

## ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Για να περιγράψουμε ένα **φυσικό φαινόμενο** (π.χ κίνηση πλοίου), χρησιμοποιούμε τα **φυσικά μεγέθη** (π.χ ταχύτητα  $u$  ).

**Μέτρηση** ενός φυσικού μεγέθους είναι η σύγκριση με ένα ομοειδές μέγεθος που έχει οριστεί ως **μονάδα μέτρησης**

( π.χ  $u = 5 \text{ m/sec} =$  τιμή φυσικού μεγέθους ).

μέτρο (αριθμητική τιμή) μονάδα μέτρησης

τιμή = μέτρο + μονάδα

## ΜΟΝΑΔΕΣ

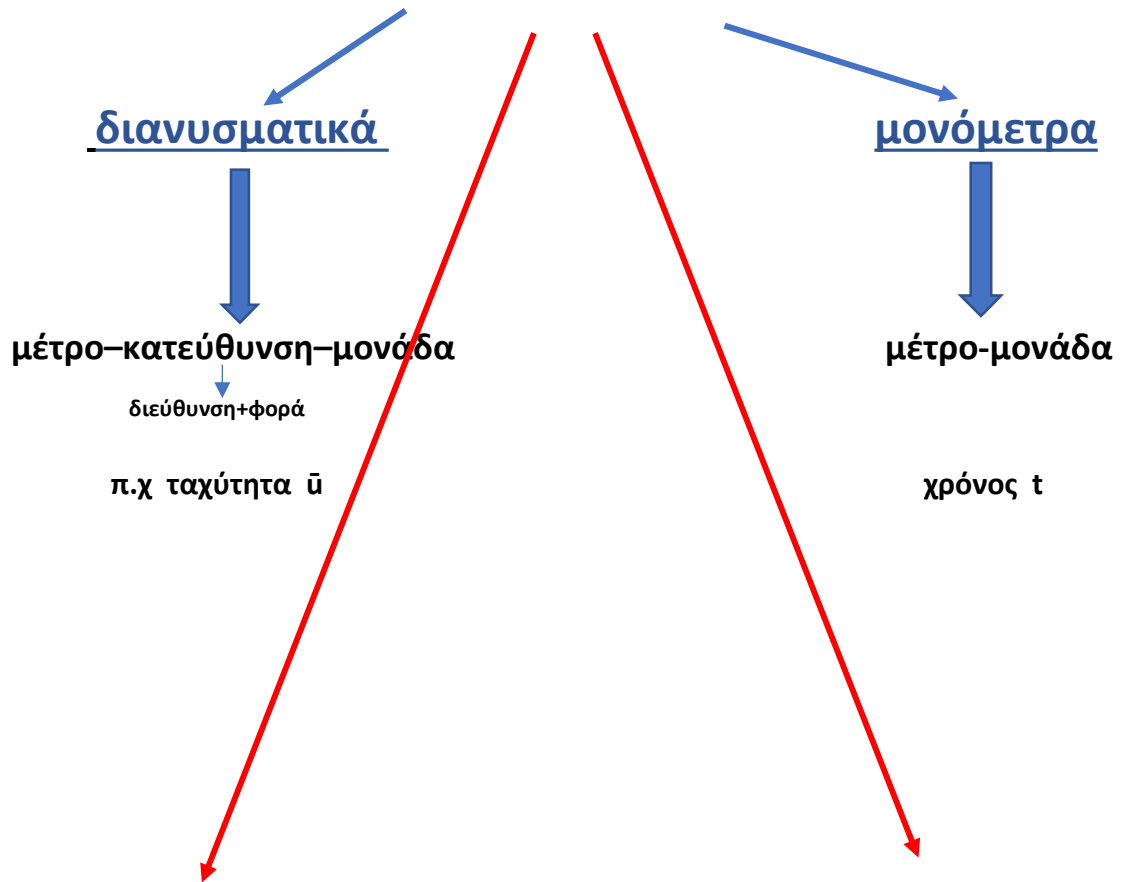
ΜΗΚΟΥΣ - ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ - ΟΓΚΟΥ

μια διάσταση    δύο διαστάσεις    τρεις διαστάσεις

| SI             |           | m                | m <sup>2</sup>    | m <sup>3</sup>                            |
|----------------|-----------|------------------|-------------------|---|
| πολλαπλάσια    | k (kilo)  | 10 <sup>3</sup>  | 10 <sup>6</sup>   | 10 <sup>9</sup>                           |
| υποπολλαπλάσια | d(deca)   | 10 <sup>-1</sup> | 10 <sup>-2</sup>  | 10 <sup>-3</sup> (L)                      |
|                | c(centi)  | 10 <sup>-2</sup> | 10 <sup>-4</sup>  | 10 <sup>-6</sup><br>ml=10 <sup>-3</sup> L |
|                | m(milli)  | 10 <sup>-3</sup> | 10 <sup>-6</sup>  | 10 <sup>-9</sup>                          |
|                | μ( micro) | 10 <sup>-6</sup> | 10 <sup>-12</sup> | 10 <sup>-18</sup>                         |



# φυσικά μεγέθη



## θεμελιώδη

ορίζονται αυθαίρετα

π.χ μήκος ( $l$ ), χρόνος ( $t$ ),  
μάζα ( $m$ )

## παράγωγα

ορίζονται με απλές μαθηματικές  
σχέσεις από τα παράγωγα

π.χ ταχύτητα  $u = l/t$ ,  
όγκος  $V = \text{μήκος}^3$ ,  
πυκνότητα  $\rho = \text{μάζα } m / \text{όγκο } V$

ομοίως χωρίζονται και οι μονάδες μέτρησης σε θεμελιώδεις ( $m, s, kg$ )  
και παράγωγες ( $m/s, m^3, kg/m^3, \text{knot} = \text{v.μ} / \text{ώρα}, 0,5 \approx m/s$ )

## ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΜΟΝΑΔΕΣ SI

| Μέγεθος                    | Μονάδα             |         |
|----------------------------|--------------------|---------|
|                            | Ονομασία           | Σύμβολο |
| Μήκος                      | μέτρο              | m       |
| Μάζα                       | χιλιόγραμμα        | kg      |
| Χρόνος                     | δευτερόλεπτο       | s       |
| Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος | Ampere             | A       |
| Απόλυτη θερμοκρασία        | Kelvin             | K       |
| Ποσότητα ύλης              | γραμμομόριο (mole) | mol     |
| Φωτεινή ένταση             | candela            | cd      |

### ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΣΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

#### **Συστηματικά**

Οφείλονται σε ελαττώματα των οργάνων,  
στην πειραματική μέθοδο ή στον παρατηρητή.  
Διορθώνονται.

#### **Τυχαία**

Οφείλονται σε απρόβλεπτους  
παράγοντες.  
Δεν αποφεύγονται.  
Μειώνεται η επίδρασή τους  
με τη λήψη πολλών μετρήσεων  
και τον υπολογισμό της μέσης τιμής.

## ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ

Σημαντικά καλούνται τα ψηφία ενός αριθμού τα οποία θεωρούνται σωστά χωρίς αμφιβολία. Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων που προέρχονται από μία μέτρηση εξαρτάται αφενός από την ακρίβεια του οργάνου μέτρησης και αφετέρου από τις ικανότητες του ατόμου που παίρνει τις μετρήσεις.

Πρέπει ο αρμόδιος για τις μετρήσεις να καταγράφει τόσα ψηφία, όσα του επιτρέπει το όργανο μέτρησης και αντιστρόφως, δεν πρέπει να καταγράφει περισσότερα σημαντικά ψηφία από όσα επιτρέπει το όργανο μέτρησης.

Όταν κάνουμε θεωρητικούς υπολογισμούς διευκολύνει αν αναφέρεται πόσα ψηφία θεωρούνται σημαντικά.

### **Παραδείγματα:**

1. Οι αριθμοί 2,63 -  $2,63 \cdot 10^2$  - 02,63 - 2630 έχουν 3 σημαντικά ψηφία (SF)
2. Οι αριθμοί 2,630 - 2,603 - 20,63 έχουν 4 σημαντικά ψηφία

➤ Το μηδέν είναι σημαντικό όταν κρατά κενή θέση , δηλαδή δεν μπορεί να γραφεί σαν δύναμη του δέκα.

- |         |      |
|---------|------|
| 3. 4002 | 4 SF |
| 40,002  | 5 SF |
| 40000   | 1 SF |
| 0,00402 | 3 SF |
| 0,04020 | 4 SF |

## ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Δύναμη είναι το αίτιο που προκαλεί τη μεταβολή της κινητικής κατάστασης ενός σώματος ή την παραμόρφωσή του.

Είναι μέγεθος διανυσματικό. Για να οριστεί πλήρως απαιτούνται:

μέτρο – διεύθυνση- φορά – σημείο εφαρμογής.

Μονάδες:

SI (διεθνές σύστημα)  $N$  (Newton) =  $kg\ m/s^2$

ΤΣ (τεχνικό σύστημα)  $1kp = 9,81\ N$

Είδη δυνάμεων:

A) **Εξ επαφής** : τριβή , άνωση, αντίδραση επιπέδου, δύναμη ελατηρίου κ.ά

**Εξ αποστάσεως** (ή δυνάμεις πεδίου): βαρύτητας,  
ηλεκτρικές, ηλεκτρομαγνητικές κ.ά

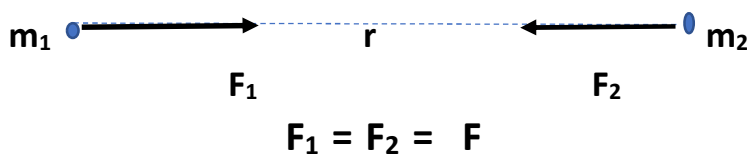
B) **Συντηρητικές**: Το έργο που παράγουν ή καταναλώνουν **δεν εξαρτάται** από τη διαδρομή που ακολουθούν (π.χ βάρος)

**Μη συντηρητικές**: Το έργο που παράγουν ή καταναλώνουν **εξαρτάται** από τη διαδρομή που ακολουθούν (π.χ τριβή)

## ΝΟΜΟΣ ΠΑΓΚΟΣΜΙΑΣ ΕΛΞΗΣ (του Νεύτωνα)

Μεταξύ δύο σημειακών μαζών  $m_1$  και  $m_2$  που βρίσκονται σε απόσταση  $r$ , αναπτύσσεται ελκτική, βαρυτική δύναμη που βρίσκεται πάνω στην ευθεία που ενώνει τις δύο μάζες (κεντρική δύναμη) και έχει μέτρο:  $F = G (m_1 * m_2) / r^2$  (1)

όπου  $G = 6,673 \times 10^{-11} \text{ N} \times \text{m}^2 \times \text{kg}^{-2}$  η σταθερά παγκόσμιας έλξης, που εξαρτάται μόνο από το σύστημα μονάδων.



- Σημειακή καλείται μία μάζα χωρίς διαστάσεις
- Ο νόμος ισχύει και για σφαιρικά σώματα ή για σώματα οποιουδήποτε σχήματος αρκεί να βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση, ώστε να θεωρηθούν σημειακά.

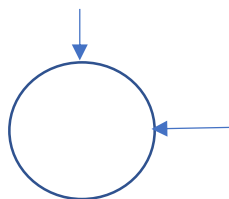
Άρα μπορούμε να τον εφαρμόσουμε για την περίπτωση ενός σώματος μάζας  $m$  που βρίσκεται σε απόσταση  $R$  από το κέντρο της γης :

$$F = G (m M_{\Gamma}) / R^2, \text{ όπου } M_{\Gamma} \text{ η μάζα της γης (2)}$$

Η δύναμη αυτή ,με την οποία η γη έλκει ένα σώμα μάζας  $m$  που βρίσκεται σε απόσταση  $R$  από το κέντρο της, λέγεται **βάρος (B)** του σώματος, είναι κατακόρυφη , με φορά προς το κέντρο της γης.

$$(2) \quad \longrightarrow \quad B = m * g, \text{ όπου}$$

$$g = G * M_{\Gamma} / R^2 \quad \text{η επιτάχυνση βαρύτητας (βαρυτική)}$$



## Μεταβολές του B και του g

Αν το σώμα μάζας  $m$  βρίσκεται στην επιφάνεια της γης  $R = R_{\Gamma} =$  ακτίνα της γης.

A) Με το ύψος: Όσο αυξάνεται το ύψος  $h$ , μεγαλώνει ο παρονομαστής  $R = R_{\Gamma} + h$  και μειώνεται το  $g$  και το  $B$ .

B) Με το γεωγραφικό πλάτος: Η γη είναι πεπλατυσμένη, άρα

$$R_{\text{πόλους}} < R_{\text{ισημερινό}} \implies g_{\pi} (9,83 \text{ m/s}^2) > g_{\text{ισημ}} (9,78 \text{ m/s}^2)$$

και  $B_{\pi} > B_{\text{ισημ}}$

❖ Προσοχή να μην συγχέονται το βάρος  $B$  και η μάζα  $m$  ενός σώματος.

- Το βάρος είναι δύναμη – διανυσματικό μέγεθος -αλλάζει με το γ.π ή το υψόμετρο - μονάδα N (στο SI)
- Η μάζα είναι μονόμετρο μέγεθος - μένει σταθερή – μονάδα kg. Αποτελεί μέτρο της αδράνειας ενός σώματος και γι' αυτό ονομάζεται μάζα αδράνειας.



Πυκνότητα – ειδικό βάρος – συντελεστής στοιβασίας  
Ορισμοί και οι μεταξύ τους σχέσεις

**Πυκνότητα** (density  $d$ ) :  $d = m / V$  μονάδα  $\text{kg}/\text{m}^3$

-----

**Ειδικό βάρος** (specific gravity  $SG$ ):  $SG = B / V$  μονάδες  
 $\text{N}/\text{m}^3$ ,  $\text{MT}/\text{m}^3$ ,  $\text{Kp}/\text{m}^3$

$\text{MT} = 1000\text{Kp}$  ( $1\text{Kp}=9,81 \text{ N}$ , μονάδα δύναμης στο ΤΣ)

$$SG = m g/V = d g$$

-----

**Συντελεστής στοιβασίας**( stowage factor,  $SF$ ):

$$SF = 1/SG = V/B \quad \text{μονάδα } \text{m}^3/\text{MT}$$

$$\text{MT} = 1000\text{Kp} = 9810 \text{ N}$$

-----

**Παραδείγματα:**

1. Μέσα σε ένα αμπάρι έχουμε  $1500 \text{ m}^3$  στάρι, με  $SF=1,4 \text{ m}^3/\text{MT}$ . Ποιο είναι το βάρος του σταριού;  
(  $B = 1071,4 \text{ MT} \approx 1071,4 * 10^4 \text{ N}$  )
2. Ποιο είναι το εκτόπισμα ενός πλοίου, αν ο όγκος υφάλων είναι  $1000\text{m}^3$  και  $SG = 1,015 \text{ MT}/\text{m}^3$  ;  
(  $B = 1015 \text{ MT} = 1015 * 10^4 \text{ N}$  )

## ΤΡΙΒΗ

Τριβή ονομάζεται η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση ενός σώματος.

Αναπτύσσεται ανάμεσα στο σώμα που κινείται ή τείνει να κινηθεί και την επιφάνεια κίνησης ή στήριξης.

Έχει τη διεύθυνση της κίνησης και αντίθετη φορά.

➤ Μέτρο:  $T = \mu N$ , όπου

$\mu$ : συντελεστής τριβής, καθαρός αριθμός που εξαρτάται από το είδος των επιφανειών.

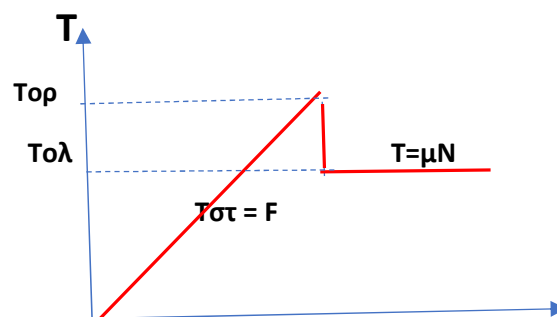
$N$  = κάθετη δύναμη από την επιφάνεια κίνησης ή στήριξης.

➤ Η τριβή δεν εξαρτάται από το εμβαδόν της επιφάνειας επαφής και από την ταχύτητα κίνησης

Διακρίνεται σε:

- Στατική  $T_{στ}$  : πριν ξεκινήσει η κίνηση. Αυξάνεται όσο αυξάνεται και η κινούσα δύναμη.
- Οριακή  $T_{ορ}$  : τη στιγμή που ξεκινά η κίνηση
- Ολίσθησης  $T_{ολ}$  : κατά την κίνηση. Λίγο μικρότερη από την οριακή

$$T_{ορ} = T_{max}$$



## ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ - ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ – ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΗΟΟΚΕ

- **Παραμόρφωση** είναι η αλλαγή των αποστάσεων μεταξύ των στοιχειωδών δομικών λίθων (μόρια, άτομα, ιόντα) ενός στερεού, όταν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις και κατά συνέπεια τάσεις.
- Μια δύναμη  $F$  που ασκείται σε μια επιφάνεια  $A$  προκαλεί μηχανική **τάση**  $\sigma = F/A$ . Δηλαδή τάση (stress) είναι η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας. Αν είναι κάθετη στην επιφάνεια καλείται **ορθή** (normal stress), ενώ αν είναι παράλληλη καλείται **διατμητική** (shear stress).
- **Ελαστικότητα** ονομάζουμε την ιδιότητα ορισμένων σωμάτων να επανέρχονται στο αρχικό τους σχήμα (λόγω των ελαστικών δυνάμεων που αναπτύσσονται στο εσωτερικό τους κατά την παραμόρφωση), όταν πάψουν να ασκούνται οι εξωτερικές δυνάμεις.

Η ελαστικότητα των σωμάτων χαρακτηρίζεται από ένα φυσικό μέγεθος, γνωστό ως **μέτρο ελαστικότητας**. Εξαρτάται από τη φύση του σώματος και τη φύση της παραμόρφωσης.

Τα σώματα που επανέρχονται στο αρχικό τους σχήμα λέγονται **ελαστικά** και η αντίστοιχη **παραμόρφωση ελαστική**.

Αν τα σώματα δεν επανέλθουν στο αρχικό τους σχήμα (**πλαστικά σώματα**), η παραμόρφωση καλείται **πλαστική ή μόνιμη παραμόρφωση**.

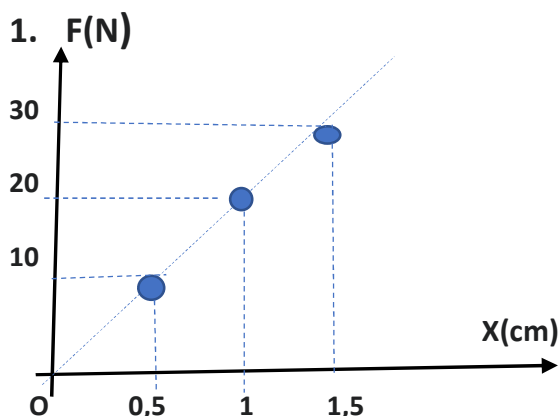
Αυτό συμβαίνει όταν η ελαστικότητα ξεπεράσει το **όριο ελαστικότητας**, το οποίο εξαρτάται από τη φύση του σώματος).

- Αν οι εξωτερικές δυνάμεις ξεπεράσουν το **όριο αντοχής**, το στερεό θραύεται.
- Για μικρές παραμορφώσεις ισχύει ο **νόμος του Hooke**, σύμφωνα με τον οποίον η παραμόρφωση είναι ανάλογη του αίτιου που την προκαλεί.

Μαθηματική έκφραση για ελαστική παραμόρφωση ενός ελατηρίου:  **$F = k x$**  όπου,

- $F$  είναι η εξωτερική δύναμη (τάση) που ασκείται στο ελατήριο
- $k$  η σταθερά του ελατηρίου, που εξαρτάται από το υλικό, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και τη θερμοκρασία του ελατηρίου. Μονάδα στο SI, N/m
- $x$  η επιμήκυνση ή συμπίεση του ελατηρίου δηλαδή η μετατόπιση από τη θέση φυσικού μήκους

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



Από το διάγραμμα του σχήματος, υπολογίστε:

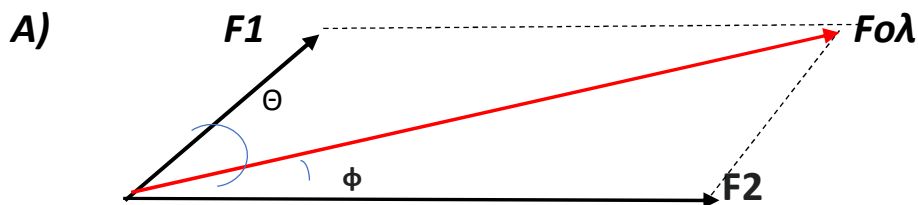
- α) τη σταθερά  $k$  του ελατηρίου β) την επιμήκυνση που θα προκαλέσει δύναμη  $F=15\text{ N}$  γ) τη δύναμη που προκαλεί επιμήκυνση  $0,02\text{m}$

## ΣΥΝΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Συνισταμένη δύο ή περισσότερων δυνάμεων που ασκούνται στο ίδιο σημείο είναι μια δύναμη  $\vec{F}_{ολ}$  που προκαλεί το ίδιο αποτέλεσμα με εκείνο που προκαλούν οι δύο ή περισσότερες δυνάμεις, οι οποίες λέγονται συνιστώσες.

$$\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

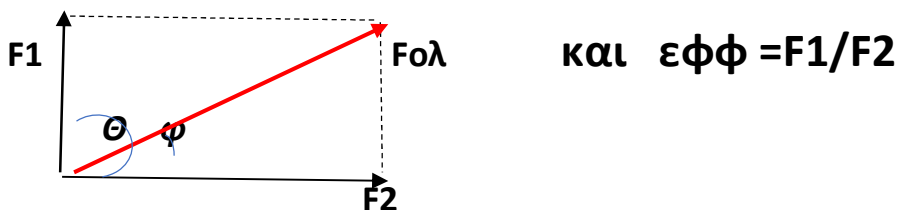
**Εύρεση συνισταμένης:**



$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$

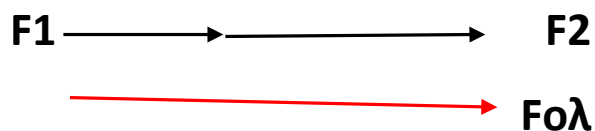
$$\epsilon\phi\phi = F_1 \eta\mu\theta / (F_2 + F_1\cos\theta)$$

B) Αν  $\theta=90^\circ$  επειδή  $\cos 90^\circ=0$ :  $F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$



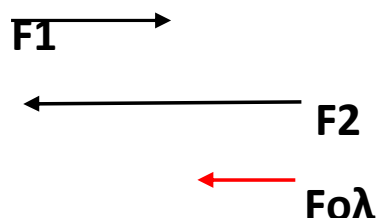
Γ) Αν  $\theta=0^\circ$  (ομόρροπες δυνάμεις) επειδή  $\cos 0^\circ=1$ :

$F_{ολ} = F_1 + F_2$  και  $\epsilon\phi\phi = 0$ , άρα  $\phi=0^\circ$



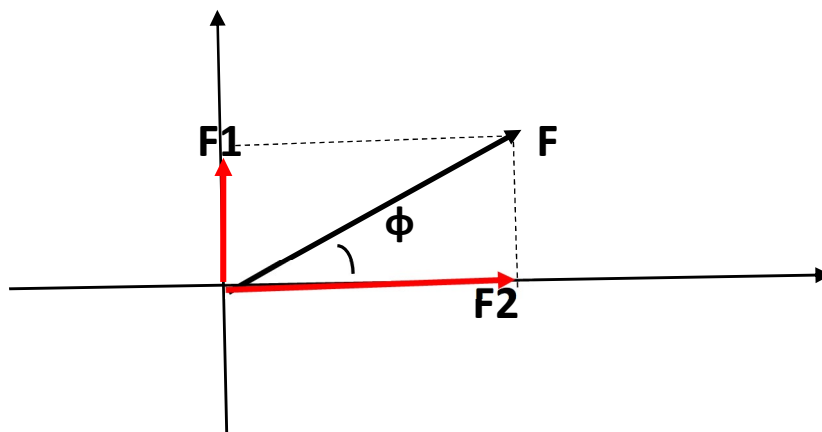
Δ) Αν  $\theta=180^\circ$  (αντίρροπες δυνάμεις) επειδή  $\cos 180^\circ = -1$  :

$F_{ολ} = |F_1 - F_2|$  και  $\epsilon\phi\phi = 0$ , άρα  $\phi = 0^\circ$  ή  $180^\circ$ , έχει τη διεύθυνση της μεγαλύτερης δύναμης.



### **Ανάλυση σε συνιστώσες**

Έστω μια δύναμη  $F$  που σχηματίζει γωνία  $\phi$  με τον άξονα  $x$  και θέλουμε να την αναλύσουμε σε δυο συνιστώσες  $F_1$  και  $F_2$ , κάθετες μεταξύ τους. Σχεδιάζουμε την  $F$  στην αρχή των αξόνων  $x, y$ .



Από την άκρη (βέλος) , φέρνουμε κάθετες στους άξονες. Οι προβολές είναι οι συνιστώσες  $F_1$  και  $F_2$ .

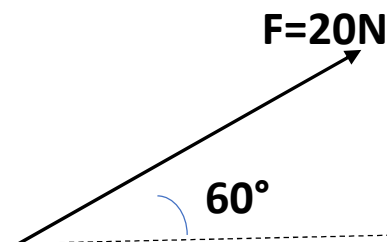
$$F_1 = F \eta\mu\phi \quad \text{και} \quad F_2 = F \sigma\upsilon\nu\phi$$

## Ασκήσεις

1. Αν  $F_1 = 4\text{N}$  και  $F_2 = 3\text{N}$ , να υπολογίστε την  $F_{ολ}$  στις παρακάτω περιπτώσεις:

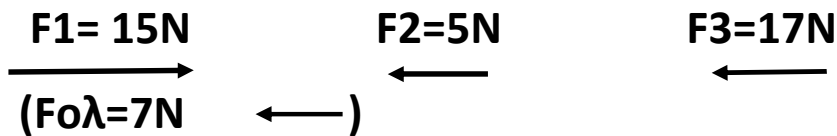
α)  $\phi = 0^\circ$  β)  $\phi = 180^\circ$  γ)  $\phi = 90^\circ$  δ)  $\phi = 60^\circ$

2. Αναλύστε την δύναμη  $\vec{F}$  του σχήματος σε δύο κάθετες συνιστώσες.



Δίνονται:  $\sin 60^\circ = 0,5$  ,  $\eta\mu 60^\circ = \sqrt{3}/2$

3. Υπολογίστε την  $F_{ολ}$ :



4. Υπολογίστε την  $F_{ολ}$ :



(20.3 ,  $\epsilon\phi\phi = \sqrt{3}/10$  )

## 1<sup>ος</sup> και 3<sup>ος</sup> ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

### 1<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα ή Αξίωμα της αδράνειας :

Αν η συνισταμένη των δυνάμεων, που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν, το σώμα ισορροπεί, δηλαδή είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή διανυσματική ταχύτητα

- ✓ *Αδράνεια είναι μια ιδιότητα της ύλης, που εκφράζει την αντίστασή της να αλλάξει κινητική κατάσταση. Είναι ανάλογη της μάζας, γι' αυτό και η μάζα  $m$  ενός σώματος καλείται μάζα αδράνειας. Όσο μεγαλύτερη μάζα έχει ένα σώμα, τόσο πιο δύσκολα αλλάζει κινητική κατάσταση.*

### 3<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα ή Αξίωμα Δράσης - Αντίδρασης

Αν ένα σώμα A ασκήσει μια δύναμη  $F_1$  (δράση) σε ένα σώμα B, τότε και το σώμα B θα ασκήσει στο A δύναμη  $F_2$  (αντίδραση), που είναι ίση και αντίθετη με την  $F_1$  :

$$F_2 = -F_1$$

- ✓ *Άρα οι δυνάμεις στη φύση εμφανίζονται πάντα ανά ζεύγη, αλλά ασκούνται σε διαφορετικά σώματα*
- ✓ *Ισχύει για όλα τα είδη δυνάμεων: εξ επαφής και εξ απόστασης*



### Άσκηση

1. Το σώμα του σχήματος έχει  $m=30\text{kg}$  και ξεκινά να κινείται όταν ασκούμε μέσω του σχοινιού δύναμη  $F = 65\text{N}$ . Αν  $\mu=0,2$   $\text{N/m}$  και  $g = 10\text{m/s}^2$ , να υπολογίσετε την οριακή τριβή και την τριβή ολίσθησης. Να σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

(Απάντηση:  $T_{ορ}=65\text{N}$ ,  $T_{ολ}=60\text{N}$ )



(+ 1-2 Λ)

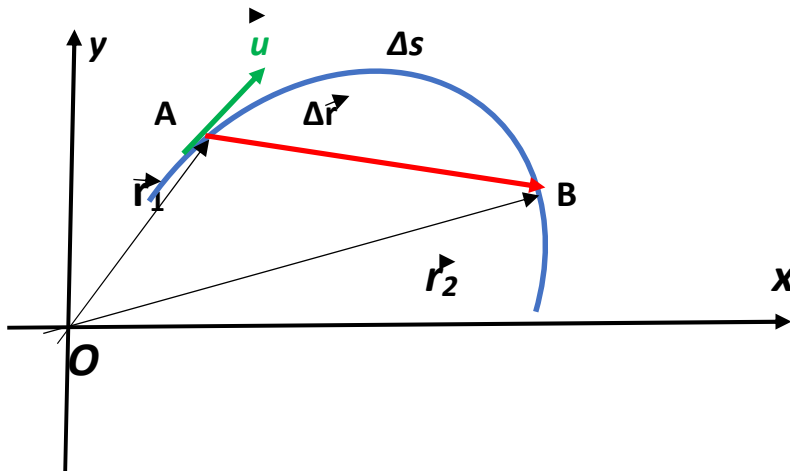
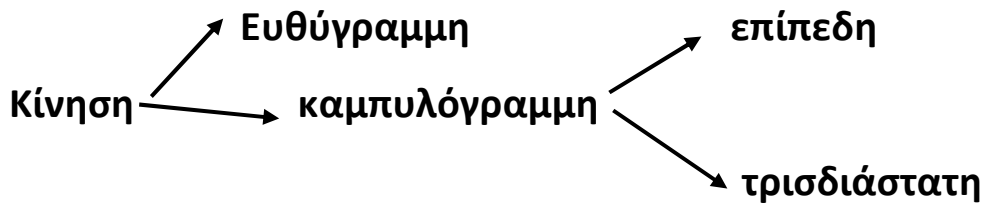
## ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

### ΑΠΟΣΤΑΣΗ – ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

**Κίνηση** είναι η αλλαγή της θέσης ενός σώματος, σε σχέση με μια θέση αναφοράς

**Υλικό σημείο** είναι ένα μαθηματικό σημείο χωρίς διαστάσεις, που έχει μάζα

**Τροχιά** είναι το σύνολο των διαδοχικών θέσεων από τις οποίες περνά ένα υλικό σημείο κατά την κίνησή του



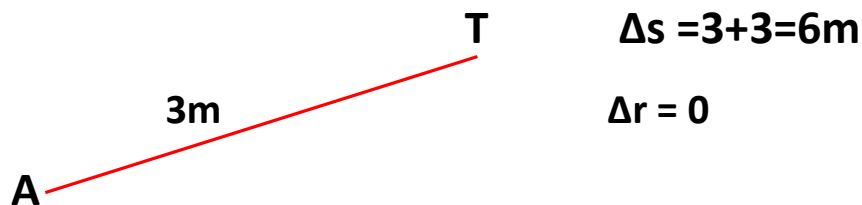
**Διάστημα  $\Delta s$**  είναι μονόμετρο μέγεθος που ισούται με το μήκος της διαδρομής που κάνει το σημείο κατά την κίνησή του (μήκος τόξου AB)

**Μετατόπιση  $\Delta \vec{r}$**  είναι διανυσματικό μέγεθος, ισούται με τη διαφορά  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ , όπου  $\vec{r}_1$  η αρχική θέση του κινητού και  $\vec{r}_2$  η τελική. Το μέτρο της μετατόπισης είναι το μήκος της χορδής AB

Διαφορές  $\Delta s$  και  $\Delta \vec{r}$

|                           |                               |
|---------------------------|-------------------------------|
| $\Delta s$                | $\Delta \vec{r}$              |
| μονόμετρο                 | διανυσματικό                  |
| Εξαρτάται από τη διαδρομή | Δεν εξαρτάται από τη διαδρομή |

**Παράδειγμα:** Υλικό σημείο εκτελεί τη διαδρομή ΑΤΑ του σχήματος. Υπολογίστε το διάστημα και τη μετατόπιση



**Μέση ταχύτητα  $\vec{u}$  :**  $\vec{u} = \Delta \vec{r} / \Delta t$

Έχει τη διεύθυνση και τη φορά της μετατόπισης

**➤ Η μέση ταχύτητα δεν εξαρτάται από τη διαδρομή**

Αν το  $\Delta t$  γίνει πολύ μικρό  $\Delta t \rightarrow 0$ , δηλαδή  $\Delta t = dt$

τότε χορδή και τόξο ταυτίζονται στο σημείο Α και ορίζεται η **στιγμιαία ταχύτητα**

$\vec{u} = d\vec{r} / dt$  που έχει φορέα (διεύθυνση) την εφαπτομένη της τροχιάς στο Α και φορά, τη φορά της κίνησης

Μονάδες ταχύτητας: m/s (SI), Km/h ,

$$\text{knot(κόμβος)} = v \cdot \mu/h = 1852\text{m}/3600\text{s} \approx 0,5 \text{ m/s}$$

### Παραδείγματα:

1. Πλοίο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u=20\text{knots}$ .  
Πόσα ν.μ διανύει σε 2 ώρες και 20 λεπτά;  
Αν κινείται πάνω σε ένα μεσημβρινό, σε πόσες μοίρες αντιστοιχεί αυτή η απόσταση;  
(Απάντηση:  $\Delta x = 46,7 \text{ ν.μ}$  ,  $\widehat{\Delta x} = 0,78^\circ$ )
2. Αν η μετατόπιση ενός υλικού σημείου με το χρόνο δίνεται από τη σχέση  $x = 4t + 2t^2$  . Να υπολογίσετε:  
α) τη μέση ταχύτητα μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t_1 = 5\text{s}$  και  $t_2 = 8\text{s}$   
β) τις στιγμιαίες ταχύτητες του κινητού τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$ .  
(Απάντηση:  $u_{\mu} = 30 \text{ m/s}$  ,  $u_{1\sigma\tau} = 24\text{m/s}$  ,  $u_{2\sigma\tau} = 36\text{m/s}$ )

### Ισχύουν για τις παραγώγους:

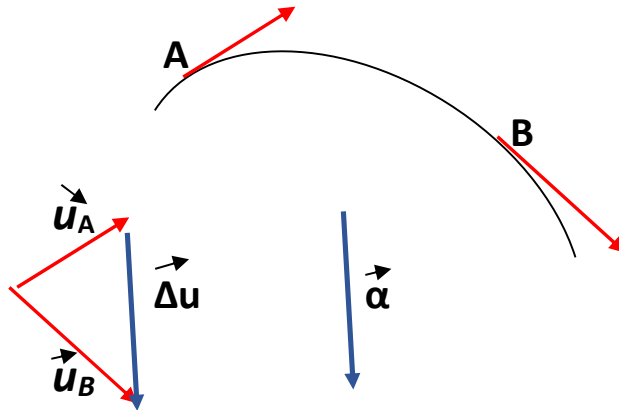
- $dx/dt = (x)'$  συμβολισμός
- $(vx^\mu)' = v\mu x^{\mu-1}$
- $C' = 0$  ,  $C = \text{σταθερά}$

Π.χ  $(3x^3)' = 9x^2$

$(5x^2 - 3x + 2)' = 10x - 3$

➤ Μέση επιτάχυνση  $\vec{\alpha} = \Delta \vec{u} / \Delta t$

Έχει τη διεύθυνση και τη φορά της μεταβολής της ταχύτητας



**Στιγμιαία επιτάχυνση**

$$\vec{\alpha} = d\vec{u} / dt = d^2\vec{r} / dt^2$$

Μονάδα επιτάχυνσης στο SI :  $m/s^2$

Η επιτάχυνση είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας.

Η ταχύτητα ως διανυσματικό μέγεθος μπορεί να αλλάζει ως προς: μέτρο – διεύθυνση – φορά

Η επιτάχυνση αναλύεται σε δύο συνιστώσες

$$\vec{\alpha} = \vec{\alpha}_\epsilon + \vec{\alpha}_\kappa,$$

όπου  $\alpha_\epsilon$  η **επιτροχια ή εφαπτομενική** επιτάχυνση. Έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης της τροχιάς και αλλάζει το **μέτρο** της ταχύτητας  $\alpha_\epsilon = du / dt$

$\alpha_\kappa$  η **κεντρομόλος ή ακτινική** επιτάχυνση. Έχει τη διεύθυνση της ακτίνας και αλλάζει τη **διεύθυνση** της ταχύτητας  $\alpha_\kappa = u^2 / R$

### Είδη κινήσεων

| $\alpha_{\epsilon}$ | $\alpha_{\kappa}$ | είδος κίνησης             |
|---------------------|-------------------|---------------------------|
| 0                   | 0                 | ευθ.ομαλή                 |
| σταθ                | 0                 | ευθ. ομαλά μεταβαλλόμενη  |
| $\neq$ σταθ         | 0                 | ευθ. τυχαία μεταβαλλόμενη |
| 0                   | σταθ              | ομαλή κυκλική             |
| $\neq$ σταθ         | $\neq$ σταθ       | τυχαία καμπυλόγραμμη      |

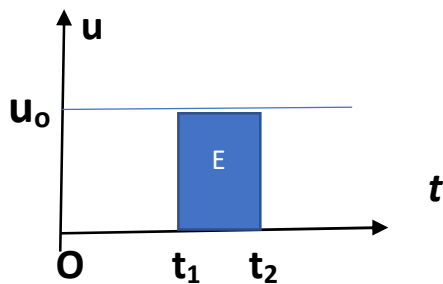
**Παράδειγμα:** Ένα αυτοκίνητο A επιταχύνει από 54km/h σε 72km/h σε 2,5s. Ένα άλλο B στον ίδιο χρόνο αυξάνει την ταχύτητά του από 6m/s σε 12m/s. Ποιο από τα δύο υφίσταται την μεγαλύτερη επιτάχυνση;

(Απάντηση:  $\alpha_1=2\text{m/s}^2$  ,  $\alpha_2 = 2,4 \text{ m/s}^2$  )

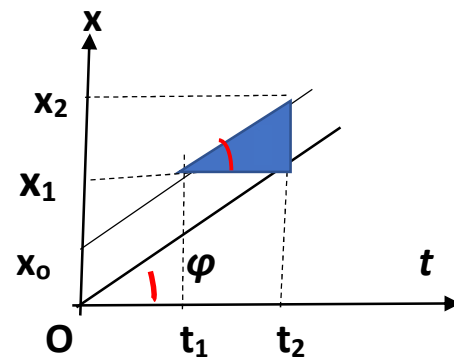
### Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

$\vec{u} = \text{σταθ}$   $\implies$  το σώμα κινείται σε ευθεία γραμμή και σε ίσους χρόνους διανύει ίσα διαστήματα.

$$x = x_0 + ut$$



$$E = u_0 (t_2 - t_1) = \Delta x$$

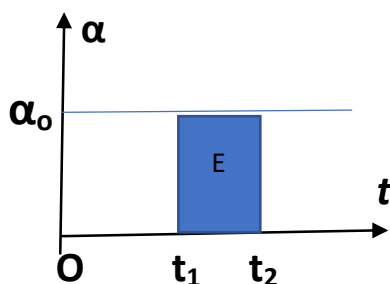


$$\epsilon\phi\phi = \Delta x / \Delta t = u$$

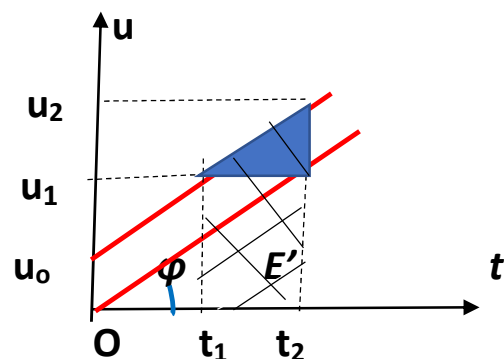
### Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

$\vec{a}_\epsilon = \text{σταθ} \neq 0$ ,  $\alpha_\kappa = 0$   $\implies$  το σώμα κινείται σε ευθεία γραμμή και σε ίσους χρόνους έχει ίσες μεταβολές ταχύτητας.

- Αν  $\alpha_\epsilon > 0$  άρα  $\Delta u > 0 \implies$  επιταχύνουμένη  
 $u = u_0 + \alpha t$        $x = u_0 t + 1/2 \alpha t^2$

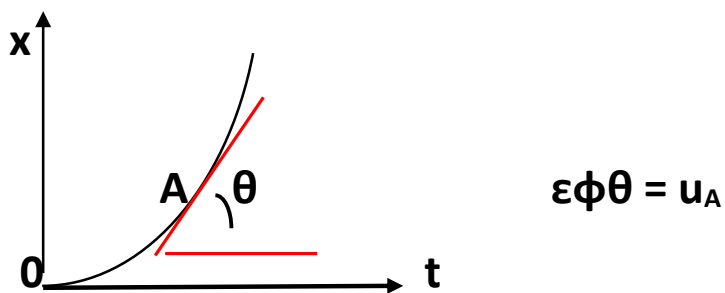


$$E = \alpha_0 (t_2 - t_1) = \Delta u$$



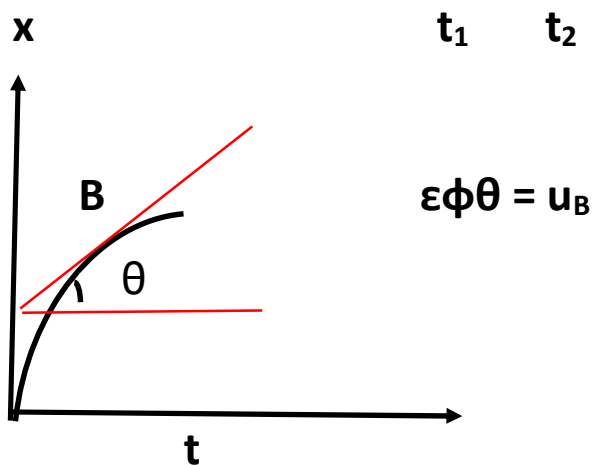
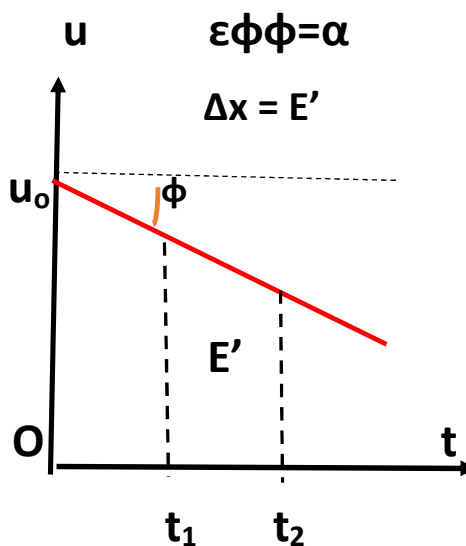
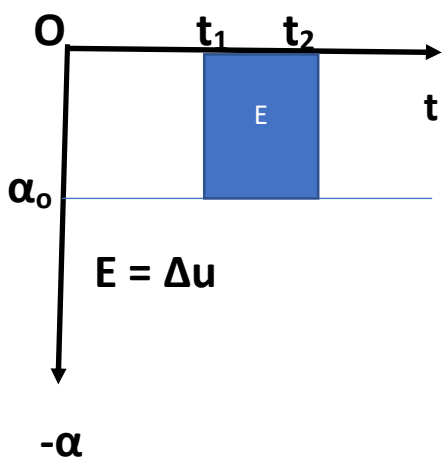
$$\epsilon\phi\phi = \Delta u / \Delta t = \alpha$$

$$E' = \Delta x$$



- Αν  $\alpha_\epsilon < 0$  άρα  $\Delta u < 0 \longrightarrow$  επιβραδυνόμενη

$$u = u_0 - \alpha t \quad x = u_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2$$



- Ασκ 10,11,12,13,15,20,21,23 (σελ 36-37) , ασκ 4 (Λ)



## Ελεύθερη πτώση

Η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα με την επίδραση μόνο του βάρους του. Έχει κατακόρυφη διεύθυνση , με φορά προς το κέντρο της γης ( ή πιο γενικά του σώματος που δημιουργεί το πεδίο βαρύτητας)

$$u=gt \quad h=1/2 g t^2$$

Είναι μια ευθύγραμμη , ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα , με επιτάχυνση  $g$ .

**Προσοχή** :  $h$  είναι η απόσταση που διένυσε το κινητό και όχι το ύψος από το έδαφος

- Ασκ σελ 22 σελ 37

## Σχετική και σύνθετη κίνηση

Η **σχετική ταχύτητα**  $u_{AB}$  ενός σώματος A ως προς ένα σώμα B που επίσης κινείται, είναι

$$\vec{u}_{AB} = \vec{u}_A - \vec{u}_B \quad (1)$$

Η ταχύτητα  $u_B$  του κινούμενου συστήματος αναφοράς λέγεται **μετοχική**.

Αν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις , λέμε ότι εκτελεί **σύνθετη κίνηση** με ταχύτητα

$$\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 , \text{ που λέγεται } \textbf{απόλυτη}.$$

Αν το σώμα B είναι ακίνητο στη σχέση (1) και η σχετική ταχύτητα λέγεται απόλυτη.

Απόλυτη λέμε την ταχύτητα ενός σώματος ως προς ένα ακίνητο σημείο αναφοράς.

**Παράδειγμα:** Ας θεωρήσουμε έναν επιβάτη που κινείται με ταχύτητα  $u_1=3\text{m/s}$  , πάνω στο κατάστρωμα ενός πλοίου, που κινείται με ταχύτητα  $u_2 =10\text{m/s}$  (μετοχική) Αν ο επιβάτης προχωρά προς την πλώρη:

Η σχετική ταχύτητα του επιβάτη ως προς το πλοίο

$$\text{είναι : } \vec{u}_{12} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 \implies u_{12} = u_1 - u_2 = 3 - 10$$

$$\implies u_{12} = -7 \text{ m/s} \text{ με φορά προς την πρύμνη.}$$

Η απόλυτη ταχύτητά του(συνισταμένη) ως προς το βυθό, δηλαδή η σύνθετη, είναι

$$\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 \implies u = u_1 + u_2 = 13\text{m/s} \text{ προς την πλώρη}$$

Αν ο επιβάτης προχωρούσε προς την πρύμνη:

$$u_{12} = u_1 + u_2 = 3 + 10 = 13\text{m/s} \text{ προς την πρύμνη}$$

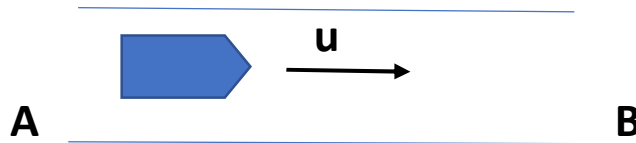
$$u = u_1 - u_2 = 3 - 10 = -7 \text{ m/s} \text{ προς την πλώρη}$$

Για τη σύνθεση κινήσεων ισχύει η **αρχή της ανεξαρτησίας ή επαλληλίας των κινήσεων:**

Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, η μία δεν επηρεάζει την άλλη. Δηλαδή το κινητό θα φτάσει στην ίδια θέση , στον ίδιο χρόνο, είτε εκτελέσει τις κινήσεις ταυτόχρονα , είτε διαδοχικά.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.



Ένα ποταμόπλοιο ταξιδεύει με ταχύτητα  $u=10\text{knots}$  από μια πόλη A σε μία άλλη B, που απέχει 50 ν.μ., κατά μήκος ενός ποταμού. Σε πόση ώρα θα φτάσει στην πόλη B, αν στο ποτάμι υπάρχει ρεύμα ταχύτητας  $u_{\pi}=0,5\text{ m/s}$  :

α) ομόρροπο με την ταχύτητα του πλοίου

β) αντίρροπο με την ταχύτητα του πλοίου

( Απάντηση: α) 4h 33min β) 5h 33min)

2. Πλοίο ταξιδεύει με ταχύτητα  $u=15\text{knots}$ , διεύθυνσης από τα Δ (δυτικά) προς τα Α (ανατολικά) . Τις πρώτες 2h ταξιδεύει με βόρειο ρεύμα 4knots και στη συνέχεια με ανατολικό 1,5 knots . Υπολογίστε:

A) την ταχύτητα του πλοίου ως προς το νερό και στις δύο περιπτώσεις (σχετική)

B ) ομοίως την ταχύτητα του πλοίου ως προς το βυθό (απόλυτη)

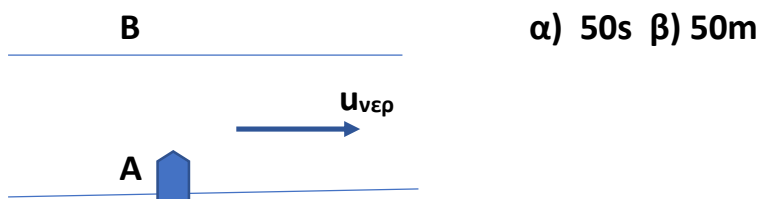
(Απάντηση: α)  $u_{\sigma\chi 1}=15,5\text{knots}$  ,  $\phi\approx 345^\circ$  ,  $u_{\sigma\chi 2}=13,5\text{knots}$  ,  $\phi\approx 0^\circ$

β)  $u_1=15,5\text{knots}$   $\phi\approx 15^\circ$  ,  $u_2=16,5\text{knots}$  ,  $\phi\approx 0^\circ$

Οι γωνίες ορίζονται ως προς την ταχύτητα του πλοίου

3. Πλοίο ξεκινά από το σημείο A όχθης ποταμού πλάτους 200m με ταχύτητα  $u=4\text{m/s}$  για να φτάσει στην απέναντι όχθη στο σημείο B. Αν το ποτάμι έχει ρεύμα  $1\text{m/s}$ , να υπολογίσετε:

α) Πότε θα φτάσει απέναντι; β) Σε πόση απόσταση από το B θα δέσει;

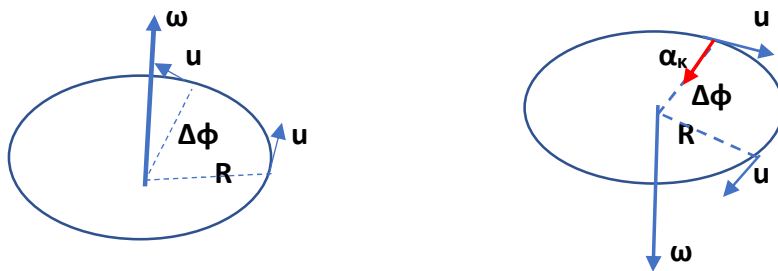


( ασκ 39,40, σελ 38)

# ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

## 1. ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Αν  $\alpha_\epsilon = 0$  και  $\alpha_\kappa = \text{σταθ}$ , το κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Δηλαδή κινείται σε περιφέρεια κύκλου και σε ίσους χρόνους διανύει ίσα τόξα, άρα διαγράφει και ίσες γωνίες.



$u = \Delta s / \Delta t$ , **γραμμική ταχύτητα**. Μονάδα: m/s

Έχει **σταθερό μέτρο**, τη φορά της κίνησης και είναι εφαπτόμενη της τροχιάς, δηλαδή **αλλάζει συνεχώς διεύθυνση**

$\omega = \Delta \phi / \Delta t$ , **γωνιακή ταχύτητα**. Μονάδα rad/s

( $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ )

$\vec{\omega} = \text{σταθ}$  : μέτρο – διεύθυνση – φορά

Διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο κίνησης

Φορά με τον κανόνα του δεξιού χεριού

$\alpha_\kappa = u^2 / R$ , **ακτινική ή κεντρομόλος επιτάχυνση**

Μονάδα  $\text{m/s}^2$

**Σταθερό μέτρο**, διεύθυνση της ακτίνας και φορά προς το κέντρο. **Αλλάζει την κατεύθυνση της u και είναι κάθετη σε αυτήν.**

Άλλα μεγέθη:

**T (περίοδος)** : ο χρόνος που απαιτείται για μια περιστροφή. Μονάδα: sec

**f (συχνότητα)**: ο αριθμός των περιστροφών στη μονάδα του χρόνου  $f = N/t$ . Μονάδα: c/sec = Hz

$$T = 1/f \Rightarrow f = 1/T$$

Αν  $\Delta\phi = 2\pi$ , τότε  $\Delta t = T \Rightarrow \omega = \Delta\phi/\Delta t = 2\pi/T = 2\pi f$

Για μικρές γωνίες  $\Delta s = \Delta\phi * R$ . Άρα,

$$u = \Delta s/\Delta t = \Delta\phi * R/\Delta t \Rightarrow$$

$$u = \omega * R = 2\pi R/T = 2\pi R f$$

$$\text{Άρα } \alpha_k = u^2/R = \omega^2 R$$

## 2. ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

$$\vec{\omega} \neq \text{σταθ}, \vec{u} \neq \text{σταθ}$$

$$\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} = \Delta\vec{\omega}/\Delta t, \text{ γωνιακή επιτάχυνση. Μονάδα rad/s}^2$$

Εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της  $\vec{\omega}$  και έχει την κατεύθυνση του  $\vec{\Delta\omega}$ .

Αν  $\Delta\omega > 0 \rightarrow$  γωνιακή επιτάχυνση

Αν  $\Delta\omega < 0 \rightarrow$  γωνιακή επιβράδυνση

Αν αλλάζει η γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , αλλάζει και η γραμμική ταχύτητα  $u = \omega R \longrightarrow \alpha_\epsilon \neq 0$

### 3. ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ

$$\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} = \text{σταθ} \quad , \quad \omega = \omega_0 + \alpha t \quad , \quad u = \omega R \quad , \quad \phi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\alpha_{\varepsilon} = du/dt = R d\omega/dt = R d(\omega_0 + \alpha t)/dt \Rightarrow$$

$$\alpha_{\varepsilon} = R \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

#### Ασκήσεις

1. Πάνω σε περιφέρεια κύκλου , ακτίνας 0,5m, κινείται κινητό με ταχύτητα  $u=2\text{m/s}$ . Να υπολογίσετε: α) τη γωνιακή ταχύτητα β) την περίοδο γ) τη συχνότητα δ) την κεντρομόλο επιτάχυνση  $\alpha_{\kappa}$  ε) τη γωνία που διαγράφει σε χρόνο 5s.

Απάντηση:  $\omega=4\text{rad/s}$  ,  $T=\pi/2 \text{ s}$  ,  $f=2/\pi \text{ Hz}$  ,  $8 \text{ m/s}^2$  ,  $20 \text{ rad}$

2. Δύο κινητά αναχωρούν ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο κύκλου ακτίνα 10m, εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με αντίθετη φορά, με συχνότητες 3Hz και 2Hz. Πότε θα συναντηθούν για πρώτη φορά; Τι γωνίες θα έχουν διαγράψει;

Απάντηση:  $t = 0,2 \text{ s}$  ,  $\phi_1 = 1,2\pi \text{ rad}$   $\phi_2 = 0,8\pi \text{ rad}$

## 2<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα ή Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής

Αν σε ένα σώμα μάζας  $m$ , ασκηθεί δύναμη  $F$ , τότε αποκτά επιτάχυνση  $a$  που είναι ανάλογη της δύναμης :

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

### Διερεύνηση :

1. Αν  $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{u} = \text{σταθ} \Rightarrow$   
Ισορροπία, δηλαδή ηρεμία ή ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (αξίωμα αδράνειας)

2. Αν  $\vec{F} = \text{σταθ} \Rightarrow \vec{a} = \text{σταθ} \Rightarrow \vec{\Delta u} / \Delta t = \text{σταθ}$   
 $\Rightarrow$  ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

3. Αν  $\vec{F} \neq \text{σταθ} \Rightarrow a \neq \text{σταθ} \Rightarrow \vec{\Delta u} / \Delta t \neq \text{σταθ}$   
 $\Rightarrow$  Τυχαία μεταβαλλόμενη κίνηση

(παραδείγματα σελ 44, ασκ 3,4,6, 9, 11 σελ70)

## ΟΡΜΗ – ΩΘΗΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

**Ορμή**  $\vec{p}$  ενός υλικού σημείου μάζας  $m$ , που κινείται με ταχύτητα  $\vec{u}$ , ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος  $\vec{p}$  που έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας και μέτρο  $p = m u$   
Μονάδα στο SI :  $\text{kg m/s}$

### Γενικευμένη μορφή του 2<sup>ου</sup> Νόμου του Νεύτωνα

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F} = m \vec{a} = m \frac{d\vec{u}}{dt} \\ \text{για } m = \text{σταθ} \end{array} \right\} \vec{F} = \frac{d(m\vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$m = \text{σταθ}$  για μικρές ταχύτητες ( σε σχέση με την ταχύτητα του φωτός)

Αν  $F = \text{σταθ}$  για χρόνο  $\Delta t$ :

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

**Ωθηση δύναμης**  $\vec{J}$  κατά ένα χρονικό διάστημα  $\Delta t$  ονομάζουμε το διανυσματικό μέγεθος που ισούται με τη μεταβολή της ορμής :

$$\vec{J} = \Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t$$

Μονάδα στο SI :  $\text{kg m/s}$  - ίδια με της ορμής



## Αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ)

**Η ορμή ενός απομονωμένου συστήματος διατηρείται**

- Απομονωμένο ονομάζεται ένα σύστημα στο οποίο δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις.
- Σύστημα ονομάζεται ένα σύνολο υλικών σημείων
- Το διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας του συστήματος είναι  $\vec{r} = \Sigma m_i \vec{r}_i / m$ , όπου  $m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ 
  - Η ΑΔΟ ισχύει και για ένα υλικό σημείο που η συνισταμένη των ασκούντων δυνάμεων είναι μηδέν
  - Μπορεί να διατηρείται η ορμή, χωρίς να διατηρείται η μηχανική ενέργεια

(Ασκήσεις: σελ 71-75: 15,37. Λ- 7)

