

A) 1) Η σχέση ανάμεσα στο χρόνο t , και στην αξία πώλησης y ενός πλοίου, δίνεται από τον τύπο $z = yt^3 - y^2t + t^5 = 0$. Να υπολογιστεί η ταχύτητα μείωσης της αξίας του πλοίου, συνάρτηση του χρόνου.

Υπόδειξη $v = \frac{dy}{dt} = - \frac{\frac{\partial z}{\partial t}}{\frac{\partial z}{\partial y}}$



2) Γράψε το σωστό τύπο

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g' \quad , \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(e^x)' = e^x \quad , \quad (f^v)' = v \cdot f^{v-1} \cdot f'$$

$$(x^v)' = v x^{v-1}$$

$(\eta\mu\chi)' = \sigma\upsilon\nu\chi$
 $[\eta\mu(f(x))]' = [\sigma\upsilon\nu(f(x))] \cdot (f(x))'$
 $(\sigma\upsilon\nu\chi)' = -\eta\mu\chi$
 $[\sigma\upsilon\nu(f(x))]' = [-\eta\mu(f(x))] \cdot (f(x))'$

(Μονάδες 4)

B) Σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα (φακό), η τάση V δίνεται από τον τύπο $V = I \cdot R$. Αν η τάση $V = V(t)$ μειώνεται σταδιακά, καθώς τελειώνει η μπαταρία, και η αντίσταση $R = R(t)$ του κυκλώματος αυξάνεται λόγω θερμάνσεως, τότε χρησιμοποιώντας τη σχέση $\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial I} \frac{dI}{dt} + \frac{\partial V}{\partial R} \frac{dR}{dt}$ να βρείτε την ταχύτητα μείωσης της τάσης $\frac{dV}{dt}$ τη στιγμή κατά την οποία έχουμε:

(ταχύτητα ένταση του ρεύματος) $\frac{dI}{dt} = -\frac{3}{50000} \text{ A/s}$, $R = 500\Omega$, $I = 0,04\text{A}$, και $(dR/dt) = 0,5\Omega/s$

(Μονάδες 2)

Γ) Δίνεται η συνάρτηση $y = \eta\mu 4t$ που αντιπροσωπεύει την κίνηση εμβόλου μηχανής. Να βρεθεί

1. η ταχύτητα, και η επιτάχυνση του, κατά μέτρο (μέγιστη --- ελάχιστη)

2. οι στροφές ανά sec. $\sigma = \frac{1}{T}$

3. το μήκος των κυλίνδρων .

4. η ορμή των εμβόλων (έστω m η μάζα κάθε εμβόλου) $J = m \cdot v$

5. μέγιστη η ορμή των εμβόλων $J_{\max} = m \cdot v_{\max}$

6. δύναμη F κάθε εμβόλου $F = m \cdot a$

7. μέγιστη δύναμη F κάθε εμβόλου $F_{\max} = m \cdot a_{\max}$

8. το έργο κάθε εμβόλου $W = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$

9. ισχύς κάθε εμβόλου $I = \frac{W}{T}$

10. Να βρεθούν οι μέγιστες ροπές που δέχονται οι άξονες των στροφάλων

$P_{\max} = F_{\max} \cdot \rho$ (ρ μήκος του μισού κυλίνδρου)

Υπόδειξη $y = \rho\eta\mu\omega t$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

(Μονάδες 2)

Δ) Η θέση ενός εμβόλου μιας νηζελομηχανής δίνεται από τον τύπο $y = \rho\eta\mu\omega t$ για κάθε χρονική στιγμή t . Το μήκος του κυλίνδρου της μηχανής είναι 40cm. Την χρονική στιγμή μηδέν το έμβολο περνά από το μέσο του κυλίνδρου. Όπου $T = 10\text{s}$.

α) Να υπολογισθεί ο χρόνος από το μέσο του κυλίνδρου μέχρι την στιγμή της έκρηξης του καυσίμου όταν αυτή γίνεται στα 5 cm αφότου το έμβολο επιστρέφει από το άνω νεκρό σημείο .

β) Στο ίδιο χρόνο να βρεθεί η ταχύτητα και η επιτάχυνση του εμβόλου.

Υπόδειξη (γράφημα συνάρτησης κίνησης)

$\eta\mu(13\pi/18) = 3/4$, $\eta\mu(5\pi/18) = 3/4$, $\sigma\upsilon\nu((13\pi)/18) = -0,643$

(Μονάδες 2)

