

1) Η θέση ενός εμβόλου μιας νηζελομηχανής δίνεται από τον τύπο $f(t) = \text{συν}t$ (όπου t χρόνος).

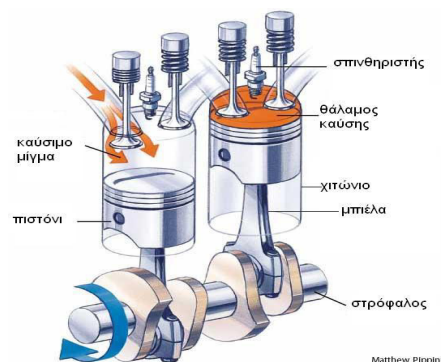
α) Να βρεθεί ο χρόνος που το έμβολο αποκτά τη μέση ταχύτητα μεταξύ $t=0$ και $t=\pi/2$ και

ποια είναι αυτή

β) Να βρεθεί ο χρόνος που το έμβολο αποκτά τη μέση επιτάχυνση μεταξύ $t=0$ και $t=\pi/2$ και

ποια είναι αυτή

Υπόδειξη , $2/\pi = 0,637$, $0,637 \approx \eta\mu(2\pi/9)$, $0,637 = \text{συν}(5\pi/18)$



2) Μια δεξαμενή σχήμα κυλίνδρου με ακτίνα βάσης 2 μέτρα και ύψος 8 μέτρα, είναι γεμάτη πετρέλαιο και αδειάζει με ρυθμό 100 λίτρα το min.

Να βρείτε το ρυθμό με τον οποίο κατεβαίνει η στάθμη του πετρελαίου.

Υπόδειξη $V'(t) = (\pi r^2 h(t))'$



3) Πλοίο περνάει σε απόσταση 80 μέτρων από ένα φάρο. Το πλοίο έχει ταχύτητα 100 μέτρα το min.

Να βρείτε το χρόνο που θα χαθεί από τα μάτια του φανοφύλακα όταν η ορατότητα είναι 900 μέτρα.

Υπόδειξη (Ορθογώνιο τρίγωνο)



4) Η θέση ενός εμβόλου μιας νηζελομηχανής δίνεται από τον τύπο $f(t) = \eta\mu t$ (όπου t χρόνος)

A) Να αποδείξετε ότι ισχύει $|f(t_2) - f(t_1)| \leq |t_2 - t_1|$ για κάθε χρόνο $t_2, t_1 > 0$

(Το μέτρο της μετατόπισης του εμβόλου είναι μικρότερο ή ίσο από το μέτρο της διαφοράς των αντίστοιχων χρόνων) και γενικά

B) Να αποδείξετε ότι ισχύει $|f(t)| \leq |t|$ για κάθε χρόνο $t > 0$



5) Μια πλατφόρμα αντλήσεως πετρελαίου βρίσκεται στη θάλασσα και απέχει από την ακτή 10 μίλια. Η πλατφόρμα πρέπει να συνδεθεί με ένα διυλιστήριο που βρίσκεται σε απόσταση 25 μίλια κατά μήκος της ακτής από το κάθετο σημείο της πλατφόρμας αντλήσεως πετρελαίου από την ακτή, (δεδομένου ότι η πλατφόρμα βρίσκεται πάνω στον άξονα $y=10$ ενός συστήματος ορθογωνίου συντεταγμένων και το διυλιστήριο στον άξονα $x=25$ των ορθογωνίων συντεταγμένων). Η σύνδεση γίνεται υποθαλάσσια με έναν αγωγό ω μίλια και έναν επίγειο αγωγό ϕ μίλια. Το κόστος του υποθαλάσσιου αγωγού είναι 20.000 € ανά μίλι και του επίγειου αγωγού 10.000 € ανά μίλι. Να βρείτε πόσο πρέπει να είναι το μήκος ω του υποθαλάσσιου αγωγού και το μήκος ϕ του επίγειου αγωγού ώστε το κόστος σύνδεσης να είναι ελάχιστο.

