

1) Ακυβέρνητο πλοίο βρίσκεται στο πέλαγος. Δορυφόρος θεωρώντας σαν άξονες ορθογωνίων συντεταγμένων τις πλησιέστερες ακτές x και y μας δίνει ότι το μοντέλο κίνησης του πλοίου είναι  $z=x^2y^3+xy-x^2y-xy^4=10$ . Να βρεθούν οι σχετικές ταχύτητες που πλησιάζει το πλοίο τις ακτές x και y.

(Υπόδειξη: α) αντίστοιχα  $\frac{dy}{dx} =$  β)  $\frac{dx}{dy}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 1,5

2) Η απόδοση μιας συγκεκριμένης θερμικής μηχανής (εισόδου-εξόδου) τη χρονική στιγμή t δίνεται από τον τύπο  $E(t) = 3 - \frac{2T_{out(t)}}{5T_{in(t)}}$  όπου  $T_{in(t)}$  θερμοκρασία εισόδου και  $T_{out(t)}$  θερμοκρασία εξόδου. Εάν  $T_{in(t)}$  μειώνεται με ρυθμό  $6^\circ \text{C/min}$  και  $T_{out(t)}$  αυξάνεται με ρυθμό  $10^\circ \text{C/min}$ . Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της απόδοσης της μηχανής.

(Υπόδειξη,  $f(x(t), y(t)) = 3 - \frac{2x(t)}{5y(t)}$ , όπου,  $x(t) = T_{out(t)}$ ,  $y(t) = T_{in(t)}$ )

ΜΟΝΑΔΕΣ 1,5

3) Δύο ηλεκτρικές αντιστάσεις  $R_1, R_2$  βρίσκονται σε παράλληλη σύνδεση, απότο η ολική αντίσταση R δίνεται από τη σχέση  $(1/R) = (1/R_1) + (1/R_2)$ . Να υπολογίσετε την  $\frac{\partial R}{\partial R_1}$ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 1,5

4) Δίνεται η θέση εμβόλου  $y = r \sin \omega t$ . Να βρεθούν τα σημεία του κυλίνδρου αλγεβρικά και γραφικά.

- α) όπου το έμβολο αποκτά τη μέγιστη - ελάχιστη ταχύτητα  
β) όπου το έμβολο αποκτά τη μέγιστη - ελάχιστη επιτάχυνση

ΜΟΝΑΔΕΣ 1,5

5) ΓΡΑΨΕ ΣΤΗ ΚΟΛΛΑ ΣΟΥ ΤΙΣ ΣΩΣΤΕΣ ΜΟΝΟ ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΣΧΕΣΕΙΣ

Διαφορικό του x

$$dx = x - x_0$$

Διαφορικό της f(x)

$$df(x) = f'(x)dx$$

Κατά προσέγγιση μεταβολή της f(x)

$$f(x + \Delta x) - f(x) \approx f'(x)dx$$

ΣΥΝΕΧΙΖΕΤΑΙ ΣΤΗ ΠΙΣΩ ΣΕΛΙΔΑ=====

**ΜΕΡΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ**

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial \omega}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial \omega}$$

**ΟΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ**

$$f(x(t), y(t), \dots, \omega(t))$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \dots + \frac{\partial f}{\partial \omega} \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

**ΟΛΙΚΟ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ**

$$f(x, y, \dots, \omega)$$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots + \frac{\partial f}{\partial \omega} d\omega$$

**ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗ ΠΕΠΛΕΓΜΕΝΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ**

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{\frac{\partial z}{\partial x}}{\frac{\partial z}{\partial y}}$$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4**