

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΑΕΝ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΕΞΑΜΗΝΟΥ  
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Π. ΧΑΔΑΛΗΣ  
9-2-15

1) Η κατανάλωση σε λίτρα ανά 100 χιλιόμετρα ενός κινητήρα, όταν αυτός λειτουργεί, με  $x$  χιλιάδες στροφές ανά λεπτό, δίνεται από την συνάρτηση

$$f(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - x + 10 \quad \text{όπου } 1 < x < 5$$

α) Να βρείτε την τιμή του  $x$  για την οποία έχουμε την μικρότερη κατανάλωση, καθώς επίσης και πόση είναι η κατανάλωση αυτή.

β) Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της κατανάλωσης του αυτοκινήτου για  $x=2$  και για  $x=4$ ;

2) Από μια δεξαμενή βυθισμένου πλοίου διαρρέει πετρέλαιο. Ο όγκος του πετρελαίου, σε λίτρα, που απομένει στη δεξαμενή,  $t$  ώρες μετά την έναρξη της διαρροής, δίνεται από τον τύπο  $V(t)=50 \cdot (80-t)^2$ . α) Να βρείτε το ρυθμό μείωσης του όγκου του καυσίμου στη δεξαμενή μετά από δέκα ώρες και μετά από πενήντα ώρες. β) Να υπολογίσετε το πόσο χρόνο θα αδειάσει η δεξαμενή. γ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μείωσης του όγκου του καυσίμου στη δεξαμενή δέκα ώρες πριν αυτή αδειάσει.

3) Ακυβέρνητο πλοίο βρίσκεται στο πέλαγος. Δορυφόρος θεωρώντας σαν άξονες ορθογωνίων συντεταγμένων τις πλησιέστερες ακτές  $x$  και  $y$  μας δίνει ότι το μοντέλο κίνησης του πλοίου είναι  $z=x^2y^3+xy-x^2y-xy^4=10$ . Να βρεθούν ΟΙ ΣΥΓΕΤΙΚΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ που πλησιάζει το πλοίο τις ακτές  $x$  και  $y$ .

(Υπόδειξη: α)  $\frac{dy}{dx} =$       β)  $\frac{dx}{dy} =$       )

4) Έστω το ηλεκτρικό κύκλωμα, το οποίο η τάση  $V$  δίνεται από τον τύπο  $V=I \cdot R$ . Αν η τάση  $V=V(t)$  μειώνεται σταδιακά, καθώς τελειώνει η μπαταρία, και η αντίσταση  $R=R(t)$  του κυκλώματος αυξάνεται λόγω θερμάνσεως, τότε χρησιμοποιώντας τη

σχέση  $\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial I} \frac{dI}{dt} + \frac{\partial V}{\partial R} \frac{dR}{dt}$  να βρείτε πώς μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος

$I=I(t)$  τη στιγμή κατά την οποία έχουμε τις επόμενες τιμές,  $R=500\Omega$ ,  $I=0,04A$ ,  $(dR/dt)=0,5\Omega/s$  και  $(dV/dt)=-0,01V/s$

5) Το μεσημέρι ένα ιστιοφόρο βρίσκεται 20km βορείως ενός φορτηγού πλοίου. Το ιστιοφόρο ταξιδεύει νότια με 40km την ώρα και το φορτηγό ανατολικά με 20 km την ώρα. Αν η ορατότητα είναι 10 km στην περιοχή, οι άνθρωποι των δύο πλοίων θα έχουν οπτική επαφή σε κάποια στιγμή;