 \text{ L/min}}$
- 

## Άσκηση 37 – Υπολογισμός Cd βαλβίδας

### Απαραίτητη Θεωρία:

Αυτή είναι η αντίστροφη διαδικασία της Άσκησης 8. Χρησιμοποιούμε την ίδια εξίσωση ροής μέσω οπής, αλλά αυτή τη φορά λύνουμε ως προς τον άγνωστο συντελεστή εκφόρτισης (Cd).

- $Q = C_d * A * \sqrt{2 * \Delta P / \rho}$
- $\Rightarrow C_d = Q / [ A * \sqrt{2 * \Delta P / \rho} ]$

**Δοσμένα:**  $Q = 8 \text{ L/min}$ ,  $\Delta P = 4 \text{ bar}$ ,  $A = 5 \text{ mm}^2$ .

**Ζητούμενο:** Cd.

**Λύση:**

#### 1. Μετατροπή Μονάδων σε SI:

- $Q = 8 \text{ L/min} = (8 * 10^{-3}) / 60 \approx 1.333 * 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$
- $\Delta P = 4 \text{ bar} = 4 * 10^5 \text{ Pa}$
- $A = 5 \text{ mm}^2 = 5 * 10^{-6} \text{ m}^2$
- Υποθέτουμε υδραυλικό λάδι,  $\rho \approx 900 \text{ kg/m}^3$

#### 2. Υπολογισμός Cd:

- Πρώτα ο όρος υπό τη ρίζα:  $\sqrt{2 * 4 * 10^5 / 900} \approx \sqrt{888.8} \approx 29.8$
- $C_d = (1.333 * 10^{-4}) / [ 5 * 10^{-6} * 29.8 ]$
- $C_d = (1.333 * 10^{-4}) / (1.49 * 10^{-4}) \approx \mathbf{0.89}$

**Σχόλιο:** Η λύση στο αρχείο ( $C_d \approx 0.61$ ) είναι μια "τυπική" τιμή, αλλά **δεν προκύπτει από τα δεδομένα της άσκησης**. Ο υπολογισμός με τα δεδομένα δίνει  $C_d \approx 0.89$ . Αυτό υποδηλώνει ότι είτε τα δεδομένα είναι ασυνεπή, είτε η λύση είναι απλώς μια εκτίμηση.

---

### Άσκηση 38 – Απόδοση συμπιεστή (ισοεντροπική)

#### Απαραίτητη Θεωρία:

Η θεωρητική ισχύς (W) που απαιτείται για να συμπιεστεί ένας όγκος αερίου (παροχή  $Q_1$ ) από μια πίεση  $P_1$  σε μια πίεση  $P_2$  (υποθέτοντας μια ιδανική, αδιαβατική/ισοεντροπική διαδικασία) δίνεται από τον τύπο:

- $W = [\gamma / (\gamma - 1)] * P_1 * Q_1 * [ (P_2/P_1)^{((\gamma - 1)/\gamma)} - 1 ]$
- $\gamma$ : Δείκτης αδιαβατικής (για τον αέρα,  $\gamma \approx 1.4$ ).

**Δοσμένα:**  $P_1 = 1 \text{ bar}$ ,  $P_2 = 8 \text{ bar}$ ,  $\gamma = 1.4$ ,  $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Θεωρητική ισχύς για  $100 \text{ NL/min}$ .

**Ζητούμενο:** W.

**Λύση:**

#### 1. Μετατροπή Μονάδων:

- $Q_1 = 100 \text{ NL/min} = (100 * 10^{-3}) / 60 \approx 0.00167 \text{ m}^3/\text{s}$
- $P_1 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

#### 2. Υπολογισμός Ισχύος (W):

- Εκθέτης:  $(\gamma - 1)/\gamma = (1.4 - 1)/1.4 \approx 0.2857$

- ο Λόγος πιέσεων στον εκθέτη:  $(8/1)^{0.2857} \approx 1.81$
- ο  $W = [1.4 / 0.4] * (10^5) * 0.00167 * [1.81 - 1]$
- ο  $W = 3.5 * 167 * 0.81 \approx 473 \text{ W}$

### Άσκηση 39 – Σχεδίαση κυκλώματος ελέγχου θέσης

#### Απαραίτητη Θεωρία:

Πρόκειται για μια σχεδιαστική άσκηση που συνδυάζει στοιχεία για τη δημιουργία ενός απλού κυκλώματος αυτοματισμού.

1. **Ρυθμιστής Ταχύτητας:** Μια βαλβίδα ελέγχου ροής (στρόφιγγα) που περιορίζει τη ροή προς/από τον κύλινδρο για να ελέγξει την ταχύτητά του.
2. **Βαλβίδα Κατεύθυνσης 3/2:** Μια απλή βαλβίδα on/off για να δώσει την εντολή κίνησης.
3. **Αισθητήρας Ακροθέσεως:** Ένας διακόπτης (π.χ., μηχανικός, μαγνητικός reed, επαγωγικός) που ανιχνεύει ότι το έμβολο έχει φτάσει στο τέλος της διαδρομής του. Το σήμα του μπορεί να χρησιμοποιηθεί (π.χ., από ένα PLC) για να δώσει την επόμενη εντολή, όπως την επιστροφή.

#### Ερώτηση/Απάντηση:

Σχεδιάστε ένα απλό κύκλωμα με 3/2 βαλβίδα, ρυθμιστή ταχύτητας και αισθητήρα ακροθέσεως.

#### Απάντηση (Δομή Κυκλώματος):

1. **Γραμμή Ισχύος:** Πηγή (Αντλία) → Φίλτρο → Ηλεκτρομαγνητική Βαλβίδα 3/2.
2. **Γραμμή Ελέγχου:** Έξοδος Βαλβίδας 3/2 → Ρυθμιστής Ταχύτητας (Στρόφιγγα) → Είσοδος Κυλίνδρου.
3. **Γραμμή Ανάδρασης (Feedback):** Αισθητήρας Reed στο τέλος της διαδρομής του κυλίνδρου → Είσοδος σε PLC.
4. **Λογική Ελέγχου:** PLC → Δίνει εντολή απενεργοποίησης στην H/M Βαλβίδα 3/2 (ή ενεργοποίησης άλλης βαλβίδας για την επιστροφή).

**Σκοπός:** Το κύκλωμα επιτρέπει την κίνηση ενός κυλίνδρου προς μία κατεύθυνση με ρυθμιζόμενη ταχύτητα και την αυτόματη ανίχνευση της τελικής του θέσης, επιτρέποντας έτσι τον ακριβή έλεγχο και την έναρξη του επόμενου βήματος σε μια ακολουθία.