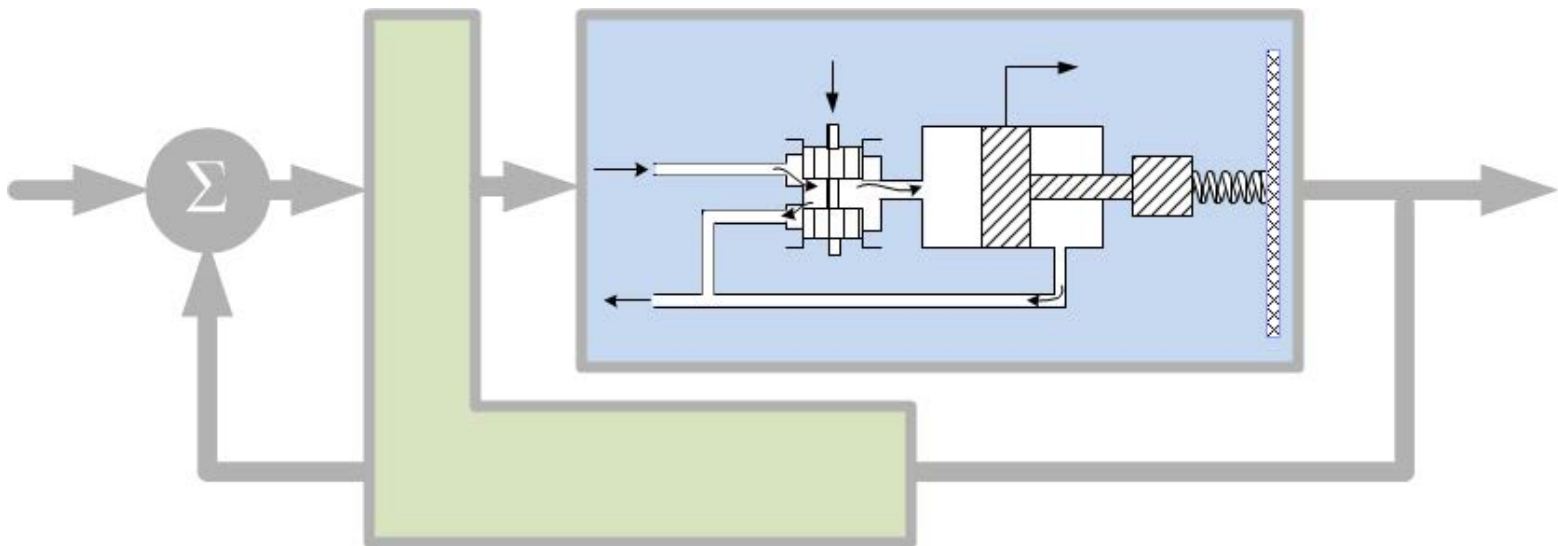


Σκαρπέτης Μιχάλης / Κουμπουλής Φώτης

ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ



Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά
Συγγράμματα και Βοηθήματα
www.kallipos.gr

HEALLINK
Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

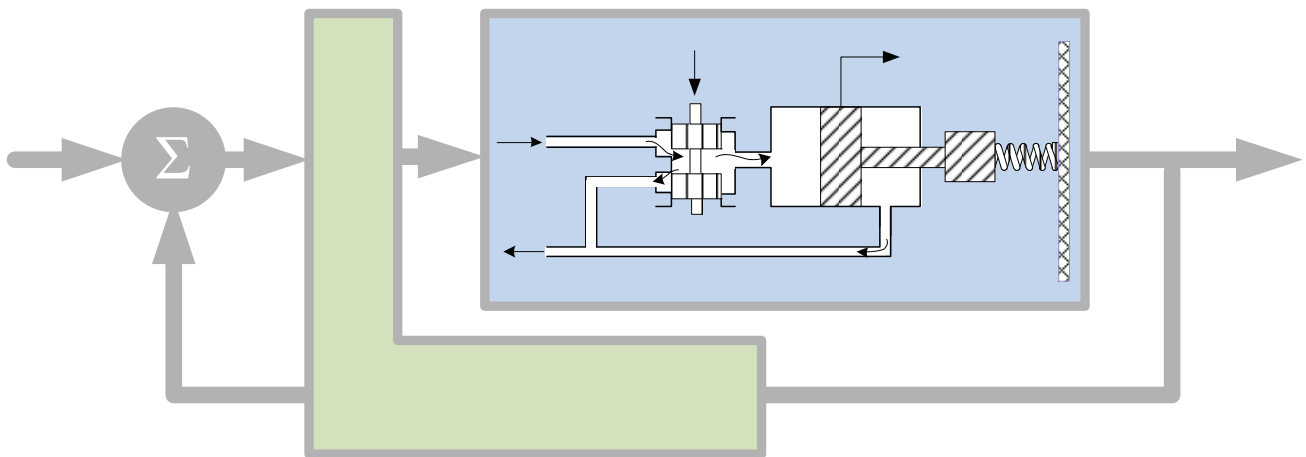


Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΜΙΧΑΛΗΣ Γ. ΣΚΑΡΠΕΤΗΣ
Επίκουρος Καθηγητής
Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου – Υδραυλικά και Πνευματικά ΣΑΕ
*Τμήμα Μηχανικών Αυτοματισμού Τ.Ε.
ΤΕΙ Στερεάς Ελλάδας*

ΦΩΤΗΣ Ν. ΚΟΥΜΠΟΥΛΗΣ
Καθηγητής
Ρομποτικής και Βιομηχανικών Αυτοματισμών
*Τμήμα Μηχανικών Αυτοματισμού Τ.Ε.
ΤΕΙ Στερεάς Ελλάδας*

Αυτόματος Έλεγχος Υδραυλικών και Πνευματικών Συστημάτων



ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ
ΣΥΓΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΑΙ ΒΟΗΘΗΜΑΤΑ
2016

Αυτόματος Έλεγχος Υδραυλικών και Πνευματικών Συστημάτων

Συγγραφή

Μιχάλης Γ. Σκαρπέτης

Φώτης Ν. Κουμπουλής

Κριτικός αναγνώστης

Γιώργος Ε. Χαμηλοθώρης

Συντελεστές έκδοσης

Γλωσσική επιμέλεια: Μιχάλης Γ. Σκαρπέτης, Φώτης Ν. Κουμπουλής

Γραφιστική επιμέλεια: Μιχάλης Γ. Σκαρπέτης, Φώτης Ν. Κουμπουλής

Τεχνική επεξεργασία: Μιχάλης Γ. Σκαρπέτης, Φώτης Ν. Κουμπουλής

ISBN: 978-960-603-495-4

Copyright © ΣΕΑΒ, 2015



Το παρόν έργο αδειοδοτείται υπό τους όρους της άδειας Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Παρόμοια Διανομή 3.0. Για να δείτε ένα αντίγραφο της άδειας αυτής επισκεφτείτε τον ιστότοπο <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/gr/>

ΣΥΝΔΕΣΜΟΣ ΕΛΛΗΝΙΚΩΝ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΩΝ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΩΝ
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Ηρώων Πολυτεχνείου 9, 15780 Ζωγράφου

www.kallipos.gr

Αφιερώνεται στους πατέρες μας Γεώργιο Σκαρπέτη και Νικόλαο Κουμπολή

Πρόλογος

Το παρόν σύγγραμμα προορίζεται ως σύγγραμμα αναφοράς για μαθήματα που εμπεριέχουν το αντικείμενο του Αυτομάτου Ελέγχου Υδραυλικών και Πνευματικών Συστημάτων τόσο σε προπτυχιακό όσο και σε μεταπτυχιακό επίπεδο. Το σύγγραμμα αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί από μηχανικούς και ερευνητές στο πεδίο των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Με το παρόν σύγγραμμα ο αναγνώστης αποκτά απαραίτητες γνώσεις για την εφαρμογή προηγμένων τεχνικών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου σε υδραυλικά και πνευματικά συστήματα.

Η αυξανόμενη ζήτηση για εγκατάσταση υδραυλικών και πνευματικών αυτοματισμών στη βιομηχανία καθιστά αναγκαία την κατανόηση σε βάθος της λειτουργίας των υδραυλικών και των πνευματικών συστημάτων ενέργειας. Επιπλέον, το παρόν σύγγραμμα συμβάλει στην απόκτηση απαιτούμενων γνώσεων για το σχεδιασμό ολοκληρωμένων συστημάτων αυτομάτου ελέγχου, που περιλαμβάνουν υδραυλικά και πνευματικά συστήματα.

Το πρόβλημα του σχεδιασμού αλγορίθμων ελέγχου για υδραυλικούς και πνευματικούς ενεργοποιητές έχει σημαντική επίδραση στην απόδοση ρομπότ, αεροσκαφών, τραίνων, πλοίων και αυτοκινήτων.

Το παρόν σύγγραμμα ξεκινά με την παρουσίαση των μαθηματικών μοντέλων και των συστημικών ιδιοτήτων των υδραυλικών και των πνευματικών ενεργοποιητών. Συνεχίζει με την παρουσίαση βασικών εργαλείων σχεδιασμού αυτομάτου ελέγχου για υδραυλικά και πνευματικά συστήματα. Η ύλη ολοκληρώνεται με την παρουσίαση βασικών εργαλείων προσομοίωσης και εννοιών αυτομάτου ελέγχου.

Εισαγωγή

Η σημαντική συνεισφορά των υδραυλικών και πνευματικών συστημάτων στην καλή λειτουργία πολλών βιομηχανικών μονάδων και οχημάτων αποτελεί αξιόλογο κίνητρο για τη μελέτη και την ανάλυση σε βάθος των συστημάτων αυτών καθώς επίσης και για τον σχεδιασμό αλγορίθμων ελέγχου που βελτιώνουν περαιτέρω την απόδοσή τους. Κατά κύριο λόγο οι υδραυλικοί και πνευματικοί ενεργοποιητές χρησιμοποιούνται για την ενεργοποίηση μηχανικών συστημάτων που απαιτούν αρκετά μεγάλες δυνάμεις και ροπές. Οι κυριότερες εφαρμογές των υδραυλικών και πνευματικών συστημάτων στη βιομηχανία είναι τα ρομπότ, οι γραμμές παραγωγής σε μονάδες κατεργασίας και οι ανυψωτικές διατάξεις. Οι κυριότερες εφαρμογές των υδραυλικών και πνευματικών συστημάτων σε οχήματα είναι στα συστήματα πτήσης αεροσκαφών (κινητές επιφάνειες των πτερυγίων, πηδάλια κλίσης, υδραυλικά φρένα, κλπ.) και στα συστήματα πλοήγησης και ασφάλειας οχημάτων (ενεργή ανάρτηση, πνευματικά φρένα αυτοκινήτων, υδραυλικοί συμπλέκτες, κλπ.)

Ο βασικός λόγος για τη χρήση των υδραυλικών και των πνευματικών συστημάτων ελέγχου σε πολλές εφαρμογές είναι η μεγάλη ικανότητά τους να συσσωρεύουν και να αποδίδουν ενέργεια. Μια βασική αρχή της λειτουργίας των υδραυλικών και πνευματικών ενεργοποιητών είναι η μετατροπή της παρεχόμενης ροής σε πίεση και δύναμη που χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για τη δημιουργία ή την ενίσχυση γραμμικής ή περιστροφικής κίνησης.

Οι υδραυλικοί ενεργοποιητές χρησιμοποιούν την ιδιότητα των υγρών να κατανέμουν τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτά σε διάφορες θέσεις. Μια άλλη ιδιότητα είναι ότι τα υγρά έχουν πολύ μικρή συμπίεστικότητα (πρακτικά θεωρούνται ασυμπίεστα). Σύμφωνα με τον νόμο του Pascal, κάθε υγρό μεταφέρει την πίεση που εφαρμόζεται σε μια επιφάνειά του με αμείωτη ένταση σε κάθε άλλη επιφάνειά του. Οι υδραυλικοί ενεργοποιητές λειτουργούν σε υψηλές πιέσεις και είναι κατάλληλοι για εφαρμογές που απαιτούν να ασκηθούν πολύ μεγάλες δυνάμεις.

Οι πνευματικοί ενεργοποιητές διαμορφώνουν μια σχέση πίεσης δύναμης ανάλογα με την πίεση του παρεχόμενου αέρα. Οι πνευματικοί ενεργοποιητές λειτουργούν σε χαμηλότερες πιέσεις από τους υδραυλικούς ενεργοποιητές. Έχουν χαμηλό κόστος, διαθέτουν αξιοπιστία και λειτουργούν ικανοποιητικά σε περιβάλλον με υψηλές θερμοκρασίες.

Για τη μοντελοποίηση υδραυλικών και των πνευματικών συστημάτων, την ανάλυσή τους και τον σχεδιασμό συστημάτων ελέγχου είναι απαραίτητη η κατανόηση των νόμων και των αρχών που περιγράφουν τη ροή των ρευστών σε κανάλια ροής, σε έμβολα, σε βαλβίδες και γενικότερα σε υδραυλικά και πνευματικά συστήματα ενέργειας καθώς και ειδικότερα σε υδραυλικούς και πνευματικούς ενεργοποιητές. Σύμφωνα με τις παραπάνω παρατηρήσεις η ύλη των πρώτων κεφαλαίων του παρόντος επικεντρώνεται στη μοντελοποίηση και τη συστημική ανάλυση των υδραυλικών και πνευματικών ενεργοποιητών. Τα επόμενα κεφάλαια επικεντρώνονται στον σχεδιασμό συστημάτων αυτομάτου ελέγχου για υδραυλικά και πνευματικά συστήματα και την παρουσίαση των απαραίτητων αλγορίθμων ελέγχου. Πιο αναλυτικά η ύλη διαμορφώνεται σε κεφάλαια ως ακολούθως:

Στο Κεφάλαιο 1 παρουσιάζονται οι βασικοί νόμοι που διέπουν τη ροή των ρευστών. Καταρχήν παρουσιάζονται οι βασικές υδραυλικές ποσότητες, δηλαδή η πυκνότητα, το ειδικό βάρος, ο ειδικός όγκος, ο βαθμός ιξώδους και ο αριθμός Reynolds. Μετά παρουσιάζονται βασικοί νόμοι της περιγραφής της ροής των ρευστών. Μεταξύ άλλων παρουσιάζεται η καταστατική εξίσωση των ρευστών και η εξίσωση της συνέχειας. Με τους νόμους αυτούς παράγονται μοντέλα περιγραφής της ροής σε κανάλια καθώς και μοντέλα της ροής σε στόμια. Με βάση αυτά τα μοντέλα πραγματοποιείται η μοντελοποίηση των υδραυλικών βαλβίδων ρύθμισης ροής. Επιπλέον μοντελοποιούνται οι δυνάμεις, οι ροπές και οι πιέσεις σε πληθώρα υδραυλικών διατάξεων. Στα πλαίσια των μοντελοποιήσεων αυτών εισάγονται σημαντικές έννοιες όπως η υδραυλική αντίσταση, η χωρητικότητα και η αδράνεια. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την παρουσίαση ενδεικτικών εφαρμογών.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται τα βασικά δομικά χαρακτηριστικά των υδραυλικών κινητήρων και των υδραυλικών αντλιών. Παρουσιάζονται βασικά αναλυτικά μαθηματικά μοντέλα υδραυλικών κινητήρων. Η ογκομετρική μετατόπιση και ο βαθμός απόδοσης των υδραυλικών κινητήρων μελετώνται αναλυτικά. Ειδικότερα, το κεφάλαιο περιλαμβάνει τις ακόλουθες ενότητες: Βασικές δομές υδραυλικών αντλιών και κινητήρων, Μαθηματικά μοντέλα υδραυλικών αντλιών, Μαθηματικά μοντέλα υδραυλικών κινητήρων, Εφαρμογές.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται τα βασικά υποσυστήματα ρύθμισης της ροής στα υδραυλικά κυκλώματα ενέργειας. Τα ποιοτικά και ποσοτικά χαρακτηριστικά των υποσυστημάτων αυτών καθώς και τα

μοντέλα περιγραφής τους συνεισφέρουν στη σύνθεση ολοκληρωμένων συστημάτων ελέγχου κλειστού βρόχου. Τέλος παρουσιάζεται η κατηγοριοποίηση των υδραυλικών βαλβίδων και η μαθηματική ανάλυση των μοντέλων της ροής σε υδραυλικές βαλβίδες.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται το θέμα της μοντελοποίησης υδραυλικών ενεργοποιητών. Μελετώνται ενεργοποιητές απλής και διπλής ενέργειας και ενεργοποιητές γραμμικής και περιστροφικής κίνησης. Οι ενεργοποιητές αυτοί μελετώνται τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο της συχνότητας. Η ανάλυση που παρουσιάζεται διευκολύνει την κατανόηση των φυσικών και δομικών χαρακτηριστικών των στοιχείων των υδραυλικών αυτοματισμών. Τέλος, μέσω της μαθηματικής μοντελοποίησης αναδεικνύονται τα λειτουργικά χαρακτηριστικά των υδραυλικών ενεργοποιητών που αποτελούνται από βαλβίδες ρύθμισης ροής, έμβολα διπλής ή απλής ενέργειας και από υδραυλικούς κινητήρες.

Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται αξιόπιστες τεχνικές ελέγχου που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον αυτόματο έλεγχο υδραυλικών ενεργοποιητών. Οι τεχνικές σχεδιασμού ελεγκτών χρησιμοποιούν γραμμικά και χρονικά αμετάβλητα μοντέλα συστημάτων με εξωτερικές διαταραχές. Το Κεφάλαιο περιλαμβάνει τις ακόλουθες ενότητες: Σχεδιασμός ελεγκτών ασυμπτωτικής ακολουθίας σταθερών σημάτων, Σχεδιασμός ελεγκτών ασυμπτωτικής ακολουθίας αυθαίρετα ορισμένων σημάτων, και Σχεδιασμός ελεγκτών τριών όρων με τεχνικές ευσταθειοποίησης. Στα πλαίσια των παραπάνω εννοιών παρουσιάζονται διεξοδικά ένας αλγόριθμος ευσταθειοποίησης καθώς και η προσαρμογή του για ευσταθειοποίηση σε περιοχή. Οι παραπάνω ελεγκτές και αλγόριθμοι εφαρμόζονται για τον έλεγχο ταχύτητας υδραυλικού εμβόλου με βαλβίδα ρύθμισης ροής.

Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζονται βασικοί νόμοι των αερίων και βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη τους. Με βάση αυτούς τους νόμους παρουσιάζονται οι αρχές της λειτουργίας πνευματικών υπό – συστημάτων. Τέλος παρουσιάζονται πολλά πνευματικά κυκλώματα ελέγχου κίνησης πνευματικού εμβόλου.

Στο Κεφάλαιο 7 παρουσιάζονται μαθηματικά μοντέλα πνευματικών ενεργοποιητών καθώς επίσης και οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι ελέγχου τους.

Στο Κεφάλαιο 8 παρουσιάζονται τα μαθηματικά μοντέλα μιας υδραυλικής ενεργούς ανάρτησης οχήματος και ένα πνευματικό φρένο οχήματος. Χρησιμοποιώντας τα μοντέλα αυτά σχεδιάζονται ελεγκτές που επιτρέπουν στα αντίστοιχα συστήματα κλειστού βρόχου να ικανοποιούν την απαίτηση σχεδιασμού της ακολουθίας εντολής.

Στο Παράρτημα παρουσιάζονται βασικές έννοιες των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου που είναι απαραίτητες για την κατανόηση της λειτουργίας των υδραυλικών και πνευματικών συστημάτων. Οι έννοιες αυτές διευκολύνουν τον σχεδιασμό αλγορίθμων ελέγχου για δυναμικά συστήματα που περιλαμβάνουν υδραυλικούς και πνευματικούς ενεργοποιητές. Επίσης στο παράρτημα παρουσιάζονται βασικές εντολές για την προσομοίωση και τη συστημική ανάλυση γραμμικών δυναμικών συστημάτων καθώς και προγράμματα για την υλοποίηση αλγορίθμων ελέγχου με το λογισμικό MATLAB και το λογισμικό MATHEMATICA.

Πίνακας περιεχομένων

Εισαγωγή	7
Κεφάλαιο 1	17
1. Ιδιότητες υδραυλικών συστημάτων.....	17
1.1. Μεταβλητές και εξισώσεις ρευστών.....	17
1.1.1. Πυκνότητα ρευστών	17
1.1.2. Πίεση	18
1.1.3. Βαθμός ιξώδους και οι σχετικές ποσότητες	20
1.1.4. Ο αριθμός Reynolds.....	22
1.1.5. Απώλειες λόγω του ιξώδους	22
1.1.6. Καταστατική εξίσωση ρευστών.....	23
1.2. Εξίσωση συνέχειας και εξισώσεις ρευστών.....	24
1.2.1. Γενικές εξισώσεις ρευστών	24
1.2.2. Μονοδιάστατη μη συμπιεστή σταθερή ροή.....	25
1.3. Ροή σε σωλήνα.....	25
1.4. Ροή ρευστού σε στόμια – μικρά ανοίγματα	27
1.5. Υδραυλική χωρητικότητα – αδράνεια - αντίσταση.....	29
1.5.1. Υδραυλική χωρητικότητα	29
1.5.2. Υδραυλική αδράνεια	31
1.5.3. Υδραυλική αντίσταση	32
1.6. Εφαρμογές	33
1.6.1. Υδραυλικά ανυψωτικά συστήματα	33
1.6.2. Σύστημα μέτρησης παροχής όγκου	33
1.7. Ασκήσεις.....	35
Βιβλιογραφία/Αναφορές	37
Κεφάλαιο 2	39
2. Υδραυλικές αντλίες – κινητήρες	39
2.1. Βασικές δομές υδραυλικών αντλιών και κινητήρων	39
2.1.1. Μαθηματική ανάλυση ιδανικών αντλιών και κινητήρων	39
2.1.2. Μαθηματική ανάλυση υδραυλικών αντλιών.....	40
2.1.3. Μαθηματική ανάλυση εξωτερικής αντλίας οδοντωτών τροχών.....	42
2.1.4. Μαθηματική ανάλυση πτερυγωτής αντλίας	43
2.1.5. Μαθηματικά μοντέλα υδραυλικών κινητήρων	44
2.1.6. Υδραυλικός κινητήρας θετικής σταθερής μετατόπισης.....	45
2.2. Εφαρμογές	47
2.2.1. Υπολογισμός ροής ρευστού από υδραυλική αντλία	47
2.2.2. Αντλία – έμβολο	48
2.2.3. Υπολογισμός διαστάσεων εμβόλου	49
2.3. Ασκήσεις.....	50
Βιβλιογραφία/Αναφορές	52
Κεφάλαιο 3	53
3. Υδραυλικές βαλβίδες ρύθμισης ροής	53
3.1. Η κατηγοριοποίηση των υδραυλικών βαλβίδων	54
3.1.1. Βαλβίδες κατεύθυνσης.....	54
3.1.2. Βαλβίδες ελέγχου πίεσης	59
3.1.3. Βαλβίδες ελέγχου ροής (ρύθμισης παροχής).....	60
3.2. Μαθηματική εξίσωση περιγραφής της ροής σε υδραυλικές βαλβίδες.....	62

3.2.1.	<i>Ανάλυση βαλβίδας τύπου εμβόλου τεσσάρων δρόμων - τριών θέσεων</i>	66
3.3.1.	<i>Ανάλυση βαλβίδας τύπου «πτερυγίου-ακροφυσίου»</i>	68
3.3.	Εφαρμογές	70
3.4.	Ασκήσεις.....	72
Βιβλιογραφία/Αναφορές		74
Κεφάλαιο 4		75
4.	Μοντελοποίηση Υδραυλικών Ενεργοποιητών	75
4.1.	Μοντελοποίηση Βαλβίδας – Εμβόλου απλής ενέργειας	75
4.1.1.	<i>Μοντελοποίηση στο πεδίο του χρόνου</i>	75
4.1.2.	<i>Ανάλυση εμβόλου απλής ενέργειας στο πεδίο της συχνότητας</i>	77
4.2.1.	<i>Μοντελοποίηση στο πεδίο του χρόνου</i>	78
4.2.2.	<i>Ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας</i>	82
4.3.1.	<i>Μοντελοποίηση στο πεδίο του χρόνου</i>	83
4.3.2.	<i>Ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας</i>	85
4.4.1.	<i>Μοντελοποίηση στο πεδίο του χρόνου</i>	87
4.4.2.	<i>Ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας</i>	89
Βιβλιογραφία/Αναφορές		93
Κεφάλαιο 5		95
5.	Σχεδιασμός συστημάτων ελέγχου για υδραυλικά συστήματα.....	95
5.1.1.	<i>Ελεγκτές ασυμπτωτικής ακολούθησης σταθερών σημάτων</i>	95
5.1.2.	<i>Ελεγκτές ασυμπτωτικής ακολούθησης αυθαίρετων σημάτων</i>	97
5.1.3.	<i>Ελεγκτές τριών όρων (PID)</i>	100
5.1.4.	<i>Ευσταθειοποίηση σε περιοχή</i>	104
5.2.	Εφαρμογές	105
5.2.1.	<i>Έλεγχος ταχύτητας υδραυλικού ενεργοποιητή</i>	105
5.2.2.	<i>Έλεγχος θέσης υδραυλικού ενεργοποιητή</i>	124
Βιβλιογραφία/Αναφορές		128
Κεφάλαιο 6		129
6.	Βασικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες πνευματικών συστημάτων	129
6.1.	Νόμοι αερίων και βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη αερίων	129
6.1.1.	<i>Ατμοσφαιρική πίεση</i>	129
6.1.2.	<i>Νόμος Boyle/Marriot</i>	129
6.1.3.	<i>Νόμος Charles</i>	129
6.1.4.	<i>Νόμος Gay-Lussac</i>	129
6.1.5.	<i>Γενικός νόμος αερίων</i>	130
6.2.	Βασικά πνευματικά στοιχεία	131
6.2.1.	<i>Πνευματικά συστήματα</i>	131
6.2.2.	<i>Βασικές αρχές λειτουργίας πνευματικών υπό – συστημάτων</i>	134
6.2.3.	<i>Βασικά πνευματικά κυκλώματα ελέγχου κίνησης πνευματικού εμβόλου</i>	135
6.3.	Εφαρμογές	140
6.3.1.	<i>Υπολογισμός παροχής αέρα</i>	140
6.3.2.	<i>Υπολογισμός συνδεσμολογίας σταθερής ταχύτητας πνευματικού συστήματος με τρία έμβολα</i>	141
6.4.	Ασκήσεις.....	142
6.4.1.	<i>Πνευματικό κύκλωμα τύπωσης κυκλωμάτων</i>	142
6.4.2.	<i>Πνευματικό κύκλωμα ανοίγματος – κλεισίματος παραθύρου</i>	143
6.4.3.	<i>Διεργασία κοπής μετάλλων</i>	143
6.4.4.	<i>Πνευματικό κύκλωμα ανοίγματος θύρας</i>	143

Βιβλιογραφία/Αναφορές.....	144
Κεφάλαιο 7	145
7. Μοντελοποίηση και Έλεγχος Πνευματικών ενεργοποιητών	145
7.1. Μη Γραμμικό μοντέλο.....	145
7.2. Γραμμικοποίηση πνευματικού ενεργοποιητή	146
7.3. Σχεδίαση ελεγκτή τριών όρων	148
7.4. Υπολογισμός και υλοποίηση του ελεγκτή με το λογισμικό MATHEMATICA	151
Κώδικας.....	151
7.5. Ασκήσεις.....	155
3. Για τον ενεργοποιητή του Σχήματος 7.6. να υπολογιστεί ελεγκτής τριών όρων που θα επιτυγχάνει ακολούθηση εντολής στη θέση της μάζας.....	155
Βιβλιογραφία/Αναφορές	156
Κεφάλαιο 8	157
8. Εφαρμογές Υδραυλικών και πνευματικών ενεργοποιητών.....	157
8.1. Μοντελοποίηση και Έλεγχος Συστήματος Ενεργής Ανάρτησης Οχήματος.....	157
8.2. Μοντελοποίηση και έλεγχος πνευματικού συστήματος πέδησης αυτοκινήτου.....	164
8.3. Ασκήσεις	168
8.3.1. Προσομοίωση και έλεγχος συστήματος ενεργούς ανάρτησης.....	168
8.3.2. Προσομοίωση και έλεγχος συστήματος πνευματικού φρένου.....	169
Βιβλιογραφία/Αναφορές	171
Παράρτημα	173
Παράρτημα - Ανάλυση Έλεγχος και Προσομοίωση Δυναμικών Συστημάτων	173
A.1. Συστημική ανάλυση δυναμικών συστημάτων	173
A.1.1. Συστήματα ανοικτού βρόχου.....	173
A.1.1.1 Συστήματα κλειστού βρόχου με στατική ανατροφοδότηση εξόδου	176
A.1.1.2 Τοποθέτηση πόλων για συστήματα μιας εισόδου μιας εξόδου	178
A.2. Προσομοίωση δυναμικών συστημάτων ανοικτού και κλειστού βρόχου	180
A.2.1. Ανάλυση, σχεδιασμός και προσομοίωση δυναμικών συστημάτων με το λογισμικό MATLAB	180
A.2.2. Ανάλυση, σχεδίαση και προσομοίωση δυναμικών συστημάτων με το λογισμικό MATHEMATICA	187
Βιβλιογραφία/Αναφορές.....	189
Αγγλικό – Ελληνικό Ευρετήριο	191

Πίνακας Σχημάτων

Σχήμα 1.1.	Ρευστό σε κλειστό δοχείο	19
Σχήμα 1.2.	Ρευστό σε δεξαμενή	19
Σχήμα 1.3.	Κίνηση εμβόλου σε κύλινδρο	20
Σχήμα 1.4.	Προφίλ ταχύτητας ρευστού	21
Σχήμα 1.5.	Έμβολο σε κύλινδρο με ρευστό	21
Σχήμα 1.6.	Όγκος ελέγχου σε ρευστό	24
Σχήμα 1.7.	Ροή ρευστού σε σωλήνα	26
Σχήμα 1.8.	Ροή ρευστού από δεξαμενή	26
Σχήμα 1.9.	Ροή ρευστού από μικρό άνοιγμα	27
Σχήμα 1.10.	Όγκος ελέγχου	29
Σχήμα 1.11.	Κύλινδρος – Έμβολο με ελατήριο	30
Σχήμα 1.12.	Υδραυλική διάταξη με δεξαμενή	31
Σχήμα 1.13.	Όγκος ρευστού σε αγωγό ροής	32
Σχήμα 1.14.	Υδραυλικό ανυψωτικό σύστημα	33
Σχήμα 1.15.	Όγκος ρευστού σε αγωγό ροής	34
Σχήμα 1.16.	Ανυψωτική διάταξη (1)	35
Σχήμα 1.17.	Ανυψωτική διάταξη (2)	35
Σχήμα 1.18.	Δεξαμενή	36
Σχήμα 1.19.	Υδραυλική διάταξη	36
Σχήμα 2.1.	Σχηματική αναπαράσταση αντλίας	40
Σχήμα 2.2.	Συστημική αναπαράσταση αντλίας	40
Σχήμα 2.3.	Ο Συντελεστής απόδοσης αντλίας ως προς τη γωνιακή ταχύτητα και την πίεση εξόδου	42
Σχήμα 2.4.	Εξωτερική γραναζωτή αντλία	42
Σχήμα 2.5.	Μη ισορροπημένη πτερυγική αντλία	43
Σχήμα 2.6.	Σχηματική αναπαράσταση υδραυλικού κινητήρα	44
Σχήμα 2.7.	Συστημική αναπαράσταση υδραυλικού κινητήρα	44
Σχήμα 2.8.	Υδραυλικός κινητήρας σταθερής μετατόπισης αξονικού εμβόλου	46
Σχήμα 2.9.	Ιδανική αντλία	48
Σχήμα 2.10.	Αντλία – έμβολο (Διάταξη 1)	49
Σχήμα 2.11.	Αντλία – έμβολο(Διάταξη 2)	50
Σχήμα 2.12.	Υδραυλική διάταξη Άσκησης 1	51
Σχήμα 2.13.	Υδραυλική διάταξη Άσκησης 2	51
Σχήμα 2.14.	Υδραυλική διάταξη Άσκησης 3	51
Σχήμα 3.1.	Βαλβίδα τύπου εμβόλου τεσσάρων δρόμων - δυο θέσεων	53
Σχήμα 3.2.	Βαλβίδα τύπου εμβόλου τεσσάρων δρόμων - τριών θέσεων	53
Σχήμα 3.3.	Βαλβίδα τύπου πτερυγίου - ακροφυσίου	54
Σχήμα 3.4.	Βαλβίδα τύπου τζετ – ακροφυσίου	54
Σχήμα 3.5.	Παρουσίαση βασικών τύπων βαλβίδων αντεπιστροφής	55
Σχήμα 3.6.	Λειτουργία βαλβίδας αντεπιστροφής μιας διόδου με ελατήριο	55
Σχήμα 3.7.	Παράσταση βαλβίδας αντεπιστροφής δυο κατευθύνσεων	56
Σχήμα 3.8.	Λειτουργία βαλβίδας αντεπιστροφής δυο κατευθύνσεων	56
Σχήμα 3.9.	Οι δυο καταστάσεις λειτουργίας μιας βαλβίδας κατεύθυνσης ροής 2/2 που είναι κανονικά κλειστή	57
Σχήμα 3.10.	Οι δυο καταστάσεις λειτουργίας μιας βαλβίδας κατεύθυνσης ροής 2/2 που είναι κανονικά ανοικτή ..	57
Σχήμα 3.11.	Υδραυλική βαλβίδα 3/2 κανονικά ανοικτή	58
Σχήμα 3.12.	Λειτουργία υδραυλικής βαλβίδας κανονικά ανοικτής	58
Σχήμα 3.13.	Λειτουργία υδραυλικής βαλβίδας 3/2 κανονικά κλειστής	59
Σχήμα 3.14.	Σχηματικό διάγραμμα βαλβίδας αποφόρτισης	60
Σχήμα 3.15.	Σχηματική παρουσίαση λειτουργίας βαλβίδας ρύθμισης παροχής (στραγγαλιστής)	61
Σχήμα 3.16.	Σχηματικό διάγραμμα βαλβίδας ρύθμισης παροχής σε συνδυασμό με βαλβίδα ρύθμισης παροχής μιας κατεύθυνσης	62

Σχήμα 3.17.	Ρύθμισης της ελεύθερη επιφάνεια ροής διαμέσω του εμβόλου της βαλβίδας.....	62
Σχήμα 3.18.	Τυπική καμπύλη της ελεύθερης επιφανείας σε σχέση με τη μετατόπιση του εμβόλου	63
Σχήμα 3.19.	Τυπική καμπύλη παροχής όγκου σε σχέση με τη μετατόπιση του εμβόλου.....	64
Σχήμα 3.20.	Τυπική καμπύλη ροής ως προς τη μετατόπιση του εμβόλου	65
Σχήμα 3.21.	Καμπύλη ροής - μετατόπιση (γραμμική συμπεριφορά)	65
Σχήμα 3.22.	Βαλβίδα τύπου εμβόλου τεσσάρων δρόμων - τριών θέσεων	66
Σχήμα 3.23.	Βαλβίδα τύπου πτερυγίου ακροφυσίου	69
Σχήμα 3.24.	Υδραυλικό κύκλωμα ελέγχου ρευστού σε μια δεξαμενή με βαλβίδες 2/2	70
Σχήμα 3.25.	Υδραυλικό κύκλωμα ελέγχου κίνησης εμβόλου με βαλβίδες κατεύθυνσης ροής 3/2.....	71
Σχήμα 3.26.	Υδραυλικό κύκλωμα ελέγχου της ταχύτητας εμβόλου με βαλβίδες κατεύθυνσης ροής 3/2 και στραγγαλιστές.....	72
Σχήμα 3.27.	Υδραυλικό σύστημα εκτύπωσης κυκλωμάτων	73
Σχήμα 3.28.	Υδραυλικό σύστημα χύτευσης μετάλλων	73
Σχήμα 4.1.	Βαλβίδα τύπου εμβόλου τριών δρόμων – έμβολο απλής ενέργειας.....	75
Σχήμα 4.2.	Βηματική απόκριση της θέσης του εμβόλου ως προς το χρόνο	76
Σχήμα 4.3.	Απόκριση της θέσης του εμβόλου ως προς το χρόνο σε ημιτονοειδή μεταβολή της θέσης της βαλβίδας.....	77
Σχήμα 4.4.	Βαλβίδα τύπου εμβόλου τριών δρόμων – έμβολο απλής ενέργειας με μάζα και ελατήριο	78
Σχήμα 4.5.	Απόκριση των μεταβλητών κατάστασης	81
Σχήμα 4.6.	Βαλβίδα – Έμβολο διπλής ενέργειας.....	84
Σχήμα 4.7.	Βαλβίδα – Υδραυλικός κινητήρας.....	87
Σχήμα 4.8.	Βαλβίδα – Έμβολο με μηχανική ανατροφοδότηση	91
Σχήμα 4.9.	Βαλβίδα – Έμβολο συνδεδεμένο με μάζα- ελατήριο – αποσβεστήρα.....	91
Σχήμα 4.10.	Βαλβίδα – Έμβολο συνδεδεμένο με μάζα- ελατήριο – αποσβεστήρα και εξωτερική διαταραχή.....	91
Σχήμα 4.11.	Βαλβίδα – Υδραυλικός κινητήρας με εξωτερική διαταραχή.....	92
Σχήμα 5.1.	Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης σταθερών σημάτων	97
Σχήμα 5.2.	Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης αυθαίρετων σημάτων	99
Σχήμα 5.3.	Σύστημα κλειστού βρόχου	100
Σχήμα 5.4.	Διάγραμμα ροής αλγορίθμου.....	103
Σχήμα 5.5.	Μετασχηματισμός επιπέδων.....	104
Σχήμα 5.6.	Μετασχηματισμός επιπέδου σε κύκλο.....	104
Σχήμα 5.7.	Βαλβίδα – Έμβολο διπλής ενέργειας με εξωτερική διαταραχή	105
Σχήμα 5.8.	Σύστημα κλειστού βρόχου ελέγχου ταχύτητας υδραυλικού ενεργοποιητή	107
Σχήμα 5.9.	Σχηματικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου.....	108
Σχήμα 5.10.	Αποκρίσεις ταχύτητας εμβόλου, πίεσης και μετατόπισης βαλβίδας ελέγχου συστήματος κλειστού βρόχου για μηδενικές αρχικές συνθήκες	109
Σχήμα 5.11.	Αποκρίσεις ταχύτητας εμβόλου, πίεσης και μετατόπισης βαλβίδας ελέγχου συστήματος κλειστού βρόχου για μη μηδενικές αρχικές συνθήκες	111
Σχήμα 5.12.	Σχηματικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου	115
Σχήμα 5.13.	Αποκρίσεις ταχύτητας και πίεσης εμβόλου	116
Σχήμα 5.14.	Αποκρίσεις της μετατόπιση βαλβίδας ελέγχου, του σήματος αναφοράς με την έξοδο και του σφάλματος.....	117
Σχήμα 5.15.	Σχηματικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου	121
Σχήμα 5.16.	Αποκρίσεις ταχύτητας και πίεσης εμβόλου	122
Σχήμα 5.17.	Αποκρίσεις της μετατόπιση βαλβίδας ελέγχου, του σήματος αναφοράς με την έξοδο και του σφάλματος.....	123
Σχήμα 5.18.	Σύστημα κλειστού βρόχου ελέγχου θέσης υδραυλικού ενεργοποιητή.....	125
Σχήμα 5.19.	Βαλβίδα – Έμβολο συνδεδεμένο με μάζα- ελατήριο – αποσβεστήρα και εξωτερική διαταραχή.....	126
Σχήμα 5.20.	Βαλβίδα – Υδραυλικός κινητήρας με εξωτερική διαταραχή.....	126
Σχήμα 5.21.	Αντλία μεταβλητής δομής.....	127
Σχήμα 6.1.	Κίνηση εμβόλου σε κύλινδρο	130
Σχήμα 6.2.	Τομή αντλίας τύπου εμβόλου	132
Σχήμα 6.3.	Τομή αντλίας τύπου αξονικής ροής.....	132
Σχήμα 6.4.	Έμβολο απλής ενέργειας	132

Σχήμα 6.5.	Έμβολο διπλής ενέργειας	132
Σχήμα 6.6.	Πνευματική βαλβίδα	134
Σχήμα 6.7.	Πνευματική βαλβίδα 3/2	134
Σχήμα 6.8.	Πνευματική βαλβίδα 3/2 με δυο εντολές ενεργοποίησης	135
Σχήμα 6.9.	Πνευματική βαλβίδα 5/2	135
Σχήμα 6.10.	Έλεγχος εμβόλου απλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα 3/2	136
Σχήμα 6.11.	Έλεγχος εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα 4/2	136
Σχήμα 6.12.	Έλεγχος εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα οδήγησης 4/2 και βαλβίδα έναρξης 3/2	137
Σχήμα 6.13.	Έλεγχος θέσης εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα οδήγησης 4/2, βαλβίδα έναρξης 3/2 και βαλβίδα ελέγχου θέσης 3/2	138
Σχήμα 6.14.	Έλεγχος ταχύτητας εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα στραγγαλισμού και αντεπιστροφής	139
Σχήμα 6.15.	Πνευματικό κύκλωμα ρύθμισης χρόνου	140
Σχήμα 6.16.	Πνευματικό έμβολο	140
Σχήμα 6.17.	Πνευματικό κύκλωμα για σταθερή ταχύτητα εμβόλων	142
Σχήμα 6.18.	Πνευματικό κύκλωμα τύπωσης κυκλωμάτων	142
Σχήμα 6.19.	Πνευματικό κύκλωμα ανοίγματος θύρας μέσω μεταφοράς	143
Σχήμα 7.1.	Πνευματικός ενεργοποιητής	145
Σχήμα 7.2.	Απόκριση μεταβλητής εξόδου	149
Σχήμα 7.3.	Απόκριση μεταβλητής P_a	150
Σχήμα 7.4.	Απόκριση μεταβλητής P_b	150
Σχήμα 7.5.	Απόκριση μεταβλητής \dot{y}_p	150
Σχήμα 7.6.	Πνευματικός ενεργοποιητής	155
Σχήμα 8.1.	Σύστημα ενεργούς ανάρτησης	157
Σχήμα 8.2.	Σύστημα ηλεκτροδραυλικού ενεργοποιητή	158
Σχήμα 8.3.	Σύστημα κλειστού βρόχου	163
Σχήμα 8.4.	Πνευματικός ενεργοποιητής	164
Σχήμα 8.5.	Σύστημα κλειστού βρόχου	167
Σχήμα A.1.	Σύστημα κλειστού βρόχου με στατική ανατροφοδότηση εξόδου	176
Σχήμα A.2.	Υδραυλικός ενεργοποιητής (βαλβίδα – έμβολο)	177
Σχήμα A.3.	Σύστημα κλειστού βρόχου με στατική ανατροφοδότηση κατάστασης	179
Σχήμα A.4.	Βηματική απόκριση συστήματος ανοικτού βρόχου	185
Σχήμα A.5.	Κρουστική απόκριση συστήματος ανοικτού βρόχου	185
Σχήμα A.6.	Βηματική απόκριση συστήματος κλειστού βρόχου	186
Σχήμα A.7.	Κρουστική απόκριση συστήματος κλειστού βρόχου	186

Κεφάλαιο 1

Σύνοψη

Για τη μοντελοποίηση υδραυλικών συστημάτων, την ανάλυσή τους και τον σχεδιασμό υδραυλικών συστημάτων ελέγχου είναι απαραίτητη η κατανόηση των νόμων και των αρχών που περιγράφουν τη ροή των ρευστών σε αγωγούς ροής, σε υδραυλικά έμβολα, υδραυλικές βαλβίδες και γενικά σε υδραυλικά συστήματα παραγωγής ενέργειας. Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν οι βασικοί νόμοι που διέπουν τη ροή των ρευστών. Πιο αναλυτικά στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται οι βασικές υδραυλικές ποσότητες, δηλαδή η πυκνότητα, το ειδικό βάρος, ο ειδικός όγκος, ο βαθμός ιξώδους και ο αριθμός Reynolds. Επίσης, παρουσιάζονται η καταστατική εξίσωση των ρευστών, η εξίσωση συνέχειας καθώς και άλλοι νόμοι των ρευστών. Με τη βοήθεια των νόμων αυτών, παρουσιάζεται το μοντέλο περιγραφής της ροής σε αγωγούς καθώς και η ροή μέσω στομιών. Οι περιγραφές αυτές είναι απαραίτητες για τη μοντελοποίηση των υδραυλικών βαλβίδων ρύθμισης ροής. Μοντελοποιούνται οι δυνάμεις, οι ροπές και οι πιέσεις σε πληθώρα υδραυλικών διατάξεων. Επίσης εισάγονται έννοιες όπως η υδραυλική αντίσταση, η χωρητικότητα και η αδράνεια. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την παρουσίαση ενδεικτικών εφαρμογών.

1. Ιδιότητες υδραυλικών συστημάτων

Με τον όρο **ρευστό** χαρακτηρίζεται η κατηγορία των υλικών σωμάτων που παρουσιάζουν ροή. Τέτοια σώματα είναι τα υγρά και τα αέρια υλικά σώματα στα οποία οι δυνάμεις συνοχής είναι χαλαρές με συνέπεια η μάζα τους να ολισθαίνει ελεύθερα (περίπτωση υγρών) ή να μετατοπίζεται ανεξάρτητα (περίπτωση αερίων) έτσι ώστε να αποκτούν το σχήμα του δοχείου μέσα στο οποίο περιέχονται. Πιο αναλυτικά ρευστά ονομάζονται τα υλικά σώματα τα οποία παραμορφώνονται με την επίδραση διατμητικών τάσεων. Οι διατμητικές τάσεις είναι παράλληλες ή εφαπτομενικές δυνάμεις που εφαρμόζονται στην επιφάνεια του ρευστού διαιρεμένες με την επιφάνειά του. Ο όρος ροή χαρακτηρίζει το φαινόμενο της διαρκούς παραμόρφωσης των ρευστών. Στα υδραυλικά συστήματα η μετάδοση της ενέργειας πραγματοποιείται με τη χρήση κυρίως ασυμπίεστων ρευστών, δηλαδή υγρών όπως ορυκτέλαια, συνθετικά λάδια κλπ.

1.1. Μεταβλητές και εξισώσεις ρευστών

Για την κατανόηση της μετάδοσης της ενέργειας, σε υδραυλικά συστήματα απαραίτητο είναι να παρουσιαστούν δυο βασικές αρχές. Η πρώτη αρχή αναφέρει ότι όταν ένα ρευστό είναι σε ηρεμία, τότε η πίεση που ασκείται σε οποιαδήποτε επιφάνειά του μεταδίδεται αμείωτη σε κάθε τμήμα του ρευστού (αρχή του Pascal). Η δεύτερη αρχή είναι ότι με την κίνηση ενός τμήματος ενός ρευστού αναπτύσσονται τάσεις που διαμορφώνουν τη ροή σε κάθε σημείο του ρευστού. Με βάση τις δυο αυτές αρχές, ορίζονται οι αναγκαίες ποσότητες για τη μαθηματική μοντελοποίηση της κίνησης των ρευστών σε αγωγούς ροής [1]-[10].

1.1.1. Πυκνότητα ρευστών

Η **πυκνότητα** ενός ρευστού ρ (Kg/m^3) εκφράζει τη μάζα του ρευστού ανά μονάδα όγκου σε μια συγκεκριμένη θέση του ρευστού. Σε περίπτωση που το ρευστό είναι ασυμπίεστο η πυκνότητα παραμένει η ίδια σε όλα τα σημεία του ρευστού και ισχύει

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.1)$$

όπου m (Kg) είναι η μάζα του ρευστού και V (m^3) ο όγκος του ρευστού. Για τον πειραματικό υπολογισμό της πυκνότητας ενός ρευστού θα πρέπει να επιλεγεί όγκος αρκετά μεγάλος, ώστε να περιέχει ικανοποιητικό αριθμό μορίων του ρευστού. Εν γένει, η πυκνότητα ενός ρευστού μεταβάλλεται με την πίεση P και τη θερμοκρασία T του ρευστού.

Το **ειδικό βάρος** ενός ρευστού γ (N/m^3) εκφράζει το βάρος του ρευστού ανά μονάδα όγκου, δηλαδή

$$\gamma = \frac{B}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g \quad (1.2)$$

όπου $B(N)$ είναι το βάρος του ρευστού και $g = 9.81(m/sec^2)$ είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Οι τυπικές τιμές της πυκνότητας και του ειδικού βάρους του νερού, του αέρα και του λαδιού παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Ρευστό	Πυκνότητα (Kg/m^3)	Ειδικό βάρος (N/m^3)
Νερό (3,98 βαθμούς Κελσίου)	1000	9810
Λάδι (4,4 βαθμούς Κελσίου)	900	8829
Αέρας (20 βαθμούς Κελσίου)	1.21	11,87

Πίνακας 1.1. Τυπικές τιμές της πυκνότητας και του ειδικού βάρους του νερού, του αέρα και του λαδιού

Διαιρώντας την πυκνότητα ενός ρευστού με μια πυκνότητα αναφοράς ρ_w σε συγκεκριμένη θερμοκρασία προκύπτει η **ειδική βαρύτητα** S_g του ρευστού, που είναι αδιάστατο μέγεθος :

$$S_g = \frac{\rho}{\rho_w} \quad (1.3)$$

Ο **ειδικός όγκος** ενός ρευστού $S_v (m^3 / Kg)$ είναι ο όγκος που καταλαμβάνει ένα ρευστό μοναδιαίας μάζας, δηλαδή

$$S_v = \frac{1}{\rho} \quad (1.4)$$

Παράδειγμα 1.1. Έστω κύλινδρος διαμέτρου $40cm$ και ύψους $120cm$. Αν αυτός ο κύλινδρος πρέπει να γεμίσει με ρευστό με ειδικό βάρος $1000N/m^3$ να υπολογιστεί το βάρος του ρευστού που απαιτείται για να γεμίσει ο κύλινδρος.

Λύση:

Ο όγκος του κυλίνδρου είναι

$$V = \frac{\pi \times 0.4^2 (m^2) \times 1.2(m)}{4} = 0.150796(m^3)$$

Από τη σχέση (1.2) προκύπτει ότι

$$m = \frac{\gamma V}{g} = \frac{1000 \times 0.15072}{9.81} (Kg) = 15.3717(Kg)$$

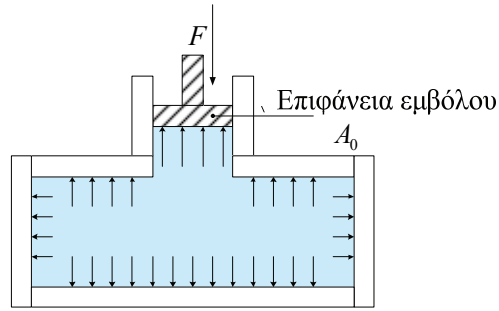
◇

1.1.2. Πίεση

Η **πίεση** ορίζεται ως ο λόγος της δύναμης που ασκεί το ρευστό σε μια επιφάνεια προς το εμβαδό της επιφάνειας αυτής. Έτσι, η πίεση δίδεται από την ακόλουθη σχέση

$$P = \frac{F}{A} (N/m^2 \text{ ή } Pa) \quad (1.5)$$

Έστω ένα ρευστό που είναι περιορισμένο σε μια επιφάνεια. Τότε οποιαδήποτε μεταβολή της πίεσης σε οποιοδήποτε σημείο ενός ρευστού, προκαλεί ίση μεταβολή της πίεσης σε όλα τα σημεία του. Αυτή η φυσική αντίδραση των ρευστών είναι γνωστή ως αρχή του Πασκάλ (Pascal). Σύμφωνα με τον νόμο αυτό, οποιαδήποτε πίεση που ενδεχομένως ασκείται στην επιφάνεια ενός ρευστού μεταδίδεται ομοιόμορφα εντός αυτής της επιφάνειας, προς όλες τις διευθύνσεις και σε όλο το βάθος του. Για την κατανόηση του νόμου αυτού θεωρήστε ένα έμβολο που σφραγίζει υγρό σε κλειστό δοχείο όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.1.

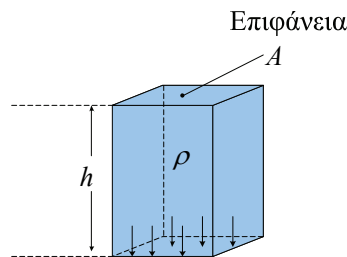


Σχήμα 1.1. Ρευστό σε κλειστό δοχείο

Η πίεση που ασκείται στα τοιχώματα της εσωτερικής κλειστής επιφάνειας είναι παντού η ίδια και δίνεται από τον τύπο $P = \frac{F}{A_0}$ όπου F είναι η δύναμη που ασκείται στο έμβολο και A_0 είναι η επιφάνεια του εμβόλου.

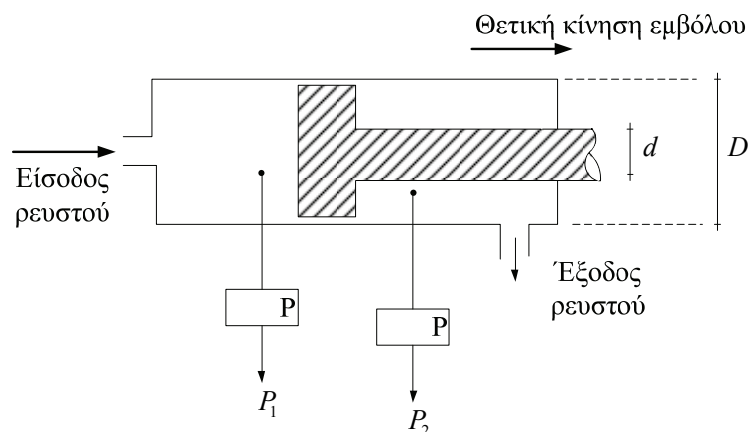
Η πίεση διαχωρίζεται σε δυο μορφές ανάλογα με τον τρόπο που παράγεται. Η πίεση που προκαλείται από μια σταθερή δύναμη ονομάζεται στατική πίεση ενώ η πίεση που προκαλείται από δυνάμεις που οφείλονται στις δυνάμεις μεταξύ κινούμενων σωματιδίων ονομάζεται δυναμική πίεση. Η πίεση που ασκεί ένα ρευστό, που βρίσκεται σε ισορροπία, σε ένα αντικείμενο ή μια επιφάνεια που είναι μέσα σ' αυτό ονομάζεται υδροστατική πίεση και οφείλεται στο βάρος του ρευστού. Για παράδειγμα η υδροστατική πίεση που εξασκείται στον πάτο μιας δεξαμενής (βλέπε Σχήμα 1.2) ύψους h και επιφανείας A που περιέχει ρευστό δίνεται από τον τύπο

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Vg}{A} = \rho gh \text{ (Pa)} = \gamma h \text{ (Pa)} \quad (1.6)$$



Σχήμα 1.2. Ρευστό σε δεξαμενή

Παράδειγμα 1.2. Έστω έμβολο τοποθετημένο σε ένα κύλινδρο όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στην επιφάνεια του εμβόλου κατά τη θετική και αρνητική κίνηση του εμβόλου.



Σχήμα 1.3. Κίνηση εμβόλου σε κύλινδρο

Λύση:

Σύμφωνα με τη σχέση (1.5) η δύναμη που ασκείται στο έμβολο κατά την θετική κίνηση δίνεται από τον τύπο

$$F^+ = (P_1 - P_2) \frac{\pi D^2}{4}$$

όπου D είναι η διάμετρος του εμβόλου. Ομοίως για κίνηση πιστονιού προς τα αριστερά ισχύει

$$F^- = (P_1 - P_2) \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4}$$

όπου d είναι η διάμετρος του βάρου.

◇

1.1.3. Βαθμός ιξώδους και οι σχετικές ποσότητες

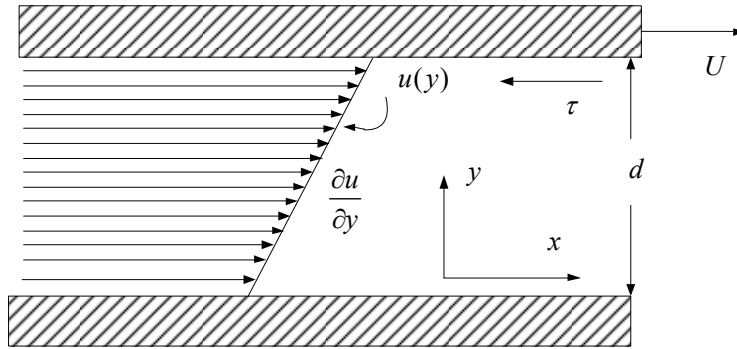
Το ιξώδες ενός ρευστού αποτελεί ένα μέτρο της αντίστασης στην κίνηση ενός ρευστού σε μια επιφάνεια. Επειδή πολλές επιφάνειες κινούνται στα υδραυλικά συστήματα το ιξώδες αποτελεί μέτρο απωλειών ροής και της επιπλέον απαιτούμενης ροής λόγω τριβής. Το ιξώδες μ ενός ρευστού δηλώνει τη δυσκολία του ρευστού να υπερνικήσει την τάση επαφής (διατμητική τάση) που αναπτύσσεται όταν το ρευστό κινείται σε μια στέρεα επιφάνεια όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.4. Σύμφωνα με το Σχήμα 1.4 η άνω πλάκα κινείται με ταχύτητα U ενώ η κάτω πλάκα παραμένει ακίνητη. Έστω $u(y)$ είναι η ταχύτητα του ρευστού σε ένα ύψος y . Θεωρώντας

σταθερή την κλίση της ταχύτητας του ρευστού ως προς τον άξονα y ισχύει ότι $\frac{\partial u(y)}{\partial y} = \frac{U}{d}$. Έστω F η δύναμη

που απαιτείται για την κίνηση της άνω πλάκας με ταχύτητα U . Έστω A η επιφάνεια της άνω πλάκας που έρχεται σε επαφή με το ρευστό. Έστω $\tau = F / A$ είναι η διατμητική τάση. Το ιξώδες ορίζεται ως εξής

$$\mu = \frac{\tau}{\partial u(y) / \partial y} \quad (1.7)$$

Το ιξώδες μετριέται συνήθως σε centiPoise (cP) όπου το 1 cP είναι 10^{-2} Poise (P) και το 1 P ισούται με $10^{-1} (Pa \cdot s)$. Η διατμητική τάση εμφανίζεται επίσης όταν η επιφάνεια κινείται ενώ το υγρό είναι ακίνητο καθώς ακόμη όταν το υγρό και η επιφάνεια κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις.

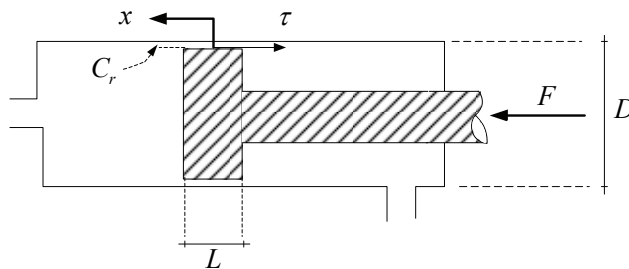


Σχήμα 1.4. Προφίλ ταχύτητας ρευστού

Για την κατανόηση της επίδρασης του ιξώδους ενός ρευστού στη κίνηση του ρευστού θεωρείται ένα κυλινδρικό έμβολο μέσα σε έναν κύλινδρο (Σχήμα 1.5). Το έμβολο κινείται ελεύθερα μέσα στον κύλινδρο Η απόσταση μεταξύ του εμβόλου και του κύλινδρου συμβολίζεται με C_r και είναι γεμάτη με ρευστό. Για την κίνηση του εμβόλου είναι απαραίτητη η εφαρμογή μιας δύναμης. Η δύναμη είναι ανάλογη της επιφάνειας του εμβόλου που βρίσκεται σε επαφή με τον κύλινδρο, δηλαδή της επιφάνειας $A_\varepsilon = \pi DL$. Ισχύει ότι $F = \tau A_\varepsilon$.

Έστω $\frac{dx}{dt}$ είναι η ταχύτητα του εμβόλου. Για μικρές τιμές της απόστασης C_r και χρησιμοποιώντας τη σχέση (1.7) λαμβάνεται

$$F = \tau A_\varepsilon = \mu A_\varepsilon \frac{\partial u(y)}{\partial y} = \frac{\mu \pi DL}{C_r} \frac{dx}{dt} \quad (1.8)$$



Σχήμα 1.5. Έμβολο σε κύλινδρο με ρευστό

Το ιξώδες των ρευστών εξαρτάται από τη θερμοκρασία. Ειδικότερα το ιξώδες μειώνεται με τη θερμοκρασία. Μια προσεγγιστική σχέση του ιξώδους σε σχέση με τη θερμοκρασία είναι η ακόλουθη

$$\mu = \mu_0 e^{-\lambda_T(T-T_0)} \quad (1.9)$$

όπου μ_0 και T_0 είναι οι τιμές του ιξώδους και της θερμοκρασίας σε ένα σημείο αναφοράς και λ_T είναι μια σταθερά που εξαρτάται αποκλειστικά από το ποιο είναι το ρευστό.

Ο λόγος του ιξώδους προς την πυκνότητα του ρευστού ονομάζεται **κινηματικό ιξώδες** ή **κινηματική συνεκτικότητα** και εκφράζει το μέτρο της αντίστασης στη ροή ενός ρευστού κάτω από την επίδραση της βαρύτητας. Το κινηματικό ιξώδες δίνεται από τον τύπο

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.10)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού.

Τα υδραυλικά υγρά που χρησιμοποιούνται στα υδραυλικά συστήματα ταξινομούνται με βάση την κινηματική συνεκτικότητα τους σύμφωνα με τον ακόλουθο πίνακα

ISO Grade	SAE Grade	Κινηματικό Ιξώδες		Πυκνότητα	
		cSt		kg/m^3	lb/in^3
		$40^\circ C$	$100^\circ C$		
32	10W	32	5.4	857	0.0310
46	20	46	6.8	861	0.0311
68	20W	68	8.7	865	0.0313
100	30	100	11.4	869	0.0314
150	40	150	15	872	0.0315
220	50	220	19.4	875	0.0316

Πίνακας 1.2. Ταξινόμηση υδραυλικών υγρών

Παράδειγμα 1.3. Έστω έμβολο τοποθετημένο σε ένα κύλινδρο όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5. Αν στο έμβολο εφαρμόζεται δύναμη $F = 5(N)$, το έμβολο κινείται με ταχύτητα $\dot{x}(t) = 2(m/sec)$, η διάμετρος του κυλίνδρου είναι $D = 0.2(m)$, η διάμετρος του εμβόλου είναι $d = 0.199(m)$ και το μήκος του εμβόλου $L = 0.4(m)$ να υπολογιστεί το ιξώδες του ρευστού.

Λύση:

Χρησιμοποιώντας της σχέση (1.8) και επειδή $C_r = \frac{D-d}{2}$ προκύπτει

$$\mu = \frac{F(D-d)}{2 \frac{dx}{dt} \pi DL} = 0.00497 \left(\frac{N}{m^2} \right) = 0.0497(P)$$

◇

1.1.4. Ο αριθμός Reynolds

Ο λόγος των δυνάμεων που οφείλονται στην αδράνεια προς τις δυνάμεις που αναπτύσσονται λόγω του ιξώδους του ρευστού, ονομάζεται αριθμός Reynolds και η τιμή του καθορίζει τη μορφή της ροής του ρευστού. Για παράδειγμα για μικρές τιμές αυτού του αριθμού (μικρότερες του 1400) η ροή χαρακτηρίζεται ως στρωτή ροή (ομαλή συνεχής κίνηση ρευστού) γιατί οι υπερισχύουν οι δυνάμεις λόγω του ιξώδους του ρευστού σε σχέση με τις αδρανειακές δυνάμεις. Για μεγάλες τιμές αυτού του αριθμού (τιμές μεγαλύτερες του 3000) η ροή χαρακτηρίζεται ως τυρβώδης ροή (χαοτικές δίνες και ασταθής ροή) γιατί υπερισχύουν οι αδρανειακές δυνάμεις. Οι αδρανειακές δυνάμεις ροής αντιστοιχούν στην ποσότητα $\rho d^2 u^2$, όπου u η ταχύτητα του ρευστού, ρ η πυκνότητα του ρευστού και d η διάμετρος του φυσικού μέσου που κινείται το ρευστό. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται λόγω του ιξώδους του ρευστού αντιστοιχούν στην ποσότητα μdu , όπου μ το ιξώδες του ρευστού. Ο αριθμός Reynolds συμβολίζεται με N_r και ορίζεται ως το πηλίκο των δύο δυνάμεων. Επομένως ισχύει ότι

$$N_r = \frac{\rho d^2 u^2}{\mu u d} = \frac{\rho d u}{\mu} \quad (1.11)$$

όπου ν το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.

1.1.5. Απώλειες λόγω του ιξώδους

Όταν ένα ρευστό, με ιξώδες μ , κινείται σε ένα κυλινδρικό αγωγό (σωλήνα) ροής τότε η πίεση του ρευστού κατά τη ροή μειώνεται σταδιακά λόγω των δυνάμεων τριβής που αναπτύσσονται μεταξύ του ρευστού και των επιφανειών του καναλιού. Η γραμμική απώλεια μήκους H_L που διανύει το ρευστό στη μονάδα του χρόνου

σε σχέση με το μήκος που θα διανύσει χωρίς τριβές περιγράφεται με την εξίσωση Darcy-Weisbach ως ακολούθως

$$H_L = f \frac{L}{D} \frac{u^2}{2g} \quad (1.12)$$

όπου f είναι ο Darcy συντελεστής τριβής, L είναι το μήκος του αγωγού, D είναι η εσωτερική διάμετρος του καναλιού, u είναι η μέση ταχύτητα του ρευστού και g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας. Ο συντελεστής f υπολογίζεται πειραματικά. Για παράδειγμα για ομαλή ροή (laminar flow) ισχύει

$$f = \frac{64}{N_r} \quad (1.13)$$

και επομένως

$$H_{L,\text{laminar}} = \frac{64}{N_r} \frac{L}{D} \frac{u^2}{2g} \quad (1.14)$$

Σε μονάδες πίεσης (πτώση πίεσης) η σχέση (1.14) γίνεται

$$\Delta P_{L,\text{laminar}} = \gamma H_{L,\text{laminar}} = \gamma \frac{64}{N_r} \frac{L}{D} \frac{u^2}{2g} \quad (1.15)$$

όπου γ το ειδικό βάρος του ρευστού.

1.1.6. Καταστατική εξίσωση ρευστών

Όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα 1.1. η πυκνότητα ενός ρευστού είναι συνάρτηση της πίεσης και της θερμοκρασίας. Αναπτύσσοντας τη μη γραμμική σχέση (1.1) σε σειρά Taylor γύρω από τις ονομαστικές (ή αρχικές) τιμές της πίεσης και της θερμοκρασίας, έστω (P_0, T_0) , και κρατώντας μόνο το σταθερό και τους γραμμικούς όρους της ανάπτυξης προκύπτει η ακόλουθη προσέγγιση της καταστατικής εξίσωσης των ρευστών

$$\rho = \rho_0 + \left. \frac{d\rho}{dP} \right|_{T_0} (P - P_0) + \left. \frac{d\rho}{dT} \right|_{P_0} (T - T_0) \quad (1.16)$$

όπου $\rho_0 = \rho(P_0, T_0)$. Ορίζοντας $\beta = \rho_0 \left. \frac{dP}{d\rho} \right|_{T_0}$ και $\alpha = -\frac{1}{\rho_0} \left. \frac{d\rho}{dT} \right|_{P_0}$ η σχέση (1.16) διατυπώνεται ως εξής:

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{1}{\beta} (P - P_0) - \alpha (T - T_0) \right] \quad (1.17)$$

Επειδή $\rho = \frac{m}{V}$ προκύπτουν οι ισοδύναμες εκφράσεις των παραμέτρων β και α ως ακολούθως

$$\beta = -V_0 \left. \frac{dP}{dV} \right|_{T_0}, \quad \alpha = \frac{1}{V_0} \left(\left. \frac{dV}{dT} \right)_{P_0} \right) \quad (1.18)$$

όπου V_0 είναι ο αρχικός συνολικός όγκος του ρευστού και V ο συνολικός όγκος του ρευστού. Η παράμετρος β ονομάζεται συντελεστής συμπιεστότητας (bulk modulus) του ρευστού έχει μονάδες πίεσης και εκφράζει τη σκληρότητα του ρευστού. Η παράμετρος α ονομάζεται συντελεστής θερμικής διαστολής.

1.2. Εξίσωση συνέχειας και εξισώσεις ρευστών

1.2.1. Γενικές εξισώσεις ρευστών

Για τον προσδιορισμό των μαθηματικών εξισώσεων που περιγράφουν την κίνησή ενός ρευστού είναι απαραίτητο να οριστεί ένας μικρός – στοιχειώδης όγκος ρευστού και να μελετηθεί η κίνηση του στις τρεις διαστάσεις καθώς επίσης να οριστούν για τον όγκο του ρευστού και οι βασικές ποσότητες της πίεσης, της πυκνότητας, της θερμοκρασίας και του ιξώδους σε σχέση με το χρόνο και τον χώρο. Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στον στοιχειώδη όγκο του ρευστού προκύπτουν οι τρεις πρώτες εξισώσεις (Navier-Stokes)

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (1.19)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho F_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (1.20)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho F_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (1.21)$$

όπου u, v, w οι ταχύτητες του στοιχειώδους όγκου του στους άξονες x, y, z του καρτεσιανού συστήματος αναφοράς αντίστοιχα, F_x, F_y, F_z είναι οι αντίστοιχες δυνάμεις που ασκούνται στον στοιχειώδη όγκο και P είναι η πίεση που ασκείται στον στοιχειώδη όγκο. Οι παραπάνω σχέσεις εξάγονται βάσει της αρχής διατήρησης της ορμής. Οι όροι στο αριστερό μέρος των εξισώσεων προκύπτουν από την αδράνεια του όγκου του ρευστού. Αν αγνοηθούν αυτοί οι όροι οι εξισώσεις ονομάζονται εξισώσεις Stokes. Οι τρεις τελευταίοι όροι στο δεξιό τμήμα της εξίσωσης εκφράζουν την τριβή λόγω του ιξώδους του ρευστού. Αν αγνοηθεί το ιξώδες του ρευστού δηλαδή, τότε οι εξισώσεις ονομάζονται εξισώσεις Euler.

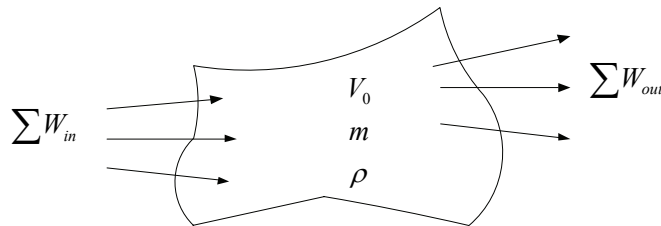
Οι παραπάνω εξισώσεις συμπληρώνονται με την εξίσωση που προκύπτει από την αρχή διατήρησης της μάζας. Έστω ένας όγκος ελέγχου (control volume) V_0 που παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.6. Έστω m η μάζα του ρευστού εντός του όγκου και ρ η πυκνότητα του. Έστω Q (m^3 / sec) συμβολίζει τον όγκο του ρευστού που διέρχεται από την επιφάνεια του όγκου ελέγχου ανά μονάδα χρόνου και ονομάζεται παροχή όγκου ρευστού ή απλά παροχή ρευστού. Έστω W (N / sec) το βάρος του ρευστού που διέρχεται από την επιφάνεια του όγκου ελέγχου ανά μονάδα χρόνου και ονομάζεται παροχή βάρους του ρευστού. Έστω M (Kg / sec) η μάζα του ρευστού που διέρχεται από την επιφάνεια του όγκου ελέγχου ανά μονάδα χρόνου και ονομάζεται παροχή μάζας ρευστού. Για τα παραπάνω μεγέθη ισχύουν οι ακόλουθοι τύποι

$$Q = Au \quad (1.22)$$

$$W = Q\gamma \quad (1.23)$$

$$M = Q\rho \quad (1.24)$$

όπου u η ταχύτητα του ρευστού και γ το ειδικό βάρος του ρευστού.



Σχήμα 1.6. Όγκος ελέγχου σε ρευστό

Επειδή το μέσο ροής του ρευστού θεωρείται συνεχές ο ρυθμός μεταβολής της μάζας ισούται με την εισερχόμενη παροχή μάζας μείον την εξερχόμενη παροχή μάζας δηλαδή

$$\sum W_{in} - \sum W_{out} = g \frac{dm}{dt} = g \frac{d(\rho V_0)}{dt} \quad (1.25)$$

όπου $\sum W_{in}$ η εισερχόμενη παροχή βάρους και $\sum W_{out}$ η εξερχόμενη παροχή βάρους. Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται **εξίσωση συνέχειας του ρευστού**.

Η επόμενη εξίσωση που χαρακτηρίζει την κίνηση του ρευστού προκύπτει από την αρχή διατήρησης της ενέργειας. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής ισχύει ότι *‘Κατά τη διάρκεια μιας θερμοδυναμικής διεργασίας, η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια ενός συστήματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα του ποσού της θερμότητας που απορροφά το σύστημα από το περιβάλλον και του έργου των εξωτερικών δυνάμεων που επιδρούν πάνω στο σύστημα. Η εσωτερική ενέργεια ενός μονωμένου συστήματος είναι σταθερή’*. Ο νόμος αυτός εκφράζεται με την ακόλουθη διαφορική εξίσωση

$$\frac{dQ_h}{dt} - \frac{dW_x}{dt} + \sum W_{in} h_{0,in} - \sum W_{out} h_{0,out} = \frac{dE}{dt} \quad (1.26)$$

όπου $\frac{dQ_h}{dt}$ είναι ο ρυθμός μεταβολής της θερμότητας στον όγκο ελέγχου, $\frac{dW_x}{dt}$ είναι η μεταβολή του έργου

που δημιουργεί η ροή του ρευστού στο εσωτερικό του όγκου, $h_{0,i} = h_e + \frac{v_f^2}{2g} + z_{ei}$ ($i = in, out$) (h_e , v_f και z_{ei} ,

η ενθαλπία, το μέτρο της ταχύτητα του ρευστού ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων και η ανέλκυση του ρευστού) και $\frac{dE}{dt}$ η μεταβολή της ενέργειας στο εσωτερικού του όγκου ελέγχου.

Οι τελευταίες δυο εξισώσεις που χαρακτηρίζουν την κίνηση του ρευστού προκύπτουν από τη σχέση της πυκνότητας και του ιξώδους από την πίεση και τη θερμοκρασία. Δηλαδή

$$\rho = f(P, T) \quad (1.27)$$

$$\mu = f_\mu(P, T) \quad (1.28)$$

Οι σχέσεις (1.19)-(1.21) και οι σχέσεις (1.25)-(1.28) αποτελούν τις επτά εξισώσεις μαθηματικής περιγραφής των ρευστών.

1.2.2. Μονοδιάστατη μη συμπίεστη σταθερή ροή

Οι εξισώσεις Navier-Stokes για σταθερή ροή σε μία διάσταση ενός ασυμπίεστου ρευστού με μηδενικό ιξώδες λαμβάνουν τη μορφή

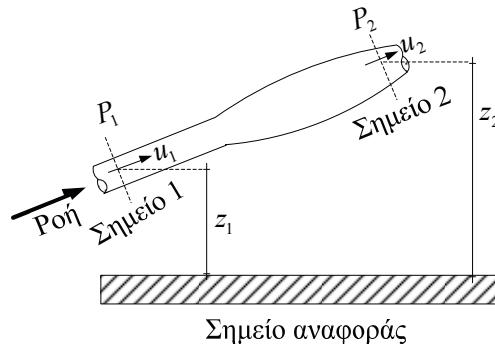
$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (1.29)$$

ολοκληρώνοντας την εξίσωση (1.29) λαμβάνεται η εξίσωση Bernoulli

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{σταθερό} \quad (1.30)$$

1.3. Ροή σε σωλήνα

Θεωρείστε τη ροή ενός ρευστού σε έναν σωλήνα όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.7. έστω m_1, m_2 η μάζα του ρευστού στη μονάδα του χρόνου στα σημεία 1 και 2. Έστω ότι η κίνηση του ρευστού γίνεται κατά μήκος του σωλήνα, δηλαδή σε μια διάσταση. Έστω ότι η ροή είναι σταθερή και έστω ότι το ρευστό είναι ασυμπίεστο και ότι έχει μηδενικό ιξώδες.



Σχήμα 1.7. Ροή ρευστού σε σωλήνα

Η εξίσωση συνέχειας του ρευστού, δηλαδή η εξίσωση (1.25), γίνεται

$$m_1 = m_2 \quad (1.31)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1.24) και (1.22) η εξίσωση της συνέχειας λαμβάνει τη μορφή

$$\rho_1 A_1 u_1 = \rho_2 A_2 u_2 \quad (1.32)$$

όπου A_1 και A_2 η επιφάνεια του σωλήνα στα σημεία 1 και 2 αντίστοιχα και u_1 και u_2 η ταχύτητα του ρευστού στα δυο σημεία. Αν η πυκνότητα του ρευστού παραμένει σταθερή, χρησιμοποιώντας της σχέση (1.22), η εξίσωση της συνέχειας εκφράζεται με την εξίσωση της παροχής στα δυο σημεία, δηλαδή

$$Q_1 = Q_2 \quad (1.33)$$

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας (εξίσωση (1.26) για τα σημεία 1 και 2 του Σχήματος 1.7. γίνεται

$$E_1 = E_2 \quad (1.34)$$

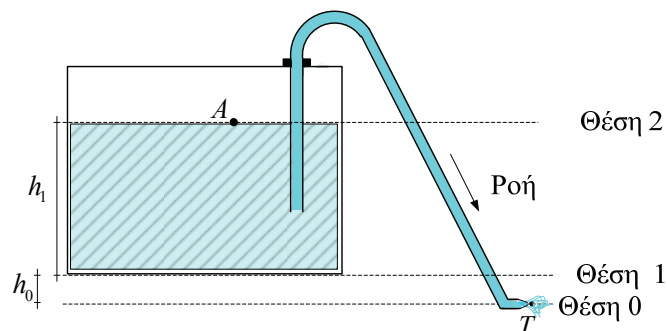
όπου E_i είναι η συνολική (κινητική- δυναμική + ενέργεια ροής) στο σημείο i ($i=1,2$). Έστω P_i ($i=1,2$) είναι η πίεση που ασκείται στο ρευστό στα σημεία 1 και 2. Επειδή

$$E_i = \underbrace{m_i g z_i}_{\text{δυναμική}} + \underbrace{\frac{m_i u_i^2}{2}}_{\text{κινητική}} + \underbrace{\frac{P_i m_i g}{\gamma}}_{\text{ενέργεια ροής}} \quad (1.35)$$

και εξισώνοντας την ενέργεια στα δυο σημεία και επειδή $m_1 = m_2$ λαμβάνεται η ακόλουθη εξίσωση

$$z_1 + \frac{u_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{u_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} \quad (1.36)$$

Παράδειγμα 1.4. Να υπολογιστεί η παροχή στην έξοδο του σωλήνα στο σημείο T για τη δεξαμενή που φαίνεται στο σχήμα 1.8. όταν $h_1 = 2m$, $h_0 = 0,5m$ και η διάμετρος του σωλήνα στο σημείο T είναι $D_T = 0,20m$.



Σχήμα 1.8. Ροή ρευστού από δεξαμενή

Λύση:

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli για τα σημεία A και T του σωλήνα, λαμβάνεται η ακόλουθη εξίσωση

$$h_A + \frac{u_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} = h_T + \frac{u_T^2}{2g} + \frac{P_T}{\gamma} \quad (1.37)$$

όπου h_i είναι το ύψος του σημείου i ($i = A, T$) από τη θέση 0, u_i η ταχύτητα του ρευστού στο σημείο i και P_i η πίεση του ρευστού στο σημείο i . Θεωρώντας ότι η ταχύτητα u_A και η πίεση P_A του ρευστού στο σημείο A μέσα στη δεξαμενή είναι ίση με 0 καθώς επίσης ότι η πίεση P_T του ρευστού στην έξοδο είναι ίση με 0, η εξίσωση (1.37) λαμβάνει τη μορφή

$$h_A = h_T + \frac{u_T^2}{2g} \quad (1.38)$$

ή ισοδύναμα τη μορφή

$$h_1 + h_0 = \frac{u_T^2}{2g} \quad (1.39)$$

Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση ως προς u_T και χρησιμοποιώντας τη σχέση της παροχής όγκου $Q_T = u_T A_T$, όπου $A_T = \frac{\pi D_T^2}{4}$ είναι η επιφάνεια του σωλήνα στην έξοδο, η παροχή όγκου ρευστού στην έξοδο του σωλήνα υπολογίζεται από τον τύπο

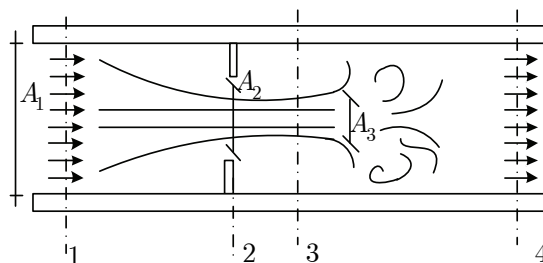
$$Q_T = \left[\sqrt{2(h_1 + h_0)g} \right] \frac{\pi D_T^2}{4} = 0.22(m^3 / \text{sec})$$

◇

1.4. Ροή ρευστού σε στόμια – μικρά ανοίγματα

Ένα σημαντικό θέμα για την σχεδίαση υδραυλικών συστημάτων ελέγχου είναι η μελέτη της ροής ρευστών σε μικρά στόμια ή ανοίγματα που μπορεί να είναι σταθερά ή μεταβλητά. Με βάση την εξίσωση της συνέχειας, ένα μικρό άνοιγμα κατά την κατεύθυνση της ροής ενός ρευστού σε έναν σωλήνα αυξάνει την ταχύτητα του στο άνοιγμα και παράλληλα μειώνει την πίεση που ασκείται στο ρευστό στο σημείο αυτό. Σε ρευστά με υψηλό αριθμό Reynolds η πτώση της πίεσης οφείλεται στην αλλαγή της ταχύτητας του ρευστού κοντά στα όρια της μέγιστης ταχύτητας δέσμης ενώ σε ρευστά με χαμηλό αριθμό Reynolds η πτώση πίεσης οφείλεται στις εσωτερικές διαμητικές τάσεις που ασκούνται στο ρευστό κατά την διεύθυνση της κίνησης του.

Έστω η μονοδιάστατη, σταθερή, μη συμπιεστή και χωρίς τριβές ροή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.9. Το σημείο 3 που απεικονίζεται στο Σχήμα 1.9 είναι το σημείο στο οποίο η δέσμη του ρευστού έχει τη μικρότερη επιφάνεια και τη μέγιστη ταχύτητα. Το σημείο αυτό ονομάζεται σημείο συνεσταλμένης διατομής (vena contracta).



Σχήμα 1.9. Ροή ρευστού από μικρό άνοιγμα

Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli στα σημεία 1,2 και 3 του καναλιού ροής λαμβάνεται η ακόλουθη σχέση για τις ταχύτητες των στοιχειωδών σωματιδίων του ρευστού και τις πιέσεις στα αντίστοιχα σημεία

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} = \frac{P_3}{\rho} + \frac{u_3^2}{2} \quad (1.40)$$

Από την εξίσωση της συνέχειας για τη παροχή όγκου Q ισχύει

$$Q = A_1 u_1 = A_2 u_2 = A_3 u_3$$

Συνδυάζοντας τις δυο παραπάνω εξισώσεις και λύνοντάς τες ως προς u_3 λαμβάνεται ο ακόλουθος τύπος

$$u_3 = \left[1 - \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^2 \right]^{-1/2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_3)} \quad (1.41)$$

ή ισοδύναμα, εφόσον $Q = A_3 u_3$, ο τύπος

$$Q = \frac{A_3}{\sqrt{1 - (A_3 / A_1)^2}} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_1 - P_3)} \quad (1.42)$$

Εμπειρικά η σχέση της επιφάνειας A_3 με την επιφάνεια A_2 συνδέεται με τον συντελεστή ταχύτητας C_u με τη σχέση $A_3 = C_u A_2$. Η τιμή του συντελεστή ταχύτητας υπολογίζεται εμπειρικά περίπου $C_u \approx 0.98$. Επειδή είναι σύνηθες στην σχέση της ροής με την πίεση που εκφράζεται με την εξίσωση (1.42) να χρησιμοποιείται η επιφάνεια του στομίου A_2 , η σχέση (1.42) μπορεί να γραφεί ισοδύναμα

$$Q = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \delta P} \quad (1.43)$$

όπου $C_d = \frac{C_u}{\sqrt{1 - C_u^2 (A_2 / A_1)^2}}$ είναι ο συντελεστής εκφόρτισης και $\delta P = P_1 - P_3$. Επειδή, συνήθως η πίεση

μετράται στο σημείο 4, και επειδή ισχύει η προσέγγιση $P_3 = P_4$, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο $\delta P = P_1 - P_4$.

Παράδειγμα 1.5. Έστω ένας υδραυλικός αγωγός ροής με ένα μικρό κυκλικό άνοιγμα διαμέτρου $d_2 = 0.000508(m)$ και συντελεστή εκφόρτισης $C_d = 0,6$. Το ρευστό στον αγωγό ροής έχει πυκνότητα $\rho = 800(Kg / m^3)$, κινηματικό ιξώδες $\nu = 10^{-5} (m^2 / sec)$, ιξώδες $\mu = 15 \times 10^{-3} (Pa \times sec)$ και πτώση πίεσης μετά το άνοιγμα $\delta P = 6894.7572 \times 10^3 N / m^2$. Να υπολογιστεί η παροχή όγκου και ο αριθμός Reynolds μετά από το άνοιγμα.

Λύση:

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (1.43) ισχύει ότι

$$Q = 0.6 \frac{\pi 0.000508^2}{4} \sqrt{\frac{2}{800} 6894.7572 \times 10^3} (m^3 / sec) = 15.966 (cm^3 / sec)$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (1.11) ο αριθμός Reynolds προσδιορίζεται ως εξής

$$N_r = \frac{u d_2}{\nu} = \frac{Q d_2}{A \nu} = \frac{Q d_2}{\frac{\pi d_2^2}{4} \nu} = \frac{4Q}{\pi d_2 \nu} = \frac{4 \times 0.000015966}{3.14 \times 0.000508 \times 10^{-5}} = 4001.7$$

Επειδή ο αριθμός Reynolds είναι μεγαλύτερος από 3000, η ροή χαρακτηρίζεται ως τυρβώδης.

◇

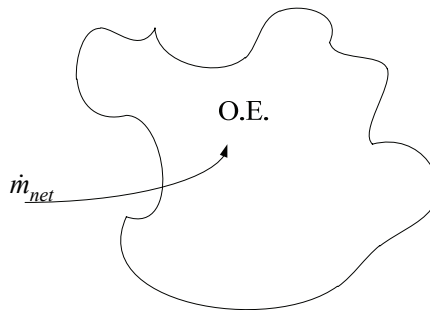
1.5. Υδραυλική χωρητικότητα – αδράνεια - αντίσταση

Τα παθητικά στοιχεία που χαρακτηρίζουν ένα ρευστό είναι η υδραυλική χωρητικότητα, η υδραυλική αδράνεια και η υδραυλική αντίσταση. Η υδραυλική χωρητικότητα είναι η σχέση που συνδέει την αποθήκευση ενέργειας ενός ρευστού σε σχέση με την πίεση. Η υδραυλική αδράνεια χαρακτηρίζει την αδράνεια ενός ρευστού και η υδραυλική αντίσταση είναι η αντίσταση που συναντά το ρευστό στην κίνηση του σε βαλβίδες ή σε σωλήνες με διαφορετικές διατομές.

1.5.1. Υδραυλική χωρητικότητα

Η υδραυλική χωρητικότητα είναι ένα υδραυλικό μέγεθος που σχετίζεται με την αποθήκευση ενέργειας. Ορίζεται ως ο λόγος της μεταβολής του όγκου του ρευστού σε μια υδραυλική διάταξη προς την μεταβολή της πίεσης. Για τον υπολογισμό της υδραυλικής χωρητικότητας είναι αναγκαίο να παραχθεί η σχέση της πίεσης με τη ροή στη συγκεκριμένη διάταξη.

Έστω ο όγκος ελέγχου που παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.10.



Σχήμα 1.10. Όγκος ελέγχου

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της συνέχειας (1.25) στον όγκο ελέγχου του Σχήματος 1.10 προκύπτει η εξίσωση

$$\sum W_{in} - \sum W_{out} = g \frac{d(m_{cv})}{dt} \quad (1.44)$$

όπου m_{cv} η μάζα του όγκου ελέγχου. Χρησιμοποιώντας τη σχέση (1.23) η εξίσωση (1.44) λαμβάνει τη μορφή

$$\rho Q_{net} = \frac{d(m_{cv})}{dt} = \frac{d(\rho_{cv} V_{cv})}{dt} \quad (1.45)$$

όπου Q_{net} ή καθαρή παροχή όγκου του ρευστού, δηλαδή η συνολική παροχή όγκου που εισέρχεται μείον την συνολική παροχή όγκου που εξέρχεται από τον όγκο ελέγχου, ρ_{cv} , V_{cv} είναι η πυκνότητα και ο όγκος του ρευστού που βρίσκεται μέσα στον όγκο ελέγχου, αντίστοιχα και ρ η πυκνότητα του ρευστού έξω από τον όγκο ελέγχου. Η σχέση (1.45) μπορεί να γραφεί ισοδύναμα

$$\rho Q_{net} = \rho_{oe} \frac{dV_{oe}}{dt} + V_{oe} \frac{d\rho_{oe}}{dt} \quad (1.46)$$

Εάν η πυκνότητα του εισερχόμενου, εξερχόμενου και του ρευστού μέσα στον όγκο ελέγχου είναι ρ (ασυμπίεστο ρευστό) και χρησιμοποιώντας τον ορισμό του bulk modulus $\beta = \rho_0 \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_{T_0}$ η εξίσωση (1.46) γίνεται

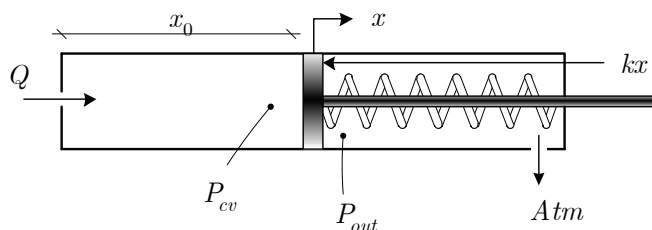
$$Q_{net} = \frac{dV_{cv}}{dt} + \frac{V_{cv}}{\beta} \frac{dP_{cv}}{dt} \quad (1.47)$$

Εάν ο όγκος V είναι σταθερός τότε η παραπάνω εξίσωση λαμβάνει τη μορφή (σχέση ροής-πίεσης)

$$Q = \frac{V}{\beta} \dot{P}_{cv} \quad (1.48)$$

Στην σχέση (1.48) η ποσότητα $C_f = \frac{V}{\beta}$ ονομάζεται χωρητικότητα ρευστού.

Παράδειγμα 1.6. Έστω ένα έμβολο τοποθετημένο σε έναν κύλινδρο όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 1.11. Να υπολογιστεί η υδραυλική χωρητικότητα του συστήματος.



Σχήμα 1.11. Κύλινδρος – Έμβολο με ελατήριο

Λύση:

Η εφαρμογή της εξίσωσης συνέχειας στον παραπάνω όγκο δίνει τη σχέση

$$Q_{net} = \frac{dV_{cv}}{dt} + \frac{V_{cv}}{\beta} \frac{dP_{cv}}{dt} \quad (1.49)$$

Ο όγκος του ρευστού μέσα στον κύλινδρο είναι $V_{cv}(t) = A(x_0 + x(t))$ όπου A η επιφάνεια του εμβόλου. Επομένως η σχέση (1.49) γίνεται

$$Q_{net} = A \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V_{cv}}{\beta} \frac{dP_{cv}}{dt} \quad (1.50)$$

Η δύναμη που ασκείται στην επιφάνεια A του εμβόλου είναι $F = A\delta P - kx = 0$ (έμβολο ακίνητο) όπου $\delta P = P_{cv} - P_{out}$, οπότε $\dot{x} = \frac{A}{k} \delta \dot{P} = \frac{A}{k} (\dot{P}_{cv} - \dot{P}_{out})$. Αντικαθιστώντας τις προηγούμενες σχέσεις στην εξίσωση (1.50) και επειδή $P_{out} = P_{atm} = 0$ λαμβάνεται η τελική μορφή της εξίσωσης της συνέχειας για το δυναμικό σύστημα κύλινδρος – έμβολο – ελατήριο

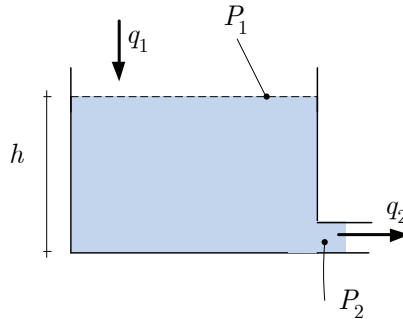
$$Q_{net} = \left(\frac{V}{\beta} + \frac{A^2}{k} \right) \dot{P}_{cv}(t) \quad (1.51)$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η υδραυλική χωρητικότητα της διάταξης είναι

$$C_f = \frac{V}{\beta} + \frac{A^2}{k} \quad (1.52)$$

◇

Παράδειγμα 1.7. Έστω η υδραυλική διάταξη που φαίνεται στο Σχήμα 1.12. Να υπολογιστεί η υδραυλική χωρητικότητα του συστήματος.



Σχήμα 1.12. Υδραυλική διάταξη με δεξαμενή

Λύση:

Εάν η εισερχόμενη ροή στη δεξαμενή είναι q_1 και η εξερχόμενη ροή από τη δεξαμενή είναι q_2 , ισχύει ότι

$$q_1 - q_2 = \frac{dV}{dt} \quad (1.53)$$

όπου $V = Ah$ είναι ο όγκος του νερού στη δεξαμενή, A η επιφάνεια της δεξαμενής του ρευστού, και h το ύψος του νερού. Σύμφωνα με τη σχέση (1.6) ισχύει ότι $P = h\rho g$ όπου ρ η πυκνότητα του ρευστού και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις στη σχέση (1.53) λαμβάνεται η ακόλουθη σχέση πίεσης-ροής για το σύστημα της δεξαμενής

$$q_1 - q_2 = A \frac{dh}{dt} = \frac{A}{\rho g} \frac{dP}{dt} \quad (1.54)$$

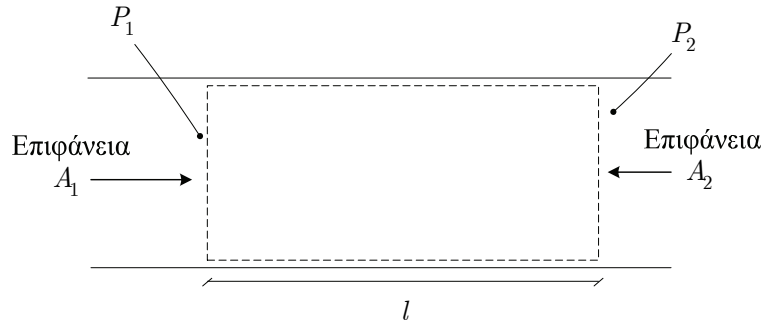
Η σταθερά $C = \frac{A}{\rho g}$ είναι η χωρητικότητα της υδραυλικής διάταξης.

◇

1.5.2. Υδραυλική αδράνεια

Η υδραυλική αδράνεια οφείλεται στην αδράνεια που παρουσιάζει ένα ρευστό στις μεταβολές της ταχύτητας του. Ορίζεται ως ο λόγος της διαφοράς πίεσης προς την ταχύτητα μεταβολής της ροής.

Έστω μια μονοδιάστατη ροή ενός μη συμπιεστού ρευστού σε αγωγό που παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.13. Έστω ένας όγκος ελέγχου V_{cv} με σταθερό μήκος l , μάζα m_{cv} και πυκνότητα ρ που κινείται σε έναν αγωγό με σταθερή ταχύτητα u_{cv} .



Σχήμα 1.13. Όγκος ρευστού σε αγωγό ροής

Η εφαρμογή της εξίσωσης συνέχειας στον παραπάνω όγκο δίνει

$$\sum F_{cv} = \frac{d(m_{cv}u_{cv})}{dt} = m_{cv} \frac{du_{cv}}{dt} + u_{cv} \frac{dm_{cv}}{dt} \quad (1.55)$$

Οι δυνάμεις που εξασκούνται στον όγκο ελέγχου οφείλονται στις πιέσεις P_1 και P_2 και είναι

$$\sum F_{cv} = P_1 A_1 - P_2 A_2 \quad (1.56)$$

Έστω ότι το αγωγό είναι σταθερής επιφάνειας, δηλαδή $A_1 = A_2 = A$. Επειδή το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο

η μάζα παραμένει σταθερή, δηλαδή ισχύει $\frac{dm_{cv}}{dt} = 0$. Σύμφωνα με τη σχέση (1.1) ισχύει

$$m_{cv} = V_{cv} \rho = l A \rho \quad (1.57)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (1.56) και (1.57) στη σχέση (1.55) λαμβάνεται η ακόλουθη εξίσωση

$$\delta P A = l A \rho \frac{du_{cv}}{dt} \quad (1.58)$$

όπου $\delta P = P_1 - P_2$. Επειδή η παροχή όγκου εκφράζεται με τη σχέση $Q = u_{cv} A$ τότε ισχύει ότι

$$\delta P = I \frac{dQ}{dt} \quad (1.59)$$

Η σταθερά $I = \frac{l \rho}{A}$ συμβολίζει την αδράνεια του ρευστού.

◇

1.5.3. Υδραυλική αντίσταση

Η υδραυλική αντίσταση είναι η αντίσταση που συναντά το ρευστό κατά την κίνηση του σε αγωγούς. Εκφράζει το λόγο της διαφοράς πίεσης προς την παροχή όγκου. Η υδραυλική αντίσταση εξαρτάται από τη μορφή της ροής του ρευστού. Για στρωτή ροή η σχέση της διαφοράς πίεσης με την παροχή είναι γραμμική, δηλαδή ισχύει ότι

$$\delta P = R_l Q \quad (1.60)$$

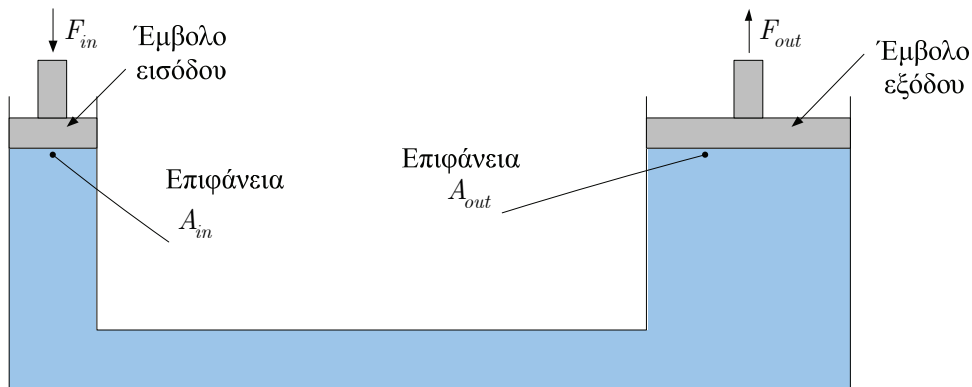
όπου R είναι η υδραυλική αντίσταση. Για τυρβώδη ροή η σχέση είναι

$$\delta P = R_l Q |Q| \quad (1.61)$$

1.6. Εφαρμογές

1.6.1. Υδραυλικά ανυψωτικά συστήματα

Μια σημαντική ιδιότητα των ρευστών είναι ο πολλαπλασιασμός μιας δύναμης χρησιμοποιώντας μια υδραυλική διάταξη με διαφορετικές επιφάνειες εφαρμογής της δύναμης. Έστω ότι οι επιφάνειες εφαρμογής της δύναμης είναι δύο (βλ. Σχήμα 1.14) και ότι στην πρώτη (αριστερά) εφαρμόζεται η δύναμη εισόδου ενώ στη δεύτερη (δεξιά) δημιουργείται η δύναμη εξόδου της διάταξης.



Σχήμα 1.14. Υδραυλικό ανυψωτικό σύστημα

Εφαρμόζοντας στην είσοδο μια δύναμη F_{in} η πίεση που ασκεί το έμβολο εισόδου στο ρευστό είναι $P_{in} = \frac{F_{in}}{A_{in}}$. Η πίεση αυτή μεταφέρεται αναλλοίωτη (σύμφωνα με το νόμο του Pascal) σε όλες τις επιφάνειες του κλειστού κυκλώματος και επομένως $P_{out} = \frac{F_{out}}{A_{out}} = P_{in}$. Συνδυάζοντας τις παραπάνω δύο σχέσεις προκύπτει ο λόγος των δυνάμεων εισόδου και εξόδου ως ακολούθως

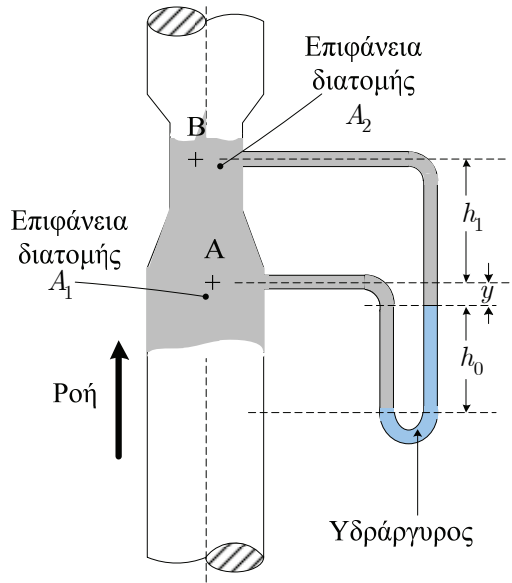
$$F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in} \quad (1.62)$$

Έστω ότι η διάμετρος των εμβόλων εισόδου και εξόδου είναι d_{in} και d_{out} αντίστοιχα. Επειδή $A_{out} = \frac{\pi d_{out}^2}{4}$ και $A_{in} = \frac{\pi d_{in}^2}{4}$, τότε η σχέση (1.62) λαμβάνει τη μορφή

$$F_{out} = \frac{d_{out}^2}{d_{in}^2} F_{in} \quad (1.63)$$

1.6.2. Σύστημα μέτρησης παροχής όγκου

Για την μέτρηση της παροχής όγκου σε έναν αγωγό χρησιμοποιείται η διάταξη του Σχήματος 1.15. Στον αγωγό ροής προσαρμόζεται ένα υδραργυρικό μανόμετρο τύπου U. Ζητούμενο είναι να υπολογιστεί η παροχή όγκου στο σημείο A.



Σχήμα 1.15. Όγκος ρευστού σε αγωγό ροής

Έστω P_A και u_A είναι η πίεση και η ταχύτητα του ρευστού στο σημείο A. Έστω P_B και u_B είναι η πίεση και η ταχύτητα του ρευστού στο σημείο B. Έστω γ είναι το ειδικό βάρος του ρευστού. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Bernoulli στα σημεία A και B του σχήματος προκύπτει η σχέση

$$\frac{P_A}{\gamma} + z_A + \frac{u_A^2}{2g} = \frac{P_B}{\gamma} + z_B + \frac{u_B^2}{2g} \quad (1.64)$$

όπου z_A και z_B είναι οι αποστάσεις των σημείων A και B από το επίπεδο αναφοράς. Σύμφωνα με τη θεμελιώδη αρχή της υδροστατικής “η πίεση που ασκείται από το υγρό σε ένα σημείο του που βρίσκεται σε συγκεκριμένο βάθος, ισούται με το γινόμενο της πυκνότητας του υγρού, της επιτάχυνσης της βαρύτητας και του βάθους από την επιφάνεια του υγρού”, και του νόμου του Pascal “η πίεση που δημιουργεί ένα εξωτερικό αίτιο σε κάποιο σημείο του υγρού μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του υγρού” για την διαφορά πίεσης μεταξύ των δυο σημείων ισχύει

$$P_A + \rho g(h_0 + y) = P_B + \rho g(h_1 + y) + \rho_m g h_0 \quad (1.65)$$

όπου ρ η πυκνότητα του ρευστού στον σωλήνα και ρ_g η πυκνότητα του υδραργύρου και y η απόσταση του σημείου A από το ύψος του υδραργύρου. Η σχέση (1.65) μπορεί να γραφεί ισοδύναμα:

$$P_A - P_B = \rho g(h_1 - h_0) + \rho_m g h_0 \quad (1.66)$$

Αντικαθιστώντας την (1.66) στη σχέση (1.64) και επειδή $\gamma = \rho g$, προκύπτει η εξίσωση

$$u_B^2 - u_A^2 = 2h_0 g(\rho_m - \rho) \quad (1.67)$$

Επειδή η ροή παραμένει σταθερή και στα δυο σημεία ισχύει ότι

$$Q_A = u_A A_1 = Q_B = u_B A_2 \quad (1.68)$$

όπου A_1 και A_2 είναι η επιφάνεια του σωλήνα στα σημεία A και B αντίστοιχα. Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1.67) και (1.68) οι ταχύτητες του ρευστού στα δυο σημεία είναι

$$u_B = \sqrt{\frac{2A_1^2 h_0 g(\rho_m - \rho)}{(A_1^2 - A_2^2)\rho}} \quad (1.69)$$

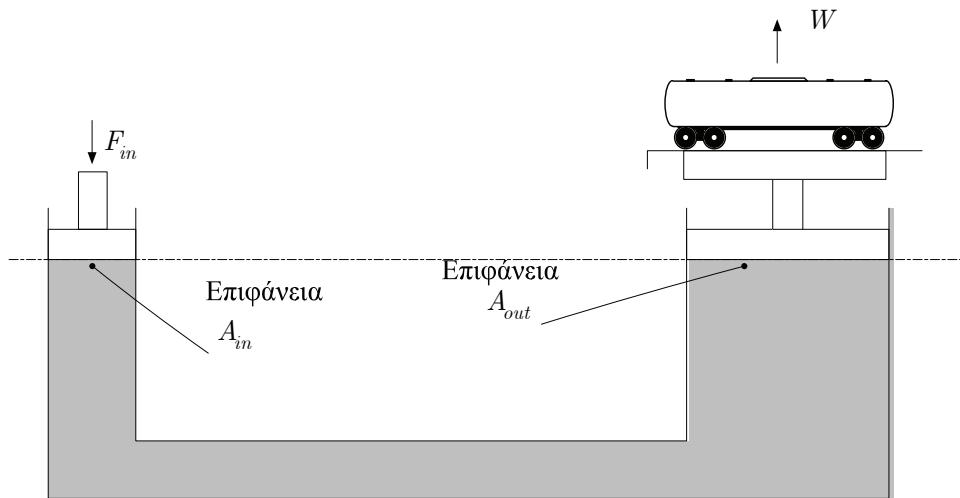
$$u_A = \sqrt{\frac{2A_2^2 h_0 g(\rho_m - \rho)}{(A_1^2 - A_2^2)\rho}} \quad (1.70)$$

Επομένως σύμφωνα με τη σχέση (1.68) η παροχή όγκου στο σωλήνα θα είναι

$$Q_A = Q_B = A_1 A_2 \sqrt{\frac{2h_0 g (\rho_m - \rho)}{(A_1^2 - A_2^2) \rho}} \quad (1.71)$$

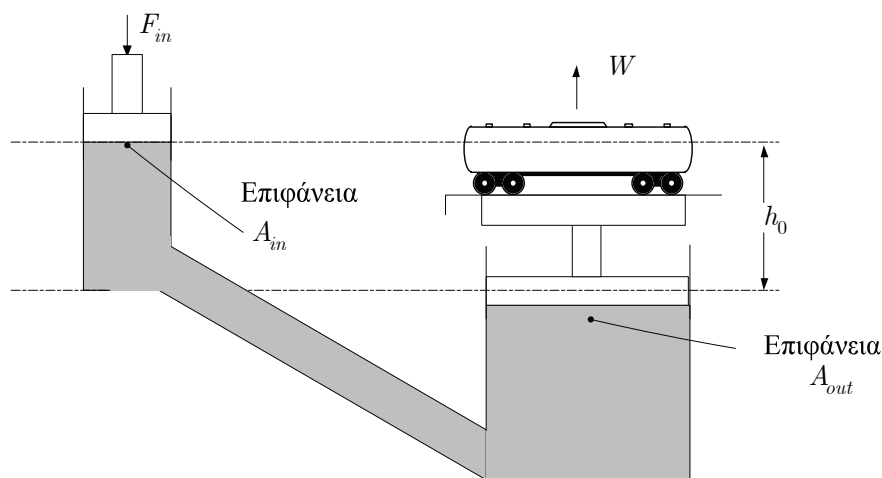
1.7. Ασκήσεις

1. Στη ανυψωτική διάταξη του σχήματος στο μικρό έμβολο εφαρμόζεται δύναμη $F_{in} = 500N$. Αν η επιφάνεια του μικρού εμβόλου είναι $A_m = 0.2m^2$ και η επιφάνεια του μεγάλου εμβόλου είναι $A_{out} = 2m^2$ να υπολογιστεί τι βάρος πρέπει να έχει το όχημα ώστε να μπορεί η διάταξη να το σηκώσει.



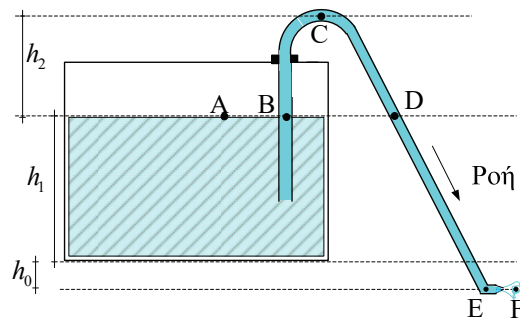
Σχήμα 1.16. Ανυψωτική διάταξη (1)

2. Στη ανυψωτική διάταξη του σχήματος στο μικρό έμβολο εφαρμόζεται δύναμη $F_{in} = 450N$. Αν η επιφάνεια του μικρού εμβόλου είναι $A_m = 0.1m^2$ και η επιφάνεια του μεγάλου εμβόλου είναι $A_{out} = 5m^2$ η πυκνότητα του λαδιού στη διάταξη είναι $\rho = 900Kg / m^3$ και το μεγάλο έμβολο βρίσκεται χαμηλότερα από το μικρό σε ύψος $h_0 = 0.80m$, να υπολογιστεί τι βάρος πρέπει να έχει το όχημα ώστε να μπορεί η διάταξη να το σηκώσει



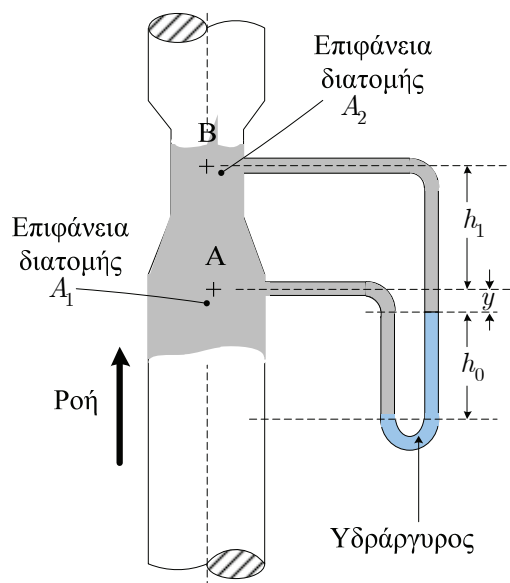
Σχήμα 1.17. Ανυψωτική διάταξη (2)

3. Να υπολογιστούν οι πιέσεις στα σημεία A,B,C,D,E και F για τη δεξαμενή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.18 όταν $h_2 = 0,6m$ $h_1 = 2m$, $h_0 = 0,5m$ και η διάμετρος του σωλήνα στο σημείο F είναι $D_T = 0,20m$.



Σχήμα 1.18. Δεξαμενή

4. Έστω η διάταξη που παρουσιάζεται στο σχήμα 1.19. Στο σωλήνα υπάρχει νερό με πυκνότητα $\rho = 1000(Kg / m^3)$ και στη διάταξη U υπάρχει υδράργυρος με πυκνότητα $13600Kg / m^3$. Εάν $h_1 = 0,6m$ $h_0 = 0.5m$, $A_1 = 0.02(m^2)$ και $A_2 = 0.08(m^2)$ να υπολογιστεί η διαφορά πίεσης μεταξύ των σημείων A και B καθώς και η παροχή του νερού στον σωλήνα.



Σχήμα 1.19. Υδραυλική διάταξη

Βιβλιογραφία/Αναφορές

- [1] H. E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1967
- [2] R. L. Woods and K. L. Lawrence, *Modeling and Simulation of Dynamical Systems*, Prentice Hall Inc., 1997
- [3] N. Manring, *Hydraulic Control Systems*, Wiley, 2005
- [4] A. Akers, M. Gassman and R. Smith, *Hydraulic Power System Analysis*, Taylor & Francis, 2006
- [5] W. Durfee and Z. Sun, *Fluid Power System Dynamics*, A National Science Foundation Engineering Research Center, 2009
- [6] *Formula Book for Hydraulics and Pneumatics*, Fluid and Mechanical Engineering Systems, Department of Management and Engineering, Linköping University, 2008
- [7] H. Martin, *The Design of Hydraulic Components and Systems*, Ellis Horwood, London, 1995
- [8] A. A. Parr, *Hydraulics and Pneumatics*, Elsevier Science & Technology Books, 1999
- [9] Θ. Ν. Κωστόπουλος, *Υδραυλικά και πνευματικά συστήματα*, Εκδόσεις Συμμεών, 2009
- [10] Ν. Πανταζής, *Υδραυλικά συστήματα αυτομάτου ελέγχου*, Εκδόσεις Ίων, 2001

Κεφάλαιο 2

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα βασικά δομικά χαρακτηριστικά των υδραυλικών κινητήρων και των υδραυλικών αντλιών. Παρουσιάζονται αναλυτικά μαθηματικά μοντέλα υδραυλικών αντλιών και κινητήρων. Μεγέθη όπως η ογκομετρική μετατόπιση και ο βαθμός απόδοσης των υδραυλικών κινητήρων και των αντλιών, μελετώνται αναλυτικά. Στόχος του κεφαλαίου είναι να κατανοήσει ο αναγνώστης τα συστημικά χαρακτηριστικά των βασικών υδραυλικών δομών ενέργειας. Το παρόν κεφάλαιο δομείται ως ακολούθως: Βασικές δομές υδραυλικών αντλιών και κινητήρων, Μαθηματικά μοντέλα υδραυλικών αντλιών, Μαθηματικά μοντέλα υδραυλικών κινητήρων, Εφαρμογές, Ασκήσεις.

Προ απαιτούμενη γνώση

Η ύλη του Κεφαλαίου 1

2. Υδραυλικές αντλίες – κινητήρες

Οι υδραυλικές αντλίες χρησιμοποιούνται για την μετατροπή της μηχανικής ενέργειας σε υδραυλική ενέργεια. Οι υδραυλικοί κινητήρες χρησιμοποιούνται για τη μετατροπή της υδραυλικής ενέργειας σε μηχανική ενέργεια. Στις υδραυλικές αντλίες εισάγεται ρευστό στην αντλία. Το ρευστό απομονώνεται με μηχανικό τρόπο από το ρευστό της εισόδου. Ο όγκος του ρευστού αυξάνεται μέσω ενός περιστροφικού ή γραμμικού μηχανισμού και στη συνέχεια οδηγείται στην έξοδο παράγοντας μια σχετικά ομαλή και συνεχή ροή εξόδου. Στους υδραυλικούς κινητήρες το ρευστό που εισάγεται στον κινητήρα προκαλεί την περιστροφή ενός μηχανικού τμήματος με αποτέλεσμα την παραγωγή μηχανικής ενέργειας. Τα υδραυλικά συστήματα μετατροπής της ενέργειας έχουν ικανοποιητική απόδοση και βρίσκουν ευρεία εφαρμογή στον σχεδιασμό συστημάτων αυτομάτου ελέγχου.

2.1. Βασικές δομές υδραυλικών αντλιών και κινητήρων

Η μηχανική ενέργεια ενός ηλεκτρικού κινητήρα μεταφέρεται στην υδραυλική αντλία και έτσι δημιουργείται κενό. Η δημιουργία του κενού εξαναγκάζει το ρευστό να κινηθεί στο εσωτερικό της αντλίας. Η παραγόμενη ροή οδηγείται σε άλλα υδραυλικά στοιχεία που έπονται της αντλίας. Οι αντλίες κατηγοριοποιούνται ανάλογα με τη βασική τους λειτουργία σε υδροδυναμικές αντλίες και αντλίες θετικής μετατόπισης (υδροστατικές αντλίες). Επίσης μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ανάλογα με την παραγωγή του ρευστού στην έξοδο τους σε δυο κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τις αντλίες σταθερής παροχής ενώ η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει τις αντλίες μεταβλητής παροχής. Τέλος οι αντλίες μπορούν να κατηγοριοποιηθούν, ανάλογα με τον τρόπο κίνησης στο εσωτερικό της αντλίας, σε περιστροφικές αντλίες και σε παλινδρομικές εμβολοφόρες αντλίες. Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιαστεί η μαθηματική ανάλυση αντλιών και κινητήρων [1]-[14].

2.1.1. Μαθηματική ανάλυση ιδανικών αντλιών και κινητήρων

Σε μια ιδανική αντλία ή σε έναν ιδανικό κινητήρα δεν λαμβάνονται υπόψη οι απώλειες ισχύος λόγω τριβών και διαρροών στα μηχανικά μέρη τους. Οι υδραυλικές αντλίες καταναλώνουν ενέργεια και οι υδραυλικοί κινητήρες παράγουν ενέργεια.

Η μηχανική ισχύς που παράγεται από τον ηλεκτρικό κινητήρα ή καταναλώνεται σε αυτόν ισούται με την υδραυλική ισχύ που εξέρχεται από την αντλία ή εισέρχεται στον υδραυλικό κινητήρα. Πιο αναλυτικά η παραγόμενη μηχανική ισχύς δίνεται από τη σχέση

$$P_i = T_i \dot{\theta}_i \quad (2.1)$$

όπου $i = p$ όταν περιγράφεται μια αντλία και $i = m$ όταν περιγράφεται ένας υδραυλικός κινητήρας. Η μεταβλητή $\dot{\theta}_i$ είναι η ταχύτητα περιστροφής του άξονα του κινητού μέρους του συστήματος (rad / sec) και

T_i η ροπή του (mN). Η υδραυλική ισχύς που παράγεται στον υδραυλικό κινητήρα ή καταναλώνεται στην αντλία είναι

$$P_h = P_L Q_i \quad (2.2)$$

όπου P_L (Pa) είναι η διαφορά πίεσης στα άκρα της αντλίας ή του υδραυλικού κινητήρα και Q_i (m^3 / sec) είναι η ροή του ρευστού στην αντλία ή στον υδραυλικό κινητήρα.

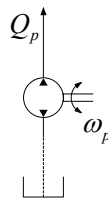
Θεωρώντας ότι το υδραυλικό σύστημα είναι ιδανικό (100% απόδοση), οι σχέσεις (2.1) και (2.2) οδηγούν στη σχέση

$$T_i \dot{\theta}_i = P_L Q_i \quad (2.3)$$

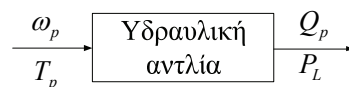
Η παραπάνω σχέση είναι η θεμελιώδης σχέση που περιγράφει την λειτουργία ενός υδραυλικού κινητήρα ή μιας υδραυλικής αντλίας. Η ποσότητα $D_i = \frac{Q_i}{\dot{\theta}_i}$ (m^3 / rad) καλείται συντελεστής ιδανικής ογκομετρικής μετατόπισης.

2.1.2. Μαθηματική ανάλυση υδραυλικών αντλιών

Οι αντλίες είναι υδραυλικά συστήματα που μετατρέπουν τη μηχανική ενέργεια σε υδραυλική ενέργεια. Σε αυτήν την ενότητα θα μοντελοποιηθούν αντλίες θετικής μετατόπισης. Οι αντλίες αυτές μοντελοποιούνται ως πηγές ροής γιατί μετατοπίζουν το ρευστό με έμβολα, περύγια ή γρανάζια. Η σχηματική παράσταση μιας αντλίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1. Στη θεωρία συστημάτων η αντλία θεωρείται ως σύστημα με είσοδο τη γωνιακή ταχύτητα ω_p ή και τη ροπή T_p του ηλεκτρικού κινητήρα και έξοδο τη ροή του ρευστού Q_p ή και τη διαφορά πίεσης P_L . Ένα χονδρικό διάγραμμα της συστημικής προσέγγισης της αντλίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.2. Η παραγόμενη ροή στην έξοδο είναι ανάλογη της μετατόπισης. Η παραγόμενη διαφορά πίεσης στα άκρα της εξόδου εξαρτάται από την αντίσταση του ρευστού να κινηθεί στο επόμενο υδραυλικό σύστημα.



Σχήμα 2.1. Σχηματική αναπαράσταση αντλίας



Σχήμα 2.2. Συστημική αναπαράσταση αντλίας

Σε ιδανικές συνθήκες, δηλαδή χωρίς απώλεια ρευστού, η ροή στην έξοδο μιας αντλίας σταθερής μετατόπισης, δίνεται από την σχέση

$$Q_{p,theor} = \omega_p D_p \quad (2.4)$$

όπου, όπως ήδη αναφέρθηκε, D_p είναι η ογκομετρική μετατόπιση της αντλίας η οποία μετράται σε (m^3 / rad) και ω_p είναι η γωνιακή ταχύτητα του άξονα του κινητήρα η οποία μετράται σε (rad / sec). Η ροή που εκφράζεται από τη σχέση (2.4) καλείται θεωρητική ροή. Αν ληφθούν υπόψη οι απώλειες, στο εσωτερικό της αντλίας η πραγματική ροή εξόδου δίνεται από τον τύπο

$$Q_{p,real} = \omega_p D_p - Q_L \quad (2.5)$$

όπου Q_L είναι η ροή των απωλειών ρευστού (λόγω διαρροής) στην αντλία και μετράται σε (m^3 / sec). Η ροή απωλειών Q_L αν θεωρηθεί ως στρωτή ροή ρευστού τότε είναι ανάλογη της διαφοράς πίεσης που αναπτύσσεται στην έξοδο της αντλίας, δηλαδή, ισχύει ότι

$$Q_L = k_L P_L \quad (2.6)$$

όπου P_L είναι η διαφορά πίεσης στην έξοδο της αντλίας και μετράται σε (Nm) και όπου k_L είναι ο συντελεστής διαρροής και μετράται σε ($m^2 / sec / N$). Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2.5) και (2.6) η πραγματική ροή εξόδου της αντλίας λαμβάνει τη μορφή

$$Q_{p,real} = \omega_p D_p - k_L P_L \quad (2.7)$$

Ο λόγος της πραγματικής ροής ως προς τη θεωρητική ροή ονομάζεται συντελεστής απόδοσης της ροής της αντλίας ο οποίος ορίζεται ως ακολούθως

$$\eta_{vol} = \frac{Q_{p,real}}{Q_{p,theor}} \quad (2.8)$$

Η σχέση που περιγράφει τη σχέση της ροπής του ηλεκτρικού κινητήρα με την παραγόμενη θεωρητική ροή είναι η ακόλουθη

$$T_{p,theor} = D_p P_L \quad (2.9)$$

Αν υπάρχουν μηχανικές απώλειες εσωτερικά στον κινητήρα η ροπή που προσφέρεται στη αντλία είναι μεγαλύτερη από την ιδανική θεωρητική ροπή σύμφωνα και εκφράζεται από τον τύπο

$$T_{p,real} = D_p P_L + T_{loss} \quad (2.10)$$

όπου T_{loss} η ροπή που αντιστοιχεί σε τριβές στα μηχανικά μέρη του κινητήρα. Στην περίπτωση που οι τριβές είναι τριβές απόσβεσης σε σχέση με τις στροφές του ηλεκτρικού κινητήρα τότε η ροπή T_{loss} δίνεται από την σχέση

$$T_{loss} = b \omega_p \quad (2.11)$$

όπου b ($Nmsec / rad$) είναι ο συντελεστής απόσβεσης. Συνδυάζοντας τις σχέσεις (2.10) και (2.11) η πραγματική απαιτούμενη ροπή του άξονα του κινητήρα είναι

$$T_{p,real} = D_p P_L + b \omega_p \quad (2.12)$$

Οι διαφοροποιήσεις της πραγματικής και της θεωρητικής ροπής εκφράζονται με τον συντελεστή απόδοσης της ροπής που ορίζεται από τη σχέση

$$\eta_{torque} = \frac{T_{p,theor}}{T_{p,real}} \quad (2.13)$$

Ο συνολικός βαθμός απόδοσης της αντλίας ορίζεται ως λόγος της ισχύος εξόδου προς την ισχύ της εισόδου ως ακολούθως

$$\eta_p = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{Q_{p,real} P_L}{T_{p,real} \omega_m} = \frac{\eta_{vol} \eta_{torque} Q_{p,theor} P_L}{T_{p,theor} \omega_m} = \eta_{vol} \eta_{torque} \quad (2.14)$$

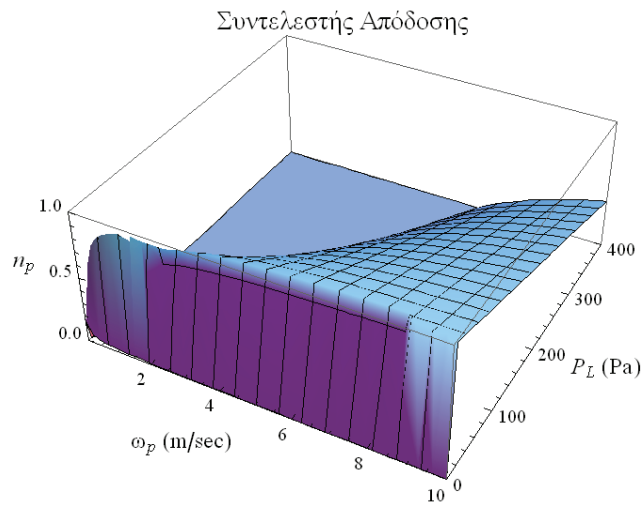
Παράδειγμα 2.1. Έστω μια περιστροφική αντλία με ογκομετρική μετατόπιση $D_p = 6,37 (m^3 / rad)$, συντελεστή απόσβεσης $b = 0,01 (Nmsec / rad)$ και συντελεστή διαρροής $k_L = 0,1 (m^2 / sec / N)$. Να υλοποιηθεί διάγραμμα του συνολικού βαθμού απόδοσης της αντλίας σε σχέση με την πίεση εξόδου και την γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα.

Λύση:

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (2.14), (2.13) και (2.8) ο συνολικός βαθμός απόδοσης της αντλίας εκφράζεται ως ακολούθως

$$\eta_p = \eta_{vol} \eta_{torque} = \frac{(D_p P_L)(\omega_p D_p - k_L P_L)}{(D_p P_L + b \omega_p)(\omega_p D_p)} \quad (2.15)$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα του Παραδείγματος στη σχέση (2.15) παράγεται το ακόλουθο τρισδιάστατο γράφημα



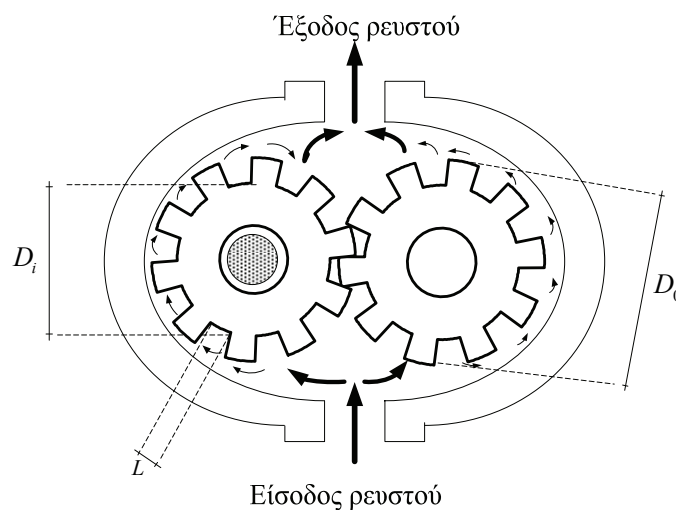
Σχήμα 2.3. Ο Συντελεστής απόδοσης αντλίας ως προς τη γωνιακή ταχύτητα και την πίεση εξόδου

Σύμφωνα με το παραπάνω γράφημα ο συντελεστής απόδοσης πλησιάζει την μονάδα (ιδανική αντλία) όταν η πίεση στην έξοδο της αντλίας είναι κοντά στο μηδέν ή όταν η ταχύτητα του κινητήρα αυξάνει σημαντικά.

◇

2.1.3. Μαθηματική ανάλυση εξωτερικής αντλίας οδοντωτών τροχών

Οι εξωτερικές γραναζωτές αντλίες ή αντλίες οδοντωτών τροχών είναι αρκετά διαδεδομένες λόγω του χαμηλού κόστους τους, της υψηλής απόδοσής τους και του μεγάλου κύκλου ζωής τους. Αποτελούνται από δυο γρανάζια τα οποία κινούνται από έναν ηλεκτρικό κινητήρα. Το ρευστό οδηγείται από την είσοδο της αντλίας στη μηχανική διάταξη των δυο γραναζιών και παγιδεύεται στις κοιλότητες των γραναζιών. Με την κίνηση των γραναζιών το ρευστό περιστρέφεται με συγκεκριμένη ταχύτητα στην κοιλότητα της αντλίας και οδηγείται στην έξοδο της αντλίας. Το ρευστό εξέρχεται της αντλίας με σταθερή ροή. Αν στην έξοδο της αντλίας υπάρχει φορτίο τότε εξασκείται στα γρανάζια μια επιπλέον πίεση που αυξάνει τη μηχανική τριβή ελαττώνοντας την απόδοση της αντλίας.



Σχήμα 2.4. Εξωτερική γραναζωτή αντλία

Η μετατόπιση του όγκου του ρευστού ανά περιστροφή των γραναζιών, που μεταφέρεται στα εσωτερικά διαμερίσματα των γραναζιών συμβολίζεται ως V_D , μετράται σε (m^3 / rev) και δίνεται από τον τύπο

$$V_D = \frac{\pi}{4}(D_o^2 - D_i^2)L \quad (2.16)$$

όπου D_o είναι η εξωτερική διάμετρος του δοντιού των γραναζιών, D_i είναι η εσωτερική διάμετρος του δοντιού των γραναζιών και L είναι το μήκος των δοντιών των γραναζιών. Η ροή εξόδου της αντλίας δίνεται από τον τύπο

$$Q_p = V_D N \quad (2.17)$$

όπου N ο αριθμός στροφών του κινητήρα ανά λεπτό.

Παράδειγμα 2.2. Έστω μια αντλία με οδοντωτούς τροχούς με εσωτερική διάμετρο γραναζιών $0.05m$, εξωτερική διάμετρο γραναζιών $0.08m$ και μήκος δοντιών $0.02m$. Αν ο αριθμός των στροφών του κινητήρα ανά λεπτό είναι ίσος με 1000 να υπολογιστεί η ροή του ρευστού στην έξοδο της αντλίας.

Λύση:

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (2.16) αρχικά υπολογίζεται η μετατόπιση του όγκου του ρευστού

$$V_D = \frac{\pi}{4}(0.08^2 - 0.05^2)0.02 = 0.00006126 m^3 / rev = 0.00038491 m^3 / rad$$

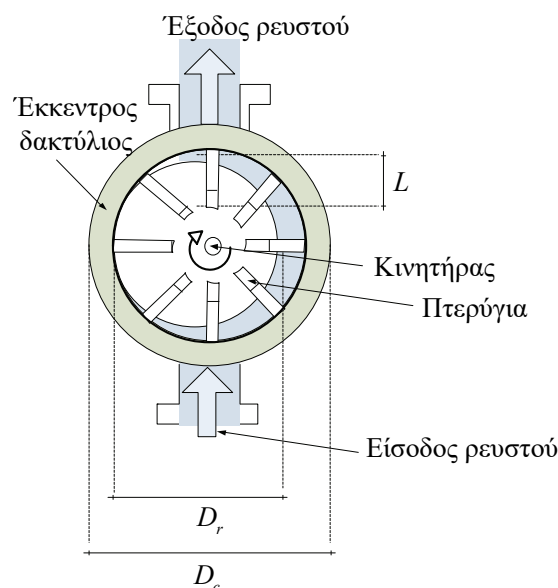
Χρησιμοποιώντας τη σχέση (2.17) η παραγόμενη ροή εξόδου της αντλίας υπολογίζεται ως ακολούθως

$$Q_p = 0.00006126 \times 1000 = 0.06126 m^3 / min$$

◇

2.1.4. Μαθηματική ανάλυση πτερυγωτής αντλίας

Το σχηματικό διάγραμμα μιας μη ισορροπημένης αντλίας με πτερύγια παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.5. Η αντλία αποτελείται από μια έκκεντρη επιφάνεια και έναν ρότορα. Ο ρότορας περιλαμβάνει σχισμές στις οποίες μπορεί να ολισθαίνουν τα πτερύγια τα οποία λόγω της φυγόκεντρης δύναμης που αναπτύσσεται με την περιστροφή του κινητήρα ωθούνται προς την εξωτερική επιφάνεια του δακτυλίου. Κατά τη διάρκεια της περιστροφής, στο χώρο που περικλείεται από τα πτερύγια, δημιουργείται κενό το οποίο καταλαμβάνεται από το ρευστό. Καθώς ο χώρος που περικλείεται μειώνεται, το υγρό ωθείται στην έξοδο της αντλίας διαμέσου των θυρίδων εκκενώσεως.



Σχήμα 2.5. Μη ισορροπημένη πτερυγωτή αντλία

Η μετατόπιση του όγκου του ρευστού ανά στροφή που μεταφέρεται στο εσωτερικά διαμερίσματα των πτερυγίων δίνεται από τον τύπο

$$V_D = \frac{\pi}{2}(D_c + D_r)eL \quad (2.18)$$

όπου D_c είναι η διάμετρος του έκκεντρου δακτυλίου, D_r είναι η διάμετρος του κινητήρα, L είναι το μήκος των πτερυγίων και e είναι η εκκεντρότητα της διάταξης.

Η ροή του ρευστού στην έξοδο της αντλίας δίνεται από τον τύπο

$$Q_p = V_D N = \frac{\pi}{2}(D_c + D_r)eLN \quad (2.19)$$

όπου N ο αριθμός στροφών του κινητήρα ανά λεπτό.

Παράδειγμα 2.3. Έστω μια μη ισοροπημένη αντλία με πτερύγια. Η διάμετρος του ρότορα είναι ίση με $0.05m$, η εξωτερική διάμετρος του ρότορα είναι ίση με $0.08m$ και το μήκος των πτερυγίων είναι ίσο με $0.02m$. Αν ο αριθμός στροφών του κινητήρα ανά λεπτό είναι ίσος με 1000 και η μετατόπιση του όγκου του ρευστού είναι $0.1 \times 10^{-3} (m^3 / rev)$, να υπολογιστεί η εκκεντρότητα της διάταξης και η ροή του ρευστού στην έξοδο της αντλίας.

Λύση:

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (2.18) αρχικά υπολογίζεται η εκκεντρότητα της διάταξης

$$e = \frac{V_D}{\frac{\pi}{2}(D_c + D_r)L} = \frac{0.1 \times 10^{-3}}{\frac{\pi}{2}(0.08 + 0.05)0.02} = 24.485 \times 10^{-3} (m / rev)$$

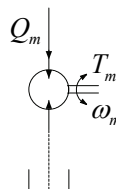
Χρησιμοποιώντας τη σχέση (2.19) η παραγόμενη ροή εξόδου υπολογίζεται ως εξής

$$Q_p = 24.485 \times 10^{-3} \times 1000 = 24.485 (m^3 / min)$$

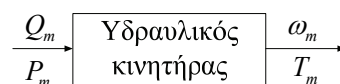
◇

2.1.5. Μαθηματικά μοντέλα υδραυλικών κινητήρων

Οι υδραυλικοί κινητήρες είναι περιστροφικοί ενεργοποιητές που μετατρέπουν την υδραυλική ισχύ σε περιστροφική ισχύ ή μετατρέπουν υδραυλική πίεση σε μηχανική ροπή. Η χρήση υδραυλικών κινητήρων είναι εξαιρετικά διαδεδομένη στην βιομηχανίας λόγω του ελέγχου της επιτάχυνσης ή επιβράδυνσης του άξονα του κινητήρα και της μεγάλης απόδοσης τους. Από την οπτική της θεωρίας συστημάτων ο υδραυλικός κινητήρας θεωρείται ως σύστημα με είσοδο τη ροή ρευστού ή και τη διαφορά πίεσης και έξοδο τη γωνιακή ταχύτητα ή και τη ροπή του κινητήρα. Στο Σχήμα 2.6 παρουσιάζεται σχηματικά ένας υδραυλικός κινητήρας. Στο Σχήμα 2.7 παρουσιάζεται η συστημική παρουσίαση ενός υδραυλικού κινητήρα σε χονδρικό διάγραμμα.



Σχήμα 2.6. Σχηματική αναπαράσταση υδραυλικού κινητήρα



Σχήμα 2.7. Συστημική αναπαράσταση υδραυλικού κινητήρα

Η θεωρητική ροπή στην έξοδο του κινητήρα δίνεται από τη σχέση

$$T_{m,theor} = P_m D_m \quad (2.20)$$

όπου P_m είναι η διαφορά πίεσης στην είσοδο του υδραυλικού κινητήρα και μετράται σε (N / m^2) , D_m είναι η ογκομετρική μετατόπιση του κινητήρα και μετράται σε (m^3 / rad) και ω_m είναι η γωνιακή ταχύτητα του άξονα του κινητήρα και μετράται σε (rad / sec) . Αν θεωρηθούν απώλειες λόγω τριβής στα μηχανικά μέρη του κινητήρα η πραγματική ροπή στην έξοδο του κινητήρα είναι:

$$T_{m,real} = P_m D_m - T_{loss} = \eta_m P_m D_m \quad (2.21)$$

όπου T_{loss} είναι η ροπή απωλειών και η_m είναι ο συντελεστής μηχανικής απόδοσης του κινητήρα. Η γωνιακή ταχύτητα του άξονα του κινητήρα δίνεται από τη σχέση:

$$\omega_{m,real} = \frac{Q_m - Q_L}{D_m} \quad (2.22)$$

όπου Q_m είναι η ροή εισόδου και Q_L είναι η ροή απωλειών.

Ο συνολικός συντελεστής απόδοσης του υδραυλικού κινητήρα δίνεται από τη σχέση

$$\eta_{m,total} = \frac{\tilde{P}_{out,mechanical}}{\tilde{P}_{in,hydraulic}} = \frac{T_{m,real} \omega_m}{P_m Q_{m,real}} \quad (2.23)$$

όπου $\tilde{P}_{in,hydraulic}$ είναι η υδραυλική ισχύς που μεταφέρεται στον κινητήρα και $\tilde{P}_{out,mechanical}$ είναι η μηχανική ισχύς που παράγεται από τον κινητήρα.

Παράδειγμα 2.5. Ένας ιδανικός υδραυλικός κινητήρας δέχεται σαν είσοδο ροή $80 m^3 / sec$ υπό πίεση $10 MPa$. Αν η γωνιακή ταχύτητα του άξονα του κινητήρα είναι $50 rad / sec$, να προσδιοριστεί η ογκομετρική μετατόπιση και η ροπή που παράγεται στην έξοδο του κινητήρα.

Λύση:

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (2.22) για $Q_L = 0$ (ιδανικός κινητήρας) αρχικά υπολογίζεται η ογκομετρική μετατόπιση του κινητήρα

$$D_m = \frac{Q_m}{\omega_m} = \frac{80}{50} (m^3 / rad) = 1,6 (m^3 / rad)$$

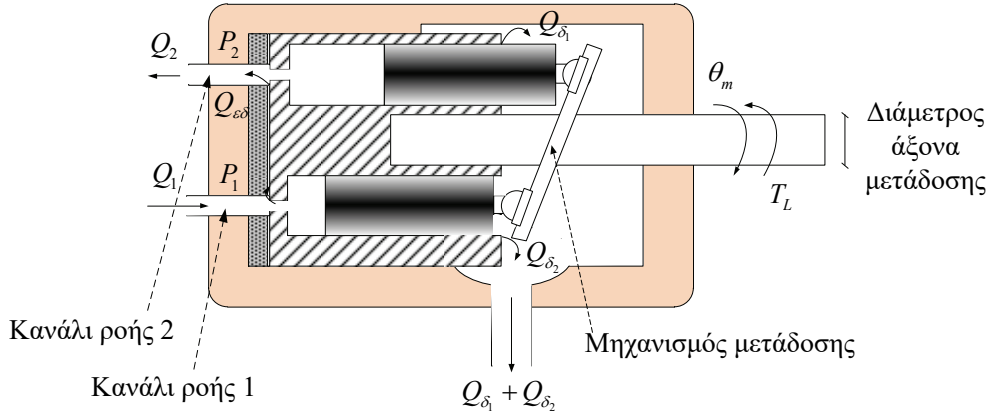
Χρησιμοποιώντας τη σχέση (2.20), η παραγόμενη ροπή υπολογίζεται ως ακολούθως

$$T_{m,theor} = 10000 \times 1,6 (Nm) = 16000 (Nm)$$

◇

2.1.6. Υδραυλικός κινητήρας θετικής σταθερής μετατόπισης

Οι μηχανές θετικής μετατόπισης αποτελούνται από ένα μηχανικό τμήμα (γρανάζι, έμβολο, πτερύγιο) στο οποίο δρα το ρευστό και μέσω ενός δεύτερου μηχανικού τμήματος (μηχανισμός μετάδοσης) μετατρέπεται σε ροπή ή δύναμη. Ο μηχανισμός μετάδοσης είναι στροφικός. Η ακτίνα στροφέα (ρότορα) καλείται ακτίνα μετάδοσης. Στο Σχήμα 2.8 παρουσιάζεται ένας υδραυλικός κινητήρας σταθερής μετατόπισης.



Σχήμα 2.8. Υδραυλικός κινητήρας σταθερής μετατόπισης αξονικού εμβόλου

Εάν η ροή βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση, οι εξισώσεις συνέχειας στα κανάλια ροής λαμβάνουν τη μορφή

$$Q_1 - Q_{\varepsilon\delta} - Q_{\delta_1} - Q_m = 0 \quad (2.24)$$

$$Q_L + Q_{\varepsilon\delta} - Q_{\delta_2} - Q_2 = 0 \quad (2.25)$$

όπου Q_1 είναι η ροή εισόδου, Q_2 είναι η ροή εξόδου, Q_m είναι η ροή που καταναλώνεται ή παράγεται στον κινητήρα, $Q_{\varepsilon\delta}$ είναι η εσωτερική διαρροή του ρευστού, Q_{δ_1} είναι η εξωτερική διαρροή του εμβόλου 1 και Q_{δ_2} είναι η εξωτερική διαρροή του εμβόλου 2.

Η εσωτερική διαρροή $Q_{\varepsilon\delta}$ είναι ανάλογη της διαφοράς πίεσης μεταξύ των δυο καναλιών ροής και δίνεται από τον τύπο

$$Q_{\varepsilon\delta} = C_{\varepsilon\delta} P_L \quad (2.26)$$

όπου $P_L = P_1 - P_2$. Ο συντελεστής $C_{\varepsilon\delta}$ συμβολίζει τον συντελεστή εσωτερικής διαρροής στο κανάλι εισόδου του κινητήρα και μετράται σε $\left(\frac{m^3}{Pa \text{ sec}}\right)$.

Οι εξωτερικές διαρροές των εμβόλων 1 και 2 είναι ανάλογες της πίεσης που ασκείται στα δυο έμβολα, και δίνονται από τους ακόλουθους τύπους

$$Q_{\delta_1} = C_{\delta} P_1 \quad (2.27)$$

$$Q_{\delta_2} = C_{\delta} P_2 \quad (2.28)$$

όπου C_{δ} συμβολίζει τον συντελεστή εξωτερικής διαρροής στους εσωτερικούς υδραυλικούς κυλίνδρους του κινητήρα και μετράτε σε $\left(\frac{m^3}{Pa \text{ sec}}\right)$.

Η ροή που καταναλώνεται ή παράγεται στον κινητήρα δίνεται από τον τύπο

$$Q_m = D_m \dot{\theta}_m \quad (2.29)$$

όπου D_m είναι ο συντελεστής της ιδανικής ογκομετρικής μετατόπισης του κινητήρα και μετράτε σε $\left(\frac{m}{rad}\right)$

και όπου $\dot{\theta}_m$ είναι η ταχύτητα περιστροφής του άξονα του κινητήρα και μετράται σε $\left(\frac{rad}{sec}\right)$.

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.26)-(2.28) στις σχέσεις (2.24) και (2.25), προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις

$$Q_1 - C_{\varepsilon\delta} (P_1 - P_2) - C_{\delta} P_1 - D_m \dot{\theta}_m = 0 \quad (2.30)$$

$$D_m \dot{\theta}_m + C_{\varepsilon\delta} (P_1 - P_2) - C_{\delta} P_2 - Q_2 = 0 \quad (2.31)$$

Αφαιρώντας τις εξισώσεις (2.30) και (2.31) προκύπτει η συνολική εξίσωση που εκφράζει τη σχέση της ροής και της διαφοράς πίεσης με την ταχύτητα περιστροφής του άξονα του κινητήρα:

$$\frac{Q_1 + Q_2}{2} + \left(\frac{C_\delta}{2} + C_{\varepsilon\delta} \right) P_L = D_m \dot{\theta}_m \quad (2.32)$$

Η ποσότητα $\frac{Q_1 + Q_2}{2}$ συμβολίζεται με Q_L και ονομάζεται ροή φορτίου. Άρα η σχέση (2.32) γράφεται ισοδύναμα ως εξής:

$$Q_L + \left(\frac{C_\delta}{2} + C_{\varepsilon\delta} \right) P_L = D_m \dot{\theta}_m \quad (2.33)$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει τη σχέση της ροής με τη διαφορά πίεσης και την ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα σε ένα υδραυλικό κινητήρα. Αναλύοντας της ροπές που εξασκούνται στον άξονα του κινητήρα λαμβάνεται η ακόλουθη σχέση της συνολικής ροπής:

$$T_L = T_m - T_d - T_f \quad (2.34)$$

όπου $T_m = D_m P_L$ είναι η ιδανική ροπή που παράγεται από την κίνηση του ρευστού, $T_d = B_m \dot{\theta}_m$ είναι η ροπή απόσβεσης στον κινητήρα που οφείλεται στα μηχανικά τμήματα του κινητήρα (με B_m συμβολίζεται ο συντελεστής απόσβεσης που μετράται σε $(m - N - sec)$) και T_f είναι η ροπή τριβής που παράγεται από την κίνηση των εμβόλων στους κυλίνδρους και την κίνηση άλλων μηχανικών μερών του κινητήρα. Η ροπή αυτή είναι ανάλογη της πίεσης που εφαρμόζεται στα έμβολά και της γωνιακής ταχύτητας της αντλίας-κινητήρα και δίνεται από τον ακόλουθο τύπο

$$T_f = \frac{\dot{\theta}_m}{|\dot{\theta}_m|} C_f D_m (P_1 + P_2) \quad (2.35)$$

όπου C_f είναι ο συντελεστής εσωτερικής τριβής ο οποίος είναι αδιάστατο μέγεθος.

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις των ροπών υπολογίζεται η συνολική ροπή που εξασκείται στον κινητήρα

$$T_L = D_m P_L - B_m \dot{\theta}_m - \frac{\dot{\theta}_m}{|\dot{\theta}_m|} C_f D_m (P_1 + P_2) \quad (2.36)$$

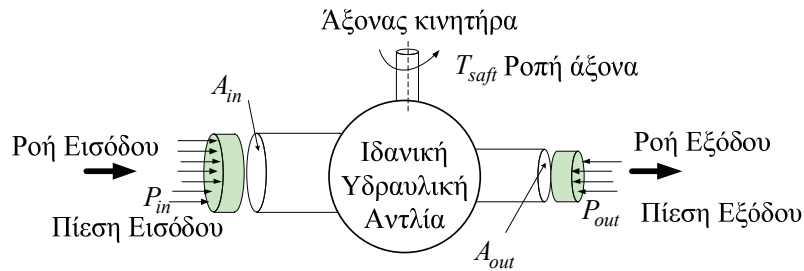
Ο συνολικός βαθμός απόδοσης του κινητήρα είναι ο λόγος της εξερχόμενης ισχύος προς την εισερχόμενη ισχύ. Άρα για έναν υδραυλικό κινητήρα ο συνολικός βαθμός απόδοσης δίνεται από τον τύπο

$$\eta_m = \frac{T_L \dot{\theta}_m}{Q_1 P_L} \quad (2.37)$$

2.2. Εφαρμογές

2.2.1. Υπολογισμός ροής ρευστού από υδραυλική αντλία

Έστω η ιδανική αντλία που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.9. Έστω ότι η πίεση του ρευστού στην είσοδο και την έξοδο της αντλίας είναι ίση με P_{in} και με P_{out} αντίστοιχα. Έστω ότι A_{in} και A_{out} είναι οι επιφάνειες του καναλιού ροής στην είσοδο και στην έξοδο της αντλίας, αντίστοιχα. Επίσης, έστω ότι T_{saft} είναι η ροπή του άξονα του ηλεκτρικού κινητήρα της αντλίας. Να υπολογιστεί η παροχή του ρευστού στην έξοδο της αντλίας.



Σχήμα 2.9. Ιδανική αντλία

Από τον νόμο διατήρησης της ενέργειας ισχύει

$$\tilde{P}_{in} = \tilde{P}_{out} + \tilde{P}_{loss} + \tilde{P}_{store} \quad (2.38)$$

όπου \tilde{P}_{in} είναι η συνολική ισχύς εισόδου, \tilde{P}_{out} είναι η συνολική παραγόμενη ισχύς, \tilde{P}_{loss} είναι η ισχύς που χάνεται λόγω απωλειών και \tilde{P}_{store} η ισχύς που αποθηκεύεται. Επειδή η αντλία θεωρείται ιδανική ισχύει ότι $\tilde{P}_{loss} = \tilde{P}_{store} = 0$. Άρα η σχέση (2.38) λαμβάνει την μορφή

$$\tilde{P}_{in} = \tilde{P}_{out} \quad (2.39)$$

Η ισχύς στην είσοδο της αντλίας δίνεται από τον τύπο

$$\tilde{P}_{in} = P_{in} Q_{in} + T_{shaft} \omega_{shaft} = P_{in} A_{in} u_{in} + T_{shaft} \omega_{shaft} \quad (2.40)$$

όπου Q_{in} είναι η ροή εισόδου και u_{in} η ταχύτητα του ρευστού στην είσοδο της αντλίας. Η ισχύς που εξάγεται από την αντλία δίνεται από τον τύπο

$$\tilde{P}_{out} = P_{out} Q_{out} = A_{out} u_{out} Q_{out} \quad (2.41)$$

όπου Q_{out} είναι η ροή εξόδου και u_{out} η ταχύτητα του ρευστού στην έξοδο της αντλίας. Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (2.40) και (2.41) στην εξίσωση (2.39) και επειδή $A_{in} v_{in} = A_{out} v_{out} = Q$ (νόμος διατήρησης της μάζας στη μόνιμη κατάσταση) προκύπτει ο ακόλουθος τύπος

$$Q = \frac{T_{shaft} \omega_{shaft}}{P_{out} - P_{in}} \quad (2.42)$$

2.2.2. Αντλία – έμβολο

Έστω η διάταξη του Σχήματος 2.10 που αποτελείται από μια αντλία και ένα έμβολο με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

Διάμετρος κυλίνδρου $D = 0.2(m)$

Διάμετρος βάρκτρου $d = 0.2(m)$

Ταχύτητα εμβόλου $u = 0.05(m/sec)$

Εξωτερικό φορτίο εμβόλου $F = 10^5(N)$

Συνολικός βαθμός απόδοσης αντλίας $\eta_{vol} = 90\%$

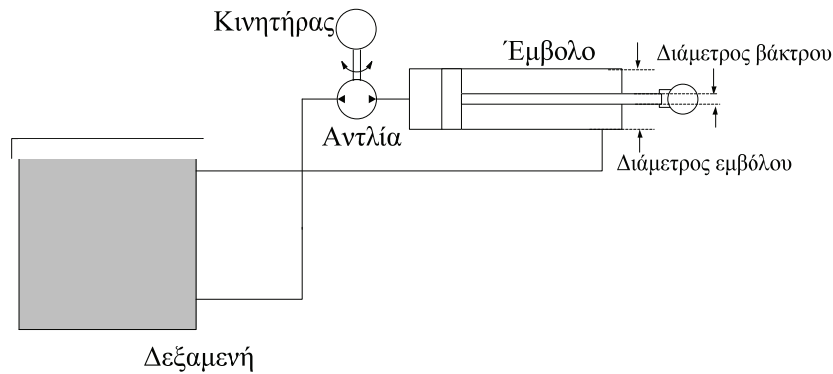
Συνολικός βαθμός απόδοσης κινητήρα $\eta_{torque} = 80\%$

Ταχύτητα περιστροφής αντλίας $\omega_p = 16.66(RPS)$

Διαφορά πίεσης στα άκρα της αντλίας $P_L = 6000(KPa)$

Να υπολογιστούν :

- α) Η ογκομετρική μετατόπιση της αντλίας
- β) Η ισχύς εισόδου και εξόδου της αντλίας
- γ) Η ροπή του κινητήρα



Σχήμα 2.10. Αντλία – έμβολο (Διάταξη 1)

α) Η πραγματική ροή του ρευστού στο έμβολο είναι ίση με

$$Q_{p,real} = \frac{\pi D^2}{4} u = \frac{3.14 \times 0.2^2 \times 0.05}{4} = 0.00157 (m^3 / sec) \quad (2.43)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (2.4) και (2.8) η ογκομετρική μετατόπιση της αντλίας δίνεται από τον παρακάτω τύπο

$$D_p = \frac{Q_{p,theor}}{\omega_p} = \frac{Q_{p,real}}{\eta_{vol} \omega_p} = \frac{0.00157}{0.9 \times 16.66} = 0.0001 (m^3 / round) \quad (2.44)$$

β) Η ισχύς εξόδου της αντλίας δίνεται από τη σχέση

$$P_{out} = Q_{p,real} P_L = 0.00157 \times 6000000 = 9424.78 (W) \quad (2.45)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (2.14) η ισχύς εισόδου δίνεται από τη σχέση

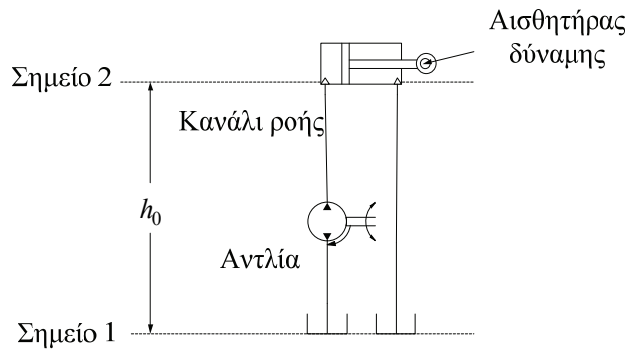
$$P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{P_{out}}{\eta_{vol} \eta_{torque}} = \frac{9,42}{0.9 \times 0.8} = 13090 (W) \quad (2.46)$$

γ) Σύμφωνα με τη σχέση (2.9) και (2.13) η πραγματική ροπή του κινητήρα είναι

$$T_{p,real} = \frac{D_p P_L}{\eta_{torque}} = \frac{0.0001 \times 6000000}{0.8} = 785.712 (Nm) \quad (2.47)$$

2.2.3. Υπολογισμός διαστάσεων εμβόλου

Έστω το υδραυλικό σύστημα που αποτελείται από μια αντλία και ένα έμβολο και παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.11. Το έμβολο βρίσκεται σε ύψος h_0 από το έδαφος. Έστω ότι το συνολικό μήκος του αγωγού ροής (από την αντλία στο έμβολο) είναι ίσο με L . Έστω ότι η αντλία έχει ισχύ h_p , ροή Q_p και η συνολική δύναμη στα άκρα του εμβόλου είναι ίση με F_L . Η επιφάνεια του εμβόλου συμβολίζεται με A_c . Το ζητούμενο είναι να υπολογιστεί η ελάχιστη απαραίτητη διάμετρος D του αγωγού ροής.



Σχήμα 2.11. Αντλία – έμβολο(Διάταξη 2)

Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli στα σημεία 1 και 2 του καναλιού ροής λαμβάνεται η ακόλουθη εξίσωση

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} + z_p - z_f = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} \quad (2.48)$$

όπου z_1 και z_2 είναι η ανύψωση των σημείων 1 και 2 αντίστοιχα, P_1 και P_2 η πίεση στα σημεία 1 και 2 αντίστοιχα, ρ είναι η πυκνότητα του λαδιού, g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, u_1 και u_2 είναι οι ταχύτητες του ρευστού στα σημεία 1 και 2 αντίστοιχα. Ισχύει ότι η ανύψωση του ρευστού λόγω της αντλίας είναι $z_p = \frac{h_p}{\rho g Q_p} = \frac{P_{out}}{\rho g}$ (όπου P_{out} η πίεση της αντλίας στην έξοδο της). Η ποσότητα $z_f = f \frac{L u_m^2}{2Dg}$ συμβολίζει

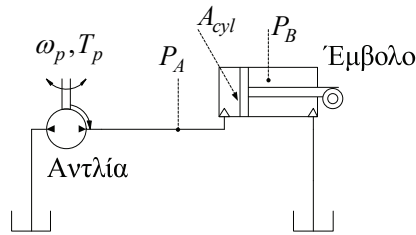
τις απώλειες του ρευστού λόγω τριβής όπου u_m είναι η μέση ταχύτητα του ρευστού. Η παράμετρος f είναι ο συντελεστής τριβής Darcy (βλέπε Κεφάλαιο 1, υποενότητα 1.1.5) και υπολογίζεται για την περίπτωση της ομαλής ροής από τη σχέση $f = \frac{64}{N_r}$ όπου $N_r = \frac{uD}{\nu}$ και όπου u είναι η ταχύτητα του ρευστού και ν είναι το κινηματικό ιξώδες του ρευστού.

Ισχύει ότι $u_1 = 0$, $P_1 = 0$ (το σημείο 1 είναι μέσα στη δεξαμενή), $u = u_m = u_2$, $u_2 = \frac{Q_p}{A_c}$ όπου A_c η επιφάνεια του εμβόλου και $P_2 = \frac{F_L}{A_c}$. Αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις στην εξίσωση (2.48) προκύπτει η ακόλουθη λύση ως προς D :

$$D = \frac{8\sqrt{A_c}\sqrt{L}Q_p\sqrt{\rho}\sqrt{\nu}}{\sqrt{-2A_cF_LQ_p - Q_p^3\rho + 2A_c^2(h_p - gh_0Q_p\rho)}} \quad (2.49)$$

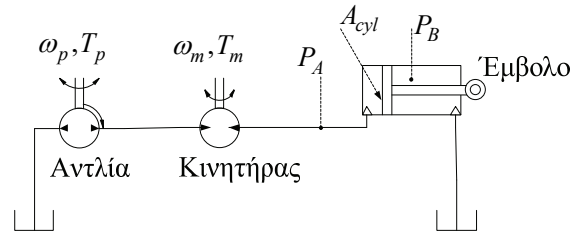
2.3. Ασκήσεις

1. Έστω το υδραυλικό σύστημα του Σχήματος 2.12. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του εμβόλου και η δύναμη που εφαρμόζεται στο σύστημα αν η πίεση στην θέση A είναι ίση με $P_A = 0.3(Mpa)$, η πίεση στη θέση B είναι ίση με $P_B = 0.068(Mpa)$, η γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα της αντλίας είναι ίση με $\omega_p = 1500(rad/sec)$, η ροπή του κινητήρα της αντλίας είναι ίση με $T_p = 1(Nm)$ και η επιφάνεια του εμβόλου είναι ίση με $A_{cyl} = 0.0064(m^2)$.



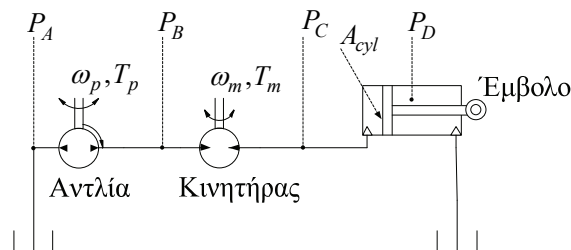
Σχήμα 2.12. Υδραυλική διάταξη Άσκησης 1

2. Έστω το υδραυλικό σύστημα του Σχήματος 2.13. Να υπολογιστεί η ροπή T_m και η γωνιακή ταχύτητα ω_m του υδραυλικού κινητήρα αν η πίεση στην θέση A είναι ίση με $P_A = 0.3(Mpa)$, η πίεση στη θέση B είναι ίση με $P_B = 0.068(Mpa)$, η γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα της αντλίας είναι ίση με $\omega_p = 1500(rad/sec)$, η ροπή του κινητήρα της αντλίας είναι ίση με $T_p = 1(Nm)$, η ογκομετρική μετατόπιση της αντλίας είναι ίση με $D_p = 8.2 \times 10^{-6}(m^3/rev)$ και η επιφάνεια του εμβόλου είναι ίση με $A_{cyl} = 0.0064(m^2)$.



Σχήμα 2.13. Υδραυλική διάταξη Άσκησης 2

3. Έστω το υδραυλικό σύστημα του Σχήματος 2.13. Να υπολογιστεί η ροπή T_m και η γωνιακή ταχύτητα ω_m του υδραυλικού κινητήρα καθώς επίσης και η ροπή της αντλίας T_p αν η πίεση στην θέση A είναι ίση με $P_A = 0.067(Mpa)$, η πίεση στη θέση B είναι ίση με $P_B = 0.5(Mpa)$, η πίεση στη θέση C είναι ίση με $P_C = 0.3(Mpa)$, η πίεση στη θέση D είναι ίση με $P_D = 0.2(Mpa)$, η γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα της αντλίας είναι ίση με $\omega_p = 1500(rad/sec)$, η ογκομετρική μετατόπιση του κινητήρα είναι ίση με $D_m = 16 \times 10^{-6}(m^3/rev)$, η ογκομετρική μετατόπιση της αντλίας είναι ίση με $D_p = 8.2 \times 10^{-6}(m^3/rev)$ και η επιφάνεια του εμβόλου είναι ίση με $A_{cyl} = 0.0064(m^2)$.



Σχήμα 2.14. Υδραυλική διάταξη Άσκησης 3

Βιβλιογραφία/Αναφορές

- [1] H. E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1967
- [2] R. L. Woods and K. L. Lawrence, *Modeling and Simulation of Dynamical Systems*, Prentice Hall Inc., 1997
- [3] J.R. Blackburn, G. Reethof and J.L. Shearer, *Fluid Power Control*, The MIT Press, 1960
- [4] J. Watton, *Fluid Power Systems*, Prentice Hall, New York, 1989
- [5] G.R. Keller, *Hydraulic System Analysis*, Industrial Publishing Co. Cleveland, OH, 1974
- [6] N. Manring, *Hydraulic Control Systems*, Wiley, 2005
- [7] T. Hunt and N. Vaughan, *Hydraulic Handbook*, Elsevier Science LTD, 1996
- [8] I.P. Church, *Hydraulic motors, with related subjects, including centrifugal pumps, pipes, and open channels, designed as a text-book for engineering schools*, New York, J. Wiley & sons, 1905
- [9] A. Akers, M. Gassman and R. Smith, *Hydraulic Power System Analysis*, Taylor & Francis, 2006
- [10] W. Durfee and Z. Sun, *Fluid Power System Dynamics*, A National Science Foundation Engineering Research Center, 2009
- [11] *Formula Book for Hydraulics and Pneumatics*, Fluid and Mechanical Engineering Systems, Department of Management and Engineering, Linköping University, 2008
- [12] H. Martin, *The Design of Hydraulic Components and Systems*, Ellis Horwood, London, 1995
- [13] A. A. Parr, *Hydraulics and Pneumatics*, Elsevier Science & Technology Books, 1999
- [14] Θ. Ν. Κωστόπουλος, *Υδραυλικά και πνευματικά συστήματα*, Αθήνα : Συμείων, 2009
- [15] D. F. Thompson and G. G. Kremer, Quantitative feedback design for a variable-displacement hydraulic vane pump, in Proc. ACC, Albuquerque, NM, 1997, pp. 1061-1064.

Κεφάλαιο 3

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα βασικά υποσυστήματα ρύθμισης της ροής στα υδραυλικά κυκλώματα ενέργειας. Η κατανόηση της ύλης αυτού του κεφαλαίου είναι απαραίτητη για την ολοκλήρωση ενός κλειστού βρόχου ελέγχου. Ειδικότερα, παρουσιάζεται η κατηγοριοποίηση των υδραυλικών βαλβίδων και η μαθηματική ανάλυση της ροής σε υδραυλικές βαλβίδες.

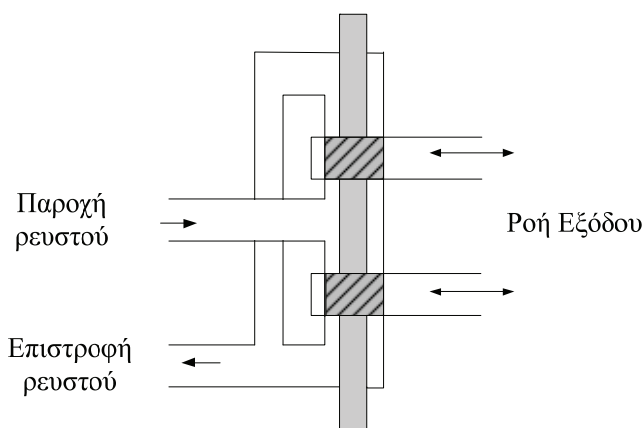
Προ-απαιτούμενη γνώση

Η ύλη των Κεφαλαίων 1 και 2

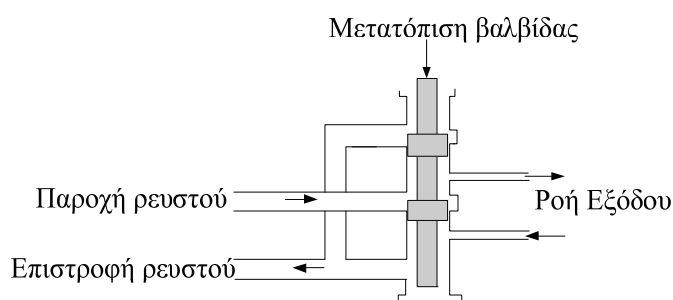
3. Υδραυλικές βαλβίδες ρύθμισης ροής

Οι υδραυλικές βαλβίδες είναι υδραυλικά συστήματα τα οποία ρυθμίζουν και ελέγχουν την ροή του ρευστού σε υδραυλικά κυκλώματα ενέργειας που συνδέονται με την έξοδο της βαλβίδας. Οι υδραυλικές βαλβίδες αποτελούνται από ένα σταθερό μέρος και ένα κινητό μηχανικό μέρος που κατευθύνει την ροή στα διάφορα κανάλια εξόδου της βαλβίδας. Η κίνηση του μηχανικού μέρους μπορεί να γίνει με χειροκίνητο, μηχανικό, υδραυλικό και ηλεκτρικό τρόπο [1]-[14].

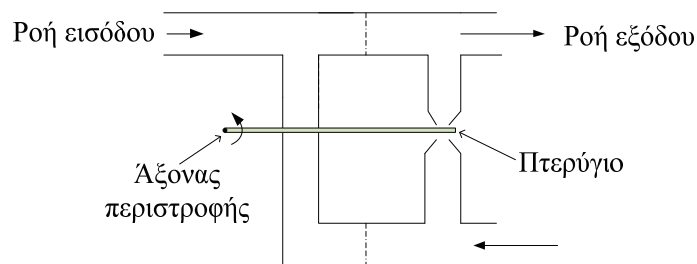
Οι βαλβίδες κατηγοριοποιούνται σύμφωνα με τον τρόπο ρύθμισης της ροής: σε βαλβίδες τύπου εμβόλου (βλ. Σχήμα 3.1 και 3.2), βαλβίδες τύπου πτερυγίου ακροφυσίου (βλ. Σχήμα 3.3) και βαλβίδες τύπου τζετ-ακροφυσίου (βλ. Σχήμα 3.4). Στις βαλβίδες τύπου εμβόλου η ρύθμιση της ροής επιτυγχάνεται με την κίνηση ενός εμβόλου που επιτρέπει τη διόδο ή τη διακοπή του ρευστού από τα στόμια της βαλβίδας. Οι βαλβίδες τύπου πτερυγίου ακροφυσίου στηρίζονται στην αρχή της μεταβαλλόμενης διαρροής που επιτυγχάνεται με την κίνηση ενός πτερυγίου. Οι βαλβίδες τύπου τζετ-ακροφυσίου αποτελούνται από ένα ακροφύσιο που μπορεί να περιστραφεί γύρω από ένα σταθερό σημείο και διοχετεύει τα δύο κανάλια ροής με ρευστό σε μεγάλη πίεση. Η Περιστροφή του ακροφυσίου κατευθύνει το ρευστό στα δύο κανάλια ροής.



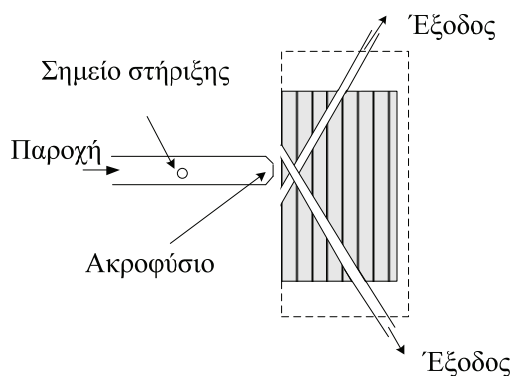
Σχήμα 3.1. Βαλβίδα τύπου εμβόλου τεσσάρων δρόμων - δυο θέσεων



Σχήμα 3.2. Βαλβίδα τύπου εμβόλου τεσσάρων δρόμων - τριών θέσεων



Σχήμα 3.3. Βαλβίδα τύπου πτερυγίου - ακροφυσίου



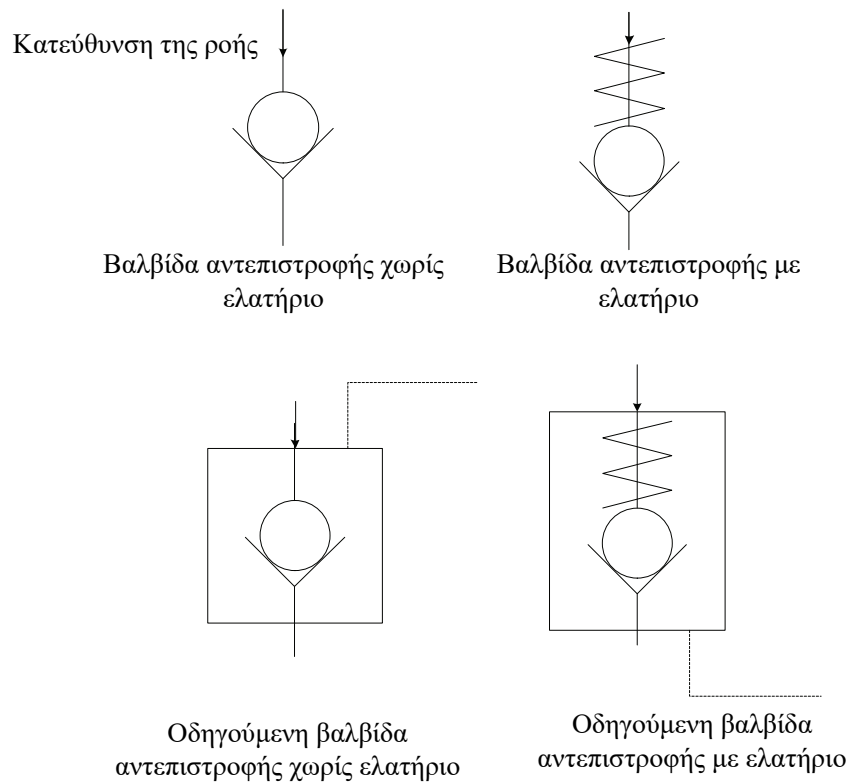
Σχήμα 3.4. Βαλβίδα τύπου τζετ – ακροφυσίου

3.1. Η κατηγοριοποίηση των υδραυλικών βαλβίδων

Εκτός από τον τρόπο ρύθμισης της ροής οι υδραυλικές βαλβίδες κατηγοριοποιούνται και με βάση τη λειτουργία τους σε ένα υδραυλικό σύστημα. Οι βασικές βαλβίδες που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της ροής σε ένα έμβολο είναι οι **βαλβίδες κατεύθυνσης - οδήγησης** οι οποίες με κατάλληλη υδραυλική ή μηχανική ή ηλεκτρική ενεργοποίηση καθορίζουν τον δρόμο της ροής προς ένα έμβολο. Οι **βαλβίδες ελέγχου πίεσης** προστατεύουν τα υδραυλικά συστήματα που συνδέονται με τη βαλβίδα από μεγάλες πιέσεις που μπορεί να δημιουργηθούν κατά το άνοιγμα ή κλείσιμο των διόδων των βαλβίδων καθώς επίσης και κατά την αύξηση των απαιτήσεων σε ρευστό. Οι **βαλβίδες ελέγχου ροής** χρησιμοποιούνται για την εξομάλυνση της ροής σε ένα υδραυλικό σύστημα ή την αλλαγή της ταχύτητας του ρευστού στα διάφορα υποσυστήματα ενός υδραυλικού συστήματος.

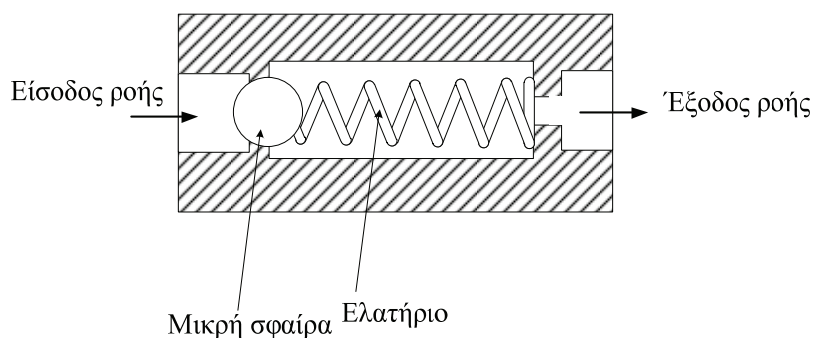
3.1.1. Βαλβίδες κατεύθυνσης

Οι βαλβίδες κατεύθυνσης κατηγοριοποιούνται με βάση την λειτουργία τους σε βαλβίδες αντεπιστροφής μονής ή διπλής κατεύθυνσης και βαλβίδες δυο ή τριών ή τεσσάρων συνδέσεων. Στο Σχήμα 3.5 παρουσιάζονται βασικοί τύποι βαλβίδων αντεπιστροφής μονής κατεύθυνσης.



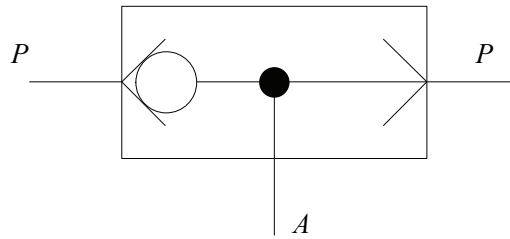
Σχήμα 3.5. Παρουσίαση βασικών τύπων βαλβίδων αντεπιστροφής

Οι βαλβίδες αντεπιστροφής επιτρέπουν τη ροή του ρευστού προς μια κατεύθυνση. Στις οδηγούμενες βαλβίδες αντεπιστροφής η ροή επιτρέπεται και προς την άλλη κατεύθυνση με κατάλληλη ηλεκτρική ή μηχανική ή υδραυλική ενεργοποίηση. Η λειτουργία τους βασίζεται στην ύπαρξη ενός ελατηρίου με μικρή σταθερά σκληρότητας που συγκρατεί μια σφαίρα και επιτρέπει την διόδο του ρευστού. Σύμφωνα με το Σχήμα 3.6 μια μικρή πίεση στην είσοδο της βαλβίδας κρατάει το ελατήριο συμπιεσμένο με αποτέλεσμα η ροή να εισέρχεται από την είσοδο και να οδηγείται στην έξοδο της βαλβίδας. Σε περίπτωση που το ρευστό έρχεται από την αντίθετη κατεύθυνση η σφαίρα πιέζεται και κλείνει την είσοδο στο κανάλι ροής με αποτέλεσμα το ρευστό να μην μπορεί να διέλθει.



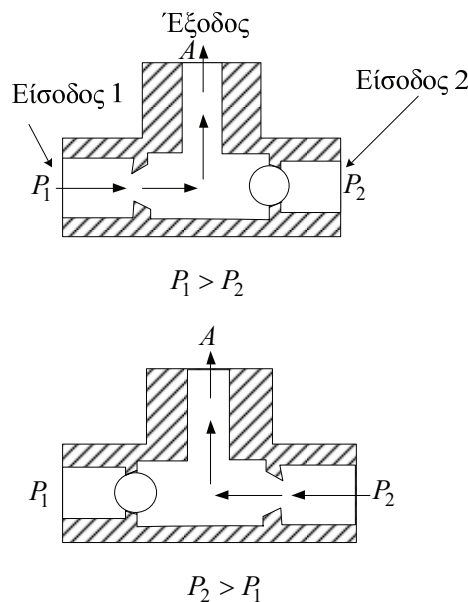
Σχήμα 3.6. Λειτουργία βαλβίδας αντεπιστροφής μιας διόδου με ελατήριο

Η παράσταση του βασικού τύπου βαλβίδων αντεπιστροφής διπλής κατεύθυνσης παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.7.



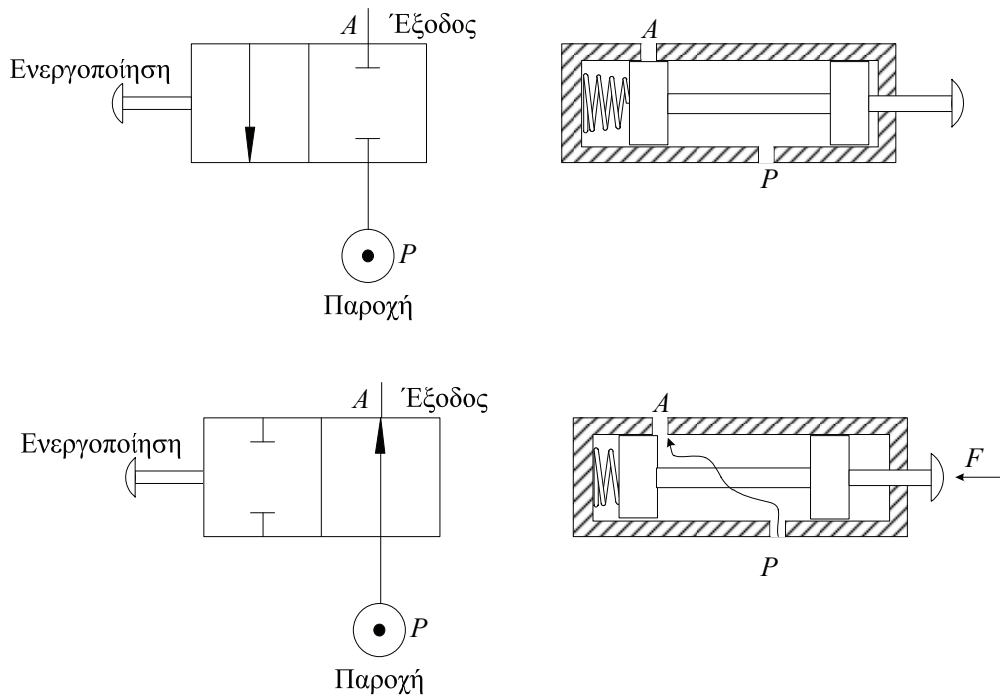
Σχήμα 3.7. Παράσταση βαλβίδας αντεπιστροφής δυο κατευθύνσεων

Η λειτουργία της βαλβίδας αντεπιστροφής δυο κατευθύνσεων παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.8. Όταν η πίεση P_1 είναι μεγαλύτερη από την πίεση P_2 η σφαίρα φράζει την είσοδο του ρευστού στην είσοδο 2 και επιτρέπει την ροή από την είσοδο 1 προς την έξοδο A. Στην περίπτωση που η πίεση P_2 είναι μεγαλύτερη από την πίεση P_1 η σφαίρα φράζει την ροή του ρευστού στην είσοδο 1 και επιτρέπει την ροή από την είσοδο 2 προς την έξοδο A.



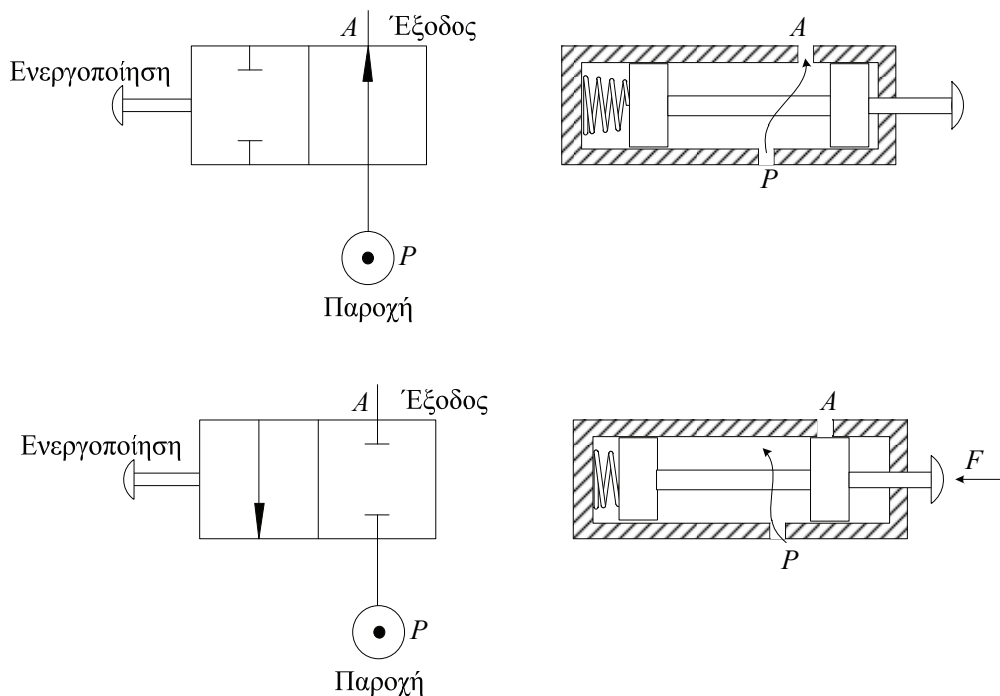
Σχήμα 3.8. Λειτουργία βαλβίδας αντεπιστροφής δυο κατευθύνσεων

Οι βαλβίδες οδήγησης δυο συνδέσεων-δυο καταστάσεων (2/2) κατηγοριοποιούνται σε βαλβίδες κανονικά κλειστές και βαλβίδες κανονικά ανοικτές. Οι δυο καταστάσεις λειτουργίας μια βαλβίδας κανονικά κλειστής παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.9. Στην αρχική κατάσταση λειτουργίας το έμβολο κλείνει την επαφή A και το ρευστό δεν προχωρά προς την έξοδο. Αν πατηθεί ο διακόπτης ενεργοποίησης το έμβολο της βαλβίδας κινείται προς τα αριστερά και ελευθερώνει την επαφή A. Έτσι, η ροή του ρευστού ρέει ελεύθερα από το σημείο P προς την έξοδο A.



Σχήμα 3.9. Οι δυο καταστάσεις λειτουργίας μιας βαλβίδας κατεύθυνσης ροής 2/2 που είναι κανονικά κλειστή

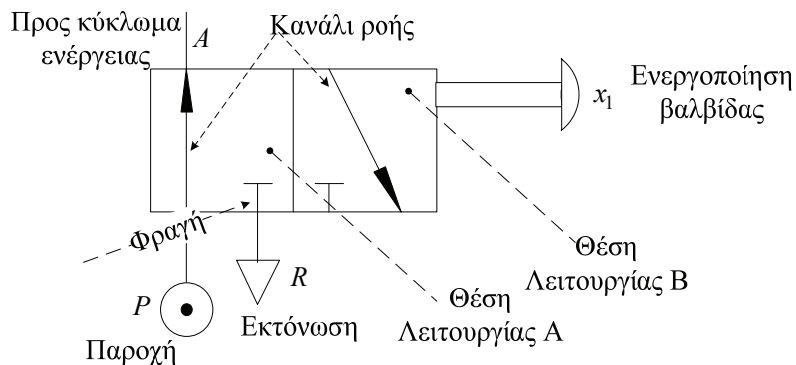
Οι δυο καταστάσεις μιας βαλβίδας κανονικά ανοικτής παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.10. Στην αρχική κατάσταση λειτουργίας η παροχή του ρευστού από το σημείο P οδηγείται στην έξοδο A . Αν πατηθεί ο διακόπτης ενεργοποίησης το έμβολο της βαλβίδας κινείται προς τα αριστερά και φράζει την είσοδο A με αποτέλεσμα να μην υπάρχει ροή στην έξοδο της βαλβίδας.



Σχήμα 3.10. Οι δυο καταστάσεις λειτουργίας μιας βαλβίδας κατεύθυνσης ροής 2/2 που είναι κανονικά ανοικτή

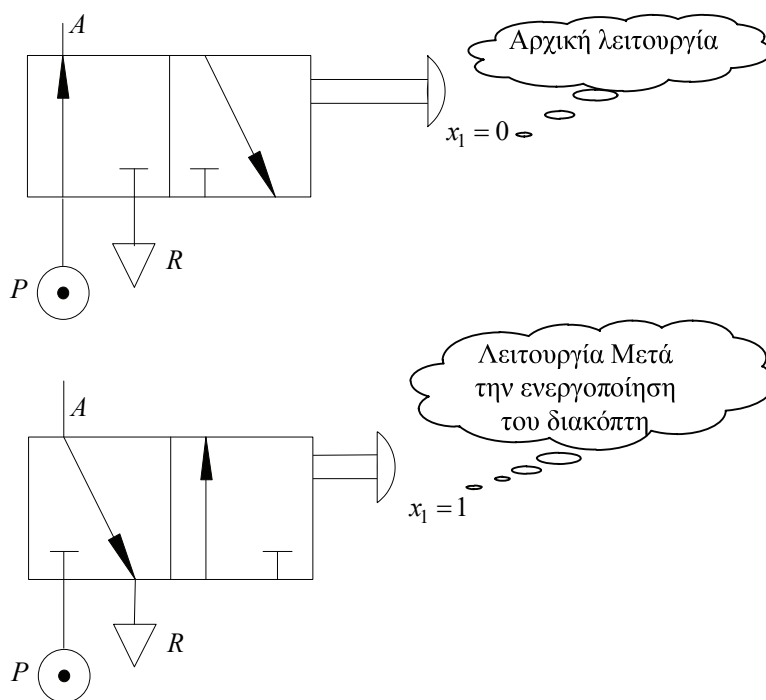
Για την κατανόηση της λειτουργίας των βαλβίδων οδήγησης 3/2 θα χρησιμοποιηθεί η υδραυλική βαλβίδα του Σχήματος 3.11. Η βαλβίδα του Σχήματος 3.11 έχει τρεις συνδέσεις με υδραυλικά σήματα και δυο θέσεις λειτουργίας. Για το λόγο αυτό χαρακτηρίζεται ως βαλβίδα οδήγησης 3/2. Η ενεργοποίηση της

βαλβίδας δηλαδή η αλλαγή της λειτουργίας της από την αρχική θέση μπορεί να γίνει με τρεις τρόπους. Ο πρώτος τρόπος είναι η ενεργοποίηση από τον χρήστη με μηχανικούς διακόπτες μόνιμης ή στιγμιαίας ενεργοποίησης. Ο δεύτερος τρόπος είναι η ενεργοποίηση με υδραυλικό σήμα, δηλαδή εξασκώντας πίεση στα άκρα της βαλβίδας. Ο τρίτος τρόπος είναι η μηχανική ενεργοποίηση με μοχλό.



Σχήμα 3.11. Υδραυλική βαλβίδα 3/2 κανονικά ανοικτή

Η παροχή του ρευστού στη βαλβίδα του Σχήματος 3.11 γίνεται από την θέση P και η εκτόνωση του ρευστού γίνεται από την θέση R . Το ρευστό ρέει μέσω των καναλιών ροής. Η έξοδος της βαλβίδας είναι η θέση A . Η θέση λειτουργίας A είναι η αρχική θέση ενώ η θέση λειτουργίας B είναι η θέση λειτουργίας της βαλβίδας αφού ενεργοποιηθεί με μηχανικό ή υδραυλικό τρόπο το σήμα x_1 . Η λειτουργία της υδραυλικής βαλβίδας παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.12.

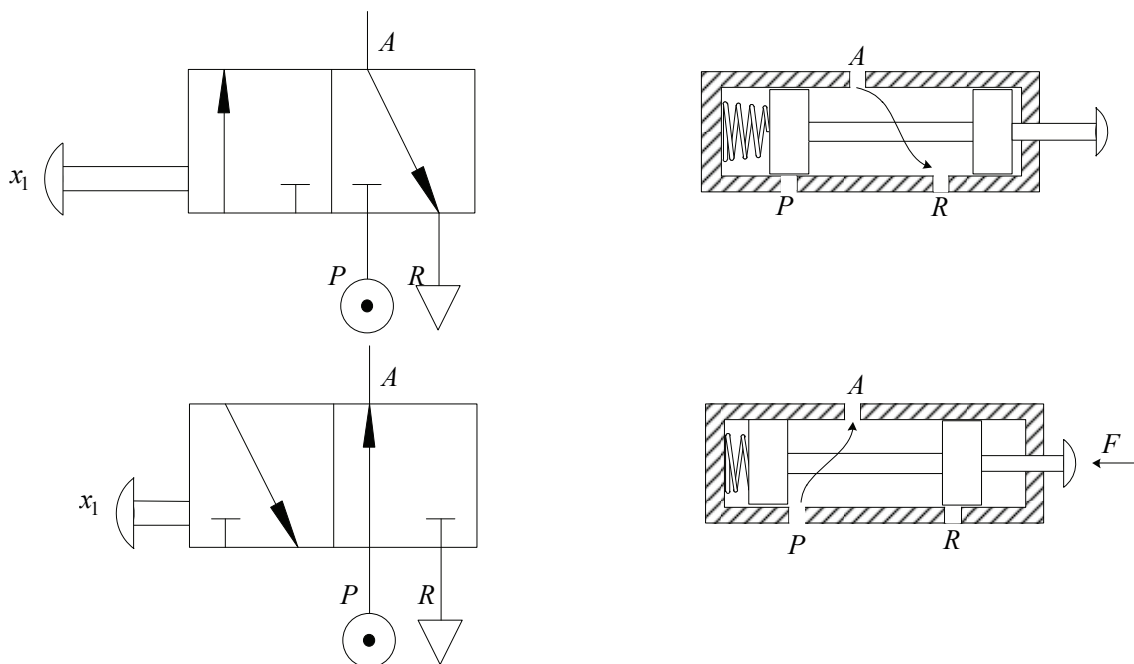


Σχήμα 3.12. Λειτουργία υδραυλικής βαλβίδας κανονικά ανοικτής

Αρχικά η παροχή P είναι συνδεδεμένη με την έξοδο A και το ρευστό ρέει στην έξοδο. Όταν πατηθεί ο διακόπτης x_1 η έξοδος A συνδέεται με την εκτόνωση και σταματάει η ροή του ρευστού. Ο πίνακας αληθείας αυτού του κυκλώματος είναι ο ακόλουθος:

x_1	A
1	0
0	1

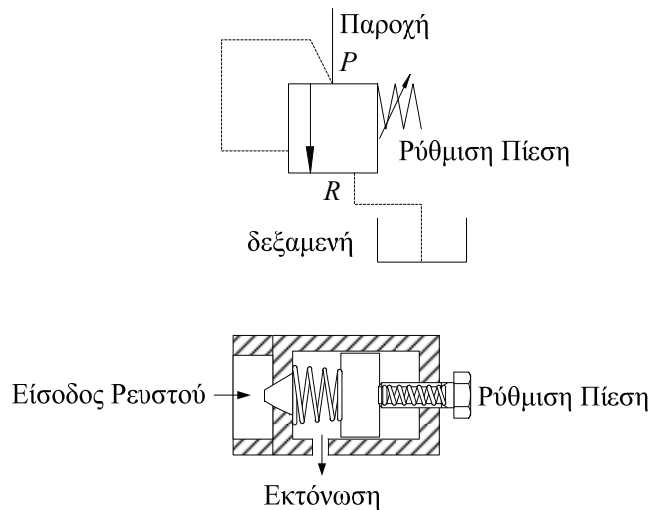
Η λειτουργία μιας βαλβίδας 3/2 κανονικά κλειστής παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.13.



Σχήμα 3.13. Λειτουργία υδραυλικής βαλβίδας 3/2 κανονικά κλειστής

3.1.2. Βαλβίδες ελέγχου πίεσης

Οι βαλβίδες ελέγχου πίεσης περιορίζουν την πίεση στα υδραυλικά συστήματα παρέχοντας μια δίοδο διαφυγής του ρευστού προς τη δεξαμενή. Οι βαλβίδες αυτές προστατεύουν τα υδραυλικά συστήματα από την μεγάλη πίεση που μπορεί να ασκηθεί σε αυτά από την παροχή της αντλίας. Οι κυρίως χρησιμοποιούμενες βαλβίδες ελέγχου πίεσης στη βιομηχανία είναι η βαλβίδες αποφόρτισης. Το σχηματικό διάγραμμα μιας βαλβίδας αποφόρτισης φαίνεται Σχήμα 3.14. Όταν η πίεση στα άκρα της βαλβίδας φτάσει σε μια τιμή που καθορίζεται από την συσπίρωση του ελατηρίου, η ροή από την αντλία επιστρέφει μέσω της εκτόνωσης της βαλβίδας στη δεξαμενή με αποτέλεσμα το κύκλωμα να αποφορτίζεται.



Σχήμα 3.14. Σχηματικό διάγραμμα βαλβίδας αποφόρτισης

Παράδειγμα 3.2. Έστω μια βαλβίδα αποφόρτισης με επιφάνεια επαφής με το ρευστό ίση με $A_p = 0.0005(m^2)$, και σταθερά ελατηρίου ίση με $k_p = 4 \times 10^5(N/m)$. Αν το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά $0.01(m)$, να υπολογιστεί η πίεση που πρέπει να εφαρμοστεί στην βαλβίδα για να λειτουργήσει η αποφόρτιση.

Λύση:

Η δύναμη που ασκείται από το ελατήριο στο δισκοειδή μηχανισμό της βαλβίδας αποφόρτισης είναι

$$F_p = k_p A_p = 4 \times 10^5 \times 0.01 = 4000(N)$$

Η πίεση που ασκεί ο δισκοειδής μηχανισμός της βαλβίδας στο ρευστό είναι

$$P_{open} = F_p / A_p = 4000 / 0.0005 = 8(MPa)$$

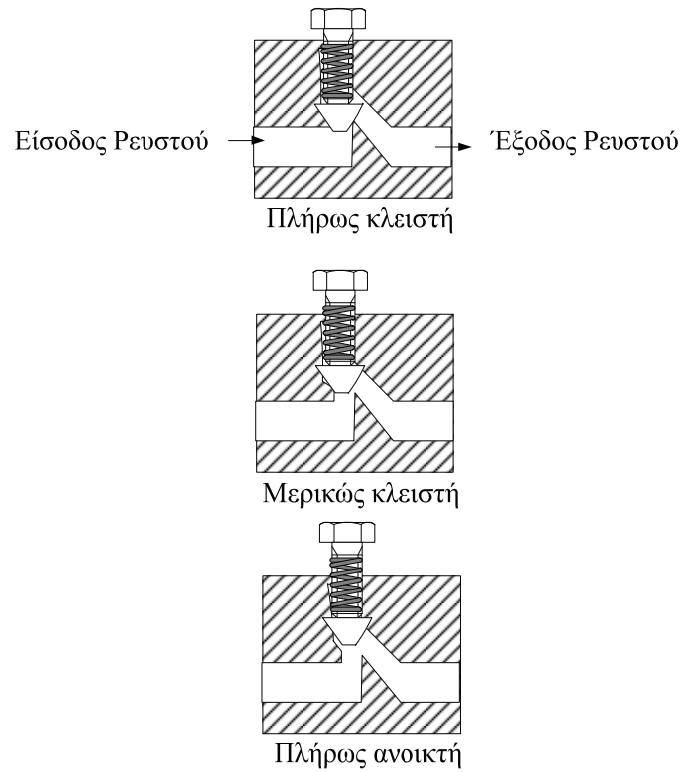
◇

3.1.3. Βαλβίδες ελέγχου ροής (ρύθμισης παροχής)

Οι βαλβίδες ρύθμισης παροχής χρησιμοποιούνται για την ρύθμιση της παροχής στα υδραυλικά συστήματα ενέργειας, δηλαδή σε υδραυλικούς κινητήρες, υδραυλικά έμβολα και σε συστήματα αποθήκευσης υδραυλικής ισχύος. Χρησιμοποιούνται κυρίως σε υδραυλικά συστήματα με σταθερή πίεση και ομαλή ροή. Η λειτουργία τους βασίζεται στην αρχή ότι η ροή του ρευστού από ένα στόμιο παραμένει σταθερή όσο η διαφορά πίεσης στα άκρα του παραμένει σταθερή. Καθώς μεταβάλλεται η ανοικτή επιφάνεια του στομίου που διέρχεται το ρευστό μεταβάλλεται αντίστοιχα και η πίεση στα άκρα του στομίου. Έτσι σε συνδυασμό με μια βαλβίδα ανακούφισης μπορεί να ρυθμιστεί η παροχή στα συστήματα ενέργειας. Μια απλή βαλβίδα ρύθμισης (στραγγαλιστής) παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.15:

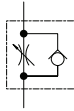


Κυκλωματική παρουσίαση βαλβίδας ρύθμισης παροχής

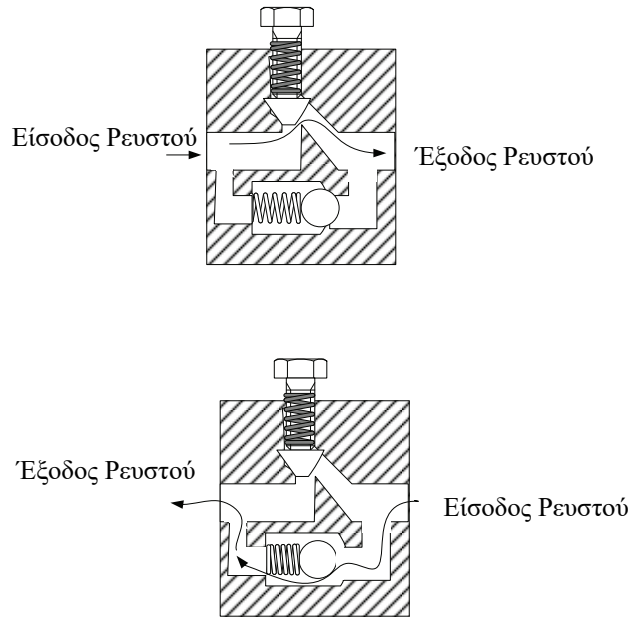


Σχήμα 3.15. Σχηματική παρουσίαση λειτουργίας βαλβίδας ρύθμισης παροχής (στραγγαλιστής)

Όταν είναι αναγκαίο η παροχή να ρυθμίζεται μόνο προς μια κατεύθυνση η βαλβίδα ρύθμιση παροχής χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με μια βαλβίδα μονής κατεύθυνσης όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.16. Όταν το ρευστό εισέρχεται από αριστερά οδηγείται στην έξοδο μέσω του ρυθμιζόμενου καναλιού. Όταν εισέρχεται από τα δεξιά ακολουθεί τον κανάλι χωρίς αντίσταση και οδηγείται στην έξοδο χωρίς ρύθμιση.



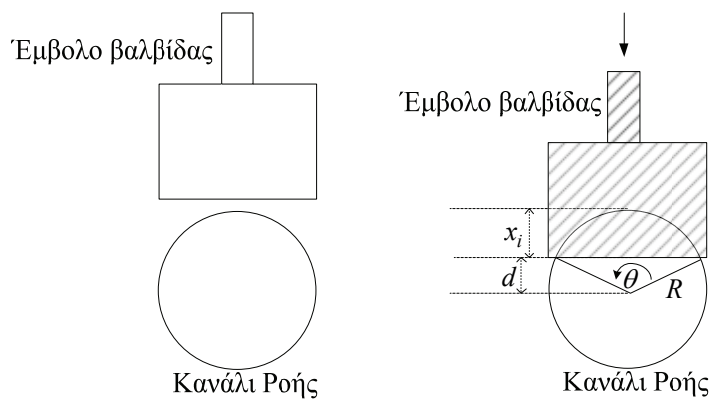
Κυκλωματική παρουσίαση βαλβίδας ρύθμισης παροχής σε συνδιασμό με βαλβίδα ρύθμισης παροχής μιας κατεύθυνσης



Σχήμα 3.16. Σχηματικό διάγραμμα βαλβίδας ρύθμισης παροχής σε συνδυασμό με βαλβίδα ρύθμισης παροχής μιας κατεύθυνσης

3.2. Μαθηματική εξίσωση περιγραφής της ροής σε υδραυλικές βαλβίδες

Ένα υδραυλικό σύστημα ελέγχου αποτελείται αρχικά από μια βαλβίδα ρύθμισης ροής του ρευστού η οποία επιτρέπει την ροή του ρευστού σε ένα κανάλι ροής. Η διαδικασία με την οποία ελέγχεται η ροή του ρευστού από την βαλβίδα σε ένα κανάλι ροής παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.17.



Σχήμα 3.17. Ρύθμισης της ελεύθερης επιφάνεια ροής διαμέσω του εμβόλου της βαλβίδας

Το εμβαδό της επιφάνειας $C_s(x_i(t))$ που καλύπτεται, όταν το έμβολο της βαλβίδας μετακινηθεί κατά απόσταση $x_i(t)$ μέσα στο κανάλι ροής, δίνεται από τη σχέση

$$C_s(x_i(t)) = \frac{R^2}{2} (\theta(t) - \sin(\theta(t))) \quad (3.1)$$

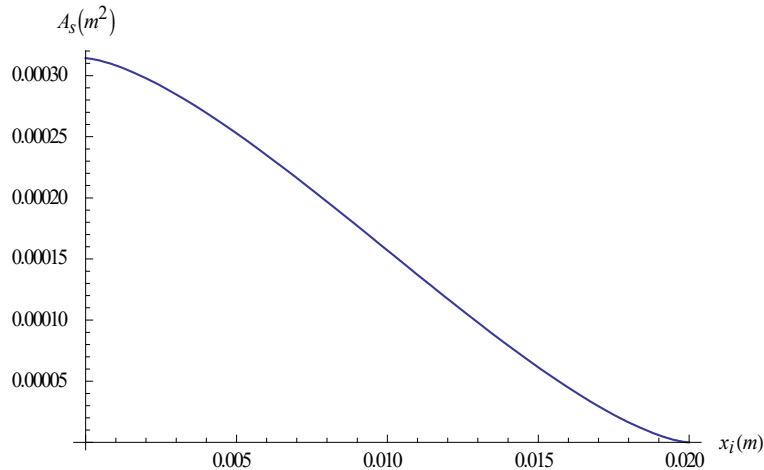
όπου η γωνία $\theta(t)$ μετράται σε *rad* και όπου R συμβολίζεται η ακτίνα του καναλιού ροής. Από τη Γεωμετρία του σχήματος ισχύει ότι $\theta(t) = 2 \arccos \frac{d(t)}{R}$ και $d(t) = R - x_i(t)$. Άρα το εμβαδό της επιφάνειας $C_s(x_i(t))$ μπορεί να γραφεί ισοδύναμα ως ακολούθως

$$C_s(x_i(t)) = \frac{R^2}{2} \left(2 \arccos \left(\frac{R - x_i(t)}{R} \right) - \sin \left(2 \arccos \left(\frac{R - x_i(t)}{R} \right) \right) \right) \quad (3.2)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (3.2), που εκφράζει το εμβαδό του τόξου που είναι καλυμμένο, συμπεραίνεται ότι το υπόλοιπο εμβαδό που μένει ελεύθερο δίνεται από τη σχέση

$$A_s(x_i(t)) = \pi R^2 - \frac{R^2}{2} \left(2 \arccos \left(\frac{R - x_i(t)}{R} \right) - \sin \left(2 \arccos \left(\frac{R - x_i(t)}{R} \right) \right) \right) \quad (3.3)$$

Παράδειγμα 3.2. Έστω ότι η ακτίνα ενός καναλιού ροής είναι $R = 0.01m$. Σύμφωνα με τη σχέση (3.3) μια τυπική καμπύλη της ελεύθερης επιφανείας σε σχέση με την μετατόπιση $x_i(t)$ παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.18.



Σχήμα 3.18. Τυπική καμπύλη της ελεύθερης επιφανείας σε σχέση με τη μετατόπιση του εμβόλου

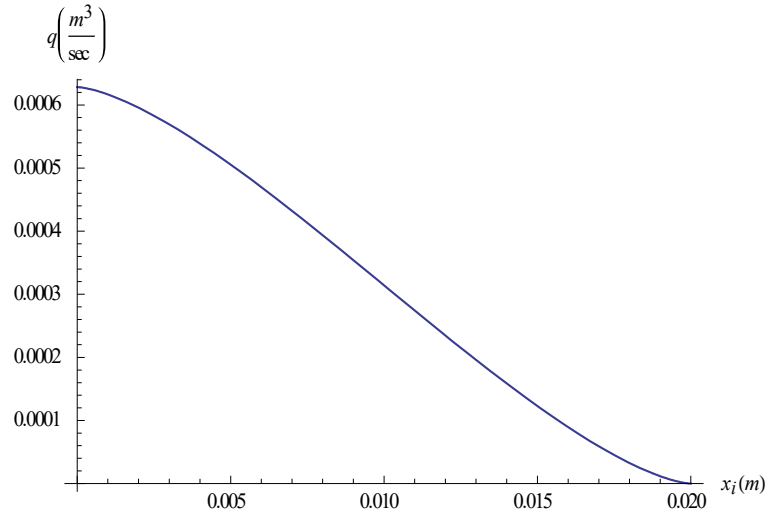
Η παροχή όγκου που διέρχεται από το ανοικτό τμήμα του καναλιού ροής είναι η ακόλουθη

$$q(t) = \lambda A_s(x_i(t)) \quad (3.4)$$

όπου λ είναι η ταχύτητα του ρευστού.

◇

Παράδειγμα 3.3. Έστω ότι η ακτίνα του καναλιού ροής είναι $R = 0.01m$ και η ταχύτητα του ρευστού είναι $2(m/sec)$. Σύμφωνα με τη σχέση (3.4) μια τυπική καμπύλη της παροχής όγκου σε σχέση με την μετατόπιση $x_i(t)$ της βαλβίδας παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.19.



Σχήμα 3.19. Τυπική καμπύλη παροχής όγκου σε σχέση με τη μετατόπιση του εμβόλου

◇

Αναπτύσσοντας τη μη γραμμική σχέση (3.3) σε σειρά Taylor και θεωρώντας μικρές μεταβολές της μετατόπισης της βαλβίδας $x_i = x_0 + \Delta x_i$ γύρω από τη θέση ισορροπίας x_0 λαμβάνεται η ακόλουθη σχέση

$$\begin{aligned}
 A_s(x_i(t)) &= A_s(x_0) + \left. \frac{\partial A_s}{\partial x_i} \right|_{x_0} \Delta x_i + \left. \frac{\partial^2 A_s}{2! \partial x_i^2} \right|_{x_0} \Delta x_i^2 + \dots = \\
 &\pi R^2 - \frac{1}{2} R^2 \left(2 \arccos \left[\frac{R-x_0}{R} \right] - \sin \left[2 \arccos \left[\frac{R-x_0}{R} \right] \right] \right) - 2R \sqrt{\frac{(2R-x_0)x_0}{R^2}} \Delta x_i + \\
 &-\frac{(R-x_0)}{R \sqrt{\frac{(2R-x_0)x_0}{R^2}}} \Delta x_i^2 + \dots
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Γύρω από τη θέση ισορροπίας $x_0 = R$ η μη γραμμική σχέση (3.3) μπορεί να προσεγγιστεί με τη γραμμικοποιημένη σχέση ως ακολούθως

$$A_s(x_i(t)) = \frac{\pi R^2}{2} - 2R \Delta x_i \tag{3.6}$$

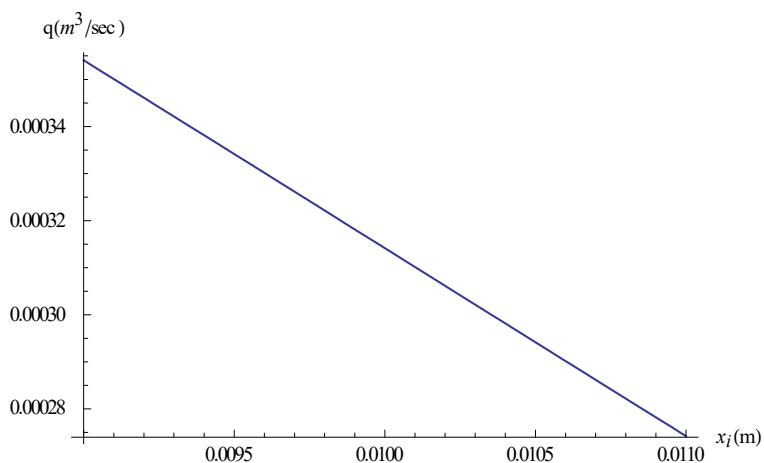
Χρησιμοποιώντας τη σχέση (3.6) η παροχή όγκου που θα περάσει από το ανοικτό τμήμα του καναλιού ροής λαμβάνει τη μορφή

$$q(t) = \lambda \left(\frac{\pi R^2}{2} - 2R \Delta x_i \right) = \lambda \frac{\pi R^2}{2} - 2\lambda R \Delta x_i \tag{3.7}$$

Αν έστω q_0 είναι η ονομαστική τιμή της παροχής όγκου που αντιστοιχεί στη θέση ισορροπίας x_0 και αν έστω Δq είναι η μεταβολή της ροής από την q_0 , δηλαδή $\Delta q = q - q_0$, λαμβάνεται η ακόλουθη σχέση

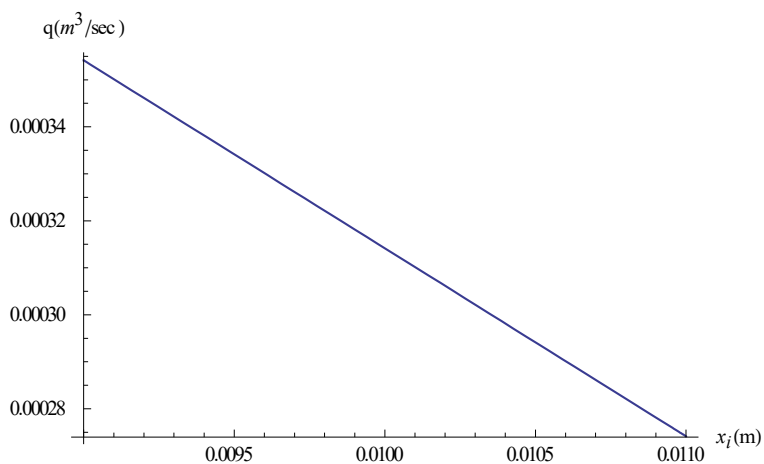
$$\Delta q(t) = -2\lambda R \Delta x_i \tag{3.8}$$

Παράδειγμα 3.4. Έστω ότι η ακτίνα του καναλιού ροής είναι ίση με $R = 0.01m$ και η ταχύτητα του ρευστού είναι ίση με $2(m/sec)$. Έστω ότι η βαλβίδα κινείται γύρω από τη θέση ισορροπίας $x_0 = R$ και έχει εύρος μεταβολών $\Delta x_i \in [R - 0.001, R + 0.001]$. Σύμφωνα με τη σχέση (3.4) και τη σχέση (3.5) η καμπύλη της παροχής όγκου ως προς τη μετατόπιση του εμβόλου $x_i(t)$ της βαλβίδας παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.20



Σχήμα 3.20. Τοπική καμπύλη ροής ως προς τη μετατόπιση του εμβόλου

Χρησιμοποιώντας τη γραμμική προσέγγιση για την επιφάνεια (3.6) προκύπτει η παρακάτω καμπύλη



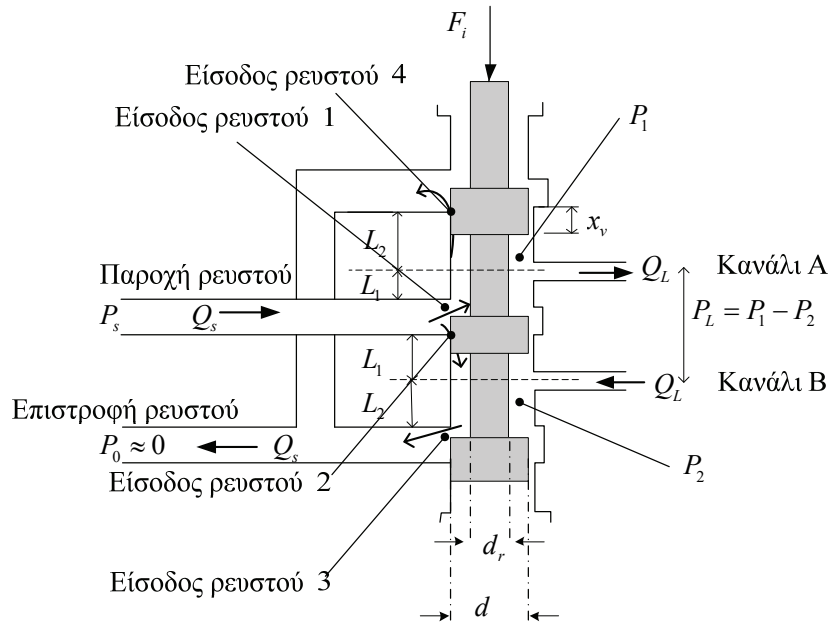
Σχήμα 3.21. Καμπύλη ροής - μετατόπιση (γραμμική συμπεριφορά)

Συγκρίνοντας τις καμπύλες των Σχημάτων 3.20 και 3.21 συμπεραίνεται ότι έχουν την ίδια συμπεριφορά

◇

3.2.1. Ανάλυση βαλβίδας τύπου εμβόλου τεσσάρων δρόμων - τριών θέσεων

Θεωρήστε τη βαλβίδα τεσσάρων δρόμων που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.22. Τα βέλη στις εισόδους του ρευστού 1-4 συμβολίζουν την κίνηση του ρευστού από την παροχή και προς την εκτόνωση. Η δύναμη F_i μετακινεί το έμβολο της βαλβίδας. Η μετατόπιση του εμβόλου συμβολίζεται με x_v . Η θέση του εμβόλου καθορίζει την ποσότητα του ρευστού που θα οδηγηθεί από την παροχή στο κανάλι A ή στο κανάλι B. Εάν η θέση του εμβόλου είναι όπως στο Σχήμα 3.22 τότε η ροή εισόδου Q_s θα περάσει από την είσοδο 1 προς το κανάλι A. Η επιστροφή του ρευστού γίνεται από το κανάλι B μέσω της εισόδου 3.



Σχήμα 3.22. Βαλβίδα τύπου εμβόλου τεσσάρων δρόμων - τριών θέσεων

Για τη μαθηματική περιγραφή της παραπάνω συμμετρικής βαλβίδας θεωρείται ότι το ρευστό είναι ασυμπίεστο και ότι η βαλβίδα λειτουργεί σε κατάσταση ισορροπίας (μόνιμη κατάσταση). Η εξίσωση της συνέχειας για το κανάλι A είναι η ακόλουθη

$$Q_L = Q_1 - Q_4 \quad (3.9)$$

όπου Q_L είναι η ροή (παροχή όγκου ρευστού) που οδηγείται στο κανάλι A, Q_1 είναι η ροή που εισέρχεται από την είσοδο 1 και Q_4 είναι η ροή που εξέρχεται στην είσοδο 4. Ομοίως για το κανάλι B ισχύει η εξίσωση

$$Q_L = Q_3 - Q_2 \quad (3.10)$$

όπου Q_L είναι η ροή που εισέρχεται από το κανάλι B στην βαλβίδα, Q_3 είναι η ροή που εξέρχεται στην είσοδο 3 και Q_2 είναι η ροή που εισέρχεται στην είσοδο 2.

Η διαφορά πίεσης P_L στα άκρα των δυο καναλιών εξόδου της βαλβίδας είναι η ακόλουθη

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (3.11)$$

όπου P_1 είναι η πίεση στην είσοδο του καναλιού A και P_2 είναι η πίεση στην είσοδο του καναλιού B.

Σύμφωνα με την ανάλυση της ροής ρευστού σε στόμια που έγινε στην Ενότητα 1.4 του Κεφαλαίου 1 (βλ. σχέση (1.43)), η ροή στις εισόδους 1-4 (στόμια) της βαλβίδας δίνεται από τους ακόλουθους τύπους

$$Q_1 = C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_1)} \quad (3.12)$$

$$Q_2 = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_2)} \quad (3.13)$$

$$Q_3 = C_d A_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} P_2} \quad (3.14)$$

$$Q_4 = C_d A_4 \sqrt{\frac{2}{\rho} P_1} \quad (3.15)$$

όπου $A_i (i=1,2,3,4)$ είναι η ανοικτή επιφάνεια των εισόδων 1-4, C_d είναι ο συντελεστής εκφόρτισης και ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού. Οι επιφάνειες A_1, A_2, A_3 και A_4 είναι μη γραμμικές συναρτήσεις της μετατόπισης x_v του εμβόλου της βαλβίδας, δηλαδή ισχύει ότι

$$A_1 = A_1(x_v), A_2 = A_2(-x_v), A_3 = A_3(x_v), A_4 = A_4(-x_v) \quad (3.16)$$

Θεωρώντας ότι η βαλβίδα είναι συμμετρική, δηλαδή ότι ισχύει

$$A_1(x_v) = A_2(-x_v), A_3(x_v) = A_4(-x_v) \quad (3.17)$$

και ότι η βαλβίδα είναι σε αντιστοιχία, δηλαδή ότι ισχύει

$$A_1(x_v) = A_3(x_v), A_2(-x_v) = A_4(-x_v) \quad (3.18)$$

τότε ισχύει ότι

$$Q_1 = Q_3 \quad (3.19)$$

$$Q_2 = Q_4 \quad (3.20)$$

Αντικαθιστώντας στην (3.19) τις σχέσεις (3.12) και (3.14) προκύπτει ότι

$$P_s = P_1 + P_2 \quad (3.21)$$

Επειδή, ισχύει ότι

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (3.22)$$

προκύπτουν οι ακόλουθες δυο σχέσεις των πιέσεων στο εσωτερικό της βαλβίδας σε σχέση με τις πιέσεις στην είσοδο και στην έξοδο της βαλβίδας

$$P_1 = \frac{P_s + P_L}{2} \quad (3.23)$$

$$P_2 = \frac{P_s - P_L}{2} \quad (3.24)$$

Σύμφωνα με το Σχήμα 3.22 ισχύει ότι

$$Q_s = Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 \quad (3.25)$$

$$Q_L = Q_1 - Q_4 = Q_3 - Q_2 \quad (3.26)$$

Συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις με τις σχέσεις (3.12)-(3.15) προκύπτουν οι ακόλουθες μη γραμμικές σχέσεις της ροής εισόδου και εξόδου στην βαλβίδα

$$Q_L = C_d A_1 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_L)} - C_d A_2 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s + P_L)} \quad (3.27)$$

$$Q_s = C_d A_1 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_L)} + C_d A_2 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s + P_L)} \quad (3.28)$$

Για ιδανικές συμμετρικές βαλβίδες σε αντιστοιχία, ισχύει ότι: α) για θετική μετατόπιση x_v του εμβόλου της βαλβίδας οι ροές στις εισόδους 2 και 4 μηδενίζονται, δηλαδή $Q_2 = Q_4 = 0$ και β) για αρνητική μετατόπιση x_v ότι οι ροές στις εισόδους 1 και 3 είναι μηδέν, δηλαδή $Q_1 = Q_3 = 0$. Με βάση αυτές τις σχέσεις λαμβάνεται η ακόλουθη σχέση

$$Q_L = \begin{cases} C_d A_1 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_L)} & \text{για } x_v > 0 \\ -C_d A_2 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_L)} & \text{για } x_v < 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

ή ισοδύναμα η σχέση

$$Q_L = C_d |A_1| \frac{x_v}{|x_v|} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(P_s - \frac{x_v}{|x_v|} P_L \right)} \quad (3.30)$$

Αν θεωρηθεί ότι τα στόμια της βαλβίδας είναι ορθογώνιου σχήματος ώστε να ισχύει ότι $A_1 = \lambda x_v$, τότε η ροή Q_L λαμβάνει τη μορφή

$$Q_L = C_d \lambda x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(P_s - \frac{x_v}{|x_v|} P_L \right)} \quad (3.31)$$

Έστω το σημείο λειτουργίας $(Q_{L,0}, P_{L,0}, x_{v,0})$ της ροής, της πίεσης και της μετατόπισης της βαλβίδας. Οι μεταβολές της ροής, της πίεσης και της μετατόπισης της βαλβίδας ως προς το σημείο λειτουργίας ορίζονται ως ακολούθως

$$\Delta Q_L = Q_L - Q_{L,0} \quad (3.32)$$

$$\Delta P_L = P_L - P_{L,0} \quad (3.33)$$

$$\Delta x_v = x_v - x_{v,0} \quad (3.34)$$

Η ανάπτυξη σε σειρά Taylor της ροής Q_L γύρω από το σημείο λειτουργίας $Q_{L,0}$ είναι η ακόλουθη

$$Q_L = Q_{L,0} + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_0 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \right|_0 \Delta P_L + \dots$$

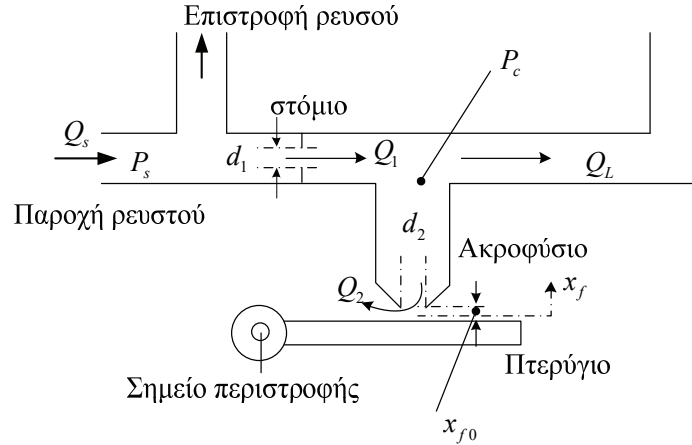
Προσεγγίζοντας τη σειρά με τους πρώτους όρους της ανάπτυξης προκύπτει ο τύπος

$$\Delta Q_L = K_q \Delta x_v - K_c \Delta P_L \quad (3.35)$$

όπου $K_q = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_0$ είναι το κέρδος της ροής και $K_c = -\left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \right|_0$ ο συντελεστής της σχέσης ροής – πίεσης.

2.3.1. Ανάλυση βαλβίδας τύπου «πτερυγίου-ακροφυσίου»

Η λειτουργία της βαλβίδας τύπου «πτερύγιο – ακροφύσιο» βασίζεται στη μεταβολή της πίεσης που προκαλείται με την κίνηση του πτερυγίου. Όταν το πτερύγιο κλείσει την εκτόνωση τη ροής από το ακροφύσιο τότε η πίεση εξόδου εξισώνεται με την πίεση παροχής. Όταν το πτερύγιο ανοίξει επιτρέπεται η εκτόνωση της ροής από το ακροφύσιο και τότε η πίεση εξόδου μειώνεται. Στο Σχήμα 3.23 παρουσιάζεται η βαλβίδα τύπου πτερυγίου – ακροφυσίου.



Σχήμα 3.23. Βαλβίδα τύπου πτερυγίου ακροφυσίου

Η εξίσωση της συνέχειας για τις ροές στη βαλβίδα εξειδικεύεται ως ακολούθως

$$Q_1 = Q_2 + Q_L \quad (3.36)$$

όπου η ροή Q_1 είναι η ροή του ρευστού μετά το στόμιο και η ροή Q_2 είναι η ροή εξόδου του ρευστού από το ακροφύσιο. Οι ροές Q_1 και Q_2 δίνονται από τους τύπους

$$Q_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2 C_{d0} \left[\frac{2}{\rho} (P_s - P_c) \right]^{1/2} \quad (3.37)$$

$$Q_2 = \pi d_2 (x_f - x_{f,0}) C_{df} \left(\frac{2}{\rho} P_c \right)^{1/2} \quad (3.38)$$

όπου P_s είναι η πίεση της παροχής, P_c είναι η πίεση μετά το στόμιο, ρ είναι η πυκνότητα του ρευστού. Οι συντελεστές C_{d0} και C_{df} είναι οι συντελεστές εκφόρτισης του στομίου και του ακροφυσίου αντίστοιχα. d_1 και d_2 είναι οι διατομές του στομίου και του ακροφυσίου αντίστοιχα. x_f είναι η μετατόπιση του πτερυγίου και $x_{f,0}$ είναι η αρχική απόσταση του πτερυγίου από το ακροφύσιο.

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (3.37) και (3.38) στην εξίσωση (3.36) προκύπτει ο ακόλουθος τύπος για τη ροή στην έξοδο της βαλβίδας

$$Q_L = \frac{\pi}{4} d_1^2 C_{d0} \left[\frac{2}{\rho} (P_s - P_c) \right]^{1/2} - \pi d_2 (x_f - x_{f,0}) C_{df} \left(\frac{2}{\rho} P_c \right)^{1/2} \quad (3.39)$$

Έστω το σημείο λειτουργίας $(Q_{L,0}, P_{c,0}, x_{f,0})$ της ροής, της πίεσης και της μετατόπισης της βαλβίδας.

Οι μεταβολές της ροής, της πίεσης και της μετατόπισης της βαλβίδας ως προς το σημείο λειτουργίας ορίζονται ως ακολούθως

$$\Delta Q_L = Q_L - Q_{L,0} \quad (3.40)$$

$$\Delta P_c = P_c - P_{c,0} \quad (3.41)$$

$$\Delta x_f = x_f - x_{f,0} \quad (3.42)$$

Η ανάπτυξη σε σειρά Taylor της ροής Q_L γύρω από το σημείο λειτουργίας $Q_{L,0}$ είναι η ακόλουθη

$$Q_L = Q_{L,0} + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_f} \right|_0 \Delta x_f + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_c} \right|_0 \Delta P_c + \dots$$

Προσεγγίζοντας τη σειρά με τους πρώτους όρους της ανάπτυξης προκύπτει ο τύπος

$$\Delta Q_L = K_q \Delta x_v - K_c \Delta P_c \quad (3.43)$$

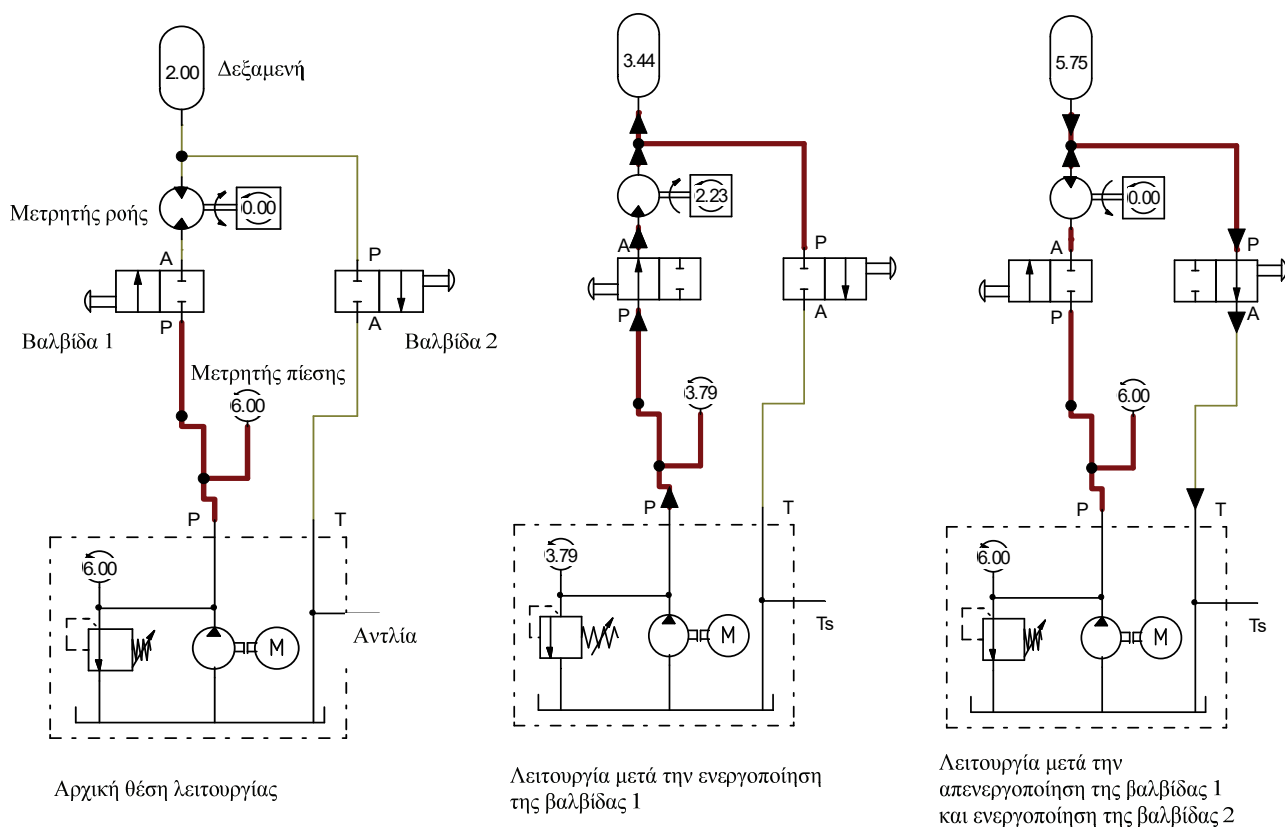
όπου $K_q = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_f} \right|_0 = -\sqrt{2} \pi C_{df} d_2 \sqrt{\frac{P_{c,0}}{\rho}}$ είναι το κέρδος ροής-μετατόπισης και

$K_c = -\left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_c} \right|_0 = \frac{\pi C_{d0} d_1^2}{4\sqrt{2} \sqrt{\rho(-P_{c,0} + P_s)}}$ είναι ο συντελεστής ροής - πίεσης.

3.3. Εφαρμογές

3.3.1. Σχεδιασμός υδραυλικού κυκλώματος με βαλβίδες κατεύθυνσης ροής 2/2 για το γέμισμα και το άδειασμα μιας δεξαμενής.

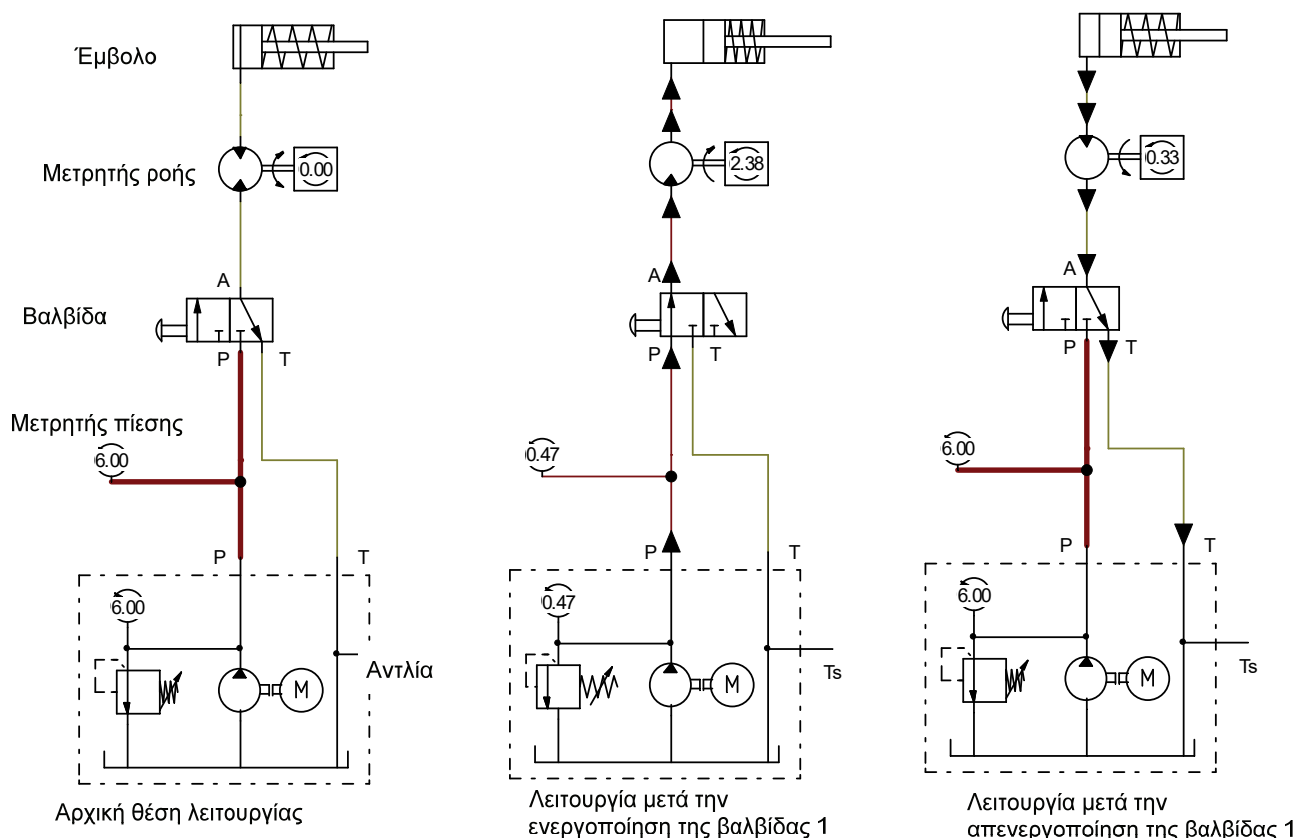
Στην αρχική θέση λειτουργίας του κυκλώματος του Σχήματος 3.24, η 2/2 βαλβίδα 1 και η 2/2 βαλβίδα 2 δεν επιτρέπουν στο ρευστό να γεμίσει τη δεξαμενή. Η ροή από την αντλία εκτονώνεται από την βαλβίδα ανακούφισης στη δεξαμενή. Μετά την ενεργοποίηση της βαλβίδας 1 το ρευστό περνά από το κανάλι ροής της βαλβίδας και οδηγείται στη δεξαμενή. Στο τρίτο κύκλωμα η βαλβίδα 1 και η βαλβίδα 2 αλλάζουν κατάσταση η δεξαμενή αδειάζει και το ρευστό οδηγείται μέσω της βαλβίδας 2 στη δεξαμενή της αντλίας.



Σχήμα 3.24. Υδραυλικό κύκλωμα ελέγχου ρευστού σε μια δεξαμενή με βαλβίδες 2/2

3.3.2. Σχεδιασμός υδραυλικού κυκλώματος ελέγχου της κίνησης εμβόλου με ελατήριο με βαλβίδες κατεύθυνσης ροής 3/2.

Στην αρχική θέση λειτουργίας του κυκλώματος του Σχήματος 3.25, η βαλβίδα δεν επιτρέπει στο ρευστό οδηγηθεί προς το έμβολο. Η ροή από την αντλία εκτονώνεται από τη βαλβίδα ανακούφισης στη δεξαμενή. Μετά την ενεργοποίηση της βαλβίδας το ρευστό περνά από το κανάλι ροής της βαλβίδας, οδηγείται στην είσοδο του κυλίνδρου και αναγκάζει το έμβολο να κινηθεί προς τα δεξιά. Στο τρίτο κύκλωμα η βαλβίδα αλλάζει θέση, το έμβολο επιστρέφει με τη βοήθεια του ελατηρίου στην αρχική του θέση. Το ρευστό οδηγείται μέσω της βαλβίδας στη δεξαμενή της αντλίας.

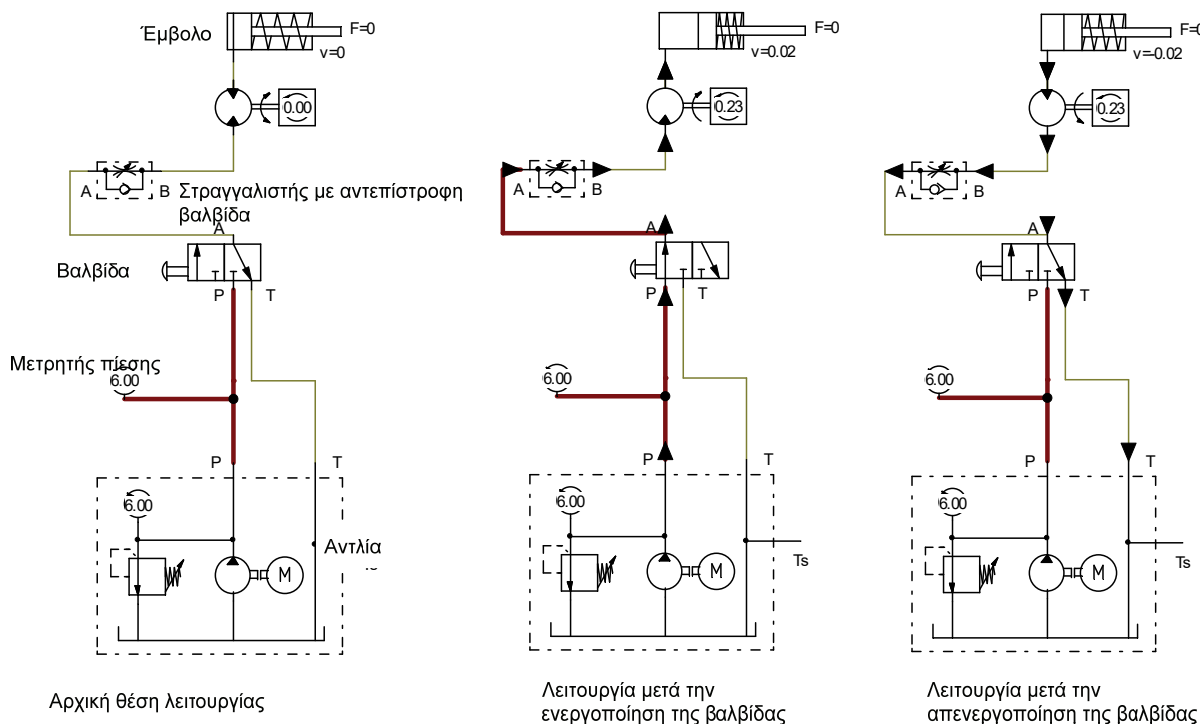


Σχήμα 3.25. Υδραυλικό κύκλωμα ελέγχου κίνησης εμβόλου με βαλβίδες κατεύθυνσης ροής 3/2

3.3.3. Σχεδιασμός υδραυλικού κυκλώματος ελέγχου της ταχύτητας κίνησης εμβόλου με ελατήριο με βαλβίδες κατεύθυνσης ροής 3/2 και στραγγαλιστές.

Στην αρχική θέση λειτουργίας του κυκλώματος του Σχήματος 3.26, η βαλβίδα δεν επιτρέπει στο ρευστό να οδηγηθεί προς το έμβολο. Η ροή από την αντλία εκτονώνεται από τη βαλβίδα ανακούφισης στη δεξαμενή. Μετά την ενεργοποίηση της βαλβίδας το ρευστό περνά από το κανάλι ροής της βαλβίδας, οδηγείται στην είσοδο του κυλίνδρου μέσω του στραγγαλιστή και αναγκάζει το έμβολο να κινηθεί προς τα δεξιά με συγκεκριμένη ταχύτητα. Στο τρίτο κύκλωμα η βαλβίδα αλλάζει θέση. Το έμβολο επιστρέφει με τη βοήθεια

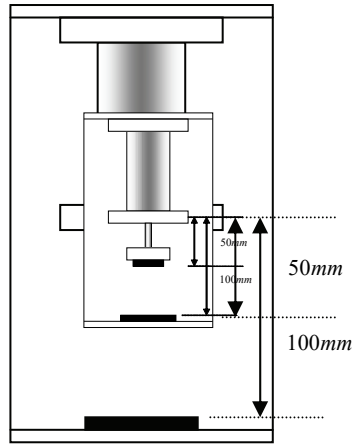
του ελατηρίου στην αρχική του θέση χωρίς ελεγχόμενη ταχύτητα γιατί το ρευστό περνάει από το κανάλι ροής του στραγγαλιστή χωρίς αντίσταση. Το ρευστό οδηγείται μέσω της βαλβίδας στη δεξαμενή της αντλίας.



Σχήμα 3.26. Υδραυλικό κύκλωμα ελέγχου της ταχύτητας εμβόλου με βαλβίδες κατεύθυνσης ροής 3/2 και στραγγαλιστές

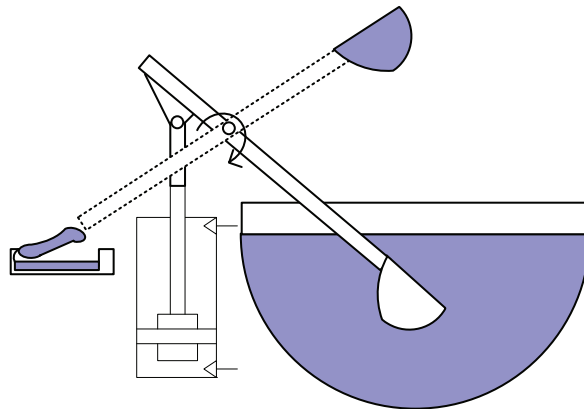
3.4. Ασκήσεις

1. Έστω το υδραυλικό σύστημα εκτύπωσης κυκλωμάτων που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.27. Ο κύλινδρος της εκτύπωσης θα πρέπει να σταματήσει ακριβώς στα $100mm$ από την αρχική θέση του ($50mm$) και να παραμείνει στη θέση αυτή μέχρι η πίεση του εμβόλου στο υλικό να φτάσει μια καθορισμένη τιμή. Στη συνέχεια το έμβολο επιστρέφει στην αρχική θέση. Το επόμενο κύκλωμα για εκτύπωση εισέρχεται στη θέση επεξεργασίας σε $10sec$. Η διαδικασία είναι επαναλαμβανόμενη. Να υλοποιηθεί το υδραυλικό κύκλωμα ελέγχου που υλοποιεί την παραπάνω διεργασία.



Σχήμα 3.27. Υδραυλικό σύστημα εκτύπωσης κυκλωμάτων

2. Έστω το μηχανικό σύστημα που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.28. Το κοχλιάριο θα πρέπει να αποκτήσει κλίση για να γεμίσει μετάλλευμα με κατάλληλη εντολή που δίνεται από ένα διακόπτη. Η κίνησή του θα πρέπει να γίνεται με ελεγχόμενη ταχύτητα. Στη συνέχεια η επιστροφή του κουταλιού σε θέση αδειάσματος πρέπει να γίνεται αυτόματα με ελεγχόμενη ταχύτητα. Α) Να σχεδιαστεί και να περιγραφεί η λειτουργία του υδραυλικού κυκλώματος που υλοποιεί τη λειτουργία του συστήματος. Β) Τι πρέπει να τροποποιηθεί στον σχεδιασμό του ερωτήματος Α ώστε η θέση αδειάσματος του κοχλιάριου να διαρκεί συγκεκριμένο χρονικό διάστημα και η κίνηση μετά το πρώτο πάτημα του διακόπτη να είναι επαναλαμβανόμενη. Γ) Αν η ροπή που πρέπει να ασκηθεί στο κοχλιάριο για να πραγματοποιηθεί η ανύψωσή του είναι $T = 0.1 \text{ N} / \text{m}$, αν η επιφάνεια του εμβόλου είναι $A_p = 0.03 \text{ m}^2$ και αν η επιφάνεια του βάρου είναι $a_v = 0.0003 \text{ m}^2$ να υπολογιστεί η απαιτούμενη πίεση της παροχής του υδραυλικού κυκλώματος ελέγχου.



Σχήμα 3.28. Υδραυλικό σύστημα χύτευσης μετάλλων

Βιβλιογραφία/Αναφορές

- [1] H. E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1967
- [2] R. L. Woods and Kent L. Lawrence, *Modeling and Simulation of Dynamical Systems*, Prentice Hall Inc., 1997
- [3] N. Manring, *Hydraulic Control Systems*, Wiley, 2005
- [4] A. Akers, M. Gassman and R. Smith, *Hydraulic Power System Analysis*, Taylor & Francis, 2006
- [5] W. Durfee and Z. Sun, *Fluid Power System Dynamics*, A National Science Foundation Engineering Research Center, 2009
- [6] *Formula Book for Hydraulics and Pneumatics, Fluid and Mechanical Engineering Systems*, Department of Management and Engineering, Linköping University, 2008
- [7] H. Martin, *The Design of Hydraulic Components and Systems*, Ellis Horwood, London, 1995
- [8] A. A. Parr, *Hydraulics and Pneumatics*, Elsevier Science & Technology Books, 1999
- [9] Θ. Ν. Κωστόπουλος, *Υδραυλικά και πνευματικά συστήματα*, Αθήνα : Συμεών, 2009
- [10] Ν. Πανταζής, *Υδραυλικά συστήματα αυτομάτου ελέγχου*, Εκδόσεις Ίων, 2001
- [11] J. Levin, *Hydraulic Gates and Valves: In Free Surface Flow and Submerged Outlets*, Thomas Telford, 2001
- [12] Bud Trinkel, *Fluid Power eBook— Fluid Power Basics*, 2007
- [13] M. Winston, *Fluid Power – Basic*, Create Space Independent Publishing Platform, First Edition, April 12, 2013
- [14] D. McCloy and H. R. Martin, *The Control of Fluid power*, Longman, 1973.

Κεφάλαιο 4

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται το θέμα της μοντελοποίησης υδραυλικών ενεργοποιητών. Μελετώνται ενεργοποιητές απλής και διπλής ενέργειας και ενεργοποιητές γραμμικής και περιστροφικής κίνησης. Οι ενεργοποιητές αυτοί αναλύονται τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο της συχνότητας. Η ανάλυση που παρουσιάζεται αποτελεί απαραίτητο εργαλείο για την κατανόηση των φυσικών και δομικών χαρακτηριστικών των στοιχείων των υδραυλικών αυτοματισμών. Ο στόχος του Κεφαλαίου είναι να κατανοήσει ο αναγνώστης διαμέσω της μαθηματικής μοντελοποίησης τη λειτουργία και τα ειδικά χαρακτηριστικά των υδραυλικών ενεργοποιητών που αποτελούνται από βαλβίδες ρύθμισης ροής, έμβολα διπλής ή απλής ενέργειας και από υδραυλικούς κινητήρες. Η ύλη του κεφαλαίου συνεισφέρει στον σχεδιασμό συστημάτων ελέγχου με υδραυλικούς ενεργοποιητές που θα παρουσιαστεί σε επόμενα Κεφάλαια.

Προαπαιτούμενη γνώση

Η προαπαιτούμενη γνώση για τη κατανόηση του κεφαλαίου είναι οι βασικές γνώσεις των Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου [1]- [3], και η ύλη των Κεφαλαίων 1-3.

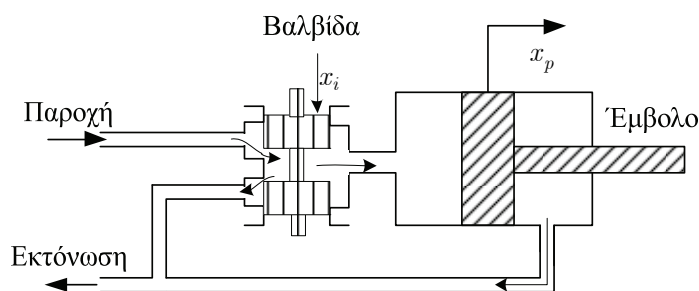
4. Μοντελοποίηση Υδραυλικών Ενεργοποιητών

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν αναλυτικά οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση ενός εμβόλου απλής ενέργειας που οδηγείται από μια βαλβίδα ρύθμισης ροής. Το γραμμικό μοντέλο που περιγράφει το παραπάνω σύστημα θα παρουσιαστεί στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας με στόχο την κατανόηση της διεργασίας από φυσικής και συστημικής πλευράς. Επιπλέον, η κίνηση του εμβόλου θα παρουσιαστεί με καμπύλες προσομοίωσης ώστε να γίνει κατανοητή σε όλα τα επίπεδα η λειτουργία ενός εμβόλου απλής ενέργειας. Όλα τα παραπάνω αποτελέσματα θα επαναληφθούν για ένα έμβολο διπλής ενέργειας που οδηγείται από μια γραμμική βαλβίδα ρύθμισης ροής και για έναν υδραυλικό κινητήρα που ελέγχεται από μια βαλβίδα ρύθμισης ροής. Απλές εφαρμογές και ασκήσεις θα παρουσιαστούν με στόχο την εξοικείωση του αναγνώστη με τους υδραυλικούς ενεργοποιητές. Στοιχεία για μελέτη σε θέματα που αφορούν τους υδραυλικούς ενεργοποιητές υπάρχουν στις αναφορές [4]-[19].

4.1. Μοντελοποίηση Βαλβίδας – Εμβόλου απλής ενέργειας

4.1.1. Μοντελοποίηση στο πεδίο του χρόνου

Ένα απλό υδραυλικό σύστημα ελέγχου αποτελείται αρχικά από μια βαλβίδα ρύθμισης ροής ρευστού η οποία επιτρέπει τη ροή του ρευστού στον κύλινδρο. Ο κύλινδρος συνδέεται με την βαλβίδα με ένα κανάλι ροής. Το ρευστό που ρέει από την βαλβίδα στον κύλινδρο προκαλεί την κίνηση ενός εμβόλου προς τα δεξιά όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Η είσοδος στο σύστημα είναι η μετατόπιση της θέσης της βαλβίδας $x_i(t)$ και η έξοδος στο σύστημα είναι η θέση του εμβόλου $x_p(t)$.



Σχήμα 4.1. Βαλβίδα τύπου εμβόλου τριών δρόμων – έμβολο απλής ενέργειας

Σύμφωνα με το Κεφάλαιο 3 (Ενότητα 3.2) η ροή που μεταφέρεται από την βαλβίδα στον κύλινδρο δίνεται από την σχέση

$$\Delta q(t) = K_q \Delta x_i \quad (4.1)$$

όπου με Δx_i συμβολίζονται μικρές μεταβολές της θέσης της βαλβίδας γύρω από μια αρχική θέση ισορροπίας $x_{i,0}$, με Δq συμβολίζονται μικρές μεταβολές της ροής του ρευστού που μεταφέρεται από την βαλβίδα στον κύλινδρο γύρω από μια αρχική θέση ισορροπίας. Η ποσότητα K_q είναι ο συντελεστής ροής μετατόπισης της βαλβίδας. Ο όγκος του ρευστού που βρίσκεται μέσα στον κύλινδρο είναι $S_c \Delta x_p(t)$ όπου S_c είναι η επιφάνεια του κυλίνδρου και $\Delta x_p(t)$ είναι η μετατόπιση του εμβόλου από τη θέση ισορροπίας του. Άρα η μεταβολή της ροής του ρευστού στον κύλινδρο δίνονται από τον τύπο

$$\Delta q_c(t) = S_c \Delta \dot{x}_p(t) \quad (4.2)$$

Εξισώνοντας τις σχέσεις (4.1) και (4.2) παράγεται η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την κίνηση του εμβόλου

$$S_c \Delta \dot{x}_p(t) = K_q \Delta x_i(t) \quad (4.3)$$

Έστω $\Delta x_p(0-) = x_p(0-) - x_{p,0}$ όπου $x_{p,0}$ είναι η θέση ισορροπίας του εμβόλου. Η λύση της διαφορικής εξίσωσης (4.3) ως προς τη μεταβλητή $\Delta x_p(t)$ είναι η ακόλουθη

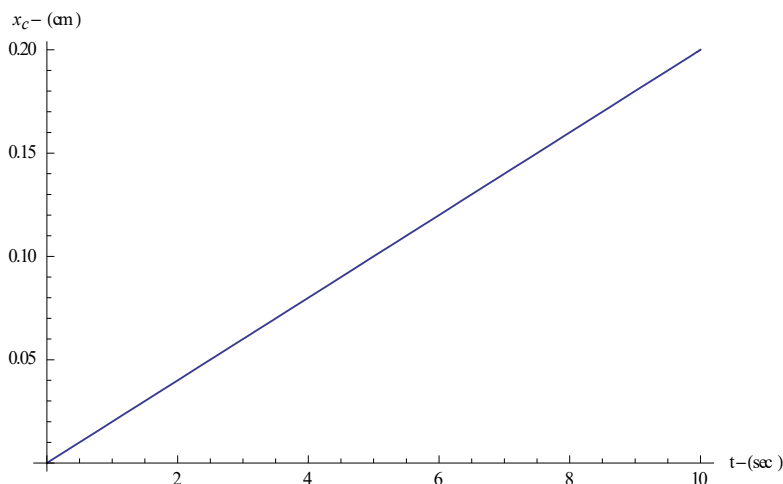
$$\Delta x_p(t) = \Delta x_p(0-) + \frac{K_q}{S_c} \int_0^t \Delta x_i(\tau) d\tau \quad (4.4)$$

Παράδειγμα 4.1: Έστω το έμβολο του Σχήματος 4.1 με τα ακόλουθα δεδομένα: Ακτίνα καναλιού ροής $R = 2(\text{cm})$, αρχική θέση ισορροπίας της βαλβίδας ροής του εμβόλου $x_{i,0} = 2(\text{cm})$, ταχύτητα ρευστού $\lambda = 0.01(\text{m} / \text{sec})$, εμβαδό του εμβόλου του ενεργοποιητή $S_c = 0.02(\text{m}^2)$, αρχική θέση ισορροπίας του εμβόλου του ενεργοποιητή $x_{p,0} = 0$ και αρχική τιμή της μεταβολής της θέσης του εμβόλου $\Delta x_p(0-) = 0$.

Από τη σχέση (3.8) ισχύει $K_q = -2\lambda R$. Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παραδείγματος και θεωρώντας ως σήμα εισόδου $\Delta x_i(t) = -0.01u_\beta(t)(\text{cm})$ όπου $u_\beta(t)$ είναι το βηματικό σήμα ($u_\beta(t) = 0$ για $t < 0$, $u_\beta(t) = 1$ για $t > 0$ και $u_\beta(0) \in (0,1)$) η λύση της διαφορικής εξίσωσης είναι

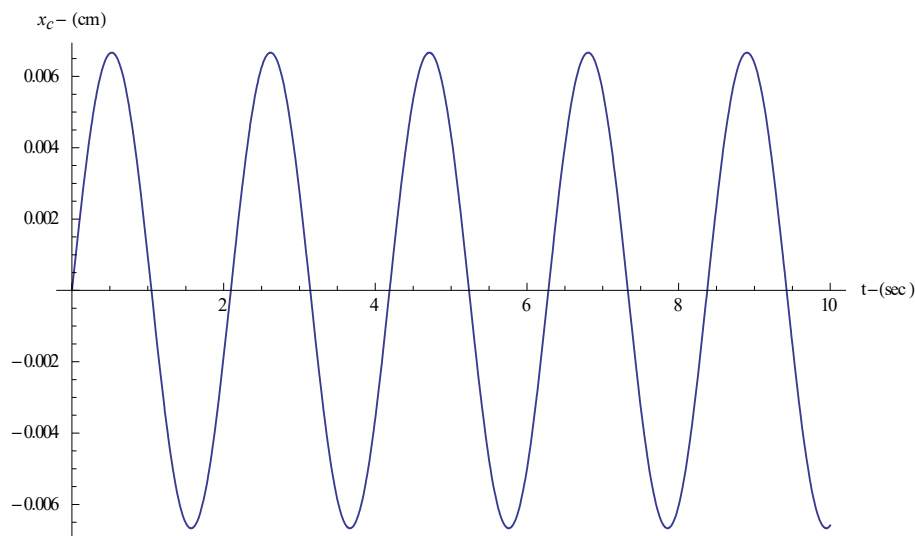
$$\Delta x_p(t) = 0.0002r_a(t)(\text{m}) \quad (4.5)$$

όπου $r_a(t)$ είναι το αναρριχητικό σήμα ($r_a(t) = 0$ για $t < 0$, $r_a(t) = t$ για $t \geq 0$). Η γραφική παράσταση της θέσης του εμβόλου ως προς το χρόνο παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.2



Σχήμα 4.2. Βηματική απόκριση της θέσης του εμβόλου ως προς το χρόνο

Στην περίπτωση που η είσοδος είναι $\Delta x_i(t) = -0.01 \cos(3t) u_\beta(t) (m)$ η λύση της διαφορικής εξίσωσης είναι $\Delta x_p(t) = 0.000066 \times \sin(3t) u_\beta(t)$. Η γραφική παράσταση της θέσης του εμβόλου ως προς το χρόνο παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.3



Σχήμα 4.3. Απόκριση της θέσης του εμβόλου ως προς το χρόνο σε ημιτονοειδή μεταβολή της θέσης της βαλβίδας

Κριτήριο αξιολόγησης 1: Να επαναληφθούν τα παραπάνω βήματα για μεγαλύτερες και μικρότερες ταχύτητες του ρευστού. Να ερμηνευτούν τα αποτελέσματα

◇

4.1.2. Ανάλυση εμβόλου απλής ενέργειας στο πεδίο της συχνότητας

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Laplace και στα δυο μέλη της εξίσωσης (4.3) και χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της παραγώγου του Μετασχηματισμού Laplace προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας

$$S_c s \Delta X_p(s) - \Delta x_p(0-) = K_q \Delta X_i(s) \quad (4.6)$$

όπου $\Delta X_p(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace του σήματος $\Delta x_p(t)$ και $\Delta X_i(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace του σήματος $\Delta x_i(t)$. Η λύση της παραπάνω αλγεβρικής εξίσωσης ως προς $\Delta X_p(s)$ είναι

$$\Delta X_p(s) = \frac{K_q}{s S_c} \Delta X_i(s) + \frac{\Delta x_p(0-)}{s} \quad (4.7)$$

Από τη λύση (4.7) και θεωρώντας ότι η αρχική συνθήκη $\Delta x_p(0-)$ είναι ίση με το μηδέν, προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς του εμβόλου απλής ενέργειας

$$H(s) = \left. \frac{\Delta X_p(s)}{\Delta X_i(s)} \right|_{\Delta x_p(0-)=0} = \frac{K_q}{s S_c} \quad (4.8)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ έχει έναν πόλο στο 0 και ως εκ τούτου το σύστημα είναι ασταθές. Εφαρμόζοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace στην εξίσωση (4.8) υπολογίζεται η βηματική απόκριση του συστήματος ανοικτού βρόχου για μηδενικές αρχικές συνθήκες

$$\Delta x_p(t) = \frac{K_q}{S_c} r_a(t) \quad (4.9)$$

Παράδειγμα 4.2: Έστω το έμβολο του Σχήματος 4.1 με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά: Ακτίνα καναλιού ροής $R = 2(cm)$, αρχική θέση ισορροπίας εμβόλου της βαλβίδας ροής $x_{i,0} = 2(cm)$, ταχύτητα ρευστού $\lambda = 0.01(m/sec)$, εμβαδό εμβόλου ενεργοποιητή $S_c = 0.02(m^2)$ και αρχική θέση ισορροπίας εμβόλου

ενεργοποιητή $x_{p,0} = 0$ και μηδενικές αρχικές συνθήκες $\Delta x_p(0-) = 0$. Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος είναι

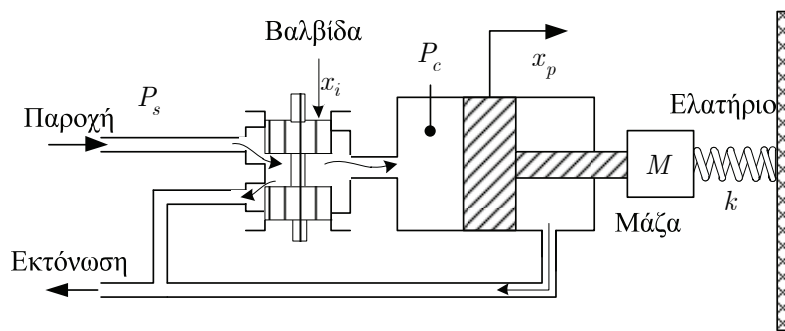
$$H(s) = \left. \frac{\Delta X_p(s)}{\Delta X_i(s)} \right|_{\Delta x_p(0-)=0} = \frac{-0.02}{s}$$

◇

4.2. Μοντελοποίηση Βαλβίδας – εμβόλου απλής ενέργειας με ελατήριο

4.2.1. Μοντελοποίηση στο πεδίο του χρόνου

Το υδραυλικό σύστημα ελέγχου που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.4 αποτελείται αρχικά από μια βαλβίδα ρύθμισης ροής ρευστού η οποία επιτρέπει τη ροή του ρευστού στον κύλινδρο. Ο κύλινδρος συνδέεται με την βαλβίδα με ένα κανάλι ροής. Το ρευστό που ρέει από την βαλβίδα στον κύλινδρο προκαλεί την κίνηση ενός εμβόλου προς τα δεξιά. Η επιστροφή του εμβόλου προς τα αριστερά πραγματοποιείται με τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο (βλ. Σχήμα 4.4). Η είσοδος του συστήματος είναι η μετατόπιση της θέσης της βαλβίδας $x_i(t)$ και η έξοδος του συστήματος είναι η θέση του εμβόλου $x_p(t)$.



Σχήμα 4.4. Βαλβίδα τύπου εμβόλου τριών δρόμων – έμβολο απλής ενέργειας με μάζα και ελατήριο

Σύμφωνα με το Κεφάλαιο 3 (Ενότητες 3.2 και 3.3) η ροή του ρευστού που μεταφέρεται από τη βαλβίδα στον κύλινδρο δίνεται από την σχέση:

$$\Delta q(t) = K_q \Delta x_i - K_c \Delta P_c \quad (4.10)$$

όπου Δx_i είναι μικρές μεταβολές της θέσης της βαλβίδας γύρω από μια θέση ισορροπίας, Δq είναι μικρές μεταβολές της ροής που μεταφέρεται από την βαλβίδα στον κύλινδρο γύρω από μια θέση ισορροπίας, K_q είναι ο συντελεστής ροής μετατόπισης της βαλβίδας, ΔP_c είναι μικρές μεταβολές της πίεσης στο εσωτερικό του εμβόλου γύρω από μια θέση ισορροπίας και K_c είναι ο συντελεστής ροής πίεσης. Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας στον όγκο του ρευστού μέσα στον κύλινδρο ισχύει η ακόλουθη εξίσωση:

$$\Delta q(t) + C_L (\Delta P_s - \Delta P_c) = \frac{d(V_0 + S_c \Delta x_p)}{dt} + \frac{(V_0 + S_c \Delta x_p)}{\beta_e} \frac{d\Delta P_c}{dt} \quad (4.11)$$

όπου C_L είναι ο συντελεστής διαρροής, V_0 είναι ο όγκος του ρευστού στο κύλινδρο στη θέση ισορροπίας, S_c είναι η επιφάνεια του κυλίνδρου και β_e είναι ο συντελεστής Bulk modulus του ρευστού.

Έστω ότι το γινόμενο μικρών μεταβολών είναι αρκετά μικρό ώστε να είναι περίπου ίσο με μηδέν

δηλαδή $\Delta x_p \frac{d\Delta P_c}{dt} \approx 0$. Έστω ότι η πίεση παροχής είναι σταθερή ($\Delta P_s = 0$). Αντικαθιστώντας τη σχέση (4.10) στη σχέση (4.11) λαμβάνεται η ακόλουθη σχέση ροής πίεσης και μετατόπισης στο υδραυλικό σύστημα

$$K_g \Delta x_i - K_c \Delta P_c - C_L \Delta P_c - S_c \frac{d(\Delta x_p)}{dt} - \frac{V_0}{\beta_e} \frac{d(\Delta P_c)}{dt} = 0 \quad (4.12)$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Νεύτωνα στη μάζα M λαμβάνεται η εξίσωση

$$M \frac{d^2(\Delta x_p)}{dt^2} = \Delta P_c S_c - k \Delta x_p \quad (4.13)$$

όπου k είναι η σταθερά του ελατηρίου.

Ορίζονται οι ακόλουθες μεταβλητές κατάστασης

$$x_1(t) = \Delta x_p(t) \quad (4.14)$$

$$x_2(t) = \Delta \dot{x}_p(t) \quad (4.15)$$

$$x_3(t) = \Delta P_c(t) \quad (4.16)$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω μεταβλητές στις σχέσεις (4.12) και (4.13) προκύπτει η ακόλουθη ισοδύναμη περιγραφή του συστήματος

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (4.17)$$

$$M \dot{x}_2(t) = -kx_1(t) + S_p x_3(t) \quad (4.18)$$

$$\left(\frac{V_0}{\beta_e} \right) \dot{x}_3(t) = -(C_L + K_c)x_3(t) - S_c x_2(t) + K_g \Delta x_i(t) \quad (4.19)$$

Οι τρεις διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης που παρουσιάζονται στις εξισώσεις (4.17)-(4.19) μπορούν να γραφτούν ισοδύναμα στον χώρο κατάστασης με τις ακόλουθες διανυσματικές εξισώσεις

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.20)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4.21)$$

$$x(0-) \quad : \quad \text{αρχικές συνθήκες} \quad (4.22)$$

όπου το διάνυσμα κατάστασης του μοντέλου είναι

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_p(t) \\ \Delta \dot{x}_p(t) \\ \Delta P_c(t) \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Η είσοδος του συστήματος είναι

$$u(t) = \Delta x_i(t) \quad (4.24)$$

Η έξοδος του συστήματος είναι

$$y(t) = x_1(t) = \Delta x_0(t) \quad (4.25)$$

Το διάνυσμα αρχικών συνθηκών του συστήματος είναι

$$x(0-) = \begin{bmatrix} x_1(0-) \\ x_2(0-) \\ x_3(0-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p(0-) \\ \dot{x}_p(0-) \\ P_c(0-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{p,0} \\ \dot{x}_{p,0} \\ P_{c,0} \end{bmatrix}$$

όπου $x_p(0-), \dot{x}_p(0-), P_c(0-)$ είναι οι αρχικές τιμές της μετατόπισης, της ταχύτητας και της διαφοράς πίεσης του εμβόλου αντίστοιχα και $x_{p,0}, \dot{x}_{p,0}, P_{c,0}$ είναι οι θέσεις ισορροπίας της μετατόπισης, της ταχύτητας και της διαφοράς πίεσης του εμβόλου αντίστοιχα.

Οι πίνακες που παρουσιάζονται στις εξισώσεις (4.20) και (4.21) είναι

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{M} & 0 & \frac{S_c}{M} \\ 0 & -\frac{S_c \beta_e}{V_0} & -\frac{(C_L + K_c) \beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_q \beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (4.26)$$

Η χρονική απόκριση του συστήματος (4.20), (4.21) και (4.22) δίνεται σε συνάρτηση των μεταβλητών κατάστασης από τον ακόλουθο τύπο

$$x(t) = \begin{bmatrix} \Delta x_p(t) \\ \Delta \dot{x}_p(t) \\ \Delta P_c(t) \end{bmatrix} = \Phi(t)x(0-) + \int_0^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau \quad (4.27)$$

όπου $\Phi(t)$ είναι ο μεταβατικός πίνακας του συστήματος (4.20) και (4.21)

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1} \left([sI_n - A]^{-1} \right) \quad (4.28)$$

όπου I_n είναι ο μοναδιαίος πίνακας τάξης n και όπου ο τελεστής \mathcal{L}^{-1} είναι ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace.

Παράδειγμα 4.3: Έστω το έμβολο του Σχήματος 4.4 με τις ακόλουθες ονομαστικές τιμές των σταθερών παραμέτρων του συστήματος:

Σύμβολο	Ορισμός	Τιμές
V_0	Όγκος ρευστού	$486 / 100^3 \text{ m}^3$
S_c	Επιφάνεια εμβόλου	$700 / 100^2 \text{ m}^2$
β_e	bulk modulus	$895 \times 10^6 \text{ Pa}$
K_q	Συντελεστής ροής μετατόπισης	$0.01 \text{ m}^2 / \text{sec}$
k	Σταθερά ελατηρίου	0.5 Nm^{-1}
M	Μάζα	2 Kg
C_L	Συντελεστής διαρροής	$2 * 10^{-2} \text{ m}^3 / \text{Pa} / \text{sec}$
K_c	Συντελεστής ροής πίεσης	$0.00001 \text{ m}^3 / \text{Pa} / \text{sec}$

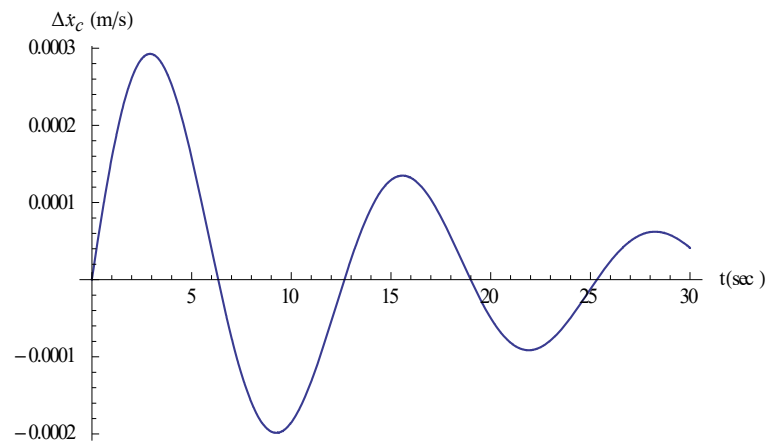
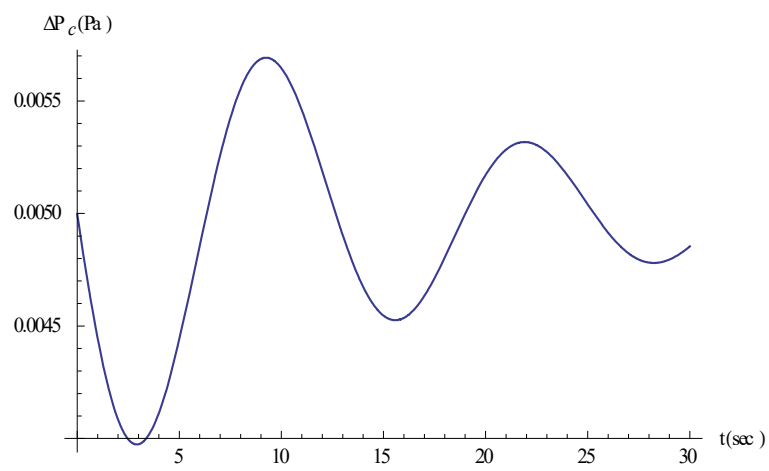
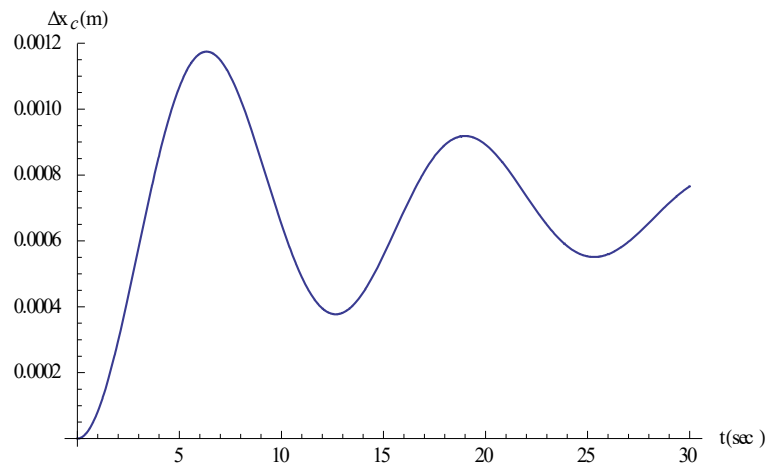
Να προσδιοριστεί η χρονική απόκριση της θέσης του εμβόλου για βηματική είσοδο πλάτους $0.01(m)$ και αρχικές συνθήκες 0 .

Λύση:

Χρησιμοποιώντας τους τύπους (4.27) και (4.28) και τα δεδομένα του παραδείγματος προκύπτουν οι ακόλουθες χρονικές αποκρίσεις των μεταβλητών του συστήματος

$$\begin{bmatrix} \Delta x_p(t) \\ \Delta \dot{x}_p(t) \\ \Delta P_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(-0.06122t) [-0.0006997 \cos(0.4962t) - 0.00008631 \sin(0.4962t)] + 0.0006997 \\ 0.0003525 \exp(-0.06122t) \sin(0.4962t) \\ -0.001233 \exp(-0.06122t) \sin(0.4962t) - 0.004998 \exp(-3.685 \times 10^{10} t) + 0.004998 \end{bmatrix}$$

Για χρόνο 30 sec οι καμπύλες των μεταβλητών κατάστασης φαίνονται στις ακόλουθες γραφικές παραστάσεις



Σχήμα 4.5. Απόκριση των μεταβλητών κατάστασης

◇

4.2.2. Ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Laplace και στα δυο μέλη των εξισώσεων κατάστασης (4.20) του συστήματος προκύπτει η ακόλουθη αλγεβρική εξίσωση στο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας:

$$X(s) = (sI_n - A)^{-1} BU(s) + (sI_n - A)^{-1} x(0-) \quad (4.29)$$

όπου $X(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace του διανύσματος κατάστασης και $U(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace της εισόδου. Χρησιμοποιώντας τη σχέση (4.29) η σχέση (4.21) μπορεί ισοδύναμα να γραφεί ως εξής

$$Y(s) = C(sI_n - A)^{-1} BU(s) + C(sI_n - A)^{-1} x(0-) \quad (4.30)$$

όπου $Y(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace της εξόδου. Εκτελώντας τις πράξεις και χρησιμοποιώντας τους πίνακες που δίνονται στη σχέση (4.26) λαμβάνονται τα ακόλουθα αποτελέσματα

$$C(sI_n - A)^{-1} B = \frac{K_q S_c \beta_e}{MV_0 p(s)} \quad (4.31)$$

$$p(s) = s^3 + s^2 \frac{MC_L \beta_e + MK_c \beta_e}{MV_0} + s \frac{kV_0 + S_c^2 \beta_e}{MV_0} + \frac{kC_L \beta_e + kK_c \beta_e}{MV_0} \quad (4.32)$$

$$C(sI_n - A)^{-1} = \frac{1}{p(s)} \left[s^2 + \frac{S_c^2 \beta_e}{MV_0} + \frac{s(MC_L \beta_e + MK_c \beta_e)}{MV_0} \middle| s + \frac{(C_L + K_c) \beta_e}{V_0} \middle| \frac{S_c}{M} \right] \quad (4.33)$$

Το πολυώνυμο $p(s)$ είναι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος ανοικτού βρόχου. Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.31) - (4.33) στη σχέση (4.30) προκύπτει ότι η απόκριση της εξόδου του συστήματος στο πεδίο της συχνότητας είναι

$$Y(s) = \frac{K_q S_c \beta_e / MV_0}{p(s)} U(s) + \left[\frac{s^2 + \frac{S_c^2 \beta_e}{MV_0} + \frac{s(MC_L \beta_e + MK_c \beta_e)}{MV_0}}{p(s)} \right] (x_p(0-) - x_{p,0}) + \left[\frac{s + \frac{(C_L + K_c) \beta_e}{V_0}}{p(s)} \right] (\dot{x}_p(0-) - \dot{x}_{p,0}) + \frac{S_c}{p(s)} (P_c(0-) - P_{c,0}) \quad (4.34)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος ανοικτού βρόχου είναι

$$H(s) = C(sI_n - A)^{-1} B = \frac{K_q S_c \beta_e}{MV_0 p(s)} \quad (4.35)$$

Η χρονική απόκριση του διανύσματος κατάστασης μπορεί να υπολογιστεί εφαρμόζοντας στη σχέση (4.29) τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace, δηλαδή

$$\begin{bmatrix} \Delta x_p(t) \\ \Delta \dot{x}_p(t) \\ \Delta P_c(t) \end{bmatrix} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ (sI_n - A)^{-1} BU(s) + (sI_n - A)^{-1} x(0-) \right\} \quad (4.36)$$

Ομοίως η χρονική απόκριση της εξόδου μπορεί να υπολογιστεί εφαρμόζοντας στη σχέση (4.34) τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace, δηλαδή

$$\Delta x_p(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K_q S_c \beta_e}{MV_0} U(s) + \left[\frac{s^2 + \frac{S_c^2 \beta_e}{MV_0} + \frac{s(MC_L \beta_e + MK_c \beta_e)}{MV_0}}{p(s)} \right] [x_p(0-) - x_{p,0}] + \left[\frac{s + \frac{(C_L + K_c) \beta_e}{V_0}}{p(s)} \right] [\dot{x}_p(0-) - \dot{x}_{p,0}] + \frac{S_c}{p(s)} [P_c(0-) - P_{c,0}] \right\} \quad (4.37)$$

Για τον έλεγχο της ευστάθειας του συστήματος ανοικτού βρόχου κατασκευάζεται ο πίνακας Routh του χαρακτηριστικού πολυωνύμου (4.32)

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & a_0 & a_2 \\ s^2 & a_1 & a_3 \\ s & b_1 & 0 \\ 1 & c_1 & 0 \end{array}$$

όπου

$$\alpha_0 = 1, \alpha_1 = \frac{(MC_L\beta_e + MK_c\beta_e)}{MV_0}, \alpha_2 = \frac{(kV_0 + S_c^2\beta_e)}{MV_0}, \alpha_3 = \frac{kC_L\beta_e + kK_c\beta_e}{MV_0}$$

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} \alpha_0 & \alpha_2 \\ \alpha_1 & \alpha_3 \end{vmatrix}}{\alpha_1} = -\frac{\alpha_0\alpha_3 - \alpha_1\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{S_c^2\beta_e}{MV_0}$$

$$c_1 = \alpha_3 = \frac{kC_L\beta_e + kK_c\beta_e}{MV_0}$$

Για να είναι το σύστημα ευσταθές θα πρέπει τα στοιχεία της πρώτης στήλης του πίνακα Routh να είναι ομόσημα, δηλαδή

$$\frac{(MC_L\beta_e + MK_c\beta_e)}{MV_0} > 0$$

$$\frac{S_c^2\beta_e}{MV_0} > 0$$

$$\frac{kC_L\beta_e + kK_c\beta_e}{MV_0} > 0$$

Οι παραπάνω συνθήκες ισχύουν πάντα και επομένως το σύστημα του ενεργοποιητή είναι ευσταθές για κάθε τιμή των παραμέτρων του.

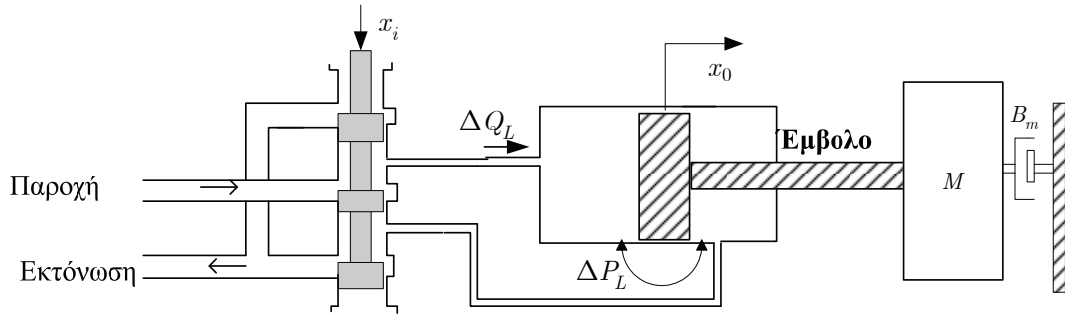
4.3. Μοντελοποίηση Βαλβίδας – Εμβόλου διπλής ενέργειας

4.3.1. Μοντελοποίηση στο πεδίο του χρόνου

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστούν οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση ενός εμβόλου διπλής ενέργειας που είναι συνδεδεμένο με μία μάζα. Η ροή στα δυο μέρη του κυλίνδρου καθορίζεται από μια βαλβίδα ρύθμισης συνεχούς ροής (βλ. Σχήμα 4.6). Η ροή που μεταφέρεται από τη βαλβίδα στο έμβολο δίνεται από την ακόλουθη προσεγγιστική γραμμική σχέση που παρουσιάστηκε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3:

$$\Delta Q_L(t) = K_g \Delta x_i(t) - K_c \Delta P_L(t) \quad (4.38)$$

όπου ΔQ_L είναι μικρές μεταβολές της ροής που μεταφέρεται από την βαλβίδα στο έμβολο γύρω από μια θέση ισορροπίας, $\Delta P_L(t)$ είναι μικρές μεταβολές της διαφοράς πίεσης στα άκρα του εμβόλου γύρω από τη θέση ισορροπίας, K_g είναι τα κέρδος της ροής και K_c είναι ο συντελεστής ροής – πίεσης.



Σχήμα 4.6. Βαλβίδα – Έμβολο διπλής ενέργειας

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Newton στη μάζα M προκύπτει η διαφορική εξίσωση

$$M \frac{d^2 \Delta x_0(t)}{dt^2} = \sum_{i=1}^2 F_i(t) \quad (4.39)$$

όπου M η μάζα του εξωτερικού φορτίου και $\sum_{i=1}^2 F_i(t)$ το άθροισμα των δυο δυνάμεων που ασκούνται στη μάζα. Οι δυνάμεις αυτές είναι

$$F_1(t) = \Delta P_L(t) S_p \quad (4.40)$$

$$F_2(t) = -B_m \frac{d \Delta x_0(t)}{dt} \quad (4.41)$$

όπου B_m η σταθερά απόσβεσης του αποσβεστήρα με τον οποίο είναι συνδεδεμένη η μάζα.

Η ροή του ρευστού που εισέρχεται στον κύλινδρο από την βαλβίδα αναλύεται σε τρεις διαφορετικές συνιστώσες. Η πρώτη είναι η ροή $q_F(t)$ που καταναλώνεται στην κίνηση του εμβόλου, η δεύτερη συνιστώσα είναι η ροή $q_c(t)$ που χάνεται λόγω φαινομένων συμπίεστότητας και η τρίτη συνιστώσα είναι η ροή $q_L(t)$ που χάνεται λόγω φαινομένων διαρροής. Επομένως προκύπτει η σχέση

$$\Delta Q_L(t) = q_F(t) + q_c(t) + q_L(t) \quad (4.42)$$

Οι τρεις αυτές ροές σχετίζονται με τη διαφορά πίεσης στα άκρα του εμβόλου και με την ταχύτητα του με τις ακόλουθες σχέσεις :

$$q_F(t) = S_p \frac{d \Delta x_0(t)}{dt} \quad (4.43)$$

$$q_c(t) = \left(\frac{V_0}{\beta_e} \right) \frac{d \Delta P_L}{dt} \quad (4.44)$$

$$q_L(t) = K_L \Delta P_L(t) \quad (4.45)$$

όπου V_0 συμβολίζει τον αρχικό όγκο του ρευστού που είναι παγιδευμένος στον θάλαμο του κυλίνδρου και β_e συμβολίζει την σταθερά bulk modulus του ρευστού.

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (4.39)-(4.45) προκύπτουν οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του εμβόλου του Σχήματος 4.6

$$M \frac{d^2 \Delta x_0(t)}{dt^2} + B_m \frac{d \Delta x_0(t)}{dt} - S_p \Delta P_L(t) = 0 \quad (4.46)$$

$$\left(\frac{V_0}{\beta_e} \right) \frac{d \Delta P_L}{dt} + K_L \Delta P_L(t) + K_c \Delta P_L(t) + S_p \Delta \dot{x}_0(t) = K_q \Delta x_i(t) \quad (4.47)$$

με αρχικές συνθήκες $\Delta x_0(0-)$, $\Delta \dot{x}_0(0-)$, $\Delta P_L(0-)$.

Οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος ορίζονται ως εξής

$$x_1(t) = \Delta x_0(t) \quad (4.48)$$

$$x_2(t) = \Delta \dot{x}_0(t) \quad (4.49)$$

$$x_3(t) = \Delta P_L(t) \quad (4.50)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.48)-(4.50) στις διαφορικές εξισώσεις (4.46) και (4.47) προκύπτει η ακόλουθη ισοδύναμη περιγραφή των διαφορικών εξισώσεων του συστήματος

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (4.51)$$

$$M\dot{x}_2(t) + B_m x_2(t) - S_p x_3(t) = 0 \quad (4.52)$$

$$\left(\frac{V_0}{\beta_e} \right) \dot{x}_3(t) + (K_L + K_c) x_3(t) + S_p x_2(t) = K_q \Delta x_i(t) \quad (4.53)$$

Οι τρεις διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης που παρουσιάζονται στις εξισώσεις (4.51) - (4.53) μπορούν να γραφτούν στον χώρο κατάστασης ως ακολούθως

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.54)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4.55)$$

$$x(0^-) : \text{αρχικές συνθήκες} \quad (4.56)$$

Το διάνυσμα κατάστασης του μοντέλου είναι

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_0(t) \\ \Delta \dot{x}_0(t) \\ \Delta P_L(t) \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Η είσοδος του συστήματος είναι

$$u(t) = \Delta x_i(t) \quad (4.58)$$

Η έξοδος του συστήματος είναι

$$y(t) = x_1(t) = \Delta x_0(t) \quad (4.59)$$

Το διάνυσμα αρχικών συνθηκών του συστήματος είναι

$$x(0^-) = \begin{bmatrix} x_1(0^-) \\ x_2(0^-) \\ x_3(0^-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_0(0^-) \\ \Delta \dot{x}_0(0^-) \\ \Delta P_L(0^-) \end{bmatrix}$$

Οι πίνακες που παρουσιάζονται στις εξισώσεις (4.54) και (4.55) είναι

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{M} & \frac{S_p}{M} \\ 0 & -\frac{S_p \beta_e}{V_0} & -\frac{(K_L + K_c) \beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_q \beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (4.60)$$

4.3.2. Ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας

Σε αυτήν την ενότητα θα υπολογιστούν τα βασικά συστημικά χαρακτηριστικά του μοντέλου του εμβόλου και της βαλβίδας στο πεδίο της συχνότητας. Εφαρμόζοντας τον μετασχηματίζοντας Laplace και στα δυο μέλη των εξισώσεων του χώρου κατάστασης (4.54) και (4.55) προκύπτει το ακόλουθο σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων

$$sX(s) - x(0^-) = AX(s) + BU(s) \quad (4.61)$$

$$Y(s) = CX(s) \quad (4.62)$$

Λύνοντας τις παραπάνω εξισώσεις ως προς $Y(s)$ προκύπτει η απόκριση του συστήματος στο πεδίο της συχνότητας

$$Y(s) = C(sI_3 - A)^{-1} BU(s) + C(sI_3 - A)^{-1} x(0^-) \quad (4.63)$$

Η σχέση (4.63) διατυπώνεται ως εξής

$$Y(s) = H_1(s)U(s) + H_2(s)x(0^-) \quad (4.64)$$

όπου χρησιμοποιώντας την σχέση (4.60) προκύπτει ότι

$$H_1(s) = \frac{\beta_e K_q S_p}{s \left\{ \beta_e \left[(K_C + K_L)(B_m + Ms) + S_p^2 \right] + s(B_m + Ms)V_0 \right\}} \quad (4.65)$$

$$H_2(s) = \left[h_{2,1}(s) \mid h_{2,2}(s) \mid h_{2,3}(s) \right] \quad (4.66)$$

και όπου

$$h_{2,1} = \frac{1}{s}$$

$$h_{2,2}(s) = \frac{\beta_e (K_C + K_L)M + MsV_0}{s \left\{ \beta_e \left[(K_C + K_L)(B_m + Ms) + S_p^2 \right] + s(B_m + Ms)V_0 \right\}} \quad (4.67)$$

$$h_{2,3}(s) = \frac{S_p V}{s \left\{ \beta_e \left[(K_C + K_L)(B_m + Ms) + S_p^2 \right] + s(B_m + Ms)V_0 \right\}}$$

Για μηδενικές αρχικές συνθήκες η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος είναι η $H_1(s)$ και το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος ανοικτού βρόχου είναι

$$p(s) = MV_0 s^3 + \left[\beta_e (K_C + K_L)M + B_m V_0 \right] s^2 + \left[\beta_e \left\{ B_m (K_C + K_L) + S_p^2 \right\} \right] s \quad (4.68)$$

Λύνοντας την εξίσωση $p(s) = 0$ ως προς s , οι πόλοι του συστήματος είναι:

$$\rho_1 = 0$$

$$\rho_{2,3} = -\frac{\beta_e (K_C + K_L)M + B_m V_0 \pm \sqrt{-4\beta_e M \left[B_m (K_C + K_L) + S_p^2 \right] V_0 + \left[\beta_e (K_C + K_L)M + B_m V_0 \right]^2}}{2MV_0}$$

Όπως είναι φανερό από τις παραπάνω λύσεις το σύστημα ανοικτού βρόχου έχει έναν ασταθή πόλο στο μηδέν και δυο ευσταθείς πόλους που χαρακτηρίζονται από τα εξής χαρακτηριστικά :

$$\text{φυσική ιδιοσυχνότητα : } \omega_0 = \sqrt{\beta_e \left[B_m (K_C + K_L) + S_p^2 \right]}$$

$$\text{απόσβεση : } \zeta = \frac{\beta_e (K_C + K_L)M + B_m V_0}{2\beta_e \left[B_m (K_C + K_L) + S_p^2 \right]}$$

Από την παραπάνω ανάλυση είναι φανερό ότι αν θεωρηθεί ως έξοδος του συστήματος η ταχύτητα του εμβόλου τότε η συνάρτηση μεταφοράς είναι

$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{\beta_e K_q S_p}{\beta_e \left[(K_C + K_L)(B_m + Ms) + S_p^2 \right] + s(B_m + Ms)V_0} \quad (4.69)$$

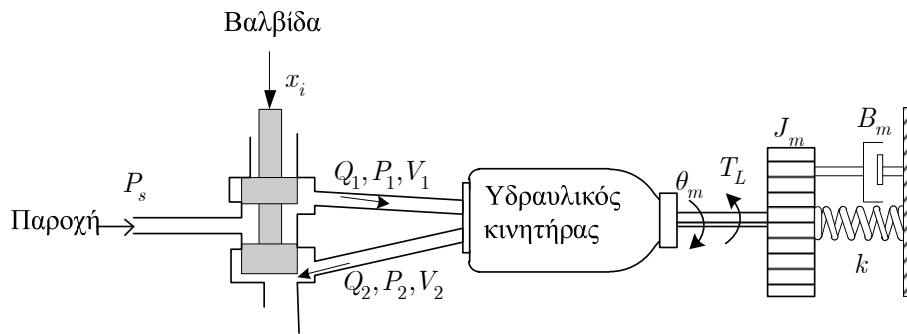
Όπου $V(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace της ταχύτητας του εμβόλου.

Από τις σχέσεις (4.65) και (4.69) συμπεραίνεται ότι το σύστημα είναι ευσταθές ως προς την ταχύτητα και ασταθές ως προς την θέση του εμβόλου.

4.4. Μοντελοποίηση Βαλβίδας – Υδραυλικού Κινητήρα

4.4.1. Μοντελοποίηση στο πεδίο του χρόνου

Σύμφωνα με τη διάταξη του Σχήματος 4.7, η βαλβίδα ρύθμισης ροής 3/2 ελέγχει τη ροή στα δυο κανάλια ροής του υδραυλικού κινητήρα. Με τη διάταξη αυτή η βαλβίδα ρυθμίζει τη φορά και τη ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα.



Σχήμα 4.7. Βαλβίδα – Υδραυλικός κινητήρας

Η ροή που μεταφέρεται από τη βαλβίδα στα δυο κανάλια ροής του κινητήρα δίνεται από την ακόλουθη προσεγγιστική γραμμική σχέση που παρουσιάστηκε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 3

$$\Delta Q_1(t) = K_q \Delta x_i(t) - 2K_c \Delta P_1 \quad (4.70)$$

$$\Delta Q_2(t) = K_q \Delta x_i(t) - 2K_c \Delta P_2 \quad (4.71)$$

όπου ΔQ_i ($i=1,2$) είναι μικρές μεταβολές της ροής που μεταφέρεται από την βαλβίδα στα δυο κανάλια ροής του κινητήρα, ΔP_i ($i=1,2$) μικρές μεταβολές της πίεσης στα δυο κανάλια ροής, K_q είναι τα κέρδος ροής και K_c ο συντελεστής ροής – πίεσης. Αθροίζοντας τις σχέσεις (4.70) και (4.71) λαμβάνεται η σχέση

$$\Delta Q_L(t) = K_q \Delta x_i(t) - K_c \Delta P_L \quad (4.72)$$

όπου

$$\Delta Q_L = \frac{\Delta Q_1 + \Delta Q_2}{2}, \quad \Delta P_L = \Delta P_1 - \Delta P_2 \quad (4.73)$$

Με βάση την εξίσωση συνέχειας για τα δυο κανάλια ροής του κινητήρα προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις

$$\Delta Q_1 - C_{il} \Delta P_L - C_{el} \Delta P_1 = \frac{d(\Delta V_1)}{dt} + \frac{\Delta V_1}{\beta_e} \frac{d(\Delta P_1)}{dt} \quad (4.74)$$

$$\Delta Q_2 - C_{il} \Delta P_L + C_{el} \Delta P_2 = -\frac{d(\Delta V_2)}{dt} - \frac{\Delta V_2}{\beta_e} \frac{d(\Delta P_2)}{dt} \quad (4.75)$$

όπου C_{il} είναι ο συντελεστής εσωτερικής διαρροής του κινητήρα, C_{el} είναι ο συντελεστής εξωτερικής διαρροής του κινητήρα, β_e είναι ο συντελεστής bulk modulus του ρευστού και ΔV_i ($i=1,2$) είναι μικρές μεταβολές του όγκου του ρευστού στα δυο κανάλια για τις οποίες ισχύει

$$\frac{d(\Delta V_1)}{dt} = D_m \frac{d(\Delta \theta_m)}{dt} = -\frac{d(\Delta V_2)}{dt} \quad (4.76)$$

όπου D_m είναι η ογκομετρική μετατόπιση του κινητήρα και με $\Delta \theta_m$ συμβολίζονται μικρές μεταβολές της γωνίας περιστροφής του κινητήρα. Αθροίζοντας τις σχέσεις (4.74) και (4.75) και αντικαθιστώντας στο αποτέλεσμα τη σχέση (4.76) προκύπτει η ακόλουθη διαφορική εξίσωση

$$\Delta Q_L = \left(C_{iL} + \frac{C_{eL}}{2} \right) \Delta P_L + D_m \frac{d(\Delta \theta_m)}{dt} + \frac{1}{\beta_e} \left[\Delta V_1 \frac{d(\Delta P_1)}{dt} - \Delta V_2 \frac{d(\Delta P_2)}{dt} \right] \quad (4.77)$$

Επειδή

$$\Delta V_1 = V_0 + f_m(\Delta \theta_m) \quad (4.78)$$

$$\Delta V_2 = V_0 - f_m(\Delta \theta_m) \quad (4.79)$$

όπου $f_m(\Delta \theta_m)$ είναι η συνάρτηση που εκφράζει την μεταβολή του όγκου του ρευστού στον κινητήρα και οφείλεται στην περιστροφή του άξονα του κινητήρα. Έστω V_0 ο αρχικός όγκος του ρευστού στο υδραυλικό

σύστημα. Σημειώνεται $\frac{d(\Delta P_1)}{dt} + \frac{d(\Delta P_2)}{dt} = 0$. Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.72), (4.78) και (4.79) προκύπτει ότι

$$K_q \Delta x_i(t) - K_c \Delta P_L = \left(C_{iL} + \frac{C_{eL}}{2} \right) \Delta P_L + D_m \frac{d(\Delta \theta_m)}{dt} + \frac{V_0}{2\beta_e} \frac{d(\Delta P_L)}{dt} \quad (4.80)$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Νεύτωνα στον περιστροφικό δίσκο του κινητήρα λαμβάνεται η διαφορική εξίσωση

$$J_m \frac{d^2(\Delta \theta_m)}{dt^2} = D_m \Delta P_L - B_m \frac{d(\Delta \theta_m)}{dt} - k \Delta \theta_m \quad (4.81)$$

όπου J_m είναι η ροπή αδράνειας του περιστροφικού δίσκου, B_m είναι ο συντελεστής απόσβεσης του δίσκου και k είναι η σταθερά του περιστροφικού ελατηρίου που είναι συνδεδεμένος ο περιστροφικός δίσκος.

Οι καταστάσεις του συστήματος ορίζονται ως ακολούθως

$$x_1(t) = \Delta \theta_m(t) \quad (4.82)$$

$$x_2(t) = \Delta \dot{\theta}_m(t) \quad (4.83)$$

$$x_3(t) = \Delta P_L(t) \quad (4.84)$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω μεταβλητές στις σχέσεις (4.80) και (4.81) προκύπτει η ακόλουθη ισοδύναμη περιγραφή:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (4.85)$$

$$J_m \dot{x}_2(t) = D_m x_3(t) - B_m x_2(t) - k x_1(t) \quad (4.86)$$

$$\left(\frac{V_0}{2\beta_e} \right) \dot{x}_3(t) = K_q \Delta x_i(t) - \left(K_c + C_{iL} + \frac{C_{eL}}{2} \right) x_3(t) - D_m x_2(t) \quad (4.87)$$

Οι τρεις διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης που παρουσιάζονται στις εξισώσεις (4.85)-(4.87) μπορούν να γραφτούν ισοδύναμα στον χώρο κατάστασης ως ακολούθως

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.88)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4.89)$$

$$x(0^-) : \text{αρχικές συνθήκες} \quad (4.90)$$

Το διάνυσμα κατάστασης του μοντέλου είναι

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_m(t) \\ \Delta \dot{\theta}_m(t) \\ \Delta P_L(t) \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

Η είσοδος του συστήματος είναι

$$u(t) = \Delta x_i(t) \quad (4.92)$$

Η έξοδος του συστήματος είναι

$$y(t) = x_1(t) = \Delta \theta_m(t) \quad (4.93)$$

Το διάνυσμα αρχικών συνθηκών του συστήματος είναι

$$x(0-) = \begin{bmatrix} x_1(0-) \\ x_2(0-) \\ x_3(0-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\theta_m(0-) \\ \Delta\dot{\theta}_m(0-) \\ \Delta P_L(0-) \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

Οι πίνακες που παρουσιάζονται στις εξισώσεις (4.88) και (4.89) είναι

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{J_m} & -\frac{B_m}{J_m} & \frac{D_m}{J_m} \\ 0 & -\frac{2D_m\beta_e}{V_0} & \frac{-2\left(K_c + C_{iL} + \frac{C_{eL}}{2}\right)\beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2K_q\beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (4.95)$$

4.4.2. Ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας

Η απόκριση του συστήματος στο πεδίο της συχνότητας είναι

$$Y(s) = C(sI_n - A)^{-1}BU(s) + C(sI_n - A)^{-1}x(0-) \quad (4.96)$$

όπου

$$C(sI_n - A)^{-1}B = \frac{2D_mK_q\beta_e}{J_mV_0} \frac{1}{p(s)} \quad (4.97)$$

$$C(sI_n - A)^{-1} = \frac{1}{p(s)} \times \left[s^2 + \frac{2D_m^2\beta_e + B_m[C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)]\beta_e}{J_mV_0} + \frac{s\{B_mV_0 + J_m[C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)]\beta_e\}}{J_mV_0} \right] \left| \begin{array}{l} \\ \\ s + \frac{[C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)]\beta_e}{V_0} \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \\ \\ \frac{D_m}{J_m} \end{array} \right| \quad (4.98)$$

και όπου

$$p(s) = s^3 + \frac{s^2(B_mV_0 + C_{eL}J_m\beta_e + 2C_{iL}J_m\beta_e + 2J_mK_c\beta_e)}{J_mV_0} + \frac{s(kV_0 + B_mC_{eL}\beta_e + 2B_mC_{iL}\beta_e + 2D_m^2\beta_e + 2B_mK_c\beta_e)}{J_mV_0} + \frac{kC_{eL}\beta_e + 2kC_{iL}\beta_e + 2kK_c\beta_e}{J_mV_0} \quad (4.99)$$

Το πολυώνυμο $p(s)$ είναι το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος ανοικτού βρόχου. Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.97) και (4.98) στην σχέση (4.96) προκύπτει η απόκριση του συστήματος στο πεδίο της συχνότητας

$$Y(s) = \frac{2D_mK_q\beta_e}{J_mV_0} \frac{1}{p(s)}U(s) + \frac{1}{p(s)} \left\{ s^2 + \frac{2D_m^2\beta_e + B_m\{C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)\}\beta_e}{J_mV_0} + \frac{s(B_mV_0 + J_m[C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)]\beta_e)}{J_mV_0} \right\} \Delta\theta_m(0-) + \frac{1}{p(s)} \left\{ s + \frac{[C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)]\beta_e}{V_0} \right\} \Delta\dot{\theta}_m(0-) + \frac{D_m}{J_m} \Delta P_L(0-) \quad (4.100)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος είναι

$$H(s) = C(sI_n - A)^{-1}B = \frac{2D_mK_q\beta_e}{J_mV_0} \frac{1}{p(s)} \quad (4.101)$$

Για τον έλεγχο της ευστάθειας του συστήματος ανοικτού βρόχου κατασκευάζεται ο πίνακας Routh

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & a_0 & a_2 \\ s^2 & a_1 & a_3 \\ s & b_1 & 0 \\ 1 & c_1 & 0 \end{array}$$

όπου

$$\alpha_0 = 1$$

$$\alpha_1 = \frac{B_m V_0 + C_{eL} J_m \beta_e + 2C_{iL} J_m \beta_e + 2J_m K_c \beta_e}{J_m V_0}$$

$$\alpha_2 = \frac{kV_0 + B_m C_{eL} \beta_e + 2B_m C_{iL} \beta_e + 2D_m^2 \beta_e + 2B_m K_c \beta_e}{J_m V_0},$$

$$\alpha_3 = \frac{kC_{eL} \beta_e + 2kC_{iL} \beta_e + 2kK_c \beta_e}{J_m V_0}$$

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} \alpha_0 & \alpha_2 \\ \alpha_1 & \alpha_3 \end{vmatrix}}{\alpha_1} = -\frac{\alpha_0 \alpha_3 - \alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1} = -\frac{2D_m^2 \beta_e + B_m \left\{ [C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)] \beta_e + \frac{kV_0^2}{B_m V_0 + J_m [C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)] \beta_e} \right\}}{J_m V_0}$$

$$c_1 = \alpha_3 = \frac{kC_{eL} \beta_e + 2kC_{iL} \beta_e + 2kK_c \beta_e}{J_m V_0}$$

Για να είναι το σύστημα ευσταθές θα πρέπει τα στοιχεία της πρώτης στήλης του πίνακα Routh να είναι ομόσημα, δηλαδή

$$\frac{B_m V_0 + C_{eL} J_m \beta_e + 2C_{iL} J_m \beta_e + 2J_m K_c \beta_e}{J_m V_0} > 0$$

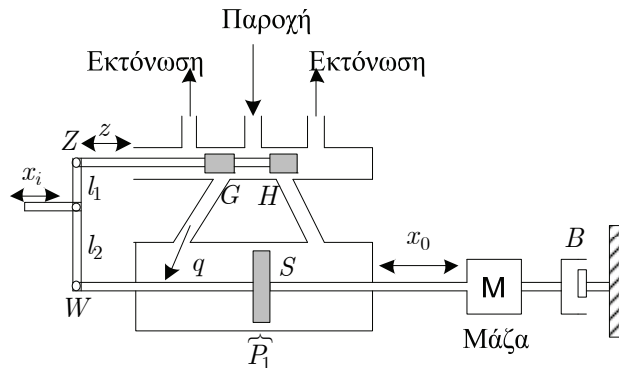
$$\frac{2D_m^2 \beta_e + B_m \left\{ [C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)] \beta_e + \frac{kV_0^2}{B_m V_0 + J_m [C_{eL} + 2(C_{iL} + K_c)] \beta_e} \right\}}{J_m V_0} > 0$$

$$\frac{kC_{eL} \beta_e + 2kC_{iL} \beta_e + 2kK_c \beta_e}{J_m V_0} > 0$$

Οι παραπάνω συνθήκες ισχύουν πάντα και επομένως το σύστημα του ενεργοποιητή είναι ευσταθές.

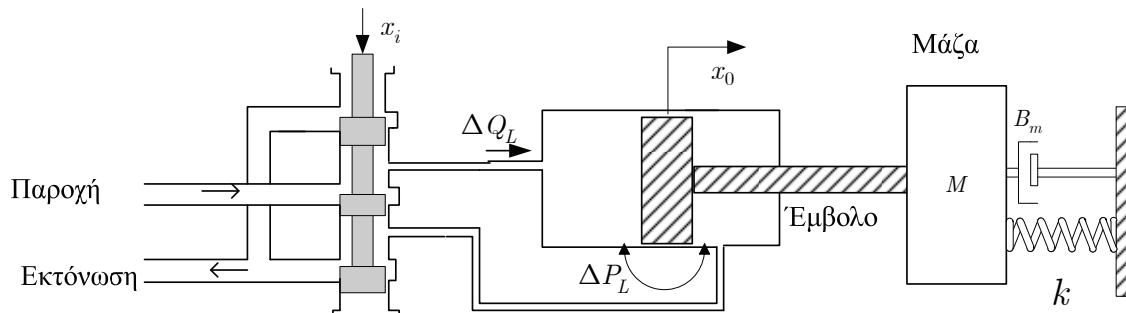
4.5. Ασκήσεις

1. Να μοντελοποιηθεί στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας το σύστημα που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.8.



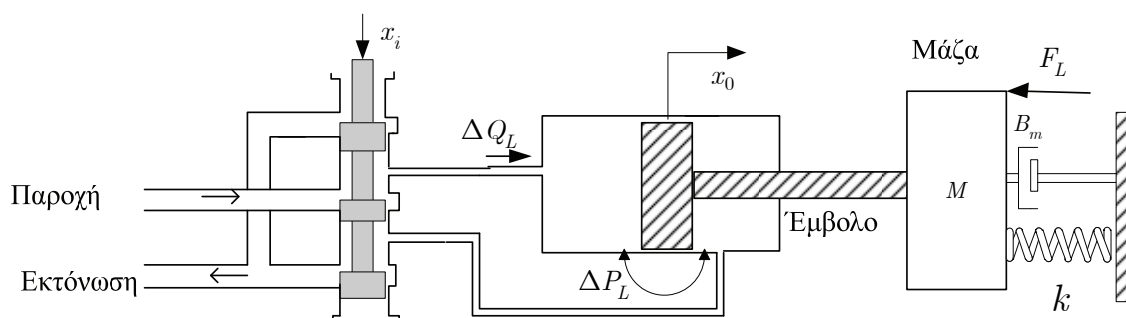
Σχήμα 4.8. Βαλβίδα – Έμβολο με μηχανική ανατροφοδότηση

2. Να μοντελοποιηθεί στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας το σύστημα που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.9.



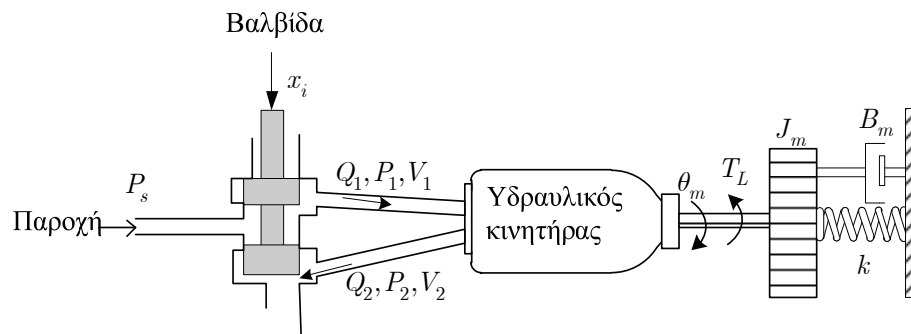
Σχήμα 4.9. Βαλβίδα – Έμβολο συνδεδεμένο με μάζα-ελατήριο – αποσβεστήρα

3. Να μοντελοποιηθεί στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας το σύστημα που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.10.



Σχήμα 4.10. Βαλβίδα – Έμβολο συνδεδεμένο με μάζα-ελατήριο – αποσβεστήρα και εξωτερική διαταραχή

4. Να μοντελοποιηθεί στο πεδίο του χρόνου και της συχνότητας το σύστημα που παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.11.



Σχήμα 4.11. Βαλβίδα – Υδραυλικός κινητήρας με εξωτερική διαταραχή

Βιβλιογραφία/Αναφορές

- [1] Φ.Ν. Κουμπουλής, *Βιομηχανικός έλεγχος*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα, 1999.
- [2] Dorf-Bishop, *Σύγχρονα Συστήματα Αυτομάτου Έλεγχου*, 9η Έκδοση, Εκδ. ΤΖΙΟΛΑ
- [3] Π.Ν. Παρασκευόπουλος, *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου , θεωρία & Εφαρμογές. Τόμος Α' ΣΑΕ Συνεχούς Χρόνου*, 2007
- [4] H. E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1967
- [5] R. L. Woods and Kent L. Lawrence, *Modeling and Simulation of Dynamical Systems*, Prentice Hall Inc., 1997
- [6] D. McLean, *Automatic Flight Control Systems*, Prentice Hall, 1 edition, December 31, 1969
- [7] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis, and A. S. Ntellis, “Robust Control Algorithms for a Hydraulic Actuator with Variable Displacement Vane Pump”, 17th Conference on Emerging Technologies & Factory Automation (ETFA), September 17-21, 2012, Kraków, Poland
- [8] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis, and A. S. Ntellis, “Robust Arbitrary Reference Command Tracking with Application to Hydraulic Actuators”, 9th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics Rome, Italy 28 – 31 July, 2012
- [9] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis, “Robust PID Controller for Electro - Hydraulic Actuators, 18th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA2013) September 10-13, 2013, Cagliari, Italy
- [10] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis and A. S. Ntellis, “Robust Position Tracking for a Hydraulic Servo System”, 22th Mediterranean Conference on Control and Automation MED 2014, June 16-19, 2014. University of Palermo, Palermo, Italy
- [11] B. Šulc, J. A. Jan, “Non Linear Modelling and Control of Hydraulic Actuators”, Acta Polytechnica Vol. 42 No. 3/2002
- [12] Y. S. Sun Y, B. Q. Jin and X. Y. Xiong, “Research united simulation of electro-hydraulic servo-proportional valve controlled cylinder servo position system”, Hydraulics Pneumatics & Seals, Vol. 4, page 38-42, 2009.
- [13] M. Jelali and A. Kroll, *Hydraulic Servo-system: Modeling, Identification and Control*, London, Great Britain: Springer, 2003.
- [14] M. Karpenko, and N. Shapehri, “Fault – Tolerant control of a servohydraulic positioning system with crossport leakage”, IEEE Trans. on Contr. Syst. Tech., Vol. 13, pp 155-161, 2005
- [15] H.-M. Chen and J.-C. Renn, Juhng-Perng, “Sliding mode control with varying boundary layers for an electro-hydraulic position servo system”, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 26, pp. 117-123, 2005.
- [16] J. J. Janković, N. B. Petrović and Č. B. Mitrovi, “Control System modeling of Hydraulic Actuator With Compressible Fluid Flow” FME Transactions (2012) 40, 75-80.
- [17] D. Pršić and Nedić N., “Object-oriented behavior modeling and simulation of hydraulic cylinder, FME Transactions, Vol. 34, No. 3, pp 129-136, 2006.
- [18] D. Maneetham and N. Afzulpurkar, “Modeling, simulation and control of high speed nonlinear hydraulic servo system, World Journal of Modelling and Simulation, Vol.6, No. 1, pp. 27-39, 2010.
- [19] G. M. Rabie, Fluid power engineering, McGraw-Hill, New York, 2009

Κεφάλαιο 5

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται βασικές τεχνικές ελέγχου που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο υδραυλικών ενεργοποιητών. Οι τεχνικές σχεδιασμού ελεγκτών αναφέρονται σε γραμμικά συστήματα χρονικά αμετάβλητα με εξωτερικές διαταραχές. Θα παρουσιαστούν οι ακόλουθες ενότητες: Σχεδιασμός ελεγκτών ασυμπτωτικής ακολούθησης σταθερών σημάτων, σχεδιασμός ελεγκτών ασυμπτωτικής ακολούθησης αυθαίρετα ορισμένων σημάτων, σχεδιασμός ελεγκτών τριών όρων με τεχνικές ευσταθειοποίησης. Επίσης θα παρουσιαστούν αλγόριθμοι ευσταθειοποίησης και ευσταθειοποίησης σε συγκεκριμένη περιοχή. Τα παραπάνω αποτελέσματα θα εφαρμοστούν για τον έλεγχο ταχύτητας και θέσης υδραυλικού εμβόλου διπλής ενέργειας με βαλβίδα ρύθμισης ροής.

Προαπαιτούμενη γνώση

Η προαπαιτούμενη γνώση για την κατανόηση και παρακολούθηση του κεφαλαίου είναι οι βασικές γνώσεις των Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου [1]- [3], και ή ύλη των Κεφαλαίων 1-4.

5. Σχεδιασμός συστημάτων ελέγχου για υδραυλικά συστήματα

5.1. Σχεδιασμός ελεγκτών ασυμπτωτικής ακολούθησης εντολής

Στην ενότητα αυτή θα μελετηθεί το πρόβλημα του σχεδιασμού ενός ελεγκτή που επιτυγχάνει προσεγγιστική ακολούθηση ενός σήματος αναφοράς στην είσοδο με μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση ισορροπίας. Τα σήματα αναφοράς μπορεί να είναι σταθερά όπως βηματικά σήματα, καθώς και άλλα είδη σημάτων συνεχούς χρόνου όπως για παράδειγμα ημιτονοειδή (βλ. [7]-[10]).

5.1.1. Ελεγκτές ασυμπτωτικής ακολούθησης σταθερών σημάτων

Έστω ένα γραμμικό χρονικά αμετάβλητο σύστημα που περιγράφεται στο χώρο κατάστασης ως ακολούθως

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t), \quad y(t) = Cx(t) \quad (5.1)$$

όπου $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ είναι το διάνυσμα κατάστασης, $u \in \mathbb{R}$ είναι η είσοδος του συστήματος, $y \in \mathbb{R}$ είναι η έξοδος του συστήματος και $\xi \in \mathbb{R}$ είναι εξωτερικές διαταραχές. Οι πίνακες που παρουσιάζονται στην σχέση (5.1) έχουν τις ακόλουθες διαστάσεις: $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times 1}$.

Έστω ότι, το σήμα αναφοράς $r(t)$ και το σήμα των διαταραχών $\xi(t)$ είναι σταθερά σήματα. Επομένως ισχύει

$$\frac{dr(t)}{dt} = 0, \quad \frac{d\xi(t)}{dt} = 0 \quad (5.2)$$

Το σφάλμα της εξόδου με το σήμα αναφοράς ορίζεται ως εξής

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (5.3)$$

Παραγωγίζοντας το σφάλμα ως προς το χρόνο λαμβάνεται η σχέση

$$\dot{e}(t) = -\dot{y}(t) = -Cx(t) \quad (5.4)$$

Παραγωγίζοντας το σύστημα ανοικτού βρόχου (5.1) ως προς το χρόνο και χρησιμοποιώντας την (5.4) προκύπτει το ακόλουθο επαυξημένο με την δυναμική εξίσωση του σφάλματος, σύστημα

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times 1} \\ -C & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \quad (5.5)$$

όπου

$$z(t) = \dot{x}(t), \quad w(t) = \dot{u}(t) \quad (5.6)$$

Στο επαυξημένο σύστημα ανοικτού βρόχου (5.5) εφαρμόζεται στατικός ελεγκτής ανατροφοδότησης κατάστασης της μορφής

$$w(t) = -K_1 z(t) - K_2 e(t) \quad (5.7)$$

όπου $K_1 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ και $K_2 \in \mathbb{R}$.

Το σύστημα κλειστού βρόχου (σύστημα ανοικτού βρόχου (5.5) και ελεγκτής ανατροφοδότησης κατάστασης (5.7)) που προκύπτει είναι

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_1 & -BK_2 \\ -C & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Έστω ότι το σύστημα που περιγράφεται από την σχέση (5.5) είναι ελέγξιμο, δηλαδή

$$\text{rank}[U_\varepsilon] = n + 1 \quad (5.9)$$

όπου $U_\varepsilon = [B_\varepsilon \quad A_\varepsilon B_\varepsilon \quad \dots \quad A_\varepsilon^n B_\varepsilon]$ είναι ο πίνακας ελεγχσιμότητας του επαυξημένου συστήματος

$A_\varepsilon = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times 1} \\ -C & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix}$, $B_\varepsilon = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$. Αφού το επαυξημένο σύστημα είναι ελέγξιμο, ο πίνακας ανατροφοδότησης

$$K = [K_1 \quad K_2] \in \mathbb{R}^{1 \times (n+1)} \quad (5.10)$$

δύναται να τοποθετήσει αυθαίρετα τους πόλους του επαυξημένου συστήματος κλειστού βρόχου. Έστω ότι το επιθυμητό πολωνύμιο του συστήματος κλειστού βρόχου είναι

$$p_d(s) = s^{n+1} + d_1 s^n + \dots + d_{n+1} \quad (5.11)$$

Ο ελεγκτής που τοποθετεί τους πόλους του συστήματος κλειστού βρόχου στους πόλους του επιθυμητού πολωνύμιου υπολογίζεται από τον τύπο του Ackermann ως ακολούθως

$$K = [0_{1 \times n} \quad 1] U_\varepsilon^{-1} p_d(A_\varepsilon) \quad (5.12)$$

όπου

$$p_d(A_\varepsilon) = A_\varepsilon^{n+1} + d_1 A_\varepsilon^n + \dots + d_{n+1} I_{n+1} \quad (5.13)$$

Με τον ελεγκτή ανατροφοδότησης (5.12) το επαυξημένο σύστημα κλειστού βρόχου (5.8) είναι ασυμπτωτικά ευσταθές με αποτέλεσμα να επιτυγχάνονται οι ιδιότητες

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z(t)) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (e(t)) = 0 \quad (5.14)$$

Το πρώτο όριο στη σχέση (5.14) εξασφαλίζει ότι $\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{x}(t)) = 0$ και επομένως το διάλυμα κατάστασης του αρχικού συστήματος είναι φραγμένο. Το δεύτερο όριο εξασφαλίζει την ασυμπτωτική ακολούθηση εντολής.

Σε περίπτωση που το επαυξημένο σύστημα (5.5) δεν είναι ελέγξιμο τότε η ασυμπτωτική ευστάθεια του συστήματος κλειστού βρόχου (5.8) μπορεί να εξασφαλιστεί από την ακόλουθη συνθήκη

$$\exists K_1, K_2 : \det \left[sI_{n+1} - \begin{bmatrix} A - BK_1 & -BK_2 \\ -C & 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} \right] \text{ ευσταθές} \quad (5.15)$$

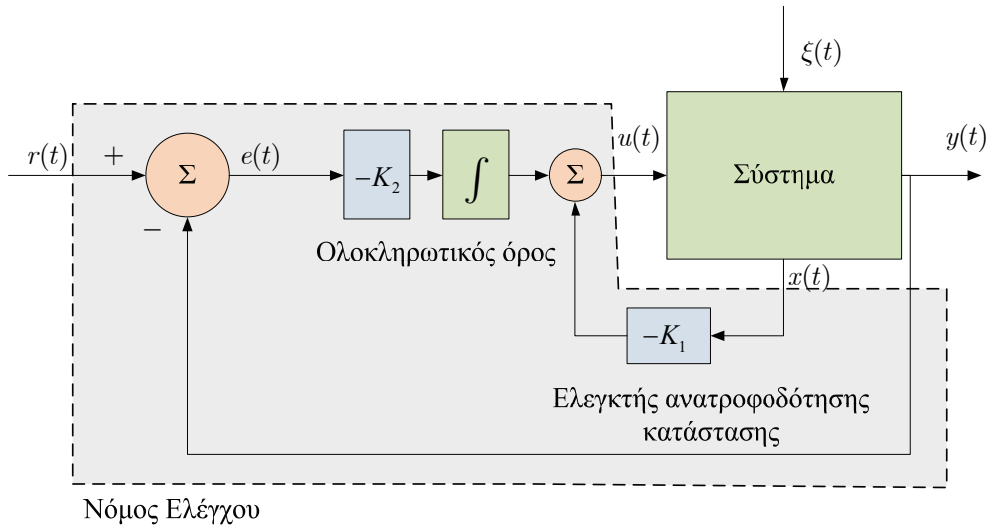
Το σήμα εισόδου του αυθεντικού συστήματος (5.1) προσδιορίζεται από την ολοκλήρωση της σχέσης (5.7) ως εξής

$$u(t) = -K_2 \int_0^t e(\tau) d\tau - K_1 x(t) \quad (5.16)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου προκύπτει από την εφαρμογή του νόμου ελέγχου (5.16) στο σύστημα ανοικτού βρόχου (5.1). Μετασχηματίζοντας κατά Laplace και λαμβάνοντας μηδενικές αρχικές συνθήκες προκύπτει η ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου

$$H_{cl}(s) = \left[-C \left(sI_n - A + BK_1 - BC \frac{K_2}{s} \right)^{-1} B \frac{K_2}{s} \quad \Big| \quad C \left(sI_n - A + BK_1 - BC \frac{K_2}{s} \right)^{-1} D \right] \quad (5.17)$$

Η κυκλωματική υλοποίηση του παραπάνω ελεγκτή φαίνεται στο Σχήμα 5.1.



Σχήμα 5.1. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης σταθερών σημάτων

5.1.2. Ελεγκτές ασυμπτωτικής ακολούθησης αυθαίρετων σημάτων

Έστω ένα γραμμικό χρονικά αμετάβλητο σύστημα που περιγράφεται με το μοντέλο μεταβλητών κατάστασης (5.1). Έστω επίσης το ακόλουθο σύστημα παραγωγής αυθαίρετων φραγμένων σημάτων με φραγμένες r παραγώγους

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) ; y_r(t) = c_r x_r(t) \quad (5.18)$$

όπου $y_r(t) \in \mathbb{R}$, $x_r(t) \in \mathbb{R}^{r \times 1}$ και $x_{r,0}$ είναι αυθαίρετο διάνυσμα αρχικών συνθηκών και όπου

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -d_r & -d_{r-1} & -d_{r-2} & \dots & -d_1 \end{bmatrix}, c_r = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (5.19)$$

Για το παραπάνω σύστημα ισχύει

$$y_r^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r d_i y_r^{(r-i)}(t) = 0 \quad (5.20)$$

Έστω ότι το σήμα διαταραχών έχει την ακόλουθη μορφή

$$\xi^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r d_i \xi^{(r-i)}(t) = 0 \quad (5.21)$$

Ορίζοντας το σφάλμα ακολούθησης

$$\varepsilon(t) = y(t) - y_r(t) \quad (5.22)$$

και παραγωγίζοντας το r -φορές ισχύει

$$\varepsilon^{(r)}(t) = Cx^{(r)}(t) - y_r^{(r)}(t) = Cx^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r d_i y_r^{(r-i)}(t) \quad (5.23)$$

ή ισοδύναμα

$$\varepsilon^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r d_i \varepsilon^{(r-i)}(t) = Cx^{(r)}(t) + C \sum_{i=1}^r d_i x^{(r-i)}(t) \quad (5.24)$$

Ορίζοντας τις μεταβλητές

$$z(t) = x^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r d_i x^{(r-i)}(t) \quad (5.25)$$

$$\tilde{u}(t) = u^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r d_i u^{(r-i)}(t) \quad (5.26)$$

προκύπτει το ακόλουθο επαυξημένο σύστημα:

$$\frac{d}{dt} \tilde{x}(t) = \tilde{A} \tilde{x} + \tilde{b} \tilde{u}(t) \quad (5.27)$$

όπου

$$\tilde{x}(t) = [\varepsilon(t) \quad \varepsilon^{(1)}(t) \quad \cdots \quad \varepsilon^{(r-1)}(t) \quad z(t)]^T \quad (5.28)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_r & | & e_r C \\ \hline 0_{n \times r} & | & A \end{bmatrix}, \quad \tilde{b} = \begin{bmatrix} 0_{r \times 1} \\ B \end{bmatrix}, \quad e_r = \begin{bmatrix} 0_{(r-1) \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

και όπου e_r είναι το μοναδιαίο διάνυσμα στήλης που έχει τη μονάδα στην r -στή θέση, δηλαδή στην τελευταία θέση του.

Στο επαυξημένο σύστημα εφαρμόζεται στατικό νόμος ανατροφοδότησης κατάστασης της μορφής

$$\tilde{u}(t) = f \tilde{x}(t) = f_1 \tilde{\varepsilon}(t) + f_2 z(t) \quad (5.30)$$

όπου $\tilde{\varepsilon}(t) = [\varepsilon(t) \quad \varepsilon^{(1)}(t) \quad \cdots \quad \varepsilon^{(r-1)}(t)]^T$.

Ορισμός 5.1. Το πρόβλημα της ακολούθησης εντολής σημάτων που προκύπτουν από το σύστημα (5.18) με διαταραχές της μορφής (5.21) και με ταυτόχρονο μηδενισμό του σφάλματος στη μόνιμη κατάσταση είναι επιλύσιμο εάν το ακόλουθο πολυώνυμο

$$\tilde{p}_{cl}(s, f) = \det[sI_{r+n} - \tilde{A} - \tilde{b}f] \quad (5.31)$$

μπορεί να ευταθειοποιηθεί με κατάλληλη επιλογή των βαθμών ελευθερίας του στατικού ελεγκτή f .

□

Έστω ότι το σύστημα που περιγράφεται από την σχέση (5.27) είναι ελέγξιμο, δηλαδή

$$\text{rank}[\tilde{U}] = n + r \quad (5.32)$$

όπου $\tilde{U} = [\tilde{b} \quad \tilde{A}\tilde{b} \quad \cdots \quad \tilde{A}^{n+r-1}\tilde{b}]$ είναι ο πίνακας ελεγκσιμότητας του επαυξημένου συστήματος (5.27). Άρα ο πίνακας ανατροφοδότησης $f = [f_1 \quad f_2] \in \mathbb{R}^{1 \times (n+r)}$ ($f_1 \in \mathbb{R}^{1 \times r}$, $f_2 \in \mathbb{R}^{1 \times n}$) δύναται να τοποθετήσει τους πόλους του επαυξημένου συστήματος κλειστού βρόχου στις θέσεις των πόλων του επιθυμητού πολυωνύμου $p_d(s) = s^{n+r} + d_1 s^{n+r-1} + \cdots + d_{n+r}$. Ο ελεγκτής υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο του Ackermann

$$f = -[0_{1 \times (n+r-1)} \quad 1] \tilde{U}^{-1} p_d(\tilde{A}) \quad (5.33)$$

όπου $p_d(\tilde{A}) = \tilde{A}^{n+r} + d_1 \tilde{A}^{n+r-1} + \cdots + d_{n+r} I_{n+r}$.

Σε περίπτωση που το επαυξημένο σύστημα (5.27) δεν είναι ελέγξιμο τότε η ασυμπτωτική ευστάθεια του συστήματος κλειστού βρόχου (5.27) μπορεί να εξασφαλιστεί από την ακόλουθη συνθήκη

$$\exists f_1, f_2 : \det \left[\begin{array}{c|c} sI_r - A_r & -e_r C \\ \hline -Bf_1 & sI_n - A - Bf_2 \end{array} \right] \text{ ευσταθές} \quad (5.34)$$

Ο νόμος ελέγχου που προκύπτει ισοδυναμεί με την ακόλουθη διαφορική εξίσωση

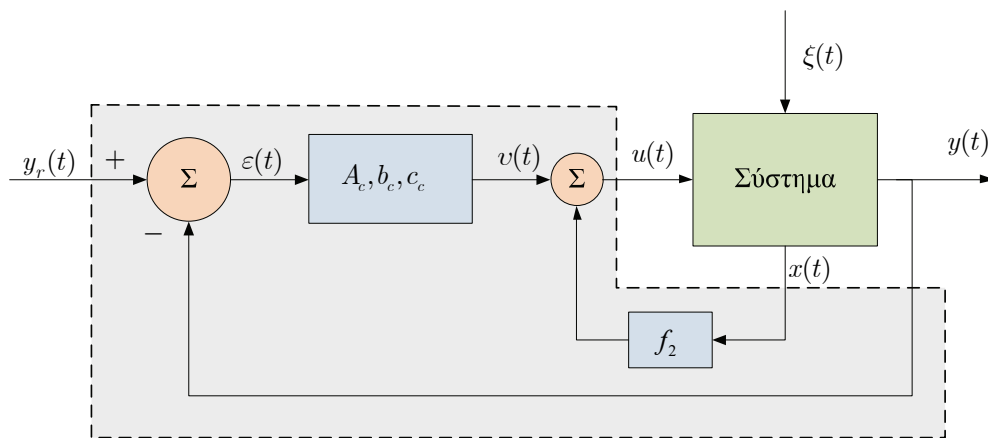
$$u^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r d_i u^{(r-i)}(t) = \sum_{i=1}^r f_{1,i} \varepsilon^{(i-1)}(t) + f_2 \left(x^{(r)}(t) + \sum_{i=1}^r d_i x^{(r-i)}(t) \right) \quad (5.35)$$

όπου $f_{1,i}$ ($i=1, \dots, r$) είναι τα στοιχεία του f_1 . Η διαφορική εξίσωση (5.35) μπορεί να πραγματοποιηθεί στο χώρο κατάστασης από το ακόλουθο δυναμικό σύστημα (βλ. Σχήμα 5.2)

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + b_c \varepsilon(t) \\ v(t) &= c_c x_c(t) \\ u(t) &= v(t) + f_2 x(t) \end{aligned} \quad (5.36)$$

όπου

$$A_c = \begin{bmatrix} -d_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -d_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -d_r & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad b_c = \begin{bmatrix} f_{1,r} \\ f_{1,r-1} \\ \vdots \\ f_{1,1} \end{bmatrix}, \quad c_c = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (5.37)$$



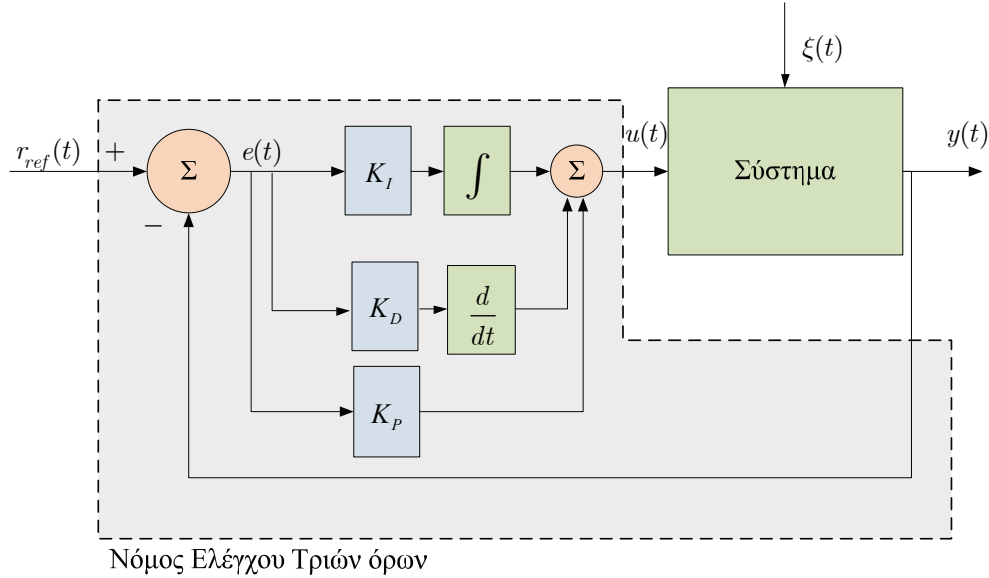
Νόμος Ελέγχου

Σχήμα 5.2. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης αυθαίρετων σημάτων

5.1.3. Ελεγκτές τριών όρων (PID)

Έστω ένα γραμμικό χρονικά αμετάβλητο σύστημα που περιγράφεται με το μοντέλο μεταβλητών κατάστασης (5.1). Στο σύστημα ανοικτού βρόχου εφαρμόζεται ο δυναμικός ελεγκτής τριών όρων (βλ. Σχήμα 5.3)

$$u(t) = \left(K_p + K_D \frac{d}{dt} + K_I \int dt \right) (r_{ref}(t) - y(t)) \quad (5.38)$$



Σχήμα 5.3. Σύστημα κλειστού βρόχου

Εφαρμόζοντας τον ελεγκτή τριών όρων (5.38) στο σύστημα ανοικτού βρόχου (5.1) προκύπτει η ακόλουθη απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου στο πεδίο της συχνότητας

$$Y(s) = C [sI_n - A + BCG_{pid}(s)]^{-1} BG_{pid}(s)R_{ref}(s) + C [sI_n - A + BCG_{pid}(s)]^{-1} D\xi(s) \quad (5.39)$$

όπου $Y(s), U(s), \Xi(s)$ είναι τα σήματα εξόδου, εισόδου και διαταραχών στο πεδίο της συχνότητας και όπου $R_{ref}(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace του σήματος αναφοράς. Η συνάρτηση του PID ελεγκτή είναι

$$G_{pid}(s) = \frac{s^2 K_D + sK_P + K_I}{s} \quad (5.40)$$

είναι η συνάρτηση μεταφοράς του PID ελεγκτή στο πεδίο της συχνότητας.

Για να επιτευχθεί ασυμπτωτική ακολούθηση εντολής θα πρέπει το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου να μπορεί να ευσταθειοποιηθεί με κατάλληλη επιλογή των βαθμών ελευθερίας K_D, K_P, K_I , του ελεγκτή. Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου είναι της μορφής

$$p_{cl}(s, f) = s \det(sI_n - A + BCG_{pid}(s)) = s^\mu + \alpha_1(f)s^{\mu-1} + \alpha_2(f)s^{\mu-2} + \dots + \alpha_\mu(f)s^0 \quad (5.41)$$

όπου

$$f = [f_1 \ f_2 \ f_3] = [K_D \ K_P \ K_I] \quad (5.42)$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο (5.41) μπορεί να γραφεί ισοδύναμα ως ακολούθως

$$p_{cl}(s, f) = [s^\mu \ \dots \ s^0] W^{**} \begin{bmatrix} 1 \\ f^T \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

$$W^{**} = [\tilde{a}^T \ \Omega] \quad (5.44)$$

$$\tilde{a} = [1 \ \alpha_1(0) \ \dots \ \alpha_\mu(0)] \quad (5.45)$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \alpha_1^1 & \alpha_1^2 & \alpha_1^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_\mu^1 & \alpha_\mu^2 & \alpha_\mu^3 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

και όπου

$$\alpha_i^j = \alpha_i(f) \Big|_{f_k=1(j=k), f_k=0(\forall j \neq k)} - \alpha_i(0) \quad (\forall i=1, \dots, \mu, \forall j=1, 2, 3) \quad (5.47)$$

Για να έχει λύση το πρόβλημα της ασυμπτωτικής ακολούθησης εντολής με ταυτόχρονη αυθαίρετη τοποθέτηση των πόλων του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του συστήματος κλειστού βρόχου στους πόλους του επιθυμητού πολυωνύμου

$$\alpha_d(s) = s^\mu + \alpha_{d,1}s^{\mu-1} + \dots + \alpha_{d,0}s^0 \quad (5.48)$$

θα πρέπει να επιλύεται ως προς f^T η εξίσωση

$$W^{**} \begin{bmatrix} 1 \\ f^T \end{bmatrix} = a_d \quad (5.49)$$

όπου

$$a_d = [1 \quad \alpha_{d,1} \quad \dots \quad \alpha_{d,\mu}]^T \quad (5.50)$$

Η επιλυσιμότητα της εξίσωσης (5.49) είναι ισοδύναμη με τη συνθήκη

$$\text{rank} [W^{**} \mid a_d] = \text{rank} [W^{**}] \quad (5.51)$$

Αν ισχύει η συνθήκη (5.51) τότε ο ελεγκτής τριών όρων μπορεί να προσδιοριστεί από την ακόλουθη σχέση

$$f^T = [0_{3 \times 1} \mid I_3] (W^{**})^T [W^{**} (W^{**})^T]^{-1} a_d \quad (5.52)$$

Στην περίπτωση που η συνθήκη (5.51) δεν ικανοποιείται απαραίτητο είναι να εξασφαλιστεί τουλάχιστον η ευσταθειοποίηση του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του συστήματος κλειστού βρόχου. Για το ικανό αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο ακόλουθος αλγόριθμος Ευσταθειοποίησης [4]-[6].

Αλγόριθμος Ευσταθειοποίησης

Ορισμός 5.1. Έστω ένας πίνακας $W \in \mathbb{R}^{v \times \phi}$ τότε ο πίνακας $W^+ \in \mathbb{R}^{(v+1) \times (\phi+1)}$ ονομάζεται άνω επαύξηση του πίνακα W αν έχει τη μορφή

$$W^+ = \begin{bmatrix} * & 0 & \dots & 0 \\ * & & & \\ \vdots & & W & \\ * & & & \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

όπου με * συμβολίζονται οποιεσδήποτε τιμές.

Ορισμός 5.2. Έστω ένας πίνακας $W \in \mathbb{R}^{v \times \phi}$ τότε ο πίνακας $W^- \in \mathbb{R}^{(v+1) \times (\phi+1)}$ ονομάζεται κάτω επαύξηση του πίνακα W αν έχει τη μορφή

$$W^- = \begin{bmatrix} & & & * \\ & & & * \\ & W & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & * \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

όπου με * συμβολίζονται οποιεσδήποτε τιμές.

Ορισμός 5.3. Ο πίνακας W^+ είναι μια θετική άνω επαύξηση του πίνακα W εάν το στοιχείο (1,1) είναι θετικό $\forall q \in \mathbb{Q}$.

Ορισμός 5.4. Ο πίνακας W^- είναι μια θετική κάτω επαύξηση του πίνακα W εάν το στοιχείο $(\nu+1, \phi+1)$ είναι θετικό $\forall q \in \mathbb{Q}$.

Ορισμός 5.5. Ο πίνακας $W \in \mathbb{R}^{\nu \times \phi}$ είναι θετικά αντισυμμετρικός πίνακας εάν μπορεί να κατασκευαστεί από έναν θετικό πυρήνα $\bar{c} \in \mathbb{R}^{\kappa \times 1}$ ($[s^\kappa \ s^{\kappa-1} \ \dots \ s^0] \bar{c}$: ευσταθές πολυώνυμο) με θετικές άνω ή κάτω επαυξήσεις.

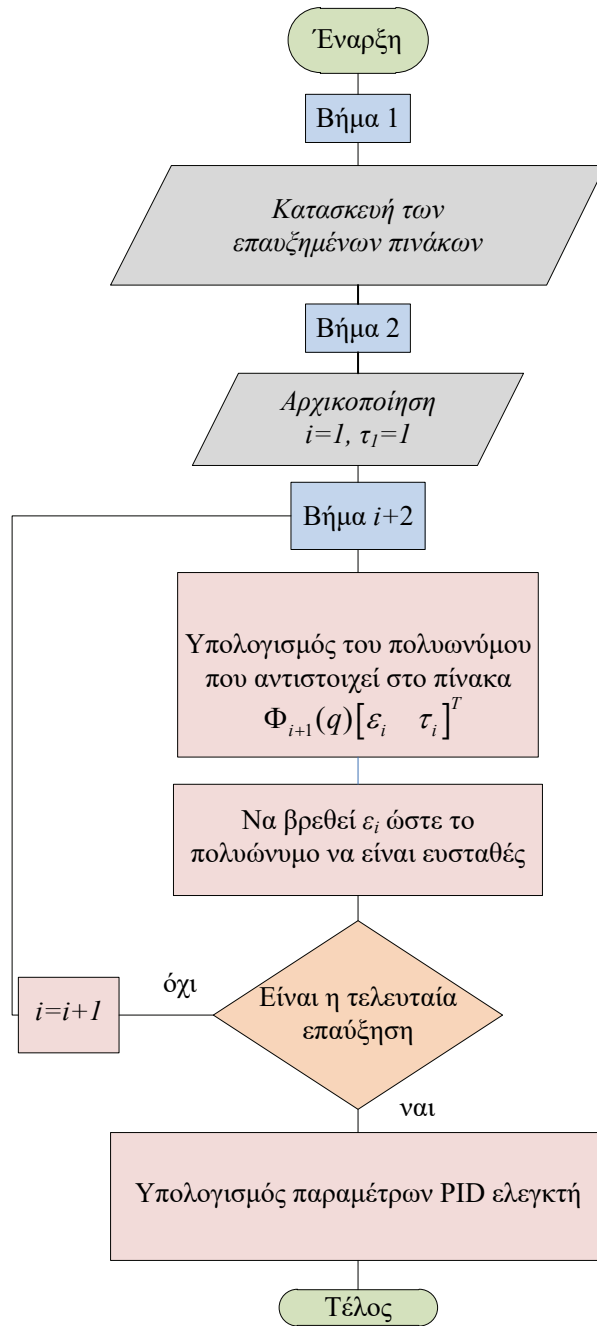
Θεώρημα 5.1. Το πολυώνυμο (5.43) μπορεί να ευσταθειοποιηθεί με κατάλληλη επιλογή των βαθμών ελευθερίας K_D, K_p, K_I , του ελεγκτή εάν υπάρχει $(\mu+1)$ - υπο-πίνακας του πίνακα W^{**} , έστω W^* ο οποίος να είναι θετικά αντισυμμετρικός

□

Λήμμα 5.1. Αντί του πίνακα W^{**} μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο πίνακας $W^* = W^{**}T$ όπου T είναι κατάλληλος αντιστρέψιμος πίνακας.

Αν το Θεώρημα 5.1. ικανοποιείται τότε οι παράμετροι του ελεγκτή τριών όρων μπορούν να προσδιοριστούν από τον ακόλουθο αλγόριθμο:

Αλγόριθμος Ευσταθειοποίησης
Έστω οι επαυξήσεις (χωρίς βλάβη της γενικότητας θεωρούνται άνω επαυξήσεις)
$\Phi_1 \rightarrow \Phi_2 \rightarrow \dots \rightarrow \Phi_{\mu-\kappa} \rightarrow \Phi_{\mu+1-\kappa} = W^*$
Βήμα 1 (Κατασκευή των επαυξήσεων)
Ο πυρήνας του W^* είναι $\bar{c} = \Phi_1$. Από τον πυρήνα Φ_1 με $\mu+1-\kappa$ άνω θετικές επαυξήσεις κατασκευάζονται οι πίνακες $\Phi_2(q), \dots, \Phi_{\mu+1-\kappa} = W^*$
Βήμα 2 (Αρχικοποίηση)
Έστω $\tau_i = 1, i = 1$
Βήμα 3 (Υπολογισμός Παραμέτρων ευστάθειας)
Να βρεθεί $\varepsilon_i > 0$ τέτοιο ώστε το πολυώνυμο που αντιστοιχεί στον πίνακα $\Phi_{i+1}(q)[\varepsilon_i \ \tau_i]^T$ να είναι ευσταθές.
Έστω $\tau_{i+1} = [\varepsilon_i \ 1], i = i+1$
Βήμα 4 (επανάληψη)
Να επαναληφθεί το βήμα 3 μέχρι να ισχύει $i \leq \mu+1-\kappa$
Βήμα 6 (Υπολογισμός των παραμέτρων του ελεγκτή τριών όρων)
Υπολογίστε τις τιμές του ελεγκτή από τον τύπο : $f = \left[\frac{T}{\varepsilon_{\mu+1-\kappa}} \left(\left[\varepsilon_{\mu+1-\kappa} \ \dots \ \varepsilon_1 \ 1 \right] \begin{bmatrix} 0 \\ I_{\mu+1-\kappa} \end{bmatrix} \right)^T \right]^T$



Σχήμα 5.4. Διάγραμμα ροής αλγορίθμου

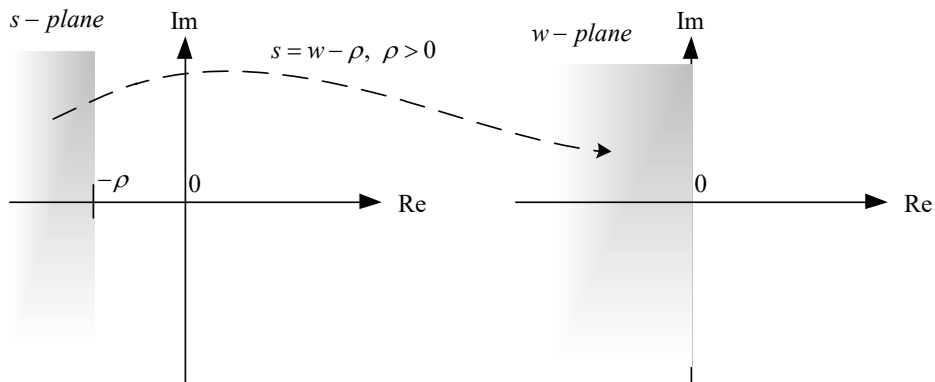
5.1.4. Ευσταθειοποίηση σε περιοχή

Τα αποτελέσματα που απαιτούν ευσταθειοποίηση του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του συστήματος κλειστού βρόχου μπορούν να επεκταθούν σε ευσταθειοποίησης σε περιοχή χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό (βλ. Σχήμα 5.5) ([12], [13])

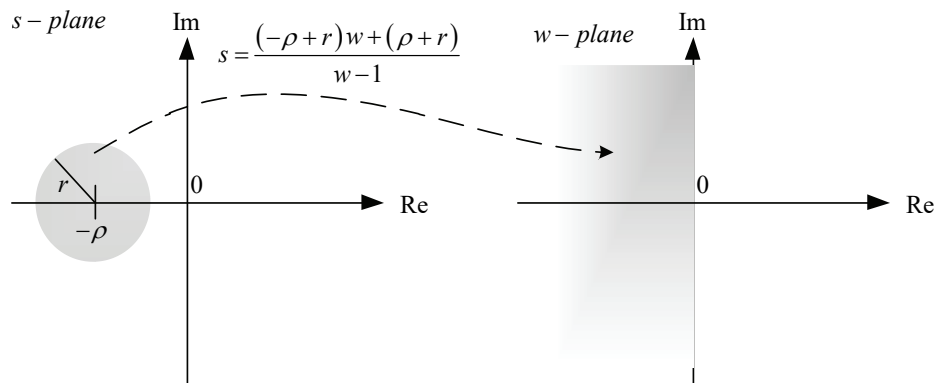
$$s = w - \rho \quad (5.55)$$

και σε κύκλο χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό (βλ. Σχήμα 5.6)

$$s = \frac{(-\rho + r)w + (\rho + r)}{w - 1} \quad (5.56)$$



Σχήμα 5.5. Μετασχηματισμός επιπέδων



Σχήμα 5.6. Μετασχηματισμός επιπέδου σε κύκλο

5.2. Εφαρμογές

5.2.1. Έλεγχος ταχύτητας υδραυλικού ενεργοποιητή

Έστω ο υδραυλικός ενεργοποιητής του Σχήματος 5.7. Σύμφωνα με την ύλη του Κεφαλαίου 4 ο χώρος κατάστασης του ενεργοποιητή είναι

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t) \quad (5.57)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (5.58)$$

$$x(0-) : \text{αρχικές συνθήκες} \quad (5.59)$$

Το διάνυσμα κατάστασης του μοντέλου έχει ως μεταβλητές την ταχύτητα της μάζας $\Delta\dot{x}_0(t)$ και την διαφορά πίεσης $\Delta P_L(t)$, δηλαδή

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\dot{x}_0(t) \\ \Delta P_L(t) \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

Η είσοδος του συστήματος είναι η μετατόπιση της βαλβίδας ελέγχου της παροχής:

$$u(t) = \Delta x_i(t) \quad (5.61)$$

Η έξοδος του συστήματος είναι η μετατόπιση του εμβόλου του ενεργοποιητή:

$$y(t) = x_1(t) = \Delta\dot{x}_0(t) \quad (5.62)$$

Το διάνυσμα αρχικών συνθηκών του συστήματος είναι

$$x(0-) = \begin{bmatrix} x_1(0-) \\ x_2(0-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\dot{x}_0(0-) \\ \Delta P_L(0-) \end{bmatrix}$$

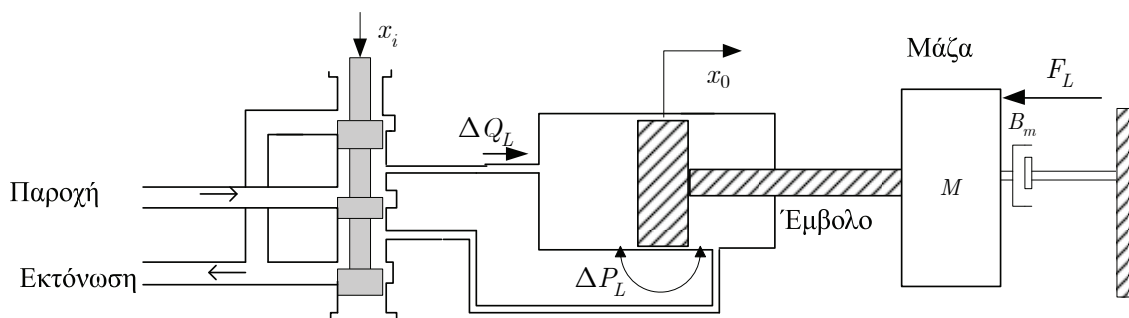
Η εξωτερική διαταραχή είναι

$$\xi(t) = F_L(t)$$

όπου $F_L(t)$ εξωτερική δύναμη.

Οι πίνακες του συστήματος παρουσιάζονται στις ακόλουθες σχέσεις

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{M} & \frac{S_p}{M} \\ -\frac{S_p\beta_e}{V_0} & -\frac{(K_L + K_c)\beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_q\beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad D_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{M} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0] \quad (5.63)$$



Σχήμα 5.7. Βαλβίδα – Έμβολο διπλής ενέργειας με εξωτερική διαταραχή

Οι τιμές των παραμέτρων του συστήματος δίνονται στο ακόλουθο πίνακα:

Σύμβολο	Ορισμός	Τιμές
V_0	Όγκος ρευστού	$486 / 100^3 \text{ m}^3$

S_p	Επιφάνεια εμβόλου	$633 / 100^2 m^2$
β_e	bulk modulus	$689 \times 10^6 Pa$
$K_L + K_c$	Συνολικός συντελεστής πίεσης	$0 m^3 / Pa s$
B_m	Συντελεστής απόσβεσης	$1000 Nm^{-1}s$
M	Μάζα	$12 Kg$
K_q	Συντελεστής ροής μετατόπισης	$1.02 m^2 / sec$

5.2.1.1. Σχεδιασμός ελεγκτή ασυμπτωτικής ακολούθησης βηματικής εντολής

Για τον υπολογισμό του ελεγκτή ασυμπτωτικής ακολούθησης βηματικών εντολών, αρχικά προσδιορίζονται οι επαυξημένοι πίνακες

$$A_\varepsilon = \begin{bmatrix} A & 0_{2 \times 1} \\ -C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_m}{M} & \frac{S_p}{M} & 0 \\ -\frac{S_p \beta_e}{V_0} & -\frac{(K_L + K_c) \beta_e}{V_0} & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_q \beta_e}{V_0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Στο επαυξημένο σύστημα εφαρμόζεται στατικός ελεγκτής της μορφής

$$K = [f_1 \quad f_2 \quad f_3] \quad (5.64)$$

Υπολογίζεται το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του επαυξημένου συστήματος κλειστού βρόχου

$$p_{cl}(s) = s^3 + \left[\frac{B_m}{M} + \frac{(K_C + K_L + f_2 K_q) \beta_e}{V_0} \right] s^2 + \left[\frac{\beta_e S_p^2 + (B_m (K_C + K_L + f_2 K_q) + f_1 K_q S_p) \beta_e}{M V_0} \right] s - \frac{f_3 K_q S_p \beta_e}{M V_0} \quad (5.65)$$

Έστω ότι το επιθυμητό πολυώνυμο έχει τη μορφή

$$p_d(s) = s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + d_3 \quad (5.66)$$

Ταυτοποιώντας τα πολυώνυμα (5.65) και (5.66) υπολογίζονται οι παράμετροι του ελεγκτή

$$f_1 = \frac{-S_p^2 + (d_2 M^2 - d_1 M B_m + B_m^2) V_0}{M \beta_e K_q S_p}$$

$$f_2 = \frac{(d_1 M - B_m) V_0 - M (K_C + K_L) \beta_e}{M K_q \beta_e} \quad (5.67)$$

$$f_3 = -\frac{d_3 M V_0}{K_q S_p \beta_e}$$

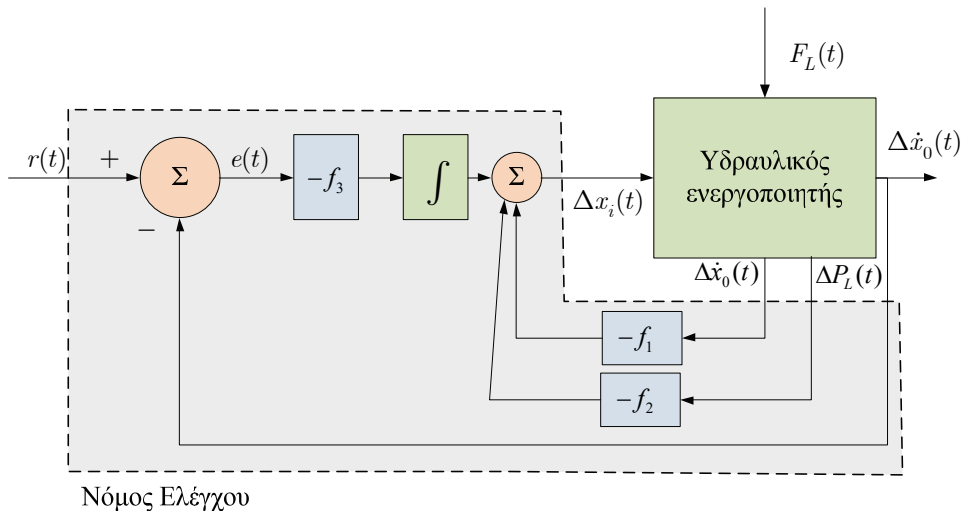
Σύμφωνα με τη σχέση (5.17) η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου είναι

$$H_{cl}(s) = [H_{cl,u}(s) \mid H_{cl,\xi}(s)] = \left[\frac{d_3}{s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + d_3} \mid \frac{s(-M(d_1 + s) + B_m)}{M^2 (s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + d_3)} \right] \quad (5.68)$$

Η μόνιμη κατάσταση του συστήματος κλειστού βρόχου για βηματική είσοδο πλάτους r_0 και διαταραχή βηματική πλάτους ξ_0 είναι

$$y_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s H_{cl,u}(0) \frac{r_0}{s} \right) + \lim_{s \rightarrow 0} \left(s H_{cl,\xi}(0) \frac{\xi_0}{s} \right) = r_0 \quad (5.69)$$

Το χονδρικό διάγραμμα του συστήματος κλειστού βρόχου παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.8



Σχήμα 5.8. Σύστημα κλειστού βρόχου ελέγχου ταχύτητας υδραυλικού ενεργοποιητή

Υπολογισμός και υλοποίηση του ελεγκτή στο λογισμικό MATLAB

Κώδικας

```

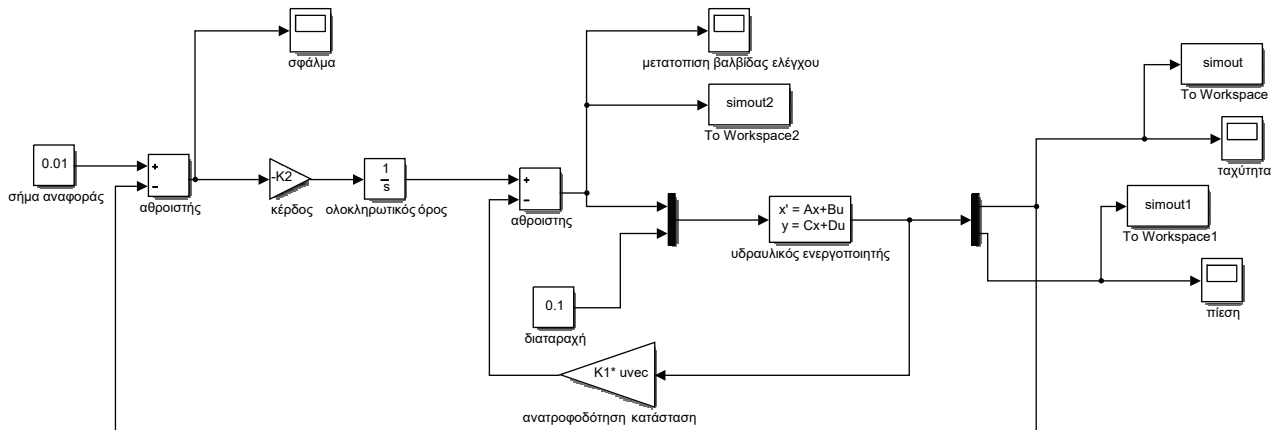
% Ορισμός τιμών των παραμέτρων του υδραυλικού ενεργοποιητή
V0=486/100^3
Sp=633/100^2
KL=0
KC=0
Bm=1000
M=12
Kq=1.02
be=689*10^6
% Ορισμός του χώρου κατάστασης
A=[-Bm/M Sp/M; -Sp*be/V0 -(KL+KC)*be/V0]
B=[0; Kq*be/V0]
DD=[-1/M; 0]
C=[1, 0]
% Κατασκευή επαυξημένων πινάκων
Ae=[A, [0; 0]; -C, 0]
Be=[B; 0]
% Έλεγχος ελεγκσιμότητας επαυξημένου συστήματος
Ue=ctrb(Ae, Be)
det(Ue)
% Υπολογισμός ελεγκτή
K=acker(Ae, Be, [-1 -1 -1])
K1=[K(1) K(2)]
K2=K(3)
% Προσομοίωση
figure(1)
plot(simout)
figure(2)
plot(simout1)
figure(3)
Plot(simout2)

```

Υλοποίηση του συστήματος κλειστού βρόχου σε Simulink

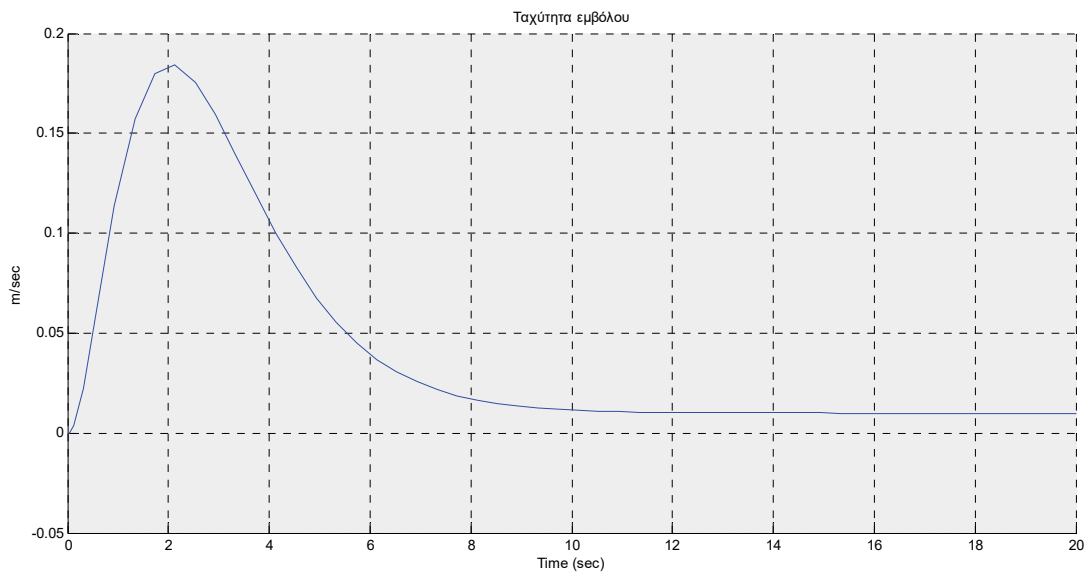
Σήμα αναφοράς : σταθερό σήμα πλάτους 0.01

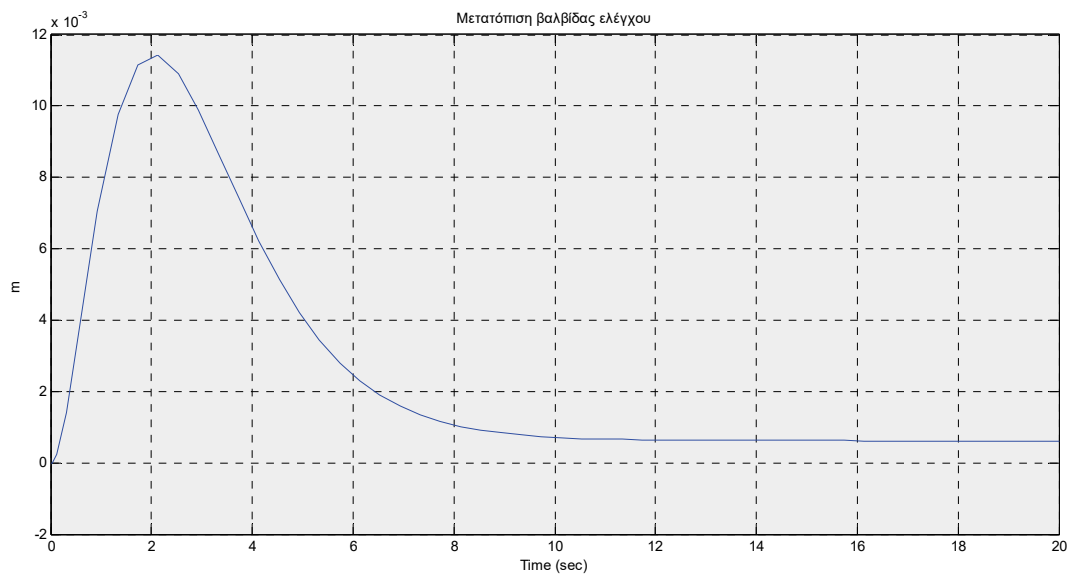
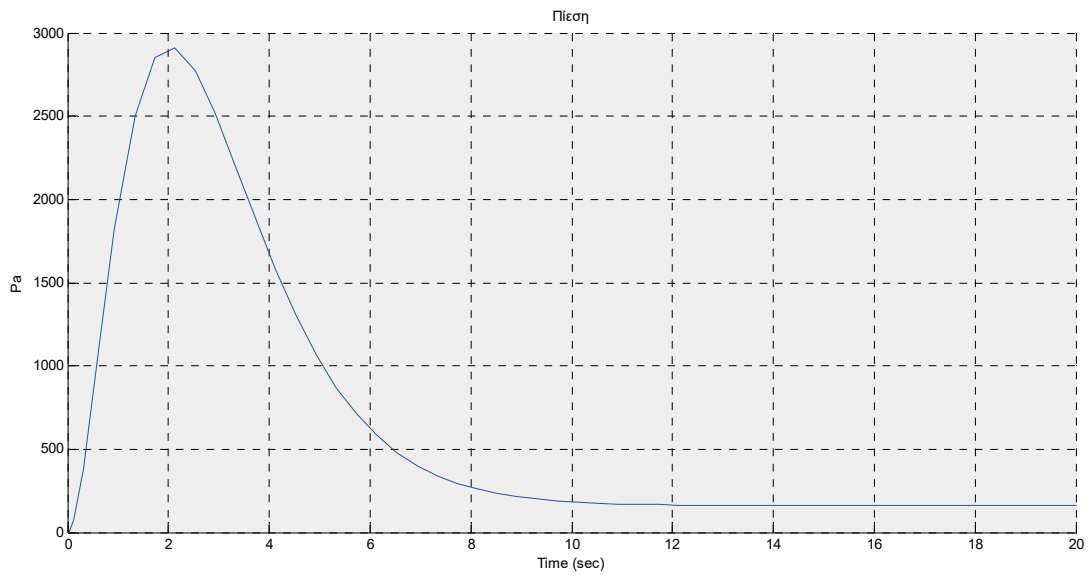
Σήμα διαταραχών: σταθερό σήμα πλάτους 0.1(N)



Σχήμα 5.9. Σχηματικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου

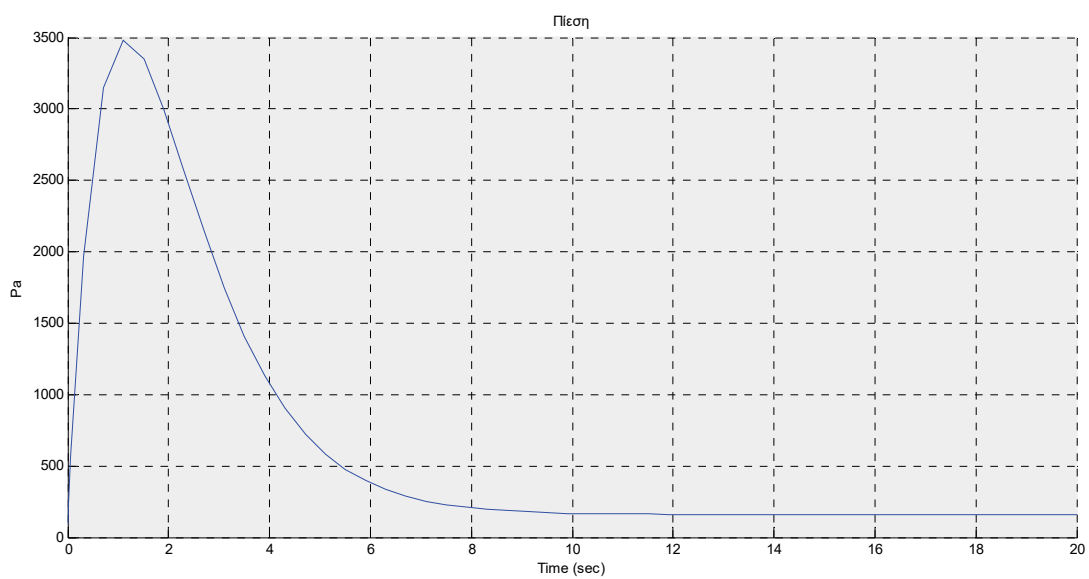
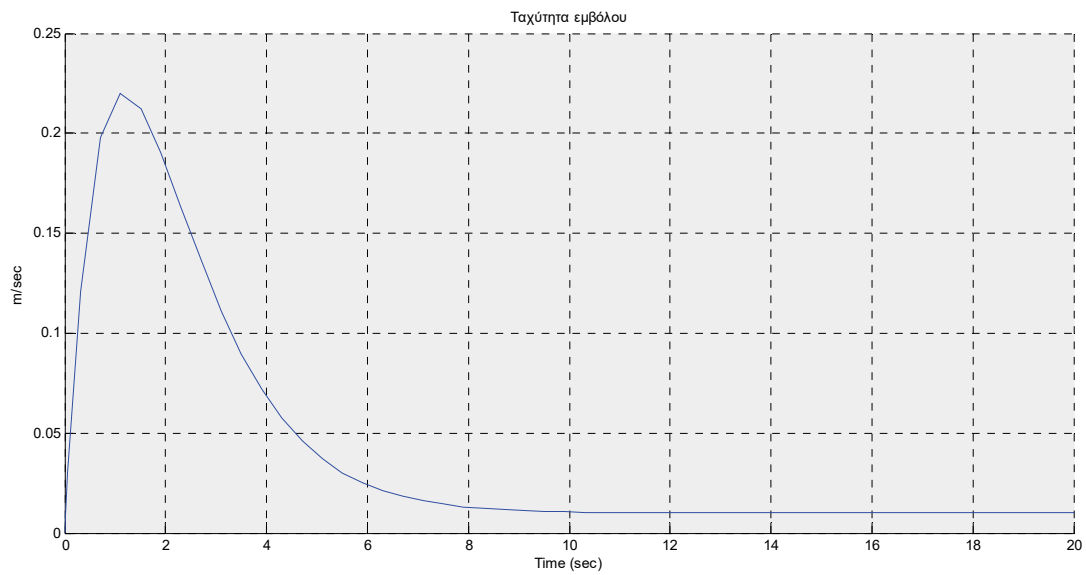
Αποτελέσματα προσομοίωσης για μηδενικές αρχικές συνθήκες

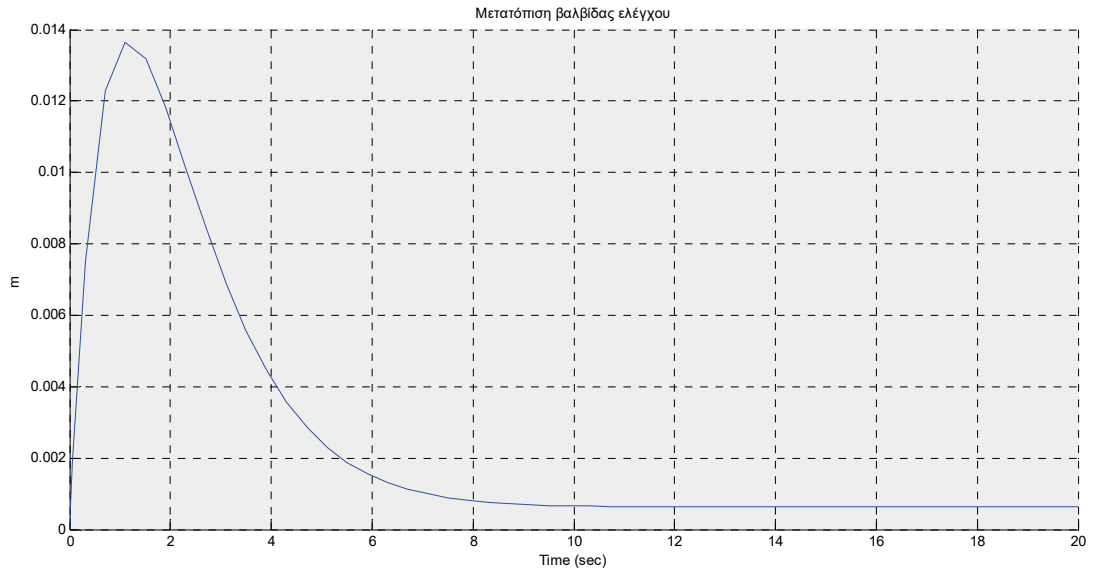




Σχήμα 5.10. Αποκρίσεις ταχύτητας εμβόλου, πίεσης και μετατόπισης βαλβίδας ελέγχου συστήματος κλειστού βρόχου για μηδενικές αρχικές συνθήκες

Αποτελέσματα προσομοίωσης για αρχικές συνθήκες $x(0-) = \begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_0(0-) \\ \Delta P_L(0-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0001 \\ 100 \end{bmatrix}$





Σχήμα 5.11. Αποκρίσεις ταχύτητας εμβόλου, πίεσης και μετατόπισης βαλβίδας ελέγχου συστήματος κλειστού βρόχου για μη μηδενικές αρχικές συνθήκες

5.2.1.2. Σχεδιασμός ελεγκτή ασυμπτωτικής ακολούθησης αρμονικών σημάτων

Έστω ο υδραυλικός ενεργοποιητής του Σχήματος 5.7. Έστω επίσης το ακόλουθο σύστημα παραγωγής αυθαίρετων σημάτων

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) ; y_r(t) = c_r x_r(t) \quad (5.70)$$

όπου $y_r(t) \in \mathbb{R}$, $x_r(t) \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ και $x_{r,0}$ είναι αυθαίρετο διάνυσμα αρχικών συνθηκών και όπου

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -d_2 & -d_1 \end{bmatrix}, c_r = [1 \quad 0] \quad (5.71)$$

Για το παραπάνω σύστημα ισχύει

$$y_r^{(2)}(t) + d_1 y_r^{(1)}(t) + d_2 y_r(t) = 0 \quad (5.72)$$

Μετασχηματίζοντας κατά Laplace την σχέση (5.72) προκύπτει ότι

$$Y_r(s) = \frac{s y_r(0) + \dot{y}_r(0)}{s^2 + d_1 s + d_2} \quad (5.73)$$

όπου $Y_r(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace του σήματος $y_r(t)$ και όπου $y_r(0), \dot{y}_r(0) \left(x_{r,0} = \begin{bmatrix} y_r(0) \\ \dot{y}_r(0) \end{bmatrix} \right)$ οι αρχικές συνθήκες του συστήματος (5.70).

Για παράδειγμα επιλέγοντας $y_r(0) = 0$, $\dot{y}_r(0) = \omega$, $d_1 = 0$ και $d_2 = \omega^2$ όπου ω η φυσική ιδιοσυχνότητα του παραγόμενου σήματος αναφοράς, η σχέση (5.73) λαμβάνει τη μορφή

$$Y_r(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (5.74)$$

ή ισοδύναμα στο πεδίο του χρόνου το σήμα αναφοράς είναι

$$y_r(t) = \sin[\omega(t)] \quad (5.75)$$

Για τον υπολογισμό του ελεγκτή υπολογίζονται οι επαυξημένοι πίνακες

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -d_2 & -d_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{B_m}{M} & \frac{S_p}{M} \\ 0 & 0 & -\frac{S_p \beta_e}{V_0} & -\frac{(K_L + K_c) \beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \tilde{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_q \beta_e}{V_0} \end{bmatrix} \quad (5.76)$$

Στο επαυξημένο σύστημα εφαρμόζεται στατικός ελεγκτής της μορφής

$$K = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4] \quad (5.77)$$

Υπολογίζεται το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του επαυξημένου συστήματος κλειστού βρόχου

$$\begin{aligned}
p_{cl}(s) = & s^4 + \frac{s^3(B_m V_0 + M d_1 V_0 + M(K_C + K_L - f_4 K_q)\beta_e)}{M V_0} + \\
& \frac{s^2(B_m d_1 V_0 + M d_2 V_0 + B_m(K_C + K_L - f_4 K_q)\beta_e + M d_1(K_C + K_L - f_4 K_q)\beta_e + S_p(-f_3 K_q + S_p)\beta_e)}{M V_0} + \\
& \frac{s(M V_0 + B_m d_2 V_0 + B_m d_1(K_C + K_L - f_4 K_q)\beta_e + M d_2(K_C + K_L - f_4 K_q)\beta_e - f_2 K_q S_p \beta_e + d_1 S_p(-f_3 K_q + S_p)\beta_e)}{M V_0} + \\
& \frac{M(K_C + K_L - f_4 K_q)\beta_e + B_m d_2(K_C + K_L - f_4 K_q)\beta_e - f_1 K_q S_p \beta_e + d_2 S_p(-f_3 K_q + S_p)\beta_e}{M V_0}
\end{aligned} \tag{5.78}$$

Έστω το επιθυμητό πολυώνυμο έχει τη μορφή

$$p_d(s) = s^4 + k_1 s^3 + k_2 s^2 + k_3 s + k_4 \tag{5.79}$$

Οι παράμετροι του ελεγκτή υπολογίζονται ως ακολούθως

$$\begin{aligned}
f_1 = & -\frac{(B_m + M(-d_1^2 d_2 + d_2^2 - k_1 + d_1(1 + d_2 k_1) - d_2 k_2 + k_4))V_0}{K_q S_p \beta_e} \\
f_2 = & \frac{M(1 + d_1^3 - d_1^2 k_1 + d_2 k_1 + d_1(-2d_2 + k_2) - k_3)V_0}{K_q S_p \beta_e} \\
f_3 = & \frac{-(B_m^2 + M B_m(d_1 - k_1) + M^2(d_1^2 - d_2 - d_1 k_1 + k_2))V_0 + M S_p^2 \beta_e}{M K_q S_p \beta_e} \\
f_4 = & \frac{(B_m + M(d_1 - k_1))V_0 + M(K_C + K_L)\beta_e}{M K_q \beta_e}
\end{aligned} \tag{5.80}$$

Υπολογισμός και Υλοποίηση του ελεγκτή στο λογισμικό MATLAB

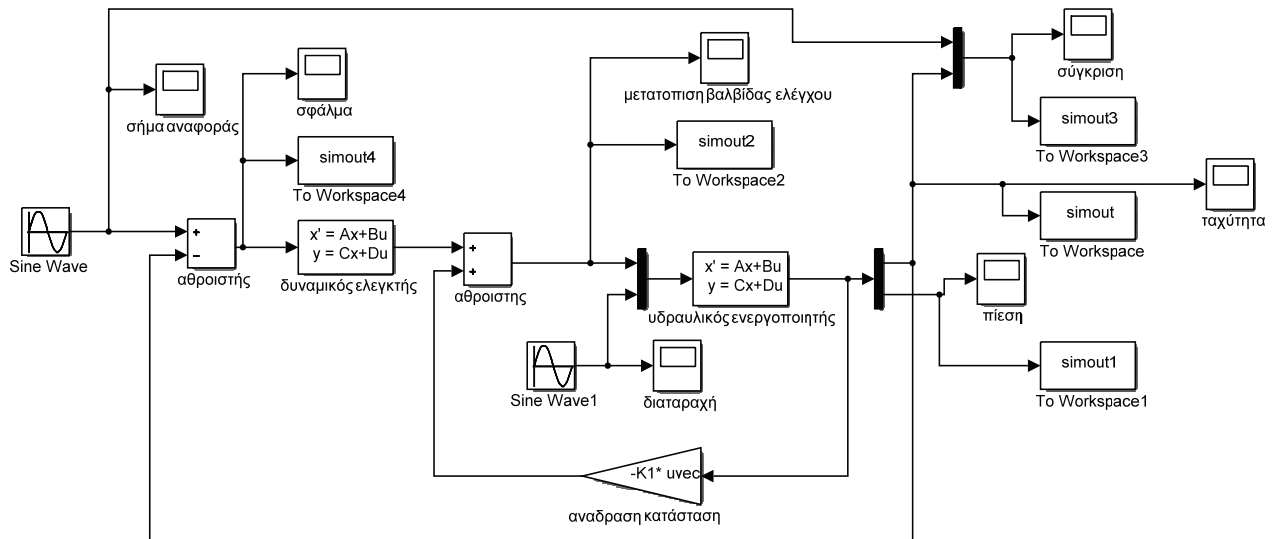
Κώδικας

```
% Ορισμός τιμών των παραμέτρων του υδραυλικού ενεργοποιητή
V0=486/100^3
Sp=633/100^2
KL=0
KC=0
Bm=1000
M=12
Kq=1.02
be=689*10^6
d1=0
d2=4
% Ορισμός του χώρου κατάστασης
A=[-Bm/M Sp/M; -Sp*be/V0 -(KL+KC)*be/V0]
B=[0; Kq*be/V0]
DD=[-1/M; 0]
C=[1, 0]
% Κατασκευή επαυξημένων πινάκων
Ae=[0 1 0 0; -d2 -d1 1 0; 0 0 -Bm/M Sp/M; 0 0 -Sp*be/V0 -(KL+KC)*be/V0]
Be=[0; 0; 0; Kq*be/V0]
% Έλεγχος ελεγκσιμότητας επαυξημένου συστήματος
Ue=ctrb(Ae,Be)
det(Ue)
% Υπολογισμός τιμών ελεγκτή
K=acker(Ae,Be, [-1 -2 -3 -4])
% Υλοποίηση ελεγκτή στο χώρο κατάστασης
Ac=[-d1 1; -d2 0]
bc=[K(2); K(1)]
cc=[1 0]
K1=[K(3) K(4)]
% Προσομοίωση
figure(1)
plot(simout)
figure(2)
plot(simout1)
figure(3)
plot(simout2)
figure(4)
plot(simout3)
figure(5)
plot(simout4)
```

Υλοποίηση του συστήματος κλειστού βρόχου σε Simulink

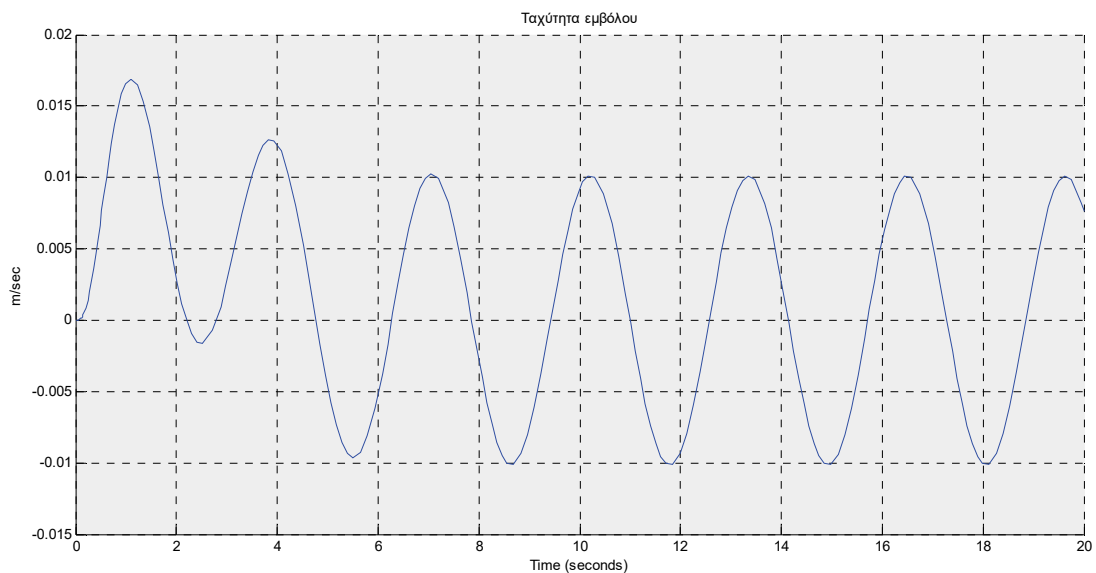
Σήμα αναφοράς : $0.01\sin(2t)$

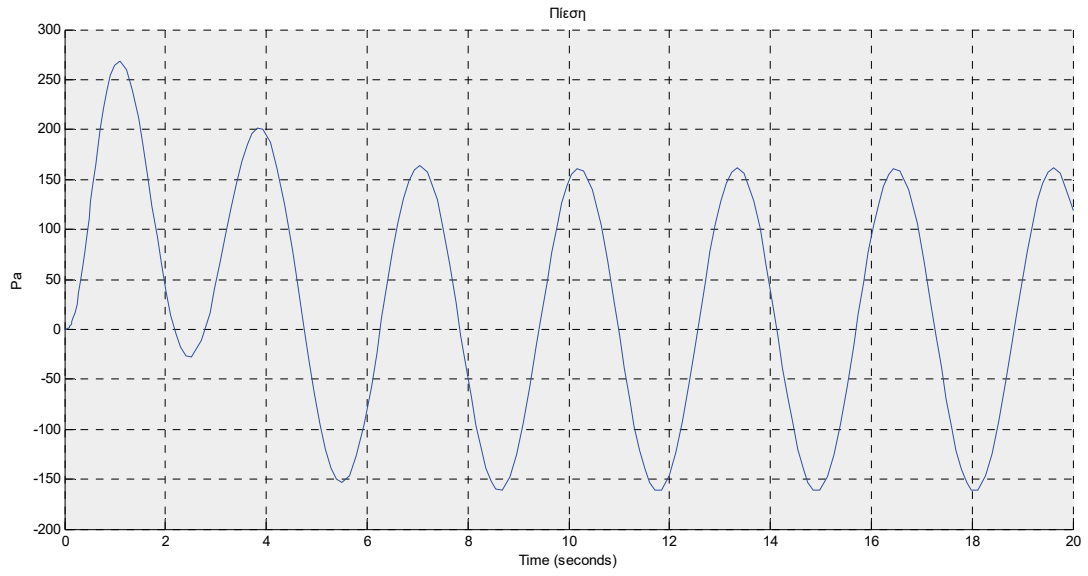
Σήμα διαταραχών: $0.1\sin(2t)(N)$



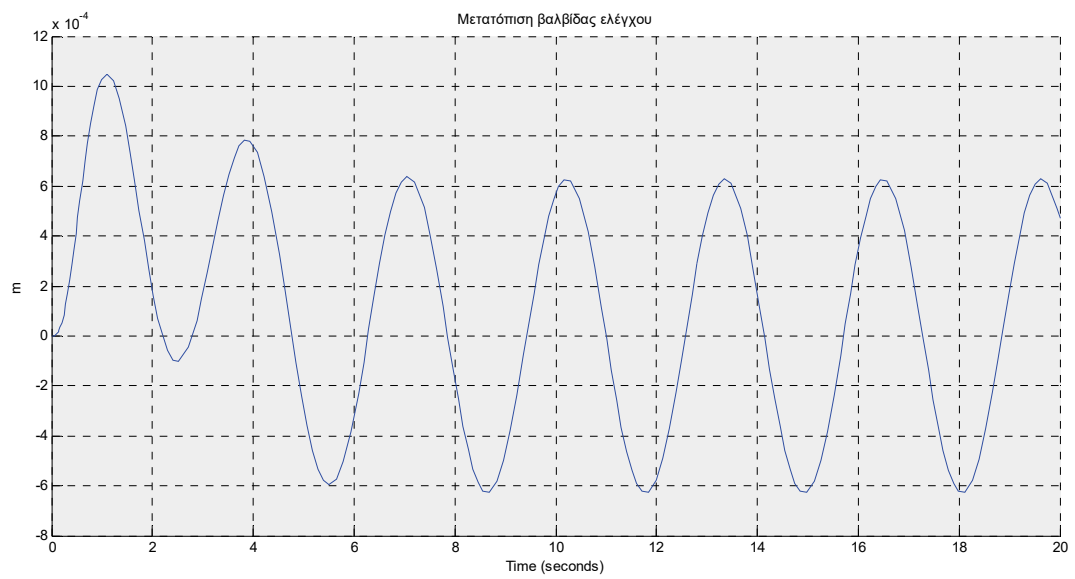
Σχήμα 5.12. Σχηματικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου

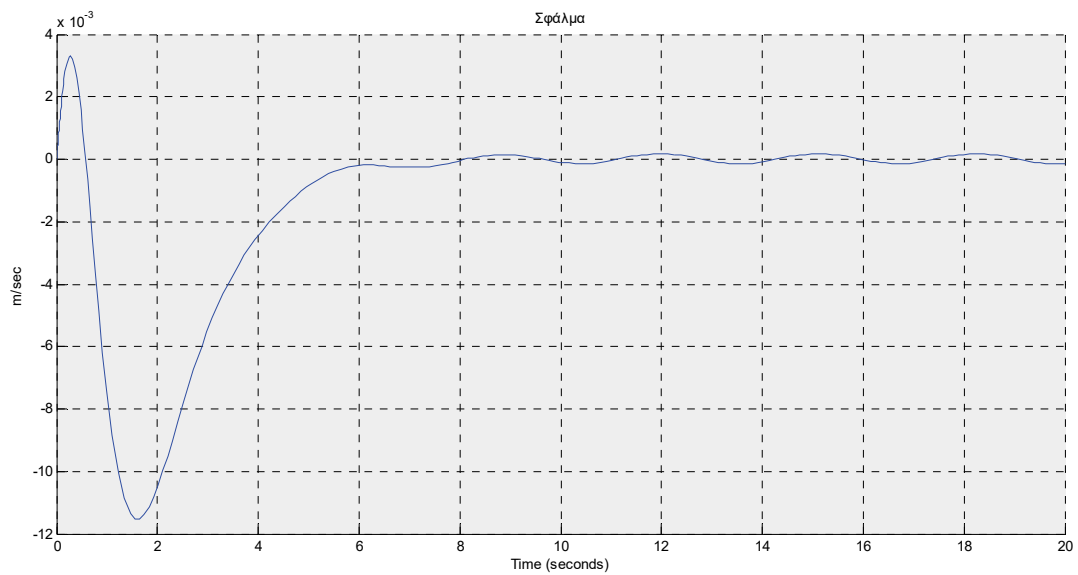
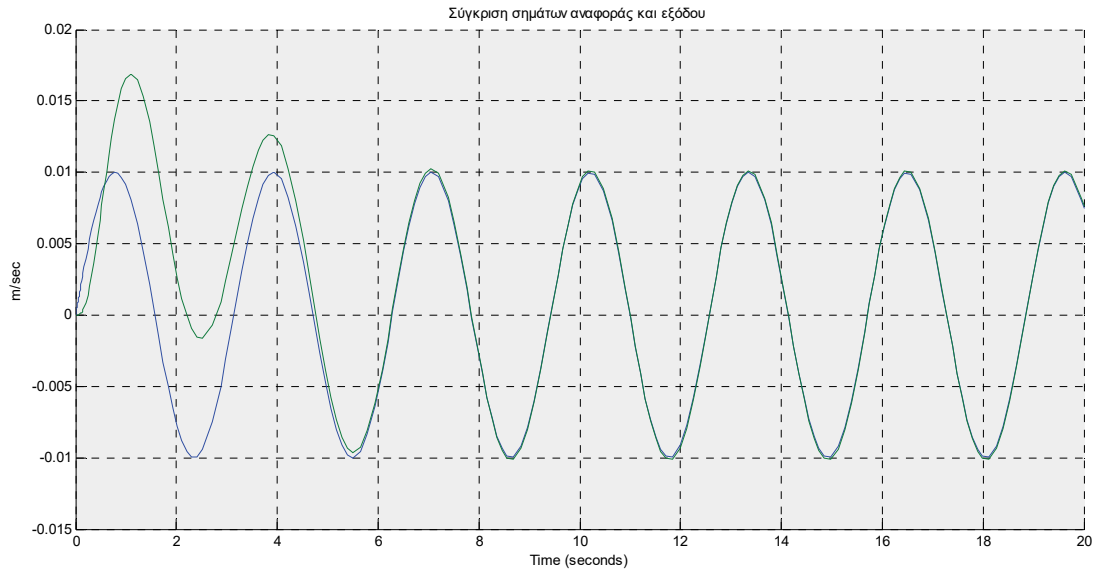
Αποτελέσματα προσομοίωσης





Σχήμα 5.13. Αποκρίσεις ταχύτητας και πίεσης εμβόλου





Σχήμα 5.14. Αποκρίσεις της μετατόπιση βαλβίδας ελέγχου, του σήματος αναφοράς με την έξοδο και του σφάλματος

5.2.1.3. Σχεδιασμός ελεγκτή τριών όρων

Στο σύστημα που εκφράζεται από τις εξισώσεις (5.57)-(5.59) εφαρμόζεται ο ελεγκτής τριών όρων (5.40). Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου είναι

$$p_{cl}(s) = s^3 + \frac{B_m V_0 + [M(K_C + K_L) + K_D K_q S_p] \beta_e}{MV_0} s^2 + \frac{[B_m(K_C + K_L) + S_p(K_p K_q + S_p)] \beta_e}{MV_0} s + \frac{K_I K_q S_p \beta_e}{MV_0} \quad (5.81)$$

ή ισοδύναμα

$$p_{cl}(s, f) = \begin{bmatrix} s^3 & s^2 & s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{B_m V_0 + M(K_C + K_L) \beta_e}{MV_0} & \frac{K_q S_p \beta_e}{MV_0} & 0 & 0 \\ \frac{[S_p^2 + B_m(K_C + K_L)] \beta_e}{MV_0} & 0 & \frac{K_q S_p \beta_e}{MV_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_q S_p \beta_e}{MV_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ K_D \\ K_p \\ K_I \end{bmatrix} \quad (5.82)$$

Έστω το επιθυμητό πολυώνυμο έχει τη μορφή

$$p_d(s) = s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + d_3 = \begin{bmatrix} s^3 & s^2 & s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (5.83)$$

Από τη σχέση (5.82) και (5.83) οι παράμετροι του ελεγκτή τριών όρων προσδιορίζονται από την ακόλουθη σχέση

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{B_m V_0 + M(K_C + K_L) \beta_e}{MV_0} & \frac{K_q S_p \beta_e}{MV_0} & 0 & 0 \\ \frac{[S_p^2 + B_m(K_C + K_L)] \beta_e}{MV_0} & 0 & \frac{K_q S_p \beta_e}{MV_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_q S_p \beta_e}{MV_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ K_D \\ K_p \\ K_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (5.84)$$

ή ισοδύναμα από τη σχέση

$$\begin{bmatrix} 1 \\ K_D \\ K_p \\ K_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{B_m V_0 + M(K_C + K_L) \beta_e}{MV_0} & \frac{K_q S_p \beta_e}{MV_0} & 0 & 0 \\ \frac{[S_p^2 + B_m(K_C + K_L)] \beta_e}{MV_0} & 0 & \frac{K_q S_p \beta_e}{MV_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_q S_p \beta_e}{MV_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (5.85)$$

Από τη σχέση (5.85) υπολογίζονται οι βαθμοί ελευθερίας του ελεγκτή ως ακολούθως

$$K_D = \frac{(-B_m + Md_1)V_0 - M(K_C + K_L)\beta_e}{K_q S_p \beta_e}$$

$$K_P = \frac{Md_2 V_0 - [B_m(K_C + K_L) + S_p^2]\beta_e}{K_q S_p \beta_e} \quad (5.86)$$

$$K_I = \frac{Md_3 V_0}{K_q S_p \beta_e}$$

Χρησιμοποιώντας τις τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή που προσδιορίστηκαν στη σχέση (5.86) η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου λαμβάνει την μορφή

$$H_{cl}(s) = [H_{y,u}(s) \mid H_{y,\xi}(s)] \quad (5.87)$$

όπου

$$H_{y,u} = \frac{\{-s^2 B_m + M[s(sd_1 + d_2) + d_3]\}V_0 - s[(Ms + B_m)(K_C + K_L) + S_p^2]\beta_e}{MV_0 \{s[s(s + d_1) + d_2] + d_3\}}$$

$$H_{y,\xi}(s) = -\frac{s[sV_0 + (K_C + K_L)\beta_e]}{MV_0 \{s[s(s + d_1) + d_2] + d_3\}}$$

Το πρόβλημα μπορεί να λυθεί επίσης θέτοντας τους όρους $K_P = 0$ και $K_D = 0$. Με αυτήν την επιλογή η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου λαμβάνει τη μορφή

$$H_{cl}(s) = [H_{y,u}(s) \mid H_{y,\xi}(s)] \quad (5.88)$$

όπου

$$H_{y,u} = \frac{K_I K_q S_p \beta_e}{s^2 (Ms + B_m)V_0 + [s(Ms + B_m)(K_C + K_L) + K_I K_q S_p + sS_p^2]\beta_e}$$

$$H_{y,\xi}(s) = -\frac{s[sV_0 + (K_C + K_L)\beta_e]}{s^2 (Ms + B_m)V_0 + [s(Ms + B_m)(K_C + K_L) + K_I K_q S_p + sS_p^2]\beta_e}$$

εφαρμόζοντας το κριτήριο Ruth στο χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου η ευστάθεια εξασφαλίζεται εάν

$$K_I < \frac{[B_m(K_C + K_L) + S_p^2](M\beta_e(K_C + K_L) + B_m V_0)}{MK_q S_p V_0} \quad (5.89)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές του υδραυλικού ενεργοποιητή η παράμετρος K_I περιορίζεται ως ακολούθως

$$K_I < 5.171568627450979 \quad (5.90)$$

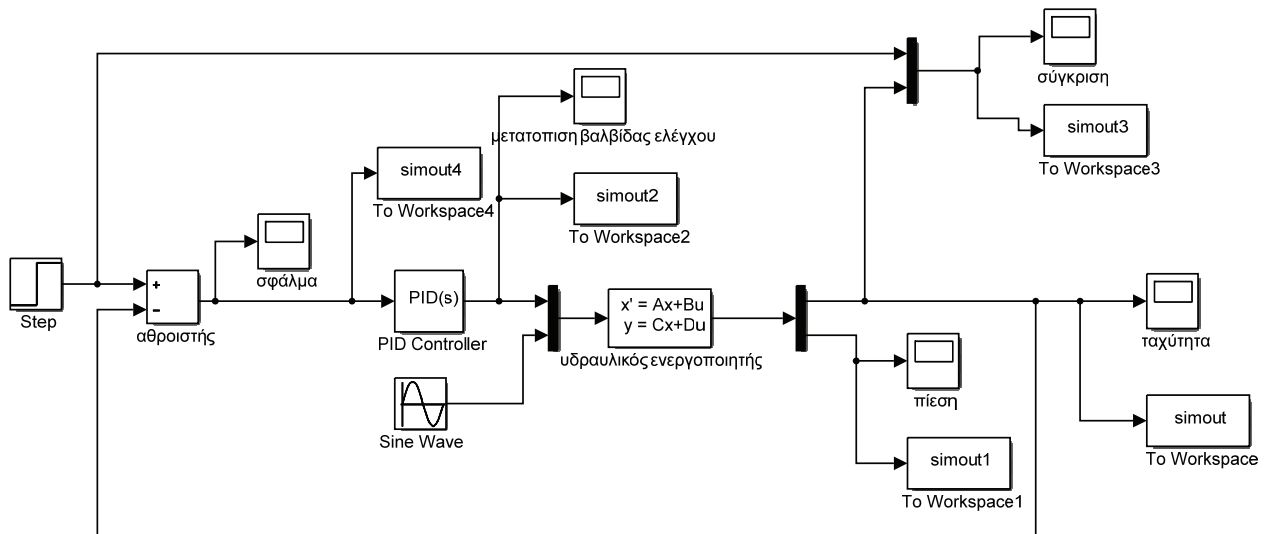
Υπολογισμός και Υλοποίηση ελεγκτή στο πρόγραμμα MATLAB

```
Κώδικας
% Ορισμός τιμών των παραμέτρων του υδραυλικού ενεργοποιητή
V0=486/100^3
Sp=633/100^2
KL=0
KC=0
Bm=1000
M=12
Kq=1.02
be=689*10^6
% Ορισμός του χώρου κατάστασης
A=[-Bm/M Sp/M; -Sp*be/V0 -(KL+KC)*be/V0]
B=[0; Kq*be/V0]
DD=[-1/M; 0]
C=[0, 1]
% Υπολογισμός του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του συστήματος κλειστού
βρόχου
syms s Kp Kd Ki
Gpid=(Kp+s*Kd+Ki/s)
Hcl=C*inv(s*eye(2)-A+B*C*Gpid)*B*Gpid
Hcld=C*inv(s*eye(2)-A+B*C*Gpid)*DD
[num, pcl]=numden(Hcl)
% Υπολογισμός τιμών ελεγκτή
Kd=0
Kp=0
Ki=0.1553
% Έλεγχος χαρακτηριστικού πολυωνύμου κλειστού βρόχου
solve(vpa(subs(pcl)))
```

Υλοποίηση συστήματος κλειστού βρόχου σε Simulink

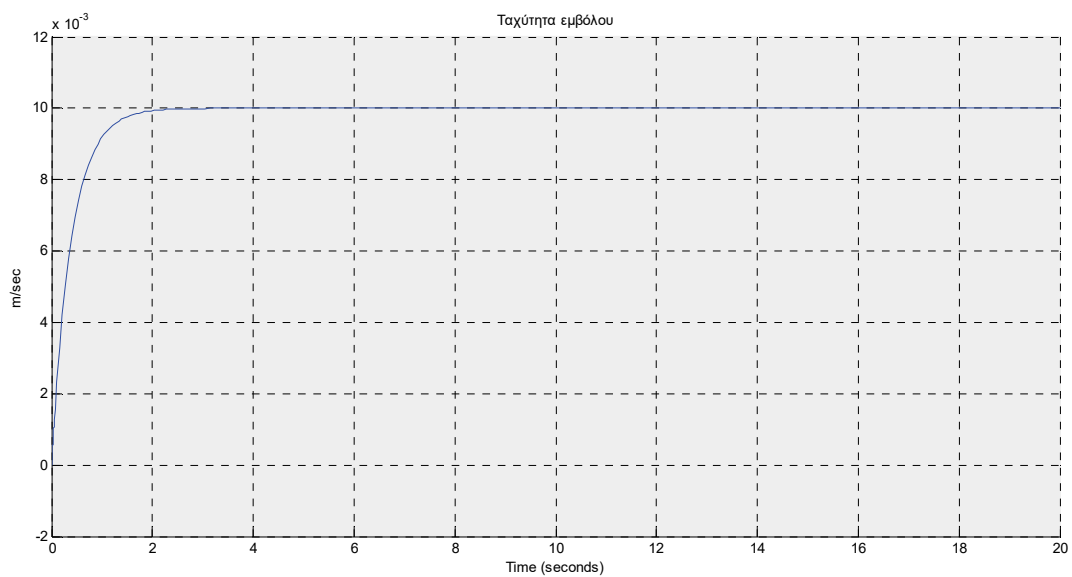
Σήμα αναφοράς : βηματική πλάτους 0.01

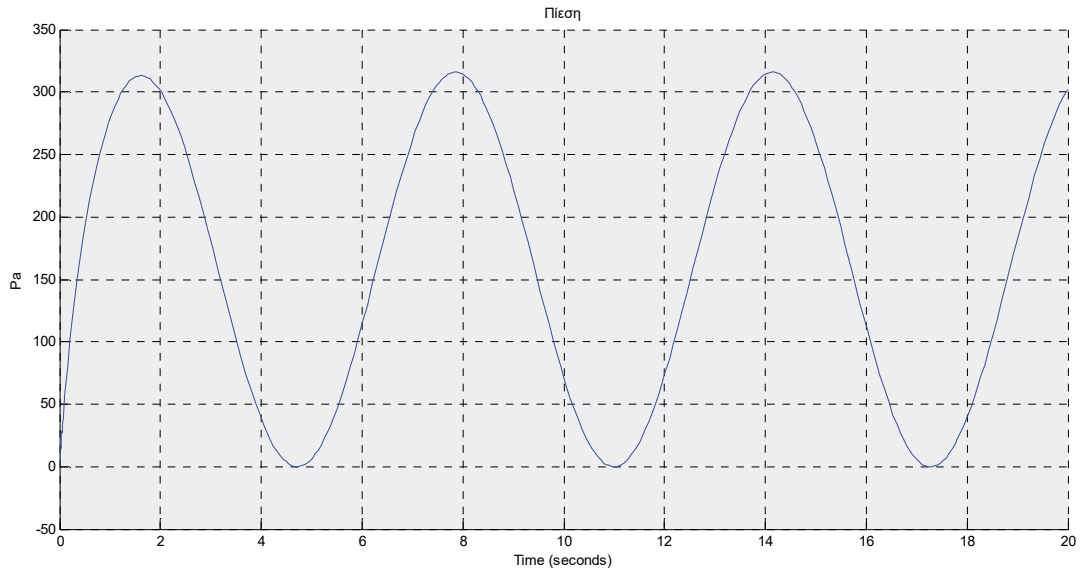
Σήμα διαταραχών: $10 \sin(t)(N)$



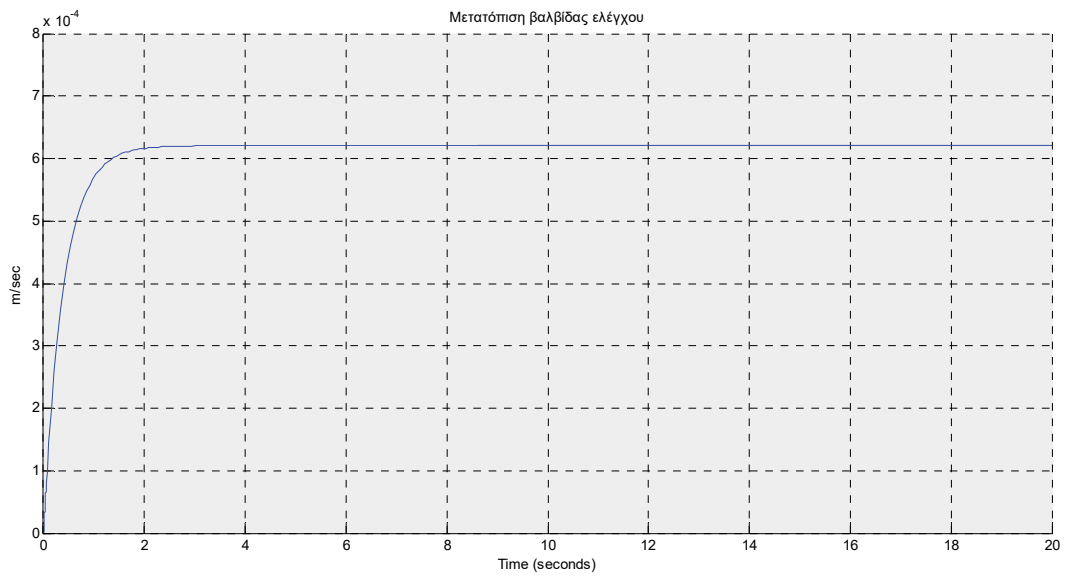
Σχήμα 5.15. Σχηματικό διάγραμμα συστήματος κλειστού βρόχου

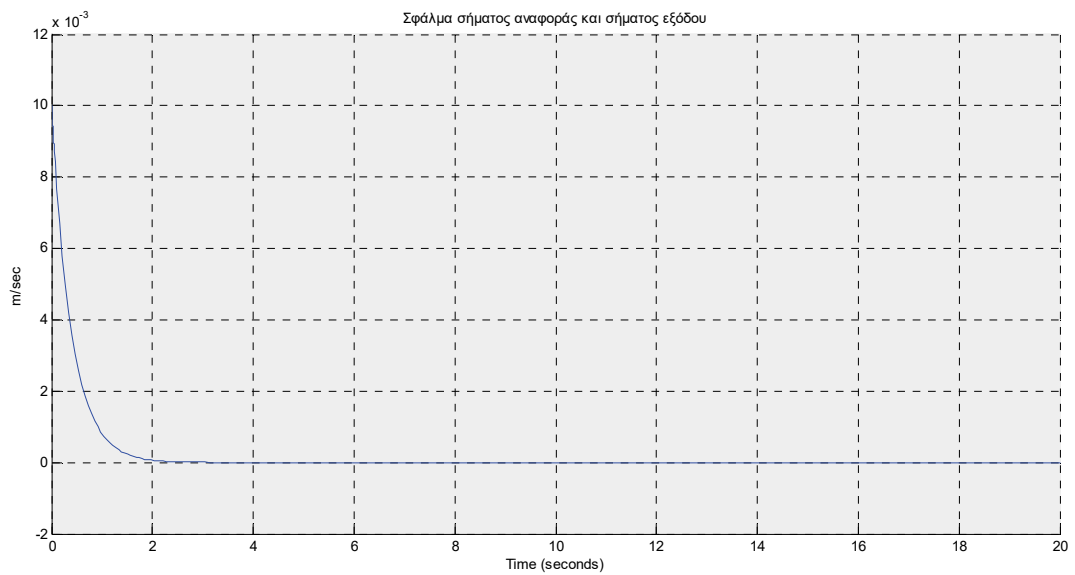
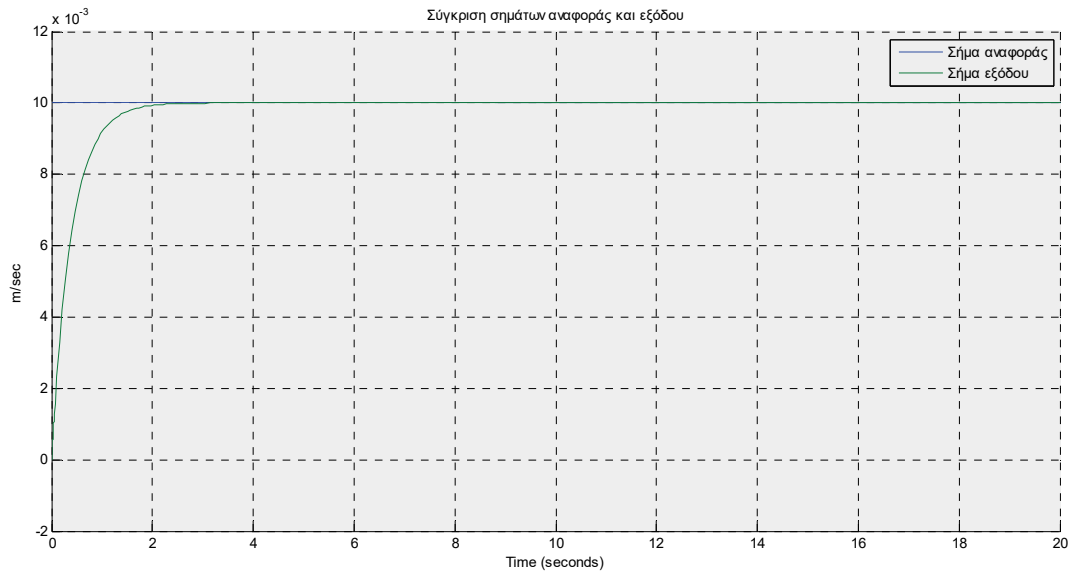
Αποτελέσματα προσομοίωσης





Σχήμα 5.16. Αποκρίσεις ταχύτητας και πίεσης εμβόλου





Σχήμα 5.17. Αποκρίσεις της μετατόπιση βαλβίδας ελέγχου, του σήματος αναφοράς με την έξοδο και του σφάλματος

5.2.2. Έλεγχος θέσης υδραυλικού ενεργοποιητή

Για τον έλεγχο της θέσης του υδραυλικού ενεργοποιητή που παρουσιάστηκε στο Σχήμα 5.7 το διάνυσμα κατάστασης και αρχικών συνθηκών, το διάνυσμα εξόδου και οι πίνακες του χώρου κατάστασης (5.57)-(5.59) τροποποιούνται ως ακολούθως

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_0(t) \\ \Delta \dot{x}_0(t) \\ \Delta P_L(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = x_1(t) = \Delta x_0(t), \quad \Delta x(0-) = \begin{bmatrix} \Delta x_0(0-) \\ \Delta \dot{x}_0(0-) \\ \Delta P_L(0-) \end{bmatrix} \quad (5.91)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{M} & \frac{S_p}{M} \\ 0 & -\frac{S_p \beta_e}{V_0} & -\frac{(K_L + K_C) \beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_q \beta_e}{V_0} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0], \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.92)$$

Για τον υπολογισμό του ελεγκτή αρχικά προσδιορίζονται οι επαυξημένοι πίνακες

$$A_\varepsilon = \begin{bmatrix} A & 0_{3 \times 1} \\ -C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{M} & \frac{S_p}{M} & 0 \\ 0 & -\frac{\beta_e S_p}{V_0} & -\frac{\beta_e (K_C + K_L)}{V_0} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_q \beta_e}{V_0} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Στο επαυξημένο σύστημα εφαρμόζεται στατικός ελεγκτής της μορφής

$$K = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4] \quad (5.93)$$

Υπολογίζεται το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του επαυξημένου συστήματος κλειστού βρόχου

$$p_{cl}(s) = s^4 + \frac{s^3 (B_m V_0 + M K_C \beta_e + M K_L \beta_e + M f_3 K_q \beta_e)}{M V_0} + \frac{s^2 (B_m K_C \beta_e + B_m K_L \beta_e + B_m f_3 K_q \beta_e + f_2 K_q S_p \beta_e + S_p^2 \beta_e)}{M V_0} + \frac{s f_1 K_q S_p \beta_e}{M V_0} - \frac{f_4 K_q S_p \beta_e}{M V_0} \quad (5.94)$$

Έστω ότι το επιθυμητό πολυώνυμο έχει τη μορφή

$$p_d(s) = s^4 + d_1 s^3 + d_2 s^2 + d_3 s + d_4 \quad (5.95)$$

Ταυτοποιώντας τα πολυώνυμα (5.94) και (5.95) υπολογίζονται οι παράμετροι του ελεγκτή

$$f_1 = \frac{M d_3 V_0}{K_q S_p \beta_e}$$

$$f_2 = \frac{-S_p^2 + \frac{(B_m^2 - M B_m d_1 + M^2 d_2) V_0}{M \beta_e}}{K_q S_p} \quad (5.96)$$

$$f_3 = \frac{(-B_m + M d_1) V_0 - M (K_C + K_L) \beta_e}{M K_q \beta_e}$$

$$f_4 = -\frac{M d_4 V_0}{K_q S_p \beta_e}$$

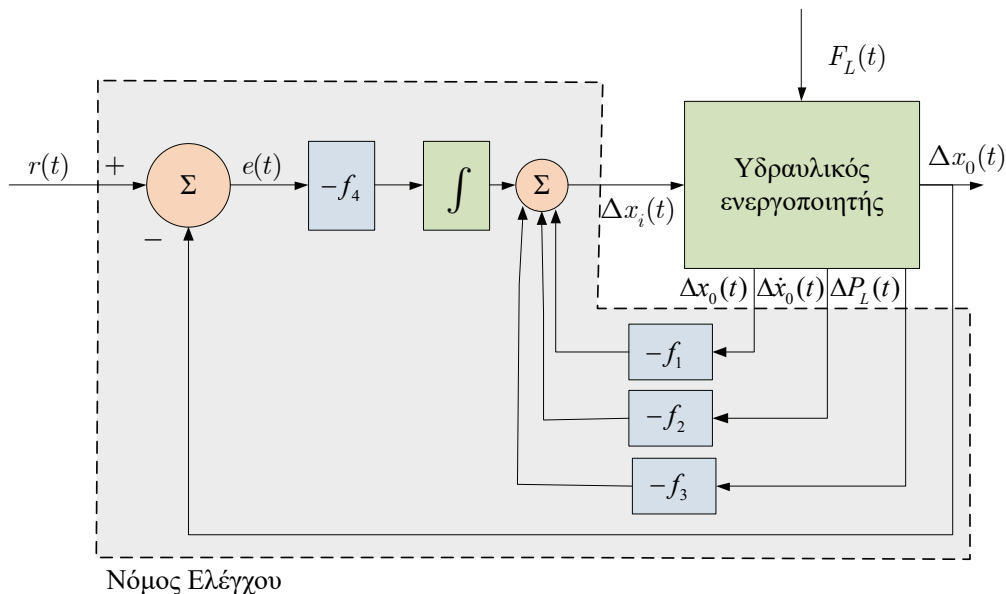
Σύμφωνα με τη σχέση (5.17) η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου είναι

$$H_{cl}(s) = [H_{cl,u}(s) \mid H_{cl,\xi}(s)] = \left[\frac{d_4}{s(s(s(s+d_1)+d_2)+d_3)+d_4} \mid \frac{s[B_m - M(s+d_1)]}{M^2(s(s(s(s+d_1)+d_2)+d_3)+d_4)} \right] \quad (5.97)$$

Η μόνιμη κατάσταση του συστήματος κλειστού βρόχου για βηματική είσοδο πλάτους r_0 και διαταραχή βηματική πλάτους ξ_0 είναι

$$y_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \left(sH_{cl,u}(0) \frac{r_0}{s} \right) + \lim_{s \rightarrow 0} \left(sH_{cl,\xi}(0) \frac{\xi_0}{s} \right) = r_0 \quad (5.98)$$

Η κυκλωματική υλοποίηση του συστήματος κλειστού βρόχου παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.18



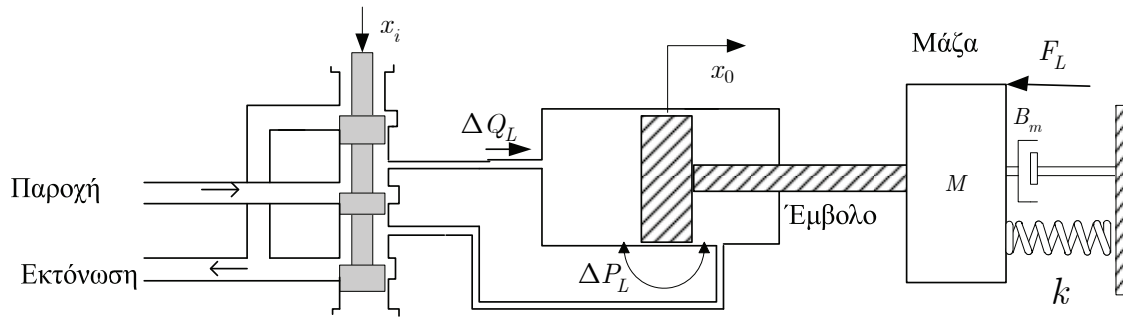
Σχήμα 5.18. Σύστημα κλειστού βρόχου ελέγχου θέσης υδραυλικού ενεργοποιητή

5.3. Ασκήσεις

5. Για τον υδραυλικό ενεργοποιητή του Σχήματος 5.8 να σχεδιαστούν οι ακόλουθοι ελεγκτές
 - I. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης βηματικής εντολής για τη θέση του εμβόλου
 - II. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης εντολής για σήμα $r_{ref} = 0.01 \cos(20t)$ και για σήμα διαταραχής $F_L = 100 \cos(20t)$
 - III. Ελεγκτής τριών όρων για σήμα αναφοράς $r_{ref} = 0.01 \cos(20t)$ και για σήμα διαταραχής $F_L = 100 \cos(20t)$

Ο σχεδιασμός να περιλαμβάνει κώδικα σε MATLAB και υλοποίηση του διαγράμματος κλειστού βρόχου στο Simulink

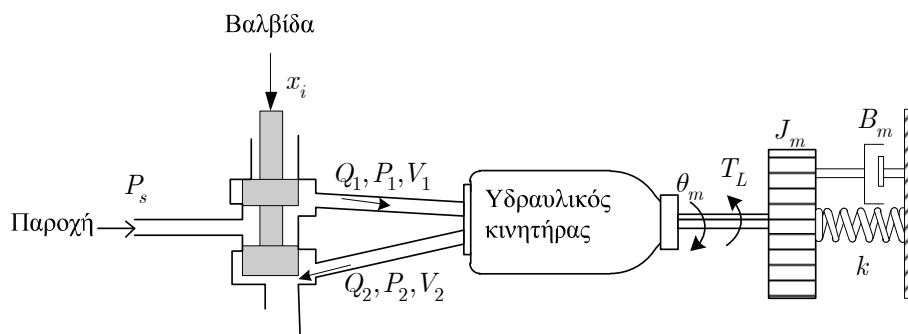
6. Για τον ενεργοποιητή του σχήματος 5.19 να σχεδιαστούν οι ακόλουθοι ελεγκτές
 - I. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης βηματικής εντολής για τη θέση του εμβόλου
 - II. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης εντολής για σήμα $r_{ref} = 0.01 \cos(20t)$ και για σήμα διαταραχής $F_L = 100 \cos(20t)$
 - III. Ελεγκτής τριών όρων για σήμα αναφοράς $r_{ref} = 0.01 \cos(20t)$ και για σήμα διαταραχής $F_L = 100 \cos(20t)$



Σχήμα 5.19. Βαλβίδα – Έμβολο συνδεδεμένο με μάζα- ελατήριο – αποσβεστήρα και εξωτερική διαταραχή

Ο σχεδιασμός να περιλαμβάνει κώδικα σε MATLAB και υλοποίηση του διαγράμματος κλειστού βρόχου στο Simulink

7. Για τον υδραυλικό κινητήρα του σχήματος 5.20 να σχεδιαστούν οι ακόλουθοι ελεγκτές
 - I. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης βηματικής εντολής για τη θέση του εμβόλου
 - II. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης εντολής για σήμα $r_{ref} = 0.01\cos(20t)$ και για σήμα διαταραχής $F_L = 100\cos(20t)$
 - III. Ελεγκτής τριών όρων για σήμα αναφοράς $r_{ref} = 0.01\cos(20t)$ και για σήμα διαταραχής $F_L = 100\cos(20t)$



Σχήμα 5.20. Βαλβίδα – Υδραυλικός κινητήρας με εξωτερική διαταραχή

Ο σχεδιασμός να περιλαμβάνει κώδικα σε MATLAB και υλοποίηση του διαγράμματος κλειστού βρόχου στο Simulink

8. Έστω το μοντέλο της υδραυλικής αντλίας που παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.21. Οι εξισώσεις που περιγράφουν την πίεση της αντλίας, τη μετατόπιση της ηλεκτροβαλβίδας σε σχέση με το ρεύμα εισόδου και τις διαταραχές εκφράζονται στο χώρο κατάστασης με τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} p_s(t) \\ x_p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_{LE} & K_{Qx} \\ C_{hyd} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_s(t) \\ x_p(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_{SV} / A_p \end{bmatrix} i_{SV}(t) + \begin{bmatrix} -1 / C_{hyd} \\ 0 \end{bmatrix} Q_L(t)$$

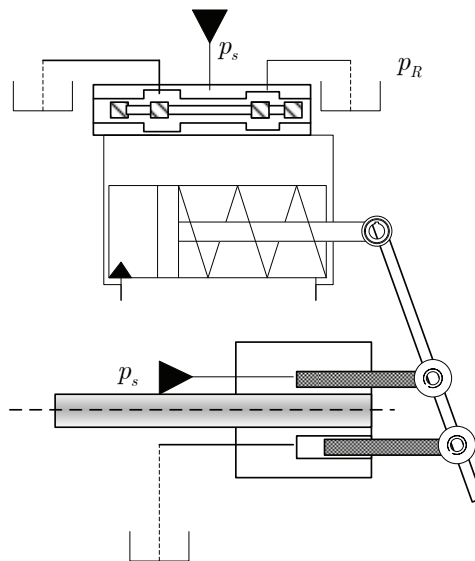
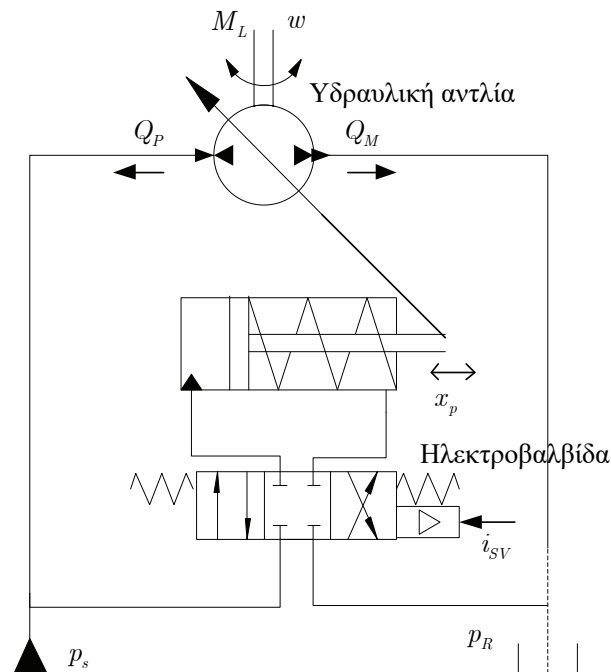
όπου $p_s(t)$ η πίεση της αντλίας, $x_p(t)$ η μετατόπιση της ηλεκτρο - βαλβίδας ελέγχου, $i_{SV}(t)$ είναι το ρεύμα ελέγχου της ηλεκτροβαλβίδας και $Q_L(t)$ είναι η ροή φορτίου – ροή που καταναλώνεται. Στον παρακάτω πίνακα επεξηγούνται οι παράμετροι K_{LE} , C_{hyd} , K_{Qx} , K_{SV} και A_p και παρουσιάζεται η ονομαστική τους τιμή

Παράμετρος	Επεξήγηση	Τιμή
------------	-----------	------

K_{LE}	Κέρδος διαρροής	[0.062, 0.0668]
C_{hyd}	Υδραυλική χωρητικότητα	2(0.0132/0.86)
K_{Qx}	Κέρδος πίεσης μετατόπισης	0.0001
K_{SV}	Κέρδος ηλεκτροβαλβίδας	0.5
A_p	Επιφάνεια εμβόλου	20 / 1000

Για την παραπάνω υδραυλική αντλία να σχεδιαστούν οι ακόλουθοι ελεγκτές

- I. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης βηματικής εντολής για τη θέση του εμβόλου
- II. Ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης εντολής για σήμα $r_{ref} = 0.01\cos(20t)$ και για σήμα διαταραχής $T_L = 100\cos(20t)$
- III. Ελεγκτής τριών όρων για σήμα αναφοράς $r_{ref} = 0.01\cos(20t)$ και για σήμα διαταραχής $T_L = 100\cos(20t)$



Σχήμα 5.21. Αντλία μεταβλητής δομής

Βιβλιογραφία/Αναφορές

- [1] Φ.Ν. Κουμπουλής, *Βιομηχανικός έλεγχος*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα, 1999.
- [2] Dorf-Bishop, *Σύγχρονα Συστήματα Αυτομάτου Έλεγχου*, 9η Έκδοση, Εκδ. ΤΖΙΟΛΑ
- [3] Π.Ν. Παρασκευόπουλος, *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου , θεωρία & Εφαρμογές*, Τόμος Α΄ ΣΑΕ Συνεχούς Χρόνου, 2007
- [4] K. Wei, and R. Barmish, “Making a polynomial Hurwitz invariant by choice of feedback gain”, *Int. J. Contr.*, Vol 50, pp 1025-1038,1989
- [5] F.N. Koumboulis, and M.G. Skarpetis, “Robust Triangular Decoupling with Application to 4WS Cars”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, pp. 344-352, 2000.
- [6] F.N. Koumboulis, and M.G. Skarpetis, “Input -Output decoupling for linear systems with non-linear uncertain structure”, *J. of the Franklin Institute*, vol. 333(B), pp. 593-624, 1996.
- [7] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis and A.S. Ntellis, A Heuristic Control Algorithm for Robust Internal Model Control with Arbitrary Reference Model, J.-L. Ferrier et al. (eds.), *Informatics in Control, Automation and Robotics, Lecture Notes in Electrical Engineering 283*, 2013
- [8] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis, and A. S. Ntellis, “Robust Control Algorithms for a Hydraulic Actuator with Variable Displacement Vane Pump”, 17th Conference on Emerging Technologies & Factory Automation (ETFA), September 17-21, 2012, Kraków, Poland
- [9] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis, and A. S. Ntellis, “Robust Arbitrary Reference Command Tracking with Application to Hydraulic Actuators”, 9th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics Rome, Italy 28 – 31 July, 2012
- [10] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis, “Robust PID Controller for Electro - Hydraulic Actuators, 18th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA2013) September 10-13, 2013, Cagliari, Italy
- [11] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis and A. S. Ntellis, “Robust Position Tracking for a Hydraulic Servo System”, 22th Mediterranean Conference on Control and Automation MED 2014, June 16-19, 2014. University of Palermo, Palermo, Italy
- [12] F. N. Koumboulis, M. G. Skarpetis and B. G. Mertzios, “Robust Regional Stabilization of an Electropneumatic Actuator”, *IEE Proceedings, Part D, Control Theory and Applications*, vol. 145, pp. 226-230, 1998.
- [13] M. G. Skarpetis, and F. N. Koumboulis, “Solving Robust Control Problems using Robust Pole Placement in a Disk”, 14th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA 2009), Sept. 22-26, Mallorca, Spain.

Κεφάλαιο 6

Σύνοψη

Τα πνευματικά συστήματα αυτομάτου ελέγχου χρησιμοποιούνται κυρίως σε βιομηχανικά περιβάλλοντα όπου απαιτείται ακριβής και γρήγορος έλεγχος. Με τα πνευματικά συστήματα ελέγχου μπορούν να υλοποιηθούν όλες οι συναρτήσεις δυαδικού ελέγχου καθώς επίσης μπορούν να υλοποιηθούν και να σχεδιαστούν τα περισσότερα κυκλώματα αυτομάτου ελέγχου που βασίζονται στην ψηφιακή δυαδική λογική. Τα βασικά πλεονεκτήματα των πνευματικών συστημάτων είναι οι υψηλές ταχύτητες απόκρισης, η ικανοποιητική δυνατότητα συμπίεσης του αέρα, το μικρό κόστος αποθήκευσης του αέρα σε δεξαμενές και το μικρό κόστος κατασκευής των συστημάτων ελέγχου και ρύθμισης ([1]-[7]).

6. Βασικά χαρακτηριστικά και ιδιότητες πνευματικών συστημάτων

6.1. Νόμοι αερίων και βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη αερίων

6.1.1. Ατμοσφαιρική πίεση

Η ατμοσφαιρική πίεση είναι η πίεση που ασκεί μια στήλη αέρα όγκου ενός κυβικού μέτρου στην επιφάνεια της γης και εκφράζεται μαθηματικά με τον ακόλουθο τύπο

$$P_{am} = \rho gh \quad (6.1)$$

όπου ρ η πυκνότητα του αέρα, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και h το ύψος που βρίσκεται ο όγκος ελέγχου. Η πίεση στο επίπεδο της θάλασσας είναι περίπου $1.013 \text{ atm} = 1.013 \text{ bar}$.

Η πίεση μετριέται με τα μανόμετρα τα οποία δείχνουν τη διαφορά πίεση στο μετρούμενο σημείο σε σχέση με την ατμοσφαιρική πίεση. Η απόλυτη πίεση ορίζεται ως το άθροισμα της ατμοσφαιρικής πίεσης και της πίεσης που μετράται σε ένα σημείο με το μανόμετρο.

6.1.2. Νόμος Boyle/Marriot

Η απόλυτη πίεση που ασκείται σε μια μάζα αερίου η οποία συμπιέζεται η επεκτείνεται σε σταθερή θερμοκρασία είναι ανάλογη του όγκου του αερίου, δηλαδή

$$PV = \text{σταθερό} \quad (6.2)$$

όπου P είναι η πίεση και V είναι ο όγκος του αερίου. Για δυο διαφορετικές καταστάσεις της μάζας του αερίου ο νόμος γράφεται ως ακολούθως

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (6.3)$$

6.1.3. Νόμος Charles

Ο όγκος μιας μάζας αερίου που θερμαίνεται ή ψύχεται σε σταθερή πίεση είναι ανάλογος της θερμοκρασίας, δηλαδή

$$\frac{V}{T} = \text{σταθερό} \quad (6.4)$$

όπου T η θερμοκρασία της αέριας μάζας. Για δυο διαφορετικές καταστάσεις της μάζας του αερίου ο νόμος γράφεται ως ακολούθως

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (6.5)$$

6.1.4. Νόμος Gay-Lussac

Η απόλυτη πίεση μιας αέριας μάζας σε σταθερή πίεση είναι ανάλογη της θερμοκρασίας, δηλαδή

$$\frac{P}{T} = \text{σταθερό} \quad (6.6)$$

Για δυο διαφορετικές καταστάσεις της μάζας του αερίου ο νόμος γράφεται ως ακολούθως

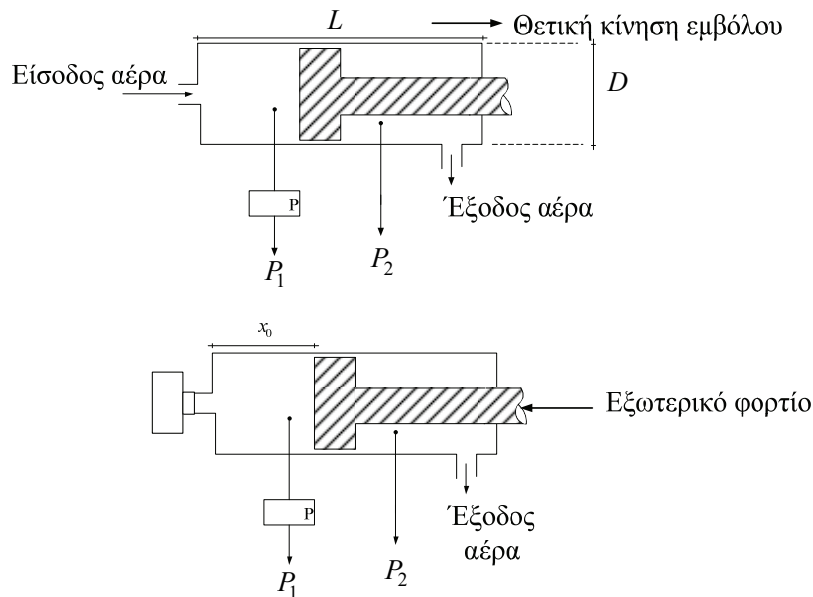
$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad (6.7)$$

6.1.5. Γενικός νόμος αερίων

Συνδυάζοντας τους παραπάνω νόμους, για μια μάζα αερίου που υπόκειται σε αλλαγές πίεσης, θερμοκρασίας και όγκου ισχύει η ακόλουθη εξίσωση:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad (6.8)$$

Παράδειγμα 6.1. Έστω ένα έμβολο τοποθετημένο σε έναν κύλινδρο όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.1. Εάν σταματήσει η είσοδος του αέρα και τοποθετηθεί φραγή στην είσοδο να υπολογιστεί η πίεση P_2 εάν το έμβολο έχει διάμετρο ίση με $0.01m$, μήκος ίσο με $0.3m$ και το μανόμετρο μετράει πίεση ίση με $P_1 = 3bar$ για αρχική θέση του εμβόλου ίση με $x_0 = 0.2m$.



Σχήμα 6.1. Κίνηση εμβόλου σε κύλινδρο

Λύση:

Σύμφωνα με τη σχέση (6.3) η πίεση στο δεξιό τμήμα του κυλίνδρου είναι ίση με

$$P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} \quad (6.9)$$

Επειδή ο όγκος του αέρα στο αριστερό τμήμα είναι

$$V_1 = x_0 \frac{\pi D^2}{4} = 0.2 \frac{3.14 \times 0.01^2}{4} = 0.0000157m^3$$

και ο όγκος του αέρα στο δεξιό τμήμα είναι

$$V_2 = L \frac{\pi D^2}{4} - V_1 = 0.3 \frac{3.14 \times 0.01^2}{4} - 0.0000157 = 0,00000785m^3$$

από τη σχέση (6.9) προκύπτει η ζητούμενη πίεση

$$P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{4 \times 0.0000157 \times 0.00000785}{0.00000785} = 8 \text{ bar} \quad (6.10)$$

Άρα ο μανόμετρο θα μετρήσει πίεση $P_2 = 7 \text{ bar}$

◇


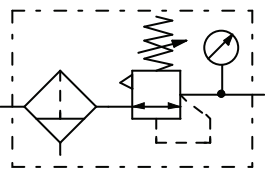
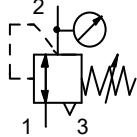
6.2. Βασικά πνευματικά στοιχεία

Τα πνευματικά συστήματα προκύπτουν από τη σύνθεση των ακόλουθων βασικών πνευματικών στοιχείων:

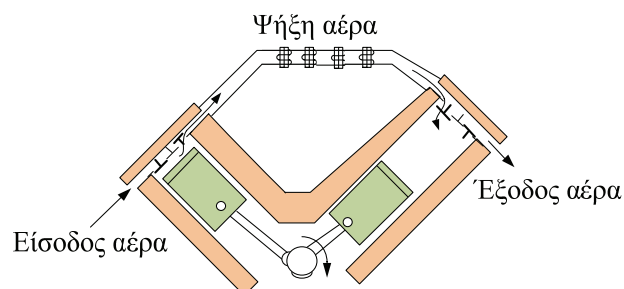
1. Συστήματα παραγωγής ροής αέρα (αντλία, κύκλωμα ισχύος)
2. Βαλβίδες οδήγησης, βαλβίδες ελέγχου – εντολοδότησης και βαλβίδες ρύθμισης της ροής (βαλβίδες τύπου εμβόλου, βαλβίδες τύπου ‘πτερύγιο – ακροφύσιο’, βαλβίδες δυο βαθμίδων, βαλβίδες με μηχανική ανατροφοδότηση και ηλεκτρο-πνευματικές βαλβίδες)
3. Συστήματα αποθήκευσης ισχύος (αεριοφυλάκια)
4. Συστήματα ενεργοποίησης (κύλινδροι απλής – διπλής ενέργειας, έμβολα)
5. Συστήματα μετάδοσης και διανομής ισχύος (πνευματικοί διανομείς)
6. Στραγγαλιστές (ρυθμιστές ταχύτητας)

6.2.1. Πνευματικά συστήματα

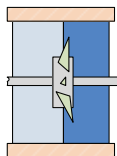
Τα πνευματικά συστήματα χρησιμοποιούν πεπιεσμένο αέρα για να παράγουν περιστροφική και γραμμική κίνηση. Ο πεπιεσμένος αέρας παράγεται από συμπιεστές και μεταφέρεται μέσω σωληνώσεων στα πνευματικά συστήματα ισχύος. Η αντλία πεπιεσμένου αέρα περιέχει μια βαλβίδα ρύθμισης της επιθυμητής πίεσης, ένα φίλτρο αέρα και ένα σύστημα λίπανσης για τον καθαρισμό του πεπιεσμένου αέρα (βλ. Πίνακα 6.1). Οι αντλίες πεπιεσμένου αέρα είναι δύο ειδών. Στο πρώτο είδος ανήκουν οι αντλίες με έμβολο (piston compressor, βλ. Σχήμα 6.2) στην οποία ο αέρας συμπιέζεται από το έμβολο, ψύχεται και διοχετεύεται στο κύκλωμα. Στο δεύτερο είδος ανήκουν οι αντλίες αξονικής ροής (axial flow, βλ. Σχήμα 6.2) στις οποίες ο αέρας επιταχύνεται από περιστρεφόμενα πτερύγια.

		
Σύμβολο αντλίας αέρα	Μονάδα καθαρισμού του αέρα	Βαλβίδα ρύθμισης πίεσης

Πίνακας 6.1. Αντλία πεπιεσμένου αέρα

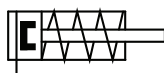


Σχήμα 6.2. Τομή αντλίας τύπου εμβόλου



Σχήμα 6.3. Τομή αντλίας τύπου αξονικής ροής

Ο πεπιεσμένος αέρας οδηγείται με κατάλληλα συστήματα οδήγησης στα κυκλώματα ενέργειας. Τα βασικά κυκλώματα ενέργειας είναι τα έμβολα αέρος τα οποία χωρίζονται σε δύο κατηγορίες απλής και διπλής ενέργειας. Τα έμβολα μετατρέπουν την ενέργεια που παράγεται από την αντλία σε παλινδρομική κίνηση. Ένα έμβολο απλής ενέργειας παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.4. Η κίνηση του εμβόλου προς τα δεξιά προκαλείται από τη ροή του αέρα στην είσοδο του κυλίνδρου και η επιστροφή του εμβόλου προκαλείται από το ελατήριο.

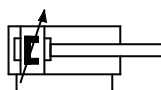


Σχήμα 6.4. Έμβολο απλής ενέργειας

Η δύναμη που ασκεί το έμβολο είναι

$$F = (P_1 - P_2)A - F_{spr} - F_{ext} \quad (6.11)$$

όπου A είναι η επιφάνεια του εμβόλου, P_1 είναι η πίεση του αέρα, P_2 είναι η ατμοσφαιρική πίεση, F_{spr} είναι η δύναμη του ελατηρίου και F_{ext} είναι η εξωτερική δύναμη που εφαρμόζεται στο έμβολο. Η χρήση των εμβόλων απλής ενέργειας είναι περιορισμένη και έχει αντικατασταθεί από τη χρήση εμβόλων διπλής ενέργειας. Ένα έμβολο διπλής ενέργειας παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.5. Η κίνηση του εμβόλου προς τα δεξιά (+) γίνεται με την ροή του αέρα στην αριστερή είσοδο κυλίνδρου και η κίνηση του εμβόλου προς τα αριστερά (-) γίνεται με τη ροή του αέρα στην δεξιά είσοδο. Εναλλαγή της εισόδου ροής του αέρα προκαλεί παλινδρομική κίνηση του εμβόλου.



Σχήμα 6.5. Έμβολο διπλής ενέργειας

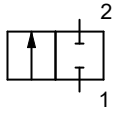
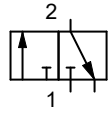
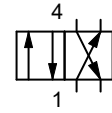
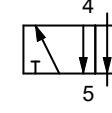
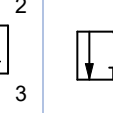
Η δύναμη που ασκεί το έμβολο είναι

$$F^+ = (P_1 - P_2)A - F_{ext} \quad , \quad F^- = (P_1 - P_2)(A - A_r) - F_{ext}$$

όπου F^+ είναι η δύναμη που ασκεί το έμβολο όταν κινείται προς τα δεξιά και F^- είναι η δύναμη που ασκεί το έμβολο όταν κινείται προς τα αριστερά και όπου A_r η επιφάνεια του βάρου.



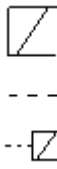
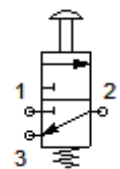
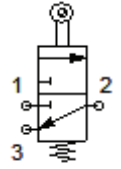
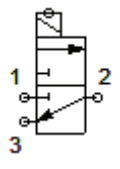
Η ρύθμιση της κατεύθυνσης του αέρα πραγματοποιείται από της βαλβίδες ελέγχου κατεύθυνσης. Οι βαλβίδες ελέγχου κατεύθυνσης είναι μηχανισμοί που επιτρέπουν την είσοδο του πεπιεσμένου αέρα στο έμβολο εκκενώνοντας παράλληλα τον αέρα που βρίσκεται ήδη μέσα στο έμβολο επιτρέποντας έτσι την κίνηση του εμβόλου και προς τις δυο κατευθύνσεις. Οι βαλβίδες ελέγχου κατεύθυνσης χαρακτηρίζονται από τις θέσεις λειτουργίας και τις διόδους του αέρα που διαθέτουν. Υπάρχουν βαλβίδες 2/2 (2 δίοδοι αέρα / 2

θέσεις λειτουργίας), 3/2 (3 δίοδοι αέρα / 2 θέσεις λειτουργίας), 4/2 και 5/2 καθώς επίσης και βαλβίδες κατεύθυνσης ροής με 3 θέσεις λειτουργίας. Οι βαλβίδες αυτές παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.2.

				
2/2	3/2	4/2	5/2	6/2

Πίνακας 6.2. Βαλβίδες ελέγχου κατεύθυνσης ροής

Η έναρξη και ο τερματισμός της κίνησης των εμβόλων και των διεργασιών που περιέχουν πνευματικά στοιχεία καθώς επίσης και ο καθορισμός των ορίων κίνησης των εμβόλων γίνεται με της βαλβίδες σημάτων. Οι βαλβίδες σημάτων είναι πνευματικές βαλβίδες 3/2 με χαρακτηριστικά «κανονικά κλειστές – ανοικτές, με επαναφορά, με κομβία, με μηχανισμό ρόλλερ διπλής – μονής κατεύθυνσης, με ποδομοχλό, με ηλεκτρική διέγερση, κλπ.». Οι βαλβίδες αυτές παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.3.

		
		
Βαλβίδα σήματος με χειροκίνητο μηχανισμό ενεργοποίησης	Βαλβίδα σήματος με μηχανικό μηχανισμό ενεργοποίησης	Βαλβίδα σήματος με ηλεκτρικό μηχανισμό ενεργοποίησης

Πίνακας 6.3. Βαλβίδες σημάτων

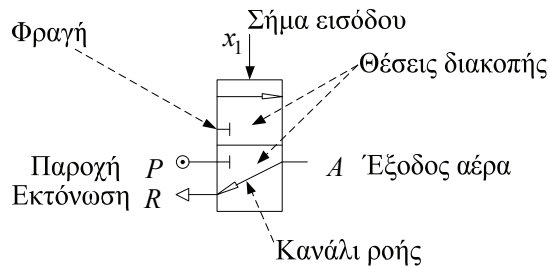
Για τη ρύθμιση της ταχύτητας του εμβόλου χρησιμοποιούνται πνευματικές βαλβίδες ελέγχου ταχύτητας – ροής (στραγγαλιστές) οι οποίοι τοποθετούνται κατάλληλα στα πνευματικά κυκλώματα ώστε να επιτρέπουν την μείωση ή την αύξηση της ταχύτητα κίνησης του εμβόλου ανάλογα με της απαιτήσεις της εφαρμογής. Τα κυκλωματικά σύμβολα των βαλβίδων ρύθμισης της ταχύτητας παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.4.

Στραγγαλιστής	Ρυθμιστής ροής μονής κατεύθυνσης	Βαλβίδα ταχείας ανακούφισης

Πίνακας 6.4. Βαλβίδες ελέγχου ταχύτητας – ροή

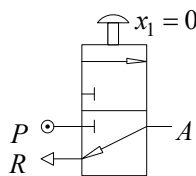
6.2.2. Βασικές αρχές λειτουργίας πνευματικών υπό – συστημάτων

Στο Σχήμα 6.6 παρουσιάζεται το σχέδιο μιας πνευματικής βαλβίδας. Η παροχή του αέρα γίνεται από την θέση P και η εκτόνωση του αέρα γίνεται από την θέση R . Ο αέρας ρέει μέσω των καναλιών ροής. Η έξοδος του αέρα πραγματοποιείται από τη θέση A . Το κάτω μέρος της βαλβίδας είναι το σχέδιο ροής του αέρα στην κατάσταση ηρεμίας. Το επάνω μέρος είναι το σχέδιο ροής του αέρα όταν ενεργοποιηθεί το σήμα x_1 . Η λειτουργία της πνευματικής βαλβίδας φαίνεται σχηματικά στο Σχήμα 6.7.

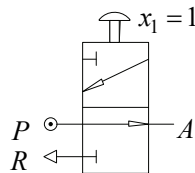


Σχήμα 6.6. Πνευματική βαλβίδα

Αρχική θέση λειτουργίας



Θέση λειτουργίας μετά την πίεση του διακόπτη

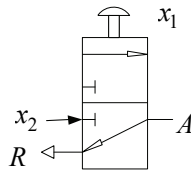


Σχήμα 6.7. Πνευματική βαλβίδα 3/2

Αρχικά η παροχή P είναι συνδεδεμένη με την έξοδο A και ο αέρας ρέει στην έξοδο. Όταν πατηθεί ο διακόπτης x_1 η έξοδος A συνδέεται με την εκτόνωση και σταματάει η ροή του αέρα. Ο πίνακας της πνευματικής βαλβίδας 3/2 με ένα σήμα ενεργοποίησης είναι

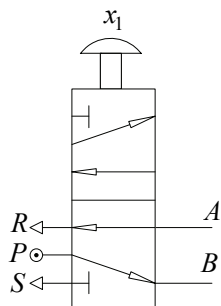
x_1	A
1	0
0	1

Αντίστοιχη λειτουργία ακολουθούν και οι ακόλουθες βαλβίδες



x_1	x_2	A
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Σχήμα 6.8. Πνευματική βαλβίδα 3/2 με δυο εντολές ενεργοποίησης



x_1	B	A
0	1	0
1	0	1

Σχήμα 6.9. Πνευματική βαλβίδα 5/2

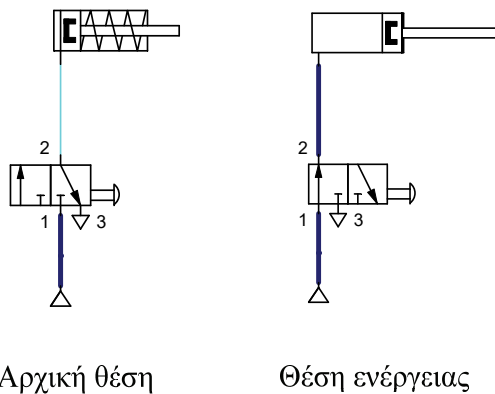
6.2.3. Βασικά πνευματικά κυκλώματα ελέγχου κίνησης πνευματικού εμβόλου

Σε αυτήν την υποενότητα θα παρουσιαστούν βασικά κυκλώματα ελέγχου πνευματικών εμβόλων χρησιμοποιώντας για την υλοποίηση και την προσομοίωση των πνευματικών κυκλωμάτων το πρόγραμμα FluidSim-P.

6.2.3.1 Έλεγχος εμβόλου απλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα 3/2

Θεωρείστε το πρόβλημα του ελέγχου της κίνησης ενός πνευματικού εμβόλου απλής ενέργειας. Η ρύθμιση της ροής επιτυγχάνεται με μια βαλβίδα ελέγχου ροής 3/2. Το κύκλωμα του συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.10. Στην αρχική θέση η βαλβίδα δεν επιτρέπει την παροχή του αέρα στο έμβολο. Πατώντας το κόμβιο της

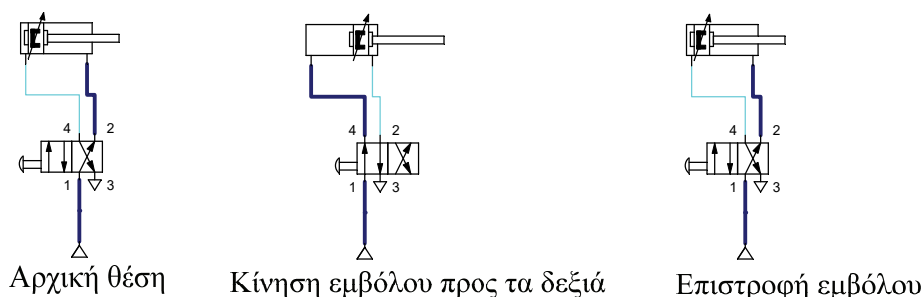
βαλβίδας 3/2 (θέση ενέργειας) η παροχή οδηγείται στον κύλινδρο μέσω της εξόδου 2 και αναγκάζει το έμβολο να κινηθεί προς τα δεξιά.



Σχήμα 6.10. Έλεγχος εμβόλου απλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα 3/2

6.2.3.2 Έλεγχος εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα 4/2

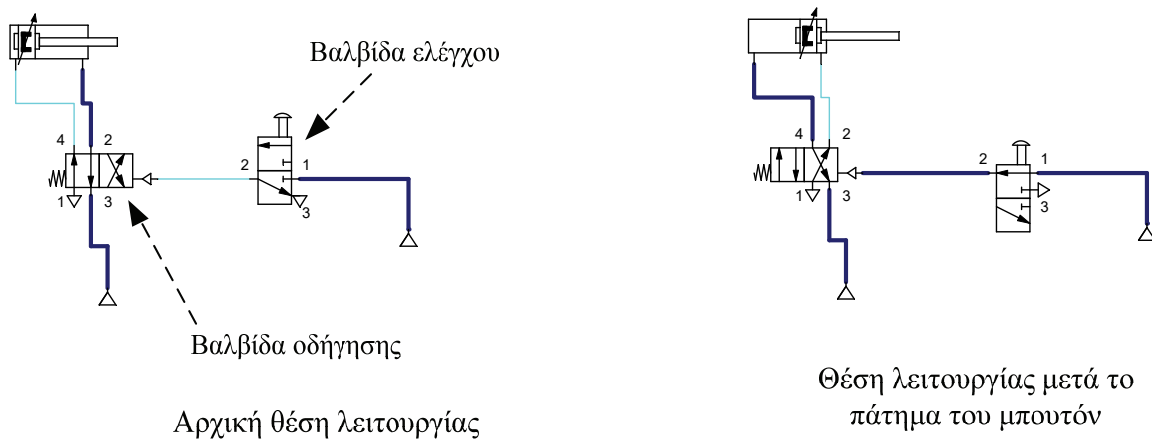
Στην περίπτωση εμβόλου διπλής ενέργειας, για τον έλεγχο της κίνησής του χρησιμοποιείται βαλβίδα οδήγησης 4/2. Η συνδεσμολογία του συστήματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.11. Στην αρχική θέση λειτουργίας ο αέρας από την αντλία εισέρχεται στην είσοδο 1 και μέσω του καναλιού ροής 1-2 οδηγείται στο δεξιό τμήμα του κυλίνδρου με αποτέλεσμα το έμβολο να μην κινείται. Με το πάτημα του κομβίου της βαλβίδας οδήγησης η βαλβίδα αλλάζει κατάσταση και ο αέρας από την αντλία μέσω του καναλιού ροής 1-4 οδηγείται στο αριστερό τμήμα του κυλίνδρου και αναγκάζει το έμβολο να κινηθεί προς τα δεξιά. Με το επόμενο πάτημα του κομβίου της βαλβίδας ο αέρας μέσω του καναλιού ροής 1-2 αναγκάζει το έμβολο να επιστρέψει στην αρχική του θέση.



Σχήμα 6.11. Έλεγχος εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα 4/2

6.2.3.3 Έλεγχος εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα οδήγησης 4/2 και βαλβίδα έναρξης 3/2

Για τον έλεγχο της κίνησης εμβόλου διπλής ενέργειας με βαλβίδα οδήγησης και βαλβίδα έναρξης χρησιμοποιείται η διάταξη που παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.12.

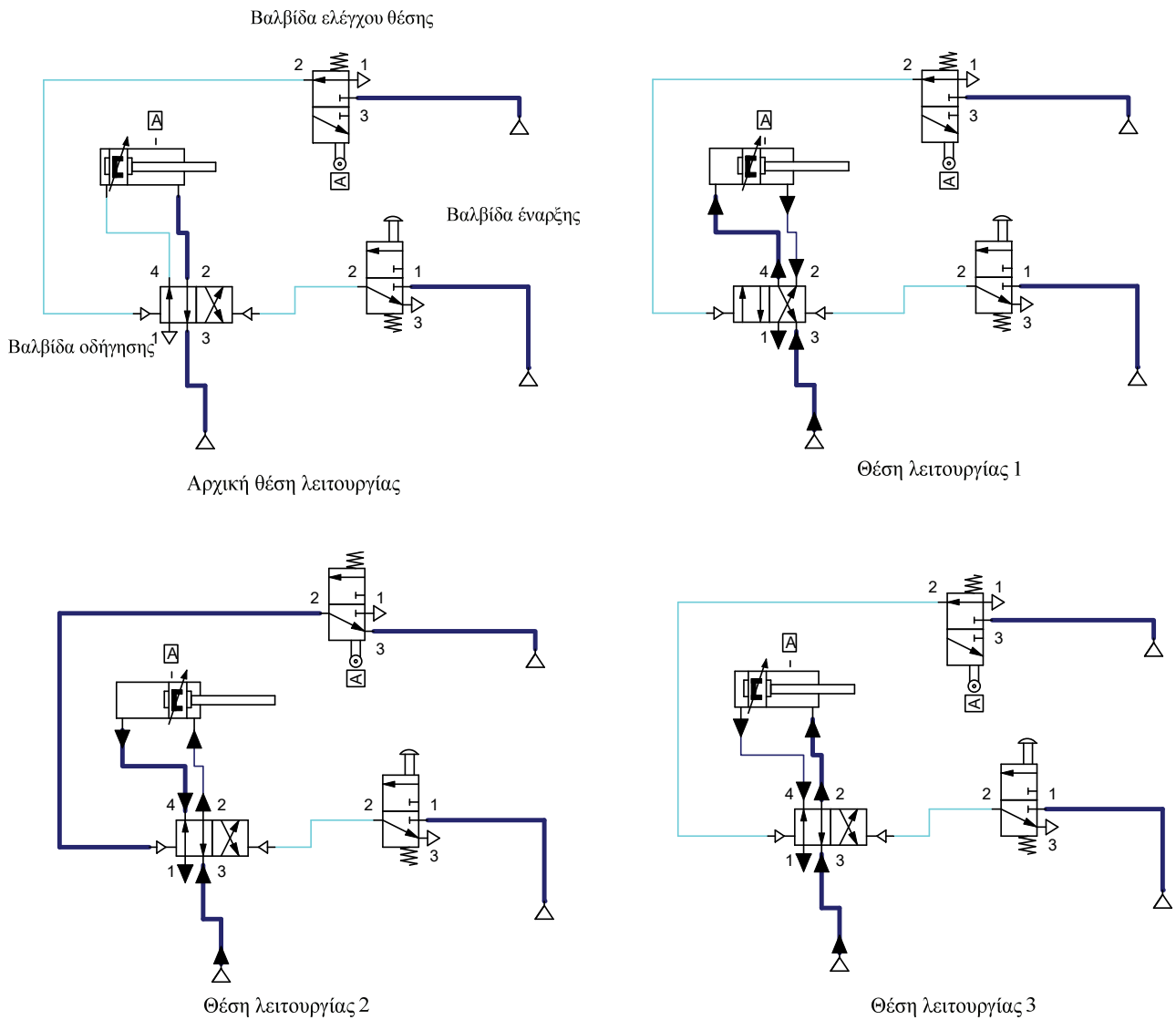


Σχήμα 6.12. Έλεγχος εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα οδήγησης 4/2 και βαλβίδα έναρξης 3/2

Στην αρχική θέση λειτουργίας η παροχή του αέρα από την αντλία οδηγείται από το κανάλι ροής 1-2 της βαλβίδας οδήγησης στο δεξιό τμήμα του εμβόλου οπότε το έμβολο είναι ακίνητο. Όταν ενεργοποιηθεί μηχανικά η βαλβίδα έναρξης η κατάσταση της αλλάζει και ο αέρας από την αντλία οδηγείται στο κανάλι ροής 1-2 και ενεργοποιεί με πνευματικό τρόπο την βαλβίδα οδήγησης. Η αλλαγή της κατάστασης της βαλβίδας οδήγησης κατευθύνει τον αέρα από την αντλία στο αριστερό τμήμα του εμβόλου διαμέσου του καναλιού ροής 3-4. Το έμβολο θα κινηθεί προς τα δεξιά. Η κίνηση του θα σταματήσει όταν πατηθεί το κόμβιο της βαλβίδας έναρξης.

6.2.3.4 Έλεγχος θέσης εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα οδήγησης 4/2, βαλβίδα έναρξης 3/2 και βαλβίδα ελέγχου θέσης 3/2

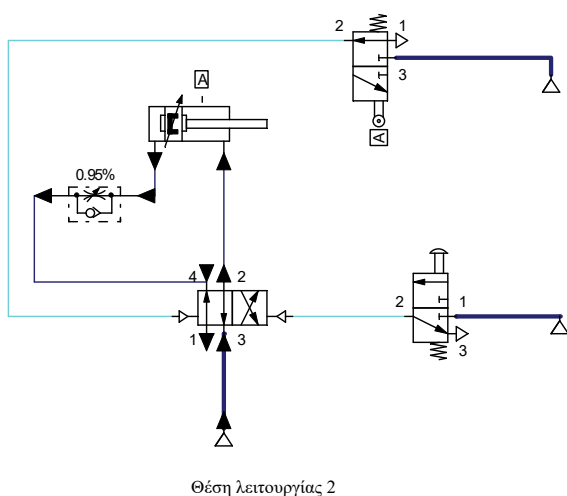
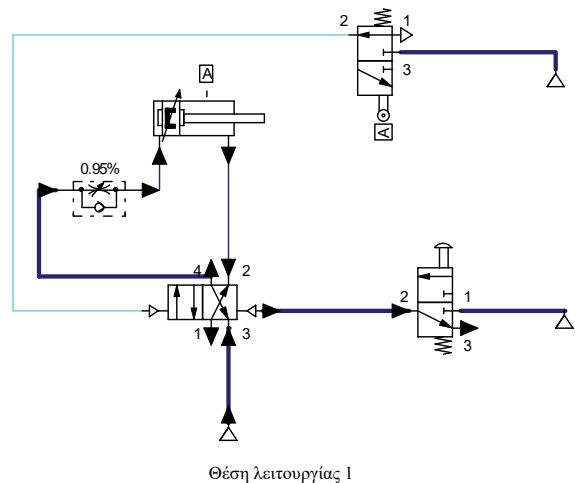
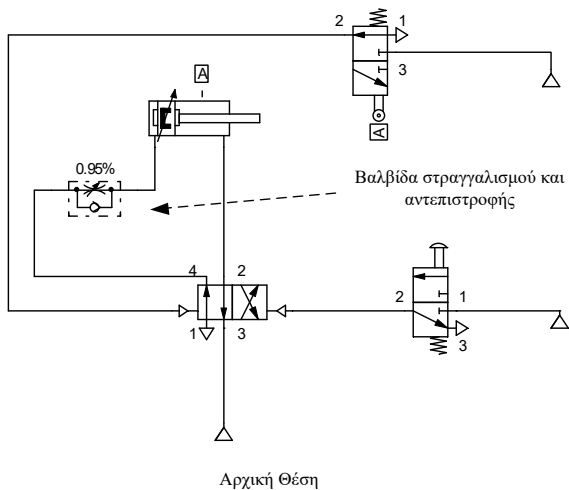
Στο Σχήμα 6.13 παρουσιάζεται ένα κύκλωμα ελέγχου τελικής θέσης εμβόλου. Η έναρξη της κίνηση του εμβόλου γίνεται με το πάτημα του κομβίου της βαλβίδας έναρξης. Με το πάτημα του κομβίου η βαλβίδα έναρξης στιγμιαία (λόγω της ύπαρξης του ελατηρίου) αλλάζει κατάσταση και ο αέρας της βαλβίδας έναρξης περνάει από το κανάλι 1-2 και ενεργοποιεί την βαλβίδα οδήγησης. Με τη σειρά της αλλάζει κατάσταση και οδηγεί τον αέρα στο δεξιό τμήμα του εμβόλου (θέση λειτουργίας 1). Το έμβολο αρχίζει να κινείται προς τα δεξιά μέχρι να συναντήσει στο σημείο Α το αυτόματο κόμβιο της βαλβίδας ελέγχου θέσης. Όταν ενεργοποιηθεί το κόμβιο αυτό η βαλβίδα ελέγχου θέσης αλλάζει στιγμιαία κατάσταση και ενεργοποιεί την βαλβίδα οδήγησης (θέση λειτουργίας 2). Με την αλλαγή θέσης της βαλβίδας οδήγησης ο αέρας από το κανάλι ροής 3-2 της βαλβίδας οδήγησης κατευθύνεται στο αριστερό τμήμα του κυλίνδρου και αναγκάζει το έμβολο να κινηθεί προς τα αριστερά (θέση λειτουργίας 3).



Σχήμα 6.13. Έλεγχος θέσης εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα οδήγησης 4/2, βαλβίδα έναρξης 3/2 και βαλβίδα ελέγχου θέσης 3/2

6.2.3.5 Κύκλωμα ρύθμισης ταχύτητας εμβόλου

Για την ρύθμιση της ταχύτητα εμβόλου κατά την κίνηση του προς τα δεξιά θα πρέπει να τοποθετηθεί ένας στραγγαλιστής με βαλβίδα αντεπιστροφής όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.14. Όταν η παροχή του αέρα γίνεται από το κανάλι ροής 3-4 της βαλβίδας οδήγησης (θέση λειτουργίας 1) ο στραγγαλιστής ρυθμίζει την παροχή του αέρα στο έμβολο. Όταν το έμβολο αλλάξει κατεύθυνση ο αέρας εκτονώνεται μέσω της βαλβίδας αντεπιστροφής χωρίς ρύθμιση.



Description	Quantity value	0	1	2	3	4	5	6	7	8
3/n Way Valve	Switching position	a								
4/n Way Valve	Switching position	0								
Double acting cylinder	Position mm	100								
3/n Way Valve	Switching position	b								

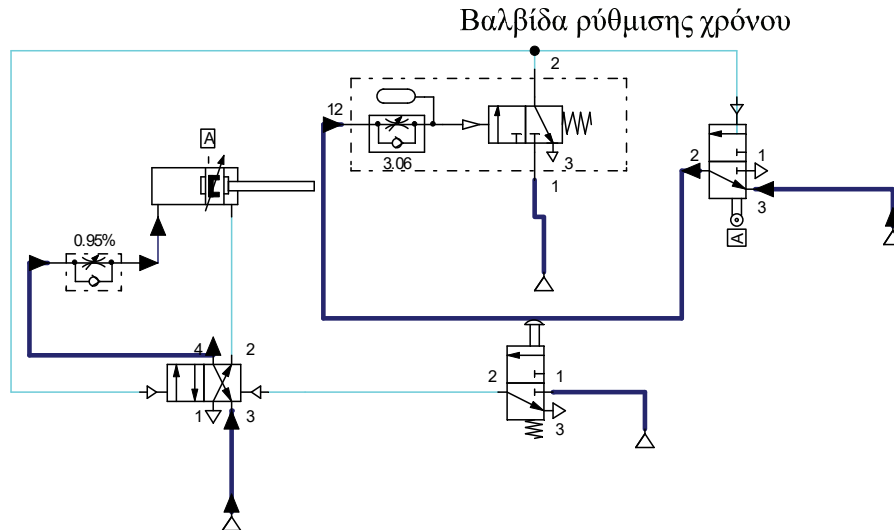
Σχήμα 6.14. Έλεγχος ταχύτητας εμβόλου διπλής ενέργειας με πνευματική βαλβίδα στραγγαλισμού και αντεπιστροφής

6.2.3.6 Πνευματικό κύκλωμα για ρύθμιση χρόνου

Στην περίπτωση που απαιτείται να περάσει συγκεκριμένος χρόνος για την ενεργοποίηση ενός σήματος, στο πνευματικό κύκλωμα χρησιμοποιείται η βαλβίδα ρύθμισης χρόνου που παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.15. Η βαλβίδα αποτελείται από ένα αεριοφυλάκιο, μια βαλβίδα στραγγαλισμού με αντεπιστροφή και μια βαλβίδα ελέγχου 3/2. Όταν το έμβολο ενεργοποιήσει το μηχανικό κόμβιο της βαλβίδας ελέγχου θέσης ο αέρας με ρυθμιζόμενη ροή μέσω του στραγγαλιστή του πνευματικού κυκλώματος χρόνου θα αρχίσει να γεμίζει το αεριοφυλάκιο. Όταν η πίεση του αεριοφυλακίου φτάσει σε μια συγκεκριμένη τιμή τότε θα ενεργοποιηθεί η βαλβίδα οδήγησης του πνευματικού κυκλώματος χρόνου και ο αέρας μέσω του καναλιού ροής 1-2 της βαλβίδα οδήγησης του πνευματικού κυκλώματος χρόνου θα ενεργοποιήσει την βαλβίδα οδήγησης του εμβόλου και το έμβολο θα επιστρέψει στην αρχική του θέση. Ο χρόνος αναμονής του πνευματικού κυκλώματος χρόνου μπορεί να καθοριστεί από τον τύπο

$$t = VQ \quad (6.12)$$

όπου V είναι ο όγκος του αέρα στο αεριοφυλάκιο και Q είναι η παροχή ροής αέρα.

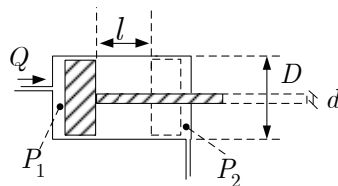


Σχήμα 6.15. Πνευματικό κύκλωμα ρύθμισης χρόνου

6.3. Εφαρμογές

6.3.1. Υπολογισμός παροχής αέρα

Έστω ένα έμβολο που εκτελεί παλινδρομική κίνηση μήκους l . Το πνευματικό έμβολο παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.16. Η διάμετρος του εμβόλου συμβολίζεται με D και η διάμετρος του βάρικου με d . Αν η παροχή του αέρα στο έμβολο είναι Q , η πίεση εισόδου του αέρα είναι P_1 και η πίεση στην εκτόνωση είναι P_2 , να υπολογιστεί η απαιτούμενη παροχή του αέρα για την συγκεκριμένη παλινδρομική κίνηση.



Σχήμα 6.16. Πνευματικό έμβολο

Η παροχή του αέρα είναι ο όγκος του αέρα που εισέρχεται στον κύλινδρο στη μονάδα του χρόνου και δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$Q = \frac{V}{t} \quad (6.13)$$

Από την εξίσωση συνέχειας ισχύει

$$V_1 P_1 = V_2 P_2 \quad (6.14)$$

Ο όγκος του αέρα που εκτονώνει το έμβολο κατά μια παλινδρόμηση, είναι

$$V_{\text{παλινδρόμησης}} = \frac{\pi D^2}{4} l + \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4} l \quad (6.15)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (6.14) και (6.15) ο απαιτούμενος όγκος αέρα είναι

$$V_1 = V_{\text{παλινδρόμησης}} \frac{P_1}{P_{\text{atm}}} \quad (6.16)$$

όπου $P_{\text{atm}} = P_2$ είναι η πίεση της ατμόσφαιρας. Συνδυάζοντας τις σχέσεις (6.13) και (6.16) η απαιτούμενη παροχή του αέρα είναι

$$Q = \left[\frac{\pi D^2}{4} l + \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4} l \right] \frac{P_1}{P_{\text{atm}} t} \quad (6.17)$$

όπου t είναι ο χρόνος της παλινδρόμησης.

6.3.2. Υπολογισμός συνδεσμολογίας σταθερής ταχύτητας πνευματικού συστήματος με τρία έμβολα

Έστω τρία έμβολα με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

1^ο έμβολο : $D = 63\text{mm}, d = 36\text{mm}$,

2^ο έμβολο : $D = 80\text{mm}, d = 56\text{mm}$,

3^ο έμβολο : $D = 100\text{mm}, d = 70\text{mm}$.

Αν η παροχή της κεντρικής αντλίας είναι $Q = 100\text{lt} / \text{min}$, να σχεδιαστεί η συνδεσμολογία ώστε και οι τρεις κύλινδροι να έχουν σταθερή ταχύτητα $v^+ = 200\text{mm} / \text{sec}, v^- = 200\text{mm} / \text{sec}$.

Αρχικά θα υπολογιστούν οι απαιτούμενες παροχές σε όλους τους κυλίνδρους στην θετική και στην αρνητική κίνησή τους. Για την παροχή Q ισχύει ότι

$$Q^+ = \frac{V^+}{t^+} = v^+ S^+ = v^+ \pi \frac{D^2}{4} , \quad Q^- = \frac{V^-}{t^-} = v^- S^- = v^- \pi \frac{D^2 - d^2}{4}$$

Εφαρμόζοντας τα δεδομένα στους παραπάνω τύπους λαμβάνεται

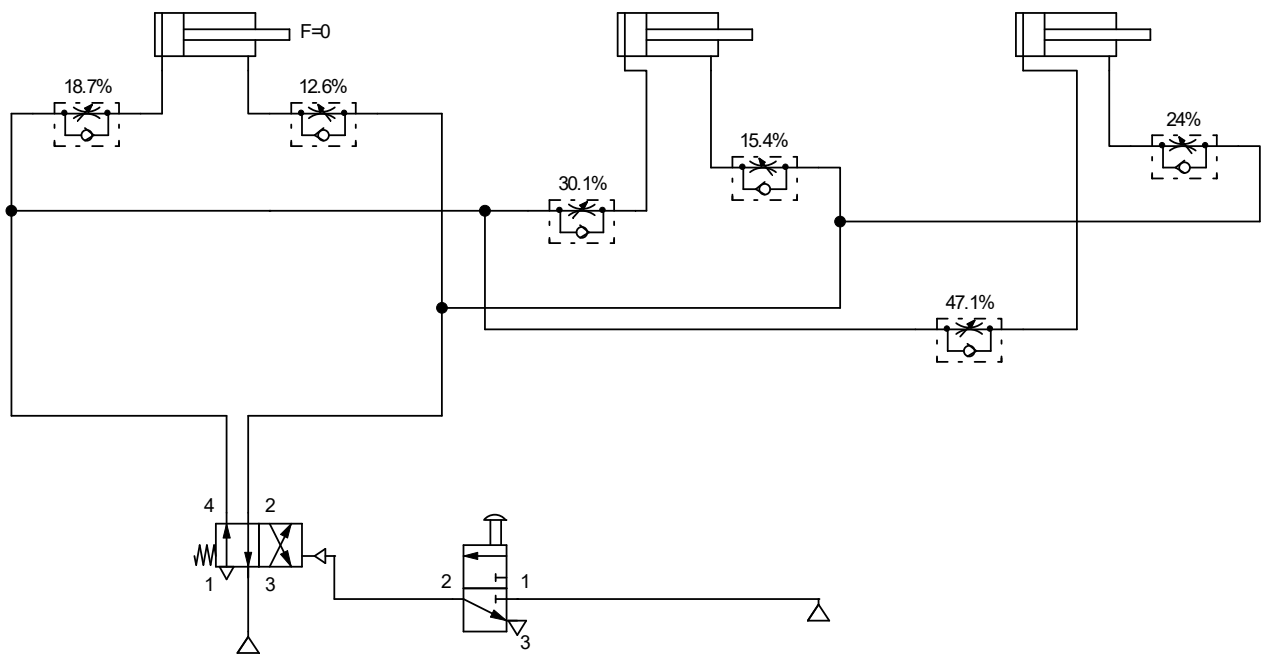
$$Q_A^+ = 37.39\text{ lt} / \text{min} , \quad Q_A^- = 25.18\text{ lt} / \text{min} , \quad Q_B^+ = 60.29\text{ lt} / \text{min} , \quad Q_B^- = 30,75\text{ lt} / \text{min}$$

$$Q_\Gamma^+ = 48,04\text{ lt} / \text{min} , \quad Q_\Gamma^- = 94,2\text{ lt} / \text{min}$$

Για να επιτευχθεί σταθερή ταχύτητα και στις έξι κινήσεις των πιστονιών θα πρέπει να τοποθετηθούν 6 στραγγαλιστές με τις ακόλουθες ρυθμίσεις

	Αριστερή είσοδο εμβόλου	Δεξιά είσοδο εμβόλου
Q_A	12,59%	18,69%
Q_B	15,37%	30,14%
Q_Γ	24,02%	47,10%

Στο Σχήμα 6.17 παρουσιάζεται το πνευματικό κύκλωμα που υλοποιεί την παραπάνω διεργασία.

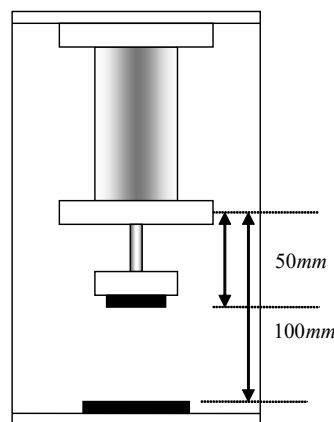


Σχήμα 6.17. Πνευματικό κύκλωμα για σταθερή ταχύτητα εμβόλων

6.4. Ασκήσεις

6.4.1. Πνευματικό κύκλωμα τύπωσης κυκλωμάτων

Έστω η διεργασία εκτύπωσης κυκλωμάτων που παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.18. Ο κύλινδρος της εκτύπωσης θα πρέπει να σταματήσει ακριβώς στα 100mm από την αρχική θέση (50mm) και να παραμείνει στη θέση αυτή μέχρι η πίεση του εμβόλου στο υλικό να φτάσει σε μια καθορισμένη τιμή. Στη συνέχεια το έμβολο επιστρέφει στην αρχική θέση. Το επόμενο κύκλωμα για εκτύπωση έρχεται στη θέση επεξεργασίας σε 10sec . Η διαδικασία είναι επαναλαμβανόμενη. Να υλοποιηθεί το πνευματικό κύκλωμα ελέγχου που υλοποιεί την παραπάνω διεργασία.



Σχήμα 6.18. Πνευματικό κύκλωμα τύπωσης κυκλωμάτων

6.4.2. Πνευματικό κύκλωμα ανοίγματος – κλεισίματος παραθύρου

Έστω ένα πνευματικό έμβολο που ανοίγει και κλείνει ένα παράθυρο ενός θερμοκηπίου.

A) Να σχεδιαστεί το πνευματικό κύκλωμα ελέγχου που θα επιτρέπει, με το πάτημα ενός πνευματικού διακόπτη, την κίνηση του παραθύρου μέχρι ένα σημείο. Μετά από καθορισμένο χρόνο το παράθυρο θα κλείνει. Η κίνηση του πνευματικού εμβόλου πρέπει να γίνεται με ρυθμιζόμενη ταχύτητα.

B) Εάν η ταχύτητα προς τα δεξιά είναι $v^+ = 0.05 \text{ m/sec}$, η ταχύτητα προς τα αριστερά είναι $v^- = 0.01 \text{ m/sec}$, ο χρόνος καθυστέρησης είναι $t_0 = 20 \text{ sec}$, η διάμετρος του εμβόλου είναι $D = 50 \text{ mm}$ και η διάμετρος του βάκτρου είναι $d = 20 \text{ mm}$ να υπολογιστεί η απαιτούμενη παροχή αέρα κατά την είσοδο και την έξοδο του εμβόλου και ο απαιτούμενος όγκος του αεριοφυλακίου.

6.4.3. Διεργασία κοπής μετάλλων

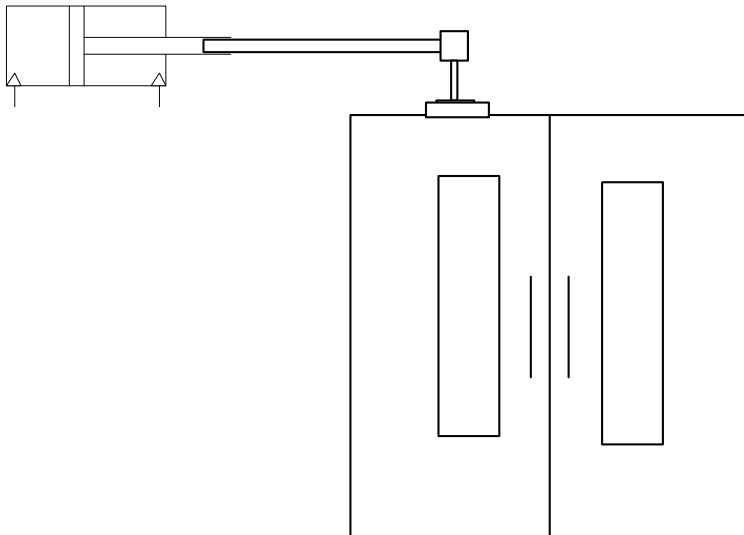
Έστω η διεργασία κοπής μετάλλων. Το εργαλείο κοπής θα πρέπει να κινηθεί δεξιά με εντολή που δίνεται από ένα διακόπτη και η κίνηση αυτή θα πρέπει να γίνεται με σταθερή ταχύτητα ίση με $v^+ = 0.5 \text{ m/sec}$. Στη συνέχεια το εργαλείο κοπής θα πρέπει να επιστρέψει στην αρχική του θέση με ταχύτητα ίση με $v^- = 0.1 \text{ m/sec}$ και να παραμείνει στην αρχική θέση για χρόνο ίσο με $t_0 = 20 \text{ sec}$. Η διεργασία αυτή πρέπει να είναι επαναλαμβανόμενη

α) Να σχεδιαστεί το πνευματικό κύκλωμα που υλοποιεί την παραπάνω διεργασία και να και να περιγραφεί η λειτουργία του.

β) Αν η διάμετρος του εμβόλου είναι $D = 50 \text{ mm}$ και η διάμετρος του βάκτρου είναι $d = 20 \text{ mm}$ να υπολογιστεί η απαιτούμενη παροχή αέρα κατά την είσοδο και την έξοδο του εμβόλου.

6.4.4. Πνευματικό κύκλωμα ανοίγματος θύρας

Να σχεδιαστεί ένα πνευματικό κύκλωμα που να επιτρέπει με το πάτημα ενός κομβίου να ανοίγει αυτόματα η θύρα και με το πάτημα ενός άλλου κομβίου να κλείνει.



Σχήμα 6.19. Πνευματικό κύκλωμα ανοίγματος θύρας μέσω μεταφοράς

Βιβλιογραφία/Αναφορές

- [1] H. E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1967
- [2] R. L. Woods and Kent L. Lawrence, *Modeling and Simulation of Dynamical Systems*, Prentice Hall Inc., 1997
- [3] N. Manring, *Hydraulic Control Systems*, Wiley, 2005
- [4] A. Akers, M. Gassman and R. Smith, *Hydraulic Power System Analysis*, Taylor & Francis, 2006
- [5] W. Durfee and Z. Sun, *Fluid Power System Dynamics*, A National Science Foundation Engineering Research Center, 2009
- [6] *Formula Book for Hydraulics and Pneumatics*, Fluid and Mechanical Engineering Systems, Department of Management and Engineering, Linköping University, 2008
- [7] H. Martin, *The Design of Hydraulic Components and Systems*, Ellis Horwood, London, 1995
- [8] A. A. Parr, *Hydraulics and Pneumatics*, Elsevier Science & Technology Books, 1999
- [9] Θ. Ν. Κωστόπουλος, *Υδραυλικά και πνευματικά συστήματα*, Αθήνα : Συμμεών, 2009

Κεφάλαιο 7

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται βασικά μοντέλα πνευματικών ενεργοποιητών καθώς επίσης και βασικοί αλγόριθμοι ελέγχου τους.

Προαπαιτούμενη γνώση

Η προαπαιτούμενη γνώση για την κατανόηση και παρακολούθηση του κεφαλαίου είναι οι βασικές γνώσεις των Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου [1]- [3], και ή ύλη των Κεφαλαίων 1 και 6.

7. Μοντελοποίηση και Έλεγχος Πνευματικών ενεργοποιητών

7.1. Μη Γραμμικό μοντέλο

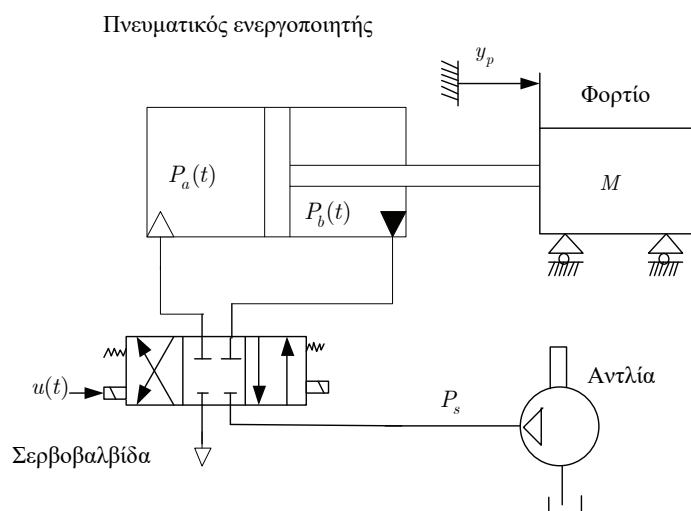
Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί το βασικό μαθηματικό μη γραμμικό μοντέλο ενός πνευματικού ενεργοποιητή [4]-[11]. Στο Σχήμα 7.1 παρουσιάζεται ένας πνευματικός ενεργοποιητής. Οι μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του πνευματικού ενεργοποιητή είναι:

$$\dot{P}_a(t) = \frac{aRTK_v P_s}{2(A_p y_p(t) + V_0)} u(t) - \frac{aP_a(t)A_p}{(A_p y_p(t) + V_0)} \dot{y}_p(t) \quad (7.1)$$

$$\dot{P}_b(t) = \frac{-aRTK_v P_s}{2(-A_p y_p(t) + V_0)} u(t) + \frac{aP_b(t)A_p}{(-A_p y_p(t) + V_0)} \dot{y}_p(t) \quad (7.2)$$

$$\ddot{y}_p(t) = \frac{A_p}{M} P_a(t) - \frac{A_p}{M} P_b(t) - \frac{1}{M} F_L(t) - \frac{1}{M} \dot{y}_p(t) \quad (7.3)$$

όπου M είναι η μάζα του φορτίου το οποίο είναι συνδεδεμένο το έμβολο του ενεργοποιητή, $P_a(t)$ και $P_b(t)$ είναι οι πιέσεις στα τμήματα a και b του πνευματικού κυλίνδρου, $y_p(t)$ είναι η θέση της μάζας που είναι πακτωμένη στο έμβολο, $u(t)$ είναι το σήμα εισόδου στην ηλεκτροβαλβίδα, $F_L(t)$ είναι εξωτερικές διαταραχές που ασκούνται στη μάζα, A_p είναι η επιφάνεια του εμβόλου και V_0 είναι ο όγκος του αέρα μέσα στον κύλινδρο όταν το έμβολο είναι στη μέση της διαδρομής. R είναι η σταθερά του αερίου, a είναι ο συντελεστής θερμοχωρητικότητας, T είναι η θερμοκρασία του αέρα, K_v είναι το κέρδος της βαλβίδας και P_s είναι η παρεχόμενη πίεση.



Σχήμα 7.1. Πνευματικός ενεργοποιητής

Το μη γραμμικό σύστημα (7.1)-(7.3) μπορεί να διατυπωθεί στο χώρο κατάστασης ως εξής

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \end{bmatrix} F_L(t) \quad (7.4)$$

όπου

$$x(t) = [P_a(t) \quad P_b(t) \quad \dot{y}_p(t) \quad y_p(t)]^T \quad (7.5)$$

$$f(x(t)) = \begin{bmatrix} -\frac{aP_a(t)A_p}{(A_p y_p(t) + V_0)} \dot{y}_p(t) \\ \frac{aP_b(t)A_p}{(-A_p y_p(t) + V_0)} \dot{y}_p(t) \\ \frac{A_p}{M} P_a(t) - \frac{A_p}{M} P_b(t) - \frac{1}{M} \dot{y}_p(t) \\ \dot{y}_p(t) \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

$$g(x(t)) = \begin{bmatrix} \frac{aRTK_v P_s}{2(A_p y_p(t) + V_0)} \\ -\frac{aRTK_v P_s}{2(-A_p y_p(t) + V_0)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

7.2. Γραμμικοποίηση πνευματικού ενεργοποιητή

Το μη γραμμικό σύστημα (7.4) μπορεί να γραμμικοποιηθεί γύρω από τη θέση λειτουργίας $(P_{a,0}, P_{b,0}, \dot{y}_{p,0}, y_{p,0}, u_0)$ ως ακολούθως:

$$\Delta \dot{x}(t) = A \Delta x(t) + B \Delta u(t) + D \xi(t), \quad \Delta y_p(t) = C \Delta x(t) \quad (7.8)$$

όπου

$$\Delta x(t) = \begin{bmatrix} \Delta P_a(t) \\ \Delta P_b(t) \\ \Delta \dot{y}_p(t) \\ \Delta y_p(t) \end{bmatrix}, \quad \xi(t) = F_L(t)$$

είναι το διάνυσμα κατάστασης του γραμμικού συστήματος και όπου $\Delta P_a(t) = P_a(t) - P_{a,0}$, $\Delta P_b(t) = P_b(t) - P_{b,0}$, $\Delta \dot{y}_p(t) = \dot{y}_p(t) - \dot{y}_{p,0}$, $\Delta y_p(t) = y_p(t) - y_{p,0}$ και $\Delta u(t) = u(t) - u_0$ συμβολίζουν μικρές αποκλίσεις από τη θέση ισορροπίας $(P_{a,0}, P_{b,0}, \dot{y}_{p,0}, y_{p,0}, u_0)$.

Οι πίνακες του γραμμικού συστήματος (7.8) είναι

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{a\dot{y}_{p,0}A_p}{V_0 + A_p y_{p,0}} & 0 & -\frac{aA_p P_{a,0}}{V_0 + A_p y_{p,0}} & \frac{aA_p(2\dot{y}_{p,0}A_p P_{a,0} - Ru_0 K_v P_s T_b)}{2(V_0 + A_p y_{p,0})^2} \\ 0 & \frac{a\dot{y}_{p,0}A_p}{V_0 - A_p y_{p,0}} & \frac{aA_p P_{b,0}}{V_0 - A_p y_{p,0}} & \frac{aA_p(2\dot{y}_{p,0}A_p P_{b,0} - RK_v u_0 P_s T_b)}{2(V_0 - A_p y_{p,0})^2} \\ \frac{A_p}{M} & -\frac{A_p}{M} & -\frac{f}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{aRK_v P_s T_b}{2V_0 + 2A_p y_{p,0}} \\ \frac{aRK_v P_s T_b}{2A_p y_{p,0} - 2V_0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ M \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

$$C = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \quad (7.11)$$

Στον παρακάτω πίνακα εμφανίζονται οι τιμές και η επεξήγηση των παραμέτρων του ενεργοποιητή

Πίνακας 7. 1. Τιμές παραμέτρων του ενεργοποιητή

Symbol	Definition	Nominal Values
A_p	Εμβαδό του εμβόλου	$0,005m^2$
R	Σταθερά αερίου	$287\left(\frac{J}{KgK}\right)$
P_s	Πίεση παροχής	$4 \times 10^5 Pa$
T_b	Θερμοκρασία αέρα	$293.5 K$
a	συντελεστής θερμοχωρητικότητας	1.4
V_0	Αρχικός όγκος αέρα στο έμβολο	$2.5 \times 10^{-4} (m^3)$
f	Συντελεστής απόσβεσης	$60 \left(\frac{Nsec}{m}\right)$
M	Μάζα	1 (Kg)
K_v	Κέρδος βαλβίδας	$3.4 \times 10^{-3} \left(\frac{Kg}{sec*V}\right)$

7.3. Σχεδίαση ελεγκτή τριών όρων

Στο γραμμικό σύστημα (7.8) για $\left(P_{a,0} = \frac{P_s}{2}, P_{a,0} = \frac{P_s}{2}, \dot{y}_{p,0} = 0, y_{p,0} = 0, u_0 \right)$ εφαρμόζεται ελεγκτής τριών όρων της μορφής :

$$\Delta u(t) = \left(K_p + K_d \frac{d}{dt} + K_i \int dt \right) (r_{ref} - \Delta y_p(t)) \quad (7.12)$$

όπου r_{ref} η εξωτερική εντολή σημάτων αναφοράς. Εφαρμόζοντας τον ελεγκτή (7.12) στο σύστημα ανοικτού βρόχου προκύπτει το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου ως ακολούθως

$$p_{cl}(s) = s^4 + \frac{fs^3}{M} + \frac{aRA_p K_i K_v P_s T_b}{MV_0} + \frac{aRsA_p K_p K_v P_s T_b}{MV_0} + \frac{s^2 (aMA_p^2 P_s + aRMA_p K_d K_v P_s T_b)}{MMV_0} \quad (7.13)$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο (7.13) μπορεί να γραφεί ισοδύναμα ως εξής:

$$p_{cl}(s) = \begin{bmatrix} s^4 & s^3 & s^2 & s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{f}{M} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{aA_p^2 P_s}{MV_0} & \frac{aRA_p K_v P_s T_b}{MV_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{aRA_p K_p P_s T_b}{MV_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{aRA_p K_v P_s T_b}{MV_0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ K_D \\ K_P \\ K_I \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

Ο πίνακας Routh του χαρακτηριστικού πολυωνύμου (7.13) είναι ο ακόλουθος

s^4	1	$\frac{aA_p P_s (A_p + RK_d K_v T_b)}{MV_0}$	$\frac{aRA_p K_i K_v P_s T_b}{MV_0}$
s^3	$\frac{f}{M}$	$\frac{aRA_p K_p K_v P_s T_b}{MV_0}$	0
s^2	$\frac{aA_p P_s (fA_p + R(fK_d - MK_p)K_v T_b)}{fMV_0}$	$\frac{aRA_p K_i K_v P_s T_b}{MV_0}$	0
s^1	$\frac{RK_v T_b \left(-\frac{f^2 K_i}{fA_p + R(fK_d - MK_p)K_v T_b} + \frac{aA_p K_p P_s}{V_0} \right)}{M}$	0	0
s^0	$\frac{aRA_p K_i K_v P_s T_b}{MV_0}$	0	0

Για να είναι το σύστημα κλειστού βρόχου ευσταθές θα πρέπει να ισχύει

$$\frac{f}{M} > 0 \quad (7.15)$$

$$\frac{aA_p P_s (fA_p + R(fK_d - MK_p)K_v T_b)}{fMV_0} > 0 \quad (7.16)$$

$$\frac{RK_v T_b \left[-\frac{f^2 K_i}{fA_p + R(fK_d - MK_p)K_v T_b} + \frac{aA_p K_p P_s}{V_0} \right]}{M} > 0 \quad (7.17)$$

$$\frac{aRA_p K_i K_v P_s T_b}{MV_0} > 0 \quad (7.18)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τον Πίνακα 7.1 και επιλύοντας τις παραπάνω ανισότητες προκύπτει

$$K_d > -\frac{A_p}{RK_v T_b} \quad (7.19)$$

$$K_i < \frac{aA_p^3 P_s + 2aRA_p^2 K_d K_v P_s T_b + aR^2 A_p K_d^2 K_v^2 P_s T_b^2}{4MRK_v T_b V_0} \quad (7.20)$$

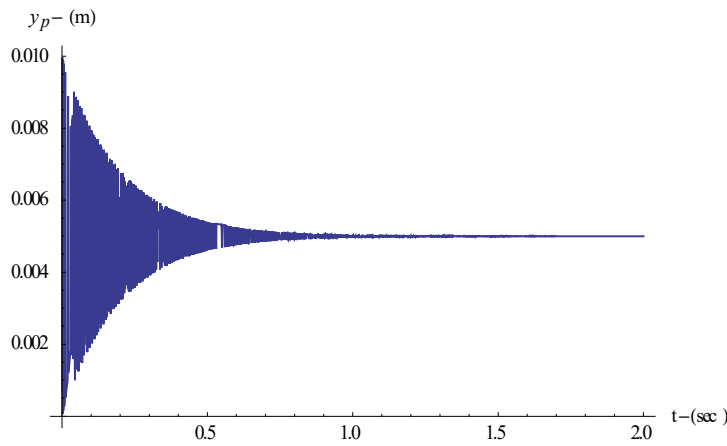
$$K_p > \frac{fA_p + fRK_d K_v T_b}{2MRK_v T_b} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{af^2 A_p^3 P_s + 2af^2 RA_p^2 K_d K_v P_s T_b + af^2 R^2 A_p K_d^2 K_v^2 P_s T_b^2 - 4f^2 MRK_i K_v T_b V_0}{aM^2 R^2 A_p K_v^2 P_s T_b^2}} \quad (7.21)$$

$$K_p < \frac{fA_p + fRK_d K_v T_b}{2MRK_v T_b} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{af^2 A_p^3 P_s + 2af^2 RA_p^2 K_d K_v P_s T_b + af^2 R^2 A_p K_d^2 K_v^2 P_s T_b^2 - 4f^2 MRK_i K_v T_b V_0}{aM^2 R^2 A_p K_v^2 P_s T_b^2}}$$

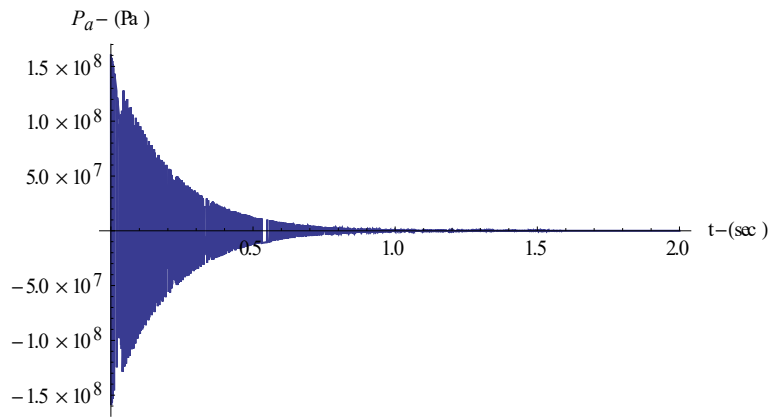
Αντικαθιστώντας τις τιμές του πνευματικού ενεργοποιητή στις ανισότητες (7.19) - (7.21) προκύπτουν οι ακόλουθες τιμές του PID ελεγκτή που τις ικανοποιούν

$$K_d = 0.1 \quad , \quad K_i = 1000 \quad , \quad K_p = 5 \quad (7.22)$$

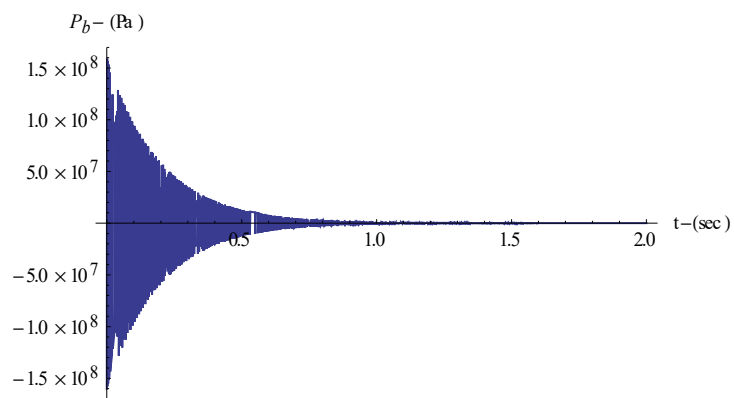
Στο γραμμικό σύστημα (7.8) εφαρμόζεται ο ελεγκτής τριών όρων όπου οι τιμές των παραμέτρων του δίνονται από τη σχέση (7.22). Ως σήμα αναφοράς θεωρείται βηματικό σήμα πλάτους 0.005 και ως σήμα διαταραχών θεωρείται βηματικό σήμα πλάτους 100(N). Η απόκριση της μεταβλητών κατάστασης του συστήματος παρουσιάζονται στα Σχήμα 7.2-7.5.



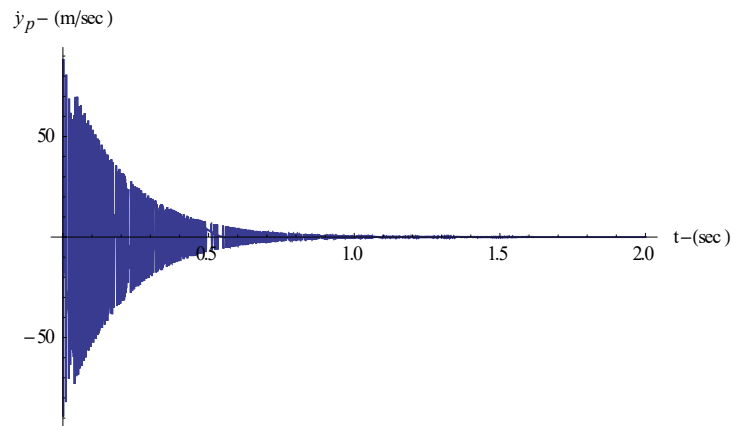
Σχήμα 7.2. Απόκριση μεταβλητής εξόδου



Σχήμα 7.3. Απόκριση μεταβλητής P_a



Σχήμα 7.4. Απόκριση μεταβλητής P_b



Σχήμα 7.5. Απόκριση μεταβλητής \dot{y}_p

7.4. Υπολογισμός και υλοποίηση του ελεγκτή με το λογισμικό MATHEMATICA

Κώδικας

Ορισμός μη γραμμικού μοντέλου και γραμμικοποίηση

```

f1 =  $\frac{a \cdot R \cdot T_b \cdot K_c \cdot P_s}{2 \cdot (A_p \cdot Y_p + V_0)} \cdot u - \frac{a \cdot P_a \cdot A_p}{(A_p \cdot Y_p + V_0)} \cdot y1$ 
f2 =  $\frac{-a \cdot R \cdot T_b \cdot K_c \cdot P_s}{2 \cdot (-A_p \cdot Y_p + V_0)} \cdot u + \frac{a \cdot P_b \cdot A_p}{(-A_p \cdot Y_p + V_0)} \cdot y1$ 
f3 =  $\frac{A_p}{M} P_a - \frac{A_p}{M} P_b - \frac{1}{M} \cdot f \cdot y1 - \frac{1}{M} \cdot fL$ 
f4 = y1

a11 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{P_a} f1$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a12 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{P_b} f1$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a13 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{y1} f1$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a14 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{y_p} f1$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a21 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{P_a} f2$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a22 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{P_b} f2$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a23 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{y1} f2$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a24 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{y_p} f2$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a31 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{P_a} f3$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a32 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{P_b} f3$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a33 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{y1} f3$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
a34 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_{y_p} f3$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
b11 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_u f1$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
b12 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_u f2$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]
b13 = Simplify[ReplaceAll[ $\partial_u f3$ , {Yp -> Yp,0, u -> u0, y1 -> Yp,0, Pb -> Pb,0, Pa -> Pa,0}]]]

A1 =  $\begin{matrix} a11 & a12 & a13 & a14 \\ a21 & a22 & a23 & a24 \\ a31 & a32 & a33 & a34 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$ 

B1 =  $\begin{matrix} b11 \\ b12 \\ b13 \\ 0 \end{matrix}$ 

D1 = {{0}, {0}, {-1/M}, {0}}

C1 = 0 0 0 1

```

Ορισμός αρχικών τιμών γραμμικοποίησης

```

Yp,0 = 0
Pa,0 = Ps / 2
Pb,0 = Ps / 2
u0 = 0
Yp,0 = 0

```

Υπολογισμός συστήματος κλειστού βρόχου

```

F1 =  $K_d * s + K_i / s + K_p$ 
Hop = Factor[C1.Inverse[s * IdentityMatrix[4] - A1].B1]
Hcl = Simplify[C1.Inverse[s * IdentityMatrix[4] - A1 + B1.C1 * F1].B1 * F1]
Hcdl = Simplify[C1.Inverse[s * IdentityMatrix[4] - A1 + B1.C1 * F1].D1]
pcl = Collect[FullSimplify[Det[s * IdentityMatrix[4] - A1 + B1.C1 * F1]], s]
Hcll = Simplify[Inverse[s * IdentityMatrix[4] - A1 + B1.C1 * F1].B1 * F1]
Hcdl1 = Simplify[Inverse[s * IdentityMatrix[4] - A1 + B1.C1 * F1].D1]

```

Ισοδύναμη περιγραφή χαρακτηριστικού πολωνόμου συστήματος κλειστού βρόχου βάση της σχέσης (5.82)

```

p5 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 5]]
p4 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 4]]
p3 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 3]]
p2 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 2]]
p1 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 1]]
p0 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 0]]

qqq1 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 4]]
qqq2 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 3]]
qqq3 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 2]]
qqq4 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 1]]
qqq5 = FullSimplify[Coefficient[pcl, s, 0]]

abara0 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 4]] /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 0}
abara1 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 3]] /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 0}
abara2 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 2]] /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 0}
abara3 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 1]] /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 0}
abara4 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 0]] /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 0}

w10 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 4] - abara0 /. {Kp -> 1, Ki -> 0, Kd -> 0}]
w11 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 3] - abara1 /. {Kp -> 1, Ki -> 0, Kd -> 0}]
w12 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 2] - abara2 /. {Kp -> 1, Ki -> 0, Kd -> 0}]
w13 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 1] - abara3 /. {Kp -> 1, Ki -> 0, Kd -> 0}]
w14 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 0] - abara4 /. {Kp -> 1, Ki -> 0, Kd -> 0}]

w20 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 4] - abara0 /. {Kp -> 0, Ki -> 1, Kd -> 0}]
w21 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 3] - abara1 /. {Kp -> 0, Ki -> 1, Kd -> 0}]
w22 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 2] - abara2 /. {Kp -> 0, Ki -> 1, Kd -> 0}]
w23 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 1] - abara3 /. {Kp -> 0, Ki -> 1, Kd -> 0}]
w24 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 0] - abara4 /. {Kp -> 0, Ki -> 1, Kd -> 0}]

w30 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 4] - abara0 /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 1}]
w31 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 3] - abara1 /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 1}]
w32 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 2] - abara2 /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 1}]
w33 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 1] - abara3 /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 1}]
w34 = Simplify[Coefficient[pcl, s, 0] - abara4 /. {Kp -> 0, Ki -> 0, Kd -> 1}]

```

```
Pbar = Simplify[( abar0 abar1 abar2 abar3 abar4 )]
```

$$\text{omega1} = \begin{pmatrix} w10 \\ w11 \\ w12 \\ w13 \\ w14 \end{pmatrix}$$

$$\text{omega2} = \begin{pmatrix} w20 \\ w21 \\ w22 \\ w23 \\ w24 \end{pmatrix}$$

$$\text{omega3} = \begin{pmatrix} w30 \\ w31 \\ w32 \\ w33 \\ w34 \end{pmatrix}$$

```
omegaq = Join[omega1, omega2, omega3, 2]
```

```
A2star = Join[Transpose[Pbar], omegaq, 2]
```

$$\text{Pcl1} = \text{Collect}\left[\text{Simplify}\left[\left\{\left\{s^4, s^3, s^2, s, 1\right\}\right\} \cdot \text{A2star} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ K_p \\ K_i \\ K_d \end{pmatrix}\right], s\right]$$

```
Simplify[pcl - Pcl1]
```

$$\text{T1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

```
Simplify[A2star.T1]
```

Υπολογισμός στοιχείων πίνακα Routh

```
x1 = Simplify[-(p4 * p1 - p2 * p3) / p3]
```

```
x2 = Simplify[-((p3 * p0 + p1 * (p4 * p1 - p2 * p3) / p3) / ((-p4 * p1 + p2 * p3) / p3))]
```

```
x3 = p0
```

Επίλυση ανισοτήτων

```
Reduce[{x1 > 0 && x2 > 0 && x3 > 0 && a > 0 && f > 0 && M > 0 && Ap > 0 && Ps > 0 && R > 0 && M > 0 && Tb > 0 && V0 > 0 && Kv > 0 && R > 0 && M > 0 && f > 0 && Kv > 0}, {Kd, Ki, Kp}]
```

Υπολογισμός ελεγκτή

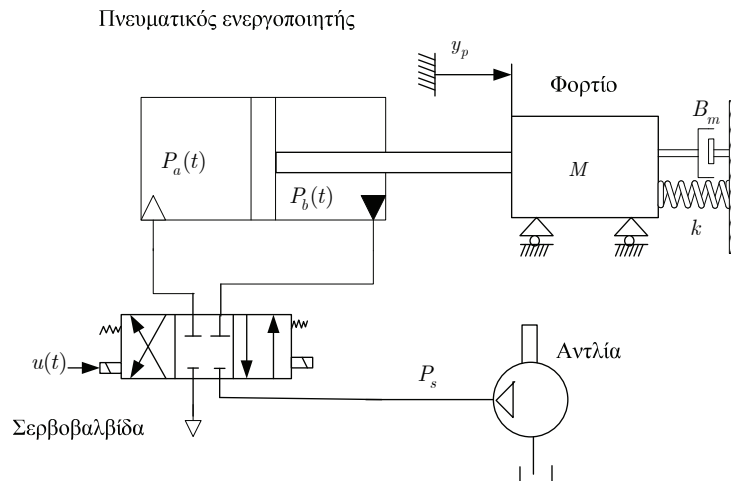
```
Ap = 0.005
R = 287
Ps = 4 * 10^5
Tb = 293.15
a = 1.4
V0 = 2.5 * 10^-4
f = 60
M = 1
Kv = 3.4 * 10^-3
Reduce[{x1 > 0 && x2 > 0 && x3 > 0 && a > 0 && f > 0 && M > 0 && Ap > 0 && Ps > 0 && R > 0 && M > 0 &&
  Tb > 0 && V0 > 0 && Kv > 0 && R > 0 && M > 0 && f > 0 && Kv > 0}, {Kd, Ki, Kp}]
Kd = 0.1
Ki = 1000
Kp = 5
```

% Προσομοίωση συστήματος κλειστού βρόχου

```
yf = InverseLaplaceTransform[Hc1*0.01/s - Hc1d*100/s, s, t]
yf1 = InverseLaplaceTransform[Hc11*0.005/s - Hc1d1*100/s, s, t]
Pa = Part[yf1, 1, 1]
Pb = Part[yf1, 2, 1]
yfdot = Part[yf1, 3, 1]
yf = Part[yf1, 4, 1]
Plot[Pa, {t, 0, 2}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"t-(sec)", "Pa- (Pa)"}]
Plot[Pb, {t, 0, 2}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"t-(sec)", "Pb- (Pa)"}]
Plot[yfdot, {t, 0, 2}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"t-(sec)", "ẏp- (m/sec)"}]
Plot[yf, {t, 0, 2}, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"t-(sec)", "Yp- (m)"}]
```

7.5. Ασκήσεις

1. Για τον πνευματικό ενεργοποιητή του Σχήματος 7.1 με τα δεδομένα του Πίνακα 7.1, α) να υπολογιστούν οι τιμές του PID ελεγκτή με την προσεγγιστική μέθοδο Ziegler – Nichols, β) να γίνει η προσομοίωση της απόκρισης του συστήματος κλειστού βρόχου για το μη γραμμικό μοντέλο
2. Να μοντελοποιηθεί ο πνευματικός ενεργοποιητής του Σχήματος 7.6.



Σχήμα 7.6. Πνευματικός ενεργοποιητής

3. Για τον ενεργοποιητή του Σχήματος 7.6. να υπολογιστεί ελεγκτής τριών όρων που θα επιτυγχάνει ακολούθηση εντολής στη θέση της μάζας.

Βιβλιογραφία/Αναφορές

- [1] Φ.Ν. Κουμπουλής, *Βιομηχανικός έλεγχος*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα, 1999.
- [2] Dorf-Bishop, *Σύγχρονα Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου*, 9η Έκδοση, Εκδ. ΤΖΙΟΛΑ
- [3] Π.Ν. Παρασκευόπουλος, *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου*, θεωρία & Εφαρμογές, Τόμος Α' ΣΑΕ Συνεχούς Χρόνου, 2007
- [4] R. L. Woods and Kent L. Lawrence, *Modeling and Simulation of Dynamical Systems*, Prentice Hall Inc., 1997
- [5] *Formula Book for Hydraulics and Pneumatics*, Fluid and Mechanical Engineering Systems, Department of Management and Engineering, Linköping University, 2008
- [6] A. A. Parr, *Hydraulics and Pneumatics*, Elsevier Science & Technology Books, 1999
- [7] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis, and A. S. Ntellis, "Robust Control of Pneumatic Clutch Actuators using Simulated Annealing Techniques", 21th Mediterranean Conference on Control and Automation MED 2013
- [8] F.N. Koumboulis, M.G. Skarpetis and M. P. Tzamtzi, "Robust PI Controllers for Command Following with Application to an Electropneumatic Actuator, Proceedings of the 14th Mediterranean Conference on Control Automation, Ancona, Italy (2006).
- [9] F.N. Koumboulis, M.G. Skarpetis and B.G. Mertzios, "Robust Regional Stabilization of an Electropneumatic Actuator", IEE Proceedings, Part D, Control Theory and Applications, vol. 145, pp. 226-230 (1998).
- [10] A Heuristic Control Algorithm for Robust Internal Model Control with Arbitrary Reference Model, M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis and A.S. Ntellis, J.-L. Ferrier et al. (eds.), *Informatics in Control, Automation and Robotics*, Lecture Notes in Electrical Engineering 283, 2013
- [11] F. N. Koumboulis and M. G. Skarpetis, "Robust Control of Pneumatic Clutch Actuators using Simulated Annealing Techniques", MED 2013, Chania, Greece

Κεφάλαιο 8

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα μαθηματικά μοντέλα μιας υδραυλικής ενεργής ανάρτησης οχήματος και ένα πνευματικό φρένο οχήματος. Στα μοντέλα αυτά θα γίνει ο σχεδιασμός ελεγκτών για ακολούθηση εντολής.

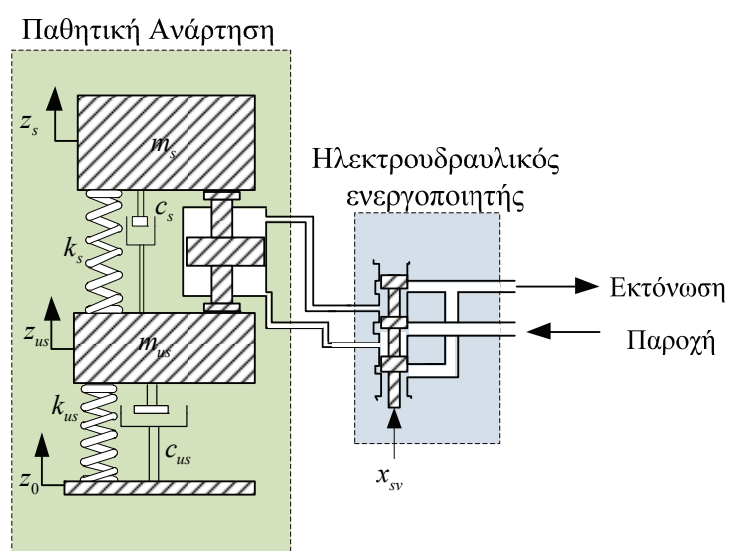
Προαπαιτούμενη γνώση

Η προαπαιτούμενη γνώση για τη κατανόηση του κεφαλαίου είναι οι βασικές γνώσεις των Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου [1]- [3], βασικές γνώσεις υδραυλικών και πνευματικών συστημάτων [4]-[12] και την ύλη των Κεφαλαίων 1-7.

8. Εφαρμογές Υδραυλικών και πνευματικών ενεργοποιητών

8.1. Μοντελοποίηση και Έλεγχος Συστήματος Ενεργής Ανάρτησης Οχήματος.

Η ενεργή ανάρτηση ενός οχήματος αποτελείται από μια κλασική παθητική ανάρτηση κατάλληλα συνδεδεμένη με έναν ηλεκτρουδραυλικό ενεργοποιητή [14]-[20]. Το ελαστικό του οχήματος μοντελοποιείται ως μια μάζα που συμβολίζεται με m_{us} , κατάλληλα συνδεδεμένη με ένα ελατήριο με σταθερά k_{us} και έναν αποσβεστήρα με σταθερά απόσβεσης c_{us} . Η ανύψωση του τροχού που οφείλεται στο οδόστρωμα συμβολίζεται με z_0 . Η κάθετη κίνηση του τροχού του αυτοκινήτου συμβολίζεται με z_{us} . Η μάζα του οχήματος συμβολίζεται με m_s και συνδέεται με την μάζα του τροχού με ένα ελατήριο με σταθερά k_s και έναν αποσβεστήρα με σταθερά απόσβεσης c_s (παθητική ανάρτηση). Η κάθετη κίνηση της μάζας του οχήματος συμβολίζεται με z_s . Ο ηλεκτρουδραυλικός ενεργοποιητής ρυθμίζει ανάλογα με το σήμα εισόδου x_{sv} την σκληρότητα της ανάρτησης. Στο Σχήμα 8.1 παρουσιάζεται η ενεργή ανάρτηση ενός οχήματος.



Σχήμα 8.1. Σύστημα ενεργούς ανάρτησης

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Newton στις δύο μάζες προκύπτουν οι ακόλουθες διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση των δυο μαζών:

$$m_s \frac{d^2 z_s(t)}{dt^2} = F_s(t) \quad (8.1)$$

$$m_{us} \frac{d^2 z_{us}}{dt^2} = F_{us}(t) \quad (8.2)$$

όπου $F_{us}(t)$ είναι η συνολική δύναμη που εφαρμόζεται στον τροχό του οχήματος και όπου $F_s(t)$ είναι η συνολική δύναμη που εφαρμόζεται στην μάζα του οχήματος. Αναλύοντας τις δυο αυτές δυνάμεις στις επιμέρους συνιστώσες τους, προκύπτουν οι ακόλουθες διαφορικές εξισώσεις

$$\frac{dz_s}{dt} = \frac{c_s}{m_s} \dot{z}_{us} - \frac{k_s}{m_s} (z_s - z_{us}) - \frac{c_s}{m_s} \dot{z}_s + \frac{1}{m_s} f \quad (8.3)$$

$$\frac{dz_{us}}{dt} = -\frac{k_{us}}{m_{us}} (z_{us} - z_0) - \left(\frac{c_s + c_{us}}{m_{us}}\right) \dot{z}_{us} + \frac{k_s}{m_{us}} (z_s - z_{us}) + \frac{c_s}{m_{us}} \dot{z}_s - \frac{1}{m_{us}} f + \frac{c_{us}}{m_{us}} \dot{z}_0 \quad (8.4)$$

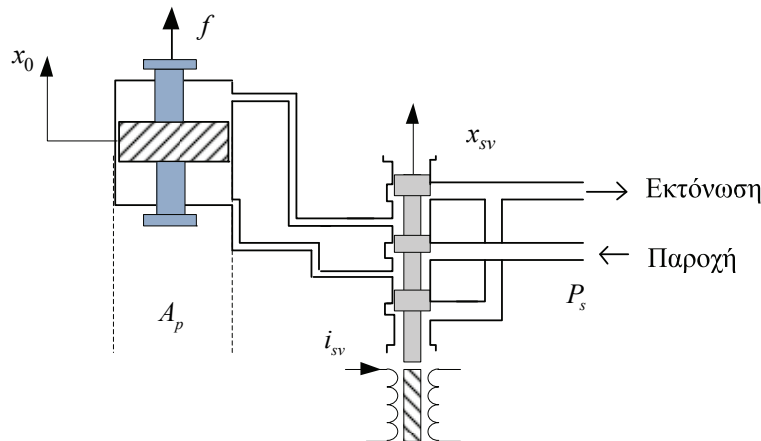
όπου f η δύναμη που εφαρμόζεται στις δυο μάζες από τον ηλεκτροδραυλικό ενεργοποιητή. Ορίζοντας το διάνυσμα κατάστασης ως εξής

$$x = \begin{bmatrix} z_{us} - z_0 \\ \dot{z}_{us} \\ z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \end{bmatrix} \quad (8.5)$$

προκύπτει η ακόλουθη περιγραφή του συστήματος στον χώρο κατάστασης:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_{us} - z_0 \\ \dot{z}_{us} \\ z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{us}}{m_{us}} & -\frac{c_s + c_{us}}{m_{us}} & \frac{k_s}{m_{us}} & \frac{c_s}{m_{us}} \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{c_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{us} - z_0 \\ \dot{z}_{us} \\ z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_{us}} \\ 0 \\ \frac{1}{m_s} \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{c_{us}}{m_{us}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{z}_0 \quad (8.6)$$

Η μεταβλητή \dot{z}_0 επιδρά ως άγνωστη διαταραχή που εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής του ύψους του οδοστρώματος όπως το αντιλαμβάνεται ο τροχός του οχήματος. Η δύναμη f παράγεται από έναν ηλεκτροδραυλικό ενεργοποιητή που παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.2.



Σχήμα 8.2. Σύστημα ηλεκτροδραυλικού ενεργοποιητή

Οι μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις που χαρακτηρίζουν τον ηλεκτροδραυλικό ενεργοποιητή είναι οι ακόλουθες

$$\dot{f} = \frac{\sqrt{2}A_p\beta k_{xd}}{V}x_{sv} \operatorname{sgn}(P_s - \operatorname{sgn}(x_{sv})f / A_p) \sqrt{|P_s - \operatorname{sgn}(x_{sv})f / A_p|} + \frac{2A_p^2\beta}{V}(\dot{z}_{us} - \dot{z}_s) \quad (8.7)$$

$$\dot{x}_{sv} = \frac{1}{\tau}(-x_{sv} + k_{sv}i_{sv}) \quad (8.8)$$

όπου A_p είναι η επιφάνεια του εμβόλου, β είναι η σταθερά bulk modulus του ρευστού, k_{xd} ο συντελεστής του στομίου ροής της βαλβίδας, x_{sv} είναι η μετατόπιση της σερβοβαλβίδας, P_s είναι η πίεση της αντλίας, V ο όγκος του κυλίνδρου, k_{sv} είναι το κέρδος της σερβοβαλβίδας, και τ είναι η σταθερά χρόνου της βαλβίδας. Η συνάρτηση $\operatorname{sgn}(y)$ ορίζεται ως εξής

$$\operatorname{sgn}(y) = \begin{cases} 1 & \text{εάν } y > 0 \\ 0 & \text{εάν } y = 0 \\ -1 & \text{εάν } y < 0 \end{cases}$$

Χρησιμοποιώντας μια γραμμική προσέγγιση της εξίσωσης (8.7) (βλέπε αναφορά [7]) προκύπτει η ακόλουθη γραμμική σχέση της παραγόμενης δύναμης από τον ενεργοποιητή

$$\dot{f} = \frac{A_p\beta}{V}[2c_x x_{sv} + 2A_p(\dot{z}_{us} - \dot{z}_s)] \quad (8.9)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (8.6) και (8.9) προκύπτει το γραμμικό σύστημα ενεργούς ανάρτησης το οποίο στον χώρο κατάστασης περιγράφεται ως εξής

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} z_{us} - z_0 \\ \dot{z}_{us} \\ z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \\ f \\ x_{sv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_{us}}{m_{us}} & \frac{c_s + c_{us}}{m_{us}} & \frac{k_s}{m_{us}} & \frac{c_s}{m_{us}} & \frac{-1}{m_{us}} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_s}{m_s} & \frac{-k_s}{m_s} & \frac{-c_s}{m_s} & \frac{1}{m_s} & 0 \\ 0 & \frac{2\beta A_p^2}{V} & 0 & \frac{2\beta A_p^2}{V} & 0 & \frac{2c_x\beta A_p}{V} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{us} - z_0 \\ \dot{z}_{us} \\ z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \\ f \\ x_{sv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_{sv}}{\tau} \end{bmatrix} i_{sv} + \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{c_{us}}{m_{us}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{z}_0 \quad (8.10)$$

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} z_{us} - z_0 \\ \dot{z}_{us} \\ z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \\ f \\ x_{sv} \end{bmatrix} \quad (8.11)$$

8.2.1. Σχεδιασμός ελεγκτή ασυμπτωτικής ακολούθησης βηματικής εντολής

Για τον υπολογισμό του ελεγκτή αρχικά προσδιορίζονται οι επαυξημένοι πίνακες

$$A_\varepsilon = \begin{bmatrix} A & 0_{6 \times 1} \\ -C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_{us}}{m_{us}} & \frac{c_s + c_{us}}{m_{us}} & \frac{k_s}{m_{us}} & \frac{c_s}{m_{us}} & \frac{-1}{m_{us}} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_s}{m_s} & \frac{-k_s}{m_s} & \frac{-c_s}{m_s} & \frac{1}{m_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\beta A_p^2}{V} & 0 & \frac{2\beta A_p^2}{V} & 0 & \frac{2c_x \beta A_p}{V} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_v}{\tau} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Στο επαυξημένο σύστημα εφαρμόζεται στατικός ελεγκτής της μορφής

$$K = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6 \ f_7] \quad (8.12)$$

Υπολογίζεται το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του επαυξημένου συστήματος κλειστού βρόχου

$$p_d(s) = s^7 + \alpha_1(s)s^6 + \alpha_2(s)s^5 + \alpha_3(s)s^4 + \alpha_4(s)s^3 + \alpha_5(s)s^2 + \alpha_6(s)s + \alpha_7(s) \quad (8.13)$$

όπου

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{\tau} + \frac{f_6 k_v}{\tau} + \frac{c_s}{m_s} + \frac{c_s + c_{su}}{m_{su}} \\ \alpha_2 &= \frac{\{2\beta\tau A_p^2 + V[\tau(k_s + k_{su}) + c_{su}(1 + f_6 k_v)]\} m_s}{V\tau m_s m_{su}} + \\ &\quad \frac{(2\beta\tau A_p^2 + V\tau k_s + 2\beta A_p c_x f_5 k_v m_s) m_{su} + Vc_s [\tau c_{su} + (1 + f_6 k_v)(m_s + m_{su})]}{V\tau m_s m_{su}} \\ \alpha_3 &= \frac{2\beta A_p c_x k_v \{[-f_2 + (c_s + c_{su})f_5] m_s + (f_4 + c_s f_5) m_{su}\}}{V\tau m_s m_{su}} + \\ &\quad \frac{2\beta A_p^2 [\tau c_{su} + (1 + f_6 k_v)(m_s + m_{su})] + V\{\tau c_{su} k_s + c_s [\tau k_{su} + c_{su}(1 + f_6 k_v)] + (1 + f_6 k_v)[(k_s + k_{su})m_s + k_s m_{su}]\}}{V\tau m_s m_{su}} \\ \alpha_4 &= \frac{2\beta A_p^2 [\tau k_{su} + c_{su}(1 + f_6 k_v)] + V[c_{su} k_s (1 + f_6 k_v) + k_{su}(c_s + \tau k_s + c_s f_6 k_v)]}{V\tau m_s m_{su}} + \\ &\quad \frac{2\beta A_p c_x k_v \{c_{su}(f_4 + c_s f_5) + [-f_1 + f_3 + f_5(k_s + k_{su})] m_s + (f_3 + f_5 k_s) m_{su}\}}{V\tau m_s m_{su}} \\ \alpha_5 &= \frac{2\beta A_p^2 k_{su}(1 + f_6 k_v) + V k_s k_{su}(1 + f_6 k_v) + 2\beta A_p c_x k_v [c_{su}(f_3 + f_5 k_s) + (f_4 + c_s f_5) k_{su} - f_7(m_s + m_{su})]}{V\tau m_s m_{su}} \\ \alpha_6 &= \frac{2\beta A_p c_x [-c_{su} f_7 + (f_3 + f_5 k_s) k_{su}] k_v}{V\tau m_s m_{su}} \\ \alpha_7 &= -\frac{2\beta A_p c_x f_7 k_{su} k_v}{V\tau m_s m_{su}} \end{aligned}$$

Έστω ότι το επιθυμητό χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου έχει τη μορφή

$$p_d(s) = s^7 + d_1 s^6 + d_2 s^5 + d_3 s^4 + d_4 s^3 + d_5 s^2 + d_6 s^1 + d_7 \quad (8.14)$$

Εξισώνοντας τα πολώνυμα (8.13) και (8.14), οι παράμετροι του ελεγκτή υπολογίζονται ως ακολούθως

$$\begin{aligned}
f_1 &= \frac{1}{2\beta A_p c_x k_{su}^3 k_v m_s^2 m_{su}^2} \times \\
&\left\{ \tau (V(c_s + c_{su})^2 k_{su}^4 m_s - k_{su}^4 \{-Vc_s^2 + \{2\beta A_p^2 + V[(c_s + c_{su})d_1 + k_s + k_{su}]\} m_s\}) m_{su} + \right. \\
&Vd_2 k_{su}^4 m_s m_{su}^2 + Vm_s [c_{su}^3 d_7 - c_{su}^2 d_6 k_{su} + k_{su}^2 (-d_4 k_{su} + d_6 m_s) + c_{su} k_{su} (d_5 k_{su} - 2d_7 m_s)] m_{su}^3 + \\
&\left. V k_{su} (-2c_{su} d_7 + d_6 k_{su}) m_s m_{su}^4 \right\} \\
f_2 &= \frac{\tau}{2\beta A_p c_x k_{su}^3 k_v m_s^2 m_{su}^2} \times \\
&\left\{ V(c_s + c_{su})^3 k_{su}^3 m_s^2 + (c_s + c_{su}) k_{su}^3 m_s \{2Vc_s^2 - \{4\beta A_p^2 + V[(c_s + c_{su})d_1 + 2(k_s + k_{su})]\} m_s\} m_{su} + \right. \\
&k_{su}^3 \{Vc_s^3 - c_s (4\beta A_p^2 + Vc_s d_1 + 2Vk_s) m_s + \{V(c_s + c_{su})d_2 + d_1 [2\beta A_p^2 + V(k_s + k_{su})]\} m_s^2\} m_{su}^2 - \\
&\left. Vd_3 k_{su}^3 m_s^2 m_{su}^3 + Vm_s^2 [c_{su}^2 d_7 - c_{su} d_6 k_{su} + k_{su} (d_5 k_{su} - d_7 m_s)] m_{su}^4 - Vd_7 k_{su} m_s^2 m_{su}^5 \right\} \\
f_3 &= \frac{\tau}{2\beta A_p c_x k_{su}^2 k_v m_s^2 m_{su}^2} \times \\
&\left\{ -V(c_s + c_{su})^2 k_s k_{su}^2 m_s^2 + k_s k_{su}^2 m_s (-Vc_s (2c_s + c_{su}) + \{2\beta A_p^2 + V[(c_s + c_{su})d_1 + k_s + k_{su}]\} m_s) m_{su} + \right. \\
&k_s k_{su}^2 \{-Vc_s^2 + [2\beta A_p^2 + V(c_s d_1 + k_s)] m_s - Vd_2 m_s^2\} m_{su}^2 + V(-c_{su} d_7 + d_6 k_{su}) m_s^3 m_{su}^3 \left. \right\} \\
f_4 &= \frac{\tau}{2\beta A_p c_x k_{su}^3 k_v m_s^2 m_{su}^2} \times \\
&\left\{ -Vc_s (c_s + c_{su})^2 k_{su}^3 m_s^2 + \right. \\
&k_{su}^3 m_s \{-Vc_s^2 (2c_s + c_{su}) + \{2\beta A_p^2 (2c_s + c_{su}) + V[c_s^2 d_1 + c_{su} k_s + c_s (c_{su} d_1 + 2k_s + k_{su})]\} m_s\} m_{su} - \\
&k_{su}^3 \{Vc_s^3 - c_s (4\beta A_p^2 + Vc_s d_1 + 2Vk_s) m_s + [Vc_s d_2 + d_1 (2\beta A_p^2 + Vk_s)] m_s^2\} m_{su}^2 + \\
&\left. Vm_s^3 [c_{su}^2 d_7 - c_{su} d_6 k_{su} + k_{su} (d_5 k_{su} - d_7 m_s)] m_{su}^3 - Vd_7 k_{su} m_s^3 m_{su}^4 \right\} \\
f_5 &= \frac{\tau}{2\beta A_p c_x k_v m_s^2 m_{su}^2} \times \\
&\left\{ V(c_s + c_{su})^2 m_s^2 - m_s \{-Vc_s (2c_s + c_{su}) + \{2\beta A_p^2 + V[(c_s + c_{su})d_1 + k_s + k_{su}]\} m_s\} m_{su} + \right. \\
&\left. \{Vc_s^2 - [2\beta A_p^2 + V(c_s d_1 + k_s)] m_s + Vd_2 m_s^2\} m_{su}^2 \right\} \\
f_6 &= -\frac{\tau(c_s + c_{su})m_s + [\tau c_s + (1 - \tau d_1)m_s] m_{su}}{k_v m_s m_{su}} \\
f_7 &= -\frac{V\tau d_7 m_s m_{su}}{2\beta A_p c_x k_{su} k_v}
\end{aligned}$$

Στο σύστημα ανοικτού βρόχου (8.10) εφαρμόζεται ο νόμος ελέγχου (βλ. σχέση (5.16))

$$u(t) = -f_7 \int_0^t e(\tau) d\tau - [f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6] x_a(t) \quad (8.15)$$

$$\text{όπου } x_a(t) = \begin{bmatrix} z_{us} - z_0 \\ \dot{z}_{us} \\ z_s - z_{us} \\ \dot{z}_s \\ f \\ x_{sv} \end{bmatrix} \text{ και } e(t) = r(t) - (z_s - z_{us}) \text{ και όπου } r(t) \text{ είναι το επιθυμητό σήμα αναφοράς.}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου λαμβάνει τη μορφή

$$H_{cl}(s) = \left[C \left(sI_6 - A + BF - BC \frac{f_7}{s} \right)^{-1} B \frac{-f_7}{s} \mid C \left(sI_6 - A + BF - BC \frac{f_7}{s} \right)^{-1} D \right] \quad (8.16)$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_{us}}{m_{us}} & \frac{-c_s + c_{us}}{m_{us}} & \frac{k_s}{m_{us}} & \frac{c_s}{m_{us}} & \frac{-1}{m_{us}} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_s}{m_s} & \frac{-k_s}{m_s} & \frac{-c_s}{m_s} & \frac{1}{m_s} & 0 \\ 0 & \frac{2\beta A_p^2}{V} & 0 & \frac{2\beta A_p^2}{V} & 0 & \frac{2c_x \beta A_p}{V} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_v}{\tau} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{c_{us}}{m_{us}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0], F = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6]$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των πινάκων του συστήματος και των παραμέτρων του ελεγκτή που προσδιορίστηκαν παραπάνω προκύπτει η ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου

$$H_{cl}(s) = [H_{cl,u}(s) \mid H_{cl,\xi}(s)] \quad (8.17)$$

όπου

$$H_{cl,u}(s) = \frac{d_7 \{k_{su} + s[c_{su} + s(m_s + m_{su})]\} / k_{su}}{s^7 + d_1 s^6 + d_2 s^5 + d_3 s^4 + d_4 s^3 + d_5 s^2 + d_6 s + d_7}$$

$$Q_s^* = C_{ds} \frac{\pi d_s^2}{4} \sqrt{\frac{2P_s}{\rho}} \quad (8.21)$$

Η παράμετρος C_{ds} είναι ο συντελεστής εκφόρτισης του στομίου της παροχής. Η παράμετρος ρ είναι η πυκνότητα του αέρα. Το στόμιο παροχής έχει διάμετρο d_s . Η παράμετρος α^* προσδιορίζεται από τον τύπο

$$\alpha^* = 4 \frac{C_{dn} \left(\frac{d_n}{d_s} \right)^2}{C_{ds}} \frac{y_0}{d_n} \quad (8.22)$$

όπου C_{ds} είναι ο συντελεστής εκφόρτισης του ακροφύσιου και d_n είναι η διάμετρος του ανοίγματος του ακροφύσιου.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας στον όγκο ελέγχου V (όγκος αέρα στο έμβολο), λαμβάνεται η ακόλουθη εξίσωση

$$\dot{P}_0 = \frac{\beta}{V} (Q_0 - \dot{V}) \quad (8.23)$$

όπου β ο συντελεστής bulk modulus αέρα. Επειδή ο αέρας είναι συμπιεστό ρευστό η σταθερά bulk modulus δίνεται από την σχέση

$$\beta = n(P_0 + P_{atm}) \quad (8.24)$$

όπου η παράμετρος n λαμβάνει τιμές στο διάστημα $n \in (1, 1.4)$ και όπου P_{atm} είναι η πίεση του αέρα στην ατμόσφαιρα.

Αν ο αρχικός όγκος του αέρα μέσα στο έμβολο είναι V_0 τότε ο όγκος V δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση

$$V = V_0 + A(z_{null} + z) \quad (8.25)$$

Παραγωγίζοντας την εξίσωση (8.25) προκύπτει η σχέση

$$\dot{V} = A\dot{z} \quad (8.26)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (8.20)-(8.22), (8.24), (8.25) και (8.26) στη σχέση (8.23) προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση της πίεσης

$$\dot{P}_0 = \frac{n(P_0 + P_{atm})}{V_0 + A(z_{null} + z)} \left(C_{ds} \frac{\pi d_s^2}{4} \sqrt{\frac{2P_s}{\rho}} \left\{ \sqrt{1 - \frac{P_0}{P_s}} - 4 \frac{C_{dn}}{C_{ds}} \left(\frac{d_n}{d_s} \right)^2 \frac{y_0}{d_n} \left(1 + \frac{y}{y_0} \right) \sqrt{\frac{P_0}{P_s}} \right\} - A\dot{z} \right) \quad (8.27)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη γεωμετρία του μοχλού ανατροφοδότησης όπως αυτή παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.4 λαμβάνονται οι ακόλουθες σχέσεις

$$y = \frac{l_1}{l_1 + l_2} z - \frac{l_2}{l_1 + l_2} u \quad (8.28)$$

αντικαθιστώντας τη σχέση (8.28) στην εξίσωση (8.27) προκύπτει η ακόλουθη μη γραμμική διαφορική εξίσωση της μεταβολής της πίεσης του ενεργοποιητή

$$\dot{P}_0 = \frac{n(P_0 + P_{atm})}{V_0 + A(z_{null} + z)} \left(C_{ds} \frac{\pi d_s^2}{4} \sqrt{\frac{2P_s}{\rho}} \left\{ \sqrt{1 - \frac{P_0}{P_s}} - 4 \frac{C_{dn}}{C_{ds}} \left(\frac{d_n}{d_s} \right)^2 \frac{y_0}{d_n} \left(1 + \frac{l_1 / y_0}{l_1 + l_2} z - \frac{l_2 / y_0}{l_1 + l_2} u \right) \sqrt{\frac{P_0}{P_s}} \right\} - A\dot{z} \right) \quad (8.29)$$

Αν εφαρμοστεί ο νόμος του Newton στη μάζα m προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση

$$m\ddot{z} + k(z_p + z_{null} + z) = AP_0 - F_L \quad (8.30)$$

όπου F_L εξωτερική δύναμη που ασκεί η ρόδα στο σύστημα του φρένου.

Έστω ότι για τις μεταβλητές των εξισώσεων (8.29) και (8.30) θεωρούνται μικρές μεταβολές γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας $\left(z(0-) = 0, \dot{z}(0-) = 0, P_0(0-) = \frac{C_{ds}^2 d_s^4 P_s}{C_{ds}^2 d_s^4 + 16C_{dn}^2 d_n^2 y_0^2}, F_L(0-) = 0 \right)$, που προσδιορίζονται από τις σχέσεις

$$z = \delta z - z(0-), \quad \dot{z} = \delta \dot{z} - \dot{z}(0-), \quad P_0 = \delta P_0 - P_0(0-), \quad F_L = \delta F_L - F_L(0-) \quad (8.31)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις τιμές της θέσης ισορροπίας $(z(0-), \dot{z}(0-), P_0(0-), F_L(0-))$ προκύπτει ότι $k(z_{null} + z_p) = AP_0(0-)$. Αναπτύσσοντας σε σειρά Taylor τις μη γραμμικές εξισώσεις (8.29) και (8.30) γύρω από τη θέση ισορροπίας $(z(0-), \dot{z}(0-), P_0(0-), F_L(0-))$ και κρατώντας τους γραμμικούς όρους της ανάπτυξης προκύπτουν οι ακόλουθες προσεγγιστικές γραμμικές εξισώσεις

$$\delta \ddot{z} = -\frac{k}{m} \delta z + \frac{A}{m} \delta P_0 - \frac{1}{m} \delta F_L \quad (8.32)$$

$$\delta \dot{P}_0 = a_{11} z + a_{12} \dot{z} + a_{13} \delta P_0 + b_1 \delta u \quad (8.33)$$

όπου

$$a_{11} = \frac{n(P_{amt} + P_s P_0(0-))}{(V_0 + Az_{null})^2} \times \left[\frac{\sqrt{2} A \pi C_{dn} d_n l_2 \sqrt{\frac{P_s}{\rho}} y_0 \sqrt{P_0(0-)} - \sqrt{2} \pi C_{dn} d_n l_1 \sqrt{\frac{P_s}{\rho}} (V_0 + Az_{null} - Ay_0) \sqrt{P_0(0-)}}{l_1 + l_2} - \frac{A \pi C_{ds} d_s^2 \sqrt{\frac{P_s}{\rho}} \sqrt{1 - P_0(0-)}}{2\sqrt{2}} \right]$$

$$a_{1,2} = -\frac{An(P_{amt} + P_s P_0(0-))}{V_0 + Az_{null}}$$

$$a_{13} = \frac{n}{4(V_0 + Az_{null})} \times \left[\frac{\sqrt{2} \pi \sqrt{\frac{P_s}{\rho}} (C_{ds} d_s^2 (l_1 + l_2) \sqrt{1 - P_0(0-)} - 4C_{dn} d_n (l_1 y_0 + l_2 y_0) \sqrt{P_0(0-)})}{l_1 + l_2} - \frac{\pi (4C_{dn} d_n (l_1 y_0 + l_2 y_0) \sqrt{1 - P_0(0-)} + C_{ds} d_s^2 (l_1 + l_2) \sqrt{P_0(0-)}) (P_{amt} + P_s P_0(0-))}{\sqrt{2} \rho (l_1 + l_2) \sqrt{\frac{P_s}{\rho}} \sqrt{\frac{P_0(0-)(P_s - P_s P_0(0-))}{P_s}}} \right]$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{2} n \pi C_{dn} d_n l_2 \sqrt{\frac{P_s}{\rho}} \sqrt{P_0(0-)} (P_{amt} + P_s P_0(0-))}{(V_0 + Az_n)(l_1 + l_2)}$$

Οι εξισώσεις (8.32) και (8.33) μπορούν να εκφραστούν ισοδύναμα στο χώρο κατάστασης ως εξής

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta z \\ \delta \dot{z} \\ \delta P_0 \end{bmatrix} = A_p \begin{bmatrix} \delta z \\ \delta \dot{z} \\ \delta P_0 \end{bmatrix} + B_p \delta u + D_p \delta F_L \quad (8.34)$$

όπου

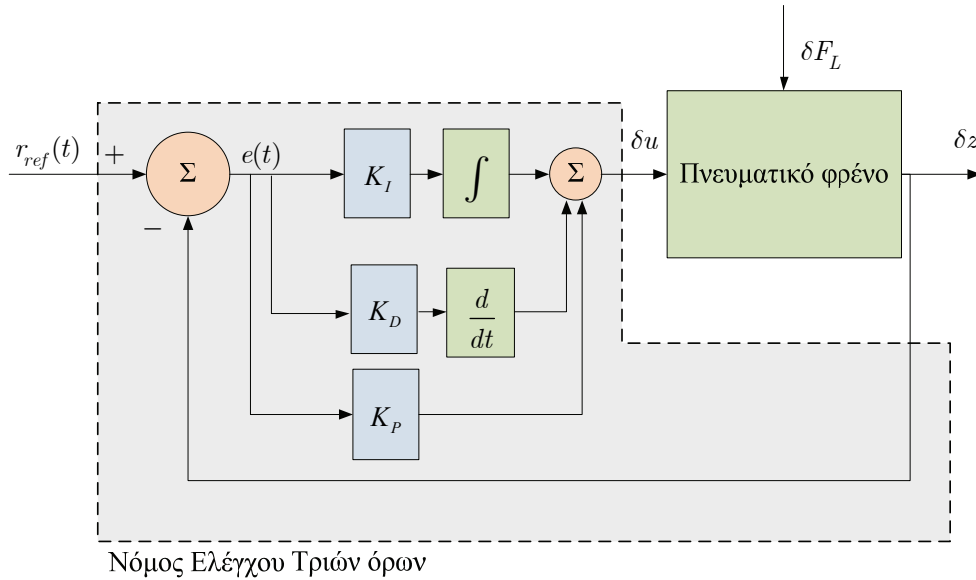
$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & 0 & \frac{A}{m} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 \end{bmatrix}, \quad D_p = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ m \end{bmatrix} \quad (8.35)$$

Αν ως έξοδος του συστήματος θεωρηθεί η μεταβλητή δz τότε ο πίνακας της εξόδου είναι

$$C_p = [1 \ 0 \ 0] \quad (8.36)$$

Στο σύστημα ανοικτού βρόχου (8.35) εφαρμόζεται ο δυναμικός ελεγκτής τριών όρων (βλ. σχήμα 8.5)

$$\delta u = \left(K_p + K_d \frac{d}{dt} + K_i \int dt \right) (r_{ref} - \delta z) \quad (8.37)$$



Σχήμα 8.5. Σύστημα κλειστού βρόχου

Εφαρμόζοντας τον ελεγκτή τριών όρων (8.37) στο σύστημα ανοικτού βρόχου που περιγράφεται από τις σχέσεις (8.35) και (8.36) προκύπτει η ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου

$$H_{cl}(s) = [H_{cl,r_{ref}}(s) \mid H_{cl,F_L}(s)] \quad (8.38)$$

όπου

$$H_{cl,r_{ref}}(s) = \frac{Ab_1(s^2 K_d + K_i + K_p s)}{ms^4 - ms^3 a_{13} + s^2(k - Aa_{12} + Ab_1 K_d) + s(-Aa_{11} - ka_{13} + Ab_1 K_p) + Ab_1 K_i}$$

$$H_{cl,F_L}(s) = -\frac{s(s - a_{13})}{ms^4 - ms^3 a_{13} + s^2(k - Aa_{12} + Ab_1 K_d) + s(-Aa_{11} - ka_{13} + Ab_1 K_p) + Ab_1 K_i}$$

Ο πίνακας Ruth του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του συστήματος κλειστού βρόχου είναι ο ακόλουθος

$$\begin{array}{c|ccc}
s^4 & m & k - Aa_{12} + Ab_1K_d & Ab_1K_i \\
s^3 & -ma_{13} & -Aa_{11} - ka_{13} + Ab_1K_p & 0 \\
s^2 & -\frac{A(a_{11} + a_{12}a_{13} - b_1(a_{13}K_d + K_p))}{a_{13}} & Ab_1K_i & 0 \\
s & -Aa_{11} - ka_{13} + b_1\left(AK_p - \frac{ma_{13}^2K_i}{a_{11} + a_{12}a_{13} - b_1(a_{13}K_d + K_p)}\right) & 0 & 0 \\
1 & Ab_1K_i & 0 & 0
\end{array}$$

Για να είναι το σύστημα κλειστού βρόχου ευσταθές θα πρέπει να ικανοποιούνται οι ακόλουθες ανισότητες

$$m > 0 \quad (8.39)$$

$$a_{13} < 0 \quad (8.40)$$

$$-\frac{A(a_{11} + a_{12}a_{13} - b_1(a_{13}K_d + K_p))}{a_{13}} > 0 \quad (8.41)$$

$$-Aa_{11} - ka_{13} + b_1\left(AK_p - \frac{ma_{13}^2K_i}{a_{11} + a_{12}a_{13} - b_1(a_{13}K_d + K_p)}\right) > 0 \quad (8.42)$$

$$Ab_1K_i > 0 \quad (8.43)$$

Για τις παράμετρος του συστήματος ισχύουν οι ακόλουθες ανισότητες

$$b_1 > 0, m > 0, k > 0, A > 0$$

Επιλύοντας τις ανισότητες (8.41), (8.42) και (8.43) και χρησιμοποιώντας τη συνθήκη (8.40), προκύπτουν οι ακόλουθοι περιορισμοί των βαθμών ελευθερίας του PID ελεγκτή

$$\begin{aligned}
K_d &> \frac{-k + Aa_{12}}{Ab_1} \\
\frac{Aa_{11} + ka_{13}}{Ab_1} &< K_p < \frac{a_{11} + a_{13}(a_{12} - b_1K_d)}{b_1} \\
0 < K_i &< -\frac{(Aa_{11} + ka_{13} - Ab_1K_p)(a_{11} + a_{12}a_{13} - b_1(a_{13}K_d + K_p))}{ma_{13}^2b_1}
\end{aligned} \quad (8.44)$$

8.3. Ασκήσεις

8.3.1. Προσομοίωση και έλεγχος συστήματος ενεργούς ανάρτησης

Έστω το μοντέλο της υδραυλικής ανάρτησης που παρουσιάζεται στην Ενότητα 8.1. Οι τιμές των παραμέτρων της ανάρτησης παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.1.

Πίνακας 8.1: Τιμές παραμέτρων ενεργής ανάρτησης οχήματος

Σύμβολο	Τιμή
m_s	253 kg
m_{us}	26 kg
k_s	12000 N / m
k_{us}	90000 N / m

c_s	$348.5 \text{ N / m / sec}$
c_{us}	10 N / m / sec
A_p	$3.35 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
β	$5.64375 \cdot 10^7 \text{ N / m}^2$
k_{xd}	$10^{-4} \text{ m}^3 / \text{sec}$
P_s	$1.03425 \cdot 10^7 \text{ Pa}$
V	$5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$
k_v	1 sec^{-1}
c_x	$0.7 \text{ N / m}^2 / \text{sec}$

α) Να υπολογιστεί με προσομοίωση η απόκριση του συστήματος ανοικτού βρόχου για την είσοδο $i_{sv} = 0$, τη διαταραχή $\dot{z}_0 = 0.01 \text{ (m / sec)}$ και μηδενικές αρχικές συνθήκες. Να υπολογιστεί ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης σταθερών σημάτων με επιθυμητούς πόλους του συστήματος κλειστού βρόχου στη θέση -1 . Να υπολογιστεί με προσομοίωση η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου για την είσοδο $r(t) = 0$, για την διαταραχή $\dot{z}_0 = 0.01 \text{ (m / sec)}$ και για μηδενικές αρχικές συνθήκες.

β) Να υπολογιστεί με προσομοίωση η απόκριση του συστήματος ανοικτού βρόχου για την είσοδο $i_{sv} = 0$, την διαταραχή $\dot{z}_0 = 0.01 \cdot \cos(t) \text{ (m / sec)}$ και για μηδενικές αρχικές συνθήκες. Να υπολογιστεί ελεγκτής ασυμπτωτικής ακολούθησης αρμονικών σημάτων με επιθυμητούς πόλους του συστήματος κλειστού βρόχου στη θέση -1 . Να υπολογιστεί με προσομοίωση η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου για την είσοδο $r(t) = 0$, για την διαταραχή $\dot{z}_0 = 0.01 \cdot \cos(t) \text{ (m / sec)}$ και για μηδενικές αρχικές συνθήκες.

8.3.2. Προσομοίωση και έλεγχος συστήματος πνευματικού φρένου

Έστω το μοντέλο του πνευματικού φρένου που παρουσιάζεται στην Ενότητα 8.2. Οι τιμές των παραμέτρων του πνευματικού φρένου παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.2

Πίνακας 8.2: Τιμές παραμέτρων ενεργής ανάρτησης οχήματος

Σύμβολο	Τιμή
m	11.34 kg
P_s	103421.355 Pa
A	0.006626 m^2
z_p	0.127 m
z_{null}	0.0635 m
V_0	0.000169 m^3
Q_s^*	$0.011553 \text{ m}^3 / \text{sec}$

d_p	0.02032 m
d_n	0.005385 m
$P_0(0-)$	69430.20299 Pa
n	1.4
y_0	0.000673 m
k	4658.52 N / m
$\frac{l_1}{l_1 + l_2}$	0.04

α) Να υπολογιστεί με προσομοίωση η απόκριση του συστήματος ανοικτού βρόχου για την είσοδο $\delta u = 0.1$, την διαταραχή $\delta F_L = 100$ (N) και με μηδενικές αρχικές συνθήκες. Να υπολογιστεί ελεγκτής τριών όρων που θα ευσταθειοποιεί το σύστημα κλειστού βρόχου. Να υπολογιστεί με προσομοίωση η απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου για την είσοδο $r_{ref} = 0.1$, για την διαταραχή $\delta F_L = 100$ (N) και για μηδενικές αρχικές συνθήκες.

β) Να εφαρμοστεί ο ελεγκτής του ερωτήματος (α) στο μη γραμμικό σύστημα και να υπολογιστεί με προσομοίωση η απόκριση του μη γραμμικού συστήματος κλειστού βρόχου.

Βιβλιογραφία/Αναφορές

- [1] Φ.Ν. Κουμπουλής, *Βιομηχανικός έλεγχος*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα, 1999.
- [2] Dorf-Bishop, *Σύγχρονα Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου*, 9η Έκδοση, Εκδ. ΤΖΙΟΛΑ
- [3] Π.Ν. Παρασκευόπουλος, *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου, θεωρία & Εφαρμογές*, Τόμος Α' ΣΑΕ Συνεχούς Χρόνου, 2007
- [4] Θ. Ν. Κωστόπουλος, *Υδραυλικά και πνευματικά συστήματα*, Αθήνα : Συμεών, 2009
- [5] H. E. Merritt, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1967
- [6] R. L. Woods and Kent L. Lawrence, *Modeling and Simulation of Dynamical Systems*, Prentice Hall Inc., 1997
- [7] N. Manring, *Hydraulic Control Systems*, Wiley, 2005
- [8] A. Akers, M. Gassman and R. Smith, *Hydraulic Power System Analysis*, Taylor & Francis, 2006
- [9] W. Durfee and Z. Sun, *Fluid Power System Dynamics*, A National Science Foundation Engineering Research Center, 2009
- [10] *Formula Book for Hydraulics and Pneumatics, Fluid and Mechanical Engineering Systems*, Department of Management and Engineering, Linköping University, 2008
- [11] H. Martin, *The Design of Hydraulic Components and Systems*, Ellis Horwood, London, 1995
- [12] A. A. Parr, *Hydraulics and Pneumatics*, Elsevier Science & Technology Books, 1999
- [13] R. L. Woods and Kent L. Lawrence, *Modeling and Simulation of Dynamical Systems*, Prentice Hall Inc., 1997
- [14] M. G. Skarpetis, F. N. Koumboulis, A.S. Ntellis, and A. Sarris, “Robust Controller Design for Active Hydraulic Suspension”, 12th IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA 2007), pp. 1433-1436, Patra, Greece.
- [15] H. Shen and H. Peng, “Analysis of Active Suspension Systems with Hydraulic Actuators”, *Vehicle System Dynamics*, V. 41, pp. 143-152, 2004
- [16] R. Rajamani. and K. Hedrick, “Adaptive Observers for Active Automotive Suspensions: Theory and Experiment ”, March 1995
- [17] B. Lohmann.: “Application of Model Reducion to a Hydropneumatic Vehicle Suspension”, March 1995
- [18] M. Harada and H. Harada, “Analysis of lateral stability with control integrated control of suspension and steering systems”, 16 March 1999 Page(s):465-470
- [19] T. Yoshimura, K. Nakaminami, M. Kurimoto and J. Hino, “Active suspension of passenger cars using linear and fuzzy- logic controls ”, 27 August 1998 Page(s) 41-47
- [20] H. Chen and K.-H. Guo, “Coinstrained H_∞ Control of Active Suspensions: An LMI Approach ”, 3 May 2005

Παράρτημα

Σύνοψη

Στο παράρτημα αυτό θα παρουσιαστούν βασικές έννοιες των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου απαραίτητες για την κατανόηση της λειτουργίας των υδραυλικών και πνευματικών συστημάτων. Οι έννοιες αυτές είναι απαραίτητες για τον επιτυχημένο σχεδιασμό αλγορίθμων ελέγχου για δυναμικά συστήματα που περιλαμβάνουν υδραυλικούς και πνευματικούς ενεργοποιητές. Επίσης στο παράρτημα αυτό θα παρουσιαστούν βασικές εντολές για την προσομοίωση, τη συστημική ανάλυση γραμμικών δυναμικών συστημάτων και τη ανάπτυξη αλγορίθμων ελέγχου με το λογισμικό MATLAB και το λογισμικό MATHEMATICA.

Προαπαιτούμενη γνώση

Η προαπαιτούμενη γνώση για τη κατανόηση του κεφαλαίου είναι οι βασικές γνώσεις των Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου και λογισμικών προσομοίωσης ([1]-[8]).

Παράρτημα - Ανάλυση Έλεγχος και Προσομοίωση Δυναμικών Συστημάτων

A.1. Συστημική ανάλυση δυναμικών συστημάτων

A.1.1. Συστήματα ανοικτού βρόχου

Ένα δυναμικό σύστημα μπορεί να περιγραφεί με διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης της μορφής

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1(x(t), u(t), \xi(t)) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x(t), u(t), \xi(t)) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x(t), u(t), \xi(t))\end{aligned}\tag{A.1}$$

ή ισοδύναμα περιγράφεται στο χώρο κατάστασης ως εξής

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), \xi(t))\tag{A.2}$$

όπου $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ είναι το διάνυσμα καταστάσεων του συστήματος, $u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ είναι το

διάνυσμα εισόδων του συστήματος και $\xi(t) = \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \\ \vdots \\ \xi_c(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{c \times 1}$ είναι το διάνυσμα των διαταραχών. Η

συνάρτηση f μπορεί να είναι γραμμική ή μη γραμμική συνάρτηση. Για τις περιγραφές της μορφής (A.1) ο αναγνώστης μπορεί να βρει πληροφορίες για την ανάλυση και τη σχεδίαση συστημάτων αυτομάτου ελέγχου στις αναφορές [1]-[3]. Στην περίπτωση που οι συναρτήσεις f είναι γραμμικές, οι διαφορικές εξισώσεις (A.1) μπορούν να γραφούν ισοδύναμα στο χώρο κατάστασης ως ακολούθως

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D\xi(t)\tag{A.3}$$

$$y(t) = Cx(t)\tag{A.4}$$

όπου $y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_p(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ είναι το διάνυσμα εξόδων του συστήματος, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ είναι ο πίνακας του

συστήματος, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ είναι ο πίνακας της εισόδου, $D \in \mathbb{R}^{n \times \zeta}$ είναι ο πίνακας των διαταραχών και $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ είναι ο πίνακας των εξόδων του συστήματος. Για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων θα πρέπει να είναι γνωστές οι αρχικές συνθήκες του συστήματος, δηλαδή θα πρέπει να είναι γνωστό το διάνυσμα

$$x(0^-) = \begin{bmatrix} x_1(0^-) \\ x_2(0^-) \\ \vdots \\ x_n(0^-) \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

καθώς και τα διανύσματα των εισόδων και των διαταραχών του συστήματος.

Μετασχηματίζοντας κατά Laplace και τα δυο μέλη των εξισώσεων (A.3) και (A.4) (για τις ιδιότητες του μετασχηματισμού Laplace βλ. Πίνακα 9.1) προκύπτει η ακόλουθη περιγραφή στο πεδίο της συχνότητας

$$X(s) = \left[(sI_n - A)^{-1} B \mid (sI_n - A)^{-1} D \right] \begin{bmatrix} U(s) \\ \Xi(s) \end{bmatrix} + (sI_n - A)^{-1} x(0^-) \quad (\text{A.6})$$

όπου $X(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace του διανύσματος κατάστασης, $U(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace του διανύσματος εισόδου και $\Xi(s)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace του διανύσματος διαταραχών. Η σχέση (A.6) οδηγεί στον υπολογισμό του μετασχηματισμού Laplace της εξόδου $Y(s)$ ως εξής

$$Y(s) = \left[C(sI_n - A)^{-1} B \mid C(sI_n - A)^{-1} D \right] \begin{bmatrix} U(s) \\ \Xi(s) \end{bmatrix} + C(sI_n - A)^{-1} x(0^-) \quad (\text{A.7})$$

Μηδενίζοντας τις αρχικές συνθήκες προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος ανοικτού βρόχου

$$H_{op}(s) = \left[C(sI_n - A)^{-1} B \mid C(sI_n - A)^{-1} D \right] \quad (\text{A.8})$$

Πίνακας A.1. Βασικοί Μετασχηματισμοί Laplace

Συνεχής χρόνος	Μιγαδική συχνότητα
$f(t)$	$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$
$\dot{f}(t)$	$\mathcal{L}\{\dot{f}(t)\} = sF(s) - f(0^-)$
$f^{(n)}(t)$	$\mathcal{L}\left\{\frac{d^n}{dt^n} f(t)\right\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0^-) - \dots - f^{(n-1)}(0^-)$
$u_\beta(t)$	$\mathcal{L}\{u_\beta(t)\} = \frac{1}{s}$
e^{-at}	$\mathcal{L}\{e^{-at}\} = \frac{1}{s+a}$
$\frac{1}{a} \sin(at)$	$\mathcal{L}\left\{\frac{1}{a} \sin(at)\right\} = \frac{1}{s^2 + a^2}$
$\cos(at)$	$\mathcal{L}\{\cos(at)\} = \frac{s}{s^2 + a^2}$

$$f(t) + g(t) \quad \mathcal{L}\{f(t) + g(t)\} = F(s) + G(s)$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος ανοικτού βρόχου ορίζεται ως εξής

$$p_{op}(s) = \det(sI_n - A) \quad (\text{A.9})$$

Οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου ονομάζονται πόλοι του συστήματος.

Ορισμός A.1. Το σύστημα ανοικτού βρόχου που περιγράφεται από το χώρο κατάστασης (A.3) και (A.4) είναι ευσταθές αν όλοι οι πόλοι συστήματος ικανοποιούν τη συνθήκη

$$\operatorname{Re}\{\rho_i\}_{i=1,2,\dots,n} < 0 \quad (\text{A.10})$$

όπου ρ_i είναι οι πόλοι του συστήματος. Με $\operatorname{Re}\{\bullet\}$ συμβολίζεται το πραγματικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού.

□

Ορισμός 9.2: Το διάνυσμα κατάστασης $x(t)$ του συστήματος είναι ελέγξιμο αν υπάρχει τμηματικά συνεχής είσοδος $u[t_0, t_f]$ που θα οδηγήσει το διάνυσμα κατάστασης από την αρχική του τιμή $x(t_0)$ στην τελική του τιμή $x(t_f)$ σε πεπερασμένο χρονικό διάστημα $t_f - t_0 > 0$.

□

Η ιδιότητα της ελεγχιμότητας μπορεί να ελεγχθεί με το ακόλουθο θεώρημα

Θεώρημα A.1: Οι ακόλουθες προτάσεις είναι ισοδύναμες

- I. Το διάνυσμα $x(t)$ του συστήματος είναι ελέγξιμο
- II. Ο βαθμός του πίνακα ελεγχιμότητας $U = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$ είναι n .

■

Ορισμός 9.3: Το διάνυσμα κατάστασης $x(t)$ του συστήματος είναι παρατηρήσιμο στο διάστημα $[t_0, t_f]$ όταν γνωρίζοντας τα διανύσματα εισόδου $u[t_0, t_f]$ και εξόδου $y[t_0, t_f]$ το διάνυσμα των αρχικών συνθηκών $x(t_0)$ μπορεί να προσδιοριστεί πλήρως

□

Η ιδιότητα της παρατηρησιμότητας μπορεί να ελεγχθεί με το ακόλουθο θεώρημα

Θεώρημα A.2: Οι ακόλουθες προτάσεις είναι ισοδύναμες

- I. Το διάνυσμα $x(t)$ του συστήματος είναι παρατηρήσιμο

Π. Ο βαθμός του πίνακα παρατηρησιμότητας $V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$ είναι n .

■

A.1.1 Συστήματα κλειστού βρόχου με στατική ανατροφοδότηση εξόδου

Έστω το σύστημα ανοικτού βρόχου μιας εισόδου και μιας εξόδου που περιγράφεται με τις ακόλουθες εξισώσεις στο χώρο κατάστασης

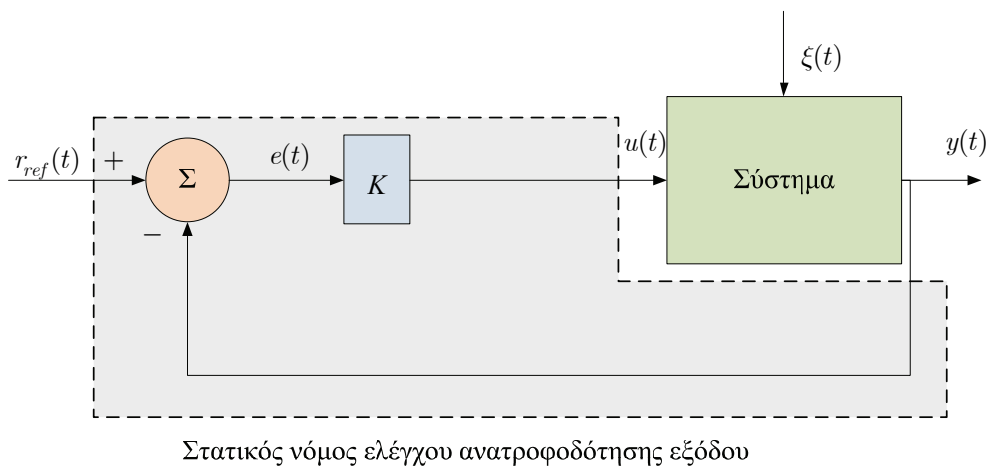
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{A.11})$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (\text{A.12})$$

Στο σύστημα (A.11), (A.12) ($m = p = 1$) εφαρμόζεται ο ακόλουθος στατικός νόμος ανατροφοδότησης εξόδου (βλ. Σχήμα A.1)

$$u(t) = -Ky(t) + r_{ref}(t) \quad (\text{A.13})$$

όπου $K \in \mathbb{R}$ και όπου $r_{ref}(t)$ είναι η εξωτερική εντολή ελέγχου.



Σχήμα A.1. Σύστημα κλειστού βρόχου με στατική ανατροφοδότηση εξόδου

Μετασχηματίζοντας κατά Laplace και τα δυο μέλη των εξισώσεων (A.3), (A.4) και (A.13) και μετά από αλγεβρικές πράξεις προκύπτει η ακόλουθη περιγραφή του συστήματος κλειστού βρόχου στο πεδίο της συχνότητας

$$X(s) = (sI_n - A + BCK)^{-1} BU(s) + (sI_n - A + BCK)^{-1} x(0^-) \quad (\text{A.14})$$

Η σχέση (A.14) οδηγεί στον υπολογισμό του μετασχηματισμού Laplace της εξόδου $Y(s)$ ως ακολούθως

$$Y(s) = C(sI_n - A + BCK)^{-1} BU(s) + C(sI_n - A + BCK)^{-1} x(0^-) \quad (\text{A.15})$$

Μηδενίζοντας τις αρχικές συνθήκες προκύπτει η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου

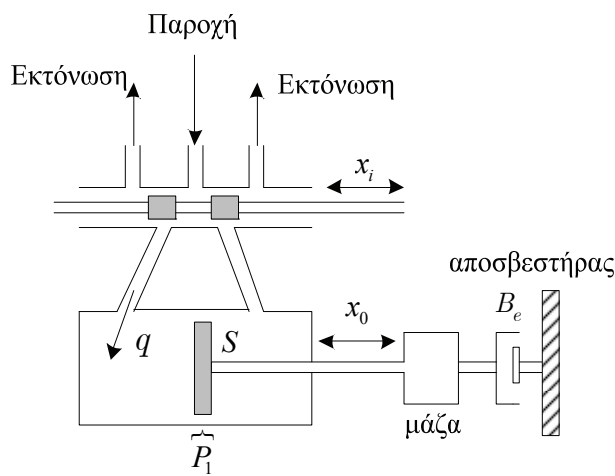
$$H_{cl}(s) = C(sI_n - A + BCK)^{-1}B \quad (\text{A.16})$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου και υπολογίζεται από τον τύπο

$$p_{cl}(s) = \det(sI_n - A + BCK) \quad (\text{A.17})$$

Το στατικό κέρδος K μπορεί να προσδιοριστεί χρησιμοποιώντας το **κριτήριο Ruth** έτσι ώστε το σύστημα κλειστού βρόχου να είναι ευσταθές.

Παράδειγμα Α.1. Έστω ο υδραυλικός ενεργοποιητής (βαλβίδα – έμβολο) που παρουσιάζεται στο Σχήμα Α.2



Σχήμα Α.2. Υδραυλικός ενεργοποιητής (βαλβίδα – έμβολο)

Η συνάρτηση μεταφοράς του παραπάνω συστήματος είναι

$$H(s) = \frac{X_0(s)}{X_i(s)} = \frac{Q_0}{s \left\{ \frac{VM}{B_m S} s^2 + \left(\frac{K_L M}{S} + \frac{VB_e}{B_m S} \right) s + \left(\frac{S^2 + K_L B_e}{S} \right) \right\}} = \frac{K_0 \omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)}$$

όπου $\omega_n^2 = \frac{B_m S^2 + B_m K_L B_e}{VM}$, $\zeta = \frac{\left(\frac{K_L M B_m}{VM} + V \right)}{2\omega_n}$, $K_0 = \frac{Q_0 B_m S}{VM \omega_n^2}$ και V είναι ο όγκος του ρευστού μέσα στον

κύλινδρο, S η επιφάνεια του εμβόλου, B_m είναι η σταθερά Bulk module του ρευστού, K_L είναι ο συντελεστής που συνδέει την διαφορά πίεσης στον κύλινδρο με την ροή διαρροής, Q_0 είναι ο συντελεστής που συνδέει την ροή από την βαλβίδα με την μετατόπιση του εμβόλου της βαλβίδας, B_e ο συντελεστής απόσβεσης της μάζας και M είναι η μάζα που είναι συνδεδεμένη με το έμβολο.

Ένας μικρός υδραυλικός ενεργοποιητή που χρησιμοποιείται κυρίως σε αεροσκάφη έχει τις ακόλουθες τιμές

$$\omega_n = 500 \text{ rad / sec} , \quad \zeta = 0.45 , \quad K_0 = 125 .$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος κλειστού βρόχου με στατική αρνητική ανατροφοδότηση εξόδου είναι

$$H_{cl}(s) = \frac{X_0(s)}{X_i(s)} = \frac{H(s)K}{1+H(s)K} = \frac{K_0 K \omega_n^2}{s^3 + 2\zeta \omega_n s^2 + \omega_n^2 s + K_0 \omega_n^2 K}$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου είναι

$$p_{cl}(s) = s^3 + 2\zeta \omega_n s^2 + \omega_n^2 s + K_0 K \omega_n^2$$

Για να τον υπολογισμό του κέρδους K του ελεγκτή έτσι ώστε το σύστημα κλειστού βρόχου να είναι ευσταθές κατασκευάζεται ο πίνακας ROUTH του χαρακτηριστικού πολυωνύμου του συστήματος κλειστού βρόχου.

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & \omega_n^2 \\ s^2 & 2\zeta\omega_n & KK_0\omega_n^2 \\ s^1 & b_1 & 0 \\ s^0 & c_1 & 0 \end{array}$$

όπου

$$b_1 = \frac{-\begin{vmatrix} 1 & \omega_n^2 \\ 2\zeta\omega_n & KK_0\omega_n^2 \end{vmatrix}}{2\zeta\omega_n} = \omega_n^2 - \frac{KK_0\omega_n}{2\zeta}, \quad c_1 = \frac{-\begin{vmatrix} 2\zeta\omega_n & KK_0\omega_n^2 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = KK_0\omega_n^2.$$

Για να είναι ευσταθές το σύστημα κλειστού βρόχου θα πρέπει η πρώτη στήλη του πίνακα Ruth να είναι θετική δηλαδή θα πρέπει

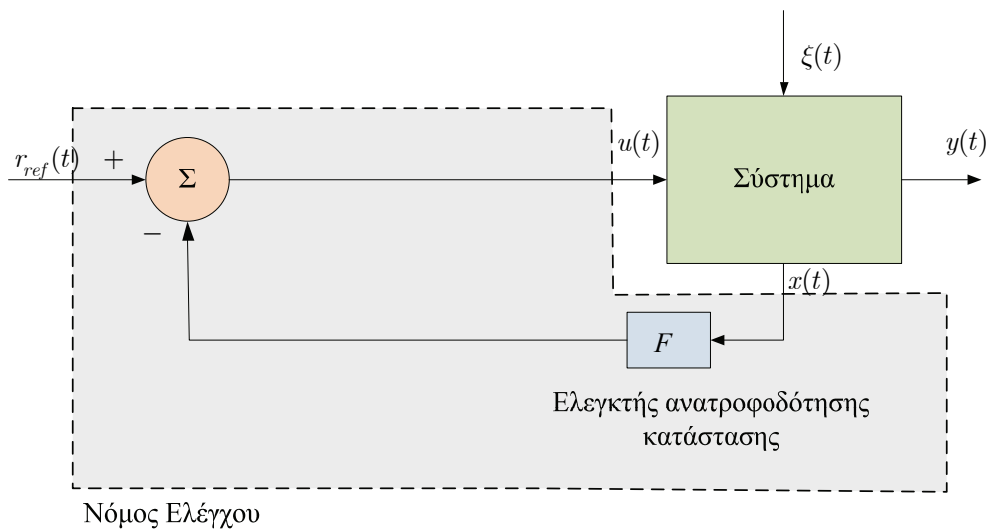
$$0 < K < \frac{2\zeta\omega_n}{K_0} = 3.6$$

A.1.2 Τοποθέτηση πόλων για συστήματα μιας εισόδου μιας εξόδου

Έστω το γραμμικό χρονικά αμετάβλητο σύστημα και μιας εισόδου μιας εξόδου που περιγράφεται στο χώρο κατάστασης από τις εξισώσεις (A.11) και (A.12). Στο σύστημα εφαρμόζεται στατικός νόμος ανατροφοδότησης κατάστασης της μορφής (βλ. Σχήμα A.3)

$$u(t) = -Fx(t) + w(t) \quad (\text{A.18})$$

Εάν το σύστημα είναι ελέγξιμο τότε ο πίνακας ανατροφοδότησης F που τοποθετεί του πόλους του συστήματος κλειστού βρόχου στο επιθυμητό πολυώνυμο $q(s) = s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_n$, υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο $K = [0 \ \dots \ 0 \ 1]U^{-1}q(A)$ όπου U είναι ο πίνακας ελεγχσιμότητας και όπου $q(A) = A^n + d_1 A^{n-1} + \dots + d_{n-1} A + I_n d_n$.



Σχήμα Α.3. Σύστημα κλειστού βρόχου με στατική ανατροφοδότηση κατάστασης

Ο ελεγκτής ανατροφοδότησης κατάστασης μπορεί επίσης να υπολογιστεί με τον ακόλουθο αλγόριθμο

Δεδομένα: Σύστημα ανοικτού βρόχου
 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $y(t) = Cx(t)$

Βήμα 1: Υπολογισμός χαρακτηριστικού πολυωνύμου του συστήματος ανοικτού βρόχου

$$H(s) = C(sI_n - A)^{-1} B = \frac{\beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_n s^0}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n s^0}$$

Βήμα 2: Υπολογισμός του πίνακα ελεγκσιμότητας και του κριτηρίου ελεγκσιμότητας

$$U = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

Ο βαθμός της μήτρα U είναι n

Σχόλιο: Νόμος ελέγχου

$$u(t) = Fx(t) + r_{ref}(t)$$
 , F : πίνακας ανατροφοδότησης , $r_{ref}(t)$: εξωτερική είσοδος

Σχόλιο: Επιθυμητό χαρακτηριστικό πολυώνυμο συστήματος κλειστού βρόχου

$$p_s(s) = s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_n$$

Βήμα 3: Υπολογισμός του πίνακα Μετασχηματισμού Ομοιότητας σε Κανονική Μορφή Ελεγκτή

$$x(t) = Tz(t)$$
 , $\det[T] \neq 0$, $T = P^{-1}$; $P = \begin{bmatrix} q \\ qA \\ \vdots \\ qA^{n-1} \end{bmatrix}$; q η τελευταία γραμμή του U^{-1}

Βήμα 4: Υπολογισμός του Μετασχηματισμένου συστήματος ανοικτού βρόχου

$$\dot{z}(t) = \tilde{A}z(t) + \tilde{B}u(t)$$
 , $y(t) = \tilde{C}z(t)$

$$\tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}, \tilde{B} = T^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} = CT$$

Βήμα 5: Υπολογισμός Μετασχηματισμένου νόμου ελέγχου

$$u(t) = \tilde{F}z(t) + \omega(t), \quad \tilde{F} = [\tilde{f}_1 \quad \tilde{f}_2 \quad \cdots \quad \tilde{f}_n] = [a_n - d_n \quad a_{n-1} - d_{n-1} \quad \cdots \quad a_1 - d_1]$$

Βήμα 6: Υπολογισμός νόμου ελέγχου

$$F = \tilde{F}T^{-1}$$

Παράδειγμα Α.2. Έστω ο υδραυλικός ενεργοποιητής του παραδείγματος Α.1. Η συνάρτηση μεταφοράς του ενεργοποιητή μπορεί να πραγματοποιηθεί στο χώρο κατάστασης με τους ακόλουθους πίνακες

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [K_0\omega_n^2 \quad 0 \quad 0] \quad (\text{A.19})$$

Έστω το επιθυμητό χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος κλειστού βρόχου είναι

$$p_s(s) = s^3 + 3s^2 + 3s + 1$$

Ο πίνακας ανατροφοδότησης του στατικού νόμου ελέγχου είναι

$$F = [-1 \quad \omega_n^2 - 3 \quad 2\zeta\omega_n - 3]$$

A.2. Προσομοίωση δυναμικών συστημάτων ανοικτού και κλειστού βρόχου

A.2.1. Ανάλυση, σχεδιασμός και προσομοίωση δυναμικών συστημάτων με το λογισμικό MATLAB

Έστω ο υδραυλικός ενεργοποιητής που περιγράφεται στο χώρο κατάστασης με τους πίνακες που παρουσιάζεται στη σχέση (A.19). Ο ορισμός των πινάκων στο MATLAB γίνεται με τις ακόλουθες εντολές

```
wn=500
z=0.45
K0=125
A=[0 1 0;0 0 1;-wn*2 -2*z*wn]
B=[0;0;1]
D=0
C=[K0*wn 0 0]
```

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται χρήσιμες συναρτήσεις για την ανάλυση και τον σχεδιασμό ελεγκτών στο χώρο κατάστασης

Συναρτήσεις συστημάτων στο χώρο κατάστασης – Συναρτήσεις πινάκων	
poly(A)	Χαρακτηριστικό πολυώνυμο του συστήματος ανοικτού βρόχου
eig(A)	Ιδιοτιμές του πίνακα A
sys=ss(A,B,C,D)	Δημιουργία σήματος (sys) στο χώρο κατάστασης
ss2tf(sys)	Υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς του συστήματος sys
pole(sys)	Υπολογισμός των πόλων του συστήματος sys
zero(sys)	Υπολογισμός των μηδενικών του συστήματος sys
ctrb(A,B)	Υπολογισμός του πίνακα ελεγχιμότητας
obsv(A,C)	Υπολογισμός του πίνακα παρατηρησιμότητας
A'	Ανάστροφος του πίνακα A
inv(A)	Αντίστροφος του πίνακα A
rank(A)	Βαθμός του πίνακα A
A*B	Πολλαπλασιασμός πινάκων
step(sys)	Βηματική απόκριση του συστήματος sys
dcgain(sys)	Υπολογισμός του κέρδους στη μόνιμη κατάσταση του συστήματος sys
impz(sys)	Κρουστικής απόκρισης του συστήματος sys
lsim(sys,U,T)	Απόκριση του συστήματος sys σε τιμές που καθορίζονται από το διάνυσμα U στο χρόνο που καθορίζεται στο διάνυσμα T
place(A,B,P)	Υπολογισμός ελεγκτή ανατροφοδότησης κατάστασης του συστήματος με πίνακες A, B στο επιθυμητό πολυώνυμο που καθορίζεται από το διάνυσμα P (ισχύει και για πολυμεταβλητά συστήματα)
acker(A,B,P)	Υπολογισμός ελεγκτή ανατροφοδότησης κατάστασης με το τύπο του Ackermann για το σύστημα πίνακες A, B και επιθυμητό πολυώνυμο που καθορίζεται από το διάνυσμα P (ισχύει για μονομεταβλητά συστήματα)
damp(sys)	Υπολογισμός φυσικής ιδιοσυχνότητας και απόσβεσης του συστήματος sys

Για τον υδραυλικό ενεργοποιητή που περιγράφεται στο χώρο κατάστασης με τους πίνακες που δίνονται στη σχέση (A.19) ο κώδικας που υπολογίζει τα συστημικά χαρακτηριστικά του συστήματος ανοικτού βρόχου, το σύστημα κλειστού βρόχου και εκτελεί προσομοιώσεις της απόκρισης του συστήματος ανοικτού και κλειστού βρόχου είναι

```
% Ορισμός πινάκων του υδραυλικού ενεργοποιητή
```

```
wn=500
```

```
z=0.45
```

```
K0=125
```

```
A=[0 1 0;0 0 1;0 -wn^2 -2*z*wn]
```

```
B=[0;0;1]
```

```
D=0
```

```
C=[K0*wn 0 0]
```

```
% Δημιουργία συστήματος στο χώρο κατάστασης
```

```

sys=ss(A,B,C,D)
% Ανάλυση του συστήματος ανοικτού βρόχου
pole(sys)
zero(sys)
dcgain(sys)
V=ctrb(A,B)
Q=obsv(A,C)
rank(V)
rank(Q)
% Προσομοίωση της απόκρισης του συστήματος ανοικτού βρόχου
figure(1)
step(sys)
figure(2)
impulse(sys)
% Ορισμός επιθυμητού πολωνύμου για πόλους (s+1)^3
pd=conv(conv([1 1],[1 1]),[1 1])
P=[-1 -1 -1]
% Υπολογισμός ελεγκτή
F=acker(A,B,P)
% Δημιουργία συστήματος κλειστού βρόχου στο χώρο κατάστασης
syscl=ss(A-B*F,B,C,D)
% Προσομοίωση της απόκρισης του συστήματος κλειστού βρόχου
figure(3)
step(syscl)
figure(4)
impulse(syscl)

```

Τα αποτελέσματα του παραπάνω κώδικα είναι τα ακόλουθα

```

wn =
    500
z =
    0.4500
K0 =

```

```

125
A =
    0     1     0
    0     0     1
    0 -250000 -450

```

```

B =
    0
    0
    1

```

```

D =
    0

```

```

C =
    31250000     0     0

```

```

sys =
a =
      x1    x2    x3
x1      0     1     0
x2      0     0     1
x3      0 -2.5e+05 -450

```

```

b =
    u1
x1  0
x2  0
x3  1

```

```

c =
      x1    x2    x3
y1 3.125e+07     0     0

```

```

d =
    u1
y1  0

```

Continuous-time state-space model.

```

ans =
    1.0e+02 *
    0
    -2.2500 + 4.4651i
    -2.2500 - 4.4651i

```

```

ans =
    Empty matrix: 0-by-1

```

```

ans =
    Inf

```

```

V =
    0     0     1
    0     1   -450
    1   -450 -47500

```

```

Q =

```

```

31250000    0    0
  0 31250000    0
  0    0 31250000

ans =
  3

ans =
  3

pd =
  1  3  3  1

P =
  -1  -1  -1

F =
  1  -249997  -447

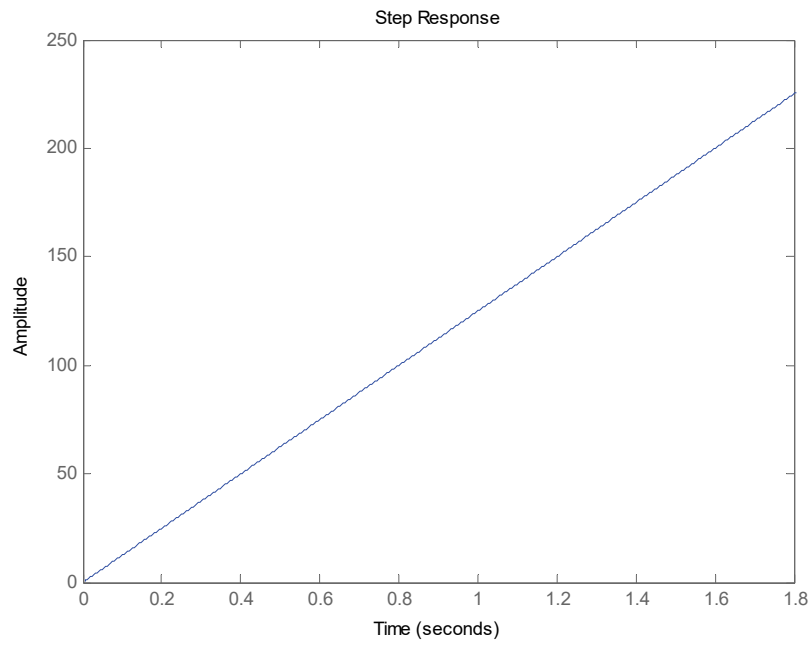
syscl =
  a =
    x1 x2 x3
x1  0  1  0
x2  0  0  1
x3 -1 -3 -3

b =
  u1
x1  0
x2  0
x3  1

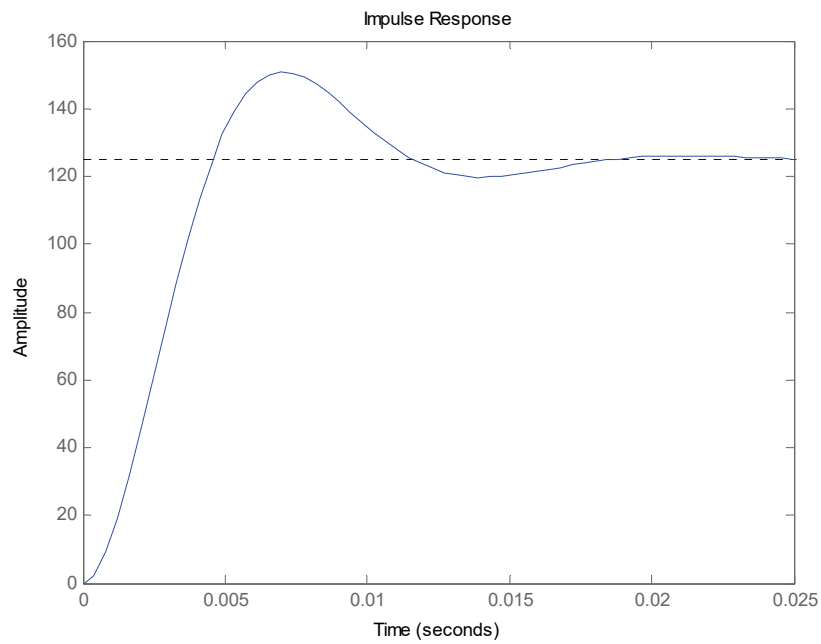
c =
    x1    x2    x3
y1 3.125e+07    0    0

d =
  u1
y1  0
Continuous-time state-space model.

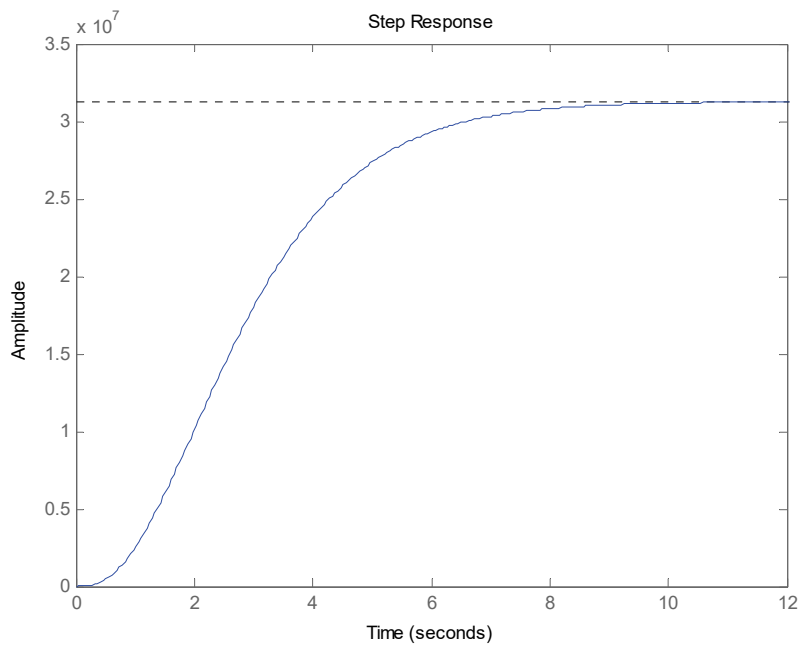
```



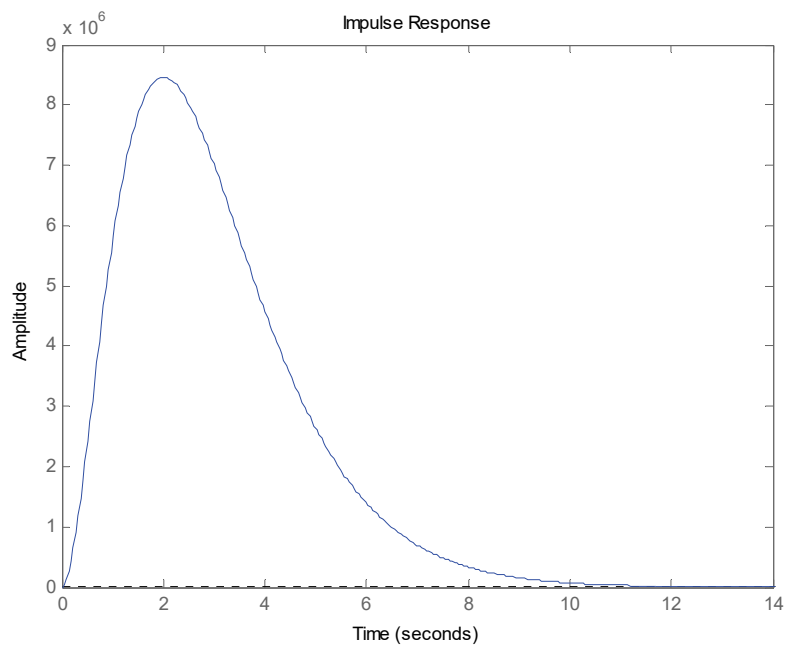
Σχήμα Α.4. Βηματική απόκριση συστήματος ανοικτού βρόχου



Σχήμα Α.5. Κρουστική απόκριση συστήματος ανοικτού βρόχου



Σχήμα Α.6. Βηματική απόκριση συστήματος κλειστού βρόχου



Σχήμα Α.7. Κρουστική απόκριση συστήματος κλειστού βρόχου

A.2.2. Ανάλυση, σχεδίαση και προσομοίωση δυναμικών συστημάτων με το λογισμικό MATHEMATICA

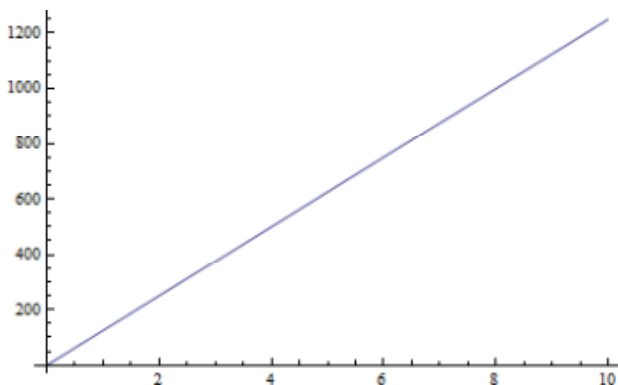
Το λογισμικό Mathematica χρησιμοποιείται κυρίως για συμβολικούς υπολογισμούς. Έστω ο υδραυλικός ενεργοποιητής που περιγράφεται στο χώρο κατάστασης με τους πίνακες που δίνονται στη σχέση (A.19). Ο ορισμός, η ανάλυση, η σχεδίαση και η προσομοίωση στο MATHEMATICA γίνεται με τις ακόλουθες εντολές

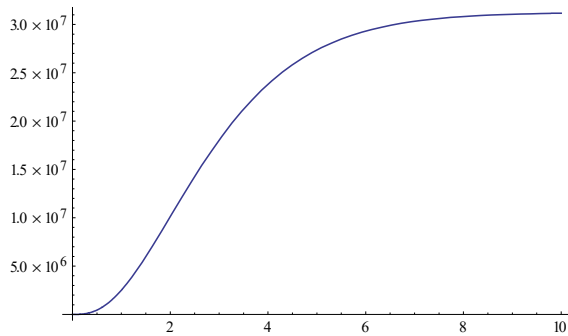
```
(*Ορισμός πινάκων συστήματος*)  
A = {{0, 1, 0}, {0, 0, 1}, {0, -ωn2, -2*ζ*ωn}}  
B = {{0}, {0}, {1}}  
Cc = {{K0*ωn2, 0, 0}}  
  
(*Ορισμός χώρου κατάστασης συστήματος ανοικτού βρόχου*)  
sys = StateSpaceModel[{A, B, Cc}]  
  
(*Υπολογισμός συνάρτησης μεταφοράς συστήματος ανοικτού βρόχου*)  
Hop = TransferFunctionModel[sys]  
  
(*Υπολογισμός χαρακτηριστικού πολυωνύμου συστήματος ανοικτού βρόχου*)  
pol = CharacteristicPolynomial[A, s]  
  
(*Υπολογισμός πόλων και μηδενικών συστήματος ανοικτού βρόχου*)  
TransferFunctionPoles[sys]  
TransferFunctionZeros[sys]  
  
(*Βηματική απόκριση συστήματος ανοικτού βρόχου*)  
yb = OutputResponse[sys, UnitStep[t], t] // FullSimplify  
  
(*Ορισμός επιθυμητών πόλων*)  
pd = {-1, -1, -1}  
  
(*Υπολογισμός ελεγκτή ανατροφοδότησης κατάστασης *)  
F = StateFeedbackGains[sys, pd]  
  
(*Ορισμός χώρου κατάστασης συστήματος κλειστού βρόχου*)  
syscl = SystemsModelStateFeedbackConnect[sys, F]  
  
(*Υπολογισμός συνάρτησης μεταφοράς συστήματος κλειστού βρόχου*)  
Hcl = TransferFunctionModel[syscl]  
  
(*Υπολογισμός χαρακτηριστικού πολυωνύμου συστήματος κλειστού βρόχου*)  
pcl = CharacteristicPolynomial[A - B.F, s]  
  
(*Υπολογισμός πόλων και μηδενικών συστήματος κλειστού βρόχου*)  
TransferFunctionPoles[syscl]  
TransferFunctionZeros[syscl]  
  
(*Βηματική απόκριση συστήματος κλειστού βρόχου*)  
ybcl = OutputResponse[syscl, UnitStep[t], t] // FullSimplify  
  
(*Προσομοίωση συστήματος ανοικτού και κλειστού βρόχου*)  
ωn = 500  
ζ = 0.45  
K0 = 125  
Plot[yb, {t, 0, 10}]  
Plot[ybcl, {t, 0, 10}]
```

Ο παραπάνω κώδικας παράγει τα ακόλουθα αποτελέσματα

$$\begin{aligned} & \{\{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}, \{0, -\omega_n^2, -2 \zeta \omega_n\}\} \\ & \{\{0\}, \{0\}, \{1\}\} \\ & \{\{K_0 \omega_n^2, 0, 0\}\} \\ & \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\omega_n^2 & -2 \zeta \omega_n & 1 \\ \hline K_0 \omega_n^2 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)^s \\ & \left(-\frac{K_0 \omega_n^2}{-s^3 - 2 \zeta s^2 \omega_n - s \omega_n^2} \right)^r \\ & -s^3 - 2 s^2 \zeta \omega_n - s \omega_n^2 \\ & \{\{\{0, -\zeta \omega_n - \sqrt{-\omega_n^2 + \zeta^2 \omega_n^2}, -\zeta \omega_n + \sqrt{-\omega_n^2 + \zeta^2 \omega_n^2}\}\}\} \\ & \{\{\{\}\}\} \\ & \frac{1}{\left(2 \omega_n \sqrt{-1 + \zeta^2} \omega_n^2\right)} \left\{ e^{-\zeta \omega_n t + \sqrt{-1 + \zeta^2} \omega_n t} K_0 \left(2 \left(1 + e^{2 \zeta \omega_n t + \sqrt{-1 + \zeta^2} \omega_n t} - 2 e^{\zeta \omega_n t + \sqrt{-1 + \zeta^2} \omega_n t} \right) \zeta \sqrt{-1 + \zeta^2} \omega_n^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. \omega_n \left(\left(-1 + e^{2 \zeta \omega_n t + \sqrt{-1 + \zeta^2} \omega_n t} \right) (-1 + 2 \zeta^2) + 2 e^{\zeta \omega_n t + \sqrt{-1 + \zeta^2} \omega_n t} t \sqrt{-1 + \zeta^2} \omega_n^2 \right) \right) \text{UnitStep}[t] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{-1, -1, -1\} \\ & \{\{1, 3 - \omega_n^2, 3 - 2 \zeta \omega_n\}\} \\ & \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & -3 & 1 \\ \hline K_0 \omega_n^2 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)^s \\ & \left(-\frac{K_0 \omega_n^2}{-1 - 3 s - 3 s^2 - s^3} \right)^r \\ & -1 - 3 s - 3 s^2 - s^3 \\ & \{\{\{-1, -1, -1\}\}\} \\ & \{\{\{\}\}\} \\ & \left\{ \frac{1}{2} e^{-t} (-2 + 2 e^t - t (2 + t)) K_0 \omega_n^2 \text{UnitStep}[t] \right\} \\ & 500 \\ & 0.45 \\ & 125 \end{aligned}$$





Βιβλιογραφία/Αναφορές

- [1] Φ. Ν. Κουμπουλής, *Βιομηχανικός έλεγχος*, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, Αθήνα, 1999.
- [2] Dorf-Bishop, *Σύγχρονα Συστήματα Αυτομάτου Έλεγχου*, 9η Έκδοση, Εκδ. ΤΖΙΟΛΑ
- [3] Π. Ν. Παρασκευόπουλος, *Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου , θεωρία & Εφαρμογές. Τόμος Α' ΣΑΕ Συνεχούς Χρόνου*, 2007
- [4] W. Messner and D. Tilbury, *Control Tutorial for MATLAB and SIMULINK*
- [5] R.-H. Bishop, *Modern Control Systems Analysis and Design Using MATLAB and SIMULINK* , Addison Wesley Publishing Company; Supplement edition (December 1996).
- [6] D. K. Frederick and J. Chow, *Feedback Control Problems Using MATLAB and the Control System Toolbox (Bookware Companion Series)*, Cengage Learning; 1 edition (August 31, 1999)
- [7] E. B. Magrab, *An Engineer's Guide to Mathematica*, Wiley, 2014
- [8] H. Moore, *MATLAB for Engineers (4th Edition)*, Prentice Hall, 4 edition, 2014

Αγγλικό – Ελληνικό Ευρετήριο

A

Ackermann · 96, 98, 181

B

Bernoulli · 25, 27, 34, 50

bulk modulus · 23, 29, 80, 84, 87, 106, 159, 165

C

centiPoise · 20

D

Darcy-Weisbach · 22

E

Euler · 24

F

FluidSim · 135

I

ISO Grade · 22

L

Laplace · 77, 82, 85, 97, 112, 174, 176

M

MATHEMATICA · 11, 151, 173, 186

N

Navier-Stokes · 24

Newton · 84, 158, 165

P

PID ελεγκτή · 100, 149, 155, 168

R

Routh · 83, 89

S

SAE Grade · 22

Simulink · 108, 115, 121, 125, 126

V

vena contracta · 27

A

αγωγούς ροής · 17

αλγόριθμος Ευσταθειοποίησης · 101, 102

ανάλυση στο πεδίο της συχνότητας · 10, 82, 85, 89

αντλία πεπιεσμένου αέρα · 131

αντλίες οδοντωτών τροχών · 42

απόκριση · 14, 15, 77, 80, 82, 85, 89, 100, 149, 169, 170, 185, 186

απόσβεση · 86

αριθμός Reynolds · 7, 17, 22, 28

αρχή διατήρησης της ενέργειας · 25

αρχή του Pascal · 17

αρχή του Πασκάλ · 18

ασυμπτωτικά ευσταθές · 96

ασυμπτωτική ακολούθηση εντολής · 96, 100

αυτόματος Έλεγχος · 2, 3

B

βαθμός απόδοσης · 7, 39, 41, 47, 48

βαθμός ιξώδους · 7, 17

βαλβίδα ρύθμισης ροής · 8, 62, 75, 78, 87, 95

βαλβίδα τεσσάρων δρόμων · 66

βαλβίδας αντεπιστροφής δυο κατευθύνσεων · 13, 56

βαλβίδας τύπου «πτερυγίου-ακροφυσίου» · 10, 68

βαλβίδες αντεπιστροφής · 54, 55

βαλβίδες ελέγχου πίεσης · 9, 54, 59

Βαλβίδες ελέγχου ροής · 9, 60

βαλβίδες κατεύθυνσης · 9, 14, 54, 70, 71, 72, 133

βαλβίδες οδήγησης · 7, 8, 9, 14, 17, 29, 53, 54, 55, 56, 59, 60, 62, 67, 70, 71, 72, 75, 131, 132, 133, 135

βαλβίδες οδήγησης δυο συνδέσεων-δυο καταστάσεων · 56

βαλβίδες ρύθμισης παροχής · 60

βαλβίδες ρύθμισης ροής · 8, 75

Βαλβίδες σημάτων · 133

βαλβίδες τύπου εμβόλου · 53, 131

βαλβίδες τύπου πτερυγίου ακροφυσίου · 53
βαλβίδες τύπου τζετ-ακροφυσίου · 53
βηματική απόκριση · 76, 180, 184, 185

Γ

γενικός νόμος αερίων · 10, 130
γραμμικό σύστημα · 146, 148, 149, 159, 170
γραμμικό χρονικά αμετάβλητο σύστημα · 8, 95, 97, 100, 178

Δ

διάνυσμα αρχικών συνθηκών · 79, 85, 88, 97, 105, 112
διάνυσμα εξόδων · 174
διάνυσμα κατάστασης · 79, 85, 88, 95, 96, 105, 124, 146, 158, 175
διατμητική τάση · 17, 20, 27
διαφορικές εξισώσεις · 25, 75, 76, 79, 83, 84, 85, 87, 88, 99, 145, 158, 159, 165, 173
δυναμικό σύστημα · 30, 99, 173

Ε

ειδική βαρύτητα · 18
ειδικό βάρος · 7, 17, 18, 23, 24, 34
ειδικός όγκος · 18
είσοδος · 75, 77, 78, 79, 85, 88, 95, 105, 130, 163, 164, 175, 179
Ελεγκτές ασυμππττικής ακολούθησης αυθαίρετων σημάτων · 10, 97, 99
Ελεγκτές ασυμππττικής ακολούθησης σταθερών σημάτων · 10, 95, 97
Ελεγκτές τριών όρων (PID) · 10, 100, 148
ελεγκτής ανατροφοδότησης κατάστασης · 96, 179, 181
ελέγξιμο · 96, 98, 99, 175, 178
ελεγκσιμότητα · 175
έμβολα απλής ενέργειας · 7, 8, 10, 14, 17, 40, 46, 60, 75, 131, 132, 141
έμβολα διπλής ενέργειας · 8, 75
έμβολο · 9, 13, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22, 30, 33, 35, 45, 48, 49, 50, 54, 56, 57, 63, 66, 71, 72, 75, 76, 77, 78, 80, 83, 130, 131, 132, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 145, 147, 164, 165, 177
ενεργή ανάρτηση · 7, 157
εξισώσεις (Navier-Stokes) · 24, 25
εξισώσεις Euler · 24
εξίσωση Darcy-Weisbach · 22
εξίσωση της συνέχειας · 7, 25, 26, 27, 28, 29, 66, 69
εξίσωση του Bernoulli · 27
έξοδος · 58, 59, 75, 78, 79, 85, 86, 88, 95, 105, 134, 167
εξωτερικές διαταραχές · 8, 95, 145
εξωτερικής αντλίας οδοντωτών τροχών · 42
επαυξημένο σύστημα · 96, 98, 99, 106, 112, 124, 160
επιθυμητό πολωνύμο · 96, 98, 182
επιφάνεια εμβόλου · 80, 106, 127
ευστάθεια · 83, 89, 96, 99, 102, 119
ευσταθειοποίηση · 8, 101, 104
ευσταθειοποίηση σε περιοχή · 10, 104

Η

ηλεκτροδραυλικός ενεργοποιητής · 157, 163

I

ιδανική αντλία · 39, 42, 47
ιξώδες · 17, 20, 21, 22, 24, 25, 28, 50

K

καταστάσεις του συστήματος · 88
καταστατική εξίσωση των ρευστών · 7, 17, 23
κέρδος ροής · 68, 83
κινηματική συνεκτικότητα · 21
κινηματικό ιξώδες · 22
κλειστός βρόχος · 8, 11, 14, 15, 53, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 104, 106, 107, 108, 109, 111, 112, 115, 118, 119, 120, 121, 124, 125, 126, 148, 152, 154, 155, 160, 162, 163, 167, 169, 170, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182

Λ

λογισμικό MATHEMATICA · 8, 186
λογισμικό MATLAB · 8, 11, 107, 114, 173, 180

M

μάζα · 17, 24, 25, 29, 31, 32, 78, 79, 83, 84, 91, 126, 129, 130, 145, 157, 158, 165, 177
μαθηματικά μοντέλα πνευματικών ενεργοποιητών · 8
μαθηματικά μοντέλα υδραυλικών κινητήρων · 7, 9, 39, 44
μαθηματική ανάλυση υδραυλικών αντλιών · 9, 40
μεταβατικός πίνακας · 80
μετασχηματισμός Laplace · 77, 80, 82, 86, 100, 112, 174
μηχανική ισχύς · 39, 45
μοναδιαίο διάνυσμα στήλης · 98
μοντελοποίηση Βαλβίδας – Εμβόλου απλής ενέργειας · 10, 75
μοντελοποίηση Βαλβίδας – εμβόλου απλής ενέργειας με ελατήριο · 78
μοντελοποίηση Βαλβίδας – Εμβόλου διπλής ενέργειας · 83
μοντελοποίηση Βαλβίδας – Υδραυλικού Κινητήρα · 87
μοντελοποίηση στο πεδίο του χρόνου · 10, 75, 78, 83, 87
μοντελοποίηση Υδραυλικών Ενεργοποιητών · 10, 75

N

νόμος του Newton · 84
Νόμος Gay-Lussac · 10, 129
νόμος ανατροφοδότησης κατάστασης · 98, 178

O

ογκομετρική μετατόπιση · 7, 39, 40, 41, 45, 48, 49, 51, 87
όγκος · 7, 17, 18, 23, 24, 29, 30, 31, 39, 76, 78, 88, 129, 130, 139, 140, 143, 145, 147, 159, 165, 177
όγκος ελέγχου · 13, 24, 29
όγκος ρευστού · 13, 32, 34, 80, 105

Π

παρατηρησιμότητα · 175
παροχή βάρους · 24, 25
παροχή μάζας ρευστού · 24
παροχή όγκου · 24, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 63, 64, 66
παροχή ρευστού · 24
πεδίο της μιγαδικής συχνότητας · 8, 10, 75, 77, 82, 85, 89, 100, 174, 176
πεδίο του χρόνου · 8, 75, 91, 112
περιστροφική αντλία · 41
πίεση · 7, 17, 18, 19, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 33, 34, 41, 42, 44, 45, 47, 50, 51, 53, 55, 56, 58, 59, 60, 66, 68, 69, 72, 73, 79, 126, 129, 130, 131, 132, 139, 140, 141, 142, 145, 159, 164, 165
πίνακας Routh · 83, 90, 153
πίνακας ελεγχιμότητας · 96, 98, 178
πίνακες · 80, 82, 85, 89, 95, 102, 105, 106, 112, 124, 146, 160, 179, 180, 181, 186
πνευματική βαλβίδα 3/2 · 15, 134, 135
πνευματική βαλβίδα 5/2 · 15, 135
πνευματικό φρένο οχήματος · 8, 157
πνευματικός ενεργοποιητής · 7, 145, 155
πνευματικό φρένο · 11, 169
πόλοι συστήματος · 86, 96, 98, 169, 178, 182
προσομοίωση Δυναμικών Συστημάτων · 11, 173
πτερυγική αντλία · 43
πυκνότητα · 7, 9, 17, 18, 21, 22, 23, 24, 26, 28, 29, 31, 34, 35, 36, 50, 67, 69, 129, 165

Ρ

ρευστό · 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 39, 40, 42, 43, 45, 53, 54, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 66, 70, 71, 75, 78, 165
ροή · 7, 9, 17, 21, 22, 23, 25, 27, 28, 29, 31, 32, 34, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 53, 55, 56, 57, 59, 60, 62, 66, 68, 69, 70, 71, 75, 76, 78, 83, 84, 87, 126, 132, 134, 139, 164, 177
ροή ρευστού σε στόμια – μικρά ανοίγματα · 27
ροή σε σωλήνα · 25
ροπή · 40, 41, 44, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 73, 88

Σ

σημείο συνεσταλμένης διατομής · 27
σταθερά απόσβεσης · 84, 157
σταθερά ελατηρίου · 80
συνάρτηση μεταφοράς · 77, 78, 82, 86, 89, 97, 100, 106, 119, 124, 162, 167, 174, 176, 177, 179
συντελεστής εκφόρτισης · 28
Συντελεστής διαρροής · 80
συντελεστής θερμικής διαστολής · 23
συντελεστής ροής – πίεσης · 70, 80, 83, 87
συντελεστής ροής μετατόπισης · 80, 106
συντελεστής συμπίεσότητας · 23
σύστημα ανοικτού βρόχου · 15, 77, 82, 83, 86, 89, 95, 96, 97, 100, 148, 161, 167, 169, 170, 174, 175, 176, 179, 180, 181, 184, 185
σύστημα κλειστού βρόχου · 96, 148, 163, 168, 170, 176, 177, 178, 181
σύστημα μέτρησης παροχής όγκου · 33
σφάλμα ακολούθησης · 97
σχεδιασμός ελεγκτών ασυμπτωτικής ακολούθησης αυθαίρετα ορισμένων σημάτων · 8
σχεδιασμός ελεγκτών ασυμπτωτικής ακολούθησης εντολής · 95
σχεδιασμός ελεγκτών ασυμπτωτικής ακολούθησης σταθερών σημάτων · 8
σχεδιασμός ελεγκτών τριών όρων με τεχνικές ευσταθειοποίησης · 8

T

ταχύτητα ρευστού · 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 34, 48, 50, 63, 65

Υ

υδραυλικά ανυψωτικά συστήματα · 32
υδραυλικά συστήματα · 17, 20, 21, 39, 40, 53, 54, 59, 60, 95
υδραυλικές αντλίες · 39
υδραυλικές βαλβίδες ρύθμισης ροής · 9, 53
υδραυλική αδράνεια · 31
υδραυλική αντίσταση · 32
υδραυλική βαλβίδα 3/2 κανονικά ανοικτή · 13, 58
υδραυλική ισχύ · 44
υδραυλική ισχύς · 40, 45
Υδραυλική χωρητικότητα · 29, 127
υδραυλικής ενεργούς ανάρτησης · 8
υδραυλικοί ενεργοποιητές · 7
υδραυλικοί κινητήρες · 39, 44
υδραυλικός κινητήρας θετικής σταθερής μετατόπισης · 45

Φ

φυσική ιδιοσυχνότητα · 86, 112

Χ

χαρακτηριστικό πολυώνυμο · 82, 86, 89, 100, 106, 112, 118, 119, 124, 148, 160, 175, 176, 177, 179, 180
χώρος κατάστασης · 79, 85, 88, 95, 99, 114, 126, 146, 158, 159, 166, 173, 175, 176, 178, 179, 180, 181, 182, 186